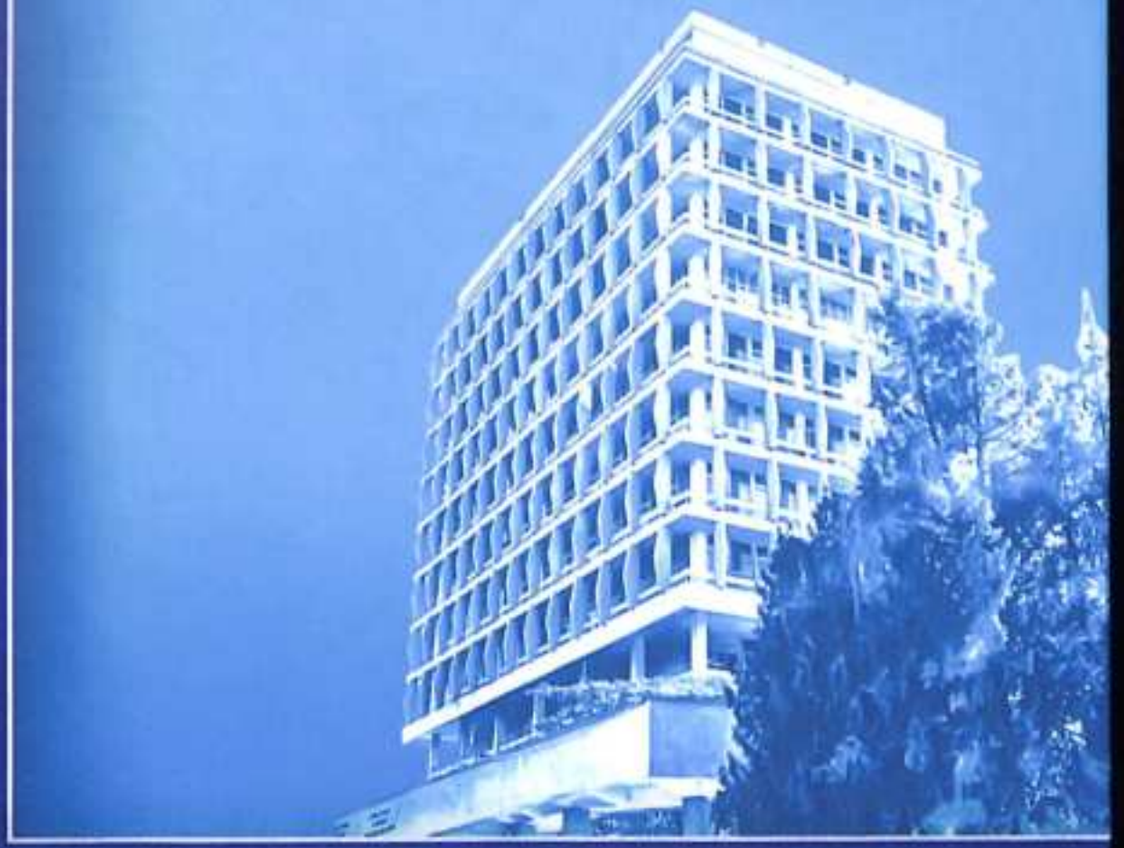
MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI
O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI



CHERTOV A.G., VOROBYEV A.A

FIZIKADAN MASALALAR TO'PLAMI

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA‘LIM, FAN VA INNOVATSIYA VAZIRLIGI

MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI
O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

CHERTOV A.G., VOROBYEV A.A.

FIZIKADAN MASALALAR TO‘PLAMI

O‘QUV QO‘LLANMA

Qayta ishlangan va to‘ldirilgan ruscha beshinchi (yettinchi) nashridan tarjima

Toshkent
"Ma’rifat"
2024

UO'K: 53(076.1)
KBK: 22.3v6
Ch 43

Chertov A.G., Vorobyev A.A. Fizikadan masalalar to'plami. O'quv qo'llanma. –T.: "Ma'rifat", 2024. 612 bet.

Masalalar to'plami fizika kursi o'quv dasturi bo'yicha tuzilgan. Har bir bo'lim oddiydan murakkabga qarab yo'naltirilgan masalalardan iborat. Har bir paragrafning boshida mavzuga oid asosiy qonunlar va formulalar keltirilgan bo'lib, namunaviy masalalarni yechish keltirilgan. To'plam oxirida masalalar javoblari berilgan.

7-nashrda 150 dan ortiq yangi masalalar qoshilgan, har bir bo'limning nazariy qismi kengaytirilgan hamda zarur tuzatishlar kiritilgan.

UO'K: 53(076.1)
KBK: 22.3v6
Ch 43

Mas'ul muharrirlar:
G'.B.Eshonqulov, G'.T.Raxmonov

Tarjimon: Abduqahhor G'aniyev
Pedagogika fanlari doktori, professor

ISBN: 978-9910-665-15-8
© "Ma'rifat" nashriyoti, Toshkent, 2024 y.

MUNDARIJA

Ruscha beshinchi nashriga so'z boshi 6

I-bob. **Mexanikaning fizik asoslari**.....7

1-§ Kinematika 7

2-§ Moddiy nuqta va jismning ilgarilanma harakat dinamikasi 24

3-§ Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati dinamikasi 54

4-§ Mexanikada kuchlar 81

5-§ Relyativistik mexanika 98

6-§ Mexanik tebranishlar 109

7-§ Elastik muhitdagi to'lqinlar. Akustika 129

II-bob. **Molekulyar fizika va termodinamika**.....141

8-§ Moddaning molekulyar tuzilishi. Ideal gaz qonunlari.....141

9-§ Gazlarning molekulyar-kinetik nazariyasi 151

10-§ Statistik fizika elementlari 159

11-§ Termodinamikaning fizik asoslari 177

12-§ Real gazlar. Suyuqliklar. 197

III-bob. **Elektrostatika** 215

13-§ Kulon qonuni. Zaryadlangan jismlarning o'zaro ta'siri 215

14-§ Elektr maydon kuchlanganligi. Elektr siljish.....224

15-§ Potensial. Elektr zaryadlari sistemasining energiyasi. Zaryadni maydonda ko'chirishda bajarilgan ish. 249

16-§ Elektr dipol. Dielektriklarning xossalari 273

17-§ Elektr sig'im. Kondensatorlar 290

18-§ Zaryadlangan o'tkazgichning energiyasi. Elektr maydonining energiyasi.....

DENOV TADBIRKORLIK VA PEDAGOGIKA INSTITUTI ARM
№ 34470

IV-bob. **O'zgarmas elektr toki**.....305
19-§ O'zgarmas tokning asosiy qonunlari 305
20-§ Metallar, suyuqliklar va gazlarda tok 318

V-bob. **Elektromagnetizm** 328
21-§ O'zgarmas tokning magnit maydoni 328
22-§ Magnit maydonidagi tokli o'tkazgichga ta'sir etadigan kuch 343
23-§ Magnit maydonda harakatlanayotgan zaryadga ta'sir etuvchi kuch..358
24-§ To'la tok qonuni. Magnit oqimi. Magnit zanjirlar 368
25-§ Magnit maydonida tokli o'tkazgichni ko'chirishda bajarilgan ish. Elektromagnit induksiya. Induktivlik.....376
26-§ Magnit maydonining energiyasi 390
27-§ Moddaning magnit xossalari 396

VI-bob. **Optika**.....404
28-§ Geometrik optika 404
29-§ Fotometriya 414
30-§ Yorug'lik interferensiyasi 420
31-§ Yorug'lik difraksiyasi 432
32-§ Yorug'likning qutblanishi 441
33-§ Harakatlanuvchi jismlar optikasi 450

VII-bob. **Kvantooptika hodisalari. Atom fizikasi**.....456
34-§ Issiqlik nurlanishi qonunlari 456
35-§ Fotoeffekt hodisa 462
36-§ Yorug'lik bosimi. Fotonlar.....466
37-§ Kompton effekti 469
38-§ Bor nazariyasi bo'yicha vodorod atomi 473

39-§Rentgen nurlanishi.....477

VIII-bob. **Atom yadrosi va elementar zarralar fizikasi** 481
40-§ Atom yadrolarining tuzilishi.....481
41-§ Radioaktivlik 487
42-§ Ionlantiruvchi nurlanishlarning dozimetriya elementlari 492
43-§ Massa defekti va atom yadrolarining bog'lanish energiyasi 498
44-§ Yadro reaksiyalari 502

X-bob. **Qattiq jismlar fizikasi**.....510
49-§ Kristallografiya unsurlari 510
50-§ Issiqlik xossalari.....519
51-§ Qattiq jismlarning elektr va magnit xossalari 534

Javoblar.....545

Ilova.....590
I. Matematikadan baz'i ma'lumotlar.....590
II. Fizik kattaliklarning birliklari haqida ba'zi ma'lumotlar 593
III. Fizik kattaliklarning jadvallari 63

RUSCHA YETTINCHI NASHRIGA SO'Z BOSHI

«Fizikadan masalalar to'plami»ning yettinchi qismini qayta ishlangan, to'g'irlangan va qo'shimchalar kiritilgan nashrining umumiy strukturasi avvalgicha qolgan. Qulaylik va talabalar vaqtini tejash maqsadida har bir paragraf ushbu bo'limga tegishli asosiy formulalar va ularga qisqacha izohlar bilan boshlanadi. Undan so'ng masalalar yechish namunalari va qo'llanma oxirida javoblari keltirilgan mustaqil yechish uchun masalalar keladi.

Masalalar yechish namunalarining maqsadi masala yechishga o'rgatish emas; masala yechishga o'rgatib bo'lmaydi-faqat mustaqil yechib o'rganiladi. Buning birdan-bir yo'li mustaqil ravishda ko'proq masalalar yechishdir. Tipik masalalar yechish namunalarining maqsadi boshqa: ular fizik fikr yuritishlarning ketma-ketligini, qaralayotgan masalaga u yoki bu fizik qonunning to'g'ri kelish yoki kelmasligini ko'rsatib beradi. Masalalar yechimi umumiy ko'rinishda keltirilgan. Vaqtni tejash maqsadida hisoblashlar va o'lchov birliklarini tekshirib ko'rish tashlirib qoldirildi.

Qo'llanmada 150 ta yangi, qo'shimcha masalalar kiritildi. Masalan, "Dinamika" bo'limiga sharchalarning elastik va noelastik to'qnashishlari, jismlarning o'zgaruvchan kuch ta'siridagi harakati va o'zgaruvchan massali jism harakatiga doir yangi masalalar kiritildi. "Statistik fizika elementlari" paragrafida baholash xarakteridagi (kattaliklar tartibida) masalalar kiritildi. Termodinamika bo'limi birmuncha kengaytirildi - turli termodinamik jarayonlarda ichki energiya, entalpiropiya o'zgarishlarini hisoblash masalalari qo'shildi. "Elektromagnetizm" bobida tuqsimlangan (uzun o'tkazgich bo'ylab, sirt bo'yicha va hajm bo'yicha) zaryadlar hosil qiladigan elektr maydon kuchlanganliklarini hisoblash masalalari kiritildi. Yangi masalalar paragraf oxirida keltirilgan bo'lib, ular yulduzcha bilan belgilangan.

Mualliflar professor V.M. Kuznetsovga (D.I. Mendeleyev nomidagi RXTU kafedra mudiri) va dotsentlar V.M. Turdakin va V.I. Xramovlarga o'z minnatdorchiliklarini izhor etadilar.

Masalalarni tanlash va qo'llanma strukturasi bo'yicha barcha fikr mulohazalarni mualliflar bilan qabul qilishadi.

Mualliflar

I bob. MEXANIKANING FIZIK ASOSLARI

I-§. KINEMATIKA

Asosiy formulalar

•Moddiy nuqtaning fazodagi vaziyati r radius-vektor bilan aniqlanadi:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

bu yerda $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ yo'nalishlarni ko'rsatuvchi birlik vektorlar (ortlar); x, y, z – nuqtaning koordinatalari.

Harakat kinematik tenglamasining koordinata shakli quyidagicha:

$$x = f_1(t);\ y = f_2(t);\ z = f_3(t),$$

bu yerda t – vaqt.

•O'rtacha ko'chish tezligi:

$$\langle \vec{\vartheta} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

bu yerda $\Delta \vec{r}$ – moddiy nuqtaning Δt vaqt oralig'idagi ko'chishi.

O'rtacha tezlik:

$$\langle \vartheta \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

bu yerda ΔS – nuqtaning Δt vaqt oralig'ida o'tgan yo'li.

Oniy tezlik:

$$\vec{\vartheta} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}\vartheta_x + \vec{j}\vartheta_y + \vec{k}\vartheta_z,$$

bu yerda $\vartheta_x = \frac{dx}{dt}, \vartheta_y = \frac{dy}{dt}, \vartheta_z = \frac{dz}{dt}$ lar $\vec{\vartheta}$ – tezlikning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari.

Tezlik moduli:

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_z^2},$$

•Tezlanish:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$

bu yerda $a_x = \frac{d\vartheta_x}{dt}, a_y = \frac{d\vartheta_y}{dt}, a_z = \frac{d\vartheta_z}{dt}$ – tezlanish $\vec{a}$ ning koordinata o'qlariga proyeksiyalari.

Tezlanish moduli:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Egri chiziqli harakatda tezlanishni normal $\vec{a}_n$ va tangensial $\vec{a}_\tau$ tezlanishlarning yig'indisi sifatida ifodalash mumkin (1.1-rasm):

1.1-rasm

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau .$$

Bu tezlanishlarning modullari:

$$a_n = \frac{\vartheta^2}{R};\ a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt};\ a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} .$$

bu yerda R – trayektoriyaning muayyan nuqtasi uchun egrilik radiusi.

• Moddiy nuqta to'g'ri chiziqli tekis harakatining ($\vartheta = const$) kinematik tenglamasi:

a) vektor shaklida

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{\vartheta} t ,$$

bu yerda $\vec{r}(t)$ – moddiy nuqtaning t vaqt momentidagi holatini aniqlovchi radius – vektori, $\vec{r}_0$ – boshlang'ich vaqt momentida moddiy nuqtaning holatini aniqlovchi radius-vektor;

b) koordinata o'qlari bo'yicha (Ox, Oy, Oz o'qlariga nisbatan proyeksiyalari)

$$x(t) = x_0 + \vartheta_x t,\ y(t) = y_0 + \vartheta_y t,\ z(t) = z_0 + \vartheta_z t .$$

bu yerda x_0, y_0, z_0 – boshlang'ich koordinatalar, $\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z$ – mos koordinatalar bo'yicha tezlik proyeksiyalari, t – vaqt.

• Tekis o'zgaruvchan harakatning ($a = const$) kinematik tenglamasi

a) vektor shaklida:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{\vartheta}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2};$$

b) koordinata o'qlari bo'yicha:

$$x(t) = x_0 + \vartheta_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},\ y(t) = y_0 + \vartheta_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2},\ z(t) = z_0 + \vartheta_{0z} t + \frac{a_z t^2}{2},$$

bu yerda $\vartheta_{0x}, \vartheta_{0y}, \vartheta_{0z}$ – boshlang'ich tezlikning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari, a_x, a_y, a_z – tezlanish proyksilari.

•Tekis o'zgaruvchan harakatda nuqtaning tezligi:

a) vektor shaklida

$$\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{a}t;$$

b) koordinatalar bo'yicha

$$\vartheta_x(t) = \vartheta_{0x} + a_x t,\ \vartheta_y(t) = \vartheta_{0y} + a_y t,\ \vartheta_z(t) = \vartheta_{0z} + a_z t .$$

•Qattiq jismning vaziyati (aylanish o'qi berilganda) burilish burchagi (yoki burchak ko'chish) φ yordamida aniqlanadi.

Aylanma harakat kinematik tenglamasi:

$$\varphi = f(t).$$

•O'rtacha burchak tezlik :

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

bu yerda $\Delta\varphi$ – burilish burchagining Δt vaqt oralig'ida o'zgarishi.

•Oniy burchak tezlik:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Burchak tezlik va burchak tezlanish aksial vektorlar bo'lib, ularning yo'nalishi aylanish o'qi bilan mos tushadi.

• Oniy burchak tezlanish:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt},$$

• Tekis aylanishning kinematik tenglamasi:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,$$

bunda φ_0 – boshlang'ich burchak ko'chish; t – vaqt.

Tekis aylanishda:

$$\omega = const \text{ va } \varepsilon = 0.$$

Aylanish chastotasi:

$$\nu = \frac{N}{t} \text{ yoki } \nu = \frac{1}{T},$$

bu yerda N – jismning t vaqtdagi aylanishlar soni; T – aylanish davri (bir marta to'liq aylanish uchun ketgan vaqt).

Tekis aylanma harakat uchun quyidagilar o'rinli:

$$\varphi = 2\pi N,\ \omega = 2\pi\nu,\ \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

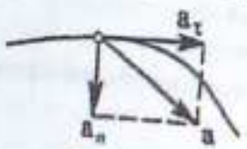
• Tekis o'zgaruvchan aylanishning kinematik tenglamasi ($\varepsilon = const$):

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

bu yerda ω_0 – boshlang'ich burchak tezlik; t – vaqt.

Tekis o'zgaruvchan harakatda burchak tezlik:

Egri chiziqli harakatda tezlanishni normal $\vec{a}_n$ va tangensial $\vec{a}_\tau$ tezlanishlarning yig'indisi sifatida ifodalash mumkin (1.1-rasm):



1.1-rasm

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau .$$

Bu tezlanishlarning modullari:

$$a_n = \frac{\vartheta^2}{R};\ a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt};\ a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} .$$

bu yerda R – trayektoriyaning muayyan nuqtasi uchun egrilik radiusi.

• Moddiy nuqta to'g'ri chiziqli tekis harakatinig ($\vartheta = const$) kinematik tenglamasi:

a) vektor shaklida

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{\vartheta} t ,$$

bu yerda $\vec{r}(t)$ – moddiy nuqtaning t vaqt momentidagi holatini aniqlovchi radius – vektori, $\vec{r}_0$ – boshlang'ich vaqt momentida moddiy nuqtaning holatini aniqlovchi radius-vektor;

b) koordinata o'qlari bo'yicha (Ox, Oy, Oz o'qlariga nisbatan proyeksiyalari)

$$x(t) = x_0 + \vartheta_x t,\ y(t) = y_0 + \vartheta_y t,\ z(t) = z_0 + \vartheta_z t .$$

bu yerda x_0, y_0, z_0 – boshlang'ich koordinatalar, $\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z$ – mos koordinatalar bo'yicha tezlik proyeksiyalari, t – vaqt.

• Tekis o'zgaruvchan harakatning ($a = const$) kinematik tenglamasi

a) vektor shaklida:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{\vartheta}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2};$$

b) koordinata o'qlari bo'yicha:

$$x(t) = x_0 + \vartheta_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},\ y(t) = y_0 + \vartheta_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2},\ z(t) = z_0 + \vartheta_{0z} t + \frac{a_z t^2}{2},$$

bu yerda $\vartheta_{0x}, \vartheta_{0y}, \vartheta_{0z}$ – boshlang'ich tezlikning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari, a_x, a_y, a_z – tezlanish proyksilari.

•Tekis o'zgaruvchan harakatda nuqtaning tezligi:

a) vektor shaklida

$$\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{a}t;$$

b) koordinatalar bo'yicha

$$\vartheta_x(t) = \vartheta_{0x} + a_x t,\ \vartheta_y(t) = \vartheta_{0y} + a_y t,\ \vartheta_z(t) = \vartheta_{0z} + a_z t .$$

•Qattiq jismning vaziyati (aylanish o'qi berilganda) burilish burchagi (yoki burchak ko'chish) φ yordamida aniqlanadi.

Aylanma harakat kinematik tenglamasi:

$$\varphi = f(t) .$$

•O'rtacha burchak tezlik :

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

bu yerda $\Delta\varphi$ – burilish burchagining Δt vaqt oralig'ida o'zgarishi.

•Oniy burchak tezlik:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Burchak tezlik va burchak tezlanish aksial vektorlar bo'lib, ularning yo'nalishi aylanish o'qi bilan mos tushadi.

• Oniy burchak tezlanish:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

• Tekis aylanishning kinematik tenglamasi:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

bunda φ_0 – boshlang'ich burchak ko'chish: t – vaqt.

Tekis aylanishda:

$$\omega = const \text{ va } \varepsilon = 0.$$

Aylanish chastotasi:

$$\nu = \frac{N}{t} \text{ yoki } \nu = \frac{1}{T},$$

bu yerda N – jismning t vaqtdagi aylanishlar soni; T – aylanish davri (bir marta to'liq aylanish uchun ketgan vaqt).

Tekis aylanma harakat uchun quyidagilar o'rinli:

$$\varphi = 2\pi N,\ \omega = 2\pi\nu,\ \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

• Tekis o'zgaruvchan aylanishning kinematik tenglamasi ($\varepsilon = const$):

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

bu yerda ω_0 – boshlang'ich burchak tezlik: t – vaqt.

Tekis o'zgaruvchan harakatda burchak tezlik:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

• Moddiy nuqtaning aylanishini xarakterlovchi chiziqli va burchak kattaliklar orasidagi bog'lanishlar quyidagi formulalar yordamida ifodalanadi:

nuqtaning R radiusli aylana yoyi bo'ylab o'tgan yo'li:

$$S = \varphi R,$$

bu yerda φ – jismning burilish burchagi,

•nuqtaning chiziqligi tezligi:

$$\vartheta = \omega \cdot R;\ \vec{\vartheta} = \left[\vec{\omega} \cdot \vec{R}\right];$$

•nuqtaning tezlanishi:

tangensial tezlanish

$$a_\tau = \varepsilon R;\ \vec{a}_\tau = \left[\vec{\varepsilon} \cdot \vec{R}\right];$$

normal tezlanish

$$a_n = \omega^2 R;\ \vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}.$$

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Moddiy nuqtaning to'g'ri chiziqli (x o'qi bo'ylab) harakati kinematik tenglamasining ko'rinishi mana bunday: $x = A + Bt + Ct^3$, bu yerda A=4 m, B=2 m/s, C=-0,5 m/s^3. Vaqtning t 2 sek momenti uchun: 1) nuqtaning koordinatasi x_1, 2) oniy tezlik ϑ_1, 3) oniy tezlanish a_1 lar aniqlansin.

Yechish: 1. Harakatining kinematik tenglamasi ma'lum bo'lgan nuqtaning koordinatasini tenglamadagi t o'rniga vaqtning berilgan qiymati t_1 ni qo'yib topamiz:

$$x_1 = A + Bt_1 + Ct_1^3.$$

Bu ifodaga A, B, C, t_1 larning qiymatlarini qo'yib hisoblaymiz:

$$x_1 = (4 + 2 \cdot 2 - 0{,}5 \cdot 2^3)\,\text{m} = 4\,\text{m}.$$

2. Koordinata x ni vaqt bo'yicha differensiallab, vaqtning istalgan qiymati uchun oniy tezlikni topamiz:

$$\vartheta = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

U holda berilgan t_1 payt (moment) uchun oniy tezlik

$$\vartheta_1 = B + 3Ct_1^2.$$

Bu ifodaga B, C, t_1 larning qiymatlarini qo'yib, hisoblaymiz:

$$\vartheta_1 = -4\,\text{m/s}.$$

Manfiy ishora $t_1 = 2\,\text{s}$ vaqt momentida nuqta koordinata o'qining manfiy yo'nalishi bo'ylab harakat qilishini ko'rsatadi.

3. Istalgan vaqt momenti uchun oniy tezlanishni koordinata x dan vaqt bo'yicha ikkinchi tartibli hosila olib topamiz:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d\vartheta}{dt} = 6Ct$$

Berilgan t_1 vaqt momenti uchun oniy tezlanish

$$a_1 = 6Ct_1.$$

C, t_1 larning qiymatlarini qo'yib, hisoblaymiz:

$$a_1 = (-6 \cdot 0{,}5 \cdot 2)\,\text{m/s}^2 = -6\,\text{m/s}^2.$$

Manfiy ishora tezlanish vektorining yo'nalishi koordinata o'qining manfiy yo'nalishi bilan mos kelishini ko'rsatadi. Shuni qayd etish lozimki, bu masalada vaqtning istalgan oni uchun bu hol o'rinlidir.

2-masala. Moddiy nuqtaning to'g'ri chiziqli (x o'qi bo'ylab) harakati kinematik tenglamasining ko'rinishi quyidagicha

$$x = A + Bt + Ct^2,$$

bu yerda $A = 5$ m, $B = -4$ m/s, $C = -1$ m/s^2.

Quyidagilar: **1**. Koordinata x va yo'l S ning vaqtga bog'liqlik grafiklari chizilsin; **2**. $t_1 = 1\,\text{s}$ dan $t_2 = 6\,\text{s}$ gacha vaqt oralig'i uchun o'rtacha tezlik $\langle \vartheta_t \rangle$ aniqlansin; **3**.Vaqtning shu oralig'i uchun o'rtacha yo'l tezligi $\langle \vartheta \rangle$ topilsin.

Yechish. 1. Nuqta koordinatalarining vaqtga bog'liqlik grafigini chizish uchun koordinataning xarakterli boshlang'ich va maksimal qiymatlarini hamda mazkur koordinatalarga mos keluvchi vaqt momentlarini, shuningdek nolga teng bo'lgan koordinataga mos keluvchi vaqt momentini topamiz.

Boshlang'ich koordinata $t = 0$ paytga mos keladi. Uning qiymati

$$x_0 = x\big|_{t=0} = 5\,\text{m}.$$

Koordinataning maksimal qiymatiga nuqta teskari yo'nalishda harakat qila boshlagan paytda (tezlik o'z ishorasini o'zgartirganda) erishiladi. Bu paytni koordinatadan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilani nolga tenglashtirib topamiz:

$$\vartheta = \frac{dx}{dt} = B + 2Ct = 0,$$

bundan esa

$$t = -\frac{B}{2C} = 2\text{ s}.$$

Maksimal koordinata

$$x_{max} = x(t_v) = 9\text{ m}.$$

Koordinata $x=0$ bo'lgan t vaqt momentini quyidagi ifodadan topamiz:

$$x = A + Bt + Ct^2 = 0.$$

Hosil bo'lgan t ga nisbatan kvadrat tenglamani yechamiz:

$$t = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}.$$

A, B, C larning qiymatlarini qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$t = (2 \pm 3)\text{ s}.$$

Shunday qilib, vaqtning ikkita qiymati: $t' = 5\text{ s}$ va $t'' = -1\text{ s}$ larni olamiz. Vaqtning ikkinchi qiymatini masalaning sharti ($t \geq 0$) ni qanoatlantirmaganligi uchun tashlab yuboramiz.

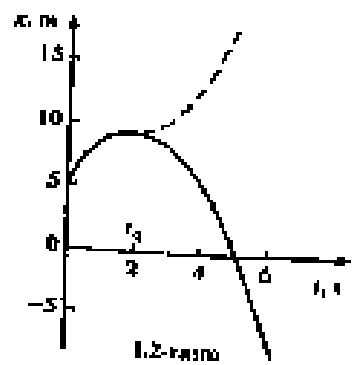
Nuqta koordinatasining vaqtga bog'liqlik grafigi ikkinchi tartibli chiziqdan iborat bo'ladi. Uni tuzish uchun beshta nuqtani bilmoq kerak, chunki ikkinchi tartibli chiziq tenglamasida beshta koeffitsiyent ishtirok etadi. Shuning uchun ham koordinataning hisoblangan uchta xarakterli qiymatidan tashqari yana ikkita $t_1 = 1\text{ s}$ va $t_2 = 6\text{ s}$ ga mos qiymatlarini topamiz:

$$x_1 = A + Bt_1 + Ct_1^2 = 8\text{ m}, \quad x_2 = A + Bt_2 + Ct_2^2 = -7\text{ m}.$$

Olingan natijalarni jadval ko'rinishida tasvirlaymiz:

Vaqt, s	$t_0 = 0$	$t_1 = 1$	$t_2 = 2$	$t' = 5$	$t_3 = 6$
Koordinata, m	$x_0 = A = 5$	$x_1 = 8$	$x_{max} = 9$	$x' = 0$	$x_2 = -7$

Jadvaldagi qiymatlardan foydalanib, koordinataning vaqtga bog'lanish grafigini chizamiz (1.2-rasm).



1.2-rasm

Yo'l grafigini (siniqlangan chiziq) quyidagi mulohazalarga asoslanib tuzamiz:

1) tezlikning ishorasi o'zgarguncha yo'l va koordinata mos keladi;

2) qaytish momenti (t_v) dan boshlab nuqta teskari yo'nalishda harakat qila boshlaydi va binobarin, koordinata kamayib, yo'l esa koordinataning kamayish qonuni bo'yicha o'sib boradi. Demak, yo'l grafigi $t_v = 2s$ gacha

koordinata grafigi bilan mos kelib, shu ondan boshlab koordinata grafigining ko'zgudagi tasviridek bo'ladi.

2. $t_2 - t_1$ vaqt oralig'idagi o'rtacha tezlik $\langle v_x \rangle$ quyidagi ifoda yordamida aniqlanadi:

$$\langle v_x \rangle = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

Jadvaldan x_1, x_2, t_1, t_2 larning qiymatlarini qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$\langle v_x \rangle = (-7 - 8)\text{ m} : (6 - 1)\text{ m/s} = -3\text{ m/s}$$

3. O'rtacha yo'l tezligi $\langle v \rangle$ ni quyidagi ifodadan topamiz

$$\langle v \rangle = \frac{S}{t_2 - t_1},$$

bu yerda S – vaqt oralig'i $(t_2 - t_1)$ da o'tilgan yo'l. 1.2-rasmdagi grafikdan ko'rinib turibdiki, bu yo'l ikkita yo'l bo'lagi: nuqta $t_v - t_1$ vaqt oralig'ida o'tgan $S_1 = x_{max} - x_1$ va $t_2 - t_v$ oralig'ida o'tgan $S_2 = x_{max} - |x_2|$ larning yig'indisidan iborat. Shunday qilib, yo'l

$$S = S_1 + S_2 = (x_{max} - x_1) + (x_{max} + |x_2|) = 2x_{max} + |x_2| - x_1$$

Bu ifodaga $x_1, |x_2|, x_{max}$ larning qiymatlarini qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$\langle S \rangle \quad (2 \cdot 9 + 7 - 8)\text{m} = 17\text{ m}$$

U holda izlangan o'rtacha yo'l tezligi

$$\langle v \rangle = 17\text{ m} : (6 - 1)\text{ m/s} = 3{,}4\text{ m/s}.$$

Shuni qayd etmoq kerakki, o'rtacha yo'l tezligi doimo musbat bo'ladi.

3-masala. Avtomobil yo'lining egrilik radiusi R=50 m bo'lgan burilish qismida harakatlanmoqda. Avtomobilning harakat tenglamasi[1] $\xi(t) = A + Bt + Ct^2$, bu yerda A=10 m, B=10 m/s, C=-0,5m/s^2. Quyidagilar: 1) vaqtning t=5 s payti uchun avtomobilning tezligi ϑ, uning tangensial a_τ, normal a_n va to'la a tezlanishi; 2) harakat boshlangan ondan boshlab $t = 10$s vaqt oralig'i uchun yo'l uzunligi S va avtomobilning ko'chish moduli $|\Delta r|$ topilsin.

Yechish: 1. Harakat tenglamasini bilganimiz holda koordinatadan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila olib tezlikni topamiz:

[1] Mazkur harakat tenglamasida ξ aylanaviy yoy boshlang'ich nuqtadan hisoblab o'tilgan egri chiziqli koordinatani bildiradi.

$$\vartheta = \frac{d\xi}{dt} = B + 2Ct.$$

bu ifodaga B, C, t larning qiymatlarini qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$\vartheta = 5\,\text{m/s}.$$

Tezlikdan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila olib tangensial tezlanishni topamiz: $a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt} = 2C$.

C ning qiymatini qo'yib, quyidagini olamiz:

$$a_\tau = -1\,\text{m/s}^2.$$

Normal tezlanish $a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$ formula bo'yicha aniqlanadi. Unga tezlikning topilgan va trayektoriya egrilik radiusining berilgan qiymatini qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$a_n = 0{,}5\,\text{m/s}^2.$$

1.1-rasmdan ko'rinib turganidek, to'liq tezlanish $\vec{a}_\tau$ va $\vec{a}_n$ tezlanishlarning geometrik yig'indisiga teng: $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$, tezlanish moduli $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$. Bu ifodaga a_τ va a_n larning topilgan qiymatlarini qo'yib quyidagini olamiz:

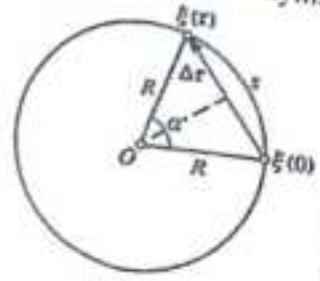
$$a = 1{,}12\,\text{m/s}^2.$$

2. Avtomobil o'tgan S yo'lni aniqlash uchun harakat bir yo'nalishda bo'lgan holida (mazkur masala shartidagidek) yo'l uzunligi S egri chiziqli koordinata ξ ning o'zgarishiga teng, ya'ni

$$S = \xi(\tau) - \xi(0) \text{ yoki } S = A + B\tau + C\tau^2$$

bo'lishini qayd etamiz. Hosil qilingan ifodaga B, C, τ larning qiymatlarini qo'yamiz va hisobiaymiz:

$$S = 50\,\text{m}.$$



1.3-rasm

1.3-rasmdan ko'rinib turibdiki, siljish moduli $|\Delta r| = 2R\sin(\alpha/2)$.

bu yerda α avtomashinaning trayektoriyadagi boshlang'ich $\xi(0)$ va oxirgi $\xi(\tau)$ holatlari bilan aniqlanuvchi radius-vektorlar orasidagi burchak. Bu burchakni (radianlarda) yo'l uzunligi S ning trayektoriyaning egrilik radiusi R ga nisbati, ya'ni $\alpha = S/R$ kabi aniqlaymiz. Shunday qilib

$$|\Delta r| = 2R\sin(S/2R).$$

R, S larning qiymatlarini bu yerga qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$|\Delta r| = 47{,}9\,\text{m}$$

4–masala $\nu_0 = 10\,\text{s}^{-1}$ o'zgarmas chastota bilan aylanayotgan g'ildirak tormozlanish natijasida tekis sekinlanuvchan aylana boshladi. Tormozlanish to'xtagandan so'ng g'ildirakning aylanishi yana bir tekis bo'ldi, lekin endi u $\nu = 6\,\text{s}^{-1}$ aylanish chastotasi bilan aylana boshladi. Agar tekis sekinlanuvchan harakat vaqtida g'ildirak $N = 50$ marta aylangan bo'lsa, g'ildirakning burchak tezlanishi va tormozlanish davom etgan vaqt t aniqlansin

Yechish: g'ildirakning burchak tezlanishi uning boshlang'ich ω_0 va oxirgi ω burchak tezliklari bilan ushbu munosabat orqali bog'langan $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\varphi$, bundan $\varepsilon = (\omega^2 - \omega_0^2)/2\varphi$. Lekin $\varphi = 2\pi N$, $\omega = 2\pi\nu$

$$\varepsilon = \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)}{2\varphi} = \frac{\pi(\nu^2 - \nu_0^2)}{N}$$

π, ν, ν_0, N larning qiymatlarini qo'yib, hisoblasak:

$$\varepsilon = \frac{3{,}14(6^2 - 10^2)}{50} = -4{,}02\,\text{rad/s}^2.$$

Manfiy ishora g'ildirakning sekinlanuvchan aylanishini ko'rsatadi.

Burilish burchagi φ ni aylanishning o'rtacha burchak tezligi $\langle\omega\rangle$ va vaqt t bilan bog'lovchi $\varphi = \langle\omega\rangle t$ formuladan foydalanib tormozlanishning davom etish vaqtini topamiz. Shartga ko'ra burchak tezlik vaqt bilan chiziqli bog'langan va shuning uchun ushbuni yozish mumkin: $\langle\omega\rangle = (\omega_0 + \omega)/2$ u holda $\varphi = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2} = \pi(\nu_0 + \nu)t$, bundan esa

$$t = \frac{\varphi}{\pi(\nu_0 + \nu)} = \frac{2N}{\nu_0 + \nu}$$

Son qiymatlarini qo'yib va hisoblab, quyidagini olamiz

$$t = \frac{2 \cdot 50}{(10 + 6)\,\text{s}^{-1}} = 6{,}25\,\text{s}.$$

Masalalar

To'g'ri chiziqli harakat

1.1 Ikkita to'g'ri yo'l o'zaro $\alpha = 60$ burchak ostida kesishadi. Ular bo'ylab ikki mashina chorrahadan: biri $\vartheta_1 = 60\,\text{km/soat}$, boshqasi

$\vartheta_2 = 80$ km/soat tezlik bilan uzoqlashmoqda. Mashinalarning bir-biridan uzoqlashish tezliklari ϑ' va ϑ'' aniqlansin. Mashinalar chorrahadan bir paytda o'tgan.

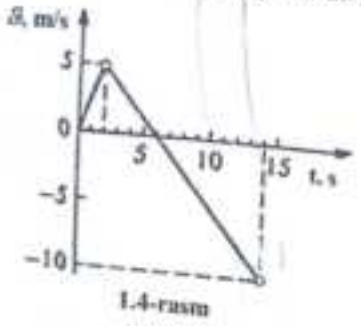
1.2 Nuqta $t_1 = 15$ s davomida $\vartheta_1 = 5$ m/s, $t_2 = 10$ s davomida $\vartheta_2 = 8$ m/s va $t_3 = 6$ s davomida $\vartheta_3 = 20$ m/s tezlik bilan harakatlandi. Nuqtaning shu yo'ldagi o'rtacha tezligi $\langle \vartheta \rangle$ aniqlansin.

1.3 Avtomobil o'z yo'lining to'rtdan uch qismini $\vartheta_1 = 60$ km/soat tezlik bilan, yo'lning qolgan qismini esa $\vartheta_2 = 80$ km/soat tezlik bilan o'tdi. Avtomobilning shu yo'ldagi o'rtacha tezligi $\langle \vartheta \rangle$ qanday?

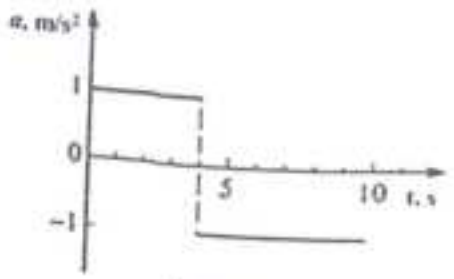
1.4 Jism yo'lning birinchi yarmida $\vartheta_1 = 2$ m/s tezlik bilan, ikkinchi yarmida esa $\vartheta_2 = 8$ m/s tezlik bilan harakatlandi. O'rtacha tezlik $\langle \vartheta \rangle$ ni aniqlang.

1.5 Jism yo'lning birinchi yarmini $t_1 = 2$ s davomida, ikkinchi yarmini esa $t_2 = 8$ s davomida bosib o'tdi. Agar yo'l uzunligi $S = 20$ m bo'lsa, o'rtacha tezlik $\langle \vartheta \rangle$ aniqlansin.

1.6 Jism harakat tezligining vaqtga bog'lanish grafigi 1.4-rasmda tasvirlangan. $t = 14$ s vaqt uchun o'rtacha tezlik $\langle \vartheta \rangle$ aniqlansin.



1.4-rasm



1.5-rasm

1.7 Jism harakat tezlanishining vaqtga bog'lanish grafigi 1.5-rasmda tasvirlangan. $t = 8$ s vaqt uchun o'rtacha tezlik aniqlansin. Boshlang'ich tezlik $\vartheta_0 = 0$.

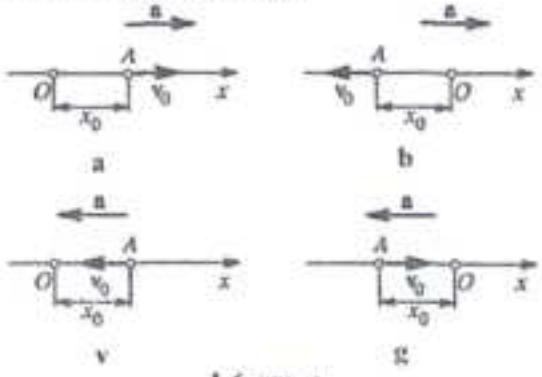
1.8 To'g'ri chiziqli harakat tenglamasi $x = At + Bt^2$ ko'rinishga ega (bu yerda $A = 3$ m/s, $B = -0{,}25$ m/s^2). Berilgan harakat uchun koordinataning va yo'lning vaqtga bog'liqlik grafiklari chizilsin.

1.9 Jism harakat tezlanishining vaqtga bog'liqlik grafigi 1.5-rasmda berilgan. Agar boshlang'ich paytda jism tinch turgan bo'lsa, mazkur harakat uchun tezlikning va yo'lning vaqtga bog'liqlik grafiklari chizilsin.

1.10 Moddiy nuqtaning harakati $x = At + Bt^2$ tenglama bilan berilgan. Bunda $A = 4$ m/s, $B = -0{,}05$ m/s^2. Nuqtaning tezligi nolga teng bo'lgan payt aniqlansin. Shu payt uchun koordinata va tezlanish topilsin. Shu harakat uchun koordinata, yo'l, tezlik va tezlanishlarning vaqtga bog'liqlik grafiklari chizilsin.

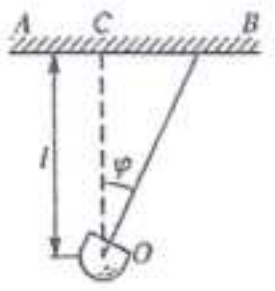
1.11 1.6-rasmda tasvirlangan to'rtta hol uchun nuqta harakatining kinematik tenglamasi $x = f(t)$ yozilsin.

1.6-rasmning har bir a, b, v, g-vaziyatlar uchun koordinata o'qi Ox tasvirlangan; A moddiy nuqtaning boshlang'ich holati x_0 va tezligi $\vec{\vartheta}_0$, shuningdek uning tezlanishi $\vec{a}$ ko'rsatilgan.



1.6-rasm

1.12. O projektor AB devordan $l = 100$ m masofada joylashtirilgan va shu devorga yorug' iz tushiradi (1.7-rasm). Projektor tik o'q atrofida $T = 20$ s davrga ega bo'lgan aylanma harakat qilmoqda. 1) aylanishning birinchi choragida izning devor bo'ylab harakati tenglamasi; 2) $t = 2$ s vaqt momentida yorug' izning devordagi harakat tezligi ϑ topilsin. Sanoq boshi qilib nurning yo'nalishi OC o'q bilan mos kelgan payt qabul qilinsin.



1.7-rasm

1.13 Odam poyezd bilan yonma-yon, poyezdning old qalqonlari bilan bir chiziqda turibdi. Poyezd $a = 0{,}1$ m/s^2 tezlanish bilan harakat qila boshlagan lahzada odam ham shu yo'nalishda $\vartheta = 1{,}5$ m/s [illegible] bilan harakatlana

DENOV TADBIRKORLIK VA PEDAGOGIKA INSTITUTI ARM
№ 34470

boshladi. Qancha t vaqtdan keyin poyezd odamga yetib oladi? Shu paytdagi poyezdning tezligi ϑ_1 va odamning shu vaqt ichida o'tgan yo'li aniqlansin.

1.14. Ikki moddiy nuqta bir joydan bir xil yo'nalishda tekis tezlanuvchan harakat qila boshladi. Bunda ikkinchi moddiy nuqta o'z harakatini birinchisidan 2 s keyin boshladi. Agar birinchi moddiy nuqta $\vartheta_{01} = 1\,m/s$ boshlang'ich tezlik va $a_1 = 2\,m/s^2$ tezlanish bilan, ikkinchisi esa $\vartheta_{02} = 10\,m/s$ boshlang'ich tezlik va $a_2 = 1\,m/s^2$ tezlanish bilan harakatlana boshlagan bo'lsa, qancha vaqtdan keyin va boshlang'ich joydan qancha masofada ikkinchi moddiy nuqta birinchisiga yetib oladi?

1.15. Ikki moddiy nuqtaning harakatlari quyidagi tenglamalar orqali ifodalanadi: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$. Bunda $A_1 = 20\,m$, $A_2 = 2\,m$, $B_2 = B_1 = 2\,m/s$, $C_1 = -4\,m/s^2$, $C_2 = 0.5\,m/s^2$. t vaqtning qaysi momentida bu moddiy nuqtalarning tezliklari bir xil bo'ladi? Shu vaqt momenti uchun nuqtalarning tezliklari ϑ_1 va ϑ_2 hamda tezlanishlari a_1 va a_2 lar aniqlansin.

1.16 Ikki moddiy nuqtaning harakatlari quyidagi tenglamalar orqali ifodalanadi: $x_1 = A_1 t + B_1 t^2 + C_1 t^3$, $x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + C_2 t^3$. bu yerda $A_1 = 4\,m/s$, $B_1 = 8\,m/s^2$, $C_1 = -16\,m/s^3$, $A_2 = 2\,m/s$, $B_2 = -4\,m/s^2$, $C_2 = 1\,m/s^3$. t vaqtning qaysi momentida bu moddiy nuqtalarning tezliklari bir xil bo'ladi? Shu vaqt momenti uchun moddiy nuqtalarning tezliklari ϑ_1 va ϑ_2 lar aniqlansin.

1.17. Agar jism o'z harakat yo'lining so'nggi metrini $\tau = 0.1\,s$ vaqt davomida o'tgan bo'lsa, u qanday H balandlikdan tushgan?

1.18. Tosh $h = 1200\,m$ balandlikdan tushmoqda. Tosh tushish vaqtining so'nggi sekundida qanday S yo'lni bosib o'tadi?

1.19. Tosh $\vartheta_0 = 20\,m/s$ boshlang'ich tezlik bilan yuqoriga tik otilgan. Qancha vaqtdan keyin tosh $h = 15\,m$ balandlikda bo'ladi? Shu balandlikda toshning tezligi ϑ topilsin. Havoning qarshiligi hisobga olinmasin va $g = 10\,m/s^2$ deb olinsin.

1.20. Tosh $\vartheta_0 = 20\,m/s$ m/s boshlang'ich tezlik bilan yuqoriga tik otilgan. $t = 1\,s$ dan keyin shunday boshlang'ich tezlik bilan boshqa tosh ham yuqoriga tik otib yuborildi. Toshlar qanday h balandlikda to'qnashishadi?

1.21. Yuqoriga tik otilgan jism $h = 8.6\,m$ balandlikda $\Delta t = 3\,s$ oraliq bilan ikki marta bo'ldi. Havoning qarshiligini hisobga olmay, otilgan toshning boshlang'ich tezligini hisoblang.

1.22. Koptok $\vartheta = 5\,m/s$ boshlang'ich tezlik bilan balkondan yuqoriga tik otib yuborildi. $t = 2\,s$ dan keyin koptok yerga tushdi. Balkonning yerdan balandligi va koptokning yerga urilish paytidagi tezligi aniqlansin.

1.23. Jism $\vartheta_0 = 10\,m/s$ boshlang'ich tezlik bilan balkondan yuqoriga tik otib yuborildi. Balkonning yer sathidan balandligi $h = 12.5\,m$. Jismning otilish paytidan to yerga tushish paytigacha harakat tenglamasi va o'rtacha tezligi $\langle \vartheta \rangle$ aniqlansin.

1.24. Moddiy nuqtaning to'g'ri chiziq bo'ylab harakati $x = At + Bt^2$ tenglama bilan berilgan, bu yerda $A = 2\,m/s$, $B = -0.5\,m/s^2$. $t_1 = 1\,s$ dan $t_2 = 3\,s$ gacha vaqt oralig'ida moddiy nuqta harakatining o'rtacha tezligi aniqlansin.

1.25. Moddiy nuqta $x = At + Bt^2$ tenglama bo'yicha to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanmoqda, bu yerda $A = 6\,m/s$, $B = -0.125\,m/s^2$. $t_1 = 2\,s$ dan $t_2 = 6\,s$ gacha vaqt oralig'i uchun moddiy nuqtaning o'rtacha tezligi aniqlansin.

Egri chiziqli harakat

1.26. Moddiy nuqta tekislikda $r = \vec{i}At^2 + \vec{j}Bt^2$ tenglama bo'yicha harakatlanmoqda. 1) $V(t)$; 2) $a(t)$ bog'lanish tenglamalari yozilsin.

1.27. Moddiy nuqtaning harakati $r(t) = A(\vec{i}\cos\omega t + \vec{j}\sin\omega t)$ tenglama bilan berilgan, bu yerda $A = 0.5\,m$; $\omega = 5\,rad/s$. Moddiy nuqtaning harakat trayektoriyasi chizilsin. Tezlik moduli $|V|$ va normal tezlanish moduli $|a_n|$ aniqlansin.

1.28. Moddiy nuqtaning harakati $r(t) = \vec{i}(A + Bt^2) + \vec{j}Ct$ tenglama bilan berilgan. bu yerda $A = 10\,m$, $B = -5\,m/s^2$, $C = 10\,m/s$. Moddiy nuqtaning harakat trayektoriyasi chizilsin, hamda $V(t)$ va $a(t)$ larning ifodalari topilsin. $t = 1\,s$ vaqt momenti uchun: 1) tezlik moduli $|V|$; 2) tezlanish moduli $|a|$; 3) tangensial tezlanish moduli $|a_\tau|$; 4) normal tezlanish moduli $|a_n|$ lar hisoblansin.

1.29. Moddiy nuqta egri chiziq bo'ylab o'zgarmas $a_\tau = 0.5\,m/s^2$ tangensial tezlanish bilan harakatlanmoqda. Egri chiziqning egrilik radiusi

R=3 m bo'lgan qismida moddiy nuqta $\vartheta = 2$ m/s tezlik bilan harakatlansa, chiziqning shu qismida moddiy nuqtaning to'la tezlanishi a aniqlansin.

1.30. Moddiy nuqta radiusi R=4 m bo'lgan aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Moddiy nuqtaning boshlang'ich tezligi $\vartheta_0 = 2$ m/s tangensial tezlanishi $a_\tau = 1\,\text{m/s}^2$. Vaqtning t=2 s payti uchun: 1) moddiy nuqtaning o'tgan yo'li uzunligi S; 2) ko'chish moduli $|\Delta r|$; 3) o'rtacha tezligi $\langle\vartheta\rangle$; 4) o'rtacha tezlik vektorining moduli $|\langle\vec{\vartheta}\rangle|$ aniqlansin.

1.31. Moddiy nuqta radiusi R=5 m bo'lgan aylana bo'ylab $\vartheta = 5$ m/s tezlik bilan tekis harakatlanmoqda. Yo'l uzunligi S va ko'chish moduli $|\Delta\vec{r}|$ ning vaqt t ga bog'liqlik grafiklari tuzilsin. Vaqtning boshlang'ich momenti t=0) uchun $S(0)$ va $|\Delta\vec{r}(0)|$ nolga teng deb olinsin.

1.32. t=6 s davomida moddiy nuqta radiusi R=0,8 m bo'lgan aylana uzunligining yarmiga teng bo'lgan yo'lni o'tdi. Shu vaqt uchun o'rtacha tezlik $<\vartheta>$ va o'rtacha tezlik vektorining moduli $|\langle\vec{\vartheta}\rangle|$ aniqlansin.

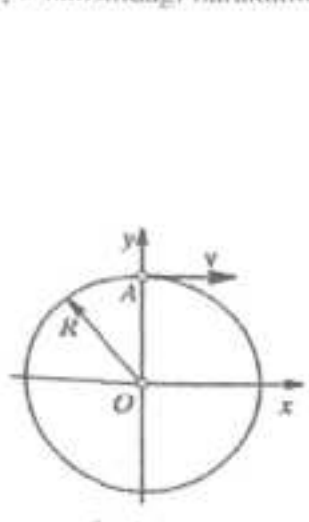
1.33. Moddiy nuqtaning radiusi R=4 m bo'lgan aylana bo'ylab harakati $\xi = A + Bt + Ct^2$ tenglama bilan berilgan, bunda A=10 m, B=−2 m/s, $C = 1\,\text{m/s}^2$. Vaqtning t=2 s qiymati uchun nuqtaning tangensial a_τ, normal a_n va to'la a tezlanishlari topilsin.

1.34. Moddiy nuqta R=10 m radiusli aylana yoyi bo'ylab harakatlanmoqda. Vaqtning biror momentida moddiy nuqtaning normal tezlanishi $a_n = 4{,}9\,\text{m/s}^2$; shu momentda to'la va normal tezlanish vektorlar $\varphi = 60^\circ$ burchak tashkil qiladi. Moddiy nuqtaning tezligi ϑ va tangensial tezlanishi a_τ topilsin.

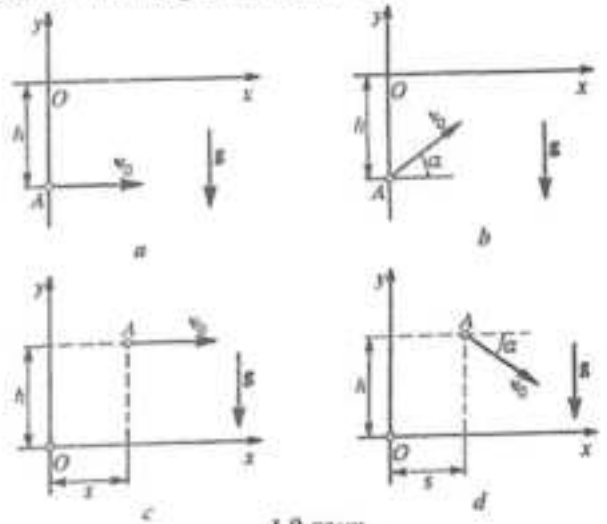
1.35. Moddiy nuqta radiusi R=2 m bo'lgan aylana bo'ylab $\xi = At^3$ tenglamaga binoan harakatlanmoqda, bunda $A = 2\,\text{m/s}^3$. Vaqtning qaysi t momentida moddiy nuqtaning a_n normal tezlanishi tangensial tezlanishiga teng bo'ladi? Shu moment uchun to'la tezlanish a aniqlansin.

1.36. Moddiy nuqtaning egri chiziq bo'ylab harakati $x = A_1t^3$ va $y = A_2t$ tenglamalar bilan berilgan, bunda $A_1 = 1\,\text{m/s}^3$, $A_2 = 2\,\text{m/s}$. Vaqtning t=0,8 s momenti uchun moddiy nuqta trayektoriyasining tenglamasi, tezligi ϑ va to'la tezlanishi a topilsin.

1.37. A moddiy nuqta R radiusli aylana bo'ylab ϑ tezlik bilan tekis harakatlanmoqda. Moddiy nuqtaning boshlang'ich holati va harakat yo'nalishi 1.8-rasmda ko'rsatilgan. A nuqta proyeksiyasining x o'qi yo'nalishidagi harakatining kinematik tenglamasi yozilsin.



1.8-rasm



1.9-rasm

1.38. Moddiy nuqta R radiusli aylana bo'ylab ϑ tezlik bilan tekis harakat qilmoqda va boshlang'ich deb qabul qilingan (t=0) momentda 1.8-rasmda ko'rsatilgan holatni egallaydi. O'qlar rasmda ko'rsatilgandek joylashgan deb olib: 1) Dekart koordinata sistemasida; 2) qutb koordinatalar sistemasida (x o'qi qutb o'qi deb hisoblansin) moddiy nuqta harakatining kinematik tenglamasi yozilsin.

1.39. 1.9-rasmda ko'rsatilgan to'rtala holat uchun: 1) harakatning kinematik tenglamalari $x = f_1(t)$ va $y = f_2(t)$ 2) trayektoriya tenglamasi $y = \varphi(x)$ yozilsin. Rasmdagi har bir a, b, c, d–holatlarda koordinata o'qlari tasvirlangan, A nuqtaning boshlang'ich holati, uning boshlang'ich tezligi ϑ_0 va tezlanishi $\vec{g}$ ko'rsatilgan.

1.40. Minoradan gorizontal yo'nalishda tosh otib yuborildi. Tosh t=2 s dan keyin minora asosidan S=40 m masofada yerga tushdi. Toshning boshlang'ich ϑ_0 va oxirgi ϑ tezliklari aniqlansin.

1.41. Minoradan $\vartheta = 20$ m/s tezlik bilan gorizontal yo'nalishda otilgan jism minora balandligi h dan ikki marta katta S masofada (minora asosidan) yerga tushdi. Minoraning balandligi topilsin.

1.42. Pistolet o'qi tik o'rnatilgan. oralaridagi l masofa 30 m ga teng bo'lgan ikkita qog'ozni teshib o'tdi. Ikkinchi qog'ozdagi teshik birinchisidagidan 10 cm pastda bo'lib chiqdi. Agar o'q birinchi qog'ozgacha gorizontal harakat qilgan bo'lsa, o'qning tezligi ϑ aniqlansin. Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

1.43. $h=2940$ m balandlikdan $\vartheta=360$ km/soat tezlik bilan uchayotgan samolyot bomba tashladi. Nishonga urish uchun nishonning ustidan o'tishidan qancha t vaqt oldin va undan qancha S masofada samolyot bombani tashlashi kerak? Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

1.44. Jism gorizontga nisbatan biror α burchak ostida otilgan. Agar jismning gorizontal yo'nalishdagi uchish masofasi trayektoriyasining maksimal balandligi H dan to'rt marta katta bo'lsa, α burchak topilsin.

1.45. Minomyot $h=40$ m balandlikdagi bino tomida gorizontga nisbatan $\alpha=60^\circ$ burchak ostida o'rnatilgan. Minaning boshlang'ich tezligi $\vartheta_0=50$ m/s. 1) harakatning kinematik tenglamasi va trayektoriya tenglamasini yozish hamda bu trayektoriyani miqyos birligi (masshtab) saqlangan holda chizish; 2) minaning uchish vaqti τ uning maksimal ko'tarilish balandligi H, uchishning gorizontal uzoqligi S, minaning yerga tushish vaqtidagi tezligi V larni aniqlash talab qilinadi. Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

Ko'rsatma. Koordinataning boshi yer sirtiga shunday o'rnatilsinki, u minomyot bilan bitta vertikalda joylashsin va $\vec{\vartheta}$ tezlik vektori xOy tekislikda yotsin.

1.46. Qurolda'n gorizontga nisbatan $\alpha=30^\circ$ burchak ostida otilgan snaryad bir xil h balandlikda ikki marta, otilganidan $t_1=10$ s va $t_2=50$ s vaqtlardan keyin bo'ldi. Boshlang'ich tezlik ϑ_0 va balandlik h aniqlansin.

1.47. O'q gorizontga nisbatan $\alpha=60^\circ$ burchak ostida $\vartheta_0=200$ m/s boshlang'ich tezlik bilan otildi. Maksimal ko'tarilish balandligi H, uchish uzoqligi S va trayektoriyaning eng yuqori nuqtasidagi egrilik radiusi R aniqlansin. Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

1.48. Tosh minoradan $\vartheta_0=30$ m/s boshlang'ich tezlik bilan gorizontal yo'nalishda otildi. Harakatning ikkinchi sekundi oxirida toshning tezligi ϑ, tangensial a_τ va a_n normal tezlanishlari aniqlansin.

1.49. Jism gorizontga nisbatan $\alpha=30^\circ$ burchak ostida otilgan. Harakatning boshlang'ich momentidagi tangensial a_τ va normal a_n tezlanishlar topilsin.

1.50. Yer sirtida yotgan nuqtalarning: 1) ekvatordagi; 2) Moskva kengligidagi ($\varphi=56^\circ$) chiziqli tezligi ϑ va markazga intilma tezlanishi a_n aniqlansin.

1.51. Aylanayotgan disk gardishi nuqtalarining chiziqli tezligi $\vartheta_1=3$ m/s. O'qqa $\Delta l=10$ sm yaqinroq joylashgan nuqtalarning chiziqli tezligi esa $\vartheta_2=2$ m/s. Diskning aylanish chastotasi ν aniqlansin.

1.52. Ikkita qog'oz disk umumiy gorizontal o'qqa tekisliklari parallel ravishda bir-biridan $l=30$ cm uzoqlikda o'rnatilgan. Disklar $\nu=25\,s^{-1}$ chastota bilan aylanmoqda. Aylanish o'qidan $r=12$ cm masofada unga parallel ravishda uchib borayotgan o'q ikkala diskni ham teshib o'tdi. Disklardagi teshiklar, bir-biridan, aylana yoyi bo'yicha hisoblanganda, 5 cm ga siljigan. O'qning disklar orasidagi o'rtacha tezligi (ϑ) topilsin va og'irlik kuchi ta'sirida yuzaga keladigan teshiklar orasidagi tik yo'nalishdagi siljish baholansin. Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

1.53. Gorizontal o'q atrofida aylana oladigan silindrga ip o'ralgan. Ipning uchiga yukcha ulanib, uning tushishiga imkoniyat yaratildi. Yukcha tekis tezlanuvchan harakat qilib, $t=3$ s vaqtda $h=1{,}5$ m ga tushdi. Agar silindrning radiusi $r=4$ cm bo'lsa, uning burchak tezlanishi ε aniqlansin.

1.54. Radiusi $r=10$ cm bo'lgan dinch holatdagi disk o'zgarmas $\varepsilon=0{,}5\,rad/s^2$ burchak tezlanishi bilan aylana boshladi. Harakat boshlangandan ikki sekund o'tgach disk gardishidagi nuqtalarning tangensial a_τ va normal a_n va to'la a tezlanishlari aniqlansin.

1.55. $r=20$ cm radiusli disk $\varphi=A+Bt+Ct^3$ tenglamaga binoan aylanmoqda, bunda $A=3$ rad, $B=1\,rad/s$, $C=0{,}1\,rad/s^3$. $t=10$ s vaqt momenti uchun disk aylanasidagi nuqtalarning tangensial a_τ va normal a_n va to'la a tezlanishlari aniqlansin.

1.56. G'ildirak aylana bo'ylab tekis tezlanuvchan harakat qilib $\Delta t=10$ s vaqt oralig'ida $\nu=300\,min^{-1}$ aylanish chastotasiga erishdi. G'ildirakning burchak tezlanishi ε va shu vaqt ichidagi aylanishlar soni N aniqlansin.

1.57. Velosiped g'ildiragi $\nu=5\,s^{-1}$ chastota bilan aylanmoqda. Qarshilik kuchi ta'sirida u $\Delta t=1$ min vaqt oralig'idan keyin to'xtadi. Burchak tezlanishi ε va g'ildirakning shu vaqt oralig'idagi aylanishlari soni N topilsin.

1.58. Avtomashina g'ildiragi tekis tezlanuvchan aylanmoqda. Δt = 1 min vaqt ichida u N=50 marta to'la aylanib, aylanish chastotasini $\nu_1 = 4\,s^{-1}$ dan $\nu_2 = 6\,s^{-1}$ gacha o'zgartirdi. G'ildirakning burchak tezlanishi ε aniqlansin.

1.59. Disk $\varepsilon = -2\,rad/s^2$ burchak tezlanish bilan aylanmoqda. Aylanish chastotasi $\nu_1 = 240\,min^{-1}$ dan $\nu_2 = 90\,min^{-1}$ gacha o'zgarganda disk necha marta N aylanadi? Buning uchun ketgan Δt vaqt topilsin.

1.60. Aerochananing havo vinti (parragi) $\nu = 360\,min^{-1}$ chastota bilan aylanmoqda. Aerochananing ilgarilanma ϑ harakat tezligi 54 km/soat ga teng. Agar vintning radiusi 1 m ga teng bo'lsa, vint uchlaridan biri qanday u tezlik bilan harakat qiladi?

1.61. Tokarlik stanogida diametri d 60 mm bo'lgan val yo'nilmoqda. Keskichning bir aylanishdagi bo'ylama siljishi h 0,5 mm. Agar Δt 1 min vaqt oralig'ida valni l=12 cm ga teng qismi yo'nilsa, kesish tezligi ϑ qanday?

2-§. Moddiy nuqta va jismning ilgarilanma harakat dinamikasi. Asosiy formulalar

•Moddiy nuqtaning harakat tenglamasining (Nyutonning ikkinchi qonuni): vektor shakli:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \quad \text{yoki} \quad m\vec{a} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i,$$

bu yerda $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$ moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi barcha kuchlarning geometrik yig'indisi; m – massa; $\vec{a}$ – tezlanish; $\vec{p} = m\vec{\vartheta}$ impuls; N – nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlar soni;

koordinata (skalyar) shakli:

$$ma_x = \sum F_{ix}, \; ma_y = \sum F_{iy}, \; ma_z = \sum F_{iz},$$

yoki

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{ix}, \; m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{iy}, \; m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{iz},$$

bu yerda yig'indi belgisi ostida $\vec{F}_i$ kuchning mos koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari turibdi.

•Elastiklik kuchi[2]:

[2]Elastiklik va o'zaro tortishish kuchlari 4-§ da batafsil ko'rib chiqilgan.

$$F_x = -kx,$$

bu yerda k – elastiklik (elastiklik) koeffitsiyenti (prujina holida bikrlik); x – absolyut deformatsiya kattaligi.

O'zaro tortishish kuchi:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

bu yerda G – tortishish (gravitatsiya) doimiysi; m_1 va m_2 – moddiy nuqtalar sifatida qaralayotgan o'zaro ta'sirlashuvchi jismlarning massalari; r – ular orasidagi masofa.

•Sirpanish ishqalanish kuchi:

$$F_{ish} = \mu N,$$

bu yerda μ – sirpanish ishqalanish koeffitsiyenti; N – rik (normal) bosim (reaksiya) kuchi.

• Moddiy nuqtalar sistemasi massalar markazining koordinatalari:

$$x_M = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \; y_M = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \; z_M = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i},$$

bu yerda m_i – i-moddiy nuqtaning massasi; x_i, y_i, z_i – uning koordinatalari.

• Impulsning saqlanish qonuni:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = const \quad \text{yoki} \quad \sum_{i=1}^{N} m_i\vec{\vartheta}_i = const,$$

bu yerda N – sistemaga kiruvchi moddiy nuqtalar (yoki jismlar) soni.

• O'zgarmas kuch ta'sirida bajarilgan ish:

$$\Delta A = \vec{F}\Delta\vec{r} \quad \text{yoki} \quad \Delta A = F\Delta r\cos\alpha.$$

bu yerda α – $\vec{F}$ kuch va $\Delta\vec{r}$ ko'chish vektorlari yo'nalishlari orasidagi burchak.

• O'zgaruvchan kuch ta'sirida bajarilgan ish:

$$A = \int_L F(r)\cos\alpha\, dr,$$

bu yerda integrallash L bilan belgilangan trayektoriya bo'ylab bajariladi.

•Δt vaqt oralig'i uchun o'rtacha quvvat:

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t},$$

•Oniy quvvat:

$$N = \frac{dA}{dt} \text{ yoki } N = F\vartheta\cos\alpha,$$

bu yerda dA – dt vaqt oralig'ida bajarilgan ish.

• Ilgarilanma harakat qilayotgan moddiy nuqta (yoki jism) ning kinetik energiyasi:

$$T = \frac{m\vartheta^2}{2} \text{ yoki } T = \frac{p^2}{2m},$$

• Jismning potensial energiyasi va maydonning muayyan nuqtasida jismga ta'sir etayotgan kuch o'zaro quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$\vec{F} = -\operatorname{grad}\Pi \text{ yoki } \vec{F} = -\left(\vec{i}\frac{\partial\Pi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\Pi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\Pi}{\partial z}\right),$$

bu yerda $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ –birlik vektorlar (ortlar). Xususiy holda, kuch maydoni markaziy maydon (masala uchun gravitatsion maydon) bo'lganda:

$$\vec{F} = -\frac{\partial\Pi}{\partial r}\frac{\vec{r}}{r},$$

•Elastik deformatsiyalangan jism yoki cho'zilgan prujinaning potensial energiyasi:

$$\Pi = \frac{kx^2}{2},$$

•Massalari m_1 va m_2 bo'lgan, bir-biridan r masofada joylashgan ikki moddiy nuqta (yoki ikki jism) orasidagi gravitatsion o'zaro tortishish potensial energiyasi:

$$\Pi = -G\frac{m_1 m_2}{r},$$

•Bir jinsli og'irlik kuchi maydonidagi jismning Yerga nisbatan potensial energiyasi:

$$\Pi = mgh,$$

bu yerda h – jismning potensial energiyani hisoblashda boshlang'ich deb qabul qilingan sathdan balandligi. Bu formula $h << R$ shart bajarilganda o'rinli bo'ladi (R – Yerning radiusi).

•Mexanikada energiyaning saqlanish qonuni faqat konservativ kuchlar ta'sir etadigan yopiq sistemadagina bajariladi va quyidagicha yoziladi:

$$T + \Pi = const.$$

Sharlarning to'g'ri markaziy urilish hodisasiga energiya va impulsning saqlanish qonunlarini tatbiq etib, absolyut noelastik sharlarning urilishdan keyingi tezligi uchun

$$u = \frac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2},$$

va absolyut elastik sharlarning urilishdan keyingi tezliklari uchun

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2}, \quad u_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vartheta_2 + 2m_1\vartheta_1}{m_1 + m_2}$$

formulalarni olamiz. Bu yerda m_1 va m_2 – sharlarning massalari, ϑ_1 va ϑ_2 – mos ravishda ularning urilishgacha bo'lgan tezliklari.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Bir jinsli tayoqchalarning uchlariga ikkita qarama-qarshi yo'nalgan kuchlar qo'yilgan: $F_1 = 40$ N va $F_2 = 100$ N (2.1a-rasm). Tayoqchani 1:2 nisbatda ikkiga bo'luvchi, ko'ndalang kesimiga qo'yilgan T cho'zuvchi kuch aniqlansin.

a b

2.1-rasm

Yechish: agar F_1 va F_2 kuchlar o'zaro teng bo'lganda edi, unda istalgan ko'ndalang kesimdagi cho'zish kuchi bir xil bo'lib, tayoqcha harakatsiz turardi. Lekin, tayoqchaga ta'sir etuvchi kuchlar yig'indisi nolga teng bo'lmagani tufayli tayoqcha tezlanish bilan harakat qiladi. Tezlanishning kattaligi va yo'nalishi Nyutonning ikkinchi qonuniga binoan aniqlanadi $\vec{a} = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right)/m$, bu yerda m – tayoqcha massasi. Ikkala kuch ham to'g'ri chiziq bo'ylab ta'sir etishi tufayli ularning geometrik yig'indisini algebraik yig'indi bilan almashtirish mumkin:

$$a = \frac{F_2 - F_1}{m} \qquad (1)$$

Tezlanish bilan harakat qilganda turli ko'ndalang kesimlarda tayoqchani cho'zish kuchi turlicha bo'ladi. Bu kuchlarni aniqlash uchun quyidagi usulni qo'llaymiz: tayoqchani bizni qiziqtiruvchi ko'ndalang kesimdan ikkiga

ajratamiz va birini, masala uchun chapdagi bo'lakgini tashlab yuboramiz. Chapdagi bo'lakning o'ngdagiga ta'sirini cho'zish kuchi T bilan almashtiramiz (2.1b-rasm). Natijada tayoqchaning m massali o'ngdagi qismi $F_2 - T$ kuchlar farqining ta'siri natijasida miqdori $a = \dfrac{F_2 - T}{m}$ ga teng va yo'nalishi (1) formula bilan ifodalanuvchi, oldingi tezlanish bilan mos keluvchi tezlanish bilan harakat qiladi. Tayoqcha bir jinsli bo'lganligidan $m_1 = m/3$ va binobarin,

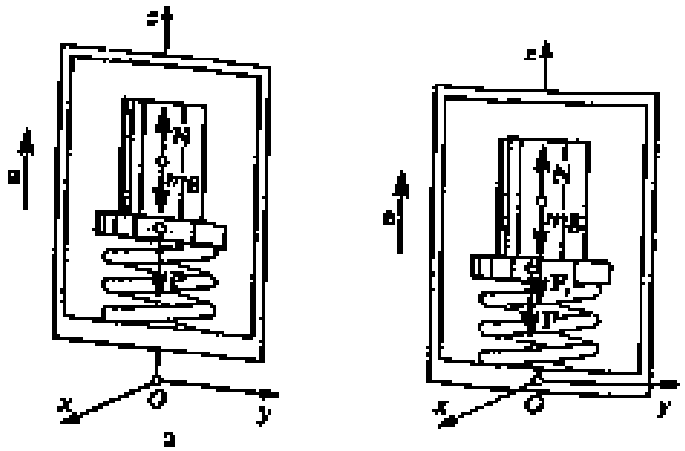
$$a = \frac{F_2 - T}{m/3} \tag{2}$$

(1) va (2) tengliklarning o'ng tomonlarini tenglashtirib, topilgan natijadan cho'zish kuchi T ni aniqlaymiz:

$$T = F_1 - \frac{F_2 - F_1}{3}.$$

F_2 va F_1 larning qiymatlarini o'rniga qo'yamiz: $T = 8(1)$N.

2-masala. Lift ichidagi prujinali tarozida massasi $m = 10$ kg bo'lgan jism turibdi (2.2a-rasm). Lift $a = 2$m/s^2 tezlanish bilan harakatlanmoqda. Liftning tezlanishi: 1) tik yuqoriga; 2) tik pastga yo'nalganda, tarozining ko'rsatishlari aniqlansin.



a 2.2-rasm b

Yechish. Tarozining ko'rsatishlarini topish jismning vazni G ni, ya'ni jism tomonidan prujinaga ta'sir etuvchi kuchni topish demakdir. Lekin bu kuch, Nyutonning uchinchi qonuniga binoan, prujina o'ziga mahkamlangan tarozi pallasi vositasida jismga ta'sir etuvchi N elastik kuchga (tayanchning reaksiya kuchiga) miqdoran teng va yo'nalishi qarama-qarshidir, ya'ni

$$G = -N \text{ yoki } G = N \tag{1}$$

Binobarin, tarozining ko'rsatishini aniqlash tayanchning reaksiyasi N ni aniqlash masalasiga keltiriladi.

Masalani inersial sanoq sistemasida ham, noinersial sanoq sistemasida ham yechish mumkin.

Inersial sanoq sistemasida. Jismga ikkita kuch-og'irlik kuchi $\vec{P}$ va $\vec{N}$ kuch ta'sir etadi. Z o'qni tik yuqoriga yo'naltiramiz va jismga ta'sir etuvchi barcha kuchlarni unga proyeksiyalaymiz. Kuchlar va ularning proyeksiyalari miqdoran mos kelganliklari tufayli proyeksiyalardagi Z ko'rsatkichlarni tashlab yuboramiz. Kuchlarning yo'nalishlarini musbat yoki manfiy ishora bilan hisobga olamiz, harakat tenglamasini yozamiz:

$$N - P = ma.$$

Bundan

$$N = P + ma = mg + ma = m(g + a). \tag{2}$$

(1) va (2) tengliklardan

$$G = m(g + a).$$

Tarozi ko'rsatishini hisoblashda tezlanishning ishorasini hisobga olmoq kerak:

1) tezlanish tik yuqoriga yo'nalgan ($a>0$), u holda

$$G_1 = 10(9,81 + 2)\text{N} = 118\text{ N}.$$

2) tezlanish tik pastga yo'nalgan ($a<0$), u holda

$$G_2 = 10(9,81 - 2)\text{N} = 78\text{ N}.$$

Shuni ta'kidlab o'tamizki, lift tezligining moduli ham, yo'nalishi ham tarozining ko'rsatishiga ta'sir etmaydi. Faqat tezlanishning kattaligi va yo'nalishi ahamiyatga ega.

Noinersial sanoq sistemasida, ya'ni lift bilan birgalikda tezlanish bilan harakat qilayotgan sanoq sistemasida. Bunday sanoq sistemasida Nyuton qonunlari bajarilmaydi. Biroq, Dalamber tamoyili (prinsipi)ga asosan, jismga ta'sir etuvchi kuchlarga qo'shimcha

$$\vec{F}' = -m\vec{a}$$

inersiya kuchi ham qo'yilsa, unda bu kuch hisobga olinganda Nyuton qonunlari o'rinli bo'ladi (bunda $\vec{a}$ sanoq sistemasining tezlanishi). Bu holda jismga ushbu kuch ta'sir qiladi: og'irlik kuchi $\vec{P}$, elastiklik kuchi $\vec{N}$ va inersiya kuchi $\vec{F}'$ (2.2b-rasm). Bu kuchlar ta'sirida jism mazkur noinersial sanoq sistemasida tinch turadi. Demak, dinamika tenglamalari (Nyuton

qonunlari) o'rniga statika qonunlaridan foydalanish mumkin. Agar jism kuchlar sistemasi ta'sirida harakatsiz turса, demak, bu kuchlarning geometrik yig'indisi nolga teng. Mazkur holda bu quyidagi tenglikda ifodalanadi:

$$\bar{F}_1 + \bar{N} + \bar{F}_c = 0.$$

Bu kuchlarni z o'qiga proyeksiyalaymiz va ularning proyeksiyalari uchun mos tengliklarni yozamiz (z indeksini tushirib qoldiramiz):

$$N - F - mg = 0,$$

bundan tayanchning reaksiya kuchi

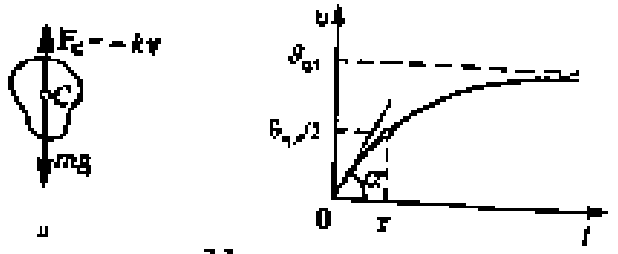
$$N = F + mg = m(g + a). \qquad (3)$$

(1) va (3) tenglikdan

$$G = m(g + a),$$

natija kelib chiqadiki, u inersial sanoq sistemasida olingan natija bilan mos.

3-masala. Jism katta balandlikdan tushganda uning harakati barqaror bo'lgandagi ϑ_{cr} tezligi 80 m/s ga yetadi. Jismning tushish boshlangan momentidan tezligi $1/2\vartheta_{cr}$ ga erishguncha ketgan vaqt τ aniqlansin. Havoning qarshilik kuchi jism tezligiga proporsional deb olinsin.



a б

2.3-rasm

Yechish. Tushayotgan jismga ikkita kuch (2.3a-rasm) - og'irlik kuchi mg va havoning qarshilik kuchi $\bar{F}_q$ ta'sir qiladi. Masalaning shartiga ko'ra, havoning qarshilik kuchi jismning tezligiga proporsional va uning harakat yo'nalishiga qarama-qarshidir:

$$\bar{F}_q = -k\bar{\vartheta} \qquad (1)$$

bu yerda k – jismning o'lchamlari, shakli va atrof-muhitning xossalariga bog'liq bo'lgan proporsionallik koeffitsiyenti.

Nyutonning ikkinchi qonuniga binoan, jismning harakat tenglamasini vektor ko'rinishda yozamiz:

$$m\frac{d\bar{\vartheta}}{dt} = m\bar{g} - \bar{F}_q,$$

$\bar{F}_q$ ni (1) ga asosan almashtirib, quyidagini olamiz:

$$m\frac{d\bar{\vartheta}}{dt} = m\bar{g} - k\bar{\vartheta} \qquad (2)$$

Barcha vektor kattaliklarni tik yo'nalgan o'qqa proyeksiyalab, tenglamani proyeksiyalar uchun yozamiz:

$$m\frac{d\vartheta}{dt} = mg - k\vartheta,$$

o'zgaruvchilarni ajratib quyidagini olamiz

$$\frac{d\vartheta}{mg - k\vartheta} = \frac{dt}{m}.$$

Vaqt noldan to izlanayotgan vaqt gacha o'zgarganda tezlik noldan $1/2\vartheta_{cr}$ gacha o'sishini hisobga olib (2.3b-rasm), integrallashni bajaramiz:

$$\int_0^{\vartheta_{cr}/2} \frac{d\vartheta}{mg - k\vartheta} = \int_0^{\tau} \frac{dt}{m}, \qquad -\frac{1}{k}\ln(mg - k\vartheta)\Big|_0^{\vartheta_{cr}/2} = \frac{\tau}{m}.$$

Tenglikning chap tomoniga integrallashning chegara qiymatlarini qo'yamiz:

$$-\frac{1}{k}\ln\frac{mg - \frac{1}{2}k\vartheta_{cr}}{mg} = \frac{\tau}{m},$$

hosil bo'lgan ifodadan izlanayotgan vaqtni topamiz:

$$\tau = \frac{m}{k}\ln\frac{mg}{mg - \frac{1}{2}k\vartheta_{cr}}. \qquad (3)$$

Ifodada qatnashayotgan proporsionallik koeffitsiyenti k ni quyidagi mulohazalarga asoslanib aniqlaymiz. Harakat barqaror bo'lganda (tezlik o'zgarmas) jismga ta'sir etuvchi kuchlar proyeksiyalarining (z o'qiga) algebraik yig'indisi nolga teng bo'ladi, ya'ni $mg - k\vartheta_{cr} = 0$ bundan

$$k = \frac{mg}{\vartheta_{cr}}.$$

k ning topilgan qiymatini (3) formulaga qo'yamiz:

$$\tau = \frac{m\vartheta_{cr}}{\vartheta_{cr}mg}\ln\frac{mg}{mg - \frac{1}{2}\frac{mg}{\vartheta_{cr}}\vartheta_{cr}}.$$

qisqartirish va soddalashtirishlarni bajarib, quyidagini olamiz:

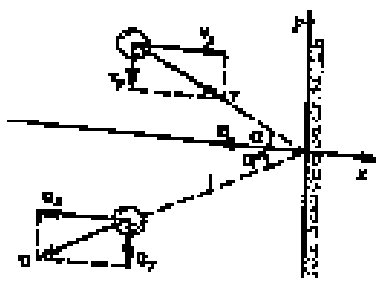
$$\tau = \frac{\vartheta}{\pi N}\ln 2.$$

Mazkur holda o'lchamlarni tekshirib o'tirish shart emas, chunki natija ochiq oydin ko'rinib turibdi. Bu formulaga $\vartheta_0 = 0{,}1$ va $\ln 2 \approx 0{,}7$ larni qiymatlarini qo'yib va hisoblashni bajarib, vaqtni topamiz: $\tau = 5{,}6$ s.

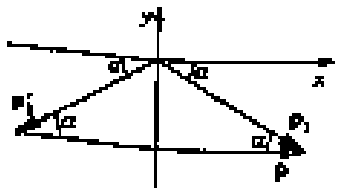
4-masala. $m = 0{,}3$ kg massali shar $\vartheta = 10$ m/s tezlik bilan harakat qilib, tezlik yo'nalishi urilish nuqtasiga o'tkazilgan normal bilan $\alpha = 30°$ burchak hosil qilgan holda qo'zg'almas silliq devorga elastik urildi. Devor olgan impuls aniqlansin.

Yechish. Dastlab masala shartini tahlil qilaylik. Devor qo'zg'almas, shuning uchun unga biriktirilgan sanoq sistemasi inersial bo'ladi. Devorga urilish elastik, demak, mexanik energiyaning saqlanish qonunidan foydalanish mumkin. Bundan esa, agar devorning massasi sharning massasidan juda katta ekanligini hisobga olsak, urilishgacha $|\vec{v}|$ va urilishdan keyingi $|\vec{u}|$ shar tezliklari modullarining teng ekanligi ravshan.

Sharning devordan qaytish burchagi α' sharning urilish burchagi α ga tengligini ko'rsataylik. $\vec{\vartheta}$ va $\vec{v}$ vektorlarning Ox va Oy koordinata o'qlariga proyeksiyasini tushiramiz (2.4-rasm). Devor silliq bo'lganligi tufayli $v_x = -\vartheta_x$. Bundan tashqari $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ ligini hisobga olib, $u_x = -\vartheta_x$ ni hosil qilamiz. Bundan esa tushish va qaytish burchaklarining tengligi ($\alpha' = \alpha$) kelib chiqadi.



2.4-rasm



2.5-rasm

Devor olgan impulsni aniqlash uchun impulsning saqlanish qonunidan foydalanamiz. Bizning hol uchun bu qonunni quyidagicha yozish mumkin:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_1' + \vec{p}.$$

Bunda $\vec{p}_1$ va $\vec{p}_1'$ sharning urilishgacha va urilishdan keyingi impulslari: $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_1'|$. Bundan devor olgan impuls:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_1'.$$

2.5-rasmdan ko'rinib turibdiki, $\vec{p}$ va Ox o'q bilan bir tomonga yo'nalgan va uning moduli. Bunga impulsning ifodasi $p = mv$ ni qo'yib quyidagini olamiz:

$$p = 2mv\cos\alpha.$$

Hisoblash o'tkazamiz:

$$p = 2 \cdot 0{,}3 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{kg} \cdot \text{m/s} = 5{,}20\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

5-masala. Uzunligi L va massasi M bo'lgan qayiq sokin hovuz suvida qirg'oqqa tik, tumshug'i bilan o'girilib turibdi. Uning quyruq qismida m massali odam bor. Agar odam qayiqning quyrug'idan tumshug'iga o'tsa, qayiq qirg'oqqa qancha S masofaga yaqinlashadi? Suv va havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

Yechish. 1-usul. Yechishni soddalashtirish uchun odam qayiqda o'zgarmas tezlik bilan yurmoqda deb hisoblaymiz. Bu holda qayiq ham tekis harakatlanadi. Shuning uchun qayiqning qirg'oqqa nisbatan siljishini quyidagi formula yordamida aniqlaymiz

$$S = \vartheta t. \qquad (1)$$

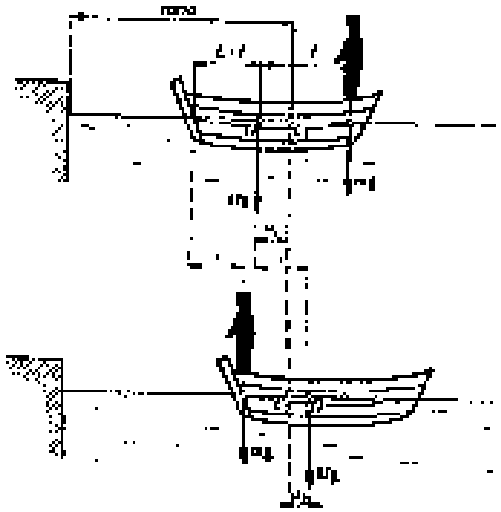
Bunda ϑ – qayiqning qirg'oqqa nisbatan tezligi; t–odamning va qayiqning harakatlanish vaqti. Odamning ko'chish yo'nalishini musbat deb qabul qilamiz.

Qayiqning tezligi ϑ ni impulsning (harakat miqdorining) saqlanish qonunidan foydalanib topamiz[1]. Masalaning shartiga ko'ra, odam-qayiq sistemasi boshlang'ich momentda qirg'oqqa nisbatan tinch holatda bo'lganligi uchun, impulsning saqlanish qonunidan $M\vartheta - mv = 0$ formulani olamiz, bunda v-odamning qirg'oqqa nisbatan tezligi; manfiy ishora odam va qayiq tezliklari yo'nalishlarining qarama-qarshiligini ko'rsatadi. Bundan

$$\vartheta = \frac{mv}{M}.$$

Qayiqning harakatlanish vaqti t odamning qayiq bo'ylab ko'chish vaqtiga teng, ya'ni $t = S_1 / v = (L - S)/v$, bunda S_1 odamning qirg'oqqa nisbatan ko'chishi. ϑ va t uchun hosil qilingan ifodalarni (1) ga qo'yib quyidagini topamiz:

[1] Mazkur holda odam – qayiq sistemasini aniq deb hisoblash mumkin, chunki sistemani alohida olingan jismlarga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning vektor yig'indisi nolga teng.



2.6-rasm

$$S = \frac{mr}{M}\left(\frac{L-N}{n}\right) - \frac{m}{M}(l-N).$$

Bundan $S = \frac{ml}{n+M}$. Shuni ta'kidlaymizki, odamning harakatini bir tekis deb qabul qilish shart emas. Masalani yechishning quyida keltiriladigan umumiyroq usulida bunday farazdan foydalanilmaydi.

2-usul. Impulsning saqlanish qonunining natijasiga ko'ra, jismlar sistemasining ichki kuchlari sistema og'irlik markazining ko'rinini o'zgartirolmaydi. Bu natijani odam-qayiq sistemasiga qo'llab, odam qayiq bo'ylab ko'chganda sistemaning og'irlik markazi o'rnini o'zgartirmaydi, ya'ni qirg'oqqa nisbatan dastlabki masofada qoladi, deb hisoblash mumkin. Aytaylik, hoshlang'ich paytda odam-qayiq sistemasining og'irlik markazi qayiqning C_1 nuqtasidan o'tuvchi tiklikda (2.6-rasm), qayiq qo'zg'algandan keyin esa, uning boshqa C_2 nuqtasidan o'tuvchi tiklikda yotsin.

Bu tiklik qirg'oqqa nisbatan qo'zg'almas bo'lganligidan, qayiqning qirg'oqqa nisbatan qidirilayotgan ko'chishi S qayiqning tiklikka nisbatan ko'chishiga teng. Keyingisini esa qayiqning og'irlik markazi O ning ko'chishidan osongina aniqlash mumkin. 2.6-rasmdan ko'rinib turibdiki, hoshlang'ich paytda O nuqta tiklikdan chap tomonda a_1 masofadaydan o'tgandan keyin esa – o'ng tomonda a_2 masofada turibdi. Demak, qayiqning izlanayotgan ko'chishi

$$S = a_1 + a_2. \qquad (2)$$

a_1 va a_2 ni aniqlash uchun esa sistemaning og'irlik kuchi markaziga nisbatan qayiq va odamning og'irlik kuchlari momentlarining tengligidan foydalanamiz. C_1 nuqta uchun $Mga_1 = mg(l-a_1)$ o'rinli, bunda l- odamdan

*Aniqrog'i massa markazi (sistemaning inersiya markazi) haqida gapirish kerak edi. Lekin qirg'oq jismlar sistemasi og'irlik kuchining bir jinsli maydonida bo'lgani holda massalar markazi va og'irlik kuchi markazi mos keladi.

qayiqning og'irlik markazigacha bo'lgan dastlabki masofa. Bundan $a_1 = ml/(M+m)$ natijani olamiz. C_2 nuqta uchun esa $Mga_2 = mg(L-a_2-l)$, bundan $a_2 = m(L-l)/(M+m)$.

a_1 va a_2 larning ifodalarini (2) formulaga qo'yib, birinchi usul bilan olingan natijaga mos keluvchi

$$S = ml/(m+M)$$

ifodani hosil qilamiz.

6-masala. Ikkita $m_1 = 2,5$kg va $m_2 = 1,5$ kg massali sharlar bir-birlariga tomon $\vartheta_1 = 6$m/s va $\vartheta_2 = 2$m/s tezliklar bilan harakatlanmoqda. 1) Sharlarning urilishdan keyingi tezligi u; 2) sharlarning urilishdan oldingi T_1 va urilishdan keyingi T_2 kinetik energiyalari; 3) sharlar kinetik energiyasining ichki energiyaga aylangan qismi aniqlansin. Urilish to'g'ri, noelastik deb hisoblansin.

Yechish: 1. Noelastik sharlar to'qnashishidan so'ng o'zining dastlabki shaklini tiklamaydilar. Demak, sharlarni bir-biridan itaruvchi kuchlar vujudga kelmaydi va ular urilishdan so'ng birgalikda, bir xil u tezlik bilan harakat qiladilar. Bu tezlikni harakat miqdorining saqlanish qonunidan aniqlaymiz. Sharlar bir to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanganliklari uchun ham bu qonunni skalyar shaklda yozish mumkin:

$$m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 = (m_1+m_2)u,$$

Bundan

$$u = (m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2)/(m_1+m_2).$$

Birinchi shar tezligining yo'nalishini musbat deb qabul qilamiz. Unda, birinchi sharga qarama-qarshi harakatlanayotgan ikkinchi shuming tezligini manfiy ishora bilan olmoq kerak:

$$u = (2,56-1,52)/(2.5+1,5)\text{m/s} = 3\text{m/s}$$

2. Sharlarning urilishdan oldingi va urilishdan keyingi kinetik energiyalarini quyidagi formulalardan aniqlaymiz:

$$T_1 = \frac{m_1\vartheta_1^2}{2} + \frac{m_2\vartheta_2^2}{2}; T_2 = \frac{(m_1+m_2)}{2}u^2.$$

Shu formulalar bo'yicha hisoblashlarni o'tkazib quyidagilarni olamiz

$$T_1 = \left(\frac{2,5\cdot 6^2}{2} + \frac{1,5\cdot 2^2}{2}\right)\text{J} = 48\text{J}.\ T_2 = \frac{(2,5+1,5)}{2}\cdot 3^2\text{J} = 18\text{J}.$$

3. Sharlarning urilishdan oldingi va urilishdan keyingi kinetik energiyalarini solishtirish noelastik urilish natijasida sharlarning kinetik

energiyalarining kamayganligini va buning hisobiga ularning ichki energiyalarining ortganligini ko'rsatadi. Sharlar kinetik energiyasining ularning ichki energiyasini orttirishga sarflangan qismini quyidagi munosabatdan aniqlaymiz:

$$\omega = \frac{T_2 - T_1}{T} \cdot \omega = 0{,}62.$$

7-masala. Massasi m_1 bo'lgan, muayyan ϑ tezlik bilan gorizont yo'nalishida harakatlanayotgan shar m: massali harakatsiz shar bilan to'qnashdi. Urilish to'g'ri, sharlar esa absolyut elastik. Birinchi shar o'z kinetik energiyasining qancha qismi ω ni ikkinchi sharga beradi?

Yechish. Birinchi shar energiyasining qancha qismi ikkinchi sharga berilganligi ushbu munosabat orqali ifodalanadi:

$$\omega = \frac{T_2'}{T_1} = \frac{m_2 u^2}{m_1 \vartheta_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u}{\vartheta_1}\right)^2 \qquad (1)$$

bu yerda T_1 – birinchi sharning urilishgacha bo'lgan kinetik energiyasi u va T_2' ikkinchi sharning urilishdan keyingi tezligi va kinetik energiyasi. (1) ifodadan ko'rinib turibdiki ω ni aniqlash uchun u ni topish kerak. Absolyut elastik qismlar to'qnashganda bir paytning o'zida ikkita harakat miqdorining va mexanik energiyaning saqlanish qonunlari bajarilishidan foydalanamiz. Urilishgacha ikkinchi shar harakatsiz bo'lganligini hisobga olib, harakat miqdorining saqlanish qonunidan $m_1\vartheta_1 = m_1 u_1 + m_2 u$ ifodani olamiz. Mexanikada energiyaning saqlanish qonunidan $\frac{m_1\vartheta_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u^2}{2}$. Bu so'nggi ikki tenglamani birgalikda yechib, quyidagini topamiz:

$$u_2 = 2m_1\vartheta_1 / (m_1 + m_2).$$

u_2 ning bu ifodasini (1) tenglikka qo'yib ω ni topamiz

$$\omega = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2m_1\vartheta_1}{\vartheta_1(m_1 + m_2)}\right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Bu munosabatdan ko'rinib turibdiki, energiyaning uzatiladigan qismining kattaligi to'qnashuvchi sharlarning massalarigagina bog'liq. Agar sharlarning o'rinlari almashsa ham energiyaning uzatiladigan qismi kattaligi o'zgarmaydi.

8-masala. $m_1 = 200$ kg massali bosqon sandon bilan birgalikdagi massasi 2500 kg bo'lgan m_2 massali bolg'alanuvchiga tushmoqda. Bosqonning zarba

paytidagi tezligi 2 m/s ga teng. 1) bosqonning zarba paytidagi kinetik energiyasi T_1; 2) asosga berilgan energiya T_2; 3) bolg'alanuvchining shaklini o'zgartirishga sarflangan energiya T; 4) bosqonning bolg'alanuvchiga zarbasining foydali ish koeffitsiyenti (FIK) η aniqlansin. Bosqonning bolg'alanuvchiga zarbasi noelastik deb qaralsin.

Yechish: 1. Bosqonning zarba paytidagi kinetik energiyasini $T_1 = \frac{m_1\vartheta_1^2}{2}$ formulaga asosan topamiz m_1 va ϑ larning qiymatlarini qo'yib va hisoblash o'tkazib T_1 ni topamiz: $T_1 = 400$ J.

2. Asosga berilgan energiyani aniqlash uchun bevosita zarbadan so'nggi ondagi bosqon bolg'alanuvchi (sandon bilan birgalikda) sistemasining tezligini topamiz.

Buning uchun, ikki jismning noelastik urilishi holida quyidagi ko'rinishga ega bo'ladigan impulsning saqlanish qonunini qo'llaymiz

$$m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 = (m_1 + m_2)u \qquad (1)$$

bu yerda ϑ_1 – bolg'alanuvchining (sandon bilan birgalikdagi) zarbadan oldingi tezligi; u – bosqon va bolg'alanuvchining (sandon bilan birgalikda) bevosita zarbadan keyingi tezligi. Zarbagacha bolg'alanuvchi va sandon harakatsiz turganliklari uchun $\vartheta_2 = 0$. Noelastik urilishda deformatsiya (shaklning o'zgarishi) tiklanmaydi, natijada bosqon va bolg'alanuvchi (sandon bilan birgalikda) bir butun sistema sifatida, ya'ni bir xil u tezlik bilan harakatlanadi. (1) formuladan bu tezlikni topamiz:

$$u = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vartheta_1 \qquad (2)$$

Asosning qarshiligi natijasida tezlik u tez so'nadi, bosqon-bolg'alanuvchi (sandon bilan birgalikda) sistemasining kinetik energiyasi esa asosga uzatiladi. Bu energiyani quyidagi formula bo'yicha topamiz:

$$T_2 = \frac{m_1 + m_2}{2}u^2.$$

Tezlik u ni (2) ifodasi bilan almashtiramiz:

$T_2 = \frac{m_1^2\vartheta_1^2}{2(m_1 + m_2)}$ yoki $T_1 = \frac{m_1\vartheta_1^2}{2}$ ekanligini hisobga olib, yozamiz:

$$T_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}T_1 \qquad (3)$$

m_1, m_2, T_1 larning qiymatlarini (3) tenglamaga qo'yib va hisoblash o'tkazib, T_2 ni topamiz: $T_2 = 29,6$ J.

3. Bosqichning zarbagacha bo'lgan energiyasi T. T asosga berilgan energiya. Binobarin bolg'alanuvchining shaklini o'zgartirish uchun foydalanilgan energiya

$$T = T_1 - T.$$

Bu ifodaga T_1, T_2 larning qiymatlarini qo'yib, T ni topamiz:

$$T = 370 \text{ J}.$$

4. Bosqichning vazifasi-sandon ustida turgan bolg'alanuvchiga zarba berish yo'li bilan uning shaklini o'zgartirishdir. Demak, T energiyani foydali energiya deb hisoblash kerak. Bosqichning bolg'alanuvchiga zarbasining FIK bolg'alanuvchining shaklini o'zgartirishga sarflanmagan T energiyaning sarflangan to'la energiya T_1 ga nisbatiga teng:

$$\eta = \frac{T}{T_1} \text{ yoki } \eta = \frac{T_1 - T}{T_1}.$$

(3) dan T_2 ni oxirgi ifodaga qo'ysak,

$$\eta = m_2 / (m_1 + m_2).$$

m_1, m_2 larning qiymatlarini qo'yib, η ni topamiz:

$$\eta = 92,6\%$$

(9-masalaning oxiridagi eslatmaga qarang).

9-masala. $m_1 = 500$ kg massali qoziqoyoq qoquvchi bolg'aning urgichi $m_2 = 100$ kg massali qoziqoyoqqa $\vartheta_1 = 4$ m/s tezlik bilan tushadi. 1) Urgichning urilish paytidagi kinetik energiyasi T_1; 2) qoziqoyoqni tuproqqa kiritish uchun sarflangan energiya T_2; 3) kinetik energiyaning sistemaning ichki energiyasiga o'tgan qismi T; 4) urgichning qoziqoyoqqa urilishining FIK η aniqlansin. Urgichning qoziqoyoqqa urilishini noelastik deb qaralsin.

Yechish: 1. Urgichning qoziqoyoqqa urilish paytidagi kinetik energiyasini $T_1 = m_1 \vartheta_1^2 / 2$ formulaga binoan topamiz. m_1 va ϑ_1 larning qiymatlarini qo'yib hisoblasak,

$$T_1 = (500 \cdot 4^2) / 2 \text{ J} = 4000 \text{ J} = 4 \text{ kJ}.$$

2. Qoziqni tuproqqa kiritishga sarflangan energiyani topish uchun urgich qoziqoyoq sistemasining bevosita zarbadan keyingi tezligini topamiz. Buning uchun noelastik urilish holida quyidagi ko'rinishga ega bo'ladigan impulsning saqlanish qonunidan foydalanamiz:

$$m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2 = (m_1 + m_2) u \qquad (1)$$

bu yerda ϑ_1 urgichning zarbadan oldingi tezligi; u—urgich va qoziqoyoqning bevosita zarbadan keyingi tezligi. Qoziqoyoq zarbagacha harakatsiz turganligi uchun $\vartheta_2 = 0$. Urilish noelastik bo'lganligi tufayli urgich va qoziqoyoq urilishdan keyin bir butun sistema sifatida, ya'ni bir xil u tezlik bilan harakatlanadi.

(1) formuladan bu tezlikni topamiz:

$$u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vartheta_1. \qquad (2)$$

Tuproqning qarshiligi natijasida urgich va qoziqoyoqning urilishdan keyingi tezligi tezda so'nadi. Urgich-qoziqoyoq sistemasining kinetik energiyasi esa qoziqoyoqni tuproqqa kiritishga sarflanadi. Bu energiyani

$$T_2 = \frac{m_1 + m_2}{2} u^2$$

formulaga asosan topamiz. Tezlik u ni (2) ifoda bilan almashtiramiz:

$$T_2 = \frac{m_1 \vartheta_1^2}{2(m_1 + m_2)}$$

yoki $T = \frac{m_1 \vartheta_1^2}{2}$ ekanligini hisobga olsak,

$$T_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} T_1 \qquad (3)$$

m_1, m_2, T_1 larning qiymatlarini (3) tenglamaga qo'yib, hisoblashlarni o'tkazsak,

$$T_2 = [500/(500 + 100)] \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ J} = 3,33 \text{ kJ}$$

3. Urgichni zarbagacha bo'lgan energiyasi T_1. T_2—qoziqoyoqni tuproqqa kiritish uchun sarflangan energiya. Demak, energiyaning qoziqoyoqning noelastik deformatsiyalanishi natijasida ichki energiyaga aylangan qismi

$$T = T_1 - T_2.$$

Bu ifodaga T_1, T_2 larning qiymatlarini qo'ysak,

$$T = 0,67 \text{ kJ}.$$

4. Qoziqoyoq qoquvchi bolg'a qoziqoyoqni tuproqqa kiritishga xizmat qiladi; demak, T_2 energiyani foydali energiya deb hisoblash mumkin. Urgichning qoziqoyoqqa urilishining FIK qoziqoyoqni tuproqqa kiritish

uchun sarflangan T_2 energiyaning sarflangan to'la energiya T ga nisbati kabi ifodalanadi:

$$\eta = \frac{T_2}{T_1}$$

(3) formuladagi T_2 ni oxirgi ifodaga qo'yib, quyidagini olamiz.

$$\eta = m_2 / (m_1 + m_2).$$

m_1 va m_2 larning qiymatlarini qo'yib hisoblasak:

$$\eta = 83,3\%.$$

8-va 9 – masalalarni yechishda eslatma. Ikkala misolda ham yagona farqini hisobga olmaganda, bir xil yechildi. Farqi shundaki, foydali energiya sifatida sandon urgichi bolg'alanuvchiga urilganda bolg'alanuvchi shaklini o'zgartirishga sarflangan. T energiya, bolg'aning urgichi qoziqqoyoqqa urilganda esa-qoziqqoyoqni tuproqqa kiritish uchun sarflangan energiya olindi.

Masalalar

Nyutonning ikkinchi qonuni

2.1. Silliq stol ustida massasi $m = 4$ kg bo'lgan taxtacha (brusok) turibdi. Taxtachaga chilvir bog'langan bo'lib, chilvirning ikkinchi uchida stol sirtiga parallel yo'nalgan $F=10$ N kuch qo'yilgan. Taxtachaning tezlanishi a topilsin.

2.2. Stolda $m_1=4$ kg massali aravacha turibdi. Aravachaga ikkinchi uchi chig'ir orqali tashlangan chilvir bog'lab qo'yilgan. Agar chilvirning ikkinchi uchiga $m_2=1$ kg massali tosh osilsa, aravacha qanday a tezlanish bilan harakat qiladi?

2.3. Prujinali taroziga chig'ir osilgan. Chig'ir orqali tashlangan chilvirning uchlariga massalari $m_1 = 1,5$ kg va $m_2 = 3$ kg bo'lgan yuklarni bog'ladilar. Yuklar harakatlangan paytda tarozining ko'rsatishi qanday bo'ladi? Chig'irning va chilvirning massalari hisobga olinmasin.

2.4. Massalari $m_1=1$ kg va $m_2=4$ kg bo'lgan, chilvir bilan birlashtirilgan ikkita taxtacha stol ustida yotibdi. Agar ulardan biriga gorizontal yo'nalgan $F=10$ N kuch qo'yilsa, tayoqchalar qanday a tezlanish bilan harakatlanadi? Agar 10 N kuch birinchi tayoqchaga qo'yilgan bo'lsa, chilvirning taranglik kuchi T nimaga teng bo'ladi? Ikkinchi tayoqchaga qo'yilgan bo'lsa-chi? Ishqalanish hisobga olinmasin.

2.5. Massasi $m=4$ kg bo'lgan tayoqcha silliq stol ustida yotibdi. Tayoqchaga stolning qarama-qarshi qirralarida harakatsiz qilib mahkamlangan chig'irlar orqali oshirib tashlangan ikkita chilvir bog'langan. Chilvirlarning uchlariga massalari $m_1 = 1$ kg va $m_2 = 2$ kg bo'lgan toshlar osilgan. Tayoqchaning harakatlanish tezlanishi a va har bir chilvirning taranglik kuchi T topilsin. Chig'irlarning massalari va ishqalanishi hisobga olinmasin.

2.6. Gorizont tekisligi bilan $\alpha = 25°$ burchak tashkil qiluvchi qiya tekislikning uzunligi $l = 2$ m. Tekis tezlanuvchan harakat qiluvchi jism bu tekislikdan $t = 2$ s vaqtda sirpanib tushdi. Jismning tekislikka ishqalanish koeffitsiyenti μ aniqlansin.

2.7. Massasi $m = 2$ kg bo'lgan moddiy nuqta F kuch ta'sirida $v = At + Bt^2 + Ct^3$ tenglama bo'yicha harakat qiladi (bu yerda $C = 1 \text{ m/s}^3$, $D = 0,2 \text{ m/s}^4$). Vaqtning $t_1 = 2$ s va $t_2 = 3$ s momentlari uchun bu kuchning qiymati topilsin. Vaqtning qaysi momentida kuch nolga teng bo'ladi?

2.8. $m = 1$ t massali bosqon $h = 2$ m balandlikdan sandonga tushadi. Zarbaning ta'sir etish vaqti $t = 0,01$ s. Zarba kuchining o'rtacha qiymati (F) aniqlansin.

2.9. Muz ustida $\vartheta_0 = 20 \text{ m/s}$ boshlang'ich tezlik bilan harakatlantirilgan shayba $t = 40$ s dan keyin to'xtadi. Shaybaning muzga ishqalanish koeffitsiyenti μ topilsin.

2.10. $m = 1$ kg massali moddiy nuqta tekis harakatlanib, $t = 2$ s vaqt davomida radiusi $r = 1,2$ m bo'lgan chorak aylana chizadi. Moddiy nuqta impulsining o'zgarishi topilsin.

2.11. $m = 5$ kg massali jism gorizont tekisligiga nisbatan $\alpha = 30°$ burchak ostida $\vartheta_0 = 20 \text{ m/s}$ boshlang'ich tezlik bilan otilgan. Havoning qarshiligini hisobga olmay: 1) uchish vaqtida jismga ta'sir etuvchi kuch impulsi F; 2) uchish vaqtida jism impulsining o'zgarishi Δp topilsin.

2.12. Massasi $m = 100$ g bo'lgan sharcha $h = 2,5$ m balandlikdan massasi sharchaning massasidan ko'p marta katta bo'lgan gorizontal toshtaxtaga tushdi va urilib undan yuqoriga sakradi. Urilishni absolyut elastik deb hisoblab, toshtaxta olgan impuls p aniqlansin.

2.13. Massasi $m = 300$ g bo'lgan sharcha devorga urildi va sakrab orqaga qaytdi. Agar urilishdan oldin sharcha devor sirtiga $\alpha = 30°$ burchak ostida yo'nalgan va $\vartheta_0 = 10 \text{ m/s}$ tezlikka ega bo'lgan bo'lsa, devor olgan impuls p aniqlansin. Urilish absolyut elastik deb hisoblansin.

uchun sarflangan T_2 energiyaning sarflangan to'la energiya T_1 ga nisbati kabi ifodalanadi:

$$\eta = \frac{T_2}{T_1}$$

(3) formuladagi T_2 ni oxirgi ifodaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$\eta = m_1 : (m_1 + m_2).$$

m_1 va m_2 larning qiymatlarini qo'yib hisoblasak:

$$\eta \approx 83{,}3\%.$$

8-va 9 – masalalarni yechishda eslatma. Ikkala masala ham yagona farqini hisobga olmaganda bir xil yechildi. Farqi shundaki, foydali energiya sifatida sandon urgichi bolg'alanuvchiga urilganda bolg'alanuvchi shaklini o'zgartirishga sarflangan. T energiya, bolg'aning urgichi qoziqqoyoqqa urilganda esa-qoziqqoyoqni tuproqqa kiritish uchun sarflangan energiya olindi.

Masalalar

Nyutonning ikkinchi qonuni

2.1. Silliq stol ustida massasi m 4 kg bo'lgan taxtacha (hasaka) turibdi. Taxtachaga chilvir bog'langan bo'lib, chilvirning ikkinchi uchida stol sirtiga parallel yo'nalgan F=10 N kuch qo'yilgan. Taxtachaning tezlanishi a topilsin.

2.2. Stolda m_1=4 kg massali aravacha turibdi. Aravachaga ikkinchi uchi chig'ir orqali tashlangan chilvir bog'lab qo'yilgan. Agar chilvirning ikkinchi uchiga m_2=1 kg massali tosh osilsa, aravacha qanday a tezlanish bilan harakat qiladi?

2.3. Prujinali taroziga chig'ir osilgan. Chig'ir orqali tashlangan chilvirning uchlariga massalari m_1=1,5 kg va m_2 3 kg bo'lgan yuklarni bog'ladilar. Yuklar harakatlangan paytda tarozining ko'rsatishi qanday bo'ladi? Chig'irning va chilvirning massalari hisobga olinmasin.

2.4. Massalari m_1=1 kg va m_2=4 kg bo'lgan, chilvir bilan birlashtirilgan ikkita taxtacha stol ustida yotibdi. Agar ulardan biriga gorizontal yo'nalgan F=10 N kuch qo'yilsa, tayoqchalar qanday a tezlanish bilan harakatlanadi? Agar 10 N kuch birinchi tayoqchaga qo'yilgan bo'lsa, chilvirning taranglik kuchi T nimaga teng bo'ladi? Ikkinchi tayoqchaga qo'yilgan bo'lsa-chi? Ishqalanish hisobga olinmasin.

2.5. Massasi m=4 kg bo'lgan tayoqcha silliq stol ustida yotibdi. Tayoqchaga stolning qarama-qarshi qirralarida harakatsiz qilib mahkamlangan chig'irlar orqali oshirib tashlangan ikkita chilvir bog'langan.

Chilvirlarning uchlariga massalari m_1=1 kg va m_2=2 kg bo'lgan toshlar osilgan. Tayoqchaning harakatlanish tezlanishi a va har bir chilvirning taranglik kuchi T topilsin. Chig'irlarning massalari va ishqalanishi hisobga olinmasin.

2.6. Gorizont tekisligi bilan $\alpha = 25°$ burchak tashkil qiluvchi qiya tekislikning uzunligi l=2 m. Tekis tezlanuvchan harakat qiluvchi jism bu tekislikdan t=2 s vaqtda sirpanib tushdi. Jismning tekislikka ishqalanish koeffitsiyenti μ aniqlansin.

2.7. Massasi m=2 kg bo'lgan moddiy nuqta F kuch ta'sirida $v = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ tenglama bo'yicha harakat qiladi (bu yerda C = 1 m/s², D = 0,2 m/s³). Vaqtning t_1=2 s va t_2=5 s momentlari uchun bu kuchning qiymati topilsin. Vaqtning qaysi momentida kuch nolga teng bo'ladi?

2.8. m = 1 t massali bosqon h=2 m balandlikdan sandonga tushadi. Zarbaning ta'sir etish vaqti τ = 0,01 s. Zarba kuchining o'rtacha qiymati $\langle F \rangle$ aniqlansin.

2.9. Muz ustida ϑ_0 = 20 m/s boshlang'ich tezlik bilan harakatlantirilgan shayba t=40 s dan keyin to'xtadi. Shaybaning muzga ishqalanish koeffitsiyenti μ topilsin.

2.10. m = 1 kg massali moddiy nuqta tekis harakatlanib, t=2 s vaqt davomida radiusi r = 1,2 m bo'lgan chorak aylana chizadi. Moddiy nuqta impulsining o'zgarishi topilsin.

2.11. m = 5 kg massali jism gorizont tekisligiga nisbatan $\alpha = 30°$ burchak ostida ϑ_0 = 20 m/s boshlang'ich tezlik bilan otilgan. Havoning qarshiligini hisobga olmay: 1) uchish vaqtida jismga ta'sir etuvchi kuch impulsi F; 2) uchish vaqtida jism impulsining o'zgarishi Δp topilsin.

2.12. Massasi m = 100 g bo'lgan sharcha h=2,5 m balandlikdan massasi sharchaning massasidan ko'p marta katta bo'lgan gorizontal toshtaxtaga tushdi va urilib undan yuqoriga sakradi. Urilishni absolyut elastik deb hisoblab, toshtaxta olgan impuls p aniqlansin.

2.13. Massasi m=300 g bo'lgan sharcha devorga urildi va sakrab orqaga qaytdi. Agar urilishdan oldin sharcha devor sirtiga $\alpha = 30°$ burchak ostida yo'nalgan va ϑ = 10 m/s tezlikka ega bo'lgan bo'lsa, devor olgan impuls F aniqlansin. Urilish absolyut elastik deb hisoblansin.

2.14. Massasi $m = 0{,}2$ kg bo'lgan jism balandligi $h = 2$ m bo'lgan novdan ishqalanishsiz sirpanib tushmoqda. Jismning boshlang'ich tezligi nolga teng. Jism impulsining o'zgarishi va jism harakatlanganda unga ta'sir etadigan impuls p topilsin.

2.15. Yer sirtidan tik yuqoriga qarab uchirilgan $m = 1$ t massali fazoviy kema $a = 2g$ tezlanish bilan ko'tarilmoqda. Soplodan otilib chiqayotgan gaz oqimining tezligi $v = 1200$ m/s. Sarflanayotgan yoqilg'i miqdori Q_m topilsin.

2.16. Fazo kemasining massasi $m = 3{,}5$ t. Manevr paytida uning dvigatellidan $v = 800$ m/s tezlikda gaz oqimi otilib chiqadi, yoqilg'i sarfi $Q_m = 0{,}2$ kg/s. Dvigatellarning reaktiv kuchi R va uning kemaga beradigan tezlanishi a topilsin.

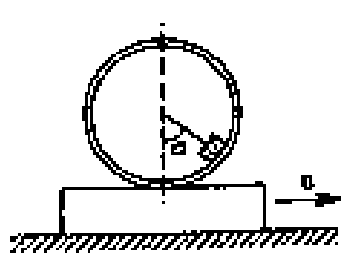
2.17. Parragining d diametri 18 m, massasi $m = 3{,}5$ t bo'lgan vertolyot havoda muallaq turibdi. Parrak havo oqimini qanday tezlik bilan tik pastga haydaydi? Oqim diametri parrak diametriga teng deb hisoblansin.

2.18. $m_2 = 5$ kg massali taxtacha gorizont tekisligida ishqalanishsiz erkin sirpanadi. Uning ustida $m_1 = 1$ kg massali bruskaga taxtacha bor. Taxtachalarning o'zaro tegib turgan sirtlari orasidagi ishqalanish koeffitsiyenti $\mu = 0{,}3$. Yuqoridagi taxtacha sirpana boshlashi uchun pastdagi taxtachaga qo'yilishi kerak bo'lgan kuchning maksimal qiymati F_{max} aniqlansin.

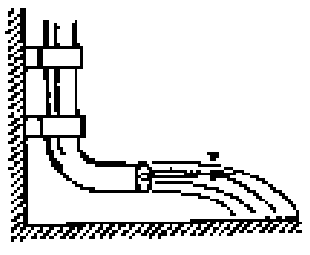
2.19. Gorizont tekisligida $m_2 = 2$ kg massali taxta (brusok) turibdi. Taxtaning sirt bilan ishqalanish koeffitsiyenti $\mu_1 = 0{,}2$. Taxta ustida massasi $m_1 = 8$ kg bo'lgan boshqa taxta turibdi. Yuqoridagi taxtaning pastdagisi bilan ishqalanish koeffitsiyenti $\mu_2 = 0{,}3$. Yuqoridagi taxtaga F kuch qo'yilgan: 1) taxtalar birgalikda sirpana boshlashi uchun zarur bo'lgan F_1 kuchning qiymati; 2) yuqoridagi jism pastdagisiga nisbatan sirpana boshlashi uchun zarur bo'lgan F_2 kuchning qiymati aniqlansin.

2.20. Massasi $M = 6$ t bo'lgan fazo kemasi (raketa) tik yuqoriga ko'tarilmoqda. Kema dvigateli tortish kuchini $F = 500$ kN gacha oshira oladi. Kemaning tezlanishi a va kemaga erkin osilib turgan temir arqon mahkamlangan joydan uzunligining 1/4 qismiga teng uzoqlikda joylashgan nuqtadagi taranglik kuchi T aniqlansin. Temir arqonning massasi 10 kg. Havoning qarshilik kuchi hisobga olinmasin.

2.21. Yassi gorizontal tekislikda massasi juda kichik bo'lgan chambarak turibdi. Chambarakning ichki qismiga 2.7-rasmda ko'rsatilgandek qilib kichkina yukcha mahkamlangan. Burchak $\alpha = 30°$. Yukchali chambarak tekislikka nisbatan o'z holatini o'zgartirmasligi uchun tekislikni suratda ko'rsatilgan yo'nalishda qanday tezlanish a bilan harakatlantirish kerak? Chambarak tekislikda sirpanmaydi.



2.7-rasm



2.8-rasm

2.22. Samolyot gorizont yo'nalishda $a = 20$ m/s^2 tezlanish bilan uchmoqda. Samolyotdagi yo'lovchining ortiqcha yuklanishi qancha? (Ortiqcha yuklanish deb yo'lovchiga ta'sir etuvchi F kuchning og'irlik kuchi P ga nisbatiga aytiladi).

2.23. Kerosin solingan avtosisterna $a = 0{,}7$ m/s^2 tezlanish bilan harakatlanmoqda. Sistemadagi kerosin sathi gorizont tekisligiga nisbatan qanday φ burchak ostida joylashgan?

2.24. Bevosita parovozga tirkalgan suv saqlanadigan vagondagi idishning uzunligi $l = 4$ m. Poyezd $a = 0{,}5$ m/s^2 tezlanish bilan harakatlanganda idishning old va orqa qismlaridagi suv sathlarining farqi Δl qanday bo'ladi?

2.25. Ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 10$ sm^2 bo'lgan harakatsiz quvur $\varphi = 90°$ burchak ostida bukilgan va devorga mahkamlangan (2.8-rasm). Quvurdan hajmiy sarfi $Q_v = 30$ l/s bo'lgan suv oqmoqda. Suv oqimining quvur bukilishi natijasida hosil bo'lgan bosimi F topilsin.

2.26. Suv oqimi oqim yo'nalishiga $\varphi = 60°$ burchak ostida qo'yilgan harakatsiz tekislikka uriladi. Oqimning tezligi $v_1 = 20$ m/s. Ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 5$ sm^2. Oqimning tekislikka bosim kuchi F aniqlansin.

2.27.* Dvigatelining quvvati $N = 50$ kVt, massasi $m = 2$ t bo'lgan kater $v_{max} = 25$ m/s maksimal tezlikka erishadi. Motor o'chirilgach, qancha vaqt t o'tgandan keyin kater o'z tezligining yarmini yo'qotadi? Kater harakatiga

---

* 2.27–2.30-masalalarni yechishdan oldin 2-§ dagi 3-masalani tahlil qilish kerak.

qarshilik kuchi tezlikning kvadratiga proporsional ravishda o'zgaradi, deb qabul qilinsin.

2.28.* $m=10$ kg massali snaryad zenit bo'ylab tik yuqoriga qarab $\vartheta_0=800$ m/s tezlik bilan otildi. Havoning qarshilik kuchini tezlikka proporsional deb hisoblab, snaryadning eng yuqori nuqtaga ko'tarilishi uchun ketgan vaqt t aniqlansin. Qarshilik koeffitsiyenti $k=0{,}25$ kg/s.

2.29.* Yer sirtidan muayyan balandlikda muallaq turgan vertolyotdan massasi $m=100$ kg bo'lgan yuk tashlandi. Havoning qarshilik kuchi tezlikka proporsional ravishda o'zgaradi deb hisoblab, qancha Δt vaqt o'tgandan so'ng yukning tezlanishi a erkin tushish tezlanishining yarmiga teng bo'lishi aniqlansin. Qarshilik koeffitsiyenti $k=10$ kg/s.

2.30.* $m=400$ kg massali motorli qayiq ko'lda harakatlana boshladi. Motorning tortish kuchi $F=0{,}2$ kN. Qarshilik kuchi F_q ni tezlikka proporsional deb hisoblab, harakat boshlanganidan $\Delta t=20$ s keyin qayiqning tezligi ϑ qanday bo'lishi aniqlansin. Qarshilik koeffitsiyenti $k=20$ kg/s.

2.31. Massasi $m=2$ t bo'lgan kater sokin suvda harakatlana boshlab $t=10$ s davomida $\vartheta=4$ m/s tezlikka erishdi. Motorning tortish kuchi o'zgarmas deb hisoblansin. Harakatga qarshilik kuchi F_q tezlikka proporsional deb olinsin; qarshilik koeffitsiyenti $k=100$ kg/s.

2.32. O'qning boshlang'ich tezligi $\vartheta_0=800$ m/s. Havoda harakatlanishda $t=0{,}8$ s vaqt davomida uning tezligi $\vartheta=200$ m/s gacha kamaydi. O'qning massasi $m=10$ g. Havoning qarshilik kuchi tezlikning kvadratiga proporsional deb hisoblab, qarshilik koeffitsiyenti k aniqlansin. Og'irlik kuchining ta'siri hisobga olinmasin.

2.33. Massasi $m=80$ kg bo'lgan parashyutchi uzoq cho'ziladigan sakrashni amalga oshirdi. Havoning qarshilik kuchini tezlikka proporsional deb hisoblab, qancha Δt vaqt o'tgandan so'ng parashyutchining tezligi harakatning qaror topgan tezligining 0,9 qismiga teng bo'lishi aniqlansin. Qarshilik koeffitsiyenti $k=10$ kg/s. Parashyutchining boshlang'ich tezligi nolga teng.

Impulsning saqlanish qonuni

2.34. Massasi $m_1=10$ kg bo'lgan, $\vartheta_1=4$ m/s tezlik bilan harakatlanayotgan shar massasi $m_2=4$ kg va tezligi $\vartheta_2=12$ m/s bo'lgan boshqa bir shar bilan to'qnashadi. Urilishni to'g'ri, noelastik deb hisoblab, quyidagi ikki hol uchun sharlarning urilishdan keyingi tezligi u topilsin:

1) kichik shar shu yo'nalishda harakatlanayotgan katta sharni quvib yetadi; 2) sharlar bir-biriga tomon harakatlanadi.

2.35. $m_1=240$ kg massali qayiqda $m_2=60$ kg massali odam turibdi. Qayiq $\vartheta_1=2$ m/s tezlik bilan suzmoqda. Odam qayiqdan gorizontal yo'nalishda $\vartheta_2=4$ m/s tezlik bilan sakraydi (qayiqqa nisbatan). Qayiqning odam sakragandan keyingi harakat tezligi u quyidagi ikki hol uchun topilsin: 1) Odam qayiq harakati yo'nalishi tomonga sakraydi; 2) qayiq harakati yo'nalishiga qaramaqarshi tomonga sakraydi.

2.36. Yengilgina g'ildiraklar bilan ta'minlangan uzun taxta ko'rinishidagi aravacha polda turibdi. Taxtaning bir uchida odam turibdi. Odamning massasi $M=60$ kg, taxtaning massasi $m=20$ kg. Agar odam taxta bo'ylab $v=1$ m/s tezlik bilan (taxtaga nisbatan) harakatlana boshlasa, aravacha qanday u tezlik bilan (polga nisbatan) harakatlana boshlaydi? G'ildiraklarning massasi va ishqalanishi hisobga olinmasin.

2.37. Oldingi masalada: 1) agar odam taxtaning ikkinchi uchiga o'tsa, taxtaning siljishi; 2) odamning polga nisbatan ko'chishi; 3) aravacha–odam sistemasi massalar markazining taxtaga va polga nisbatan ko'chish masofalari d qandayligi topilsin. Taxtaning uzunligi $l=2$ m.

2.38. Temiryo'l platformasiga qurol o'rnatilgan. Platformaning qurol bilan birgalikdagi massasi $M=15$ t. Quroldan gorizontga nisbatan $\varphi=60°$ burchak ostida temir yo'l yo'nalishida o'q otildi. Agar o'qning massasi $m=20$ kg va uchish tezligi $\vartheta_0=600$ m/s bo'lsa, tepki natijasida platforma qanday tezlik bilan orqaga yuradi?

2.39. $m=10$ kg massali to'p o'qi harakat trayektoriyasining eng yuqori nuqtasida $\vartheta=200$ m/s tezlikka ega bo'lgan. Shu nuqtada u ikki bo'lakka bo'linib ketdi. $m_1=3$ kg massali kichik bo'lak dastlabki yo'nalishda $v_1=400$ m/s tezlik oldi. Katta ikkinchi bo'lakning bo'linishdan keyingi tezligi v_2 topilsin.

2.40. Oldingi masalada, agar o'qning kichik bo'lagi oldinga qarab gorizontga nisbatan $\varphi=60°$ burchak ostida uchsa, o'qning katta bo'lagi qanday tezlik v_2 bilan va gorizontga nisbatan qanday burchak ostida uchadi?

2.41. Massalari $m_1=80$ kg va $m_2=50$ kg bo'lgan ikkita konkida yuguruvchi uzun, taranglantirilgan chilvirning uchlaridan tutgancha muz ustida harakatsiz turishibdi. Ulardan biri chilvirni $\vartheta_1=1$ m/s tezlik bilan yig'ishtirib oradagi masofani qisqartira boshlaydi. Konkida yuguruvchilar muz bo'ylab

bir-biriga tomon qanday u_1 va u_2 tezliklar bilan harakatlanishadi? Ishqalanish e'tiborga olinmasin.

Aylana bo'ylab harakatlanuvchi moddiy nuqta dinamikasi

2.42. R=40 cm radiusli disk tik o'q atrofida aylanmoqda. Diskning chekkasida kubcha turibdi. Ishqalanish koeffitsiyentini μ 0,4 deb hisoblab, kubcha diskdan sirpanib ketishi uchun zarur bo'lgan aylanish chastotasi ν ni toping.

2.43. Akrobat mototsiklda radiusi r=4 m bo'lgan "o'lim sirtmog'i" ni yasamoqda. Yiqilib ketmaslik uchun akrobat halqaning eng yuqori nuqtasidan qanday eng kichik ϑ_{min} tezlik bilan o'tmog'i kerak?

2.44. Chilvirga qadoqtosh osilgan. Toshni chilvir gorizontal ko'rinishni oladigan qilib chetlatdilar va qo'yib yubordilar. Qadoqtosh muvozanat holatidan o'tadigan paytda chilvirning T taranglik kuchining kattaligi qancha? Chilvirning taranglik kuchi qadoqtoshning og'irlik kuchiga teng bo'lgan paytda chilvir tiklik bilan qanday burchak tashkil qiladi?

2.45. Samolyot R=200 m radiusli Nesterov sirtmog'ini yasamoqda. Agar samolyotning tezligi ϑ =200 m/s bo'lsa, uchuvchining eng pastki nuqtada o'rindiqqa ko'rsatadigan bosim kuchi F uchuvchining og'irlik kuchi P dan necha marta katta bo'ladi?

2.46. Uzunligi l=50 cm bo'lgan chilvirga bog'langan yukcha gorizont tekisligida aylanmoqda. Agar aylanish chastotasi ν = 1s^{-1} bo'lsa, chilvir tik yo'nalish (vertikal) bilan qanday burchak hosil qiladi?

2.47. Uzunligi l=1 m bo'lgan ipga bog'langan yukcha gorizont tekisligida aylanmoqda. Agar ip vertikaldan φ =60° burchakka og'gan bo'lsa, aylanish davri T aniqlansin.

2.48. G'ildirak o'qqa o'rnatilganda ogirlik markazi aylanish o'qidan r=0,1 mm masofaga siljib qoldi. Agar g'ildirakning aylanish chastotasi ν = 10s^{-1} bo'lsa, o'qning podshipniklarga ko'rsatadigan bosim kuchi F qanday oraliqda o'zgaradi? G'ildirakning massasi m=100 kg.

2.49. Mototsikl R=11,2 m radiusli tik silindrning ichki sirti bo'ylab yurmoqda. Odam va mototsiklning og'irlik markazi silindrning sirtidan l=0,8m masofada joylashgan. Pokrishkaning silindr sirtiga ishqalanish koeffitsiyenti μ =0,6. Motosiklchi qanday eng kichik ϑ_{min} tezlik bilan yurishi kerak? Shunda uning gorizont tekisligiga nisbatan egilish burchagi qanday bo'ladi?

2.50. Massasi m 5 t bo'lgan avtomobil ϑ =10 m/s tezlik bilan qavariq ko'prikda harakatlanmoqda. Agar ko'prikning egrilik radiusi R=50 m bo'lsa, eng yuqori qismda avtomobilning ko'prikka ko'rsatadigan bosim kuchi F aniqlansin.

2.51. Ichiga suyuqlik solingan idish tik o'q atrofida ν = 2s^{-1} chastota bilan aylanmoqda. Suyuqlikning sirti voronka ko'rinishiga ega. O'qdan r =5 cm masofada joylashgan nuqtalarda suyuqlik sirtining qiyalik burchagi φ nimaga teng?

2.52. Avtomobil yo'lning egrilik radiusi R=200 m bo'lgan aylana qismida bormoqda. G'ildirakning yo'l qoplamasi bilan ishqalanish koeffitsiyenti μ =0,1 (yo'l muzlagan). Avtomobilning tezligi qanday qiymatga yetganda u surilib keta boshlaydi?

2.53. Agar velosiped g'ildiragi qoplamasi va asfalt orasidagi sirpanish ishqalanish koeffitsiyenti μ =0,3 bo'lsa, velosipedchi R=50 m radiusli aylanishdan o'tishda qanday eng katta ϑ_{max} tezlikka erishishi mumkin? Aylana bo'ylab harakatlanganda velosipedning tiklikdan og'ish burchagi qanday bo'ladi?

2.54. Massasi m=2,5 t bo'lgan samolyot ϑ =400 km/s tezlik bilan uchmoqda. U gorizont tekislikda viraj hosil qiladi (viraj-samolyotning aylana yoyi bo'ylab biror burchakka og'ib uchishi). Samolyot trayektoriyasining radiusi R 500 m. Samolyot og'ishining ko'ndalang burchagi φ va uchish paytida qanotlarning ko'tarish kuchi F topilsin.

2.55. Val ν = 2400 min^{-1} chastota bilan aylanmoqda. Valga uzunligiga ko'ndalang qilib, uchlarida har biri val o'qidan r =0,2 m masofada, massalari m=1 kg bo'lgan yukchalari bor bo'lgan juda kichik massali tayoqcha mahkamlangan. 1) Val aylanganda tayoqchani cho'zadigan F kuch; 2) agar tayoqcha val o'qiga φ =89° burchak ostida qiya qilib o'rnatilgan bo'lsa, valga ta'sir etuvchi kuch momenti M topilsin.

2.56. Radiusi R 10 cm bo'lgan yupqa, bir jinsli mis halqa ω =10 rad/s burchak tezlik bilan halqa markazidan o'tuvchi o'q atrofida aylanmoqda. Quyidagi ikki hol uchun halqada vujudga keladigan normal kuchlanish aniqlansin: 1) aylanish o'qi halqa tekisligiga tik bo'lganda va 2) halqa tekisligida yotganda. Aylanishda halqa shaklining o'zgarishi (deformatsiya) hisobga olinmasin.

Ish va energiya

bir-biriga tomon qanday v_1 va v_2 tezliklar bilan harakatlanishadi? Ishqalanish e'tiborga olinmasin.

Aylana bo'ylab harakatlanuvchi moddiy nuqta dinamikasi

2.42. R=40 cm radiusli disk tik o'q atrofida aylanmoqda. Diskning chekkasida kubcha turibdi. Ishqalanish koeffitsiyentini μ =0,4 deb hisoblab, kubcha diskdan sirpanib ketishi uchun zarur bo'lgan aylanish chastotasi ν ni toping.

2.43. Akrobat mototsiklda radiusi r =4 m bo'lgan "o'lim sirtmog'i" ni yasamoqda. Yiqilib ketmaslik uchun akrobat halqaning eng yuqori nuqtasidan qanday eng kichik ϑ_{min} tezlik bilan o'tmog'i kerak?

2.44. Chilvirga qadoqtosh osilgan. Toshni chilvir gorizontal ko'rinishni oladigan qilib chetlatdilar va qo'yib yubordilar. Qadoqtosh muvozanat holatidan o'tadigan paytda chilvirning T taranglik kuchining kattaligi qancha? Chilvirning taranglik kuchi qadoqtoshning og'irlik kuchiga teng bo'lgan paytda chilvir tiklik bilan qanday burchak tashkil qiladi?

2.45. Samolyot R=200 m radiusli Nesterov sirtmog'ini yasamoqda. Agar samolyotning tezligi ϑ =200 m/s bo'lsa, uchuvchining eng pastki nuqtada o'rindiqqa ko'rsatadigan bosim kuchi F uchuvchining og'irlik kuchi P dan necha marta katta bo'ladi?

2.46. Uzunligi l=50 cm bo'lgan chilvirga bog'langan yukcha gorizont tekisligida aylanmoqda. Agar aylanish chastotasi ν = 1s $^{-1}$ bo'lsa, chilvir tik yo'nalish (vertikal) bilan qanday burchak hosil qiladi?

2.47. Uzunligi l=1 m bo'lgan ipga bog'langan yukcha gorizont tekisligida aylanmoqda. Agar ip vertikaldan φ =60° burchakka og'gan bo'lsa, aylanish davri T aniqlansin.

2.48. G'ildirak o'qqa o'rnatilganda ogirlik markazi aylanish o'qidan r=0,1 mm masofaga siljib qoldi. Agar g'ildirakning aylanish chastotasi ν =10s^{-1} bo'lsa, o'qning podshipniklarga ko'rsatadigan bosim kuchi F qanday oraliqda o'zgaradi? G'ildirakning massasi m=100 kg.

2.49. Mototsikl R=11,2 m radiusli tik silindrning ichki sirti bo'ylab yurmoqda. Odam va mototsiklning og'irlik markazi silindrning sirtidan l=0,8m masofada joylashgan. Pokrishkaning silindr sirtiga ishqalanish koeffitsiyenti μ =0,6. Motosiklchi qanday eng kichik ϑ_{min} tezlik bilan yurishi kerak? Shunda uning gorizont tekisligiga nisbatan egilish burchagi qanday bo'ladi?

2.50. Massasi m =5 t bo'lgan avtomobil ϑ =10 m/s tezlik bilan qavariq ko'prikda harakatlanmoqda. Agar ko'prikning egrilik radiusi R=50 m bo'lsa, eng yuqori qismda avtomobilning ko'prikka ko'rsatadigan bosim kuchi F aniqlansin.

2.51. Ichiga suyuqlik solingan idish tik o'q atrofida ν = 2s^{-1} chastota bilan aylanmoqda. Suyuqlikning sirti voronka ko'rinishiga ega. O'qdan r = 5 cm masofada joylashgan nuqtalarda suyuqlik sirtining qiyalik burchagi φ nimaga teng?

2.52. Avtomobil yo'lning egrilik radiusi R=200 m bo'lgan aylana qismida bormoqda. G'ildirakning yo'l qoplamasi bilan ishqalanish koeffitsiyenti μ =0,1 (yo'l muzlagan). Avtomobilning tezligi qanday qiymatga yetganda u surilib keta boshlaydi?

2.53. Agar velosiped g'ildiragi qoplamasi va asfalt orasidagi sirpanish ishqalanish koeffitsiyenti μ =0,3 bo'lsa, velosipedchi R=50 m radiusli aylanishdan o'tishda qanday eng katta ϑ_{max} tezlikka erishishi mumkin? Aylana bo'ylab harakatlanganda velosipedning tiklikdan og'ish burchagi qanday bo'ladi?

2.54. Massasi m =2,5 t bo'lgan samolyot ϑ =400 km/s tezlik bilan uchmoqda. U gorizont tekislikda viraj hosil qiladi (viraj-samolyotning aylana yoyi bo'ylab biror burchakka og'ib uchishi). Samolyot trayektoriyasining radiusi R =500 m. Samolyot og'ishining ko'ndalang burchagi φ va uchish paytida qanotlarning ko'tarish kuchi F topilsin.

2.55. Val ν = 2400 min^{-1} chastota bilan aylanmoqda. Valga uzunligiga ko'ndalang qilib, uchlarida har biri val o'qidan r =0,2 m masofada, massalari m=1 kg bo'lgan yukchalari bor bo'lgan juda kichik massali tayoqcha mahkamlangan. 1) Val aylanganda tayoqchani cho'zadigan F kuch; 2) agar tayoqcha val o'qiga φ =89° burchak ostida qiya qilib o'rnatilgan bo'lsa, valga ta'sir etuvchi kuch momenti M topilsin.

2.56. Radiusi R =10 cm bo'lgan yupqa, bir jinsli mis halqa ω =10 rad/s burchak tezlik bilan halqa markazidan o'tuvchi o'q atrofida aylanmoqda. Quyidagi ikki hol uchun halqada vujudga keladigan normal kuchlanish aniqlansin: 1) aylanish o'qi halqa tekisligiga tik bo'lganda va 2) halqa tekisligida yotganda. Aylanishda halqa shaklining o'zgarishi (deformatsiya) hisobga olinmasin.

Ish va energiya

2.57. O'zgarmas F kuch ta'sirida vagoncha $S=5$ m yo'lni o'tdi va $\vartheta=2$ m/s tezlikga erishdi. Agar vagonchaning massasi $m=400$ kg va ishqalanish koeffitsiyenti $\mu=0{,}01$ bo'lsa, kuchning ishi A aniqlansin.

2.58. $m=100$ kg massali yukni $t=2$ s vaqt davomida $h=4$ m balandlikka tekis tezlanuvchan harakat qilib ko'tarish uchun bajariladigan A ish hisoblansin.

2.59. Yukni uzunligi $l=2$ m bo'lgan qiya tekislik bo'ylab ko'tarishda bajariladigan ish A topilsin. Yukning massasi $m=100$ kg, tekislikning qiyalik burchagi $\varphi=30°$, ishqalanish koeffitsiyenti $\mu=0{,}1$ va yuk $a=1$ m/s^2 tezlanish bilan harakatlanmoqda.

2.60. Agar tekis o'suvchan kuchning qiymati yo'lning boshida $F_1=10$ N, yo'lning oxirida esa $F_2=46$ N bo'lsa, u holda bu kuchning $S=12$ m yo'lni bosib o'tishda bajargan ishi A hisoblansin.

2.61. $m=20$ kg massali yuk tik yuqoriga yo'nalgan $F=400$ N o'zgarmas kuch ta'sirida $h=15$ m balandlikka ko'tarilgan. Ko'tarilgan yuk qanday Π potensial energiyaga ega bo'ladi? F kuch qanday A ishni bajaradi?

2.62. Minoradan gorizontal yo'nalishda $\vartheta=20$ m/s tezlik bilan otilgan $m=1$ kg massali jism $t=3$ s dan keyin Yerga tushdi. Jismning yerga tushish paytidagi kinetik energiyasi T aniqlansin. Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

2.63. Tosh gorizont tekisligiga nisbatan $\varphi=60°$ burchak ostida yuqoriga otilgan. Toshning boshlang'ich paytdagi kinetik energiyasi $T=20$ J. Harakat trayektoriyasining eng yuqori nuqtasida toshning kinetik T va potensial Π energiyalari aniqlansin. Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

2.64. Nasos diametri $d=2$ cm bo'lgan suv oqimini $\vartheta=20$ m/s tezlik bilan haydaydi. Suvni haydash uchun kerak bo'lgan quvvat topilsin.

2.65. Normal sharoitda kesimi $S=0{,}55$ m bo'lgan havo oqimining tezligi $\vartheta=20$ m/s bo'lsa, uning quvvati N qanday bo'ladi?

2.66. Massasi $m=3$ t bo'lgan vertolyot havoda muallaq turibdi. Rotor diametri d ning ikki qiymati: 1) 18 m; 2) 8 m uchun vertolyot motorining shu holatda erishishi mumkin bo'lgan quvvati N aniqlansin. Hisoblashlarda rotor o'z diametriga teng diametrli silindrik havo oqimini pastga haydaydi deb hisoblansin.

2.67. $m=2$ kg massali moddiy nuqta Ox o'qi bo'ylab yo'nalgan qandaydir kuch ta'sirida $x=A+Bt+Ct^2+Dt^3$ tenglamaga muvofiq harakat qiladi (bu

yerda $B=2$ m/s, $C=1$m/s^2, $D=0{,}2$m/s^3). Vaqtning $t=2$ s va $t=5$ s momentlarida kuch ta'sirida erishiladigan N quvvat topilsin.

2.68. Radiusi $R=4$ m bo'lgan «o'lim sirtmog'»i shaklidagi yo'lakchadan o'tishi va halqaning eng yuqori nuqtasida yo'lakchadan ajralmasligi uchun velosipeddagi akrobat (oyoqlarni ishlatmasdan) qanday eng kichik balandlik h dan harakatlana boshlashi kerak? Ishqalanish hisobga olinmasin.

2.69. Toshcha yarim sfera gumbazning eng yuqori nuqtasidan sirpanib tushadi. Toshcha gumbaz sirtidan uzilishidan oldin qanday α yoy chizadi? Ishqalanishni hisobga olmang.

2.70. Mototsiklchi gorizontal yo'ldan ketmoqda. U motorni o'chirib $R=4$ m radiusli «o'lim sirtmog'»i shaklidagi yo'lakdan o'tib ketishi uchun qanday eng kichik ϑ tezlikka erishgan bo'lishi kerak? Ishqalanish va havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

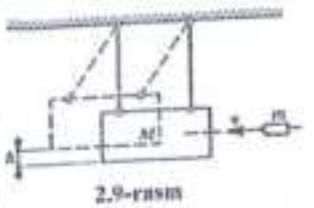
2.71. To'pdan otilganda $m=10$ kg massali snaryad $T_1=1{,}8$ MJ kinetik energiya oladi. Agar to'p stvolining massasi $m=600$ kg bo'lsa, tepki natijasida stvol oladigan kinetik energiya T_2 aniqlansin.

2.72. Atom yadrosi ikkita $m_1=1{,}6\cdot10^{-25}$kg va $m_2=2{,}4\cdot10^{-25}$kg massali bo'lakka parchalanib ketadi. Agar birinchi parchaning kinetik energiyasi $T_1=18$nJ bo'lsa, ikkinchi parchaning kinetik energiyasi T_2 aniqlansin.

2.73. Konkida uchuvchi muz ustida turgancha $m_1=5$ kg massali qadoq toshni oldinga otdi va tepki natijasida $\vartheta=1$ m/s tezlik bilan orqaga qarab siljidi. Konkida uchuvchining massasi $m_2=60$ kg. Konkida uchuvchining qadoq toshni otishda bajargan ishi A aniqlansin.

2.74. Molekula ikkita atomga parchalanadi. Atomlardan birining massasi ikkkinchisinikidan $n=3$ marta katta. Agar atomlar kinetik energiyalarining yig'indisi $T=0{,}032$ nJ bo'lsa, molekulaning dastlabki kinetik energiyasi va impulsini e'tiborga olmay, atomlarning kinetik energiyalari T_1 va T_2 lar aniqlansin.

2.75. Temiryo'lda tepkiga qarshi moslamasiz, stvoli gorizont tekisligi bo'ylab joylashgan to'p biriktirilgan platforma turibdi. To'pdan temiryo'l yo'nalishida o'q otildi. O'qning massasi $m_1=10$ kg va tezligi $v_1=1$ km/s. Agar qarshilik koeffitsiyenti $\mu=0{,}002$ bo'lsa, otishdan keyin platforma qanday masofaga siljib ketadi?



2.9-rasm

2.76. ϑ =600 m/s tezlik bilan uchayotgan m =10 g massali o'q M =5 kg massali ballistik mayatnikga tegib, unda qolib ketdi (2.9-rasm). Zarbadan tebranib ketgan mayatnik qanday h balandlikka ko'tariladi?

2.77. m =10 g massali o'q M =5 kg massali ballistik mayatnikka tegib unda qolib ketdi. Agar zarbadan tebranib ketgan mayatnik h =10 cm balandlikka ko'tarilgan bo'lsa, o'qning tezligi topilsin.

2.78. Ikkita m_1 =10 kg va m_2 =15 kg massali yuklar bir-biriga tegadigan qilib, uzunligi l=2 m bo'lgan ipga osilgan. Kichik yuk φ =60° burchakka og'dirib qo'yib yuborildi. Yuklarning urilishini noelastik deb hisoblab, urilishdan so'ng ikkala yukning ko'tarilish balandliklari h aniqlansin.

2.79. m_1 =2 kg va m_2 = 3 kg massali ikkita noelastik shar mos ravishda ϑ_1 =8 m/s va ϑ_2 =4 m/s tezliklar bilan harakatlanmoqda. Quyidagi ikki hol uchun ularning urilishi natijasida sharlarning ichki energiyalari o'zgarishi ΔU aniqlansin: 1) kichik shar kattasini quvib yetadi; 2) sharlar bir-biriga tomon harakat qiladi.

2.80. ϑ_1 =5 m/s tezlik bilan harakatlanayotgan m_1 massali shar m_2 massali harakatsiz sharga uriladi. Urilish to'g'ri va noelastik. Sharlarning urilishdan keyingi tezligi u hamda harakatlanayotgan shar kinetik energiyasining qancha ω qismi sharlarning ichki energiyalarini orttirishga sarflanishi aniqlansin. Quyidagi ikki hol qaralsin: 1) m_1 =2 kg, m_2 =8 kg; 2) m_1 =8 kg, m_2 =2 kg.

2.81. m_1 =2 kg massali shar uchib kelib m_2 =8 kg massali harakatsiz shar bilan to'qnashadi. Harakatlanayotgan sharning impulsi 10 kg·m/s ga teng. Sharlarning to'qnashishi to'g'ri va elastik. Bevosita urilishdan keyingi: 1) birinchi va ikkinchi sharning impulslari, mos ravishda p_1' va p_2' lar; 2) birinchi shar impulsining o'zgarishi 3) birinchi va ikkinchi sharning kinetik energiyalari, mos ravishda T_1' va T_2' lar; 4) birinchi shar kinetik energiyasining o'zgarishi ΔT_1 5) birinchi shar kinetik energiyasining ikkinchi sharga bergan qismi ω aniqlansin.

2.82. m_1 =6 kg massali shar uchib kelib m_2 =4 kg massali harakatsiz shar bilan to'qnashadi. Birinchi sharning impulsi p_1 =5 kg·m/s. Urilish to'g'ri noelastik. Bevosita urilishdan keyingi: 1) birinchi va ikkinchi sharning impulslari, mos ravishda p_1' va p_2' lar; 2) birinchi shar impulsining o'zgarishi; 3) birinchi va ikkinchi sharning kinetik energiyalari, mos ravishda T_1' va T_2' lar; 4) birinchi shar kinetik energiyasini o'zgarishi ΔT_1; 5) birinchi shar kinetik energiyasining ikkinchi sharga berilgan qismi ω_1 va kinetik energiyaning birinchi sharda qolgan qismi ω_2; 6) sharlar ichki energiyasining o'zgarishi ΔU ; 7) birinchi shar kinetik energiyasining sharlar ichki energiyasiga aylangan qismi ω aniqlansin.

2.83. m_1 =5 kg massali bolg'a sandonda turgan uncha katta bo'lmagan temir bo'lagiga uriladi. Sandonning massasi m_2 =100 kg. Berilgan sharoitlarda bolg'a zarbasining FIK η aniqlansin. Urilish noelastik. Temir bo'lagining massasi e'tiborga olinmasin.

2.84. m =500 kg massali qoziqoyoq ququvchi bolg'a muayyan balandlikdan m =100 kg massali qoziqoyoqqa tushadi.Urilishni noelastik deb hisoblab, bolg'aning urish FIK η topilsin. Qoziqoyoq chuqurlasha borishi bilan potensial energiyasining o'zgarishi hisobga olinmasin.

2.85. Massasi m_1 =1 kg bo'lgan bolg'acha bilan massasi m_2 =75 g bo'lgan mix devorga qoqilmoqda. Berilgan shartlarda bolg'acha zarbasining FIK η aniqlansin.

2.86. ϑ_1 =10 m/s tezlik bilan harakatlanayotgan m_1 =200g massali shar massasi m_2 =100 g bo'lgan harakatsiz sharga urildi. Urilish to'g'ri, absolyut elastik. Urilishdan keyin sharlarning tezliklari ϑ_1 va ϑ_2 qanday bo'ladi?

2.87. m =1.8 kg massali shar harakatsiz katta M massali shar bilan to'qnashadi. To'g'ri urilish natijasida shar o'z kinetik energiyasi T_1 ning ω =0,36 qismini yo'qotdi. Katta sharning massasi aniqlansin.

2.88. To'qnashayotgan ikkita absolyut elastik sharlarning kattasi harakatsiz. To'g'ri urilish natijasida kichik shar o'z kinetik energiyasi T_1 ning ω =36/1 qismini yo'qotdi. Sharlar massalarining nisbati $k=M/m$ topilsin.

2.89. m_1 = $2\cdot10^{-22}$ g massali zarra urilishgacha harakatsiz m_2 = $6\cdot10^{-22}$ g massali zarra bilan elastik to'qnashganda kinetik energiyasi T_1 ning ko'pi bilan qancha qismi ω ni berishi mumkinligi aniqlansin.

2.90. m = 10^{-27} kg massali zarra p=$5\cdot10^{-20}$ kg·m/s impulsga ega. Bu zarra urilishgacha harakatsiz m = $4\cdot10^{-27}$ kg massali zarra bilan elastik to'qnashganda ikkinchi zarra qanday maksimal p_2 impuls olishi mumkinligi aniqlansin.

ko'tarilib ketgan mayatnik qanday h balandlikka ko'tariladi?

2.77. m=10 g massali o'q M=5 kg massali ballistik mayatnikka tegib unda qolib ketdi. Agar zarbadan tebranib ketgan mayatnik h=10 cm balandlikka ko'tarilgan bo'lsa, o'qning tezligi topilsin.

2.78. Ikkita m_1=10 kg va m_2=15 kg massali yuklar bir-biriga tegadigan qilib, uzunligi l=2 m bo'lgan ipga osilgan. Kichik yuk φ=60° burchakka og'dirib qo'yib yuborildi. Yuklarning urilishini noelastik deb hisoblab, urilishdan so'ng ikkala yukning ko'tarilish balandliklari h aniqlansin.

2.79. m_1=2 kg va m_2=3 kg massali ikkita noelastik shar mos ravishda ϑ_1=8 m/s va ϑ_2=4 m/s tezliklar bilan harakatlanmoqda. Quyidagi ikki hol uchun ularning urilishi natijasida sharlarning ichki energiyalari o'zgarishi ΔU aniqlansin: 1) kichik shar kattasini quvib yetadi; 2) sharlar bir-biriga tomon harakat qiladi.

2.80. ϑ_1=5 m/s tezlik bilan harakatlanayotgan m_1 massali shar m_2 massali harakatsiz sharga uriladi. Urilish to'g'ri va noelastik. Sharlarning urilishdan keyingi tezligi u hamda harakatlanayotgan shar kinetik energiyasining qancha ω qismi sharlarning ichki energiyalarini orttirishga sarflanishi aniqlansin. Quyidagi ikki hol qaralsin:1) m_1=2 kg, m_2=8 kg; 2) m_1=8 kg, m_2=2 kg.

2.81. m_1=2 kg massali shar uchib kelib m_2=8 kg massali harakatsiz shar bilan to'qnashadi. Harakatlanayotgan sharning impulsi 10 kg·m/s ga teng. Sharlarning to'qnashishi to'gri va elastik. Bevosita urilishdan keyingi: 1) birinchi va ikkinchi sharning impulslari, mos ravishda p_1' va p_2' lar; 2) birinchi shar impulsining o'zgarishi 3) birinchi va ikkinchi sharning kinetik energiyalari, mos ravishda T_1' va T_2' lar; 4) birinchi shar kinetik energiyasining o'zgarishi $\Delta T_1'$ 5) birinchi shar kinetik energiyasining ikkinchi sharga bergan qismi ω aniqlansin.

2.82. m_1=6 kg massali shar uchib kelib m_2=4 kg massali harakatsiz shar bilan to'qnashadi. Birinchi sharning impulsi p_1=5 kg·m/s. Urilish to'g'ri noelastik. Bevosita urilishdan keyingi: 1) birinchi va ikkinchi sharning impulslari, mos ravishda p_1' va p_2' lar; 2) birinchi shar impulsining o'zgarishi; 3) birinchi va ikkinchi sharning kinetik energiyalari, mos ravishda

energiyaning birinchi sharda qolgan qismi ω_2; 6) sharlar ichki energiyasining o'zgarishi ΔU; 7) birinchi shar kinetik energiyasining sharlar ichki energiyasiga aylangan qismi ω aniqlansin.

2.83. m_1=5 kg massali bolg'a sandonda turgan uncha katta bo'lmagan temir bo'lagiga uriladi. Sandonning massasi m_2=100 kg. Berilgan sharoitlarda bolg'a zarbasining FIK η aniqlansin. Urilish noelastik. Temir bo'lagining massasi e'tiborga olinmasin.

2.84. m_1=500 kg massali qoziqoyoq qoquvchi bolg'a muayyan balandlikdan m_2=100 kg massali qoziqoyoqqa tushadi.Urilishni noelastik deb hisoblab, bolg'aning urish FIK η topilsin. Qoziqoyoq chuqurlasha borishi bilan potensial energiyasining o'zgarishi hisobga olinmasin.

2.85. Massasi m_1=1 kg bo'lgan bolg'acha bilan massasi m_2=75 g bo'lgan mix devorga qoqilmoqda. Berilgan shartlarda bolg'acha zarbasining FIK η aniqlansin.

2.86. ϑ_1=10 m/s tezlik bilan harakatlanayotgan m_1=200g massali shar massasi m_2=100 g bo'lgan harakatsiz sharga urildi. Urilish to'g'ri, absolyut elastik. Urilishdan keyin sharlarning tezliklari ϑ_1 va ϑ_2 qanday bo'ladi?

2.87. m=1.8 kg massali shar harakatsiz katta M massali shar bilan to'qnashadi. To'g'ri urilish natijasida shar o'z kinetik energiyasi T_1 ning ω=0,36 qismini yo'qotdi. Katta sharning massasi aniqlansin.

2.88. To'qnashayotgan ikkita absolyut elastik sharlarning kattasi harakatsiz. To'g'ri urilish natijasida kichik shar o'z kinetik energiyasi T_1 ning ω=3/4 qismini yo'qotdi. Sharlar massalarining nisbati $k=M/m$ topilsin.

2.89. $m_1=2\cdot10^{-22}$ g massali zarra urilishgacha harakatsiz $m_2=6\cdot10^{-22}$ g massali zarra bilan elastik to'qnashganda kinetik energiyasi T_1 ning ko'pi bilan qancha qismi ω ni berishi mumkinligi aniqlansin.

2.90. $m=10^{-25}$ kg massali zarra $p=5\cdot10^{-28}$ kg·m/s impulsga ega. Bu zarra urilishgacha harakatsiz $m=4\cdot10^{-24}$ kg massali zarra bilan elastik to'qnashganda ikkinchi zarra qanday maksimal p_2 impuls olishi mumkinligi aniqlansin.

2.91. Harakatsiz sharga u bilan bir xil massali boshqa bir shar $\vartheta_1 = 2$ m/s tezlik bilan uchib kelib uriladi. To'qnashish natijasida bu shar harakat yo'nalishini $\alpha = 30°$ burchakka o'zgartirdi. 1) sharlarning urilishdan keyingi u_1 va u_2 tezliklari; 2) ikkinchi shar tezlik vektori bilan birinchi sharning dastlabki harakat yo'nalishi orasidagi burchak aniqlansin. Urilish elastik deb hisoblansin.

2.92. $m_1 = 10^{-24}$ g massali zarra $T_1 = 9$ nJ kinetik energiyaga ega. $m_2 = 4 \cdot 10^{-24}$ g massali harakatsiz zarra bilan elastik to'qnashishi natijasida unga $T_2 = 5$ nJ kinetik energiya beradi. Zarraning dastlabki yo'nalishidan chetlanish burchagi α aniqlansin.

2.93.* Ikkita m va $4m$ massali sharlar bir xil $T_1 = T_2 = 100J$ energiyaga ega bo'lib, bir xil yo'nalishda harakatlanmoqda. Bevosita to'qnashishdan keyingi: 1) ikkinchi (katta) sharning kinetik energiyasini T_2'; 2) sharlar ichki energiyalari o'zgarishi ΔU topilsin. To'qnashish to'g'ri chiziq bo'ylab, markaziy va noelastik deb hisoblansin.

2.94.*, Ikkita m va 4m massali sharlar bir xil $T_1 = T_2 = 200J$ energiyaga ega bo'lib, qarama-qarshi yo'nalishda harakatlanmoqda. Bevosita to'qnashishdan keyingi: 1) birinci (kichik) sharning kinetik energiyasi T_1'; 2) sharlar ichki энки energiyalari o'zgarishi ΔU topilsin. To'qnashish markaziy va noelastik deb hisoblansin.

2.95.* Bir yo'nalishda harakatlanayotgan ikki sharning kinetik energiyalari mos ravishda $T_1 = 400\,J$ va $T_2 = 100J$. To'qnashishni to'g'ri chiziq bo'ylab, markaziy va noelastik deb hisoblab:

1) birinchi va ikkinchi sharning to'qnashishdan keyingi kinetik energiyalari o'zgarishi ΔT_1 va ΔT_2;

2) sharlar ichki energiyalarining o'zgarishi ΔU topilsin.

2.96.* Oldingi masalada berilgan shartlar asosida, masala sharlar bir-biriga qarama-qarshi harakatlanyapti deb hisoblab yechilsin.

2.97.* m massali sharcha $4m$ massali sharchaga kelib urildi. Sharlar bir xil yo'nalishda harakatlanmoqda. Sharlarning kinetik energiyalari bir xil $T_1 = T_2 = 250J$. To'qnashishni to'g'ri chiziq bo'ylab, markaziy va elastik deb hisoblab, sharlarning bevosita to'qnashishdan keyingi:

1) kinetik energiyalari T_1' va T_2';

2) kinetik energiyalari o'zgarishlari ΔT_1 va ΔT_2 lar topilsin.

2.98.* Yuqoridagi 2.97* masalada berilgan shartlar asosida, masala sharlar qarama-qarshi yo'naishda harakatlanyapti deb hisoblab yechilsin.

2.99.* Ikkita bir xil impulsga ega bo'lgan sharchalar $(p_1 = p_2, |p_1| = 10\text{kgm/s})$ bir xil yo'nalishda harakat qilmoqda. Sharchalar to'qnashishini bir to'g'ri chiziq bo'ylab, markaziy va elastik deb hisoblab, to'qnashishdan keyingi impulslar p_1' va p_2' topilsin: sharlar massalari nisbati 4 ga teng.

2.100.* Yuqoridagi 2.99.* masala shartlari asosida, bu ikki shar qarama-qarshi harakatlanayotgan holda ($p_1 = -p_2$) ularning impulslari p_1' va p_2' lar topilsin.

2.101.* Massasi $m = 1.5$ t bo'lgan kater ko'lda doimiy tortish kuchi ta'sirida harakatlana boshladi. Qancha τ vaqt oralig'ida katerning tezligi u olishi mumkin bo'lgan maksimal tezlikning yarmiga teng bo'lishi aniqlansin. Suvning katerga ko'rsatadigan qarshilik kuchi tezlikka proporsional va qarshilik koeffitsiyenti $k = 100\,kg/s$ deb hisoblansin.

2.102.* Massasi $m = 200$ kg bo'lgan motorli qayiq $\vartheta = 8m/s$ tezlikka erishgandan so'ng motorni o'chirib harakatlanmoqda. Qarshilik kuchi tezlikka proporsional deb hisoblab, motor o'chirilgandan keyin τ vaqt davomida qayiq bosib o'tgan s yo'l topilsin. Qarshilik koeffitsiyenti $k = 25\,kg/s$ deb hisoblansin.

2.103.* Oy sirtidan yuqoriga massasi $m_1 = 2$t bo'lgan raketa uchirildi. Harakat boshlangandan so'ng raketa τ vaqt ichida $\vartheta_1 = 1.68km/s$ birinchi kosmik tezlikka (oy uchun) erishdi. Agar raketa soplosidan gazning chiqish tezligi $u = 4km/s$ bo'lsa, yonilg'i sarfi μ topilsin. Og'irlik kuchi hisobga olinmasin.

2.104.* Ballistik raketadagi yonilg'i raketaning harakat boshlanmasdan oldingi massasining $\eta = \frac{3}{4}$ qismini tashkil qiladi. Agar gazlarning raketa soplosidan chiqish tezligi u doimiy va $2km/s$ ga teng bo'lsa, gaz to'la yonib bo'lgandan so'ng raketa erishadigan ϑ tezlik topilsin. Og'irlik kuchi va havoning qarshilik kuchi hisobga olinmasin.

2.105.* Raketaning tezligi ϑ raketa soplosidan chiqayotgan gazlarning chiqish tezligi u ga teng bo'lgan vaqt momentida uning tezlanishi a, raketaning uchish boshlangan vaqtdagi tezlanishi a_{son} dan necha marta farq

qilishi aniqlansin. Raketaning tortish kuchi doimiy deb hisoblansin va og'irlik hamda havoning qarshilik kuchlari hisobga olinmasin.

2.106.* Raketaning ϑ tezligi, raketa soplosidan gazlarning chiqish tezligi u ga teng bo'lgan vaqt momentida raketa massasining nisbiy o'zgarishi $\frac{|\Delta m|}{m_{boshl}}$ aniqlansin (m_{boshl}–raketaning uchirilishdan oldingi massasi). Og'irlik va havoning qarshilik kuchlari hisobga olinmasin.

3-§. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati dinamikasi

Asosiy formulalar

• Jismga ta'sir etayotgan F kuchning aylanish o'qiga nisbatan momenti:

$$M = F \cdot l,$$

bu yerda $F_\tau = F$ kuchining aylanish o'qiga tik tekislikdagi proyeksiyasi; l–kuch yelkasi (aylanish o'qidan kuchning ta'sir chizig'igacha bo'lgan eng qisqa masofa).

• Oz aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti:

a) Moddiy nuqta uchun:

$$J_z = mr^2,$$

bu yerda m – moddiy nuqta massasi; r– undan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa;

b) diskret qattiq jism uchun:

$$J_z = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2,$$

bu yerda Δm_i – i – jism elementining massasi; r_i – shu elementdan Oz aylanish o'qigacha bo'lgan masofa; n – jism elementlari soni;

c) yaxlit qattiq jism uchun:

$$J_z = \int r^2 dm.$$

Agar jism bir jinsli, ya'ni uning zichligi butun hajm bo'yicha bir xil bo'lsa, u holda

$$dm = \rho dV \text{ va } J_z = \rho \int r^2 dV,$$

bu yerda V – jismning hajmi.

Ba'zi to'g'ri geometrik shaklga ega jismlarning inersiya momentlari

Jism	O'q (inersiya moment unga nisbatan aniqlanadi)	Inersiya moment formulasi
Massasi m va uzunligi l bo'lgan bir jinsli ingichka tayoqcha (sterjen)	Tayoqchaga tik ravishda uning og'irlik markazidan o'tadi	$\frac{1}{12}ml^2$
	Tayoqchaga tik ravishda uning bir uchidan o'tadi.	$\frac{1}{3}ml^2$
Massasi m va radiusi R bo'lgan ingichka halqa, chambarak, quvur; massasi (m) gardish bo'ylab tekis taqsimlangan R radiusli g'ildirak	Asos tekisligiga tik ravishda markazdan o'tadi	mR^2
Massasi m va radiusi R bo'lgan yumaloq bir jinsli disk (silindr)	Asos tekisligiga tik yo'nalishda disk markazidan o'tadi.	$\frac{1}{2}mR^2$
Massasi m va radiusi R bo'lgan bir jinsli shar	Shar markazidan o'tadi	$\frac{2}{5}mR^2$

Yassi jismlar uchun quyidagi munosabat o'rinli:

$$J_z = J_x + J_y.$$

Shteyner teoremasi

Ixtiyoriy o'qqa nisbatan jismning inersiya momenti:

$$J = J_0 + ma^2,$$

bu yerda J_0–shu jismning berilgan o'qqa parallel va og'irlik markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya moment; a–o'qlar orasidagi masofa; m–jismning massasi.

• Aylanayotgan jismning aylanish o'qiga nisbatan impuls momenti:

$$L = J\omega.$$

• Impuls momentining saqlanish qonuni:

$$\sum_{i=1}^{n} L_i = const.$$

bu yerda L_i – sistema tarkibiga kiruvchi i – jismning impuls momenti.

Ikkita o'zaro ta'sirlashuvchi jismlar uchun impuls momentining saqlanish qonuni:

qilishi aniqlansin. Raketaning tortish kuchi doimiy deb hisoblansin va og'irlik hamda havoning qarshilik kuchlari hisobga olinmasin.

2.106.* Raketaning ϑ tezligi, raketa soplosidan gazlarning chiqish tezligi u ga teng bo'lgan vaqt momentida raketa massasining nisbiy o'zgarishi $\frac{|\Delta m|}{m_{boshl}}$ aniqlansin (m_{boshl}–raketaning uchirilishdan oldingi massasi). Og'irlik va havoning qarshilik kuchlari hisobga olinmasin.

3-§. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati dinamikasi

Asosiy formulalar

• Jismga ta'sir etayotgan F kuchning aylanish o'qiga nisbatan momenti:

$$M = F\,l,$$

bu yerda $F_\tau = F$ kuchining aylanish o'qiga tik tekislikdagi proyeksiyasi; l–kuch yelkasi (aylanish o'qidan kuchning ta'sir chizig'igacha bo'lgan eng qisqa masofa).

• Oz aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti:

a) Moddiy nuqta uchun:

$$J_z = mr^2,$$

bu yerda m – moddiy nuqta massasi; r– undan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa;

b) diskret qattiq jism uchun:

$$J_z = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2,$$

bu yerda Δm_i – i – jism elementining massasi; r_i – shu elementdan Oz aylanish o'qigacha bo'lgan masofa; n – jism elementlari soni;

c) yaxlit qattiq jism uchun:

$$J_z = \int r^2 dm.$$

Agar jism bir jinsli, ya'ni uning zichligi butun hajm bo'yicha bir xil bo'lsa, u holda

$$dm = \rho dV \text{ va } J_z = \rho \int r^2 dV,$$

bu yerda V – jismning hajmi.

Ba'zi to'g'ri geometrik shaklga ega jismlarning inersiya momentlari

Jism	O'q (inersiya moment unga nisbatan aniqlanadi)	Inersiya moment formulasi
Massasi m va uzunligi l bo'lgan bir jinsli ingichka tayoqcha (sterjen)	Tayoqchaga tik ravishda uning og'irlik markazidan o'tadi Tayoqchaga tik ravishda uning bir uchidan o'tadi.	$\frac{1}{12}ml^2$ $\frac{1}{3}ml^2$
Massasi m va radiusi R bo'lgan ingichka halqa, chambarak, quvur; massasi (m) gardish bo'ylab tekis taqsimlangan R radiusli g'ildirak	Asos tekisligiga tik ravishda markazdan o'tadi	mR^2
Massasi m va radiusi R bo'lgan yumaloq bir jinsli disk (silindr)	Asos tekisligiga tik yo'nalishda disk markazidan o'tadi.	$\frac{1}{2}mR^2$
Massasi m va radiusi R bo'lgan bir jinsli shar	Shar markazidan o'tadi	$\frac{2}{5}mR^2$

Yassi jismlar uchun quyidagi munosabat o'rinli:

$$J_z = J_x + J_y.$$

Shteyner teoremasi

Ixtiyoriy o'qqa nisbatan jismning inersiya momenti:

$$J = J_0 + ma^2,$$

bu yerda J_0–shu jismning berilgan o'qqa parallel va og'irlik markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya moment; a–o'qlar orasidagi masofa; m–jismning massasi.

• Aylanayotgan jismning aylanish o'qiga nisbatan impuls momenti:

$$L = J\omega.$$

• Impuls momentining saqlanish qonuni:

$$\sum_{i=1}^{n} L_i = const.$$

bu yerda L_i – sistema tarkibiga kiruvchi i – jismning impuls momenti.

Ikkita o'zaro ta'sirlashuvchi jismlar uchun impuls momentining saqlanish qonuni:

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J_1\omega_1' + J_2\omega_2',$$

bu yerda J_1, J_2, ω_1, ω_2 – jismlarning o'zaro ta'sirgacha bo'lgan inersiya momentlari va burchak tezliklari; J_1', J_2', ω_1', ω_2' o'zaro ta'sirdan keyingi o'sha kattaliklar.

Inersiya momenti o'zgaradigan bitta jism uchun impuls momentining saqlanish qonuni:

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2,$$

bu yerda J_1 va J_2 boshlang'ich va oxirgi inersiya momentlari, ω_1 va ω_2 – jismning boshlang'ich va oxirgi burchak tezliklari.

• Aylanma harakat dinamikasining asosiy qonuni:

$$M dt = d(J\omega).$$

bu yerda M –dt vaqt davomida jismga ta'sir etuvchi kuch momenti; J – jismning inersiya momenti; ω – burchak tezlik; $J\omega$ – impuls momenti.

Agar kuch momenti va inersiya momenti o'zgarmas bo'lsa, u holda bu tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$M\Delta t = J\Delta\omega$$

Inersiya momenti o'zgarmas bo'lgan holda aylanma harakat dinamikasining asosiy qonuni quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$M = J\varepsilon,$$

bu yerda ε – burchak tezlanish.

• Aylanayotgan jismga ta'sir etuvchi M o'zgarmas kuch momentining ishi:

$$A = M\varphi,$$

bu yerda φ –jismning burulish burchagi.

• Jism aylanayotganda erishiladigan oniy quvvat:

$$N = M\omega.$$

• Aylanayotgan jismning kinetik energiyasi:

$$T = \frac{1}{2}J\omega^2,$$

• Tekislik bo'ylab sirpanishsiz dumalayotgan jismning kinetik energiyasi:

$$T = \frac{1}{2}m\vartheta^2 + \frac{1}{2}J\omega^2.$$

bu yerda $\frac{1}{2}m\vartheta^2$ – jismning ilgarilanma harakat kinetik energiyasi; ϑ – jism inersiya markazining tezligi. $\frac{1}{2}J\omega^2$ – jismning inersiya markazidan o'tuvchi o'q atrofidagi aylanma harakat kinetik energiyasi.

• Jism aylanishida bajariladigan ish va uning kinetik energiyasining o'zgarishi quyidagi munosabat orqali bog'langan

$$A = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2.$$

Aylanma harakat dinamikasini xarakterlovchi kattaliklar va bu harakatni ifodalovchi tenglamalar, ilgarilanma harakatning mos kattaliklari va formulalariga o'xshashdir.

Bu o'xshashlik quyidagi jadvalda namoyon bo'ladi:

Ilgarilanma harakat	Aylanma harakat
Dinamikaning asosiy qonuni	
$FN = m\vartheta_2 - m\vartheta_1$	$M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$
$F = ma$	$M = J\varepsilon$
Saqlanish qonuni	
Impulsning	*Impuls momenti*
$\sum_{i=1}^{n} m_i\vartheta_i = const$	$\sum_{i=1}^{n} J_i\omega_i = const$
Ish va quvvat	
$A = FN$	$A = M\varphi$
$N = F\vartheta$	$N = M\omega$
Kinetik energiya	
$T = \frac{1}{2}m\vartheta^2$	$T = \frac{1}{2}J\omega^2$
$T = \frac{1}{2}m\vartheta^2$	$T = \frac{1}{2}J\omega^2$

Masalalar yechishga doir namunalar

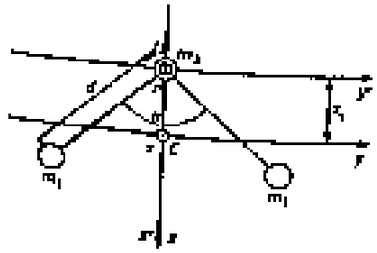
1-masala. NO_2 molekulasining molekulaning massa markazidan o'tuvchi va atom yadrolari yotgan tekislikka tik bo'lgan o'qqa nisbatan inersiya momenti J_z hisoblansin. Bu molekulaning yadrolari orasidagi masofa d=0,118 nm, valent burchagi $\alpha = 140°$.

Yechish. NO_2 molekulasi umumiy massasi

$$m = 2m_1 + m_2 \tag{1}$$

bo'lgan uchta moddiy nuqtadan iborat sistema sifatida qarash mumkin (bu yerda m_1 – kislorod atomi massasi, m_2 – azot atomi massasi).

Molekulani koordinata o'qiga nisbatan 3.1-rasmda ko'rsatilgandek joylashtiramiz (koordinata o'qining boshini molekulaning massa markazi C bilan ustma-ust tushiramiz, z o'qini chizma tekisligiga tik qilib "biz tomonga" yo'naltiramiz). J_z ni aniqlash uchun Shteyner teoremasidan foydalanamiz:



3.1-rasm

$$J = J_C + ma^2.$$

Mazkur hol uchun bu teorema $J_z = J_{z'} + ma^2$ ko'rinishida yoziladi bu yerda $J_{z'}$ – azot atomidan o'tuvchi (3.1-rasmda O nuqta) va z o'qiga parallel bo'lgan z' o'qiga nisbatan inersiya momenti:

$$J_z = J_{z'} + ma^2. \tag{2}$$

$J_{z'}$ – inersiya momentini ikkita moddiy nuqta (kislorod atomlari) inersiya momentlari yig'indisi sifatida topamiz:

$$J_{z'} = 2m_1 d^2. \tag{3}$$

z va z' o'qlari orasidagi a masofa sistema massa markazining koordinatasi x_c ga teng va shuning uchun ham ushbu formula yordamida ifodalanishi mumkin (qarang 2-§.): $x_c = \sum m_i x_i / \sum m_i$, mazkur hol uchun

$$a = x_c = \frac{2m_1 x_1' + m_2 x_2'}{2m_1 + m_2},$$

yoki $x_1 = d\cos(\alpha/2)$ va $x_2 = 0$ ekanligini hisobga olsak,

$$a = x_c = \frac{2m_1}{2m_1 + m_2} d\cos\frac{\alpha}{2}. \tag{4}$$

$J_{z'}$, m, a larning qiymatlarini mos ravishda (3), (1), (4) ifodalardan (2) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$J_z = 2m_1 d^2 + (2m_1 + m_2)\left(\frac{2m_1}{2m_1 + m_2}\right)^2 d^2\cos^2\frac{\alpha}{2},$$

yoki o'zgartirishlardan keyin:

$$J = 2m_1 d^2\left(1 + \frac{2m_1}{2m_1 + m_2}\cos^2\frac{\alpha}{2}\right). \tag{5}$$

23-jadvaldan kislorod ($A_1 = 16$) va azot ($A_2 = 14$) nisbiy atom massalarini topamiz va bu elementlarning atom massalarini atom massa birligida yozamiz, so'ngra esa kilogrammlarda ifodalaymiz ($a = 1{,}66\cdot10^{-27}$ kg, 9-jadvalga q.):

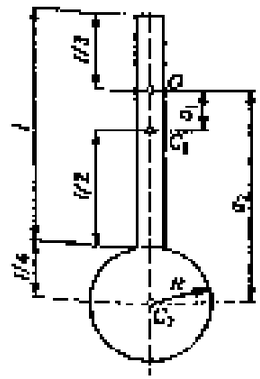
$$m_1 = 16\cdot1{,}66\cdot10^{-27}\ \text{kg} = 2{,}66\cdot10^{-26}\ \text{kg};$$

$$m_2 = 14\cdot1{,}66\cdot10^{-27}\ \text{kg} = 2{,}32\cdot10^{-26}\ \text{kg}.$$

m_1, m_2, d larning qiymatlarini (5) formulaga qo'yamiz va hisoblaymiz*

$$J_z = 6{,}80\cdot10^{-46}\ \text{kg/m}^2.$$

2-masala. Fizik mayatnik uzunligi l=1 m va massasi m_1=1 kg bo'lgan, uchlaridan biriga massasi $m_2 = 0{,}5m_1$ bo'lgan disk mahkamlangan sterjendan iborat. Shunday mayatnikning tayanchdagi O nuqtadan o'tuvchi, chizma tekisligiga tik bo'lgan (3.2-rasm) Oz o'qiga nisbatan inersiya momenti J_z aniqlansin.



3.2-rasm

Yechish. Mayatnikning umumiy inersiya momenti sterjenning J_{z_1} va diskning J_{z_2} inersiya momentlarining yig'indisiga teng:

$$J_z = J_{z_1} + J_{z_2}. \tag{1}$$

Sterjenning va diskning massa markazlaridan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momentlari J_1 va J_2 larni hisoblash formulalari 55-betdagi jadvalda berilgan. J_{z_1} va J_{z_2} inersiya momentlarini aniqlash uchun esa Shteyner teoremasidan foydalanish kerak:

$$J = J_C + ma^2. \tag{2}$$

* Oxirgi ifodani hisoblaganda atom massalari o'rniga ularning nisbiy atom massalarini qo'yish mumkin, chunki bu yerda massalar nisbati qatnashadi.

(2) formulaga asosan sterjenning inersiya momentini ifodalaymiz:

$$J_z = \frac{1}{12}m_1 l^2 + m_1 a_1^2 .$$

Oz o'q va unga parallel ravishda sterjenning massa markazi C_1 dan o'tuvchi o'q orasidagi, a_1 masofa 3.2-rasmdan kelib chiqadiganidek, ushbuga teng $\frac{1}{2}l - \frac{1}{3}l = \frac{1}{6}l$. Buni hisobga olib, quyidagini yozamiz:

$$J_{z_1} = \frac{1}{2}m_1 l^2 + m_1\left(\frac{1}{6}l\right)^2 = \frac{1}{9}m_1 l^2 = 0{,}111 m_1 l^2 .$$

(2) formulaga asosan diskning inersiya momenti:

$$J_{z_2} = \frac{1}{2}m_2 R^2 + m_2 a_2^2 ,$$

bu yerda R–disk radiusi; $R = \frac{1}{4}l$. Oz o'q va unga parallel bo'lgan, diskning massasi markazidan o'tuvchi o'q orasidagi a_2 masofa ushbuga teng: $\frac{2}{3}l + \frac{1}{4}l = \frac{11}{12}l$ (3.2-rasm). Buni hisobga olib quyidagini yozamiz:

$$J_{z_2} = \frac{1}{2}m_2\left(\frac{1}{4}l\right)^2 + m_2\left(\frac{11}{12}l\right)^2 = 0{,}0312 m_2 l^2 + 0{,}840 m_2 l^2 = 0{,}871 m_2 l^2 .$$

J_{z1} va J_{z2} lar uchun hosil qilingan ifodalarni (1) formulaga qo'ysak,

$$J_z = 0{,}111 m_1 l^2 + 0{,}87 m_2 l^2 = (0{,}111 m_1 + 0{,}871 m_2) l^2 ,$$

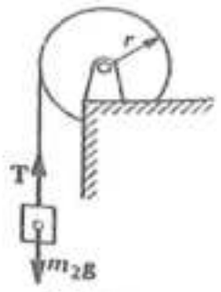
yoki $m_2 = 0{,}5 m_1$ ekanligini hisobga olsak:

$$J_z = 0{,}547 m_1 l^2 .$$

Hisoblash o'tkazib, fizik mayatnikning Oz o'qiga nisbatan inersiya momentining qiymatini olamiz:

$$J_z = 0{,}547 \cdot 1 \cdot 1\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 = 0{,}547\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 .$$

3-masala. Massasi $m_1 = 10$ kg bo'lgan yaxlit silindr shaklidagi val gorizontal tekisligidagi o'qqa o'rnatilgan. Silindrning erkin uchiga massasi $m_2 = 2$ kg li qadoqtosh osilgan chilvir o'ralgan (3.3-rasm). Agar qadoqtosh erkin qo'yilsa, u qanday a tezlanish bilan tushadi?



3.3-rasm

Yechish. Qadoqtoshning chiziqli tezlanishi a valning silindrik sirtida yotuvchi nuqtalarning

tangensial tezlanishiga teng va valning burchak tezlanishi ε bilan quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$a = \varepsilon r , \qquad (1)$$

bu yerda r– val radiusi.

Valning burchak tezlanishi aylanayotgan jism dinamikasining asosiy tenglamasi orqali ifodalanadi:

$$\varepsilon = \frac{M}{J} ,$$

bu yerda M–valga ta'sir etayotgan kuchning momenti; J– valning inersiya momenti. Valni bir jinsli silindr sifatida qaraymiz. U holda, uning geometrik o'qqa nisbatan inersiya momenti:

$$J = \frac{1}{2}m_1 r^2 .$$

Valga ta'sir etayotgan M – aylanish moment esa chilvirning taranglik kuchi T ning val radiusiga ko'paytmasiga teng: $M = Tr$.

Chilvirning taranglik kuchini quyidagi mulohazalardan topamiz. Qadoqtoshga ikkita kuch ta'sir qiladi: pastga yo'nalgan $m_2\vec{g}$ og'irlik kuchi va yuqoriga yo'nalgan $\vec{T}$ chilvirning taranglik kuchi. Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchi qadoqtoshni tekis tezlanuvchan harakatga keltiradi. Nyutonning ikkinchi qonuniga binoan $m_2 g - T = m_2 a$, bundan $T = m_2(g - a)$. Shunday qilib aylantiruvchi moment $M = m_2(g - a)r$.

M va J larning ifodalarini (2) formulaga qo'yib, valning burchak tezlanishini topamiz:

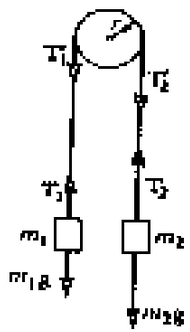
$$\varepsilon = \frac{m(g-a)r}{\frac{1}{2}m_1 r^2} = \frac{2m_2(g-a)}{m_1 r} .$$

Qadoqtoshning chiziqli tezlanishini topish uchun ε ning bu ifodasini (1) formulaga qo'ysak, $a = \frac{2m_2(g-a)}{m_1}$ ni olamiz. bundan

$$a = \frac{2m_2}{m_1 + 2m_2} g = 2{,}80\,\text{m/s}$$

4-masala. Massasi $m = 80$ g bo'lgan disk shaklidagi chig'ir orqali uchlariga massasi $m_1 = 100$ g va $m_2 = 200$ g bo'lgan yuklar bog'langan ingichka elastik ip tashlangan (3.4-rasm). Agar yuklar erkin qo'yilsa qanday tezlanish bilan harakatlanadilar? Ishqalanish inobatga olinmasin.

Yechish. Masalani yechishda ilgarilanma va aylanma harakatning asosiy qonunlarini qo'llaymiz. Harakatlanuvchi yuklarning har biriga ikkita kuch ta'sir qiladi: pastga yo'nalgan $m\vec{g}$ -og'irlik kuchi va yuqoriga yo'nalgan $\vec{T}$ ipning taranglik kuchi, m_1 yukning tezlanish vektori $\vec{a}$ yuqoriga yo'nalganligi tufayli $T_1 > m_1 g$. Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi tekis tezlanuvchan harakatni vujudga keltiradi va Nyutonning ikkinchi qonuniga asosan



3.4-rasm

$$T = m_1 g + m_1 a. \qquad (1)$$

m_2 yukning tezlanish vektori a pastga yo'nalgan. binobarin $T_2 < m_2 g$. Bu yuk uchun ikkinchi qonun formulasini yozamiz: $m_2 g - T_2 = m_2 a$. Bundan

$$T_2 = m_2 g - m_2 a. \qquad (2)$$

Aylanma harakat dinamikasining asosiy qonuniga binoan, diskka qo'yilgan aylantiruvchi moment diskning inersiya momenti J ning uning burchak tezlanishi ε ga ko'paytmasiga teng:

$$M = J\varepsilon. \qquad (3)$$

Aylantiruvchi momentni aniqlaymiz. Ipларning taranglik kuchlari faqat yuklargagina ta'sir etib qolmay, balki diskka ham ta'sir etadi. Nyutonning uchinchi qonuniga binoan, diskning gardishiga qo'yilgan T_1' va T_2' kuchlar mos ravishda T_1 va T_2 kuchlarga teng, lekin yo'nalishi jihatidan qaramaqarshi. Yuklar harakatlanganda disk soat milining harakat yo'nalishi bo'yicha tezlanish bilan aylanadi. Binobarin, $T_2' > T_1'$. Diskka qo'yilgan aylantiruvchi moment bu kuchlar farqining yelkaga (disk radiusiga teng) ko'paytmasiga teng, ya'ni $M = \left(T_2' - T_1'\right)r$. Diskning inersiya momenti $J = \frac{mr^2}{2}$. Burchak tezlanish yuklarning chiziqli tezlanishlari bilan ushbu munosabat $\varepsilon = \frac{a}{r}$ orqali bog'langan. M, J va ε larning ifodalarini (3) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

bundan

$$\left(T_2' - T_1'\right)r = \frac{mr^2}{2}\cdot\frac{a}{r},$$

$$T_2' - T_1' = (m/2)a.$$

$T_1' = T_1$ va $T_2' = T_2$ bo'lganligidan T va T_2 kuchlarni (1) va (2) formuladagi ifodalari orqali almashtirish mumkin, u holda

$$m_1 g - m_1 a + m_2 g - m_2 a = \frac{m}{2}a, \text{ yoki } \left(m_2 - m_1\right)g = \left(m_2 + m_1 + \frac{m}{2}\right)a.$$

Bundan:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}}g.$$

(4) formulaning o'ng tomonidagi massalar nisbati o'lchamsiz kattalik. Shuning uchun ham m_1, m_2 va m massalarning qiymatlarini masala shartida berilganidek, grammlarda ifodalash mumkin. Barcha qiymatlarni o'rniga qo'ysak.

$$a = \frac{0,2 - 0,1}{0,2 + 0,1 + 0,04}\cdot 9,8\ \text{m/s}^2 = 2,88\ \text{m/s}^2.$$

5-masala. Massasi m 50 kg va radiusi r=20 cm bo'lgan disk ko'rinishidagi g'ildirak n =480 min^{-1} chastotagacha aylantirilgan va so'ngra erkin qo'yilgan. Ishqalanish natijasida g'ildirak to'xtadi. Ishqalanish kuchining momenti M ni o'zgarmas deb hisoblab, u quyidagi ikki hol uchun topilsin: 1) g'ildirak t = 50 s dan keyin to'xtadi; 2) g'ildirak to'la to'xtaguncha N =200 marta aylanadi.

Yechish. 1. Aylanma harakat dinamikasining asosiy qonuniga binoan aylanma harakat qilayotgan jism impuls momentining o'zgarishi jismga ta'sir etayotgan kuch momenti bilan shu moment ta'sir vaqtining ko'paytmasiga teng:

$$M \cdot \Delta t = J\omega_2 - J\omega_1.$$

bu yerda J g'ildirakning inersiya momenti; ω_1 va ω_2 boshlang'ich va oxirgi burchak tezliklar. $\omega_2 = 0$ va $\Delta t = t$ bo'lganligidan $Mt = -J\omega_1$, bundan

$$M = -J\frac{\omega_1}{t}. \qquad (1)$$

Diskning geometrik o'qiga nisbatan inersiya momenti $J = \frac{1}{2}mr^2$. Bu ifodani (1) formulaga qo'ysak,

$$M = -\frac{mr^2\omega_1}{2t}. \qquad (2)$$

Burchak tezlik ω_1 ni aylanish chastotasi ν orqali ifodalab, (2) formulaga asosan hisoblash o'tkazsak.

$$M = -1\,\text{N}\cdot\text{m}\,.$$

2. Masalaning shartida g'ildirakning to'xtaguncha qilgan aylanishlar soni, ya'ni uning burchak siljishi berilgan. Shuning uchun ham ish bilan kinetik energiya o'zgarishining o'zaro bog'lanishini ifodalovchi formulani qo'llaymiz:

$$A = J\frac{\omega_2^2}{2} - J\frac{\omega_1^2}{2}$$

yoki $\omega_2 = 0$ ekanligini hisobga olsak,

$$A = -J\frac{\omega_1^2}{2} \qquad (3)$$

Aylanma harakatda ish $A = M\varphi$ formula yordamida aniqlanadi. Ishning va inersiya momentining ifodalarini (3) formulaga qo'ysak,

$$M\varphi = -mr^2\frac{\omega_1^2}{4}.$$

Bundan ishqalanish kuchining momenti:

$$M = -mr^2\frac{\omega_1^2}{4\varphi}.$$

Burilish burchagi $\varphi = 2\pi N = 2\cdot 3{,}14\cdot 200$ rad=1256 rad. (1) formulaga asosan hisoblashlarni o'tkazib quyidagini olamiz:

$$M = -1\,\text{N}\cdot\text{m}\,.$$

Manfiy ishora ishqalanish kuchi momenti to'xtatuvchi ta'sir ko'rsatishini ifodalaydi.

6-masala. Radiusi $R = 1{,}5$ m va massasi $m_1 = 180$ kg bo'lgan disk ko'rinishidagi platforma tik o'qi atrofida inersiya bo'yicha $\nu = 10\,\text{min}^{-1}$ chastota bilan aylanadi. Platforma markazida m_2 60 kg massali odam turibdi. Agar odam platformaning chekkasiga o'tsa, unda odamning bino poliga nisbatan chiziqli tezligi qanday bo'ladi?

Yechish. Impuls momentining saqlanish qonuniga binoan

$$(J_1 + J_2)\omega = (J_1 + J_2')\omega'\,. \qquad (1)$$

bunda J_1 – platformaning inersiya momenti; J_2 –platforma markazida turgan odamning inersiya momenti; ω – odam markazida turgan paytdagi platformaning burchak tezligi; J_2' platformaning chekkasida turgan odamning inersiya momenti; ω' –odam platforma chekkasida turgan paytdagi platformaning burchak tezligi.

Platformaning chekkasida turgan odamning chiziqli tezligi burchak tezlik bilan quyidagi munosabat orqali bog'langan

$$\vartheta = \omega' R \qquad (2)$$

(1) tenglamadan ω' ni aniqlab va olingan ifodani (2) formulaga qo'yib quyidagini olamiz.

$$\vartheta = \frac{(J_1 + J_2)\omega R}{J_1 + J_2}\,. \qquad (3)$$

Platformaning inersiya momentini diskniki kabi hisoblaymiz, binobarin $J_1 = \frac{1}{2}m_1R^2$. Odamning inersiya momentini esa moddiy nuqtanikidek hisoblaymiz.

Shuning uchun $J_2 = 0$, $J_2' = m_2R^2$. Odam chetga o'tguncha platformaning burchak tezligi $\omega = 2\pi\nu$.

(3) formuladagi J_1, J_2, J_2' va ω kattaliklarni o'z ifodalari bilan almashtirib, quyidagini olamiz

$$\vartheta = \frac{\frac{1}{2}m_1R^2}{\frac{1}{2}m_1R^2}\cdot 2\pi R = \frac{m_1}{m_1 + 2m_2}2\pi R\,.$$

m_1, m_2, ν, R va π larning qiymatlarini o'rniga qo'yib, odamning chiziqli tezligini topamiz:

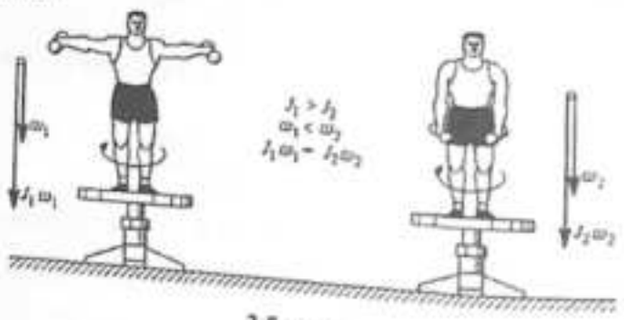
$$\vartheta = \frac{180}{180 + 260}\cdot 2\cdot 3{,}14\cdot\frac{10}{60}\cdot 1{,}5\ \text{m/s} = 0{,}942\ \text{m/s}.$$

7-masala. Odam Jukovskiy kursisining o'rtasida turibdi va inersiya bo'yicha u bilan birgalikda aylanmoqda. Aylanish chastotasi $\nu_1 = 0{,}5\ \text{s}^{-1}$. Odamning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti $J_0 = 1{,}6\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$. Odam yon tomonga cho'zilgan qo'llarida har birining massasi $m = 2$ kg bo'lgan toshlarni tutib turibdi. Toshlar orasidagi masofa $l_1 = 1{,}6$ m. Odam qo'llarini tushirganda va toshlar orasidagi masofa $l = 0{,}4$ m bo'lib qolganda kursining odam bilan birgalikdagi aylanish chastotasi ν_2 aniqlansin. Kursining inersiya momenti hisobga olinmasin.

Yechish. Toshlarni tutib turgan odam (3.5-rasm) kursi bilan birgalikda yopiq mexanik sistemani tashkil etadi[*], shuning uchun ham bu sistemaning

[*] Bu sistemaga ta'sir etayotgan barcha tashqi kuchlar momenti (og'irlik kuchi va reaksiya kuchi) aylanish o'qiga nisbatan muvozanatlashgan deb faraz qilinadi. Ishqalanish inobatga olinmasin.

impuls moment $J\omega$ o'zgarmas qiymatga ega bo'lishi kerak. Binobarin, mazkur hol uchun



3.5-rasm

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2$$

bu yerda J_1 va ω_1 – odam jismining inersiya momenti va kursi hamda qo'llari cho'zilgan odamning burchak tezligi; J_2 va ω_2 – odam jismining inersiya momenti va kursining qo'llari tushirilgan odam bilan birgalikdagi burchak tezligi. Bundan

$$\omega_2 = \frac{J_1}{J_2}\omega_1$$

Bu tenglamada burchak tezliklar ω_1 va ω_2 ni aylanish chastotalari ν_1 va ν_2 lar orqali ifodalab, $\omega = 2\pi\nu$ va 2π ga qisqartirib, quyidagini olamiz

$$\nu_2 = \frac{J_1}{J_2}\nu_1. \qquad (1)$$

Mazkur masalada ko'rilayotgan sistemaning inersiya momenti odam jismining inersiya momenti J bilan odam qo'lidagi toshlar inersiya momentining yig'indisiga teng. Toshlarning o'lchamlari ulardan aylanish o'qigacha bo'lgan masofadan ko'p marta kichik bo'lganligi tufayli toshning inersiya momentini moddiy nuqtaning inersiya momenti formulasi yordamida aniqlash mumkin: $J = mr^2$. Binobarin[8],

$$J_1 = J_0 + 2m(l_1/2)^2;\ J_2 = J_0 + 2m(l_2/2)^2.$$

bu yerda m – har bir toshning massasi; l_1 va l_2 – toshlar orasidagi boshlang'ich va oxirgi masofalar. J_1 va J_2 larning ifodalarini (1) formulaga qo'ysak,

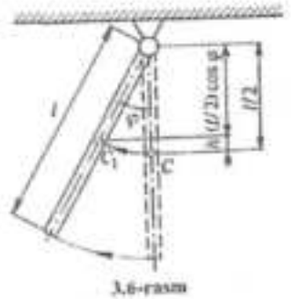
[8] Aslini olganda odam qo'lining holati o'zgarishi bilan (toshsiz) uning jismining aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti ham o'zgaradi. Lekin bu o'zgarishni hisobga olish qiymatgi tufayli odam jismining inersiya momenti J_0 ni o'zgarmas deb hisoblaymiz.

$$\nu_2 = \frac{J_0 + 2m(l_1/2)^2}{J_0 + 2m(l_2/2)^2}\nu_1 \qquad (2)$$

(2) formula bo'yicha hisoblashni bajarib quyidagini topamiz

$$\nu_2 = 1{,}18\ \text{s}^{-1}.$$

8-masala. Uzunligi $l = 1{,}5$ m va massasi $M = 10$ kg bo'lgan tayoqcha yuqori uchidan qo'zg'almas o'q atrofida aylana oladi. (3.6-rasm). Tayoqchaning o'rtasiga massa $m = 10$ g bo'lgan gorizontal tekisligi yo'nalishda $\vartheta_0 = 500$ m/s tezlik bilan uchayotgan o'q uriladi va tayoqchaga qadalib qoladi. Urilishdan keyin tayoqcha qanday φ burchakka og'adi?



3.6-rasm

Yechish. O'qning urilishini noelastik deb qarash kerak: urilishdan keyin o'q va tayoqchaning mos nuqtasi bir xil tezliklar bilan harakat qiladi. Urilishda ro'y beradigan hodisalarni batafsil qarab chiqaylik. Dastlab, tayoqchaga urilgan o'q juda kichik vaqt oralig'ida uni ω burchak tezlik bilan harakatga keltiradi va unga

$$T = \frac{J\omega^2}{2} \qquad (1)$$

kinetik energiya beradi (bu yerda J –tayoqchaning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti). So'ngra esa tayoqcha izlanayotgan φ burchakka buriladi, bunda uning massa markazi $h = \frac{l}{2}(1-\cos\varphi)$ balandlikka ko'tariladi.

Og'dirilgan holda tayoqcha

$$\Pi = Mg\frac{l}{2}(1-\cos\varphi) \qquad (2)$$

potensial energiyaga ega bo'ladi.

Potensial energiya kinetik energiya hisobiga olingan va energiyaning saqlanish qonuniga binoan unga teng. (1) va (2) tengliklarning o'ng tomonlarini tenglashtirib, quyidagini olamiz:

$$M \cdot g\frac{l}{2}(1-\cos\varphi) = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Bundan

$$\cos\varphi = 1 - \frac{J\omega^2}{Mgl}.$$

Bu formulaga tayoqchaning inersiya momentining ifodasi $J = \frac{ml^2}{3}$ ni qo'yib quyidagini olamiz:

$$\cos\varphi = 1 - \frac{l\omega^2}{3g}. \qquad (3)$$

(2) ifodadan φ ni topish uchun oldin ω ning qiymatini aniqlab olish kerak. Urilish paytida o'qqa va tayoqchaga ta'sir etuvchi aylanish o'qi orqali o'tuvchi va pastga tik yo'nalgan og'irlik kuchlari ta'sir qiladi. Bu kuchlarning aylanish o'qiga nisbatan momentlari nolga teng. Shu sababli urilishning tayoqchaga urilishida impuls momentining saqlash qonuni o'rinli bo'ladi.

Urilishning boshlang'ich onida tayoqchaning burchak tezligi $\omega_0 = 0$, shuning uchun uning impuls momenti ham $L_{01} = J\omega_0 = 0$. O'q tayoqchaga tegdi va unga burchak tezlanish bergan hamda tayoqchaning o'q atrofida aylanishida ishtirok etgan holda unga suqula boshladi. O'qning boshlang'ich impuls momenti $L_{02} = m\vartheta_0 r$, bunda r – aylanish o'qidan urilish nuqtasigacha bo'lgan masofa. Urilishning so'nggi onida tayoqcha ω burchak tezlikka, o'q esa aylanish o'qidan r masofadagi tayoqcha nuqtalarining chiziqli tezligiga teng bo'lgan ϑ chiziqli tezlikka ega bo'ladi. $\vartheta = \omega r$ bo'lganligidan, so'nggi onda o'qning impuls momenti $L_2 = m\vartheta = mr^2\omega$.

Impulsining saqlanish qonunini qo'llab, quyidagini yozishimiz mumkin:

$$L_{01} + L_{02} = L_1 + L_2 \text{ yoki } m\vartheta_0 r = J\omega - mr^2\omega,$$

bundan

$$\omega = \frac{m\vartheta_0 r}{J + mr^2}, \qquad (4)$$

bu yerda $J = \frac{Ml^2}{3}$ tayoqcha o'q sistemasining inersiya momenti.

Agar (4) da $mr^2 \ll J = \frac{Ml}{3}$ hamda, $r = \frac{l}{2}$ ekanligini hisobga olsak, uncha murakkab bo'lmagan o'zgartirishlardan keyin quyidagini olamiz:

$$\omega = \frac{3m\vartheta_0}{2Ml}. \qquad (5)$$

Kattaliklarning son qiymatlarini (5) ga qo'ysak, $\omega = \frac{3\cdot 10^{-2}\cdot 500}{2\cdot 10\cdot 1{,}5}$ rad $= 0{,}5$ rad. (3) yordamida esa quyidagini olamiz:

$$\cos\varphi = 1 - 1{,}5\cdot(0{,}5)^2\ (3\cdot 9{,}81) = 0{,}987.$$

Bundan $\varphi = 9°20'$.

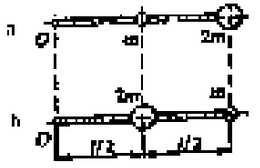
Masalalar

Inersiya momenti

3.1. $m = 0{,}3$ kg massali moddiy nuqtaning undan $r = 20$ cm uzoqlikdan o'tgan o'qqa nisbatan inersiya momenti J aniqlansin.

3.2. Har birining massasi $m = 10$ g dan bo'lgan ikkita kichik sharcha uzunligi $l = 20$ cm bo'lgan ingichka, vaznsiz sterjen yordamida bir-biriga mahkamlangan. Sistemaning sterjenga tik va massalar markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti J aniqlansin.

3.3. Massalari m va $2m$ bo'lgan $(m = 10\text{g})$ ikkita shar uzunligi $l = 30$ cm bo'lgan ingichka, vaznsiz sterjen ga 3.7a, b-rasmda ko'rsatilgandek qilib mahkamlangan. Har ikkala hol uchun sistemaning sterjen ga tik va uning O uchidan o'tuvchi J o'qqa nisbatan inersiya momenti J aniqlansin. Sharlarning o'lchamlari inobatga olinmasin.



3.7-rasm

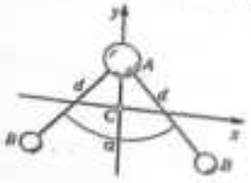
3.4. Massalari $m = 10$ g bo'lgan uchta kichkina sharcha tomonlari $a = 20$ cm dan bo'lgan teng tomonli uchburchakning uchlarida joylashgan va o'zaro mahkamlangan. Sistemaning inersiya momenti J quyidagi o'qlarga nisbatan aniqlansin: 1) uchburchak tekisligiga tik ravishda uning tashqi aylanasining markazidan o'tuvchi; 2) uchburchak tekisligida yotuvchi va uning tashqi aylanasining markazi hamda uchburchak uchlarining biridan o'tuvchi. Sharlarni tutashtiruvchi tayoqchalarning massasi hisobga olinmasin.

3.5. Uch atomli AB_2 tipidagi molekulaning molekula inersiya markazi C dan o'tuvchi x, y, z o'qlariga nisbatan (z o'qi xy tekisligiga tik) inersiya momentlari J_x, J_y, J_z aniqlansin (3.8-rasm). AB yadrolar orasidagi masofa d bilan, valent burchagi esa α bilan belgilangan. Quyidagi molekulalar uchun hisoblashlar amalga oshirilsin:

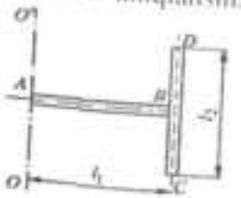
1) $H_2O\left(d = 0{,}09\text{ nm}, \alpha = 104°30'\right)$; 2) $SO_2\left(d = 0{,}145\text{ nm}, \alpha = 124°\right)$.

3.6. Uzunligi $l = 30$ cm va massasi $m = 100$ g bo'lgan ingichka tayoqchaga tik va uning: 1) uchlaridan; 2) o'rtasidan; 3) sterjenning uchidan hisoblaganda uzunligining 1/3 qismiga teng masofadagi nuqtadan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti J aniqlansin.

3.7. Uzunligi $l = 60$ cm va massasi $m = 100$ g bo'lgan ingichka bir jinsli sterjenning unga tik va sterjenning uchlarining biridan $a = 20$ cm masofadagi nuqtasidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti J aniqlansin.



3.8-rasm

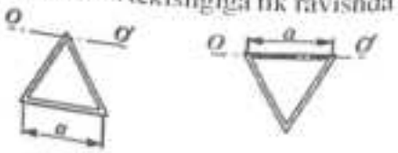


3.9-rasm

3.8. Tomonlari $a = 12$ cm va $b = 16$ cm bo'lgan, simdan yasalgan to'g'ri to'rtburchakning to'g'ri to'rtburchak tekisligida yotuvchi va kichik tomonning o'rtasidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti J hisoblansin. Massa sim uzunligi bo'ylab $\tau = 0{,}1$ kg/m chiziqli zichlik bilan bir tekis taqsimlangan.

3.9. Ikkita bir jinsli: uzunligi $l_1 = 40$ cm va massasi $m_1 = 900$ g bo'lgan AB, hamda uzunligi $l_2 = 40$ cm va massasi $m_2 = 40$ g bo'lgan CD ingichka sterjenlar to'g'ri burchak ostida o'zaro mahkamlangan (3.9-rasm). sterjenlar sistemasining AB sterjenning uchidan o'tuvchi, CD sterjenga parallel bo'lgan OO' o'qqa nisbatan inersiya momenti J aniqlansin.

3.10. Oldingi masala OO' o'q A nuqtadan chizma tekisligiga tik ravishda o'tgan hol uchun yechilsin.



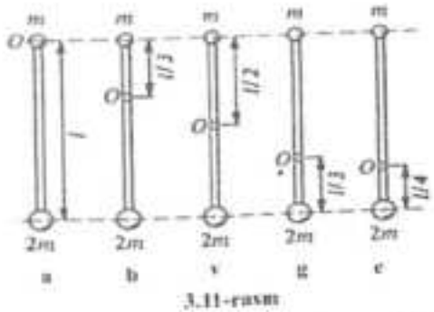
a

б

3.10-rasm

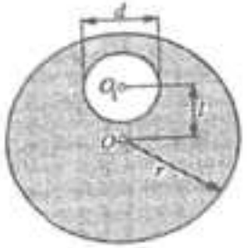
3.11. Tomoni $a = 10$ cm bo'lgan teng tomonli sim uchburchakning inersiya momenti J : 1) uchburchak tekisligida yotuvchi va uning uchidan qarama-qarshi tomonga parallel bo'lib o'tuvchi o'qqa nisbatan (3.10a-rasm); 2) uchburchak tomonlaridan biri bilan mos tushuvchi o'qqa nisbatan (3.10b-rasm) aniqlansin. Uchburchakning massasi $m = 12$ g bo'lib, sim uzunligi bo'ylab tekis taqsimlangan.

3.12. Uzunligi l va massasi $3m$ bo'lgan ingichka bir jinsli snerjenning uchlariga massalari m va $2m$ bo'lgan kichkina sharchalar mahkamlangan. Shunday sistemaning tayoqchaga tik va tayoqcha o'qida yotgan O nuqtadan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti J aniqlansin. Hisoblashlar 3.11-rasmda tasvirlangan a, b, v, g, d hollar uchun bajarilsin. Hisoblashda $l = 1$ m, $m = 0{,}1$ kg deb qabul qilinsin. Sharchalar moddiy nuqtalar sifatida qaralsin.



a b v g e

3.11-rasm



3.12-rasm

3.13. Radiusi $R = 20$ cm massasi $m = 100$ g bo'lgan ingichka bir jinsli halqaning halqa tekisligida yotuvchi va uning markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti J topilsin.

3.14. Massasi $m = 50$ g va radiusi $R = 10$ cm bo'lgan halqaning halqaga urinma bo'lgan o'qqa nisbatan inersiya momenti J aniqlansin.

3.15. Diskning diametri $d = 20$ cm, massasi $m = 800$ g. Diskning radiuslaridan birining markazidan disk tekisligiga tik ravishda o'tgan o'qqa nisbatan inersiya momenti J aniqlansin.

3.16. Massasi $m = 1$ kg va radiusi $r = 30$ cm bo'lgan bir jinsli diskdan diametri $d = 20$ cm va markazi disk o'qidan $l = 15$ cm masofada bo'lgan doira kesib olingan (3.12-rasm). Hosil bo'lgan jismning disk tekisligiga tik ravishda uning markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti topilsin.

3.17. Massasi $m = 800$ g bo'lgan yassi bir jinsli to'g'ri burchakli plastinkaning tomonlaridan biri bilan mos tushuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti J topilsin. Plastinkaning boshqa tomonining uzunligi $a = 40$ cm deb olinsin.

3.18. Tomonlari $a = 10$ cm va $b = 20$ cm bo'lgan yupqa yassi plastinkaning katta tomoniga parallel ravishda uning markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti J aniqlansin. Plastinka massasi yuza bo'ylab $\sigma = 1{,}2$ kg/m^2 sirt zichligi bilan bir tekis taqsimlangan.

Aylanma harakat dinamikasining asosiy tenglamasi

3.19. Uzunligi $l = 1$ m bo'lgan ingichka va bir jinsli sterjen undagi O nuqtadan o'tuvchi gorizontal o'q atrofida erkin aylana oladi (3.13-rasm). Snerjendagi B snerjenni tiklikdan α burchakka og'dirib qo'yib yubordilar. Snerjendagi A nuqtaning vaqtning boshlang'ich momentidagi burchak ε va tangensial a_τ tezlanishlari aniqlansin. Hisoblashlar quyidagi hollar uchun amalga oshirilsin:

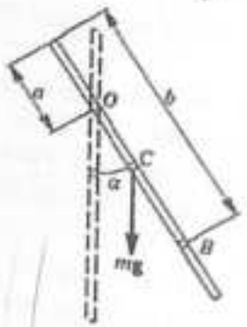
1) $a = 0$, $b = \frac{2}{3}l$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$; 2) $a = \frac{l}{3}$, $b = l$; 3) $a = \frac{l}{4}$, $b = \frac{l}{2}$, $\alpha = \frac{2}{3}\pi$.

3.20. Radiusi $R=10$ cm bo'lgan bir jinsli disk, disk tekisligiga tik va undagi O nuqtadan o'tuvchi gorizontal o'q atrofida erkin aylana oladi (3.14-rasm). Diskni α burchakka og'dirdilar va qo'yib yubordilar. Diskdagi B nuqtaning vaqtning boshlang'ich momentidagi burchak ε va tangensial a_τ tezlanishlari aniqlansin. Hisoblash quyidagi hollar uchun bajarilsin:

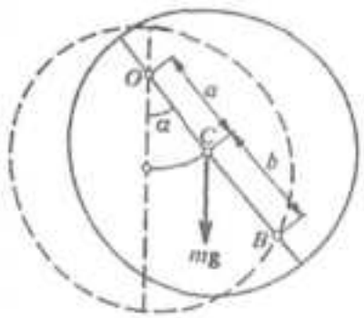
1) $a=R,\ b=l/2,\ \alpha=\pi/2$;

2) $a=R/2,\ b=R,\ \alpha=\pi/6$;

3) $a=\frac{2}{3}R,\ b=\frac{2}{3}R,\ \alpha=\frac{2}{3}\pi$.



3.13-rasm



3.14-rasm

3.21 Uzunligi $l=50$ cm va massasi $m=400$ g bo'lgan ingichka bir jinsli tayoqcha o'rtasidan tayoqchaga tik ravishda o'tadigan o'q atrofida $\varepsilon=3$ rad/s^2 burchak tezlanish bilan aylanadi. Aylantiruvchi moment M aniqlansin.

3.22 G'ildirak va radiusi $R=5$ cm bo'lgan yengil shkiv gorizontal o'qqa o'rnatilgan. Shkivga massasi $m=0{,}4$ kg bo'lgan yuk bog'langan chilvir o'ralgan. Yuk tekis tezlanuvchan harakat qilib tushishda $t=3$ s vaqtda $S=1{,}8$ m yo'lni o'tdi. G'ildirakning inersiya momenti J aniqlansin. Shkivning massasi hisobga olinmaydigan darajada kichik deb hisoblansin.

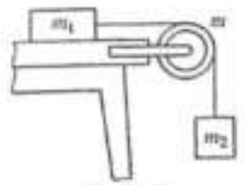
3.23 Massasi $m=100$ kg va radiusi $R=5$ cm bo'lgan val $\nu=8$ s^{-1} chastota bilan aylanayotgan edi. Silindr sirtiga $F=40$ N kuchga ega tormoz dastasining bosilishi natijasida $t=10$ s dan keyin val to'xtadi. Ishqalanish koeffitsiyenti μ aniqlansin.

3.24 Silindrga massasi silindr massasiga nisbatan hisobga olinmaydigan darajada kichik bo'lgan ingichka elastik cho'zilmas tasma o'ralgan. Tasmaning erkin uchini tayanchga mahkamladilar va silindrning og'irlik

kuchi ta'sirida tushishga imkon berdilar. Agar silindr: 1) yaxlit; 2) devorlari yupqa kovak bo'lsa, silindr o'qining chiziqli tezlanishi a aniqlansin.

3.25 Disk shaklidagi chig'ir orqali chilvir tashlangan. Chilvirning uchlariga massalari $m_1=100$ g va $m_2=110$ g bo'lgan yukchalar bog'langan. Agar chig'irning massasi $m=400$ g bo'lsa, yukchalar qanday a tezlanish bilan harakat qiladi? Chig'irning aylanishidagi ishqalanishi ahamiyatsiz darajada kichik.

3.26 Massalari $m_1=0{,}25$ kg va $m_2=0{,}15$ kg bo'lgan ikkita jism chig'ir orqali tashlangan ingichka ip bilan bog'langan (3.15-rasm). Chig'ir sirti bo'ylab m_1 massali jism sirpanadigan gorizontal stolning chekkasiga mahkamlangan. Jismlar qanday a tezlanish bilan harakat qiladilar va ipning chig'irning har ikkala tomonidagi T_1 va T_2 taranglik kuchlari qanday? Jismning stol sirtiga ishqalanish koeffitsiyenti $\mu=0{,}2$. Chig'irning massasi $m=0{,}1$ kg bo'lib, u gardish bo'ylab tekis taqsimlangan deb hisoblash mumkin. Ipning massasi va chig'ir o'qi podshipniklaridagi ishqalanish hisobga olinmasin.



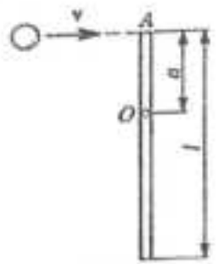
3.15-rasm

3.27 Massasi $m=0{,}2$ kg bo'lgan qo'zg'almas chig'ir orqali oshirib tashlangan chilvirning uchlariga massalari $m_1=0{,}3$ kg va $m_2=0{,}5$ kg bo'lgan yuklar osilgan. Agar chig'irning massasi gardish bo'ylab tekis taqsimlangan bo'lsa, yuklar harakatga kelgan paytda chig'irning har ikkala tomonidagi chilvirning taranglik kuchlari T_1 va T_2 aniqlansin.

3.28 Massasi $m=10$ kg va radiusi $R=20$ cm bo'lgan shar o'z markazidan o'tuvchi o'q atrofida aylanadi. Sharning harakat tenglamasi $\varphi=A+Bt^2+Ct^3$ ko'rinishga ega, bunda $B=4$ rad/s^2, $C=-1$ rad/s^3. Sharga ta'sir etayotgan kuch momentining o'zgarish qonuni topilsin. Vaqtning $t=2$ s momentidagi kuch momenti M aniqlansin.

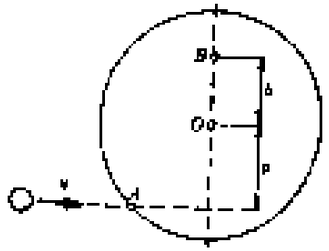
Impuls momentining saqlanish qonuni

3.29 Massasi $m_1=0{,}2$ kg va uzunligi $l=1$ m bo'lgan bir jinsli ingichka sterjen O nuqtadan o'tuvchi gorizontal z o'q atrofida erkin aylana oladi (3.16-rasm). Gorizontal yo'nalishda (z o'qiga tik) $\vartheta=10$ m/s tezlik bilan uchib kelayotgan plastilin sharcha sterjenning A nuqtasiga tegadi va sterjenga yopishib qoladi.



3.16-rasm

Sharchaning massasi $m_2 = 10$ g. Vaqtning boshlang'ich momentidagi sterjenning burchak tezligi ω va sterjenning pastki uchining chiziqli tezligi v aniqlansin. Hisoblashlar A va O nuqtalar orasidagi masofaning quyidagi qiymatlari uchun amalga oshirilsin: 1) $l/2$; 2) $l/3$; 3) $l/4$.



3.17-rasm

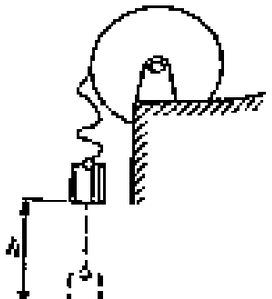
3.30 Massasi $m_1 = 0{,}2$ kg va radiusi $R = 20$ cm bo'lgan bir jinsli disk tekisligiga tik va B nuqtadan o'tuvchi gorizontal z o'q atrofida erkin aylana oladi (3.17-rasm).

Gorizontal yo'nalishda (z o'qiga tik) $\vartheta = 10$ m/s tezlik bilan uchib kelayotgan plastilin sharcha disk yasovchisining A nuqtasiga tegadi va uning sirtiga yopishib qoladi. Sharchaning massasi $m_2 = 10$ g. Vaqtning boshlang'ich momentidagi diskning burchak tezligi ω va diskdagi O nuqtaning chiziqli tezligi v aniqlansin. Hisoblashlar a va b larning quyidagi qiymatlari uchun bajarilsin:

1) $a = b = R$; 2) $a = \frac{R}{2}$; $b = R$; 3) $a = \frac{2R}{3}$; 4) $a = \frac{R}{2}$, $b = \frac{2R}{3}$.

3.31. Jukovskiy kursisida turgan odam gorizontal yo'nalishda $\vartheta = 20$ m/s tezlik bilan uchib kelayotgan massasi $m = 0{,}4$ kg bo'lgan to'pni qo'li bilan tutib oladi. To'pning trayektoriyasi kursi aylanayotgan tik o'qdan $r = 0{,}8$ m masofadan o'tadi. Agar odam va kursining yig'indi inersiya momenti $J = 6$ kg/m^2 bo'lsa, Jukovskiy kursisi to'pni ushlagan kishi bilan birgalikda qanday ω burchak tezlik bilan aylana boshlaydi?

3.32. Radiusi $R = 40$ cm va massasi $m_1 = 4$ kg bo'lgan disk shaklidagi g'ildirak gorizontal tekislikdagi o'q atrofida aylana oladi. Uning silindrik sirtiga ikkinchi uchiga $m_2 = 0{,}2$ kg massali yuk osilgan cho'zilmas ipning uchi mahkamlangan (3.18-rasm). Yuk ko'tarilgan va so'ngra qo'yib yuborilgan, $h = 2$ m balandlikdan erkin tushgan yuk ipni tarangkashtirdi va buning natijasida g'ildirakni aylantirdi. Bunda yuk g'ildirakka qanday ω burchak tezlik bergan?



3.18-rasm

3.33. Radiusi $R = 2$ m bo'lgan disk shakliga ega gorizontal tekislikdagi platformaning chekkasida $m_1 = 80$ kg massali odam turibdi. Platformaning massasi $m_2 = 240$ kg. Platforma o'zining markazidan o'tuvchi tik o'q atrofida aylana oladi. Agar odam uning chekkasi bo'ylab platformaga nisbatan $\vartheta = 2$ m/s tezlik bilan yursa, platforma qanday ω burchak tezlik bilan aylanishi topilsin. Ishqalanish hisobga olinmasin.

3.34. Disk shakliga ega bo'lgan platforma tik o'q atrofida aylana oladi. Platformaning chekkasida $m = 60$ kg massali odam turibdi. Agar odam platforma chekkasidan yurib uni aylanib, dastlabki turgan nuqtasiga qaytib kelsa, platforma qanday φ burchakka buriladi? Platformaning massasi $m_2 = 240$ kg. Odamning inersiya momenti J moddiy nuqtanikidek deb hisoblansin.

3.35. Radiusi $R = 1$ m bo'lgan disk ko'rinishidagi platforma o'z inersiyasi bo'yicha $\nu_1 = 6$ min^{-1} chastota bilan aylanmoqda. Platformaning chekkasida massasi $m = 80$ kg bo'lgan odam turibdi. Agar odam platformaning markaziga o'tsa, platforma qanday ν_2 chastota bilan aylanadi? Platformaning inersiya momenti $J = 120$ kg·m^2. Odamning inersiya momenti moddiy nuqtanikidek deb hisoblansin.

3.36. Jukovskiy kursisining markazida uzunligi $l = 2.4$ m va massasi $m = 8$ kg bo'lgan, kursining aylanish o'qi bo'ylab tik joylashgan sterjenni qo'lida tutgan odam turibdi. Kursi odam bilan birgalikda $\nu_1 = 1$ s^{-1} chastota bilan aylanmoqda. Agar odam sterjenni gorizontal holatga bursa, kursi odam bilan birgalikda qanday ν_2 chastota bilan aylanadi? Dastlab odam va kursining yig'indi inersiya momenti $J = 6$ kg/m^2 bo'lgan.

3.37. Jukovskiy kursisida turgan odam kursining aylanish o'qi bo'ylab tik joylashgan sterjenni qo'lida tutib turibdi. sterjen, yuqori qismida joylashgan g'ildirakning aylanish o'qi bo'ylab harakat qiladi. Kursi harakatsiz, g'ildirak esa $\nu_1 = 10$ s^{-1} chastota bilan aylanmoqda. G'ildirakning radiusi $R = 20$ cm, massasi $m = 3$ kg. Odam tayoqchani 180° ga burganda kursining aylanish chastotasi ν_2 qanday bo'lishi aniqlansin. Odam va kursining yig'indi inersiya momenti $J = 6$ kg/m^2. G'ildirakning massasini gardish bo'ylab tekis taqsimlangan deb hisoblash mumkin.

Ish va energiya

3.38. Uzunligi $l_1 = 1$ m bo'lgan ipning uchiga bog'langan $m = 100$ g massali sharcha gorizontal tekislikda sirpanguncha $\nu = 1$ s^{-1} chastota bilan aylanmoqda. Ip qisqartirilib, sharcha aylanish o'qiga $l_2 = 0{,}5$ m masofagacha yaqinlashdi. Bunda sharcha qanday ν_2 chastota bilan aylanadi? Ipni yaqinlashdi. Bunda sharcha qanday ν_2 chastota bilan aylanadi? Ipni

qisqartirishda tashqi kuch qanday A ish bajaradi? Sharchaning tekislikka ishqalanishi inobatga olinmasin.

3.39. G'ildirak $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$ tenglama bilan ifodalanuvchi qonun bo'yicha aylanmoqda. Bunda $A = 2$ rad, $B = 32$ rad/s^2, $C = 4$ rad/s^3. Agar g'ildirakning inersiya momenti $J = 100$ kg/m^2 bo'lsa, g'ildirakning aylanishidan to to'xtagunigacha unga ta'sir etuvchi kuchlar erishadigan o'rtacha quvvat $\langle N \rangle$ topilsin.

3.40. G'ildirak $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$ tenglama bilan ifodalanuvchi qonun bo'yicha aylanmoqda. Bunda $A = 2$ rad, $B = 16$ rad/s, $C = 2$ rad/s^3. G'ildirakning inersiya momenti $J = 50$ kg/m^2. Aylantiruvchi moment M va quvvat N ning o'zgarish qonuni topilsin. Vaqtning $t = 3$ s momentida quvvat nimaga teng?

3.41. Motorning yakori $\nu = 1500$ min^{-1} chastota bilan aylanmoqda. Agar motor quvvatni $N = 500$ Vt gacha oshira olsa, aylantiruvchi moment M aniqlansin.

3.42. Diametri $d = 0{,}48$ m bo'lgan shkivda tasma orqali $N = 9$ kVt quvvat uzatilmoqda. Shkiv $\nu = 240$ min^{-1} chastota bilan aylanmoqda. Tasma yetaklovchi tarmog'ining taranglik kuchi T_1 yetaklanuvchi tarmog'ining taranglik kuchi T_2 dan ikki marta katta. Tasmaning ikkala tarmog'ining ham taranglik kuchlari topilsin.

3.43. Motorning quvvatini aniqlash uchun uning $d = 20$ cm diametrli shkiviga tasma tashladilar. Tasmaning bir uchiga dinamometr mahkamlangan, boshqasiga esa P yuk osdilar. Agar motor $\nu = 24$ s^{-1} chastota bilan aylanayotgan, yukning massasi $m = 1$ kg va dinamometrning ko'rsatishi $F = 24$ N bo'lsa, motorning quvvati N topilsin.

3.44. Massasi $m = 80$ kg va radiusi $R = 30$ cm bo'lgan disk ko'rinishidagi g'ildirak tinch holatda turibdi. G'ildirakka $\nu = 10$ s^{-1} chastota berish uchun qanday A_1 ish bajarish kerak? Agar disk shu massasi bilan kichikroq qalinlikka ega bo'lib, radiusi ikki marta katta bo'lganda, qanday A_2 ish bajarishi lozim bo'lar edi?

3.45. Aylanayotgan g'ildirakning kinetik energiyasi $T = 1$ kJ. O'zgarmas tormozlovchi moment ta'sirida g'ildirak tekis sekinlanuvchan harakat qila boshladi va $N = 80$ marta aylanib to'xtadi. Tormozlovchi kuch moment M aniqlansin.

3.46. Inersiya moment $J = 40$ kg/m^2 bo'lgan tinch turgan g'ildirak $M = 20$ N/m^2 kuch moment ta'sirida tekis tezlanuvchan aylana boshladi. Aylanish $t = 10$ s davom etdi. G'ildirak olgan kinetik energiya T aniqlansin.

3.47. $m = 10$ g massali o'q o'zining bo'ylama o'qi (o'zagi) atrofida $\nu = 3000$ s^{-1} chastota bilan aylanganicha, $\vartheta = 800$ m/s tezlik bilan uchmoqda. O'qni $d = 8$ mm diametrli silindrcha deb hisoblab, o'qning to'la kinetik energiyasi T aniqlansin.

3.48. $m = 4$ kg massali yaxlit silindr gorizontal sirt bo'ylab sirpanishsiz dumalamoqda. Silindr o'qining chiziqli tezligi $\vartheta = 1$ m/s. Silindrning to'la kinetik energiyasi T aniqlansin.

3.49. Bir xil $m = 2$ kg massaga ega bo'lgan chambarak va yaxlit silindr bir xil $\vartheta = 5$ m/s tezlik bilan sirpanishsiz dumalashmoqda. Bu jismlarning kinetik energiyalari T_1 va T_2 topilsin.

3.50. Shar gorizontal sirt bo'ylab sirpanishsiz dumalamoqda. Sharning to'liq kinetik energiyasi $T = 14$ J. Sharning ilgarilanma va aylanma harakat kinetik energiyalari T_1 va T_2 lar aniqlansin.

3.51. Balandligi $h = 1$ m bo'lgan qiya tekislikdan sirpanishsiz dumalayotgan shar markazining chiziqli tezligi ϑ aniqlansin.

3.52. Chambarak uzunligi $l = 2$ m va balandligi $h = 10$ cm bo'lgan qiya tekislikdan qancha t vaqt sirpanishsiz dumalaydi?

3.53. Uzunligi $l = 1$ m bo'lgan ingichka to'g'ri sterjen o'zining uchidan o'tuvchi gorizontal tekislikdagi o'qqa mahkamlangan. sterjenni muvozanat holatidan $\varphi = 60^\circ$ burchakka og'dirib, qo'yib yubordilar. Sterjenning quyi uchi muvozanat vaziyatidan o'tayotgan paytda qanday chiziqli ϑ tezlikka ega bo'ladi?

3.54. $l = 1$ m uzunlikka ega bo'lgan bir jinsli ingichka sterjen, undagi O nuqtadan o'tuvchi gorizontal tekislikdagi z o'q atrofida erkin aylana oladi. sterjenni muvozanat holatidan α burchakka og'dirib, qo'yib yuborildi (3.13-rasmga qarang). Uning muvozanat vaziyatidan o'tayotgan paytdagi burchak tezligi ω va sterjendagi B nuqtaning chiziqli tezligi ϑ aniqlansin. Hisoblash quyidagi hollar uchun bajarilsin:

1) $a = 0$, $b = l/2$, $\alpha = \pi/3$; 2) $a = l/3$, $b = 2l/3$, $\alpha = \pi/2$;

3) $a = l/3$, $b = 1$, $\alpha = \dfrac{2\pi}{3}$.

3.55. $l = 15$ cm uzunlikdagi tik qo'yilgan qalam stolga yiqilib tushyapti. Yiqilishning oxirida: 1) qalamning o'rtasi; 2) uning yuqori uchi qanday ω

qisqartirishda tashqi kuch qanday A ish bajaradi? Sharchaning tekislikka ishqalanishi inobatga olinmasin.

3.39. G'ildirak $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$ tenglama bilan ifodalanuvchi qonun bo'yicha aylanmoqda. Bunda $A = 2$ rad, $B = 32$ rad·s^{-2}, $C = -4$ rad·s^{-3}. Agar g'ildirakning inersiya momenti $J = 100$ kg·m^2 bo'lsa, g'ildirakning aylanishidan to to'xtaguniga qadar unga ta'sir etuvchi kuchlar erishadigan o'rtacha quvvat $\langle N \rangle$ topilsin.

3.40. G'ildirak $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$ tenglama bilan ifodalanuvchi qonun bo'yicha aylanmoqda. Bunda $A = 2$ rad, $B = 16$ rad·s^{-2}, $C = 2$ rad·s^{-3}. G'ildirakning inersiya momenti $J = 50$ kg·m^2. Aylantiruvchi moment M va quvvat N ning o'zgarish qonuni topilsin. Vaqtning $t = 3$ s momentida quvvat nimaga teng?

3.41. Motorning yakori $\nu = 1500$ min^{-1} chastota bilan aylanmoqda. Agar motor quvvatini $N = 500$ W gacha oshira olsa, aylantiruvchi moment M aniqlansin.

3.42. Diametri $d = 0{,}48$ m bo'lgan shkivda tasma orqali $N = 4$ kVt quvvat uzatilmoqda. Shkiv $\nu = 240$ min^{-1} chastota bilan aylanmoqda. Tasma yetaklovchi tarmog'ining taranglik kuchi T_1 yetaklanuvchi tarmog'ining taranglik kuchi T_2 dan ikki marta katta. Tasmaning ikkala tarmog'ining ham taranglik kuchlari topilsin.

3.43. Motorning quvvatini aniqlash uchun uning $d = 20$ cm diametrli shkiviga tasma tashladilar. Tasmaning bir uchiga dinamometr mahkamlangan, boshqasiga esa P yuk osdilar. Agar motor $\nu = 24$ s^{-1} chastota bilan aylanayotgan, yukning massasi $m = 1$ kg va dinamometrning ko'rsatishi $F = 24$ N bo'lsa, motorning quvvati N topilsin.

3.44. Massasi $m = 80$ kg va radiusi $R = 30$ cm bo'lgan disk ko'rinishidagi g'ildirak tinch holatda turibdi. G'ildirakka $\nu = 10$ s^{-1} chastota berish uchun qanday A_1 ish bajarish kerak? Agar disk shu massasi bilan kichikroq qalinlikka ega bo'lib, radiusi ikki marta katta bo'lganda, qanday A_2 ish bajarishi lozim bo'lar edi?

3.45. Aylanayotgan g'ildirakning kinetik energiyasi $T = 1$ kJ. O'zgarmas tormozlovchi moment ta'sirida g'ildirak tekis sekinlanuvchan harakat qila boshlaydi va $N = 80$ marta aylanib to'xtadi. Tormozlovchi kuch momenti M aniqlansin.

3.46. Inersiya momenti $J = 40$ kg·m^2 bo'lgan tinch turgan g'ildirak $M = 20$ N·m kuch momenti ta'sirida tekis tezlanuvchan aylana boshladi. Aylanish $t = 10$ s davom etdi. G'ildirak olgan kinetik energiya T aniqlansin.

3.47. $m = 10$ g massali o'q o'zining bo'ylama o'qi (o'zagi) atrofida $\nu = 3000$ s^{-1} chastota bilan aylanganicha $\vartheta = 800$ m/s tezlik bilan uchmoqda. O'qni $d = 8$ mm diametrli silindrcha deb hisoblab, o'qning to'la kinetik energiyasi T aniqlansin.

3.48. $m = 4$ kg massali yaxlit silindr gorizontal sirt bo'ylab sirpanishsiz dumalamoqda. Silindr o'qining chiziqli tezligi $\vartheta = 1$ m/s. Silindrning to'la kinetik energiyasi T aniqlansin.

3.49. Bir xil $m = 2$ kg massaga ega bo'lgan chambarak va yaxlit silindr bir xil $\vartheta = 5$ m/s tezlik bilan sirpanishsiz dumalashmoqda. Bu jismlarning kinetik energiyalari T_1 va T_2 topilsin.

3.50. Shar gorizontal sirt bo'ylab sirpanishsiz dumalamoqda. Sharning to'liq kinetik energiyasi $T = 14$ J. Sharning ilgarilanma va aylanma harakat kinetik energiyalari T_1 va T_2 lar aniqlansin.

3.51. Balandligi $h = 1$ m bo'lgan qiya tekislikdan sirpanishsiz dumalayotgan shar markazining chiziqli tezligi ϑ aniqlansin.

3.52. Chambarak uzunligi $l = 2$ m va balandligi $h = 10$ cm bo'lgan qiya tekislikdan qancha t vaqt sirpanishsiz dumaluvdi?

3.53. Uzunligi $l = 1$ m bo'lgan ingichka to'g'ri sterjen o'zining uchidan o'tuvchi gorizontal tekislikdagi o'qqa mahkamlangan. sterjenni muvozanat holatidan $\varphi = 60°$ burchakka og'dirib, qo'yib yubordilar. Sterjenning quyi holatidan muvozanat vaziyatidan o'tayotgan payida qanday chiziqli ϑ tezlikka ega bo'ladi?

3.54. $l = 1$ m uzunlikka ega bo'lgan bir jinsli ingichka sterjen, undagi O nuqtadan o'tuvchi gorizontal tekislikdagi z o'q atrofida erkin aylana oladi. sterjenni muvozanat holatidan α burchakka og'dirib qo'yib yuborildi (3.13-rasmga qarang). Uning muvozanat vaziyatidan o'tayotgan paytdagi burchak tezligi ω va sterjendagi B nuqtaning chiziqli tezligi ϑ aniqlansin. Hisoblash quyidagi hollar uchun bajarilsin:

1) $a = 0$, $b = l/2$, $\alpha = \pi/3$; 2) $a = l/3$, $b = 2l/3$, $\alpha = \pi/2$;

3) $a = l/3$, $b = l$, $\alpha = -\dfrac{2\pi}{3}$.

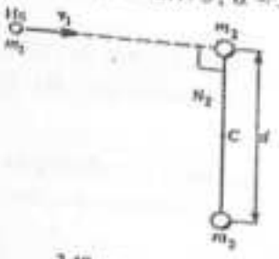
3.55. $l = 15$ cm uzunlikdagi tik qo'yilgan qalam stolga yiqilib tushyapti. Yiqilishning oxirida: 1) qalamning o'rtasi; 2) uning yuqori uchi qanday ω

burchak tezlikka va ϑ chiziqli tezlikka ega bo'ladi? Ishqalanish shu qadar kattaki, qalamning quyi uchi sirpanmaydi, deb hisoblansin.

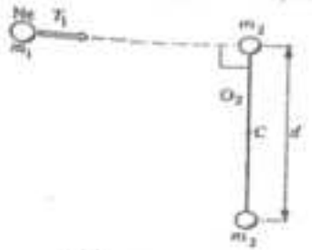
3.56. $R = 20$ cm radiusli bir jinsli disk, disk tekisligiga tik va O nuqtadan o'tuvchi gorizontal tekislikdagi z o'q atrofida erkin aylana oladi (3.14-rasmga q.). Diskdagi B nuqtaning muvozanat vaziyatidan o'tayotgan paytdagi ω burchak tezligi va ϑ chiziqli tezligi aniqlansin. Hisoblashlar quyidagi hollar uchun bajarilsin:

1) $a = b = R$, $\alpha = \pi/2$; 2) $a = R/2$, $b = 0$, $\alpha = \pi/3$;

3) $a = 2R/3$, $b = 2R/3$, $\alpha = 5\pi/3$; 4) $a = R/3$, $b = R$, $\alpha = 2\pi/3$.



3.19-rasm



3.20-rasm

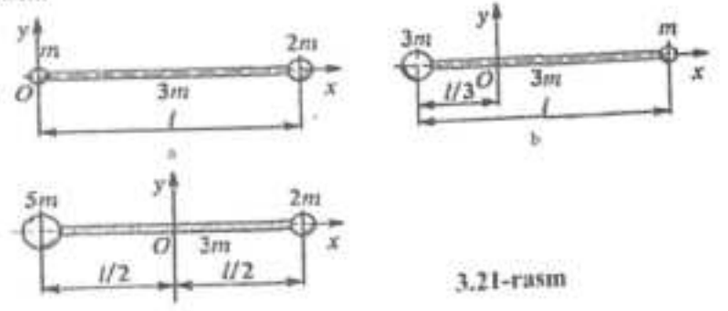
3.57.* Geliy atomi $\vartheta = 10^3 m/s$ tezlik bilan tinch turgan azot molekulasiga 3.19-rasmda ko'rsatilganidek kelib uriladi (m_1 – geliy atomi massasi, m_2 – azot atomi massasi). To'qnashishdan so'ng: 1) geliy atomining tezligi u_1, impulsi p_1' va uning impulsi o'zgarishi Δp_1; 2) azot molekulasi massalar markazining tezligi ϑ_m, azot molekulasining impulsi p_2', aylanishining burchak tezligi ω va azot molekulasining massa markazi (C) dan o'tuvchi Z o'qqa nisbatan impuls momenti L_z topilsin. Atomlar moddiy nuqta, molekulalar esa qattiq bog'langan aylanuvchi jism deb hisoblansin. Geliy atomi yadrolari orasidagi masofa $d = 0.109$ nm.

3.58.* Kinetik energiyasi $T_1 = 5 \cdot 10^{-21}$ J bo'lgan neon atomi kislorod molekulasiga 3.20-rasmda ko'rsatilgandek kelib uriladi (m_1 – neon atomi massasi, m_2 – kislorod atomi massasi). Bevosita to'qnashgandan keyin: 1) neon atomining impulsi p_1', kinetik energiyasi T_1' va kinetik energiyasining o'zgarishi ΔT_1; 2) kislorod molekulasi massa markazining tezligi ϑ_m, impulsi p_2', ilgarilanma harakat T_{2ilg}' va aylanma harakat T_{2ayl}' kinetik energiyalari. shuningdek kislorod molekulasining massa markazi C nuqtadan o'tuvchi Z o'qqa nisbatan impuls momenti L_z, molekulaning burchak tezligi ω topilsin.

Atomlar moddiy nuqta, molekula esa qattiq bog'langan aylanuvchi jism deb hisoblansin. Neon atomi yadrolari orasidagi masofa $d = 0.121$ nm.

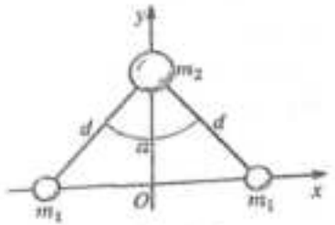
Massa markazi

3.59.* Quyidagi 3.21-rasmda uchlariga kichik sharchalar qotirib qo'yilgan yupqa bir jinsli sterjenlar tasvirlangan. Sterjen va sharchalarning massalari rasmda ko'rsatilgan. Rasmda keltirilgan a, b va v hollar uchun bunday sistemalar massa markazlari koordinatasi X_m aniqlansin va sharchalar moddiy nuqta deb hisoblansin. Sterjen uzunligi barcha hollarda 1.2 m deb olinsin.



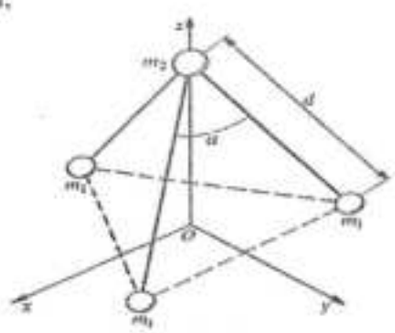
3.21-rasm

3.60.* 3 atomli molekula 2 ta m_1 massali bir xil atom va 1ta m_2 massali atomdan tashkil topgan. Atom yadrolari orasidagi masofa d va valent burchagi α ma'lum deb hisoblansin (3.22-rasm). Molekulalar massa markazlari koordinatalari X_m va Y_m lar aniqlansin. Hisoblashlar quyidagi moddalar uchun amalga oshirilsin: 1) H_2O ($d = 95.8$ pm; $\alpha = 104^\circ$); 2) SO_2 ($d = 143$ pm; $\alpha = 118^\circ$).



3.22-rasm

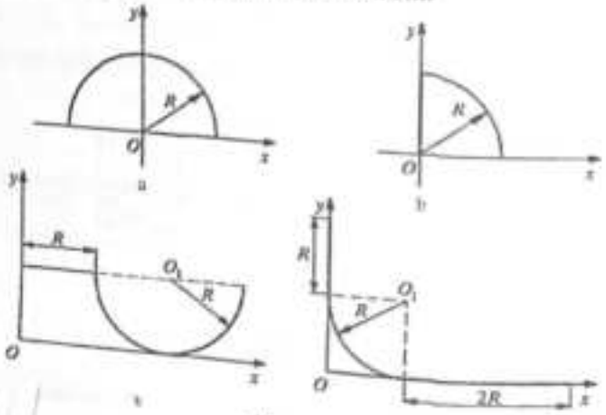
3.61.* Quyidagi 3.23-rasmda asosida teng tomonli uchburchak yotgan (bo'lgan) trigonal simmetrik piramida shaklidagi to'rt atomli molekula tasvirlangan. Koordinata boshi uchburchak markazida joylashgan. Atomlarning massalari m_1 va m_2, atom yadrolari orasidagi masofa d va α valent burchagi ma'lum deb hisoblab, molekula massalar markazi koordinatalari Z_m



3.23-rasm

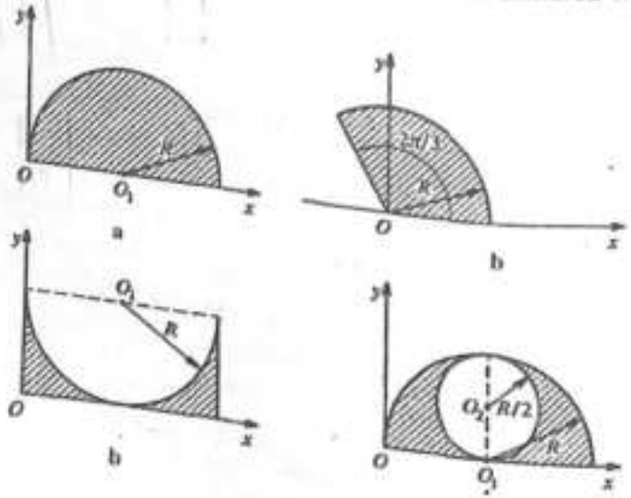
quyidagi molekulalar uchun aniqlansin: 1) NH_3 (d=101 pm, α=106°); 2) PCl_3 (d=204 pm, α=100°); 3) PH_3 (d=144 pm, α=94°).

3.62.* Yupqa bir jinsli sim 3.24-rasmda tasvirlangandek bukilgan. Har bir a, b, v, g hollar uchun massa markazlari X_c va Y_c koordinatalari aniqlansin. Hisoblashlarda R=10 cm deb hisoblansin.



3.24-rasm

3.63.* Yassi, yupqa va bir jinsli plastinkadan 3.25-rasmda keltirilgan shakllar qirqib olingan. Har bir keltirilgan a, b, v, g shakllar uchun massa markazlari koordinatalari X_c va Y_c lar aniqlansin. Hisoblashlarda R=10 cm deb olinsin.



3.25-rasm

4-§. MEXANIKADA KUCHLAR

Asosiy formulalar

Butun olam tortishish qonuni:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

bu yerda F –ikki moddiy nuqtaning o'zaro tortishish kuchi; m_1 va m_2 – ularning massalari, r–nuqtalar orasidagi masofa; G –tortishish doimiysi. Butun olam tortishish qonunining yuqorida yozilgan shaklini massalari sferik jihatdan simmetrik taqsimlangan sharlarning o'zaro ta'siriga ham qo'llash mumkin. Bu holda r sharlarning massa markazlari orasidagi masofa bo'ladi.

• Tortishish maydoni (gravitatsion maydon) kuchlanganligi:

$$g = \frac{F}{m},$$

bu yerda F –maydonning biror nuqtasida joylashgan m massali moddiy nuqtaga ta'sir etayotgan tortishish kuchi.

• Massasi M ni sferik jihatdan simmetrik taqsimlangan deb hisoblash mumkin bo'lgan sayyora hosil qiladigan tortishish maydoni kuchlanganligi:

$$g = G\frac{M}{r^2},$$

bu yerda r–sayyora markazidan maydonning sayyoradan tashqarida joylashgan, bizni qiziqtiradigan nuqtasigacha bo'lgan masofa.

Yer sirtidan h balandlikdagi erkin tushish tezlanishi:

$$g_h = \frac{g}{(1+h/R)^2},$$

bu yerda R –Yer radiusi; g –Yer sirtidagi erkin tushish tezlanishi. Agar $h \ll R$ bo'lsa, u holda

$$g_h = \left(1-\frac{2h}{R}\right)g.$$

• Bir-biridan r masofada joylashgan m_1 va m_2 massali ikki moddiy nuqtaning (massalari sferik jihatdan simmetrik joylashgan sharlarning) gravitatsion ta'sir potensial energiyasi:

$$\Pi = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

(Bir-biridan cheksiz uzoqlashtirilgan moddiy nuqtalarning potensial energiyalari nolga teng deb qabul qilingan).

• Tortishish maydonining potensiali:

$$\varphi = \frac{\Pi}{m},$$

bu yerda Π –maydonning muayyan nuqtasiga joylashtirilgan m massali moddiy nuqtaning potensial energiyasi.

• Massasi M ni sferik jihatdan simmetrik taqsimlangan deb hisoblash mumkin bo'lgan sayyora hosil qiladigan tortishish maydoni potensiali:

$$\varphi = -G\frac{M}{r},$$

bu yerda r – sayyora markazidan maydonning sayyoradan tashqarida joylashgan, bizni qiziqtiradigan nuqtasigacha bo'lgan masofa.

• Kepler qonunlari:

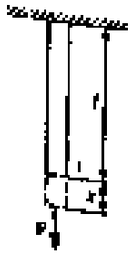
1) Sayyoralar fokuslaridan birida quyosh joylashgan muayyan ellips bo'ylab harakatlanadilar;

2) Sayyoralarning radius-vektorlari teng vaqtlar ichida teng yuzalar chizadi;

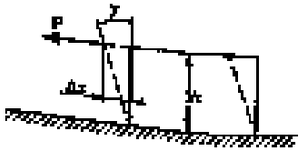
3) Ixtiyoriy ikki sayyoraning aylanish davrlari kvadratlarining nisbati ular orbitalarining katta yarim o'qlari kublari nisbatiga teng.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Kepler qonunlari yo'ldoshlarning sayyoralar atrofidagi harakatlari uchun ham o'rinlidir.



4.1-rasm



4.2-rasm

• Jismning bo'ylama cho'zilishidagi yoki siqilishidagi nisbiy deformatsiya:

$$\varepsilon = \frac{x}{l},$$

bu yerda ε –nisbiy cho'zilish (siqilish); x –absolyut (mutloq) cho'zilish (4.1-rasm); l –jismning boshlang'ich uzunligi. Siljishdagi nisbiy deformatsiya

$$tg\gamma = \frac{\Delta S}{h},$$

formuladan aniqlanadi: bu yerda $tg\gamma$ –nisbiy siljish; ΔS –jism parallel qatlamlarining bir-biriga nisbatan mutloq (absolyut) siljishi (4.2-rasm); h– qatlamlar orasidagi masofa; γ -siljish burchagi. (Kichik burchaklar uchun $tg\gamma \approx \gamma \approx \Delta S / h$.)

• Normal kuchlanish:

$$\sigma = \frac{F_x}{S},$$

bu yerda F_x –jismning ko'ndalang kesimiga tik yo'nalgan elastiklik kuchi; S shu kesimning yuzasi.

• Tangensial kuchlanish:

$$\tau = \frac{F_\tau}{S},$$

bu yerda F_τ - jism qatlami bo'ylab ta'sir etuvchi elastiklik kuchi; S –shu qatlamning yuzasi.

Bo'ylama cho'zilish yoki siqilish uchun Guk qonuni:

$$F_x = -kx \text{ yoki } \sigma = \varepsilon E,$$

bu yerda k - bikrlik koeffitsiyenti, E – yung moduli.

Siljish uchun Guk qonuni:

$$\Delta S = \frac{F \cdot h}{GS} \text{ yoki } \tau = G\gamma,$$

bu yerda G –ko'ndalang elastiklik moduli (siljish moduli).

• Bir jinsli yumaloq tayoqchani φ burchakka burovchi moment:

$$M = C\varphi,$$

bu yerda C -burulish doimiysi.

Jismni deformatsiyalaganda bajariladigan ish:

$$A = \frac{kx^2}{2}.$$

Cho'zilgan yoki siqilgan tayoqchaning potensial energiyasi:

$$\Pi = \frac{kx^2}{2} \text{ yoki } \Pi = \frac{\sigma^2}{2}V \text{ yoki } \Pi = \frac{E\varepsilon^2}{2}V,$$

bu yerda V– jismning hajmi.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Yer sirtidan uchirilgan fazoviy kemaning ikkinchi kosmik tezligi ϑ_{II} aniqlansin.

Eslatma: Ikkinchi kosmik (yoki parabolik tezlik) ϑ deb, jism Yer sirtidan cheksizlikkacha uzoqlashishi uchun unga berilishi zarur bo'lgan eng kichik tezlikka aytiladi (bunda havoning qarshiligi hisobga olinmaydi va jismga faqatgina Yerning tortish maydoni ta'sir qiladi deb faraz qilinadi).

Yechish: m massali jism cheksizlikkacha uzoqlashganda uning potensial energiyasi kamayayotgan kinetik energiyasi hisobiga orta boradi va cheksizlikda nolga teng bo'lmish maksimal qiymatiga erishadi. Ikkinchi kosmik tezlikning ta'rifiga binoan cheksizlikda jismning kinetik energiyasi ham nolga teng. Shunday qilib, cheksizlikda $T_\infty = 0$ va $\Pi_\infty = 0$. Mexanikada energiyaning saqlanish qonuniga binoan:

$$T + \Pi = T_\infty + \Pi_\infty \text{ yoki } \frac{m\vartheta_{II}^2}{2} - G\frac{mM}{R} = 0,$$

bu yerda M –Yerning massasi. Bundan $\vartheta_{II} = \sqrt{2GM/R}$ ni topamiz.

Ildiz ostidagi ifodani R ga ko'paytirib va bo'lib, bu formulani o'zgartiramiz:

$$\vartheta_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R^2}R},$$

$GM/R^2 = g$ ekanligidan (bunda g –Yer sirtidagi erkin tushish tezlanishi),

$$\vartheta_{II} = \sqrt{2gR}.$$

Bu formulaga g va R larning qiymatlarini qo'yib va hisoblab quyidagini olamiz: $\vartheta_{II} = 11{,}2$ km/s.

2 – masala. Fazoviy kema tik yo'nalishda uchirish maqsadida Yer sirtida o'rnatilgan. Kema Yer sirtidan uning radiusiga teng ($R = 6{,}37 \cdot 10^6$ m) masofaga uzoqlashishi uchun uchirishda kemaga qanday eng kichik ϑ_1 tezlik berilishi kerak? Fazoviy kema va Yerning o'zaro tortishish ta'sir kuchidan boshqa kuchlar inobatga olinmasin.

Yechish. Fazoviy kemaning eng kichik tezligi ϑ_1 ni aniqlash uchun uning eng kichik kinetik energiyasi T_1 ni topish kerak. Buning uchun mexanik energiyaning saqlanish qonunidan foydalanamiz. Bu qonun faqat konservativ kuchlar ta'sir etadigan, jismlarning yopiq sistemasi uchun bajariladi. Kema-Yer sistemasini yopiq deb hisoblash mumkin. Sistemaga ta'sir etadigan yagona konservativ kuch o'zaro tortishish kuchidir.

Sanoq sistemasi sifatida inersial sanoq sistemasini tanlaymiz, chunki faqat shunday sistemadagina dinamika qonunlari, xususan saqlanish qonunlari o'rinlidir. Ma'lumki, jismlar yopiq sistemasining massa markazi bilan bog'liq bo'lgan sanoq sistemasi inersial bo'ladi. Ko'rilayotgan holda kema-Yer sistemasining massa markazi amalda Yerning markazi bilan mos keladi, chunki Yerning massasi M kema massasi m dan yetarlicha katta. Binobarin, Yerning markazi bilan bog'liq sanoq sistemasini amalda inersial deb hisoblash mumkin. Mexanik energiyaning saqlanish qonuniga binoan quyidagini yozamiz:

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2. \qquad (1)$$

bu yerda T_1 va Π_1 –kema-Yer sistemasining boshlang'ich holatdagi (Yer sirtidagi) kinetik va potensial energiyalari; T_2 va Π_2 –oxirgi holatdagi (Yer radiusiga teng masofadagi) mazkur kattaliklar.

Tanlangan sanoq sistemasida Yerning kinetik energiyasi nolga teng. Shuning uchun ham T_1 kemaning boshlang'ich kinetik energiyasidir: $T_1 = \frac{m\vartheta_1^2}{2}$. Sistemaning boshlang'ich holatdagi potensial energiyasi [*] $\Pi_1 = -GmM/R$. Kema-Yer sirtidan uzoqlashgan sari uning potensial energiyasi ortib, kinetik energiyasi esa kamayib boradi. Oxirgi holatda kinetik energiya T_2 nolga teng bo'ladi, potensial energiya Π_2 esa eng katta qiymatiga erishadi: $\Pi_2 = -GmM/(2R)$. T_1, Π_1, T_2 va Π_2 larning qiymatlarini (1) ifodaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$\frac{1}{2}m\vartheta_1^2 - G\frac{mM}{R} = -G\frac{mM}{2R}$$

Olingan ifodani m ga qisqartirsak,

$$\vartheta_1 = \sqrt{\frac{gM}{R}}.$$

kelib chiqad. $GM/R^2 = g$ (g –Yer sirtidagi erkin tushish tezlanishi) ekanligini nazarda tutib, bu formulani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\vartheta_1 = \sqrt{gR}.$$

[*] Bir-biridan cheksiz uzoqlashtirilgan jismlarning tortishish o'zaro ta'sir potensial energiyasi nolga teng deb qabul qilinadi.

bu birinchi kosmik tezlik ifodasi bilan mos keladi (1-masalaga q.) kattaliklarning son qiymatlarini qo'yib, hisoblash o'tkazsak,

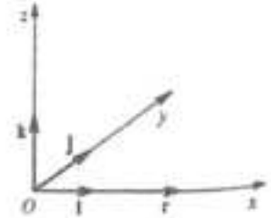
$$\vartheta_1 = 7{,}9 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

3-masala. Yer sirtidan tashqarida uning markazidan r masofada joylashgan m massali jismning Yer bilan tortishish o'zaro ta'sir potensial energiyasining ifodasi topilsin. $\Pi(r)$ bog'lanishning grafigi tuzilsin.

Yechish. Konservativ kuchlar maydonidagi potensial energiya kuch bilan quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$\vec{F} = -grad\Pi = -\left(\vec{i}\frac{\partial \Pi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial \Pi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial \Pi}{\partial z}\right),$$

bunda $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ –koordinata o'qlarining birlik vektorlari, (ortlar); $\frac{\partial \Pi}{\partial x}, \frac{\partial \Pi}{\partial y}, \frac{\partial \Pi}{\partial z}$ –potensial energiyaning mos koordinatalar bo'yicha xususiy hosilalari. Kuch maydoni sferik jihatdan simmetriklikka ega bo'lganda bu ifoda soddalashadi. Agar x o'q sfera radiusi bo'ylab yo'nalgan radius-vektor z bilan mos keltirilsa, unda $\frac{\partial \Pi}{\partial y}$ va $\frac{\partial \Pi}{\partial z}$ nolga aylanadi va bu holda $\vec{F} = -\vec{i}\frac{\partial \Pi}{\partial x}$, $\vec{F}$ va $\vec{i}$ vektorlar mos kelganligi (4.3-rasm) hamda Π faqat r ga bog'liq bo'lganligi tufayli:



4.3-rasm

$$\vec{F} = -\frac{d\Pi}{dr}\cdot\frac{\vec{r}}{r}. \qquad (1)$$

Butun olam tortishish qonunini vektor ko'rinishida yozamiz:

$$F = -G\frac{mM}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r} \qquad (2)$$

bu yerda G –tortishish doimiysi; M –Yerning massasi. (1) va (2) ifodalarni solishtirib, $\frac{d\Pi}{dr} = G\frac{mM}{r^2}$ ni topamiz, bundan:

$$d\Pi = G\frac{mM}{r^2}dr.$$

Bu tenglikdan aniqmas integral olib quyidagini topamiz:

$$\Pi = -G\frac{mM}{r} + C,$$

bu yerda C –integrallash doimiysi.

Olingan ifodaga binoan, potensial energiya biror o'zgarmas kattalikkacha aniqlikda topilishi mumkin.

1. Agar bir-biridan cheksiz katta masofaga uzoqlashtirilgan ikki jismning potensial energiyasini nolga teng deb qabul qilsak, u holda integrallash doimiysi C nolga teng bo'ladi. Bu hol uchun quyidagini yozamiz:

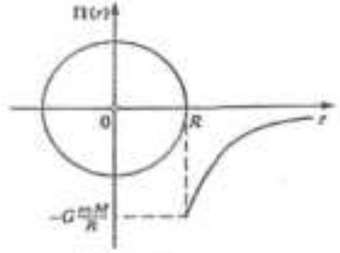
$$\Pi(r) = -G\frac{mM}{r}.$$

$\Pi(r)$ ga mos keluvchi bog'lanish 4.4–rasmda keltirilgan grafik yordamida tasvirlanadi.

2. Agar Yer sirtidagi potensial energiyani nolga teng deb qabul qilsak, u holda $\Pi(r) = -G\frac{mM}{R} + C = 0$, $C = G\frac{mM}{R}$ va $\Pi(r) = G\frac{mM}{R} - G\frac{mM}{r}$. Lekin, $r = R + h$ bo'lganligidan (bu yerda h–jismning Yer sirtidan balandligi)

$$\Pi(r) = G\frac{mM}{R} - G\frac{mM}{R+h} = G\frac{mM}{R\cdot(R+h)}h.$$

Agar $h \ll R$ bo'lsa, u holda $\Pi(r) = G\frac{mM}{R^2}h$ yoki $g = G\frac{M}{R^2}$ ekanligidan $\Pi(r) = mgh$.



4.4-rasm

4.5-rasm

4-masala. Yerning tortishish maydonida joylashgan m massali jism 1 nuqtadan 2 nuqtaga ko'chadi (4.5-rasm). Agar jismning 1 nuqtadagi tezligi $\vartheta_1 = \sqrt{gR} = 7{,}9$ m/s bo'lsa, jismning 2 nuqtadagi tezligi ϑ_2 aniqlansin. Erkin tushish tezlanishi g ma'lum deb hisoblansin.

Yechish. Jism-Yer sistemasi yopiq sistema bo'lib, unda konservativ kuch-tortishish kuchi ta'sir qiladi. Shuning uchun ham energiyaning saqlanish qonunidan foydalanish mumkin (inersial sanoq sistemasini sistemaning massa markazi bilan bog'laymiz). U holda quyidagini yozish mumkin:

$$E_1 = E_2 \text{ yoki } T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2. \qquad (1)$$

bu yerda T_1, Π_1 va T_2, Π_2 -boshlang'ich 1 va oxirgi 2 holatlarga mos keluvchi kinetik va potensial energiyalar. Shuni ta'kidlaymizki, jism-Yer sistemasining massa markazi amalda Yerning massa markazi bilan mos keladi ($m \ll M$) va shuning uchun ham Yerning boshlang'ich hamda oxirgi holatlaridagi kinetik energiyalari nolga teng. U holda:

$$T_1 = \frac{m\vartheta_1^2}{2};\ \Pi_1 = -G\frac{Mm}{3R};\ T_2 = \frac{m\vartheta_2^2}{2};\ \Pi_2 = -G\frac{Mm}{2R}.$$

Bu ifodalarni (1) ga qo'yib quyidagini olamiz:

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2} - G\frac{Mm}{3R} = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - G\frac{Mm}{2R}$$

GM ni gR^2 bilan almashtirib $\left(GM = gR^2\right)$ va qisqartirish o'tkazib, $\vartheta_2^2 = \vartheta_1^2 + \frac{1}{3}gR$ ni topamiz, bundan $\vartheta_2 = \sqrt{\vartheta_1^2 + \frac{1}{3}gR}$. $\vartheta_1^2 = gR$ ekanligidan (masalaning shartiga ko'ra),

$$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{4}{3}gR} = \vartheta_1\sqrt{\frac{4}{3}}.$$

Hisoblashlarni amalga oshirsak,

$$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{4}{3}}\cdot 7{,}49 \text{ km/s} = 9{,}12 \text{ km/s}.$$

5-masala. $m = 10$ kg massali jismning 1 nuqtadan 2 nuqtaga ko'chirilishida Yerning tortishish maydoni kuchlari bajargan ish A_{12} hisoblansin (4.5-rasm). Yerning radiusi R va Yer sirti yaqinidagi erkin tushish tezlanishi g ma'lum deb hisoblansin.

Yechish. Masalani yechish uchun ish A va potensial energiyaning o'zgarishi $\Delta\Pi$ orasidagi munosabatdan foydalanamiz. Sistema kuchlari-tortishish kuchlari konservativ kuchlar turiga kirganligi uchun ham maydon kuchlarining ishi potensial energiyaning kamayishi hisobiga bajariladi, ya'ni:

$$A_{12} = \Delta\Pi = \Pi_1 - \Pi_2,$$

bu yerda Π_1 va Π_2 –jism-Yer sistemasining mos ravishda boshlang'ich va oxirgi holatlaridagi potensial energiyalari.

Jism Yerdan cheksiz katta masofada bo'lganida jism bilan Yerning o'zaro ta'sir potensial energiyasi nolga teng deb shartlashamiz. U holda r

masofadagi potensial energiya ushbu tenglik orqali ifodalanadi $\Pi = -G\frac{Mm}{r}$,

bu yerda M -Yerning massasi.

Masala shartlarida berilgan $r_1 = 3R$ va $r_2 = 2R$ masofalar uchun (4.5-rasm) potensial energiyaning quyidagi ikki ifodasini topamiz: $\Pi_1 = -G\frac{mM}{3R}$;

$\Pi_2 = -G\frac{Mm}{2R}$.

Π_1 va Π_2 larning bu ifodalarini (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$A_{12} = -G\frac{mM}{3R} - \left(-G\frac{mM}{2R}\right) = \frac{1}{6}G\frac{mM}{R}.$$

$G\frac{M}{R^2} = g$ ekanligini nazarda tutsak, oxirgi ifodani quyidagi ko'rinishga keltiramiz: $A_{12} = \frac{1}{6}mgR$.

m, g, R larning qiymatlarini bu ifodaga qo'yib, hisoblashlarni bajarsak:

$$A_{12} = \frac{1}{6}\cdot 10\cdot 9{,}81\cdot 6{,}37\cdot 10^6 \text{ J} = 1{,}04\cdot 10^8 \text{ J} = 104 \text{ MJ}.$$

6-masala. Uzunligi $l = 5$ m, ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 4$ cm^2 bo'lgan po'lat sterjenning yuqori uchi mahkamlangan, pastki uchiga esa $m = 2\cdot 10^3$ kg massali yuk osilgan. 1) sterjen materialining normal kuchlanishi σ; 2) sterjenning absolyut x va nisbiy ε cho'zilishi; 3) cho'zilgan sterjenning potensial energiyasi Π aniqlansin.

Yechish: 1. Cho'zilgan sterjen materialining normal kuchlanishi $\sigma = \frac{F}{S}$

formula orqali ifodalanadi (bunda F – sterjen o'qi bo'ylab ta'sir etuvchi kuch). Mazkur holda bu kuch og'irlik kuchiga teng va shuning uchun:

$$\sigma = \frac{mg}{S}$$

deb yozishimiz mumkin. Hisoblashlarni bajarsak, $\sigma = 49$ M Pa.

2. Absolyut cho'zilish:

$$x = \frac{Fl}{E\cdot S},$$

bu yerda T_1, Π_1 va T_2, Π_2 -boshlang'ich 1 va oxirgi 2 holatlarga mos keluvchi kinetik va potensial energiyalar. Shuni ta'kidlaymizki, jism-Yer sistemasining massa markazi amalda Yerning massa markazi bilan mos keladi ($m \ll M$) va shuning uchun ham Yerning boshlang'ich hamda oxirgi holatlaridagi kinetik energiyalari nolga teng. U holda:

$$T_1 = \frac{m\vartheta_1^2}{2};\ \Pi_1 = -G\frac{Mm}{3R};\ T_2 = \frac{m\vartheta_2^2}{2};\ \Pi_2 = -G\frac{Mm}{2R}.$$

Bu ifodalarni (1) ga qo'yib quyidagini olamiz:

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2} - G\frac{Mm}{3R} = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - G\frac{Mm}{2R}$$

GM ni gR^2 bilan almashtirib $\left(GM = gR^2\right)$ va qisqartirish o'tkazib, $\vartheta_2^2 = \vartheta_1^2 + \frac{1}{3}gR$ ni topamiz, bundan $\vartheta_2 = \sqrt{\vartheta_1^2 + \frac{1}{3}gR}$, $\vartheta_1^2 = gR$ ekanligidan (masalaning shartiga ko'ra),

$$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{4}{3}gR} = \vartheta_1\sqrt{\frac{4}{3}}.$$

Hisoblashlarni amalga oshirsak,

$$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{4}{3}}\cdot 7{,}49 \text{ km/s} = 9{,}12 \text{ km/s}.$$

5-masala. $m = 10$ kg massali jismning 1 nuqtadan 2 nuqtaga ko'chirilishida Yerning tortishish maydoni kuchlari bajargan ish A_{12} hisoblansin (4.5-rasm). Yerning radiusi R va Yer sirti yaqinidagi erkin tushish tezlanishi g ma'lum deb hisoblansin.

Yechish. Masalani yechish uchun ish A va potensial energiyaning o'zgarishi $\Delta\Pi$ orasidagi munosabatdan foydalanamiz. Sistema kuchlari-tortishish kuchlari konservativ kuchlar turiga kirganligi uchun ham maydon kuchlarining ishi potensial energiyaning kamayishi hisobiga bajariladi, ya'ni:

$$A_{12} = \Delta\Pi = \Pi_1 - \Pi_2,$$

bu yerda Π_1 va Π_2 -jism-Yer sistemasining mos ravishda boshlang'ich va oxirgi holatlaridagi potensial energiyalari.

Jism Yerdan cheksiz katta masofada bo'lganida jism bilan Yerning o'zaro ta'sir potensial energiyasi nolga teng deb shartlashamiz. U holda r

masofadagi potensial energiya ushbu tenglik orqali ifodalanadi $\Pi = -G\frac{Mm}{r}$,

bu yerda M -Yerning massasi.

Masala shartlarida berilgan $r_1 = 3R$ va $r_2 = 2R$ masofalar uchun (4.5-rasm) potensial energiyaning quyidagi ikki ifodasini topamiz: $\Pi_1 = -G\frac{mM}{3R}$;

$\Pi_2 = -G\frac{Mm}{2R}$.

Π_1 va Π_2 larning bu ifodalarini (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$A_{12} = -G\frac{mM}{3R} - \left(-G\frac{mM}{2R}\right) = \frac{1}{6}G\frac{mM}{R}.$$

$G\frac{M}{R^2} = g$ ekanligini nazarda tutsak, oxirgi ifodani quyidagi ko'rinishga keltiramiz: $A_{12} = \frac{1}{6}mgR$.

m, g, R larning qiymatlarini bu ifodaga qo'yib, hisoblashlarni bajarsak:

$$A_{12} = \frac{1}{6}\cdot 10\cdot 9{,}81\cdot 6{,}37\cdot 10^6 \text{ J} = 1{,}04\cdot 10^8 \text{ J} = 104 \text{ MJ}.$$

6-masala. Uzunligi $l = 5$ m, ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 4$ cm^2 bo'lgan po'lat sterjenning yuqori uchi mahkamlangan, pastki uchiga esa $m = 2\cdot 10^3$ kg massali yuk osilgan. 1) sterjen materialining normal kuchlanishi σ ; 2) sterjenning absolyut x va nisbiy ε cho'zilishi; 3) cho'zilgan sterjenning potensial energiyasi Π aniqlansin.

Yechish: **1**. Cho'zilgan sterjen materialining normal kuchlanishi $\sigma = \frac{F}{S}$ formula orqali ifodalanadi (bunda F – sterjen o'qi bo'ylab ta'sir etuvchi kuch). Mazkur holda bu kuch og'irlik kuchiga teng va shuning uchun:

$$\sigma = \frac{mg}{S}$$

deb yozishimiz mumkin. Hisoblashlarni bajarsak, $\sigma = 49$ M Pa.

2. Absolyut cho'zilish:

$$x = \frac{Fl}{E\cdot S},$$

formula orqali ifodalanadi, bunda E – Yung moduli. Bu formulaga F, l, S va E kattaliklarning qiymatlarini qo'yib (E ning qiymati 11-jadvaldan olinsin) hisoblashni bajarsak:

$$x = \frac{Fl}{ES} = \frac{mgl}{E \cdot S} = \frac{2 \cdot 10^{3} \cdot 9{,}81 \cdot 5}{200 \cdot 10^{9} \cdot 4 \cdot 10^{-4}}\ \text{m} = 1{,}23 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 1{,}23\ \text{m}.$$

Sterjenning nisbiy cho'zilishi:

$$\varepsilon = \frac{x}{e} = 2{,}46 \cdot 10^{-4}.$$

3. Cho'zilgan sterjenning potensial energiyasi $\Pi = \frac{E\sigma}{2} V$, bu yerda $V = Sl$ – jismning hajmi. Shuning uchun $\Pi = \frac{E\sigma}{2} Sl$. Shu formula bo'yicha hisoblashni bajarsak, $\Pi = 12{,}1$ J.

7-masala. Prujinali pistoletdan tik yuqoriga o'q otilgan. Agar prujinaning qattiqligi $k = 196$ N/m bo'lib, otishdan oldin u $x = 10$ cm ga siqilgan bo'lsa, $m = 20$ g massali o'q ko'tariladigan balandlik h aniqlansin. Prujinaning massasi hisobga olinmasin.

Yechish. Yer – o'q sistemasi (pistolet bilan birgalikda) yopiq sistema bo'lib, unda konservativ kuchlar: elastiklik va tortishish kuchlari ta'sir qiladi. Shuning uchun ham masalani yechishda mexanikadagi energiyaning saqlanish qonunini qo'llash mumkin. Bu qonunga binoan sistemaning boshlang'ich holatdagi to'la energiyasi E_1 (mazkur holda otishdan oldin), oxirgi holatdagi to'la energiyasi E_2 ga (o'q h balandlikka ko'tarilganda) teng, ya'ni:

$$E_1 = E_2 \text{ yoki } T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \qquad (1)$$

bunda T_1 va T_2 – sistemaning boshlang'ich va oxirgi holatlardagi kinetik energiyalari; Π_1 va Π_2 – o'sha holatlardagi potensial energiyalar.

O'qning boshlang'ich va oxirgi holatlardagi kinetik energiyalari nolga teng bo'lganligidan (1) tenglik quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\Pi_1 = \Pi_2. \qquad (2)$$

Agar Yer tortishish maydonining potensial energiyasini uning sirtida nolga teng deb qabul qilsak, u holda sistemaning boshlang'ich holatdagi potensial energiyasi siqilgan prujinaning potensial energiyasiga teng, ya'ni $\Pi_1 = \frac{kx^2}{2}$. Oxirgi holatda esa – 2 o'qning h balandlikdagi potensial

energiyasiga teng, ya'ni $\Pi_2 = mgh$ bo'ladi. Π_1 va Π_2 larning keltirilgan ifodalarini (2) formulaga qo'yib quyidagini topamiz:

$$\frac{kx^2}{2} = mgh,\ h = \frac{kx^2}{2mg}.$$

Oxirgi formulaga binoan hisoblashni bajarsak, $h = 5$ m.

Masalalar

Tortishish kuchlari. Tortishish (gravitatsiya) maydoni

4.1. Ikkita bir xil bir jinsli sharlarning massa markazlari bir-biridan $r = 1$ m masofada joylashgan. Har bir sharning massasi $m = 1$ kg dan bo'lsa u holda sharlarning o'zaro tortishish ta'sir kuchlari aniqlansin.

4.2. Har birining massasi $m = 10\,t$ dan bo'lgan ikkita fazoviy kema bir-biriga $r = 100$ m masofagacha yaqinlashishsa, ularning o'zaro tortishish kuchlari qanday qiymatga ega bo'ladi?

4.3. Har birining diametri $d = 20$ cm dan bo'lgan, bir-biriga tegib turgan ikkita temir sharning o'zaro tortishish kuchi aniqlansin.

4.4. Yer sirtidan qanday h balandlikda tortishish maydoni kuchlanganligi $g_h = 1$ N/kg bo'ladi? Yerning radiusi R ma'lum deb hisoblansin.

4.5. Tik yuqoriga qarab otilgan raketa h=3200 km balandlikka ko'tarildi va qaytib tusha boshladi. Tushishining birinchi sekundida kema qanday S yo'lni o'tadi?

4.6. Mars sayyorasining radiusi $R = 3{,}4$ Mm, uning massasi $M = 6{,}4 \cdot 10^{23}$ kg. Mars sirtidagi tortishish maydoni kuchlanganligi g aniqlansin.

4.7. Yerning radiusi Oyning radiusidan $n = 3{,}66$ marta, o'rtacha zichligi esa Oyning o'rtacha zichligidan $k = 1{,}66$ marta katta. Yer sirtidagi erkin tushish tezlanishi g ni ma'lum deb hisoblab, Oy sirtidagi erkin tushish tezlanishi aniqlansin.

4.8. Kichik bir sayyoraning radiusi $R = 250$ km, o'rtacha zichligi $\rho = 3$ g/cm^3. Sayyora sirtidagi erkin tushish tezlanishi aniqlansin.

4.9. Yerning massasi Oy massasidan $n = 81{,}6$ marta katta. Yer va Oyning massa markazlari orasidagi masofa $l = 60{,}3R$ (R – Yer radiusi). Yer va Oy tortishish maydonlari kuchlanganliklarining yig'indisi nolga teng bo'lgan nuqta Yer markazidan qanday r (R larda hisoblaganda) masofada joylashgan?

4.10. Sun'iy yo'ldosh $h = 3{,}6$ Mm balandlikda Yer atrofida aylana orbita bo'ylab harakatlanadi. Yo'ldoshning chiziqli tezligi ϑ aniqlansin. Yerning radiusi R va Yer sirtidagi erkin tushish tezlanishi g ma'lum deb hisoblansin.

4.11. Yer sun'iy yo'ldoshining aylanish davri $T = 2$ soat. Yo'ldosh orbitasini aylana deb hisoblab, uning Yer sirtidan qanday h balandlikda harakatlanayotgani aniqlansin.

4.12. Sun'iy yo'ldosh aylanma orbita bo'ylab Yer ekvatori tekisligida harakatlanadi va hamma vaqt Yer sirtidagi bitta joy ustida qoladi. Yo'ldoshning burchak tezligi ω va orbitasining radiusi R aniqlansin.

4.13. Neptun sayyorasidan quyoshgacha bo'lgan masofa Yergacha bo'lgan masofadan $k = 30$ marta katta. Neptunning quyosh atrofida aylanish davri T (yillarda) aniqlansin.

4.14. Oy yer atrofida $\vartheta_1 = 1{,}02$ km/s tezlik bilan harakatlanadi. Yerdan oygacha bo'lgan o'rtacha masofa $l = 60{,}3R$ (R -Yer radiusi). Shu ma'lumotlar bo'yicha yer sirtidan uncha katta bo'lmagan balandlikda Yer atrofida aylanayotgan sun'iy yo'ldoshining aylanish tezligi topilsin.

4.15. Yerning quyosh atrofidagi harakatining o'rtacha tezligi ϑ_1 ni bilgan holda (30 km/s), orbitasining radiusi yer orbitasi radiusidan $n = 4$ marta katta bo'lgan kichik sayyora qanday ϑ_2 o'rtacha tezlik bilan harakatlanishi aniqlansin.

4.16. Birinchi sun'iy sayyoraga aylangan sovet kosmik kemasi quyosh atrofida ellips bo'ylab harakatlanadi. Quyoshdan kemagacha bo'lgan eng kichik masofa $r_{min} = 0{,}97$ f.b., eng katta masofa esa $r_{max} = 1{,}32$ f.b. (f.b–yer va quyosh orasidagi o'rtacha masofa). Sun'iy sayyoraning aylanish davri T (yillarda) aniqlansin.

4.17. Fazoviy kema quyosh atrofida deyarli yer orbitasi bilan mos keluvchi orbita bo'ylab harakatlanadi. Tormozlovchi qurilma ishlatilgach. Kemaning tezda o'z tezligini yo'qotib, quyoshga qulab tusha boshlaydi (4.6-rasm). Kemaning qulash vaqti t aniqlansin.

Ko'rsatma. Quyoshga qulayotib kema katta o'qi yer orbitasining *radiusi*dan, ekssentrisiteti esa birdan ko'p farq qilmaydigan ellips bo'ylab *harakatlanadi* deb qabul qilinsin. Ellips bo'ylab aylanish davri ekssentrisitetga *bog'liq emas*.

4.18. Yerdan Marsga tomon uchirilgan fazoviy kema quyosh atrofida *elliptik* orbita bo'ylab harakatlanmoqda (4.7-rasm). Quyoshdan Marsgacha

bo'lgan o'rtacha masofa $r = 1{,}5$ f.b. Kema Mars bilan uchrashguncha qancha (t) vaqt davomida uchadi?

4.6-rasm

4.7-rasm

4.19. Sun'iy yo'ldosh Yer atrofida ekssentrisiteti $\varepsilon = 0{,}5$ bo'lgan ellips bo'ylab harakatlanmoqda. Yo'ldoshning perigeydagi (yo'ldosh orbitasining Yer markaziga eng yaqin nuqtasi) chiziqli tezligi apogeydagi (orbitaning eng uzoqdagi nuqtasi) chiziqli tezligidan necha marta katta?

Ko'rsatma. *Impuls momentining saqlanish qonuni qo'llanilsin.*

4.20. Kometa quyosh atrofida ekssentrisitet $\varepsilon = 0{,}6$ bo'lgan ellips bo'ylab harakatlanmoqda. Kometa orbitasining quyoshga eng yaqin bo'lgan nuqtasidagi chiziqli tezligi eng uzoq bo'lgan nuqtasidagi chiziqli tezligidan necha marta katta?

4.21. Marsning eng yaqin yo'ldoshi sayyora markazidan $r = 9{,}4$ Mm masofada bo'lib, uning atrofida $\vartheta = 2{,}1$ km/s tezlik bilan harakatlanadi. Marsning massasi M aniqlansin.

4.22. Oy markazidan Yer markazigacha bo'lgan masofa r va Oyning Yer atrofida aylanish davri T larni bilgan holda Yer massasi M aniqlansin (T va r lar ma'lum deb hisoblansin).

4.23. Saturn sayyorasining yo'ldoshlaridan biri sayyoradan taxminan Yerdan Oygacha bo'lgan masofaga teng r uzoqlikda joylashgan. Lekin uning sayyora atrofidagi T aylanish davri Oynikidan qariyb $n = 10$ marta kichik. Saturn va Yer massalarining nisbati aniqlansin.

4.24. Hamma nuqtalaridagi zichligi ρ ni bir xil deb hisoblash mumkin bo'lgan sayyoradagi erkin tushish tezlanishi g ning sayyora markazidan boshlab hisoblanagan r masofaga bog'lanishi topilsin. $g(r)$ bog'lanishning grafigi tuzilsin. Sayyoraning radiusi R ma'lum deb hisoblansin.

4.25. $m = 1$ kg massali jism Yer sirtida turibdi. Quyidagi ikki hol uchun og'irlik kuchining o'zgarishi ΔP aniqlansin: 1) Jismni $h = 5$ km balandlikka

ko'tarilganda; 2) jismni chuqurligi $h = 5$ km bo'lgan shaxtaga tushirilganda. Yer radiusi $R = 6{,}37$ Mm va zichligi $\rho = 5{,}5$ g/cm^3 bo'lgan bir jinsli shar deb hisoblansin.

4.26. $m = 1$ kg massali jism: 1) Yer radiusiga teng h balandlikdan; 2) cheksizlikdan Yer sirtiga tushganda. Yer tortishish maydonining bajargan ishi A aniqlansin. Yerning radiusi R va uning sirtidagi erkin tushish tezlanishi g ma'lum deb hisoblansin.

4.27. Yuqoriga tik uchirilgan fazoviy kemaning boshlang'ich tezligi ϑ birinchi kosmik tezlikka teng bo'lsa, kema Yer sirtidan qanday h balandlikgaca ko'tariladi?

4.28. Yer va Quyosh sirtlaridagi tortishish maydoni potensialining qiymati aniqlansin.

4.29. Oy sirti yaqinidagi birinchi (aylanma) va ikkinchi (parabolik) kosmik tezliklarning qiymatlari hisoblab topilsin.

4.30. Quyosh sirti yaqinidagi birinchi va ikkinchi kosmik tezliklar topilsin.

4.31. Kichik sayyoraning radiusi $R = 100$ km, sayyora moddasining o'rtacha zichligi $\rho = 3$ g/cm^3. Shu sayyora sirtidagi parabolik tezlik ϑ aniqlansin.

4.32. Agar fazoviy kema Yerdan $\vartheta_0 = 10$ km/s boshlang'ich tezlik bilan uchirilgan bo'lsa, kemaning Yer radiusiga teng balandlikdagi tezligi qanday bo'ladi? Havoning qarshiligi hisobga olinmasin. Yerning radiusi R va Yer sirtidagi erkin tushish tezlanishi g ma'lum deb hisoblansin.

4.33. Fazoviy kema Yerdan $\vartheta_0 = 15$ km/s boshlang'ich tezlik bilan uchirilgan. Agar Yerdan kemagacha bo'lgan masofa cheksiz ortib borsa, kemaning tezligi qanday chegaraviy qiymatga intiladi? Havoning qarshiligi va Yerdan boshqa osmon jismlarining tortishishi hisobga olinmasin.

4.34. Meteorit amalda cheksiz deb hisoblash mumkin bo'lgan, juda katta masofadan Quyoshga qulab tushmoqda. Meteoritning boshlang'ich tezligi hisobga olinmaydigan darajada kichik. Meteorit bilan Quyosh orasidagi masofa Yer va Quyosh o'rtasidagi o'rtacha masofaga teng bo'lgan paytda meteoritning tezligi qanday bo'ladi?

4.35. Kometa parabola deb hisoblash mumkin bo'lgan orbita bo'ylab harakatlanib Quyoshni aylanib o'tmoqda. Kometa perigeydan o'tayotgan (kometa orbitasining Quyoshga eng yaqin nuqtasi) paytda Quyoshdan

kometagacha bo'lgan masofa $r = 50$ Gm bo'lsa, kometa shu nuqtada qanday ϑ tezlik bilan harakatlanadi?

4.36. Yer sirtidan $h = 2{,}6$ Mm balandlikdagi fazoviy kemaga Yer markazi bilan kemani tutashtiruvchi chiziqqa tik yo'nalishda $\vartheta = 10$ km/s tezlik berildi. Kema Yerga nisbatan qanday orbita bo'ylab harakatlanadi? Konus kesimining ko'rinishi aniqlansin.

Elastiklik kuchlari. Mexanik kuchlanish. Mustahkamlik

4.37. Diametri $d = 2$ mm bo'lgan simga $m = 1$ kg massali yuk osilgan. Simda yuzaga keladigan mexanik kuchlanish σ aniqlansin.

4.38. Diametri $d = 2$ cm va uzunligi $l = 60$ m bo'lgan qo'rg'oshin simning yuqori uchi qo'zg'almas qilib mahkamlangan. Pastki uchiga esa $m = 100$ kg massali yuk osilgan. Simning: 1) pastki uchidagi; 2) o'rtasidagi; 3) yuqori uchidagi kuchlanishi topilsin.

4.39. Diametri $d = 1$ mm bo'lgan po'lat sim $\sigma_{oq} = 294$ MPa elastiklik chegarasidan chiqmasdan ko'pi bilan qancha yukka chidashi mumkin? Shu yuk ta'sirida simning cho'zilishi uning boshlang'ich uzunligining qanday qismini tashkil etadi?

4.40. Qo'rg'oshin sim yuqori uchidan tik holatda osilgan. O'girlik kuchi ta'sirida uzilib ketmasligi uchun sim qanday eng katta uzunlikka ega bo'lishi kerak? Qo'rg'oshinning mustahkamlik chegarasi $\sigma_{mus} = 12{,}3$ MPa.

4.41. Simga bog'langan $m = 10$ kg massali qadoqtosh $\nu = 2s^{-1}$ chastota bilan gorizontal sirtda ishqalanishsiz sirpanganicha simning uchidan o'tuvchi tik o'q atrofida aylanadi. Simning uzunligi $l = 1{,}2$ m va ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 2$ mm^2. Sim materialining mexanik kuchlanishi topilsin. Uning massasi hisobga olinmasin.

4.42. Uzunligi $l = 1{,}2$ m, ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 2$ cm^2 va massasi $m = 10$ kg bo'lgan bir jinsli sterjen gorizontal sirt bo'ylab ishqalanishsiz sirpanganicha, sterjen uchidan o'tuvchi tik o'q atrofida $\nu = 2\,s^{-1}$ chastota bilan aylanmoqda. Shu aylanish chastotasi uchun sterjen materialining eng katta kuchlanishi topilsin.

Elastiklik moduli. Bikrlik

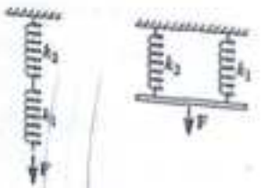
4.43. Uzunligi $l = 5$ m va ko'ndalang kesim yuzasi $S = 2$ mm^2 bo'lgan sigma $m = 5{,}1$ kg massali yuk osildi. Natijada sim $x = 0{,}6$ mm ga uzaydi. Sim materiali uchun Yung moduli E topilsin.

4.44. Uzunligi $l = 3$ m va diametri $d = 2$ cm bo'lgan po'lat sterjen ga massasi $m = 2{,}5 \cdot 10^3$ kg bo'lgan yuk osilgan. Tayoqchadagi kuchlanish σ hamda sterjenning nisbiy ε va absolyut cho'zilishi x aniqlansin.

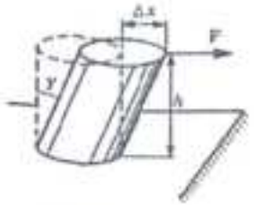
4.45. Uzunligi $l = 2$ m va diametri $d = 1$ mm bo'lgan sim deyarli gorizontal tortilgan. Simning o'rtasiga $m = 1$ kg massali yuk osganda yuk osilgan nuqta $h = 4$ cm gacha pasayadigan darajada cho'zildi. Sim materialining Yung moduli aniqlansin.

4.46. Bikrliklari $k_1 = 0{,}33$ kN/m va $k_2 = 0{,}8$ kN/m bo'lgan ikkita prujina ketma-ket ulangan. Agar ikkinchi prujina $x_2 = 1{,}5$ cm ga deformatsiyalangan bo'lsa, birinchi prujinaning absolyut deformatsiyasi x_1 aniqlansin.

4.47. Ikkita prujinadan iborat sistemaning ular ketma-ket va parallel ulanganlaridagi bikrligi k aniqlansin (4.8-rasm). Prujinalarning bikrligi $k_1 = 2$ kN/m va $k_2 = 6$ kN/m.



4.8-rasm



4.9-rasm

4.48. Diametri $d = 20$ cm va balandligi $h = 20$ cm bo'lgan silindr shaklidagi temir g'o'laning pastki asosi qo'zg'almas qilib mahkamlangan. G'o'laning yuqori asosiga $F = 20$ kN kuch ta'sir qilmoqda (4.9-rasm). 1) g'o'la materialiga qo'yilgan tangensial kuchlanish τ ; 2) nisbiy deformatsiya γ (siljish burchagi); 3) g'o'la yuqori asosining siljishi Δx aniqlansin (mahkamlangan pastki asosiga nisbatan).

4.49. Ingichka sterjenning bir uchi mahkamlangan, ikkinchi uchiga esa $M = 1$ kN·m kuch moment qo'yilgan. Agar buralish doimiysi $C = 120$ kN·m/rad bo'lsa, sterjenning buralish burchagi aniqlansin.

4.50. Ingichka bir jinsli metall tasmaning yuqori uchi mahkamlangan bo'lib, pastki uchiga $M = 1$ MN·m kuch moment qo'yilgan. Tasmaning buralish burchagi $\varphi = 10^\circ$. Buralish doimiysi C aniqlansin.

Elastiklik kuchining ishi. Deformatsiyalangan jismning energiyasi

4.51. Uzunligi $l = 1$ m va ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 1$ cm^2 bo'lgan po'lat sterjenni $x = 1$ mm ga cho'zish uchun qanday A ish bajarish kerak?

4.52. Prujinani $x = 1$ cm ga siqish uchun $F = 10$ N kuch qo'yish kerak. Agar kuch siqishga proporsional bo'lsa, prujinani $x = 10$ cm ga siqish uchun qanday A ish bajarish kerak?

4.53. Bikrligi $k = 10$ kN/m bo'lgan prujina $F = 2000$ N kuch bilan siqilgan. Shu prujinani yana qo'shimcha $x = 1$ cm ga siqishda tashqi kuchlar bajaradigan ish A aniqlansin.

4.54. Bikrligi $k = 1$ kN/m bo'lgan prujina $x_1 = 4$ cm ga siqilgan. Prujinaning siqilishini $x_2 = 18$ cm gacha orttirish uchun qanday A ish bajarish kerak?

4.55. Prujinaning yuqori uchida turgan taxtacha ustiga qo'yilgan qadoqtosh prujinani $x = 2$ mm ga siqadi. Prujina uchiga $h = 5$ cm balandlikdan tushgan shu qadoqtoshning o'zi prujinani qanchagacha siqadi?

4.56. $m_1 = 100$ g massali o'q zatvorining massasi $m_2 = 200$ g bo'lgan avtomatik to'pponcha stvolining og'zidan $\vartheta = 300$ m/s tezlik bilan uchib chiqadi.

To'pponchaning zatvori stvolga bikrligi $k = 25$ kN/m bo'lgan prujina bilan siqiladi. Otishdan keyin zatvor qanday l masofaga suriladi? To'pponcha qattiq mahkamlangan deb hisoblansin.

4.57. Bikrliklari $k_1 = 0{,}3$ kN/m va $k_2 = 0{,}5$ kN/m bo'lgan ikki prujina ketma-ket biriktirilgan va shunday cho'zilganki, ikkinchi prujinaning x absolyut deformatsiyasi 3 cm ga teng. Prujinalarni cho'zishda bajarilgan ish A hisoblansin.

4.58. Bikrligi $k = 100$ kN/m bo'lgan prujina $x_1 = 4$ cm ga cho'zilgan. Qo'yilgan kuch kamaytira borilib, prujinaga boshlang'ich holatiga (cho'zilmagan) qaytishga imkon berildi. So'ngra prujina $x_2 = 6$ cm ga siqildi. Bunda tashqi kuch bajargan ish A aniqlansin.

4.59. $m = 3{,}9$ kg massali po'lat sterjen o'z boshlang'ich uzunligining $x = 0{,}001$ qismiga cho'zilgan. Cho'zilgan sterjenning potensial energiyasi Π topilsin.

4.60. Uzunligi $l = 2$ m va ko'ndalang kesim yuzasi $S = 2$ cm^2 bo'lgan temir sterjen muayyan kuch bilan cho'zilmoqda va bunda cho'zilish $x = 0{,}4$ cm ga teng. Cho'zilgan sterjenning potensial energiyasi Π va energiyaning hajmiy zichligi ω hisoblansin.

4.61. Uzunligi $l = 2$ m va ko'ndalang kesimi yuzasi $S = 2$ cm^2 bo'lgan po'lat sterjen $F = 10$ kN kuch bilan cho'zilmoqda. Cho'zilgan sterjening potensial energiyasi Π va energiyaning hajmiy zichligi w topilsin.

4.62. Bikrliklari $k_1 = 1$ kN/m va $k_2 = 3$ kN/m bo'lgan ikki prujina parallel biriktirilgan. Shu sistemaning absolyut deformatsiya $x = 5$ cm bo'lgan holdagi potensial energiyasi aniqlansin.

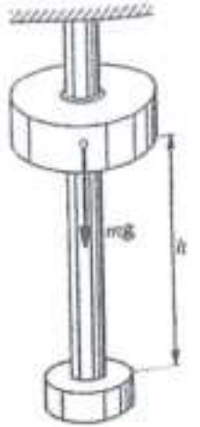
4.63. $m = 10$ g massali sharcha prujinasi $x = 5$ cm ga siqilgan bo'lsa, sharcha prujinali to'pponchadan qanday ϑ tezlik bilan uchib chiqadi? Prujinaning bikrligi $k = 200$ H/m.

4.64. Prujinali miltiqning prujinasi $x_1 = 20$ cm ga siqilgan. Tepki bosish holatiga keltirilganda uni yana $x_2 = 30$ cm ga siqdilar. Agar prujinaning bikrligi $k = 120$ N/m bo'lsa, massasi $m = 50$ g bo'lgan o'q miltiqdan qanday ϑ tezlik bilan uchib chiqadi.

4.65. $m = 12$ t massali vagon $\vartheta = 1$ m/s tezlik bilan harakatlanayotgan edi. U prujinali buferga urilib, bufer prujinasini $x = 10$ cm ga siqib to'xtadi. Prujinaning bikrligi k topilsin.

4.66. Po'lat tayoqcha shunday cho'zilganki, tayoqcha materialidagi kuchlanish $\sigma = 300$ MPa bo'lgan. Cho'zilgan tayoqcha potensial energiyasining hajmiy zichligi w topilsin.

4.67. Po'lat tayoqning uzunligi $l = 2$ m va ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 10$ mm^2. Tayoqning yuqori uchi qo'zg'almas qilib mahkamlangan, pastki uchiga esa tirgak mahkamlangan. Tayoqqa o'rtasidan teshilgan $m = 10$ kg massali yuk kiydirilgan (4.10-rasm). Yuk $h = 10$ cm balandlikdan tushib, tirgakda tutilib qoladi. 1) yuk urilganda tayoqning cho'zilishi x; 2) bunda tayoq materialida vujudga keladigan normal kuchlanish σ topilsin.



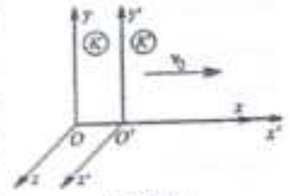
4.10-rasm

5-§. RELYATIVISTIK MEXANIKA

Asosiyformulalar

Maxsus nisbiylik nazariyasida faqat inersial sanoq sistemalari qaraladi. Barcha masalalarda y, y' va z, z' ning yo'nalishlari bir xil. K' koordinata sistemasining K sistemaga nisbatan nisbiy tezligi v, esa umumiy o'q xx' bo'ylab yo'nalgan deb olinadi (5.1-rasm).

Tayoqcha uzunligining relyativistik (Lorens) qisqarishi $l = l_0\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}$, bu yerda l_0 – tayoqchaning K koordinata sistemasidagi, ya'ni tayoqcha harakatsiz bo'lgan koordinata sistemasidagi uzunligi (xususiy uzunlik). Tayoqcha x' o'qiga parallel; l – tayoqchaning K sistemadagi, ya'ni tayoqcha unga nisbatan ϑ tezlik bilan harakatlanayotgan sistemadagi uzunligi; c – elektromagnit nurlanishning tarqalish tezligi.



5.1-rasm

• Soat yurishining relyativistik sekunlashuvi:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}},$$

bu yerda Δt_0 – K sistemada bir nuqtada ro'y bergan ikki hodisa orasidagi shu sistemadagi soat bilan o'lchanganvaqt oralig'i (harakatlanuvchi soatning xususiy vaqti); Δt – ikki hodisa orasidagi, K sistemadagi soat bilan o'lchangan vaqt oralig'i.

• Tezliklarni relyativistik qo'shish:

$$\vartheta = \frac{\vartheta' + \vartheta_0}{1 + \vartheta_0\vartheta'/c^2},$$

bu yerda ϑ' – nisbiy tezlik (jismning K' sistemaga nisbatan tezligi); ϑ_0 – K' sistemaning K ga nisbatan tezligi; ϑ – mutlaq (absolyut) tezlik (jismning K sistemaga nisbatan tezligi).

Nisbiylik nazariyasida *mutlaq tezlik* deb jismning shartli ravishda harakatsiz deb qabul qilingan koordinata sistemasidagi tezligiga aytiladi.

• Relyativistik massa:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}} \quad \text{yoki} \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

bu yerda m_0 –tinchlikdagi massa; β –zarraning yorug'lik tezligi ulushlarida ifodalangan tezligi ($\beta = \vartheta/c$).

• Relyativistik impuls:

$$p = m\vartheta = \frac{m_0\vartheta}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}} \quad \text{yoki} \quad p = m_0 c\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

• Relyativistik zarraning to'liq energiyasi:

$$E = m\cdot c^2 = m_0c^2 + T,$$

4.61. Uzunligi $l = 2$ m va ko'ndalang kesimi yuzasi $S = 2$ cm^2 bo'lgan po'lat sterjen $F = 10$ kN kuch bilan cho'zilmoqda. Cho'zilgan sterjening potensial energiyasi Π va energiyaning hajmiy zichligi ω topilsin.

4.62. Bikrliklari $k_1 = 1$ kN/m va $k_2 = 3$ kN/m bo'lgan ikki prujina parallel biriktirilgan. Shu sistemaning absolyut deformatsiya $x = 5$ cm bo'lgan holdagi potensial energiyasi aniqlansin.

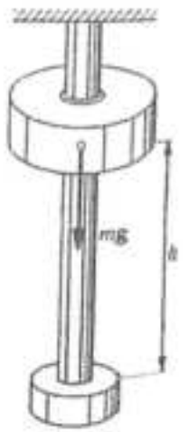
4.63. $m = 10$ g massali sharcha prujinasi $x = 5$ cm ga siqilgan bo'lsa, sharcha prujinali to'pponchadan qanday ϑ tezlik bilan uchib chiqadi? Prujinaning bikrligi $k = 200$ H/m.

4.64. Prujinali miltiqning prujinasi $x_1 = 20$ cm ga siqilgan. Tepki bosish holatiga keltirilganda uni yana $x_2 = 30$ cm ga siqdilar. Agar prujinaning bikrligi $k = 120$ N/m bo'lsa, massasi $m = 50$ g bo'lgan o'q miltiqdan qanday ϑ tezlik bilan uchib chiqadi.

4.65. $m = 12$ t massali vagon $\vartheta = 1$ m/s tezlik bilan harakatlanayotgan edi. U prujinali buferga urilib, bufer prujinasini $x = 10$ cm ga siqib to'xtadi. Prujinaning bikrligi k topilsin.

4.66. Po'lat tayoqcha shunday cho'zilganki, tayoqcha materialidagi kuchlanish $\sigma = 300$ MPa bo'lgan. Cho'zilgan tayoqcha potensial energiyasining hajmiy zichligi ω topilsin.

4.67. Po'lat tayoqning uzunligi $l = 2$ m va ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 10$ mm^2. Tayoqning yuqori uchi qo'zg'almas qilib mahkamlangan, pastki uchiga esa tirgak mahkamlangan. Tayoqqa o'rtasidan teshilgan $m = 10$ kg massali yuk kiydirilgan (4.10-rasm). Yuk $h = 10$ cm balandlikdan tushib, tirgakda tutilib qoladi. 1) yuk urilganda tayoqning cho'zilishi x; 2) bunda tayoq materialida vujudga keladigan normal kuchlanish σ topilsin.



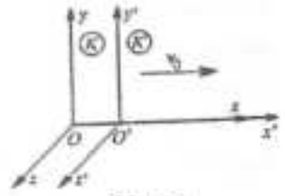
4.10-rasm

5-§. RELYATIVISTIK MEXANIKA

Asosiyformulalar

Maxsus nisbiylik nazariyasida faqat inersial sanoq sistemalari qaraladi. Barcha masalalarda y, y' va z, z' ning yo'nalishlari bir xil. K' koordinata sistemasining K sistemaga nisbatan nisbiy tezligi ϑ, esa umumiy o'q xx' bo'ylab yo'nalgan deb olinadi (5.1-rasm).

Tayoqcha uzunligining relyativistik (Lorens) qisqarishi $l = l_0\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}$, bu yerda l_0 – tayoqchaning K koordinata sistemasidagi, ya'ni tayoqcha harakatsiz bo'lgan koordinata sistemasidagi uzunligi (xususiy uzunlik). Tayoqcha x' o'qiga parallel: l – tayoqchaning K sistemadagi, ya'ni tayoqcha unga nisbatan ϑ tezlik bilan harakatlanayotgan sistemadagi uzunligi; c – elektromagnit nurlanishning tarqalish tezligi.



5.1-rasm

• Soat yurishining relyativistik sekunlashuvi:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}},$$

bu yerda Δt_0 – K sistemada bir nuqtada ro'y bergan ikki hodisa orasidagi shu sistemadagi soat bilan o'lchanganvaqt oralig'i (harakatlanuvchi soatning xususiy vaqti); Δt – ikki hodisa orasidagi, K sistemadagi soat bilan o'lchangan vaqt oralig'i.

• Tezliklarni relyativistik qo'shish:

$$\vartheta = \frac{\vartheta' + \vartheta_0}{1 + \vartheta_0\vartheta'/c^2},$$

bu yerda ϑ' – nisbiy tezlik (jismning K' sistemaga nisbatan tezligi); ϑ_0 – K' sistemaning K ga nisbatan tezligi; ϑ – mutlaq (absolyut) tezlik (jismning K sistemaga nisbatan tezligi).

Nisbiylik nazariyasida *mutlaq tezlik* deb jismning shartli ravishda harakatsiz deb qabul qilingan koordinata sistemasidagi tezligiga aytiladi.

• Relyativistik massa:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}} \quad \text{yoki} \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

bu yerda m_0 –tinchlikdagi massa; β –zarraning yorug'lik tezligi ulushlarida ifodalangan tezligi ($\beta = \vartheta/c$).

• Relyativistik impuls:

$$p = m\vartheta = \frac{m_0\vartheta}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}} \quad \text{yoki} \quad p = m_0c\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

• Relyativistik zarraning to'liq energiyasi:

$$E = m\cdot c^2 = m_0c^2 + T,$$

bu yerda T–zarraning kinetik energiyasi; $m_0 \cdot c^2 = E_0$–zarraning tinchlikdagi energiyasi. Agar zarraning tezligi yorug'lik tezligiga yaqin bo'lsa, zarra *relyativistik*, agar $\vartheta << c$ bo'lsa, klassik deyiladi.

• Relyativistik zarraning to'liq energiyasi va impulsi orasidagi bog'lanish:

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4.$$

• Relyativistik zarraning kinetik energiyasi va impulsi orasidagi bog'lanish:

$$p^2c^2 = T \cdot (T + 2\vartheta_0 c^2).$$

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Fazoviy kema $\vartheta = 0,9c$ tezlik bilan Yer markazi tomon harakatlanmoqda. Kema o'zida joylashtirilgan (K' sistema) soat bilan hisoblangan $\Delta t_0 = 1s$ vaqt oralig'ida Yer bilan bog'langan (K sistema) hisob sistemasida qanday l masofani o'tadi? Yerning sutkalik aylanishi va Quyosh atrofidagi orbital harakati hisobga olinmasin.

Yechish. Fazoviy kemaning Yer bilan bog'langan (K sistema) hisob sistemasida o'tgan L masofasini ushbu formula orqali aniqlaymiz:

$$l = \vartheta \Delta t, \qquad (1)$$

bu yerda Δt – K sanoq sistemasida hisoblangan vaqt oralig'i. Bu vaqt oralig'i K' sistemada hisoblangan vaqt oralig'i bilan:

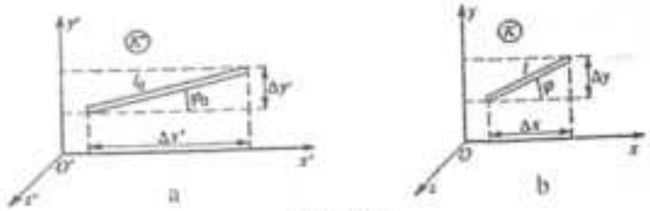
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}},$$

munosabat orqali bog'langan. Δt ning ifodasini (1) formulaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$l = \frac{\vartheta \cdot \Delta t_0}{\sqrt{1-\left(\vartheta/c^2\right)}}.$$

Hisoblashlarni bajarsak $l = 6.19 \cdot 10^8 m$.

2-masala. Tayoq laboratoriya sanoq sistemasida (K sistema) $\vartheta = 0,8c$ tezlik bilan harakatlanmoqda. K sistemada o'tkazilgan hisoblashlarga binoan uning uzunligi $L = 10m$, x o'qi bilan hosil qilgan burchagi esa $\varphi = 30$ bo'lib chiqdi. Tayoqning o'zi bilan bog'langan K'–sistemaning xususiy uzunligi l_0 va x' bilan hosil qiladigan burchagi φ_0 aniqlansin (5.2-rasm).



5.2-rasm

Yechish. K' sistemada tayoq $x'O'y'$ tekislikda yotgan bo'lsin. 5.2a-rasmdan ko'rinib turibdiki, tayoqning xususiy uzunligi l_0 va uning x' o'q bilan hosil qilgan burchagi φ_0 quyidagi tengliklar bilan aniqlanadi:

$$l_0 = \sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2}, \quad tg\varphi_0 = \frac{\Delta y'}{\Delta x'}. \qquad (1)$$

Mazkur kattaliklar K–sistemada quyidagiga teng bo'ladi (5.2b-rasm):

$$l_0 = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}, \quad tg\varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x}. \qquad (2)$$

Shuni qayd etamizki, K' sistemadan K ga o'tilganda tayoqning y o'qi yo'nalishidagi o'lchamlari o'zgarmaydi, x o'qi yo'nalishida esa relyativistik (Lorens) qisqaradi, ya'ni:

$$\Delta y = \Delta y', \; \Delta x = \Delta x'\sqrt{1-\beta^2}. \qquad (3)$$

Oxirgi munosabatlar hisobga olinganda tayoqning xususiy uzunligi quyidagi tenglik orqali ifodalanadi:

$$l_0 = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{\frac{(\Delta x) + (\Delta y)^2 - \beta^2(\Delta y)^2}{\sqrt{1-\beta^2}}},$$

yoki

$$l_0 = \frac{\sqrt{l^2 - \beta^2(\Delta y)^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Bu ifodada Δy ni $l\sin\varphi$ bilan almashtirib (5.2b-rasm), quyidagini olamiz:

$$l_0 = \frac{\sqrt{l^2 - \beta^2 l^2 \sin^2\varphi}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}\sqrt{1-\beta^2\sin^2\varphi}.$$

l, β, φ kattaliklarning qiymatlarini bu ifodaga qo'yib, hisoblashlarni bajarsak, $l_0 = 15,3m$

φ_0 burchakni aniqlash uchun esa (1), (2) va (3) munosabatlardan foydalanamiz:

$$tg\varphi_0 = \frac{\Delta y}{\Delta x}\sqrt{1-\beta^2} \text{ yoki } tg\varphi_0 = tg\varphi\sqrt{1-\beta^2}.$$

Bundan

$$\varphi_0 = arctg\left(tg\varphi\sqrt{1-\beta^2}\right).$$

φ va β larning qiymatlarini bu ifodaga qo'yib hisoblashlarni bajarsak, $\varphi_0 = 19{,}1^\circ$.

3 – masala. Elektronning kinetik energiyasi $T = 1MeV$. Elektronning tezligi aniqlansin.

Yechish: Kinetik energiyaning relyativistik formulasi:

$$T = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right).$$

β ga nisbatan o'zgartirishlar qilib zarraning yorug'lik tezligining ulushlarida ($\beta = \vartheta/c$) ifodalangan tezligini topamiz:

$$\beta = \frac{\sqrt{(2E_0 + T)T}}{E_0 + T}, \qquad (1)$$

bu yerda E_0 –elektronning tinchlikdagi energiyasi (22-jadvalga q.) Bu formula bo'yicha hisoblashlarni energiyaning istalgan birliklarida bajarish mumkin, chunki formulaning o'ng tomonidagi birliklar qisqarib ketadi va hisoblash natijasida birliksiz son olinadi.

E va T larning son qiymatlarini megaelektronovoltlarda qo'yib, quyidagini olamiz:

$$\beta = 0{,}941.$$

$\vartheta = \beta c$ ekanligidan,

$$\vartheta = 2{,}82 \cdot 10^8\ m/s.$$

T kinetik energiyali zarra relyativistik yoki klassik ekanligini aniqlash uchun zarraning kinetik energiyasini uning tinchlikdagi energiyasi bilan solishtirish yetarli. Agar $\frac{T}{E_0} \ll 1$ bo'lsa, u holda zarrani klassik deb hisoblash mumkin. Bu holda relyativistik formula klassikka o'tadi:

$$\beta = \sqrt{2T/E_0} \text{ yoki } \vartheta = \sqrt{2T/m_0}.$$

4-masala. $\vartheta = 0{,}9c$ tezlik bilan harakatlanayotgan elektronning relyativistik impulsi p va kinetik energiyasi T aniqlansin (bunda c– yorug'likning vakuumdagi tezligi).

Yechish. Relyativistik impuls:

$$p = m_0 c\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (1)$$

(1) formula bo'yicha hisoblash o'tkazib quyidagini olamiz:

$$p = 5{,}6 \cdot 10^{-22} kg \cdot m/s.$$

Relyativistik mexanikada zarraning kinetik energiyasi T_k zarraning to'liq E va tinchlikdagi E_0 energiyalari orasidagi farq sifatida aniqlanadi, ya'ni:

$$T = E - E_0.$$

$E = mc^2$ va $E_0 = m_0c^2$ ekanligidan, massaning tezlikka bog'liqligini nazarda tutib, quyidagini olamiz:

$$T = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0c^2, \qquad (2)$$

yoki uzil-kesil ravishda:

$$T = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right),$$

hisoblashlarni bajarsak

$$T = 1{,}06 \cdot 10^{-13} J$$

Energiyaning sistemaga kirmaydigan birliklarida elektronning tinchlikdagi energiyasi $m_0c^2 = 0{,}51MeV$. Bu qiymatni (2) formulaga qo'ysak,

$$T = 0{,}66MeV.$$

5-masala. Kinetik energiyasi $T = m_0c^2$ bo'lgan relyativistik zarra (m_0– zarraning tinchlikdagi massasi) tinchlikdagi (laboratoriya sanoq sistemasida) xuddi shunday zarraga noelastik uriladi. Bunda qo'shma zarra hosil bo'ladi. 1) harakatlanuvchi zarraning relyativistik massasi m; 2) qo'shma zarraning relyativistik massasi m va tinchlikdagi massasi m_0' ; 3) uning kinetik energiyasi T_0' aniqlansin.

Yechish. 1. Harakatlanayotgan zarraning urilishgacha bo'lgan relyativistik massasi m ni relyativistik zarra kinetik energiyasining ifodasi $T = (m - m_0)c^2$ dan topamiz. $T = m_0c^2$ ekanligidan $m = 2m_0$

2. Qo'shma zarraning relyativistik massasini topish uchun zarralarning yig'indi relyativistik massasi saqlanishidan* foydalanamiz: $m + m_0 = m'$ bunda $m + m_0$ – zarralarning to'qnashishgacha bo'lgan yig'indi relyativistik massasi; m' –qo'shma' zarraning relyativistik massasi, $m' = 2m$ ekanligidan $m' = 3m_0$

Qo'shma zarraning tinchlikdagi massasi m_0' ni

$$m' = \frac{m_0'}{\sqrt{1-(\vartheta'/c)^2}} \qquad (1)$$

munosabatdan topamiz. Qo'shma zarraning ϑ tezligini (u massa markazining laboratoriya sanoq sistemasidagi tezligi bilan mos keladi) impulsning saqlanish qonuni $p = p'$ dan topish mumkin (bunda p – relyativistik zarraning to'qnashishgacha bo'lgan impulsi; p' –qo'shma relyativistik zarraning impulsi). p ni kinetik energiya T orqali ifodalaymiz:

$$p = (1/c)\sqrt{(2E_0 + T)T}\,.$$

$T = E_0 = m_0c^2$ ekanligidan:

$$p = \frac{1}{2}\sqrt{(2m_0c^2 + m_0c^2)m_0c^2} = m_0c\sqrt{3}\,.$$

Relyativistik impuls $p' = m'\vartheta', m' = 3m_0$ ekanligini hisobga olib, impulsning saqlanish qonunini $m_0c\sqrt{3} = 3 \cdot m\vartheta'$ ko'rinishda yozish mumkin. Bundan

$$\vartheta' = \frac{c}{\sqrt{3}}.$$

ϑ' va m' larning ifodasini (1) formulaga qo'yib, qo'shma zarraning tinchlikdagi massasini topamiz:

$$m_0' = 3m_0\sqrt{1-\left(1/\sqrt{3}\right)^2} \text{ yoki } m_0' = m_0 \cdot \sqrt{6}\,.$$

2. Qo'shma relyativistik zarraning kinetik energiyasi T' ni uning to'liq energiyasi $m'c^2$ va tinchlikdagi energiyasi $m_0'c^2$ ning farqi sifatida topamiz:

$$T' = (m' - m_0') \cdot c^2\,.$$

m' va m_0' larning ifodalarini o'rniga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$T' = (3m_0 - \sqrt{8}m_0)c^2 = (3 - \sqrt{6})m_0c^2 = 0{,}55m_0c^2\,.$$

Masalalar

Uzunlik va vaqt oralig'ining relyativistik o'zgarishi

5.1. Sterjenning uzunligini $\Delta l = 0{,}1\mu m$ gacha aniqlikda o'lchay olamiz deb faraz qilaylik. Ikkita inersial sanoq sistemasining qanday nisbiy ϑ tezligida xususiy uzunligi $l_0 = 1m$ bo'lgan sterjen uzunligining relyativistik qisqarishini aniqlash mumkin bo'lar edi?

5.2. Ikkita soat o'zaro to'g'rilangandan keyin bir-biriga nisbatan harakatlanayotgan K va K' sistemalarda joylashtirilgan. Agar o'lchanayotgan vaqt oralig'ining xususiy davom etish vaqti $\tau_0 = 1s$ ni tashkil etsa, sistemalar nisbiy harakatining qanday ϑ tezligida soatlar yurishining relyativistik sekinlashuvini aniqlash mumkin? Vaqt $\Delta\tau = 10ns$ aniqlikda o'lchanadi.

5.3. Yo'ldosh fazoviy kema ichida uchishdan oldin Yerdagi soatga to'g'rilangan soat bor. Yo'ldoshning tezligi $\vartheta_0 = 7{,}9km/s$. Yerdagi kuzatuvchi o'z soati bilan $\tau = 0{,}5$ yilni o'lchaganda yo'ldoshdagi soat qancha orqada qoladi?

5.4. Fotonli fazoviy kema yerga nisbatan $\vartheta = 0{,}6c$ tezlik bilan harakat qiladi. Yerdagi kuzatuvchining nuqtai nazarida kemada vaqtning o'tishi necha marta sekinlashadi?

5.5. Xususiy uzunligi $l_0 = 1m$ bo'lgan sterjen sistemada harakatsiz turibdi. Sterjen x' o'q bilan $\varphi_0 = 45°$ burchak hosil qilib joylashgan. Agar K' sistemaning K ga nisbatan tezligi $\vartheta = 0{,}8c$ bo'lsa, tayoqchaning sistemadagi uzunligi l va burchak φ aniqlansin.

5.6. K' sistemada tomonlari x' o'qiga parallel bo'lgan kvadrat turibdi. Agar K' sistema K sistemaga nisbatan $\vartheta = 0{,}95c$ tezlik bilan harakatlanayotgan bo'lsa, K sistemada kvadrat diagonallari orasidagi burchak aniqlansin.

5.7. Laboratoriya sanoq sistemasida (K–sistema) π-mezon paydo bo'lganidan to parchalangunigacha $l = 75m$ masofani uchib o'tdi. π-mezonning tezligi $\vartheta = 0{,}995c$. π-mezonning xususiy yashash vaqti τ_0 aniqlansin.

5.8. Myu-mezonning xususiy yashash vaqti $\tau_0 = 2\mu s$. Laboratoriya sanoq sistemasida myu-mezon tug'ilish nuqtasidan parchalanish nuqtasigacha bo'lgan $l = 6km$ masofani uchib o'tdi. Myu-mezon qanday tezlik bilan (yorug'lik tezligi ulushlarida) harakatlangan?

Tezliklarni relyativistik qo'shish

5.9. $\vartheta \ll c$ da relyativistik zarralar tezliklarini qo'shish formulasi klassik mexanikadagi mos formulaga o'tishi ko'rsatilsin.

5.10. Ikki relyativistik zarra laboratoriya sanoq sistemasida bir to'g'ri chiziq bo'ylab $\vartheta_1 = 0,6c$ va $\vartheta_2 = 0,9c$ tezliklar bilan harakatlanmoqda. Quyidagi ikki hol uchun ularning nisbiy tezligi ϑ_{21} aniqlansin: 1) zarralar bir xil yo'nalishda harakatlanmoqdalar; 2) zarralar qarama-qarshi yo'nalishlarda harakatlanmoqdalar.

5.11. Laboratoriya sanoq sistemasida ikkita zarra bir xil modulli tezliklar bilan bir-biridan uzoqlashishmoqda. Shu sanoq sistemasining o'zida ularning nisbiy tezligi $\vartheta = 0,5c$. Zarralarning tezliklari aniqlansin.

5.12. Tezlatkichdan uchib chiqqan ion o'z harakati yo'nalishida foton chiqardi. Agar ionning tezlatkichga nisbatan tezligi $\vartheta = 0,8c$ bo'lsa, fotonning tezlatkichga nisbatan tezligi aniqlansin.

5.13. Tezlatkich radioaktiv yadroga $\vartheta_1 = 0,4c$ tezlik berdi. Yadro tezlatkichdan uchib chiqish paytida o'z harakat yo'nalishida tezlatkichga nisbatan tezligi $\vartheta_2 = 0,75c$ bo'lgan β zarrachani chiqardi. Zarrachaning yadroga nisbatan tezligi ϑ_{21} topilsin.

5.14. Ikkita tezlatkich qarama-qarshi yo'nalishlarda tezliklari $\vartheta_2 = 0,9c$ bo'lgan zarralarni chiqaradi. Zarralardan biri bilan harakatlanayotgan sanoq sistemasi uchun zarralar yaqinlashuvining nisbiy tezligi ϑ_{21} aniqlansin.

Relyativistik massa va relyativistik impuls

5.15. Zarra $\vartheta_2 = 0,5c$ tezlik bilan harakatlanmoqda. Zarraning relyativistik massasi tinchlikdagi massasidan necha marta katta?

5.16. Agar zarraning relyativistik massasi tinchlikdagi massasidan uch marta katta bo'lsa, zarra qanday ϑ tezlik bilan harakatlanayotgan bo'ladi?

5.17. Harakatlanayotgan elektron zaryadining massasiga nisbati uchun tajribadan aniqlangan qiymat $0,88 \cdot 10^{11} C/kg$ ga teng. Elektronning relyativistik massasi m va uning tezligi ϑ aniqlansin.

5.18. ϑ =30 Mm/s tezlikda zarraning relyativistik massasi tinchlikdagi massasidan necha foiz ko'p?

5.19 $\vartheta \ll c$ da relyativistik impulsning ifodasi impulsning klassik mexanikadagi mos ifodasiga o'tishi ko'rsatilsin.

5.20. Elektron $\vartheta = 0,6c$ tezlik bilan harakatlanmoqda. Elektronning relyativistik impulsi p aniqlansin.

5.21. Relyativistik zarraning impulsi $p = m_0 c$ (m_0-tinchlikdagi massa). Zarraning tezligi ϑ (yorug'lik tezligi ulushlarida) aniqlansin.

5.22. Laboratoriya sanoq sistemasida ikkita bir xil zarraning biri harakatsiz, ikkinchisi esa harakatsiz zarra tomonga $\vartheta = 0,8c$ tezlik bilan harakatlanmoqda. 1) Harakatlanayotgan zarraning laboratoriya sanoq sistemasidagi massasi; 2) zarralarning sistemaning inersiya markazi bilan bog'langan sanoq sistemasidagi tezligi; 3) zarralarning inersiya markazi bilan bog'langan sanoq sistemasidagi relyativistik massasi aniqlansin.

5.23. Laboratoriya sanoq sistemasida ikki zarra mavjud. Tinchlikdagi massasi m_0 bo'lgan birinchi zarra $\vartheta = 0,6c$ tezlik bilan harakatlanmoqda, massasi $2m_0$ bo'lgan boshqasi esa tinch turibdi. Zarralar sistemasi massa markazining tezligi V_c aniqlansin.

*Massa va energiya orasidagi bog'lanish**

5.24. Jismning to'liq energiyasi $\Delta E = 1J$ ga oshgan. Bunda jismning massasi qanchaga o'zgaradi?

5.25. Jismning relyativistik massasi $\Delta m = 1g$ ga ortishi uchun uning to'liq energiyasi qanchaga ortishi kerak?

5.26. 1) Elektronning; 2) protonning; 3) α-zarraning tinchlikdagi energiyasi hisoblansin. Javob Joullarda va Megaelektron voltlarda hisoblansin.

5.27. Okeandagi suvning hajmi $1,37 \cdot 10^9 km^3$ ekanligi ma'lum. Agar suvning temperaturasi $\Delta t = 1^0 C$ ga ko'tarilsa, okeandagi suvning massasi qanchaga ortishi aniqlansin. Okeandagi suvning zichligini $\rho = 1,03 \cdot 10^3 kg/m^3$ deb qabul qilinsin

5.28. Quyosh doimiysi C (Yerdan Quyoshgacha bo'lgan o'rtacha masofaga teng bo'lgan masofada Quyosh elektromagnit nurlanish energiyasi oqimining zichligi) $1,4 kW/m^2$ ga teng.

1) Quyoshning bir yil davomida yo'qotadigan massasi aniqlansin; 2) agar okean sirtiga tushayotgan nurlanish energiyasining 50% yutiladi deb faraz qilinsa, unda okeandagi suv massasi bir yilda qanchaga o'zgaradi? Hisoblashda okean sirtining yuzasi $S = 3,6 \cdot 10^8 km^2$ deb qabul qilinsin.

Relyativistik zarraning kinetik energiyasi

5.29. Elektronning kinetik energiyasi T=10 MeV. Uning relyativistik massasi tinchlikdagi massasidan necha marta katta? Shunday hisob-kitob proton uchun ham qilinsin.

5.10. Ikki relyativistik zarra laboratoriya sanoq sistemasida bir to'g'ri chiziq bo'ylab $\vartheta_1 = 0,6c$ va $\vartheta_2 = 0,9c$ tezliklar bilan harakatlanmoqda. Quyidagi ikki hol uchun ularning nisbiy tezligi ϑ_{21} aniqlansin: 1) zarralar bir xil yo'nalishda harakatlanmoqdalar; 2) zarralar qarama-qarshi yo'nalishlarda harakatlanmoqdalar.

5.11. Laboratoriya sanoq sistemasida ikkita zarra bir xil modulli tezliklar bilan bir-biridan uzoqlashishmoqda. Shu sanoq sistemasining o'zida ularning nisbiy tezligi $\vartheta = 0,5c$. Zarralarning tezliklari aniqlansin.

5.12. Tezlatkichdan uchib chiqqan ion o'z harakati yo'nalishida foton chiqardi. Agar ionning tezlatkichga nisbatan tezligi $\vartheta = 0,8c$ bo'lsa, fotonning tezlatkichga nisbatan tezligi aniqlansin.

5.13. Tezlatkich radioaktiv yadroga $\vartheta_1 = 0,4c$ tezlik berdi. Yadro tezlatkichdan uchib chiqish paytida o'z harakat yo'nalishida tezlatkichga nisbatan tezligi $\vartheta_2 = 0,75c$ bo'lgan β zarrachani chiqardi. Zarrachaning yadroga nisbatan tezligi ϑ_{21} topilsin.

5.14. Ikkita tezlatkich qarama-qarshi yo'nalishlarda tezliklari $\vartheta_2 = 0,9c$ bo'lgan zarralarni chiqaradi. Zarralardan biri bilan harakatlanayotgan sanoq sistemasi uchun zarralar yaqinlashuvining nisbiy tezligi ϑ_{21} aniqlansin.

Relyativistik massa va relyativistik impuls

5.15. Zarra $\vartheta_2 = 0,5c$ tezlik bilan harakatlanmoqda. Zarraning relyativistik massasi tinchlikdagi massasidan necha marta katta?

5.16. Agar zarraning relyativistik massasi tinchlikdagi massasidan uch marta katta bo'lsa, zarra qanday ϑ tezlik bilan harakatlanayotgan bo'ladi?

5.17. Harakatlanayotgan elektron zaryadining massasiga nisbati uchun tajribadan aniqlangan qiymat $0,88 \cdot 10^{11} C/kg$ ga teng. Elektronning relyativistik massasi m va uning tezligi ϑ aniqlansin.

5.18. ϑ =30 Mm/s tezlikda zarraning relyativistik massasi tinchlikdagi massasidan necha foiz ko'p?

5.19 $\vartheta \ll c$ da relyativistik impulsning ifodasi impulsning klassik mexanikadagi mos ifodasiga o'tishi ko'rsatilsin.

5.20. Elektron $\vartheta = 0,6c$ tezlik bilan harakatlanmoqda. Elektronning relyativistik impulsi p aniqlansin.

5.21. Relyativistik zarraning impulsi $p = m_0 c$ (m_0-tinchlikdagi massa). Zarraning tezligi ϑ (yorug'lik tezligi ulushlarida) aniqlansin.

5.22. Laboratoriya sanoq sistemasida ikkita bir xil zarraning biri harakatsiz, ikkinchisi esa harakatsiz zarra tomonga $\vartheta = 0,8c$ tezlik bilan harakatlanmoqda. 1) Harakatlanayotgan zarraning laboratoriya sanoq sistemasidagi massasi; 2) zarralarning sistemaning inersiya markazi bilan bog'langan sanoq sistemasidagi tezligi; 3) zarralarning inersiya markazi bilan bog'langan sanoq sistemasidagi relyativistik massasi aniqlansin.

5.23. Laboratoriya sanoq sistemasida ikki zarra mavjud. Tinchlikdagi massasi m_0 bo'lgan birinchi zarra $\vartheta = 0,6c$ tezlik bilan harakatlanmoqda, massasi $2m_0$ bo'lgan boshqasi esa tinch turibdi. Zarralar sistemasi massa markazining tezligi V aniqlansin.

*Massa va energiya orasidagi bog'lanish**

5.24. Jismning to'liq energiyasi $\Delta E = 1J$ ga oshgan. Bunda jismning massasi qanchaga o'zgaradi?

5.25. Jismning relyativistik massasi $\Delta m = 1g$ ga ortishi uchun uning to'liq energiyasi qanchaga ortishi kerak?

5.26. 1) Elektronning; 2) protonning; 3) α-zarraning tinchlikdagi energiyasi hisoblansin. Javob Joullarda va Megaelektron voltlarda hisoblansin.

5.27. Okeandagi suvning hajmi $1,37 \cdot 10^9 km^3$ ekanligi ma'lum. Agar suvning temperaturasi $\Delta t = 1^0 C$ ga ko'tarilsa, okeandagi suvning massasi qanchaga ortishi aniqlansin. Okeandagi suvning zichligini $\rho = 1,03 \cdot 10^3 kg/m^3$ deb qabul qilinsin

5.28. Quyosh doimiysi C (Yerdan Quyoshgacha bo'lgan o'rtacha masofaga teng bo'lgan masofada Quyosh elektromagnit nurlanish energiyasi oqimining zichligi) $1,4 kW/m^2$ ga teng.

1) Quyoshning bir yil davomida yo'qotadigan massasi aniqlansin; 2) agar okean sirtiga tushayotgan nurlanish energiyasining 50% yutiladi deb faraz qilinsa, unda okeandagi suv massasi bir yilda qanchaga o'zgaradi? Hisoblashda okean sirtining yuzasi $S = 3,6 \cdot 10^8 km^2$ deb qabul qilinsin.

Relyativistik zarraning kinetik energiyasi

5.29. Elektronning kinetik energiyasi T=10 MeV. Uning relyativistik massasi tinchlikdagi massasidan necha marta katta? Shunday hisob-kitob proton uchun ham qilinsin.

5.30. Agarda proton hamda elektron bir xil $T=1$ GeV kinetik energiyaga ega bo'lsa, u holda protonning relyativistik massasi elektronning relyativistik massasidan necha marta katta bo'ladi?

5.31. Elektron $\vartheta = 0{,}8c$ tezlik bilan uchmoqda. Elektronning kinetik energiyasi T (Megaelektron voltlarda) aniqlansin.

5.32. Qanday ϑ tezlikda istalgan modda zarrasining kinetik energiyasi uning tinchlikdagi energiyasiga teng bo'ladi?

5.33. Agar elektronning kinetik energiyasi: 1) $T=4$MeV; 2) $T=1$keV bo'lsa, uning tezligi ϑ aniqlansin.

5.34. Agar kinetik energiyasi 1) $T=1$MeV; 2) $T=1$GeV bo'lsa, protonning tezligi ϑ topilsin.

5.35. $\vartheta \ll c$ da kinetik energiyaning $T=(m-m_0)c^2$ relyativistik ifodasi klassik mexanikaning mos ifodasiga o'tishi ko'rsatilsin.

5.36. Relyativistik zarraning kinetik energiyasini hisoblashda $T=(m-m_0)c^2$ relyativistik ifoda o'rniga $T=\frac{1}{2}m_0\vartheta^2$ klassik ifodadan foydalanilsa, qanday nisbiy xatoga yo'l qo'yiladi? Hisoblash quyidagi ikki hol uchun bajarilsin: 1) $\vartheta = 0{,}2c$; 2) $\vartheta = 0{,}8c$.

5.37. Kinetik energiyalari (laboratoriya sanoq sistemasida) tinchlikdagi energiyalariga teng bo'lgan bir xil energiyali ikki relyativistik zarra bir-biriga tomon harakatlanmoqda. 1) Zarralarning laboratoriya sanoq sistemasidagi tezliklari; 2) zarralar yaqinlashuvining nisbiy tezligi (c birliklarida); 3) zarralardan birining boshqa zarra bilan bog'langan sanoq sistemasiga nisbatan kinetik energiyasi (m_0c^2 birliklarda) aniqlansin.

Relyativistik zarraning energiyasi va impulsi orasidagi bog'lanish

5.38. $\vartheta \ll c$ da relyativistik impulsning kinetik energiya orqali yozilgan $p=(1/c)\sqrt{(2E_0+T)T}$ ifodasi klassik mexanikaning mos ifodasiga o'tishi ko'rsatilsin.

5.39. Kinetik energiyasi tinchlikdagi energiyasiga teng bo'lgan zarraning impulsi p aniqlansin (m_0c birliklarda).

5.40. Impulsi $p=m_0c$ bo'lgan relyativistik zarraning kinetik energiyasi T aniqlansin (m_0c^2 birliklarda).

5.41. Relyativistik zarraning kinetik energiyasi uning tinchlikdagi energiyasiga teng. Agar zarraning kinetik energiyasi n=4 marta oshsa, uning impulsi necha marta ortadi?

5.42. Relyativistik zarraning impulsi $p=m_0c$. Tashqi kuch ta'sirida zarra impulsi ikki marta ortdi. Bunda zarraning: 1) kinetik; 2) to'liq energiyasi necha marta ortadi?

5.43. $p=m_0c$ impulsga ega bo'lgan zarra xuddi shunday harakatsiz zarra bilan noelastik to'qnashishi natijasida qo'shma zarra hosil bo'ldi. 1) zarraning to'qnashishdan oldingi tezligi ϑ (c birliklarda); 2) qo'shma zarraning relyativistik massasi (m_0 birliklarda); 3) qo'shma zarraning tezligi; 4) qo'shma zarraning tinchlikdagi massasi (m_0 birliklarda); 5) zarraning to'qnashishdan oldingi kinetik energiyasi hamda qo'shma zarraning kinetik energiyasi (m_0c^2 birliklarda) aniqlansin.

5.44. $T=m_0c^2$ kinetik energiyali zarra laboratoriya sanoq sistemasida harakatsiz turgan xuddi shunday boshqa zarraga uriladi. Zarralar sistemasining inersiya markazi bilan bog'langan sanoq sistemasidagi zarralarning yig'indi kinetik energiyasi T topilsin.

6-§. MEXANIK TEBRANISHLAR

Asosiy formulalar

•Garmonik tebranishlar tenglamasi:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi).$$

bu yerda x – tebranayotgan nuqtaning muvozanat holatidan chetlanishi; t – vaqt; A, ω, φ – mos ravishda amplituda, siklik chastota, tebranishlarning boshlang'ich fazasi; $(\omega t + \varphi)$ – t ondagi tebranish fazasi

•Tebranishning burchak chastotasi:

$$\omega = 2\pi\nu \quad \text{yoki} \quad \omega = 2\pi / T,$$

bu yerda ν va T – tebranish chastotasi va davri.

•Garmonik tebranayotgan nuqtaning tezligi:

$$\vartheta = \dot{x} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi).$$

•Garmonik tebranishda tezlanish:

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi).$$

•Bir xil chastotali, bir to'g'ri chiziq bo'ylab ro'y beradigan ikki tebranishning qo'shilishi natijasida hosil bo'ladigan natijaviy tebranishning amplitudasi $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ formula bilan aniqlanadi; bu yerda A_1 va A_2 – qo'shiluvchi tebranishlarning amplitudalari; φ_2 va φ_1 – ularning boshlang'ich fazalari.

5.30. Agarda proton hamda elektron bir xil $T = 1$ GeV kinetik energiyaga ega bo'lsa, u holda protonning relyativistik massasi elektronning relyativistik massasidan necha marta katta bo'ladi?

5.31. Elektron $\vartheta = 0{,}8c$ tezlik bilan uchmoqda. Elektronning kinetik energiyasi T (Megaelektron voltlarda) aniqlansin.

5.32. Qanday ϑ tezlikda istalgan modda zarrasining kinetik energiyasi uning tinchlikdagi energiyasiga teng bo'ladi?

5.33. Agar elektronning kinetik energiyasi: 1) $T = 4$MeV; 2) $T = 1$keV bo'lsa, uning tezligi ϑ aniqlansin.

5.34. Agar kinetik energiyasi 1) $T = 1$MeV; 2) $T = 1$GeV bo'lsa, protonning tezligi ϑ topilsin.

5.35. $\vartheta \ll c$ da kinetik energiyaning $T = (m - m_0)c^2$ relyativistik ifodasi klassik mexanikaning mos ifodasiga o'tishi ko'rsatilsin.

5.36. Relyativistik zarraning kinetik energiyasini hisoblashda $T = (m - m_0)c^2$ relyativistik ifoda o'rniga $T = \frac{1}{2}m_0\vartheta^2$ klassik ifodadan foydalanilsa, qanday nisbiy xatoga yo'l qo'yiladi? Hisoblash quyidagi ikki hol uchun bajarilsin: 1) $\vartheta = 0{,}2c$; 2) $\vartheta = 0{,}8c$.

5.37. Kinetik energiyalari (laboratoriya sanoq sistemasida) tinchlikdagi energiyalariga teng bo'lgan bir xil energiyali ikki relyativistik zarra bir-biriga tomon harakatlanmoqda. 1) Zarralarning laboratoriya sanoq sistemasidagi tezliklari; 2) zarralar yaqinlashuvining nisbiy tezligi (c birliklarida); 3) zarralardan birining boshqa zarra bilan bog'langan sanoq sistemasiga nisbatan kinetik energiyasi (m_0c^2 birliklarda) aniqlansin.

Relyativistik zarraning energiyasi va impulsi orasidagi bog'lanish

5.38. $\vartheta \ll c$ da relyativistik impulsning kinetik energiya orqali yozilgan $p = (1/c)\sqrt{(2E_0 + T)T}$ ifodasi klassik mexanikaning mos ifodasiga o'tishi ko'rsatilsin.

5.39. Kinetik energiyasi tinchlikdagi energiyasiga teng bo'lgan zarraning impulsi p aniqlansin (m_0c birliklarda).

5.40. Impulsi $p = m_0c$ bo'lgan relyativistik zarraning kinetik energiyasi T aniqlansin (m_0c^2 birliklarda).

5.41. Relyativistik zarraning kinetik energiyasi uning tinchlikdagi energiyasiga teng. Agar zarraning kinetik energiyasi n=4 marta oshsa, uning *impulsi* necha marta ortadi?

5.42. Relyativistik zarraning impulsi $p = m_0c$. Tashqi kuch ta'sirida zarra impulsi ikki marta ortdi. Bunda zarraning: 1) kinetik; 2) to'liq energiyasi necha marta ortadi?

5.43. $p = m_0c$ impulsga ega bo'lgan zarra xuddi shunday harakatsiz zarra bilan noelastik to'qnashishi natijasida qo'shma zarra hosil bo'ldi. 1) zarraning to'qnashishdan oldingi tezligi ϑ (c birliklarda); 2) qo'shma zarraning relyativistik massasi (m_0 birliklarda); 3) qo'shma zarraning tezligi; 4) qo'shma zarraning tinchlikdagi massasi (m_0 birliklarda); 5) zarraning to'qnashishdan oldingi kinetik energiyasi hamda qo'shma zarraning kinetik energiyasi (m_0c^2 birliklarda) aniqlansin.

5.44. $T = m_0c^2$ kinetik energiyali zarra laboratoriya sanoq sistemasida harakatsiz turgan xuddi shunday boshqa zarraga uriladi. Zarralar sistemasining inersiya markazi bilan bog'langan sanoq sistemasidagi zarralarning yig'indi kinetik energiyasi T topilsin.

6-§. MEXANIK TEBRANISHLAR

Asosiy formulalar

•Garmonik tebranishlar tenglamasi:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi).$$

bu yerda x – tebranayotgan nuqtaning muvozanat holatidan chetlanishi; t – vaqt; A, ω, φ – mos ravishda amplituda, siklik chastota, tebranishlarning boshlang'ich fazasi; $(\omega t + \varphi)$ – t ondagi tebranish fazasi

•Tebranishning burchak chastotasi:

$$\omega = 2\pi\nu \quad \text{yoki} \quad \omega = 2\pi / T,$$

bu yerda ν va T – tebranish chastotasi va davri.

•Garmonik tebranayotgan nuqtaning tezligi:

$$\vartheta = \dot{x} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi).$$

•Garmonik tebranishda tezlanish:

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi).$$

•Bir xil chastotali, bir to'g'ri chiziq bo'ylab ro'y beradigan ikki tebranishning qo'shilishi natijasida hosil bo'ladigan natijaviy tebranishning amplitudasi $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ formula bilan aniqlanadi; bu yerda A_1 va A_2 – qo'shiluvchi tebranishlarning amplitudalari; φ_2 va φ_1 – ularning boshlang'ich fazalari.

•Natijaviy tebranishning boshlang'ich fazasi φ quyidagi formuladan topilishi mumkin: $tg\varphi = \dfrac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$.

•Turli xil ammo qiymatlari bir-biriga yaqin bo'lgan ν_1 va ν_2 chastotali, bir to'g'ri chiziq bo'ylab ro'y beradigan ikki tebranishning qo'shilishidan vujudga keladigan tepkili tebranish chastotasi:

$$\nu = \nu_1 - \nu_2$$

•Amplitudalari A_1 va A_2 boshlang'ich fazalari φ_1 va φ_2 bo'lgan, ikkita o'zaro tik tebranishlarda ishtirok etadigan nuqta trayektoriyasining tenglamasi:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Agar tashkil etuvchi tebranishlarning boshlang'ich fazalari φ_1 va φ_2 bir xil bo'lsa, u holda trayektoriyaning tenglamasi:

$$y = \frac{A_2}{A_1}x \text{ yoki } y = -\frac{A_2}{A_1}x,$$

ko'rinishni oladi, ya'ni nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanadi. Agar fazalar farqi $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$ bo'lsa, tenglama $\dfrac{x^2}{A_1^2} + \dfrac{y^2}{A_2^2} = 1$ ko'rinishni oladi, ya'ni nuqta ellips bo'ylab harakatlanadi.

•Moddiy nuqta garmonik tebranishining differensial tenglamasi:

$$m\ddot{x} = -kx \text{ yoki } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

bu yerda m–nuqta massasi; k – kvazi elastik kuch koeffitsiyenti ($k = m\omega^2$)

•Garmonik tebranayotgan moddiy nuqtaning to'liq energiyasi:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}kA^2.$$

Prujinaga osilgan jism (prujinali mayatnik (mayatnik) ning tebranish davri:

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}.$$

bu yerda m – jismning massasi; k – prujinaning qattiqligi. Mazkur formula Guk qonuni bajariladigan sohalardagi elastik tebranishlar uchun (prujinaning massasi jism massasiga nisbatan kichik bo'lganda) o'rinli.

Matematik mayatnikning tebranish davri:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g},$$

bu yerda l – mayatnikning uzunligi; g – erkin tushish tezlanishi.

Fizik mayatnikning tebranish davri.

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} = 2\pi\sqrt{J/(mgl)},$$

bu yerda J –tebranayotgan jismning tebranish o'qiga nisbatan inersiya momenti; l – tebranish o'qidan mayatnikning massa markazigacha bo'lgan masofa; $L = J/(ml)$ – fizik mayatnikning keltirilgan uzunligi.

Keltirilgan formulalar cheksiz kichik tebranishlari holi uchun aniq bajariladi. Chekli amplitudalar uchun esa bu formulalar faqat taqribiy natijalarni beradi, og'ish $\approx 3^\circ$ dan katta bo'lmagan amplitudalar uchun davr qiymatining xatoligi 1% dan oshmaydi.

Elastik ipga osilgan jismning buralma tebranish davri:

$$T = 2\pi\sqrt{J/k},$$

bu yerda J–jismning elastik ip bilan ustma-ust tushuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti; k – elastik ipning buralishi natijasida vujudga keladigan elastiklik momentining ip buralgan burchakka nisbatiga teng bo'lgan qattiqligi.

•So'nuvchi tebranishlarning differensial tenglamasi:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} \text{ yoki } \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

bu yerda r–qarshilik koeffitsiyenti; δ – so'nish koeffitsiyenti; $\delta = r/(2m)$; ω_0 – tebranishning xususiy burchak chastotasi[10]) ($\omega_0 = \sqrt{k/m}$)

•So'nuvchi tebranishlar tenglamasi:

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi),$$

bu yerda $A(t)$ – so'nuvchi tebranishlarning t paytdagi amplitudasi; ω–ularning burchak chastotasi.

•So'nuvchi tebranishlarning burchak chastotasi:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

•So'nuvchi tebranishlar amplitudasining vaqtga bog'liqligi:

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t},$$

bu yerda A_0 – vaqtning $t = 0$ ondagi tebranish amplitudasi.

•Tebranishlarning logarifmik dekrementi:

$$\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T,$$

[10]) Garmonik tebranishlarning oldin keltirilgan formulalarida bu kattalik oddiygina qilib ω bilan (0 ko'rsatkichsiz) belgilangan edi.

•Natijaviy tebranishning boshlang'ich fazasi φ quyidagi formuladan topilishi mumkin: $tg\varphi = \dfrac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$.

•Turli xil ammo qiymatlari bir-biriga yaqin bo'lgan ν_1 va ν_2 chastotali, bir to'g'ri chiziq bo'ylab ro'y beradigan ikki tebranishning qo'shilishidan vujudga keladigan tepkili tebranish chastotasi:

$$\nu = \nu_1 - \nu_2$$

•Amplitudalari A_1 va A_2 boshlang'ich fazalari φ_1 va φ_2 bo'lgan, ikkita o'zaro tik tebranishlarda ishtirok etadigan nuqta trayektoriyasining tenglamasi:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Agar tashkil etuvchi tebranishlarning boshlang'ich fazalari φ_1 va φ_2 bir xil bo'lsa, u holda trayektoriyaning tenglamasi:

$$y = \frac{A_2}{A_1}x \quad \text{yoki} \quad y = -\frac{A_2}{A_1}x,$$

ko'rinishni oladi, ya'ni nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanadi. Agar fazalar farqi $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$ bo'lsa, tenglama $\dfrac{x^2}{A_1^2} + \dfrac{y^2}{A_2^2} = 1$ ko'rinishni oladi, ya'ni nuqta ellips bo'ylab harakatlanadi.

•Moddiy nuqta garmonik tebranishining differensial tenglamasi:

$$m\ddot{x} = -kx \quad \text{yoki} \quad \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

bu yerda m–nuqta massasi; k – kvazi elastik kuch koeffitsiyenti ($k = m\omega^2$)

•Garmonik tebranayotgan moddiy nuqtaning to'liq energiyasi:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}kA^2.$$

Prujinaga osilgan jism (prujinali mayatnik (mayatnik) ning tebranish davri:

$$T = 2\pi\sqrt{m/k},$$

bu yerda m – jismning massasi; k – prujinaning qattiqligi. Mazkur formula Guk qonuni bajariladigan sohalardagi elastik tebranishlar uchun (prujinaning massasi jism massasiga nisbatan kichik bo'lganda) o'rinli.

Matematik mayatnikning tebranish davri:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g},$$

bu yerda l – mayatnikning uzunligi; g – erkin tushish tezlanishi.

Fizik mayatnikning tebranish davri.

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} = 2\pi\sqrt{J/(mgl)},$$

bu yerda J –tebranayotgan jismning tebranish o'qiga nisbatan inersiya momenti; l – tebranish o'qidan mayatnikning massa markazigacha bo'lgan masofa; $L = J/(ml)$ – fizik mayatnikning keltirilgan uzunligi.

Keltirilgan formulalar cheksiz kichik tebranishlari holi uchun aniq bajariladi. Chekli amplitudalar uchun esa bu formulalar faqat taqribiy natijalarni beradi, og'ish $\approx 3^\circ$ dan katta bo'lmagan amplitudalar uchun davr qiymatining xatoligi 1% dan oshmaydi.

Elastik ipga osilgan jismning buralma tebranish davri:

$$T = 2\pi\sqrt{J/k},$$

bu yerda J–jismning elastik ip bilan ustma-ust tushuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti; k – elastik ipning buralishi natijasida vujudga keladigan elastiklik momentining ip buralgan burchakka nisbatiga teng bo'lgan qattiqligi.

•So'nuvchi tebranishlarning differensial tenglamasi:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} \quad \text{yoki} \quad \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

bu yerda r–qarshilik koeffitsiyenti; δ – so'nish koeffitsiyenti; $\delta = r/(2m)$; ω_0 – tebranishning xususiy burchak chastotasi[10]) ($\omega_0 = \sqrt{k/m}$)

•So'nuvchi tebranishlar tenglamasi:

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi).$$

bu yerda $A(t)$ – so'nuvchi tebranishlarning t paytdagi amplitudasi; ω–ularning burchak chastotasi.

•So'nuvchi tebranishlarning burchak chastotasi:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

•So'nuvchi tebranishlar amplitudasining vaqtga bog'liqligi:

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t},$$

bu yerda A_0 – vaqtning $t = 0$ ondagi tebranish amplitudasi.

•Tebranishlarning logarifmik dekrementi:

$$\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T.$$

[10]) Garmonik tebranishlarning oldin keltirilgan formulalarida bu kattalik oddiygina qilib ω bilan (0 ko'rsatkichsiz) belgilangan edi.

bu yerda $A(t)$ va $A(t+T)$ – vaqt bo'yicha bir-biridan bir davrga farq qiladigan ikki ketma-ket tebranishlarning amplitudalari.

•Majburiy tebranishlarning differensial tenglamasi:

$$m\ddot{x} = -kx - \dot{r}x + F_0\cos\omega t \text{ yoki } \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0\cos\omega t,$$

bu yerda $F_0\cos\omega t$ – tebranayotgan moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi va majburiy tebranishlarni vujudga keltiruvchi tashqi davriy kuch; F_0 -uning amplitudaviy qiymati; $f_0 = F/m$.

•Majburiy tebranishlar amplitudasi:

$$A = f_0 / \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2 + 4\delta^2\omega_0^2}.$$

Rezonans chastota va rezonans amplituda:

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \text{ va } A_r = f_0 / \left(2\delta\sqrt{\omega_0^2 + \delta^2}\right).$$

Masalalar yechishga doir namunalar

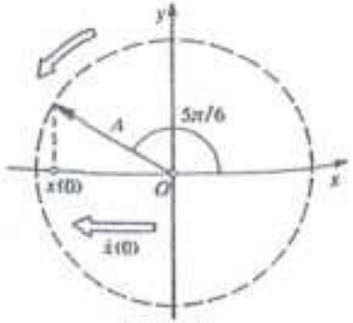
1-masala. Nuqta $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$ qonun bo'yicha tebranadi, bunda $A = 2cm$. Agar $x(0) = -\sqrt{3}cm$ va $x(0) < 0$ bo'lsa, boshlang'ich faza φ aniqlansin. t=0 vaqt uchun vektorli diagramma tuzilsin.

Yechish: Harakat tenglamasidan foydalanamiz va $t = 0$ vaqt momentidagi siljishni boshlang'ich faza orqali ifodalaymiz: $x(0) = A\cos\varphi$. Bundan boshlang'ich fazani topamiz:

$$\varphi = \arccos\frac{x(0)}{A}$$

Bu ifodaga $x(0)$ va A larning berilgan qiymatlarini qo'ysak:

$$\varphi = \arccos\left(-\sqrt{3}/2\right)$$



6.1-rasm

Argumentning $\left(-\sqrt{3}/2\right)$ qiymatini burchakning ikkita, $\varphi_1 = 5\pi/6$ va $\varphi_2 = 7\pi/6$ qiymatlari qanoatlantiradi. φ burchakning bu qiymatlaridan qaysi biri $x(0) < 0$ shartni ham qanoatlantirishini aniqlash uchun avval $\dot{x}(t)$ ni topamiz:

$$\dot{x}(t) = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$$

Bu ifodaga $t=0$ qiymatni va navbat bilan boshlang'ich fazalarning qiymatlari $\varphi_1 = 5\pi/6$ va $\varphi_2 = 7\pi/6$ larni qo'yib, quyidagilarni topamiz:

$$\dot{x}_1(0) = -\frac{1}{2}A\omega \text{ va } \dot{x}_2(0) = \frac{1}{2}A\omega$$

Har doim $A>0$ va $\omega>0$ bo'lganligidan $x(0)<0$ shartni faqat boshlang'ich fazaning birinchi qiymatigina qanoatlantiradi. Shunday qilib izlanayotgan boshlang'ich faza $\varphi = 5\pi/6$. φ ning topilgan qiymati bo'yicha vektor diagrammani tuzamiz (6.1-rasm).

2-masala. $m = 5g$ massali moddiy nuqta $\nu = 0,5Hz$ chastota bilan garmonik tebranadi. Tebranish amplitudasi A=3 cm. 1) Nuqtaning siljishi x=1,5 cm bo'lgan ondagi tezligi ϑ; 2) nuqtaga ta'sir etuvchi maksimal kuch F_{max}. 3) tebranayotgan nuqtaning to'liq energiyasi E aniqlansin.

Yechish: 1. Garmonik tebranish tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

Tezlik formulasini esa siljishdan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila olib topamiz:

$$\vartheta = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi). \quad (2)$$

Tezlikni siljish orqali ifodalash uchun (1) va (2) formulalardan vaqtni yo'qotish kerak. Buning uchun har ikkala tenglamani kvadratga ko'taramiz, birinchisini A ga, ikkinchisini $A^2\omega^2$ ga bo'lamiz va ularni qo'shamiz:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{\vartheta^2}{A^2\omega^2} = 1 \text{ yoki } \frac{x^2}{A^2} + \frac{\vartheta^2}{4\pi^2\nu^2A^2} = 1.$$

Oxirgi tenglamani ϑ ga nisbatan yechib, quyidagini topamiz:

$$\vartheta = \pm 2\pi\nu\sqrt{A^2 - x^2}$$

Shu formula bo'yicha hisoblashlarni bajarsak:

$$\vartheta = \pm 8.2\,\text{cm/s}$$

Musbat ishora tezlikning yo'nalishi x o'qining musbat yo'nalishi bilan mos kelgan holga, manfiy ishora esa tezlikning yo'nalishi x o'qining manfiy yo'nalishi bilan mos kelgan holga to'g'ri keladi.

Garmonik tebranishlardagi siljish (1) tenglamadan tashqari quyidagi tenglama bilan ham aniqlanishi mumkin:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi).$$

Bu tenglama bilan ham yuqoridagi yechishni takrorlasak, shu javobning o'zini olamiz.

2. Nuqtaga ta'sir etuvchi kuchni Nyutonning ikkinchi qonuniga binoan topamiz:

$$F = m \cdot a \qquad (3)$$

bu yerda a-nuqtaning tezlikdan vaqt bo'yicha hosila olib topiladigan tezlanishi

$$a = \ddot{x} = \frac{dJ}{dt} = -A\omega^2 \cos\left(\omega t + \varphi\right) \text{ yoki } a = -4\pi\nu^2 A\cos(\omega t + \varphi)$$

Tezlanishning ifodasini (3) formulaga qo'ysak,

$$F = -4\pi\nu^2 mA\cos(\omega t + \varphi).$$

Bundan kuchning maksimal qiymati,

$$F_{max} = -4\pi\nu^2 mA.$$

Bu tenglamaga π, ν, m va A kattaliklarning qiymatlarini qo'ysak,

$$F_{max} = 1{,}49 \text{ mN}.$$

3. Tebranayotgan nuqtaning to'liq energiyasi istalgan vaqt uni uchun kinetik va potensial energiyalarning yig'indisiga tengdir.

To'liq energiyani hisoblashning eng oson yo'li-uni kinetik energiya nolga teng bo'ladi. Shuning uchun ham tebranayotgan nuqtaning to'liq energiyasi E maksimal kinetik energiya T_{max} ga teng bo'ladi:

$$E = T_{max} = \frac{1}{2} m\vartheta^2_{max}. \qquad (4)$$

Maksimal tezlikni (2) formulaga $\sin(\omega t + \varphi) = -1$ ni qo'yib aniqlaymiz: $\vartheta_{max} = 2\pi\nu A$. Tezlikning ifodasini (4) formulaga qo'ysak,

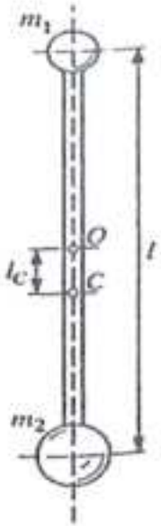
$$E = 2\pi^2 m\nu^2 A^2.$$

Kattaliklarning qiymatlarini bu formulaga qo'yib, hisoblashlarni o'tkazsak:

$$E = 2\cdot(3{,}14)^2 \cdot 5\cdot10^{-3}\cdot(0{,}5)^2\cdot\left(3\cdot10^{-2}\right)^2 \text{J} = 22{,}1\cdot10^{-6}\text{J}$$

yoki $E = 22{,}1\mu\text{J}$.

3-masala. Uzunligi $l = 1$ m va massasi $m_1 = 400$ g bo'lgan ingichka sterjenning uchlariga massalari $m_1 = 200$ g va $m_2 = 300$ g bo'lgan kichkina sharchalar mahkamlangan. Sterjen o'ziga tik va uning o'rtasidan o'tuvchi (6.2-rasmdagi O nuqta) gorizontal o'q atrofida tebranadi. Sterjenning tebranishlari davri T aniqlansin.



6.2-rasm

Yechish: Fizik mayatnikning tebranish davri (sharchali sterjen shunday mayatnikdir):

$$T = 2\pi\sqrt{J/mgl} \qquad (1)$$

munosabat bilan aniqlanadi; bu yerda J –mayatnikning tebranish o'qiga nisbatan inersiya momenti; m – uning massasi; l_c – mayatnikning massa markazidan o'qqacha bo'lgan masofa.

Mazkur mayatnikning inersiya momenti sharchalar inersiya momentlari J_1, J_2 va tayoqchaning J_3 inersiya momentining yig'indisiga teng:

$$J = J_1 + J_2 + J_3. \qquad (2)$$

Sharchalarni moddiy nuqtalar sifatida qabul qilib, ularning inersiya momentlarini bunday ifodalaymiz:

$$J_1 = m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2; J_2 = m_2\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

O'q tayoqchaning o'rtasidan o'tganligi uchun ham, uning bunday o'qqa nisbatan inersiya momenti $J_3 = \frac{1}{12} m_3 l^2$. J_1, J_2 va J_3 larning olingan ifodalarini (2) formulaga qo'yib, fizik mayatnikning umumiy inersiya momentini topamiz:

$$J = m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} m_3 l^2 = \frac{1}{12} l^2 (3m_1 + 3m_2 + m_3).$$

Bu formula bo'yicha hisoblashlarni bajarsak, $J = 0{,}158\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$.

Mayatnikning massasi sharchalarning va sterjenning massasidan iboratdir:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = 0{,}9\text{kg}.$$

Tebranish o'qidan mayatnikning massa markazigacha bo'lgan l_c masofani quyidagi mulohazalarga asoslanib topamiz. Agar x o'qi tayoqcha bo'ylab yo'naltirilsa va koordinata o'qlarining boshi O nuqta bilan mos keltirilsa, u holda izlanayotgan l_c masofa mayatnik massa markazining koordinatasiga teng bo'ladi, ya'ni

$$l_c = x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{m_1\left(-\frac{l}{2}\right) + m_2\left(\frac{l}{2}\right) + m_3\cdot 0}{m_1 + m_2 + m_3}$$

yoki

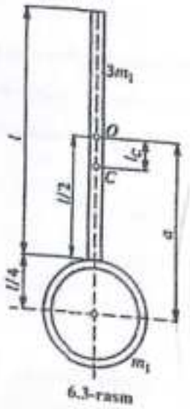
$$l_c = \frac{(m_2 - m_1)l}{2(m_1 + m_2 + m_3)} = \frac{(m_2 - m_1)l}{2m}$$

m_1, m_2, m_3, l kattaliklarning qiymatlarini formulaga qo'yib hisoblasak, $l_c = 5.55$ cm.

(1) formulaga asosan hisob-kitob o'tkazib, fizik mayatnikning tebranish davrini topamiz:

$$T = 2\cdot3{,}14\cdot\sqrt{0{,}158/(0{,}9\cdot9{,}81\cdot5{,}55\cdot10^{-2})}\,s = 11{,}2s$$

4-masala. Fizik mayatnik uchlaridan birida diametri $d = \frac{1}{2}l$ va massasi m_1 bo'lgan halqa mahkamlangan, uzunligi $l = 1$ m va massasi $3m_1$ bo'lgan sterjendan iboratdir. Mayatnikning gorizontal o'qi tayoqchaning o'rtasidan unga tik ravishda o'tadi (6.3-rasm). Shu mayatnikning tebranish davri T aniqlansin.



6.3-rasm

Yechish: Fizik mayatnikning tebranish davri

$$T = 2\pi\sqrt{J/mgl_c}, \qquad (1)$$

bu yerda J – mayatnikning tebranish o'qiga nisbatan inersiya momenti; m –uning massasi; l_c – mayatnikning markazidan tebranish o'qigacha bo'lgan masofa.

Mayatnikning inersiya momenti tayoqcha va obruch inersiya momentlarining yig'indisiga teng:

$$J = J_1 + J_2. \qquad (2)$$

Tayoqchaning o'ziga tik va massa markazi orqali o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti $J_1 = \frac{1}{12}ml^2$ formula bilan aniqlanadi. Mazkur holda $m = 3m_1$ va $J_1 = \frac{1}{4}m_1l^2$. Obruchning inersiya momentini Shteyner teoremasi $J = J_0 + ma^2$ dan foydalanib topamiz; bunda J – ixtiyoriy o'qqa nisbatan inersiya momenti; J_0 – berilgan o'qqa parallel ravishda massa markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti; a–ko'rsatilgan o'qlar orasidagi masofa. Bu formulani obruchga qo'llab, quyidagini olamiz:

$$J_2 = m_1\left(\frac{l}{4}\right)^2 + m_1\left(\frac{3l}{4}\right)^2 = \frac{5}{8}m_1l^2.$$

J_1 va J_2 larning ifodalarini (2) formulaga qo'yib, mayatnikning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momentini topamiz:

$$J = \frac{1}{4}m_1l^2 + \frac{5}{8}m_1l^2 = \frac{7}{8}m_1l^2.$$

Mayatnikning o'qidan uning massa markazigacha bo'lgan masofa:

$$l_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{3m_1\cdot0 + m_1(3l/4)}{3m_1 + m_1} = \frac{\frac{3}{4}m_1l}{4m_1},$$

yoki

$$l_c = \frac{3}{16}l.$$

J, l_c va mayatnik massasining $(m = 3m_1 + m_1 = 4m_1)$ ifodalarini (1) formulaga qo'yib, uning tebranish davrini topamiz:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(7/8)m_1l^2}{4m_1g\cdot(3/16)l}} = 2\pi\sqrt{\frac{7l}{6g}}.$$

Shu formula bo'yicha hisoblashlarni bajarsak,

$$T = 2{,}17s.$$

5–masala. $x_1 = A_1\cos(t + \tau_1); x_2 = A_2\cos\omega(t + \tau_2)$ tenglamalar bilan ifodalanadigan, bir xil yo'nalishli ikkita tebranish qo'shiladi. Bunda $A_1 = 1$cm, $A_2 = 2$cm, $\tau_1 = \frac{1}{6}$s; $\tau_2 = \frac{1}{2}$s, $\omega = \pi s^{-1}$. 1) Qo'shiluvchi tebranishlarning boshlang'ich fazalari φ_1 va φ_2 lar aniqlansin; 2) Natijaviy tebranishning amplitudasi A va boshlang'ich fazasi φ topilsin. Natijaviy tebranishning tenglamasi yozilsin.

Yechish: 1. Garmonik tebranishning tenglamasi

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \qquad (1)$$

ko'rinishga ega. Masala shartida berilgan tenglamalarni shunday ko'rinishga keltiramiz:

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \omega\tau_1), x_2 = A_2\cos(\omega t + \omega\tau_2), \qquad (2)$$

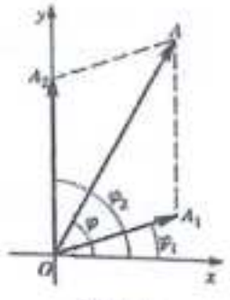
(2) ifodani (1) tenglik bilan solishtirishdan birinchi va ikkinchi tebranishlarning boshlang'ich fazalarini topamiz:

$$\varphi_1 = \omega\tau_1 = \frac{\pi}{6}\text{rad va } \varphi_2 = \omega\tau_2 = \frac{\pi}{2}\text{rad}.$$

2. Natijaviy tebranishning amplitudasi A ni aniqlash uchun 6.4-rasmda tasvirlangan vektor diagrammadan foydalanish qulay. Kosinuslar teoremasiga binoan quyidagini olamiz

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}, \qquad (3)$$

bu yerda $\Delta\varphi$ –qo'shiluvchi tebranishlarning fazalar farqi. $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ bo'lganligidan, φ_2 va φ_1 larning topilgan qiymatlarini o'rniga qo'ysak,



6.4-rasm

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}\text{rad}.$$

A_1, A_2 va $\Delta\varphi$ larning qiymatlarini (3) formulaga qo'yib hisoblashlarni bajarsak,

$$A = 2{,}65\text{cm}.$$

Natijaviy tebranishning boshlang'ich fazasi tangensini bevosita 6.4-rasmdan aniqlaymiz: $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$, bundan boshlang'ich faza:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

$A_1, A_2, \varphi_2, \varphi_1$ larning qiymatlarini qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(5/\sqrt{3}\right) = 70{,}9^\circ = 0{,}394\pi\text{rad}.$$

Qo'shiluvchi tebranishlarning burchak chastotalari bir xil bo'lganligi tufayli, natijaviy tebranish ham shunday ω chastotaga ega bo'ladi. Bu natijaviy tebranish tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozishga imkoniyat beradi: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, bunda $A = 2{,}65\text{cm}$, $\omega = \pi\text{s}^{-1}$, $\varphi = 0{,}39\text{rad}$.

6-masala. Moddiy nuqta bir paytning o'zida tenglamalari:

$$x = A_1\cos\omega t, \qquad (1)$$

$$y = A_2\cos\frac{\omega}{2}t, \qquad (2)$$

ko'rinishda bo'lgan ikkita o'zaro tik garmonik tebranishda ishtirok etadi. Bunda $A_1 = 1\text{cm}$, $A_2 = 2\text{cm}$, $\omega = \pi\text{s}^{-1}$. Nuqta trayektoriyasining tenglamasi topilsin. Masshtabga rioya qilgan holda trayektoriya tuzilsin va nuqta harakatining yo'nalishi topilsin.

Yechilish: Nuqta trayektoriyasining tenglamasini topish uchun, berilgan (1) va (2) tenglamardan t vaqtni yo'qotamiz. Bu maqsadda $\cos(\alpha/2) = \sqrt{(1/2)(1+\cos\alpha)}$ formuladan foydalanamiz. Mazkur holda $\alpha = \omega t$ shuning uchun:

$$y = A_2\cos\frac{\omega}{2}t = A_2\sqrt{\frac{1}{2}(1+\cos\omega t)}.$$

(1) formulaga binoan $\cos\omega t = \dfrac{x}{A_1}$ ekanligidan, trayektoriya tenglamasi:

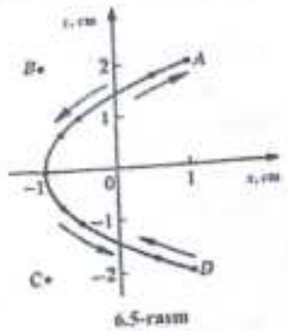
$$y = A_2\sqrt{\frac{1+x/A_1}{2}}. \qquad (3)$$

Hosil qilingan ifoda o'qi Ox o'q bilan mos keluvchi parabola tenglamasidir. (1) va (2) tenglamadan ko'rinib turibdiki, nuqtaning koordinata o'qlari bo'ylab siljishi cheklangan va Ox o'qi bo'yicha -1 dan +1 gacha, Oy o'qi bo'yicha -2 dan +2 gacha oraliqda joylashgan.

Trayektoriyani chizish uchun (3) tenglamaga binoan, X ning $x \le 1\text{cm}$ shartni qanoatlantiruvchi qator qiymatlariga mos keluvchi y ning qiymatlarini topamiz va jadval tuzamiz:

x,cm	-1	-0,75	-0,5	0	+0,5	+1
y,cm	0	±0,70	±1	±1,41	±1,7	±2

Koordinata o'qlarini chizib va masshtab tanlab xOy tekislikda topilgan nuqtalarni qayd etamiz. Ularni silliq chiziq bilan birlashtirib, (1) va (2) tenglamalarga binoan tebranayotgan nuqtaning trayektoriyasini olamiz (6.5-rasm).



6.5-rasm

Nuqtaning harakat yo'nalishini ko'rsatish uchun vaqt o'tishi bilan uning o'rni qanday o'zgarishini kuzatamiz. $t = 0$ boshlang'ich onda nuqtaning koordinatalari $x(0) = 1\text{cm}$ va $y(0) = 2\text{cm}$. Vaqtning keyingi onida, masala uchun $t = 1$ s da, nuqtaning koordinatalari o'zgarib $x(1) = -1\text{cm}$, $y(1) = 0$ bo'ladi. Boshlang'ich va keyingi (yaqin) vaqt onlarida nuqta holatlarini bilib, nuqtaning trayektoriya bo'ylab harakat yo'nalishini ko'rsatish mumkin. 6.5-rasmda bu yo'nalish strelka bilan ko'rsatilgan (A nuqtadan koordinata boshiga tomon). $t = 2$s onda tebranayotgan nuqta D nuqtaga yetgach, teskari yo'nalishda harakatlana boshlaydi.

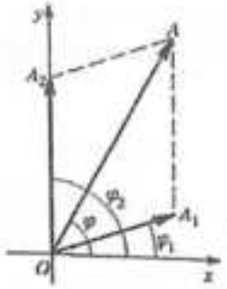
Masalalar

Garmonik tebranishlar kinematikasi

6.1. Moddiy nuqtaning tebranish tenglamasi $x = A\cos\omega(t+\tau)$ ko'rinishga ega, bu yerda $\nu = \pi\text{s}^{-1}$, $\tau = 0{,}2\text{s}$. Tebranishning davri T va boshlang'ich fazasi φ aniqlansin.

6.2. $X = A\sin\omega(t+\tau)$ tenglama bilan berilgan tebranishning davri T, chastotasi ν va boshlang'ich fazasi φ aniqlansin. Bu yerda $\omega = 2{,}5\pi\text{s}^{-1}$, $\tau = 0{,}4\text{s}$.

6.3. Moddiy nuqta $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ qonun bo'yicha tebranadi, bunda $A = 4\text{cm}$. Agar 1) $x(0) = 2\text{cm}$ va $\dot{x}(0) < 0$; 2) $x(0) = 2\sqrt{2}\text{cm}$ va $\dot{x}(0) < 0$; 3)



6.4-rasm

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}\text{rad}.$$

A_1, A_2 va $\Delta\varphi$ larning qiymatlarini (3) formulaga qo'yib hisoblashlarni bajarsak,

$$A = 2{,}65\text{cm}.$$

Natijaviy tebranishning boshlang'ich fazasi tangensini bevosita 6.4-rasmdan aniqlaymiz: $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$, bundan boshlang'ich faza:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

$A_1, A_2, \varphi_2, \varphi_1$ larning qiymatlarini qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(5/\sqrt{3}\right) = 70{,}9^\circ = 0{,}394\pi\text{rad}.$$

Qo'shiluvchi tebranishlarning burchak chastotalari bir xil bo'lganligi tufayli, natijaviy tebranish ham shunday ω chastotaga ega bo'ladi. Bu natijaviy tebranish tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozishga imkoniyat beradi: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, bunda $A = 2{,}65\text{cm}$, $\omega = \pi s^{-1}$, $\varphi = 0{,}39\text{rad}$.

6-masala. Moddiy nuqta bir paytning o'zida tenglamalari:

$$x = A_1\cos\omega t, \qquad (1)$$

$$y = A_2\cos\frac{\omega}{2}t, \qquad (2)$$

ko'rinishda bo'lgan ikkita o'zaro tik garmonik tebranishda ishtirok etadi. Bunda $A_1 = 1\text{cm}$, $A_2 = 2\text{cm}$, $\omega = \pi s^{-1}$. Nuqta trayektoriyasining tenglamasi topilsin. Masshtabga rioya qilgan holda trayektoriya tuzilsin va nuqta harakatining yo'nalishi topilsin.

Yechilish: Nuqta trayektoriyasining tenglamasini topish uchun, berilgan (1) va (2) tenglamardan t vaqtni yo'qotamiz. Bu maqsadda $\cos(\alpha/2) = \sqrt{(1/2)(1+\cos\alpha)}$ formuladan foydalanamiz. Mazkur holda $\alpha = \omega t$ shuning uchun:

$$y = A_2\cos\frac{\omega}{2}t = A_2\sqrt{\frac{1}{2}(1+\cos\omega t)}.$$

(1) formulaga binoan $\cos\omega t = \dfrac{x}{A_1}$ ekanligidan, trayektoriya tenglamasi:

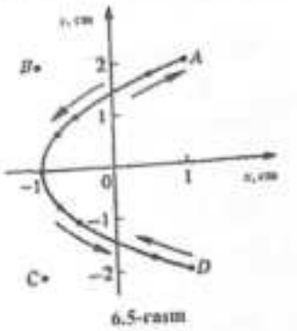
$$y = A_2\sqrt{\frac{1+x/A_1}{2}}. \qquad (3)$$

Hosil qilingan ifoda o'qi Ox o'q bilan mos keluvchi parabola tenglamasidir. (1) va (2) tenglamadan ko'rinib turibdiki, nuqtaning koordinata o'qlari bo'ylab siljishi cheklangan va Ox o'qi bo'yicha -1 dan +1 gacha, Oy o'qi bo'yicha -2 dan +2 gacha oraliqda joylashgan.

Trayektoriyani chizish uchun (3) tenglamaga binoan, X ning $x \le 1\text{cm}$ shartni qanoatlantiruvchi qator qiymatlariga mos keluvchi y ning qiymatlarini topamiz va jadval tuzamiz:

x,cm	-1	-0.75	-0.5	0	+0.5	+1
y,cm	0	±0.70	±1	±1.41	±1.7	±2

Koordinata o'qlarini chizib va masshtab tanlab xOy tekislikda topilgan nuqtalarni qayd etamiz. Ularni silliq chiziq bilan birlashtirib, (1) va (2) tenglamalarga binoan tebranayotgan nuqtaning trayektoriyasini olamiz (6.5-rasm).



6.5-rasm

Nuqtaning harakat yo'nalishini ko'rsatish uchun vaqt o'tishi bilan uning o'rni qanday o'zgarishini kuzatamiz. $t = 0$ boshlang'ich onda nuqtaning koordinatalari $x(0) = 1\text{cm}$ va $y(0) = 2\text{cm}$. Vaqtning keyingi onida, masala uchun $t = 1$ s da, nuqtaning koordinatalari o'zgarib $x(1) = -1\text{cm}$, $y(1) = 0$ bo'ladi. Boshlang'ich va keyingi (yaqin) vaqt onlarida nuqta holatlarini bilib, nuqtaning trayektoriya bo'ylab harakat yo'nalishini ko'rsatish mumkin. 6.5-rasmda bu yo'nalish strelka bilan ko'rsatilgan (A nuqtadan koordinata boshiga tomon). $t = 2\text{s}$ onda tebranayotgan nuqta D nuqtaga yetgach, teskari yo'nalishda harakatlana boshlaydi.

Masalalar

Garmonik tebranishlar kinematikasi

6.1. Moddiy nuqtaning tebranish tenglamasi $x = A\cos\omega(t+\tau)$ ko'rinishga ega, bu yerda $\nu = \pi s^{-1}$, $\tau = 0{,}2\text{s}$. Tebranishning davri T va boshlang'ich fazasi φ aniqlansin.

6.2. $X = A\sin\omega(t+\tau)$ tenglama bilan berilgan tebranishning davri T, chastotasi ν va boshlang'ich fazasi φ aniqlansin. Bu yerda $\omega = 2{,}5\pi s^{-1}$, $\tau = 0{,}4\text{s}$.

6.3. Moddiy nuqta $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ qonun bo'yicha tebranadi, bunda $A = 4\text{cm}$. Agar 1) $x(0) = 2\text{cm}$ va $\dot{x}(0) < 0$; 2) $x(0) = 2\sqrt{2}\text{cm}$ va $\dot{x}(0) < 0$; 3)

$x(0)=2$cm va $\dot{x}(0)>0$; 4) $x(0)=-2\sqrt{3}$cm va $\dot{x}(0)\gg 0$ bo'lsa, boshlang'ich faza φ aniqlansin. $t=0$ moment uchun vektor diagramma chizilsin.

6.4. Moddiy nuqta $x=A\sin(\omega t+\varphi)$ qonun bo'yicha tebranadi, bunda $A=4$cm. Agar: 1) $x(0)=2$cm va $\dot{x}(0)<0$; 2) $x(0)=2\sqrt{3}$cm va $\dot{x}(0)>0$; 3) $x(0)=-2\sqrt{2}$ va $\dot{x}(0)<0$; 4) $x(0)=-2\sqrt{3}$cm va $\dot{x}(0)>0$ bo'lsa, boshlang'ich faza φ aniqlansin. $t=0$ moment uchun vektor diagramma chizilsin.

6.5. Nuqta $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ qonun bo'yicha tebranmoqda, bunda $A=2$cm; $\omega=\pi s^{-1}$; $\varphi=\frac{\pi}{4}$rad. 1) siljishning $x(t)$. 2) tezlikning $\dot{x}(t)$. 3) tezlanishning $\ddot{x}(t)$ vaqtga bog'liqlik grafigi chizilsin.

6.6. Moddiy nuqta $A=4$cm amplituda va $T=2$s davr bilan tebranmoqda. $t=0$ momentda siljish $x(0)=0$ va $\dot{x}(0)>0$ deb hisoblab, bu tebranishning tenglamasi tuzilsin. Vaqtning quyidagi ikki momenti uchun faza ($\cos\varphi$) aniqlansin; 1) siljish $x=1$cm va $\dot{x}>0$ bo'lganda. 2) tezlik $\dot{x}=-6$cm/s va $x<0$ bo'lganda.

6.7. Moddiy nuqta aylana bo'ylab $T=6$s davr bilan soat milining yo'nalishiga teskari yo'nalishda tekis harakat qilmoqda. Aylananing diametri $d=20$cm. Agar boshlang'ich moment deb qabul qilingan paytda moddiy nuqtaning x o'qidagi proyeksiyasi nolga teng bo'lsa, nuqtaning aylana markazidan o'tuvchi x o'qidagi proyeksiyasining harakat tenglamasi tuzilsin. $t=1$s moment uchun moddiy nuqta proyeksiyasining siljishi x, tezligi $\dot{x}$ va tezlanishi $\ddot{x}$ topilsin.

6.8. $A=3$cm amplituda va $\omega=\frac{\pi}{2}s^{-1}$ burchak chastota bilan garmonik tebranayotgan moddiy nuqta tezligining $\dot{x}_{max}$ va tezlanishning $\ddot{x}_{max}$ maksimal qiymatlari aniqlansin.

6.9. Moddiy nuqta $x=A\cos\omega t$ qonun bo'yicha tebranadi, bu yerda $A=5$cm; $\omega=2s^{-1}$. Moddiy nuqtaning tezligi $\dot{x}=8$cm/s bo'lgan momentdagi tezlanishi $\ddot{x}$ aniqlansin.

6.10. Nuqta garmonik tebranmoqda. Nuqtaning eng katta siljishi $x_{max}=10$cm, eng katta tezligi $\dot{x}_{max}=20$cm/s. Tebranishning burchak chastotasi ω va maksimal tezlanishi topilsin.

6.11. Garmonik tebranayotgan moddiy nuqta ning maksimal tezligi $\dot{x}_{max}=10$cm/s, maksimal tezlanishi $\ddot{x}_{max}=100$cm/s^2. Tebranishning siklik

chastotasi ω, uning davri T va amplitudasi A topilsin. Boshlang'ich fazani nolga teng deb qabul qilib, tebranish tenglamasi tuzilsin.

6.12. Moddiy nuqta $x=A\sin\omega t$ qonun bo'yicha tebranmoqda. Vaqtning muayyan momentida nuqtaning siljishi $x_1=5$cm bo'ldi. Tebranish fazasi ikki marta oshganda siljish $x_2=8$cm bo'ldi. Tebranish amplitudasi A topilsin.

6.13. Moddiy nuqtaning tebranishi $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ qonun bo'yicha ro'y bermoqda. Vaqtning muayyan momentida nuqtaning siljishi $x=5$cm, uning tezligi $\dot{x}=20$cm/s va tezlanishi $\ddot{x}=8$cm/s^2 bo'ldi. Vaqtning ko'rilayotgan momenti uchun tebranish amplitudasi A, burchak chastota ω, davr T va faza ($\omega t+\varphi$) topilsin.

Tebranishlarni qo'shish

6.14. Ikkita amplitudalari mos ravishda $A_1=10$cm va $A_2=6$cm bo'lgan bir xil davrli, bir tomonga yo'nalgan garmonik tebranishlar qo'shilib, amplitudasi $A=14$cm bo'lgan bitta tebranish hosil qiladi. Qo'shiluvchi tebranishlarning fazalar farqi $\Delta\varphi$ topilsin.

6.15. Bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgan, amplitudalari va davrlari bir xil bo'lgan ikki garmonik tebranishlar qo'shilib, shunday amplitudali bitta tebranish hosil qiladi. Qo'shiluvchi tebranishlarni fazalar farqi $\Delta\varphi$ topilsin.

6.16. Ikkita bir xil yo'nalishli va davrli $x_1=A_1\sin\omega t$ va $x_2=A_2\sin\omega(t+\tau)$ tebranishlarning qo'shilishi natijasida vujudga kelgan tebranishning amplitudasi A va boshlang'ich fazasi φ aniqlansin. Bunda $A_1=A_2=1$cm; $\omega=\pi s^{-1}$; $\tau=0,5$s. Natijaviy tebranishning tenglamasi tuzilsin.

6.17. Moddiy nuqta ikkita bir xil yo'nalishli $x_1=A_1\sin\omega t$ va $x_2=A_2\cos\omega t$ tebranishlarda ishtirok etadi. Bu yerda $A_1=1$cm, $A_2=2$cm; $\omega=1s^{-1}$. Natijaviy tebranishning amplitudasi A, uning chastotasi ν va boshlang'ich fazasi φ aniqlansin. Bu harakatning tenglamasi tuzilsin.

6.18. Yo'nalishlari bir xil bo'lgan bir xil $T_1=T_2=1,5$s davrli va $A_1=A_2=2$cm amplitudali ikkita garmonik tebranishlar qo'shilishadi. Tebranishlarning boshlang'ich fazalari $\varphi_1=\pi/2$ va $\varphi_2=\pi/3$. Natijaviy tebranishning amplitudasi A va boshlang'ich fazasi φ aniqlansin. Uning tenglamasi topilsin va masshtabga rioya qilib amplitudalar qo'shilishining vektor diagrammasi tuzilsin.

6.19. Yo'nalishlari, davrlari $T_1 = T_2 = T_3 = 2s$ va amplitudalari $A_1 = A_2 = A_3 = 3cm$ bir xil bo'lgan uchta garmonik tebranishlar qo'shilishadi. Tebranishlarning boshlang'ich fazalari $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi/3$, $\varphi_3 = 2\pi/3$. Amplitudalar qo'shilishining vektor diagrammasi chizilsin. Chizmadan natijaviy tebranishning amplitudasi A va boshlang'ich fazasi φ aniqlansin. Uning tenglamasi tuzilsin.

6.20. Ikkita bir xil chastotali va yo'nalishlari bir xil bo'lgan $x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ va $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ garmonik tebranishlar qo'shilishdi. Vaqtning $t = 0$ momenti uchun vektor diagramma chizilsin. Tahliliy (analitik) usul bilan natijaviy tebranishning amplitudasi A va boshlang'ich fazasi φ aniqlansin. A va φ vektor diagrammaga qo'yilsin. Natijaviy tebranish tenglamasi (trigonometrik ko'rinishda kosinus orqali) tuzilsin. Masala quyidagi ikki hol uchun yechilsin: 1) $A_1 = 1cm$, $\varphi_1 = \frac{\pi}{3}$; $A_2 = 2cm$, $\varphi_2 = \frac{5\pi}{6}$ 2) $A_1 = 1cm$, $\varphi_1 = \frac{2\pi}{3}$; $A_2 = 1cm$, $\varphi_2 = \frac{7\pi}{6}$;

6.21 Ikkita kamerton bir paytda ovoz chiqarmoqda. Ularning tebranish chastotalari ν_1 va ν_2 mos ravishda 440 va 440,5Hz ga teng. Tepkili tebranish davri T aniqlansin.

6.22 $x = A_1\sin\omega t$ va $y = A_2\cos\omega(t + \tau)$ tenglamalar bilan ifodalanuvchi ikkita o'zaro tik tebranishlar ustma-ust tushmoqda. Bu yerda $A_1 = 2cm$, $A_2 = 1cm$, $\omega = \pi s^{-1}$, $\tau = 0,5s$. Trayektoriya tenglamasi tuzilsin va u nuqtaning harakat yo'nalishi ko'rsatilib chizilsin.

6.23 Moddiy nuqta bir paytning o'zida $x = A_1\cos\omega t$ va $y = A_2\cos\omega(t + \tau)$ tenglamalar bilan ifodalanuvchi, o'zaro tik yo'nalishlarda ro'y berayotgan ikkita garmonik tebranishni amalga oshiradi. Bunda $A_1 = 4cm$, $A_2 = 8cm$, $\omega = \pi s^{-1}$, $\tau = 1s$. Moddiy nuqta trayektoriyasining tenglamasi tuzilsin va uning harakat grafigi chizilsin.

6.24. Moddiy nuqta bir paytning o'zida o'zaro tik yo'nalishlarda ro'y beradigan, quyidagi tenglamalar bilan ifodalanadigan bir xil chastotali ikkita garmonik tebranishni amalga oshiradi: 1) $x = A\cos\omega t$ va $y = A\cos\omega t$; 2) $x = A\cos\omega t$ va $y = A_1\cos\omega t$; 3) $x = \cos\omega t$ va $y = A\cos\omega(\omega t + \varphi_1)$; 4) $x = A_2\cos\omega t$ va $y = A\cos\omega(\omega t + \varphi_2)$; 5) $x = A_1\cos\omega t$ va $y = A_2\sin\omega t$; 6) $x = A\cos\omega t$ va $y = A_2\sin\omega t$; 7) $x = A_2\sin\omega t$ va $y = A_2\sin\omega t$;

8) $x = A_1\sin\omega t$ va $y = A\sin\omega(\omega t + \varphi_2)$. Moddiy nuqta trayektoriyasining tenglamasi tuzilsin (sakkiz hol uchun), u masshtabga rioya qilinib chizilsin. va harakat yo'nalishi ko'rsatilsin. $A = 2cm$, $A_1 = 3cm$, $A_2 = 1cm$; $\varphi_1 = \pi/2$, $\varphi_2 = \pi$ deb qabul qilinsin.

6.25. Moddiy nuqta bir paytning o'zida $x = A_1\cos\omega t$ va $y = A_2\sin\omega t$ tenglamalar bilan ifodalanuvchi ikkita o'zaro tik tebranishlarda ishtirok etadi, bunda $A_1 = 2cm$, $A_2 = 1cm$. Moddiy nuqta trayektoriyasining tenglamasi tuzilsin va uning harakat yo'nalishi ko'rsatilib chizilsin.

6.26. Moddiy nuqtabir paytning o'zida o'zaro tik yo'nalishlarda ro'y beradigan $x = A_1\sin\omega t$ va $y = A_2\cos\omega t$ tenglamalar bilan ifodalanadigan ikkita garmonik tebranishni amalga oshiradi: bunda $A_1 = 0,5cm$; $A_2 = 2cm$. Moddiy nuqta trayektoriyasining tenglamasi tuzilsin va uning harakat yo'nalishi ko'rsatilgan holda chizilsin.

6.27. Moddiy nuqtaning harakati $x = A_1\sin\omega t$ va $y = A_2\sin\omega(t - \tau)$ tenglamalar bilan berilgan. Bu yerda $A_1 = 10cm$, $A_2 = 5cm$, $\omega = 2s^{-1}$, $\tau = \frac{\pi}{4}s$. Trayektoriya tenglamasi va vaqtning $t = 0,5s$ momenti uchun nuqtaning tezligi topilsin.

6.28. Moddiy nuqta bir paytning o'zida $x = A_1\cos\omega t$ va $x = A_1\cos2\omega t$ tenglamalar bilan ifodalanuvchi ikkita o'zaro tik tebranishlarda ishtirok etadi: bunda $A_1 = 2cm$, $A_2 = 1cm$. Trayektoriya tenglamasi tuzilsin va u chizilsin.

6.29. Moddiy nuqta bir paytning o'zida o'zaro tik yo'nalishlarda ro'y beradigan va quyidagi tenglamalar bilan tavsiflanadigan ikkita garmonik tebranishda ishtirok etadi: 1) $x = A\sin\omega t$ va $x = A\sin2\omega t$; 2) $x = A\cos\omega t$ va $y = A\sin2\omega t$; 3) $x = A\cos2\omega t$ va $y = A\sin\omega t$; 4) $x = A_1\sin\omega t$ va $y = A\cos\omega t$. Nuqta trayektoriyasining tenglamasi tuzilsin, u masshtabga rioya qilinib chizilsin va harakat yo'nalishi ko'rsatilsin. $A = 2cm$, $A_2 = 3cm$, deb qabul qilinsin.

6.30. Moddiy nuqta bir paytning o'zida $x = A_1\cos\omega t$, va $y = A_2\sin0,5\omega t$ tenglamalar bilan ifodalanuvchi ikkita o'zaro tik tebranishlarda ishtirok etadi. Bu yerda $A_1 = 2cm$, $A_2 = 3cm$. Moddiy nuqta harakat trayektoriyasining tenglamasi tuzilsin va u harakat yo'nalishi ko'rsatilgan holda chizilsin.

6.31. Ossillograf ekranidagi yarqiroq nuqtaning siljishi quyidagi tenglamalar bilan tavsiflanuvchi ikkita o'zaro tik tebranishlarning qo'shilishi natijasidir; 1) $x = A\sin3\omega t$ va $y = A\sin2\omega t$, 2) $x = A\sin3\omega t$ va $y = A\cos2\omega t$;

3) $x = A\sin 3\omega t$ va $y = A\cos\omega t$. Qo'shishning chizma usulini qo'llab va masshtabga rioya qilgan holda, yarqiroq nuqtaning ekrandagi trayektoriyasi tuzilsin. $A = 4cm$ deb qabul qilinsin.

Garmonik tebranishlar dinamikasi. Mayatniklar

6.32. $m = 50g$ massali moddiy nuqta tenglamasi $x = A\cos\omega t$ ko'rinishga ega bo'lgan tebranishlarni amalga oshirmoqda. Bunda $A = 10cm$, $\omega = 5s^{-1}$. Quyidagi ikki hol uchun nuqtaga ta'sir etuvchi kuch topilsin: 1) faza $\omega t = \pi/3$ bo'lgan holati uchun, 2) nuqtaning eng ko'p siljigan holati uchun.

6.33. $m = 0,1g$ massali moddiy nuqtaning tebranishi $x = A\cos\omega t$ tenglamaga muvofiq ro'y beradi. Bunda $A = 5cm$, $\omega = 20s^{-1}$. Qaytaruvchi F_{max} kuchning va T_{max} kinetik energiyaning maksimal qiymatlari aniqlansin.

6.34. $x = A\cos\omega t$ qonun bo'yicha tebranayotgan moddiy nuqtaning to'liq energiyasi E va $t = 1s$ vaqt momenti uchun qaytaruvchi F kuch topilsin. Bunda $A = 20cm$; $\omega = \frac{2\pi}{3}s^{-1}$. Moddiy nuqtaning massasi $m = 10$ g.

6.35. Moddiy nuqtaning tebranishi $x = A\cos\omega t$ tenglamaga muvofiq ro'y beradi. Bunda $A = 8cm$, $\omega = \pi/6s^{-1}$. Qaytaruvchi kuch F birinchi marta $5mN$ qiymatga erishgan momentda nuqtaning potensial energiyasi $\Pi = 100\mu J$ bo'ldi. Vaqtning shu momenti va unga mos keluvchi faza ωt topilsin.

6.36. Prujinaga osilgan $m = 250g$ massali yuk $T = 1s$ davr bilan tik yo'nalishda tebranadi. Prujinaning bikrligi k aniqlansin.

6.37. O'rama prujinaga yukcha osdilar, buning natijasida prujina $d = 9cm$ ga cho'zildi. Agar yukcha pastga ozroq tortib qo'yib yuborilsa, uning tebranish davri T qanday bo'ladi?

6.38. Prujinaga osilgan qadoqtosh $A = 4cm$ amplituda bilan tik yo'nalishda tebranmoqda. Agar prujinaning bikrligi $k = 1kN/m$ bo'lsa, qadoqtosh tebranishining to'liq energiyasi E aniqlansin.

6.39. Tebranish davrlarining nisbati 1,5 ga teng bo'lgan ikkita matematik mayatnik uzunliklarining nisbati topilsin.

6.40. Uzunligi $l = 1m$ bo'lgan matematik mayatnik liftning ichida o'rnatilgan. Lift $a = 2,5 m/s^2$ tezlanish bilan ko'tarilmoqda. Mayatnikning tebranish davri T aniqlansin.

6.41. Uzunligi $l = 30cm$ bo'lgan ingichka sterjen uchlarining har biriga bittadan bir xil yukchalar mahkamlangan. Sterjen yuklari bilan birgalikda sterjen uchlarining biridan $d = 10cm$ uzoqlikdagi nuqtadan o'tuvchi

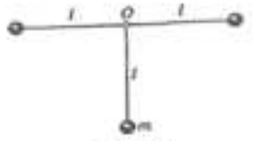
gorizontal o'q atrofida tebranadi. Shunday fizik mayatnikning keltirilgan uzunligi L va davri T aniqlansin. Sterjenning massasi inobatga olinmasin.

6.42. Uzunligi $l = 30cm$ bo'lgan tayoqchaga ikkita bir xil yuk mahkamlangan: bittasi tayoqchaning markaziga, boshqasi-uchlaridan biriga. Tayoqcha yuki bilan tayoqchaning yuksiz uchidan o'tuvchi gorizontal o'q atrofida tebranadi. Shunday sistemaning keltirilgan uzunligi L va tebranish davri T aniqlansin. Sterjenning massasi hisobga olinmasin.

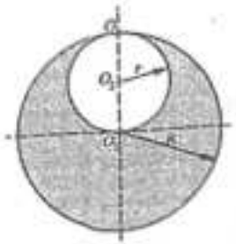
6.43. $l = 30cm$ uzunlikdagi sterjenlar bilan biriktirilgan uchta yukdan iborat sistema (6.6-rasm) O nuqtadan o'tuvchi chizma tekisligiga tik bo'lgan gorizontal o'qqa nisbatan tebranmoqda. Sistemaning tebranish davri T topilsin. Sterjenning massasi hisobga olinmasin, yuklar moddiy nuqta deb qaralsin.

6.44. Devorga gorizontal qilib qoqilgan mixga osilgan ingichka halqa devor tekisligiga parallel tekislikda tebranadi. Halqa radiusi $R = 30cm$. Halqa ning tebranish davri T hisoblansin.

6.45. $R = 30cm$ radiusli bir jinsli disk uning silindrik sirtining tashkil etuvchilaridan biri orqali o'tuvchi gorizontal o'q atrofida tebranmoqda. Uning tebranish davri T qanday?



6.6-rasm



6.7-rasm

6.46. $R = 30cm$ radiusli disk uning tekisligiga tik ravishda radiuslaridan birining o'rtasidan o'tuvchi gorizontal o'q atrofida tebranmoqda. Shunday mayatnikning keltirilgan uzunligi va tebranish davri T aniqlansin.

6.47. $R = 30cm$ radiusli ingichka bir jinsli diskdan radiusi $r = 10cm$ bo'lgan doira ko'rinishidagi qismi 6.7-rasmda ko'rsatilgandek qilib kesib olingan. Diskning qolgan qismi esa diskning silindrik sirtining tashkil etuvchilaridan biri bilan mos keluvchi O gorizontal o'q atrofida tebranadi. Shunday mayatnikning tebranish davri T topilsin.

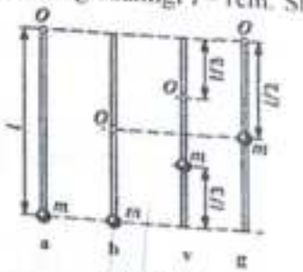
6.48. Uzunligi $l_1 = 40cm$ bo'lgan matematik mayatnik bilan uzunligi $l_2 = 60cm$ bo'lgan ingichka to'g'ri sterjen ko'rinishidagi fizik mayatnik bitta

gorizontal o'q atrofida baravar tebranmoqda. Tebranish o'qidan sterjenning massa markazigacha bo'lgan masofa a aniqlansin.

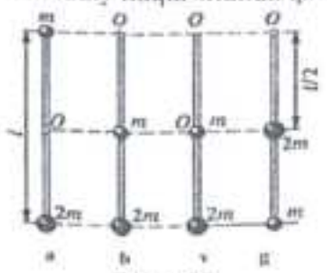
6.49. Uzunligi $l = 20$cm bo'lgan ingichka to'g'ri sterjen ko'rinishidagi fizik mayatnik sterjenning massa markazidan qandaydir a masofadagi nuqta orqali o'ziga tik ravishda o'tuvchi gorizontal o'q atrofida tebranmoqda. a ning qanday qiymatida tebranish davri T eng kichik bo'ladi?

6.50. Fizik mayatnik m massali kichkina sharcha mahkamlangan, massasi m bo'lgan ingichka bir jinsli sterjendan iborat. Mayatnik sterjendagi O nuqta orqali o'tuvchi gorizontal o'q atrofida tebranmoqda. 6.8-rasmda tasvirlangan a,b,v,g hollar uchun mayatnikning garmonik tebranishlar davri T aniqlansin.

Tayoqchaning uzunligi $l = 1$cm. Sharcha moddiy nuqta sifatida qaralsin.



6.8-rasm



6.9-rasm

6.51. Fizik mayatnik massalari m va $2m$ bo'lgan ikkita kichkina sharchalar mahkamlangan m massali ingichka bir jinsli tayoqchadan iborat. Mayatnik tayoqchadagi O nuqta orqali o'tuvchi gorizontal o'q atrofida tebranmoqda. 6.9-rasmda tasvirlangan a,b,v,g hollar uchun mayatnikning garmonik tebranishlar chastotasi ω aniqlansin. Tayoqchaning uzunligi $l = 1$m. Sharchalar moddiy nuqtalar sifatida qaralsin.

6.52. Gorizontal o'qqa mahkamlangan $m = 4$ kg massali jism T = 0,8s davr bilan tebranmoqda. Bu o'qqa o'qi jismning tebranish o'qi bilan mos keladigan qilib disk o'rnatganlarida tebranish davri $T = 1{,}2$ s ga teng bo'ldi. Diskning radiusi R = 20cm bo'lib, massasi jismning massasiga teng. Jismning tebranish o'qiga nisbatan inersiya momenti I topilsin.

6.53. Trubkasining diametri $d = 1$ cm, massasi $m = 50$ g bo'lgan areometr suvda suzmoqda. Areometrni ozroq suvga botirib, so'ngra erkin qo'ydilar va natijada u garmonik tebrana boshladi. Bu tebranishlarning davri T topilsin.

6.54. Ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 0{,}4\text{cm}^2$ bo'lgan, ikkala uchi ham ochiq U simon shakldagi trubkaga $m = 200$ g massali simob tez qo'yiladi. Simobning trubkada tebranish davri T aniqlansin.

6.55. Ko'ndalang kesimi butun uzunligi bo'yicha o'zgarmas bo'lgan shishgan xoda suvdan tashqarida faqat ozgina qismi (uzunligiga nisbatan) qoladigan qilib tik yo'nalishda suvga botirildi. Yog'ochning tebranish davri $T = 5$s. Yog'ochning uzunligi l aniqlansin.

So'nuvchi tebranishlar

6.56. Mayatnikning so'nuvchi tebranishlari amplitudasi t = 5min vaqt ichida ikki marta kamaydi. Boshlang'ich momentdan hisoblaganda qancha t vaqtda amplituda sakkiz marta kamayadi?

6.57. t = 8min vaqtda mayatnik so'nuvchi tebranishlarining amplitudasi uch marta kamaydi. So'nish koeffitsiyenti δ aniqlansin.

6.58. Uzunligi $l = 1$m bo'lgan mayatnik so'nuvchi tebranishlarning amplitudasi t = 10min vaqt ichida ikki marta kamaydi. Tebranishlarning logarifmik dekrementi θ aniqlansin.

6.59. Mayatnik tebranishining logarifmik dekrementi $\theta = 0{,}003$. Mayatnikning tebranish amplitudasi ikki marta kamayishi uchun kerak bo'ladigan to'la tebranishlar soni N aniqlansin.

6.60. m = 500g massali qadoqtosh bikrligi k = 20N/m bo'lgan spiral prujinaga osilgan bo'lib, muayyan muhitda elastik tebranadi. Tebranishning logarifmik dekrementi $\theta = 0{,}004$. Qadoqtoshning tebranishlar amplitudasi n = 2 marta kamayishi uchun kerak bo'lgan to'la tebranishlar soni N aniqlansin. Bu kamayish qancha vaqtda ro'y beradi?

6.61. m = 5g massali jism so'nuvchi tebranmoqda. t = 50s vaqt davomida jism o'z energiyasining 60% ni yo'qotdi. Qarshilik koeffitsiyenti b aniqlansin.

6.62. Agar sistemaning xususiy tebranishlar davri T = 1s va tebranishning logarifmik dekrementi $\theta = 0{,}628$ bo'lsa, so'nuvchi tebranishlar davri T aniqlansin.

6.10-rasm

6.63. Sistemaning energiyasi n = 2 marta kamaygan vaqt davomidagi to'la tebranishlari soni N topilsin. Tebranishlarning logarifmik dekrementi $\theta = 0{,}01$.

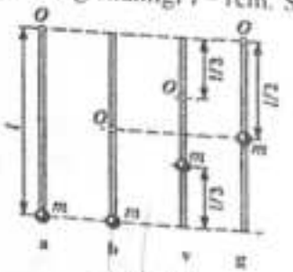
6.64. m = 1kg massali jism qarshilik koeffitsiyenti b = 0,05kg/s bo'lgan elastik muhitda joylashgan. Jism har birining bikrligi k = 50N/m

gorizontal o'q atrofida baravar tebranmoqda. Tebranish o'qidan sterjenning massa markazigacha bo'lgan masofa a aniqlansin.

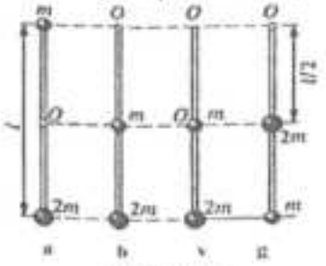
6.49. Uzunligi $l = 20$cm bo'lgan ingichka to'g'ri sterjen ko'rinishidagi fizik mayatnik sterjenning massa markazidan qandaydir a masofadagi nuqta orqali o'ziga tik ravishda o'tuvchi gorizontal o'q atrofida tebranmoqda. a ning qanday qiymatida tebranish davri T eng kichik bo'ladi?

6.50. Fizik mayatnik m massali kichkina sharcha mahkamlangan. massasi m bo'lgan ingichka bir jinsli sterjendan iborat. Mayatnik sterjendagi O nuqta orqali o'tuvchi gorizontal o'q atrofida tebranmoqda. 6.8-rasmda tasvirlangan a,b,v,g hollar uchun mayatnikning garmonik tebranishlar davri T aniqlansin.

Tayoqchaning uzunligi $l = 1$cm. Sharcha moddiy nuqta sifatida qaralsin.



6.8-rasm



6.9-rasm

6.51. Fizik mayatnik massalari m va 2m bo'lgan ikkita kichkina sharchalar mahkamlangan m massali ingichka bir jinsli tayoqchadan iborat. Mayatnik tayoqchadagi O nuqta orqali o'tuvchi gorizontal o'q atrofida tebranmoqda. 6.9-rasmda tasvirlangan a,b,v,g hollar uchun mayatnikning garmonik tebranishlar chastotasi ω aniqlansin. Tayoqchaning uzunligi $l = 1$m. Sharchalar moddiy nuqtalar sifatida qaralsin.

6.52. Gorizontal o'qqa mahkamlangan $m = 4$ kg massali jism T = 0,8s davr bilan tebranmoqda. Bu o'qqa o'qi jismning tebranish o'qi bilan mos keladigan qilib disk o'rnatganlarida tebranish davri $T = 1{,}2$ s ga teng bo'ldi. Diskning radiusi R = 20cm bo'lib, massasi jismning massasiga teng. Jismning tebranish o'qiga nisbatan inersiya momenti I topilsin.

6.53. Trubkasining diametri $d = 1$ cm, massasi $m = 50$ g bo'lgan areometr suvda suzmoqda. Areometrni ozroq suvga botirib, so'ngra erkin qo'yilar va natijada u garmonik tebrana boshladi. Bu tebranishlarning davri T topilsin.

6.54. Ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 0.4\text{cm}^2$ bo'lgan, ikkala uchi ham ochiq U simon shakldagi trubkaga $m = 200$ g massali simob tez qo'yiladi. Simobning trubkada tebranish davri T aniqlansin.

6.55. Ko'ndalang kesimi butun uzunligi bo'yicha o'zgarmas bo'lgan shishgan xoda suvdan tashqarida faqat ozgina qismi (uzunligiga nisbatan) qoladigan qilib tik yo'nalishda suvga botirildi. Yog'ochning tebranish davri $T = 5$s. Yog'ochning uzunligi l aniqlansin.

So'nuvchi tebranishlar

6.56. Mayatnikning so'nuvchi tebranishlari amplitudasi t = 5min vaqt ichida ikki marta kamaydi. Boshlang'ich momentdan hisoblaganda qancha t vaqtda amplituda sakkiz marta kamayadi?

6.57. t = 8min vaqtda mayatnik so'nuvchi tebranishlarining amplitudasi uch marta kamaydi. So'nish koeffitsiyenti δ aniqlansin.

6.58. Uzunligi $l = 1$m bo'lgan mayatnik so'nuvchi tebranishlarning amplitudasi t = 10min vaqt ichida ikki marta kamaydi. Tebranishlarning logarifmik dekrementi θ aniqlansin.

6.59. Mayatnik tebranishining logarifmik dekrementi $\theta = 0{,}003$. Mayatnikning tebranish amplitudasi ikki marta kamayishi uchun kerak bo'ladigan to'la tebranishlar soni N aniqlansin.

6.60. m = 500g massali qadoqtosh bikrligi k = 20N/m bo'lgan spiral prujinaga osilgan bo'lib, muayyan muhitda elastik tebranadi. Tebranishning logarifmik dekrementi $\theta = 0{,}004$. Qadoqtoshning tebranishlar amplitudasi n = 2 marta kamayishi uchun kerak bo'lgan to'la tebranishlar soni N aniqlansin. Bu kamayish qancha vaqtda ro'y beradi?

6.61. m = 5g massali jism so'nuvchi tebranmoqda. t = 50s vaqt davomida jism o'z energiyasining 60% ni yo'qotdi. Qarshilik koeffitsiyenti b aniqlansin.

6.62. Agar sistemaning xususiy tebranishlar davri T = 1s va tebranishning logarifmik dekrementi $\theta = 0{,}628$ bo'lsa, so'nuvchi tebranishlar davri T aniqlansin.

6.63. Sistemaning energiyasi n = 2 marta kamaygan vaqt davomidagi to'la tebranishlari soni N topilsin. Tebranishlarning logarifmik dekrementi $\theta = 0{,}01$.

6.10-rasm

6.64. m = 1kg massali jism qarshilik koeffitsiyenti b = 0,05kg/s bo'lgan elastik muhitda joylashgan. Jism har birining bikrligi k = 50N/m

bo'lgan ikkita bir xil prujina yordamida muvozanat holatida tutib turilibdi va bunda prujinalar deformatsiyalanmagan (6.10-rasm). Jismni muvozanat holatidan siljitdilar va qo'yib yubordilar. Amplituda e marta kamaygan vaqtdagi: 1) so'nish koeffitsiyenti δ; 2) tebranish chastotasi ν; 3) tebranishning logarifmik dekrementi θ; 4) tebranishlar soni N aniqlansin.

Majburiy tebranishlar. Rezonans

6.65. Elektrodvigatelning og'irlik kuchi ta'sirida u o'rnatilgan to'sin $h = 1\text{mm}$ ga egildi. Elektrodvigatel yakorining qanday aylanish chastotasida rezonans xavfi vujudga kelishi mumkin?

6.66. m = 80t massali vagonning to'rtta ressori bor. Har bir ressor prujinasining bikrligi k = 50kN/m. Agar relsning uzunligi l = 12,8m bo'lsa, qanday ϑ tezlikda vagon relslarning tutashish joyidagi turtki natijasida qattiq tebrana boshlaydi?

6.67. Tebranish sistemasi $\nu = 1000\text{Hz}$ chastotali so'nuvchi tebranishlarni amalga oshirmoqda. Agar rezonans chastota $\nu_{rez} = 998\text{Hz}$ bo'lsa, xususiy tebranishlar chastotasi ν_0 aniqlansin.

6.68. $\delta = 400\text{s}^{-1}$ so'nish koeffitsiyenti bilan tavsiflanuvchi sistemaning rezonans chastotasi uning xususiy tebranishlar chastotasi ν_0 = 1kHz dan qanchaga farq qilishi aniqlansin.

6.69. Rezonans xususiy chastotasi $\nu_0 = 1\text{kHz}$ dan $\Delta\nu$ = 2Hz ga kichik bo'lgan chastotada tebranayotgan tebranish sistemasining logarifmik dekrementi aniqlansin.

6.70. Prujinali mayatnikning xususiy tebranishlar davri T = 0,55s. Elastik muhitda shu mayatnikning xususiy tebranish davri T = 0,56s bo'ldi. Tebranishning rezonans chastotasi aniqlansin.

6.71. Prujinali mayatnik (prujinaning bikrligi k = 10N/m, yukning massasi m = 100g) qarshilik koeffitsiyenti $r = 2\cdot10^{-2}\text{kg/s}$ bo'lgan elastik muhitda majburiy tebranmoqda. Agar majburlovchi kuchning amplituda qiymati $F_0 = 10\text{mN}$ bo'lsa, unda so'nish koeffitsiyenti δ va rezonans amplituda A_{rez} aniqlansin.

6.72. Jism qarshilik koeffitsiyenti r = 1g/s bo'lgan muhitda majburiy tebranmoqda. Agar rezonans amplituda $A_{rez} = 0.5\text{cm}$ va xususiy tebranishlar chastotasi $\nu_0 = 10$ Hz bo'lsa, so'nishni kichik deb hisoblab, majburlovchi kuchning amplitudaviy qiymati aniqlansin.

6.73. $\nu_1 = 400\text{Hz}$ va $\nu_2 = 600\text{Hz}$ chastotalarda majburiy garmonik tebranishlar amplitudasi bir-biriga teng. Rezonans chastota ν_{rez} aniqlansin. So'nish hisobga olinmasin.

6.74. Bikrligi $k = 10\,\text{N/m}$ bo'lgan spiral prujinaga $m = 10\text{g}$ massali yuk osilgan va butun sistema elastik muhitga botirilgan. Qarshilik koeffitsiyentini $b = 0{,}1\text{kg/s}$ deb qabul qilib: 1) xususiy tebranishlar chastotasi ν_0 ; 2) rezonans chastota ν_{rez}; 3) agar majburlovchi kuch garmonik qonun bo'yicha o'zgarsa va uning amplituda qiymati $F = 0{,}02N$ bo'lsa, rezonans amplituda A_{rez} ; 4) rezonans amplitudaning F_0 kuch ta'siridagi statik siljishga nisbati aniqlansin.

6.75. Agar majburlovchi kuchning o'zgarish chastotasi rezonans chastotadan: 1) 10% ga; 2) ikki marta katta bo'lsa, majburiy tebranishlar amplitudasi rezonans amplitudadan necha marta kichik bo'ladi? Har ikkala holda ham so'nish koeffitsiyenti $\delta = 0{,}1\omega_0$ deb qabul qilinsin (ω_0 – xususiy tebranishlarning burchak chastotasi).

7-§. ELASTIK MUHITDAGI TO'LQINLAR. AKUSTIKA

Asosiy formulalar

•Yassi to'lqin tenglamasi:

$$\xi(x,t) = A\cos\omega(t - x/\vartheta) \quad \text{yoki} \quad \xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx),$$

bu yerda $\xi(x,t) = x$ koordinatali muhit nuqtalarining vaqtning t momentidagi siljishi; ω – siklik chastota; ϑ – tebranishlarning muhitda tarqalish tezligi (fazaviy tezlik); k–to'lqin soni, $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$; λ – to'lqin uzunligi.

•To'lqin uzunligi tebranish davri T va chastotasi ν bilan $\lambda = \vartheta T$ hamda $\lambda = \vartheta/\nu$ munosabatlar orqali bog'langan.

•Muhitning oralaridagi masofa (yo'l farqi) Δx ga teng bo'lgan ikki nuqtasi tebranishlarining fazalar farqi:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x,$$

λ – bu yerda to'lqin uzunligi

•Turg'un to'lqin tenglamasi:

$$\xi(x,t) = 2A\cos kx\cdot\cos\omega t \quad \text{yoki} \quad \xi(x,t) = A_{tu}\cos kx\cdot\cos\omega t,$$

•Elastik muhitda bo'ylama to'lqinlarning fazaviy tezligi:

bo'lgan ikkita bir xil prujina yordamida muvozanat holatida tutib turilibdi va bunda prujinalar deformatsiyalanmagan (6.10-rasm). Jismni muvozanat holatidan siljitdilar va qo'yib yubordilar. Amplituda e marta kamaygan vaqtdagi: 1) so'nish koeffitsiyenti δ; 2) tebranish chastotasi ν; 3) tebranishning logarifmik dekrementi θ; 4) tebranishlar soni N aniqlansin.

Majburiy tebranishlar. Rezonans

6.65. Elektrodvigatelning og'irlik kuchi ta'sirida u o'rnatilgan to'sin $h = 1\text{mm}$ ga egildi. Elektrodvigatel yakorining qanday aylanish chastotasida rezonans xavfi vujudga kelishi mumkin?

6.66. $m = 80\text{t}$ massali vagonning to'rtta ressori bor. Har bir ressor prujinasining bikrligi $k = 50\text{kN/m}$. Agar relsning uzunligi $l = 12{,}8\text{m}$ bo'lsa, qanday ϑ tezlikda vagon relslarning tutashish joyidagi turtki natijasida qattiq tebrana boshlaydi?

6.67. Tebranish sistemasi $\nu = 1000\text{Hz}$ chastotali so'nuvchi tebranishlarni amalga oshirmoqda. Agar rezonans chastota $\nu_{rez} = 998\text{Hz}$ bo'lsa, xususiy tebranishlar chastotasi ν_0 aniqlansin.

6.68. $\delta = 400\text{s}^{-1}$ so'nish koeffitsiyenti bilan tavsiflanuvchi sistemaning rezonans chastotasi uning xususiy tebranishlar chastotasi $\nu_0 = 1\text{kHz}$ dan qanchaga farq qilishi aniqlansin.

6.69. Rezonans xususiy chastotasi $\nu_0 = 1\text{kHz}$ dan $\Delta\nu = 2\text{Hz}$ ga kichik bo'lgan chastotada tebranayotgan tebranish sistemasining logarifmik dekrementi aniqlansin.

6.70. Prujinali mayatnikning xususiy tebranishlar davri $T = 0{,}55\text{s}$. Elastik muhitda shu mayatnikning xususiy tebranish davri $T = 0{,}56\text{s}$ bo'ldi. Tebranishning rezonans chastotasi aniqlansin.

6.71. Prujinali mayatnik (prujinaning bikrligi $k = 10\text{N/m}$, yukning massasi $m = 100\text{g}$) qarshilik koeffitsiyenti $r = 2\cdot10^{-2}\text{kg/s}$ bo'lgan elastik muhitda majburiy tebranmoqda. Agar majburlovchi kuchning amplituda qiymati $F_0 = 10\text{mN}$ bo'lsa, unda so'nish koeffitsiyenti δ va rezonans amplituda A_{rez} aniqlansin.

6.72. Jism qarshilik koeffitsiyenti $r = 1\text{g/s}$ bo'lgan muhitda majburiy tebranmoqda. Agar rezonans amplituda $A_{rez} = 0{,}5\text{cm}$ va xususiy tebranishlar chastotasi $\nu_0 = 10\ \text{Hz}$ bo'lsa, so'nishni kichik deb hisoblab, majburlovchi kuchning amplitudaviy qiymati aniqlansin.

6.73. $\nu_1 = 400\text{Hz}$ va $\nu_2 = 600\text{Hz}$ chastotalarda majburiy garmonik tebranishlar amplitudasi bir-biriga teng. Rezonans chastota ν_{rez} aniqlansin. So'nish hisobga olinmasin.

6.74. Bikrligi $k = 10\text{N/m}$ bo'lgan spiral prujinaga $m = 10\text{g}$ massali yuk osilgan va butun sistema elastik muhitga botirilgan. Qarshilik koeffitsiyentini $b = 0{,}1\text{kg/s}$ deb qabul qilib: 1) xususiy tebranishlar chastotasi ν_0 ; 2) rezonans chastota ν_{rez}; 3) agar majburlovchi kuch garmonik qonun bo'yicha o'zgarsa va uning amplituda qiymati $F = 0{,}02\text{N}$ bo'lsa, rezonans amplituda A_{rez} ; 4) rezonans amplitudaning F_0 kuch ta'siridagi statik siljishga nisbati aniqlansin.

6.75. Agar majburlovchi kuchning o'zgarish chastotasi rezonans chastotadan: 1) 10% ga; 2) ikki marta katta bo'lsa, majburiy tebranishlar amplitudasi rezonans amplitudadan necha marta kichik bo'ladi? Har ikkala holda ham so'nish koeffitsiyenti $\delta = 0{,}1\omega_0$ deb qabul qilinsin (ω_0 – xususiy tebranishlarning burchak chastotasi).

7-§. ELASTIK MUHITDAGI TO'LQINLAR. AKUSTIKA

Asosiy formulalar

•Yassi to'lqin tenglamasi:

$$\xi(x,t) = A\cos\omega(t - x/\vartheta) \quad \text{yoki} \quad \xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx),$$

bu yerda $\xi(x,t) = x$ koordinatali muhit nuqtalarining vaqtning t momentidagi siljishi; ω – siklik chastota; ϑ – tebranishlarning muhitda tarqalish tezligi (fazaviy tezlik); k–to'lqin soni, $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$; λ – to'lqin uzunligi.

•To'lqin uzunligi tebranish davri T va chastotasi ν bilan $\lambda = \vartheta T$ hamda $\lambda = \vartheta/\nu$ munosabatlar orqali bog'langan.

•Muhitning oralaridagi masofa (yo'l farqi) Δx ga teng bo'lgan ikki nuqtasi tebranishlarining fazalar farqi:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x.$$

λ – bu yerda to'lqin uzunligi

•Turg'un to'lqin tenglamasi:

$$\xi(x,t) = 2A\cos kx\cdot\cos\omega t \quad \text{yoki} \quad \xi(x,t) = A_\omega\cos kx\cdot\cos\omega t.$$

•Elastik muhitda bo'ylama to'lqinlarning fazaviy tezligi:

-qattiq jismlarda $\vartheta = \sqrt{E/\rho}$, bu yerda E–Yung moduli; ρ–modda zichligi;

-gazlarda $\vartheta = \sqrt{\gamma RT/M}$ yoki $\vartheta = \sqrt{\gamma P/\rho}$; bu yerda γ – adiabata ko'rsatkichi($\gamma = c_p/c_v$ gazning o'zgarmas bosimdagi va hajmdagi solishtirma issiqlik sig'imlarining nisbati), R – universal gaz doimiysi; T–termodinamik temperatura; M– molyar massa; P–gaz bosimi.

•Doplerning akustik effekti:

$$\nu = \frac{\vartheta + u_q}{\vartheta + u_m}\nu_0,$$

bu yerda ν –harakatlanuvchi asbob (yoki quloq) qabul qiladigan tovush chastotasi; ϑ – tovushning muhitdagi tezligi; u_q – asbobning muhitga nisbatan tezligi; u_m –tovush manbaining muhitga nisbatan tezligi; ν_0 manba chiqarayotgan tovush chastotasi.

•Tovush bosimining amplitudasi:

$$P_0 = 2\pi\nu\rho\vartheta A,$$

bu yerda ν– tovush chastotasi; A–muhit zarralarining tebranish amplitudasi ϑ – tovushning muhitdagi tezligi; ρ –muhitning zichligi

•Tovush maydoni energiyasining o'rtacha hajmiy zichligi:

$$\langle\omega\rangle = \frac{1}{2}\rho\xi_0^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{P_0^2}{\vartheta^2\rho} = \frac{1}{2}\rho\omega^2A^2,$$

bu yerda ξ–muhit zarralari tezligining amplitudasi; ω–tovush to'lqinlarining burchak chastotasi.

•Muayyan V hajmda mujassamlashgan tovush maydonining energiyasi:

$$W = \langle\omega\rangle V,$$

•Tovush energiyasi oqimi:

$$\Phi = W/t,$$

bu yerda W –berilgan sirt orqali t vaqtda ko'chiriladigan energiya.

•Tovush intensivligi (tovush energiyasi oqimining zichligi):

$$I = \Phi/S.$$

•*Tovush intensivligi tovush maydoni energiyasining o'rtacha hajmiy zichligi bilan:*

$$I = \langle\omega\rangle\vartheta,$$

munosabat orqali bog'langan, bu yerda ϑ– tovushning muhitdagi tezligi.

•Tovushning nuqtaviy izotrop manbai quvvati N ning tovush intensivligi bilan bog'lanishi:

$$I = \frac{N}{4\pi r^2},$$

bunda r–tovush manbaidan tovush maydonining intensivligi aniqlanayotgan nuqtasigacha bo'lgan masofa.

•Muhitning solishtirma akustik qarshiligi:

$$z_s = \rho\vartheta,$$

•Akustik qarshilik.

$$z_a = z_s/S,$$

bu yerda S–akustik maydon qismi kesimining yuzasi (masala uchun, tovush tarqalayotgan quvur ko'ndalang kesimining yuzasi).

•Tovush intensivligi darajasi (tovush quvvati darajasi) (dB):

$$L_a = 10\lg(I/I_0),$$

bu yerda I_0 –intensivlikning nolinchi darajasiga mos keluvchi shartli intensivlik ($I_0 = 1pW/m^2$).

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Ko'ndalang to'lqin elastik chilvir bo'ylab $\vartheta = 15m/s$ tezlik bilan tarqalmoqda. Chilvir nuqtalarining tebranish davri T=1,2 s amplitudasi A=2 cm. 1) to'lqin uzunligi λ; 2) t=4 s vaqtda to'lqin manbaidan x=45 m masofaga orqada qolgan nuqtaning tebranish fazasi φ, siljishi ξ, tezligi $\dot{\xi}$ va tezlanishi $\ddot{\xi}$; 3) to'lqin manbaidan x_1 =20 m va x_2 =30 m masofalarga orqada qolgan va nurda yotuvchi ikki nuqta tebranishlarining fazalar farqi $\Delta\varphi$ aniqlansin.

Yechish. 1. To'lqin uzunligi to'lqin bir davrda o'tgan masofaga teng bo'lib.

$$\lambda = \vartheta T$$

munosabatdan topilishi mumkin. ϑ va T kattaliklarning qiymatlarini qo'ysak,

$$\lambda = 18m.$$

2. To'lqin tenglamasini yozamiz:

$$\xi = A\cos\omega(t - x/\vartheta), \qquad (1)$$

bunda ξ – tebranayotgan nuqtaning siljishi; x – to'lqin manbaidan nuqtagacha bo'lgan masofa; ϑ – to'lqinning tarqalish tezligi.

Vaqtning t momentida koordinatasi x bo'lgan nuqtaning tebranish fazasi to'lqin tenglamasida kosinus belgisi ostida turgan ifoda bilan aniqlanadi:

-qattiq jismlarda $\vartheta = \sqrt{E/\rho}$, bu yerda E–Yung moduli; ρ–modda zichligi;

-gazlarda $\vartheta = \sqrt{\gamma RT/M}$ yoki $\vartheta = \sqrt{\gamma P/\rho}$; bu yerda γ – adiabata ko'rsatkichi($\gamma = c_p/c_v$ gazning o'zgarmas bosimdagi va hajmdagi solishtirma issiqlik sig'imlarining nisbati), R – universal gaz doimiysi; T–termodinamik temperatura; M– molyar massa; P–gaz bosimi.

•Doplerning akustik effekti:

$$\nu = \frac{\vartheta + u_a}{\vartheta + u_m}\nu_0,$$

bu yerda ν –harakatlanuvchi asbob (yoki quloq) qabul qiladigan tovush chastotasi; ϑ – tovushning muhitdagi tezligi; u_a – asbobning muhitga nisbatan tezligi; u_m –tovush manbaining muhitga nisbatan tezligi; ν_0 manba chiqarayotgan tovush chastotasi.

•Tovush bosimining amplitudasi:

$$P_0 = 2\pi\nu\rho\vartheta A,$$

bu yerda ν– tovush chastotasi; A–muhit zarralarining tebranish amplitudasi ϑ – tovushning muhitdagi tezligi; ρ –muhitning zichligi

•Tovush maydoni energiyasining o'rtacha hajmiy zichligi:

$$\langle\omega\rangle = \frac{1}{2}\rho\xi_{x0}^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{P_0^2}{\vartheta^2\rho} = \frac{1}{2}\rho\omega^2A^2,$$

bu yerda ξ–muhit zarralari tezligining amplitudasi; ω–tovush to'lqinlarining burchak chastotasi.

•Muayyan V hajmda mujassamlashgan tovush maydonining energiyasi:

$$W = \langle\omega\rangle V,$$

•Tovush energiyasi oqimi:

$$\Phi = W/t,$$

bu yerda W –berilgan sirt orqali t vaqtda ko'chiriladigan energiya.

•Tovush intensivligi (tovush energiyasi oqimining zichligi):

$$I = \Phi/S,$$

•Tovush intensivligi tovush maydoni energiyasining o'rtacha hajmiy zichligi bilan:

$$I = \langle\omega\rangle\vartheta,$$

munosabat orqali bog'langan, bu yerda ϑ– tovushning muhitdagi tezligi.

•Tovushning nuqtaviy izotrop manbai quvvati N ning tovush intensivligi bilan bog'lanishi:

$$I = \frac{N}{4\pi r^2},$$

bunda r–tovush manbaidan tovush maydonining intensivligi aniqlanayotgan nuqtasigacha bo'lgan masofa.

•Muhitning solishtirma akustik qarshiligi:

$$z_s = \rho\vartheta.$$

•Akustik qarshilik.

$$z_a = z_s/S,$$

bu yerda S-akustik maydon qismi kesimining yuzasi (masala uchun, tovush tarqalayotgan quvur ko'ndalang kesimining yuzasi).

•Tovush intensivligi darajasi (tovush quvvati darajasi) (dB):

$$L_p = 10\lg(I/I_0),$$

bu yerda I_0 –intensivlikning nolinchi darajasiga mos keluvchi shartli intensivlik ($I_0 = 1nW/m^2$).

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Ko'ndalang to'lqin elastik chilvir bo'ylab $\vartheta = 15m/s$ tezlik bilan tarqalmoqda. Chilvir nuqtalarining tebranish davri T=1,2 s amplitudasi A=2 cm. 1) to'lqin uzunligi λ; 2) t=4 s vaqtda to'lqin manbaidan x=45 m masofaga orqada qolgan nuqtaning tebranish fazasi φ, siljishi ξ, tezligi $\dot{\xi}$ va tezlanishi $\ddot{\xi}$; 3) to'lqin manbaidan x_1 =20 m va x_2=30 m masofalarga orqada qolgan va nurda yotuvchi ikki nuqta tebranishlarining fazalar farqi $\Delta\varphi$ aniqlansin.

Yechish. 1. To'lqin uzunligi to'lqin bir davrda o'tgan masofaga teng bo'lib,

$$\lambda = \vartheta T$$

munosabatdan topilishi mumkin. ϑ va T kattaliklarning qiymatlarini qo'ysak,

$$\lambda = 18m.$$

2. To'lqin tenglamasini yozamiz:

$$\xi = A\cos\omega(t - x/\vartheta). \qquad (1)$$

bunda ξ – tebranayotgan nuqtaning siljishi; x – to'lqin manbaidan nuqtagacha bo'lgan masofa; ϑ – to'lqinning tarqalish tezligi.

Vaqtning t momentida koordinatasi x bo'lgan nuqtaning tebranish fazasi to'lqin tenglamasida kosinus belgisi ostida turgan ifoda bilan aniqlanadi:

$$\varphi = \omega(t - \frac{x}{\vartheta}) \text{ yoki } \varphi = \frac{2\pi}{T}(t - \frac{x}{\vartheta}),$$

bu yerda $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ekanligi hisobga olingan.

Oxirgi formula bo'yicha hisoblash o'tkazsak, $\varphi = 5,24 rad$ yoki $\varphi = 300°$.

(1) tenglamaga amplituda A va φ faza ning qiymatlarini qo'yib, nuqtaning siljishini aniqlaymiz:

$$\xi = 1 sm.$$

Siljishdan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila olib, nuqtaning tezligi $\dot{\xi}$ ni yozamiz:

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt} = -A\omega \sin\omega(t - \frac{x}{\vartheta}) = -\frac{2\pi A}{T}\sin\omega(t - \frac{x}{\vartheta}) = \frac{2\pi A}{T}\sin\varphi.$$

π, A, T va φ kattaliklarning qiymatlarini qo'yib, hisoblashlarni bajarsak,

$$\dot{\xi} = 9 sm/s.$$

Tezlanish tezlikdan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng, shuning uchun

$$\ddot{\xi} = \frac{d\dot{\xi}}{dt} = -A\omega^2 \cos(t - \frac{x}{\vartheta}) = -\frac{4\pi^2 A}{T^2}\cos\varphi.$$

Shu formula bo'yicha hisoblash o'tkazsak,

$$\ddot{\xi} = 27,4 sm/s^2.$$

3. To'lqinning ikki nuqtasi tebranishlarining fazalar farqi $\Delta\varphi$ bu nuqtalar orasidagi masofa Δx bilan

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1),$$

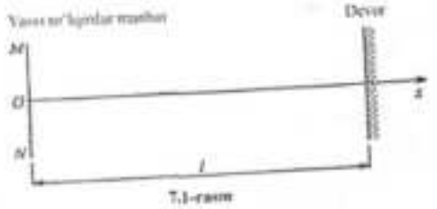
munosabat orqali bog'langan.

λ, x_1 va x_2 kattaliklarning qiymatlarini qo'yib, hisoblasak,

$$\Delta\varphi = 3,49 rad \text{ yoki } \Delta\varphi = 200°.$$

2-masala. $\nu = 400 Hz$ chastotali yassi to'lqinlar manbaidan $l = 4$ m masofada, tarqalish yo'nalishiga tik ravishda devor joylashgan. To'lqinlar manbaidan chiquvchi va devordan qaytuvchi to'lqinlarning qo'shilishi natijasida hosil bo'ladigan turg'un to'lqinlarning dastlabki uchta tuguni va qavariq nuqtalarigacha bo'lgan masofa aniqlansin. To'lqin tezligi $\vartheta = 340 m/s$ deb hisoblansin.

Yechish. Koordinata sistemasini x o'qi yuguruvchi to'lqinlar nurining yo'nalishi bilan, koordinatalar boshi O ni esa MN yassi to'lqin manbaida joylashgan nuqta bilan mos keladigan qilib tanlaylik (7.1-rasm). Shular hisobga olinganda, yuguruvchi to'lqin tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:



7.1-rasm

$$\xi_1 = A\cos(\omega t - kx). \quad (1)$$

Modomiki, to'lqin $l - x$ masofani ikki marta o'tib, x koordinatali nuqtaga qaytar va zichroq muhit bo'lmish devordan qaytishida fazasini π ga o'zgartirar ekan, qaytgan to'lqinning tenglamasini:

$$\xi_2 = A\cos\{\omega t - k[x + 2(l - x)] + \pi\},$$

ko'rinishda yozish mumkin. Sodda qisqartirishlardan so'ng quyidagini olamiz:

$$\xi_2 = A\cos[\omega t - k(2l - x)]. \quad (2)$$

(1) va (2) tenglamalarni qo'shib, turg'un to'lqinlar tenglamasini topamiz:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = A\cos(\omega t - kx) + A\cos[\omega t - k(2l - x)].$$

Kosinuslar ayirmasi formulasidan foydalanib, quyidagini topamiz:

$$\xi = -2A\cdot\sin k(l - x)\cdot\sin(\omega t - kl).$$

$A\sin k(l - x)$ ifoda vaqtga bog'liq bo'lmaganligidan, uning modulini turg'un to'lqin amplitudasi sifatida qarash mumkin:

$$A_t = |2A\sin k(l - x)|.$$

Amplitudaning ifodasini bilgach, tugun va do'ngliklarning koordinatalarini topishimiz mumkin.

Tugunlar turg'un to'lqin amplitudasi nolga teng bo'ladigan $|2A\sin k(l - x)| = 0$ nuqtalarda vujudga keladi. Bu tenglik koordinatalari x_n

$$k(l - x_n) = n\pi (n = 0,1,2....) \quad (3)$$

shartni qanoatlantiradigan nuqtalar uchun bajariladi. lekin $k = 2\pi/\lambda$ yoki $\lambda = \vartheta/\nu$ ekanligidan

$$k = 2\pi\nu/\vartheta \quad (4)$$

k ning bu ifodasini (3) ga qo'ysak,

$$2\pi\nu(l - x_n) = n\pi\vartheta,$$

bundan esa, tugunlar koordinatalari

$$x_n = l - \frac{n\vartheta}{2\nu}.$$

Bunga l, ϑ, ν va n=0, 1, 2 larning qiymatlarini qo'yib, dastlabki uchta tugunning koordinatalarini topamiz:

$$x_0 = 4m, x_1 = 3,61m, x_2 = 3,23m.$$

Do'nglik turg'un to'lqin amplitudasi maksimal bo'lgan $2A\sin k(l-x') = 2A$ nuqtalarda vujudga keladi. Bu koordinatalari x_n'

$$k(l-x_n') = \frac{\pi}{2}(2n+1)(n = 0,1,2,\ldots)$$

shartni qanoatlantiradigan nuqtalar uchun bajariladi. Bunda k ni (4) formula bo'yicha ifodalab, quyidagini olamiz:

$$4\nu x_n' = 4\nu l - (2n+1)\vartheta,$$

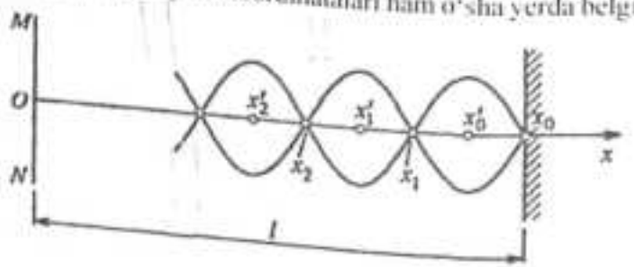
bundan do'nglik koordinatalari

$$x_n' = l - (2n+1)\vartheta/(4\nu).$$

Bunga l, ϑ, ν va n=0, 1, 2 qiymatlarni qo'yib, dastlabki uchta do'nglikning koordinatalarini topamiz:

$$x_0' = 3,81m, x_1' = 2,42m, x_2' = 3,14m.$$

Muhit nuqtalari maksimal siljish chegaralarining ularning koordinatalariga bog'liqligi 7.2-rasmda keltirilgan. Tugunlarning x_0, x_1, x_2 va do'ngliklarning x_0', x_1', x_2' ... koordinatalari ham o'sha yerda belgilangan.



7.2-rasm

3-masala. $\upsilon = 18kHz$ chastotali tovush manbai qo'zg'almas qilib o'rnatilgan. 1,7 cm uzunlikdagi akustik to'lqinga sozlangan rezonatorga yaqinlashmoqda. Uyg'otilgan tovush to'lqinlari rezonatorda tebranish hosil qilishi uchun tovush manbai qanday tezlik bilan harakatlanishi kerak? Havoning temperaturasi 290 K ga teng.

Yechish. Dopler prinsipiga binoan, asbob (rezonator) qabul qiladigan tovush chastotasi ν tovush manbai tezligi u_m va qabul qiluvchi asbob tezligi u_a ga bog'liq. Bu bog'lanish

$$\nu = \frac{\vartheta + u_a}{\vartheta - u_m}\nu_0 \qquad (1)$$

formula bilan ifodalanadi, bu yerda ϑ – mazkur muhitda tovush tezligi; ν_0 – manba chiqarayotgan tovush to'lqinlarining chastotasi.

Rezonator harakatsiz qolishini (u_a =0) hisobga olib, (1) formuladan

$$\nu = \frac{\vartheta}{\vartheta - u_m}\nu_0$$

ifodani olamiz, bundan

$$u_m = \vartheta(1 - \frac{\nu_0}{\nu}). \qquad (2)$$

Bu ifodada tovush tezligi ϑ va ν chastotasi ning qiymatlari noma'lum. Gazlardagi tovush tezligi gazning tabiati va temperaturasiga bog'liq bo'lib,

$$\vartheta = \sqrt{\gamma\frac{RT}{M}} \qquad (3)$$

formuladan aniqlanadi.

Rezonatorga kelayotgan to'lqinlar uning tebranishini vujudga keltirishi uchun rezonator qabul qilayotgan tovush chastotasi ν rezonatorning xususiy chastotasi ν_{xos} bilan mos kelishi kerak, ya'ni

$$\nu = \nu_{xos} = \vartheta/\lambda_{xos}, \qquad (4)$$

bunda λ_{xos} –rezonator xususiy tebranishlarining to'lqin uzunligi. ϑ va ν larning (3) va (4) tengliklardagi ifodalarni (2) formulaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$u_m = \vartheta(1 - \frac{\nu_0\lambda_{xos}}{\vartheta}) = \vartheta - \nu_0\lambda_{xos} \text{ yoki } u_m = \sqrt{\gamma\frac{RT}{M}} - \nu_0\lambda_{xos}.$$

γ = 1,4; M=0,029 kg/mol qiymatlarni olib va shuningdek, R, T, ν_0, λ_{xos} larning qiymatlarini oxirgi formulaga qo'yib, hisoblashlarni bajarsak,

$$u_m = 36m/s.$$

Masalalar

Yassi to'lqin tenglamasi

7.1. $\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$ yassi to'lqin tenglamasi berilgan, bunda A=0,5 cm, $\omega = 628s^{-1}$, $k = 2m^{-1}$. 1) tebranish chastotasi ν va to'lqin uzunligi

$$x_n = l - \frac{n\vartheta}{2\nu}.$$

Bunga l, ϑ, ν va n=0, 1, 2 larning qiymatlarini qo'yib, dastlabki uchta tugunning koordinatalarini topamiz:

$$x_0 = 4m, x_1 = 3,61m, x_2 = 3,23m.$$

Do'nglik turg'un to'lqin amplitudasi maksimal bo'lgan $2A\sin k(l-x') = 2A$ nuqtalarda vujudga keladi. Bu koordinatalari x_n'

$$k(l-x_n') = \frac{\pi}{2}(2n+1)(n = 0,1,2,...)$$

shartni qanoatlantiradigan nuqtalar uchun bajariladi. Bunda k ni (4) formula bo'yicha ifodalab, quyidagini olamiz:

$$4\nu x_n' = 4\nu l - (2n+1)\vartheta,$$

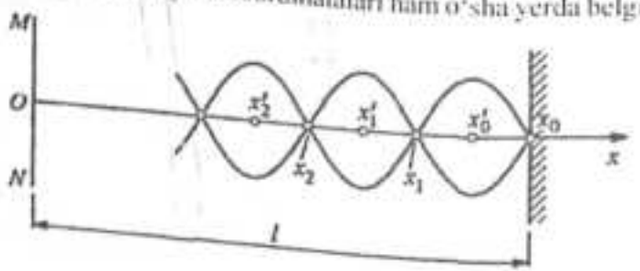
bundan do'nglik koordinatalari

$$x_n' = l - (2n+1)\vartheta/(4\nu).$$

Bunga l, ϑ, ν va n=0, 1, 2 qiymatlarni qo'yib, dastlabki uchta do'nglikning koordinatalarini topamiz:

$$x_n' = 3,81m, x_1' = 2,42m, x_2' = 3,14m.$$

Muhit nuqtalari maksimal siljish chegaralarining ularning koordinatalariga bog'liqligi 7.2-rasmda keltirilgan. Tugunlarning x_n, x_1, x_2 va do'ngliklarning x_0', x_1', x_2' ... koordinatalari ham o'sha yerda belgilangan.



7.2-rasm

3-masala. $\upsilon = 18kHz$ chastotali tovush manbai qo'zg'almas qilib o'rnatilgan. 1,7 cm uzunlikdagi akustik to'lqinga sozlangan rezonatorga yaqinlashmoqda. Uyg'otilgan tovush to'lqinlari rezonatorda tebranish hosil qilishi uchun tovush manbai qanday tezlik bilan harakatlanishi kerak? Havoning temperaturasi 290 K ga teng.

Yechish. Dopler prinsipiga binoan, asbob (rezonator) qabul qiladigan tovush chastotasi ν tovush manbai tezligi u_m va qabul qiluvchi asbob tezligi u_a ga bog'liq. Bu bog'lanish

$$\nu = \frac{\vartheta + u_a}{\vartheta - u_m}\nu_0 \qquad (1)$$

formula bilan ifodalanadi, bu yerda ϑ – mazkur muhitda tovush tezligi; ν_0 – manba chiqarayotgan tovush to'lqinlarining chastotasi.

Rezonator harakatsiz qolishini (u_a=0) hisobga olib, (1) formuladan

$$\nu = \frac{\vartheta}{\vartheta - u_m}\nu_0$$

ifodani olamiz, bundan

$$u_m = \vartheta(1 - \frac{\nu_0}{\nu}). \qquad (2)$$

Bu ifodada tovush tezligi ϑ va ν chastotasi ning qiymatlari noma'lum. Gazlardagi tovush tezligi gazning tabiati va temperaturasiga bog'liq bo'lib,

$$\vartheta = \sqrt{\gamma\frac{RT}{M}} \qquad (3)$$

formuladan aniqlanadi.

Rezonatorga kelayotgan to'lqinlar uning tebranishini vujudga keltirishi uchun rezonator qabul qilayotgan tovush chastotasi ν rezonatorning xususiy chastotasi ν_{xus} bilan mos kelishi kerak, ya'ni

$$\nu = \nu_{xus} = \vartheta/\lambda_{xus}, \qquad (4)$$

bunda λ_{xus} –rezonator xususiy tebranishlarining to'lqin uzunligi. ϑ va ν larning (3) va (4) tengliklardagi ifodalarni (2) formulaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$u_m = \vartheta(1 - \frac{\nu_0\lambda_{xus}}{\vartheta}) = \vartheta - \nu_0\lambda_{xus}, \text{ yoki } u_m = \sqrt{\gamma\frac{RT}{M}} - \nu_0\lambda_{xus}.$$

γ = 1,4; M=0,029 kg/mol qiymatlarni olib va shuningdek, R, T, ν_0, λ_{xus} larning qiymatlarini oxirgi formulaga qo'yib, hisoblashlarni bajarsak,

$$u_m = 36m/s.$$

Masalalar

Yassi to'lqin tenglamasi

7.1. $\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$ yassi to'lqin tenglamasi berilgan. bunda A=0,5 cm, $\omega = 628s^{-1}$, $k = 2m^{-1}$. 1) tebranish chastotasi ν va to'lqin uzunligi

λ ; 2) fazaviy tezlik ϑ ; 3) muhit zarralari tebranish tezligi $\dot{\xi}$ va $\ddot{\xi}$ tezlanishining maksimal qiymatlari aniqlansin.

7.2. $\xi(x,t) = A\cos(\omega t + kx)$ ifoda $\omega = k\vartheta$ shart bajarilganda $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{\vartheta^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ to'lqin tenglamasini qanoatlantirishi ko'rsatilsin.

7.3. Yassi tovush to'lqini ν =200 Hz chastotali tebranishlar manbai tomonidan uyg'otilmoqda. Manbaning tebranish amplitudasi A =4 mm. Agar boshlang'ich momentda manba nuqtalarining siljishi maksimal bo'lsa manbaning tebranish tenglamasi $\xi(0,t)$ yozilsin. t =0,1 s vaqt momentida manbadan x=100 cm masofadagi muhit nuqtalarining siljishi $\xi(x,t)$ topilsin. Tovush to'lqinining tezligi ϑ =300 m/s deb olinsin. So'nish hisobga olinmasin.

7.4. ν =0,5 kHz chastota va A=0,25 mm amplitudali tovush tebranishlari elastik muhitda tarqalmoqda. To'lqin uzunligi λ =70 cm. 1) to'lqinning tarqalish tezligi ϑ ; 2) muhit zarralarining maksimal tezligi $\dot{\xi}_{max}$ topilsin.

7.5. Yassi tovush to'lqinining davri T=3 ms, amplitudasi A=0,2 mm va to'lqin uzunligi λ =1,2 m. Tebranish manbaidan x=2 m masofada joylashgan muhit nuqtalari uchun: 1) t=7 ms momentdagi siljish $\xi(x, t)$; 2) shu vaqt momentidagi tezlik $\dot{\xi}$ va tezlanish $\ddot{\xi}$ topilsin. Tebranishning boshlang'ich fazasi nolga teng deb qabul qilinsin.

7.6. Tebranish manbaidan to'g'ri chiziq bo'ylab to'lqin tarqalmoqda. Tebranish amplitudasi A=10 cm. Tebranish boshlanishidan t=0,9T vaqt o'tgan momentdamanbadan $x = \frac{3}{4}\lambda$ uzoqlikdagi nuqtaning siljish kattaligi qancha?

7.7. Davri T=1,2 s va tebranish amplitudasi A=2 cm bo'lgan to'lqin ϑ =15 m/s tezlik bilan tarqalmoqda. Manba tebranishi boshlanishidan t=4 s vaqt o'tgach to'lqin manbaidan x=45 cm masofada bo'lgan nuqtaning siljishi nimaga teng?

7.8. Bir-biridan Δx=50 cm masofada bo'lgan ikki nuqta ϑ =50 m/s tezlik bilan tarqalayotgan to'lqin yo'nalishiga mos keluvchi to'g'ri chiziqda yotadi. Tebranish davri T=0,05 s. Bu nuqtalardagi tebranishlarning fazalar farqi $\Delta\varphi$ topilsin.

7.9. Elastik muhitda turgan to'lqinlar manbai va manbadan x=2 m uzoqlikda joylashgan muhit nuqtalari tebranishlari fazalar farqi $\Delta\varphi$

aniqlansin. Tebranishlar chastotasi ν = 5 Hz va to'lqinlar ϑ =40 m/s tezlik bilan tarqaladi.

7.10. To'lqin elastik muhitda ϑ =100 m/s tezlik bilan tarqalmoqda. Muhitning tebranishning fazalari qarama-qarshi bo'lgan eng yaqin nuqtalari orasidagi masofa Δx =1 m. Tebranish chastotasi aniqlansin.

7.11. Agar muhitning bir-biridan Δx =10 cm masofadagi ikki nuqtasi tebranishlari fazalar farqi $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$ bo'lsa, elastik muhitda to'lqinning tarqalish tezligi ϑ aniqlansin. Tebranish chastotasi ν=25 Hz.

Tovush tezligi

7.12. Bo'ylama elastik tebranishlarning: 1) alyuminiy, 2) mis; 3) volfram kabi metallarida tarqalish tezligi topilsin.

7.13. Odam qulog'i eshita oladigan ν_1 =16 Hz va ν_2 =20 kHz chegaraviy chastotalarga mos keluvchi λ tovush to'lqini uzunliklarining maksimal va minimal qiymatlari topilsin. Tovush tezligi ϑ =340 m/s ga teng deb olinsin.

7.14. Temperaturasi T=300 K bo'lgan azotdagi tovush tezligi ϑ aniqlansin.

7.15. T_1 =290 K va T_2 =350 K temperaturalarda tovushning havodagi tezligi ϑ aniqlansin.

7.16. Tovush manbaidan L=800 m masofada turgan kuzatuvchi havodan kelgan tovushni suvdan kelgan tovushdan Δt =1,78 s kech eshitdi. Agar havoning temperaturasi T=350 K bo'lsa, tovushning suvdagi tezligi ϑ topilsin.

7.17. Normal sharoitda muayyan gazda tovushning tezligi ϑ =308 m/s. Gazning zichligi $\rho = 1,78 kg/m^3$. Mazkur gaz uchun c_p / c_v nisbat aniqlansin.

7.18. Bir xil temperaturali vodorod va karbonat angidrid gazlarida tovush tezliklarining nisbati $\vartheta_1 / \vartheta_2$ topilsin.

7.19. Yer sirtidagi havoning temperaturasi T=300 K; yuqoriga ko'tarilgan sari temperatura har bir metr balandlikda ΔT =17 mK ga pasayadi. Tarqalayotgan tovush qancha vaqtdan keyin z=8 km balandlikka yetadi?

To'lqinlar superpozitsiyasi

7.20. Bir xil fazada tebranuvchi va atrof-muhitda bir xil chastotali hamda amplitudali ($A_1 = A_2$ =1mm) yassi to'lqin uyg'otuvchi ikkita manba mavjud. Birinchi tebranish manbaidan x_1 =3,5 m va boshqasidan x=5,4 m masofada

bo'lgan muhit nuqtasining tebranish amplitudasi A topilsin. Qaralayotgan nuqtada tebranishlar yo'nalishi mos keladi. To'lqin uzunligi $\lambda = 0{,}5$ m.

7.21. Yuguruvchi to'lqin va to'lqin tarqalish yo'nalishiga tik joylashgan, muhitlarni ajratib turuvchi chegaradan qaytgan to'lqinlarning ustma-ust tushishi natijasida turg'un to'lqin hosil bo'ladi. Agar qaytish: 1) zichligi qamroq bo'lgan muhitdan; 2) zichligi ko'proq bo'lgan muhitdan bo'lsa, turg'un to'lqinning tugunlari va do'ngliklarining o'rni (muhitlarni ajratuvchi chegaradan uzoqligi) topilsin. Tovush tebranishlarining tarqalish tezligi $\vartheta = 340$ m/s va chastotasi $\nu = 3{,}4$ kHz.

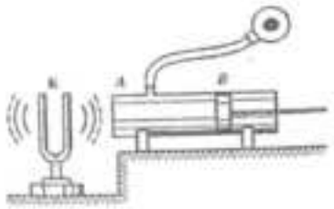
7.22. Agar turg'un to'lqinda: 1) birinchi va yettinchi do'ngliklar; 2) birinchi va to'rtinchi tugunlar orasidagi masofalar teng bo'lib $l = 15$ cm bo'lsa, yuguruvchi to'lqinning uzunligi λ aniqlansin.

7.23. Uzunligi $l = 1{,}2$ m bo'lgan quvurda temperaturasi $T = 300$ K bo'lgan havo bor. 1) Quvur ochiq; 2) quvur yopiq bo'lgan hollar uchun havo ustuni tebranishining mumkin bo'lgan minimal chastotasi ν_{min} aniqlansin.

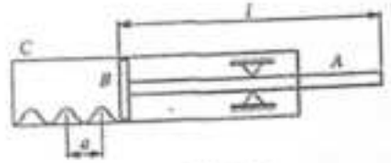
7.24. Bir tomoni berkitilgan va ochiq uchi tepaga qaratilgan holda tik o'rnatilgan keng quvurcha suv bilan limo-lim to'ldirilgan. Quvurchaning ochiq uchi oldiga tebranish chastotasi $\nu = 440$ Hz bo'lgan kamerton o'rnatilgan. Pastdagi jo'mrak orqali suv sekin chiqarib yuborilmoqda. Quvurchadagi suvning sathi $\Delta H = 19{,}5$ cm ga pasayganda kamertonning tovushi kuchayadi. Tajriba sharoitida tovush tezligi aniqlansin.

7.25. Tovush tezligini o'lchashning usullaridan biri quyidagicha. Keng A quvurchada B porshen siljishi mumkin. A quvurchaning rezina trubkacha yordamida kuzatuvchining qulog'iga ulangan ochiq uchi oldiga tovush chiqaruvchi K kamerton joylashtirilgan (7.3-rasm). Kuzatuvchi B porshenni A quvurchaning oxiridan boshlab surib, tovush balandligining ketma-ket keluvchi bir necha kuchayish va susayishlarini qayd etadi. Agar $\nu = 400$ Hz tebranishlar chastotasida tovush intensivligining ikkita ketma-ket kuchayishiga mos keluvchi porshen holatlari orasidagi masofa $\Delta l = 0{,}375$ m bo'lsa, tovushning havodagi tezligi topilsin.

7.26. 7.4-rasmda qattiq jismlarda va gazlarda tovush tezligini aniqlashga xizmat qiluvchi qurilma tasvirlangan. O'rtasidan qisilgan A jez tayoqchada tebranish qo'zg'otiladi. Tayoqchaning uchida mahkamlangan yengil B doirachaning ma'lum holatida C quvurchadagi po'kak kukuni teng masofalarda uncha katta bo'lmagan to'dachalar ko'rinishida joylashadi. Agar to'dachalar orasidagi masofa $a = 8{,}5$ cm bo'lsa, tovushning jezdagi tezligi topilsin. sterjenning uzunligi $l = 0{,}8$m.



7.3-rasm



7.4-rasm

7.27. O'rtasidan mahkamlangan uzunligi $l = 1$ m bo'lgan po'lat sterjen kanifol sepilgan movut parchasi bilan artiladi. Bunda sterjenda vujudga keladigan xususiy bo'ylama to'lqinlar chastotasi ν aniqlansin. Bo'ylama to'lqinlarning po'latdagi tezligi ϑ hisoblansin.

Dopler hodisasi (effekti)

7.28. Poyezd bekat yonidan $u = 40$ m/s tezlik bilan o'tmoqda. Elektrovoz gudogi tovush tonining chastotasi $\nu_0 = 300$ Hz. 1) poyezd yaqinlashayotgan; 2) poyezd uzoqlashayotgan hollarda platformada turgan odam uchun tovush tonining tuyulma chastotasi aniqlansin.

7.29. Gudogi $\nu_0 = 300$Hz chastotali signal beradigan harakatsiz elektrovoz yonidan $u = 40$ m/s tezlik bilan poyezd o'tmoqda. Poyezddagi yo'lovchi uchun ovozning tuyulma chastotasi ν: a) poyezd elektrovozga yaqinlashayotganda; b) undan uzoqlashyotganda qanday bo'ladi?

7.30. Temiryo'l platformasi yonidan elektropoyezd o'tmoqda. Platformada turgan kuzatuvchi poyezd sirenasining tovushini eshitadi. Poyezd yaqinlashayotganda tovushning tuyulma chastotasi $\nu_1 = 1100$ Hz; uzoqlashayotganda esa $\nu_2 = 900$ Hz. Elektrovozning tezligi u va sirena chiqarayotgan tovush chastotasi ν_0 topilsin.

7.31. Poyezd harakatsiz kuzatuvchining yonidan o'tayotganida signal tovushining balandligi keskin o'zgaradi. Agar poyezdning tezligi $u = 54$ km/h bo'lsa, chastotaning nisbiy o'zgarishi $\Delta\nu/\nu$ aniqlansin.

7.32. Rezonator va $\upsilon_0 = 8$ kHz chastotali tovush manbai bir to'g'ri chiziqda joylashgan. Rezonator $\lambda = 4{,}2$ cm to'lqin uzunligiga to'g'rilangan va qo'zg'almas qilib o'rnatilgan. Tovush manbai esa to'g'ri chiziqli yo'naltiruvchi bo'ylab ko'chishi mumkin. Vujudga keltiradigan tovush to'lqinlari rezonatorda tebranish uyg'otishi uchun tovush manbai qanday u tezlik bilan va qanday yo'nalishda harakatlanishi kerak?

7.33. Poyezd $u = 120$ km/soat tezlik bilan harakatlanmoqda. U $\tau_0 = 5$ s mobaynida "hushtak" chalib turdi. Harakatsiz kuzatuvchi uchun, agar:

1) poyezd unga yaqinlashayotgan bo'lsa; 2) undan uzoqlashayotgan bo'lsa. hushtakning tuyulma davom etish vaqti qancha bo'ladi? Tovushning havodagi tezligi ϑ =348 m/s ga teng deb qabul qilinsin.

7.34. Tezyurar poyezd yo'lda turgan elektropoyezdga u=72 km/soat tezlik bilan yaqinlashmoqda. Elektropoyezd ν_0=0,6 kHz chastotali tovush signali beradi. Tovush signali chastotasining tezyurar poyezd haydovchisi qabul qiladigan tuyulma chastotasi υ aniqlansin.

7.35. Tezliklari u_1=30 m/s va u_2=20 m/s bo'lgan ikkita avtomashina parallel yo'lda bir-biriga yaqinlashmoqda. Birinchisi ν_0=600 Hz chastotali tovush signali beradi. Bu tovushni ikkinchi avtomashina haydovchisi qabul qiladigan tuyulma chastotasi quyidagi ikki hol uchun topilsin: 1) uchrashishgacha; 2) uchrashishdan keyin. Signal ikkinchi mashinadan berilgan holida javob o'zgaradimi (agar o'zgarsa, qanday)?

7.36. ν_0=50 kHz chastotali ultratovush to'lqinlarining ingichka dastasi tinch turgan lokatordan yaqinlashib kelayotgan suvosti kemasiga yo'naltirilgan. Agar tepkili tebranish (manba tebranishi va suvosti kemasidan qaytgan signal chastotalarining farqi) chastotasi ν_1=250 Hz bo'lsa, suvosti kemasining tezligi u aniqlansin. Ultratovushning dengiz suvidagi tezligi ϑ=1,5 km/s deb qabul qilinsin.

Tovush to'lqinlari energiyasi

7.37. Diametri d=20 cm va uzunligi l=5 m bo'lgan, quruq havo bilan to'ldirilgan silindrik quvurdan bir davrdagi o'rtacha intensivligi $I = 50\,\text{mVt/m}^2$ bo'lgan tovush to'lqini tarqalmoqda. Quvur ichidagi tovush maydonining energiyasi topilsin.

7.38. Tovushning intensivligi $I = 1\,\text{Vt/m}^2$. Agar tovush normal sharoitda, quruq havoda tarqalayotgan bo'lsa, tovush to'lqini energiyasining o'rtacha hajmiy zichligi $<\varphi>$ aniqlansin.

7.39. Tovush to'lqinlarining izotrop nuqtaviy manbaining quvvati N=10 Vt. Manbadan r=10 m masofada energiyaning o'rtacha hajmiy zichligi $<\omega>$ qanday bo'ladi? Havoning temperaturasi T=250 K deb qabul qilinsin.

7.40. Agar manbadan r=25 m masofada tovush intensivligi $I = 20\,\text{mVt/m}^2$ bo'lsa, bu izotrop nuqtaviy tovush manbaining quvvati N topilsin. Shu masofada energiyaning o'rtacha hajmiy zichligi $<W>$ qanday bo'ladi?

2-BOB. MOLEKULYAR FIZIKA VA TERMODINAMIKA

8-§. MODDANING MOLEKULYAR TUZILISHI. IDEAL GAZ QONUNLARI

Asosiy formulalar

• Jismning (sistemaning) modda miqdori[11]:

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

bu yerda N–jismni (sistemani) tashkil qiluvchi tarkibiy elementlar (molekulalar, atomlar, ionlar va hokazolar) soni; N_A–Avogadro doimiysi:

$$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}.$$

• Moddaning molyar massasi:

$$M = \frac{m}{\nu},$$

bu yerda m–bir jinsli jism (sistema) massasi; ν–shu jismdagi modda miqdori.

• Jismning nisbiy molekulyar massasi:

$$M_r = \sum_i n_i A_{ri},$$

bu yerda n_i–mazkur modda molekulasining tarkibiga kiruvchi i–kimyoviy elementning atomlari soni; A_{ri}–shu elementning nisbiy atom massasi. Nisbiy atom massalari D.I.Mendeleyev jadvalida keltiriladi.

• Moddaning molyar massasi M bilan nisbiy molekulyar massasi M_r orasidagi bog'lanish:

$$M = kM_r,$$

bu yerda $k = 10^{-3}$ kg/mol.

• Gazlar aralashmasining molyar massasi:

$$M_{ar} = \sum_{i=1}^{k} m_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} \nu_i,$$

bu yerda m_i–aralashma i–tarkibiy qismining massasi; ν_i–aralashma i–tarkibiy qismining modda miqdori yoki mollar soni; k–aralashma tarkibiy qismlari soni.

• Gazlar aralashmasi i–tarkibiy qismining massa ulush[12]:

[11] Modda miqdori - bu sistema yoki jismda mavjud bo'lgan tarkibiy elementlar (molekula, atom, ion va hokazolar) sonidir. Modda miqdori mollarda ifodalanadi. Mol - tarkibiy elementlarning soni 0,012 kg massali uglerod 12 da mavjud bo'lgan atomlar soniga teng bo'lgan sistemaning modda miqdoridir.

[12] Aralashma tarkibiy qismining massa ulushi deb tarkibiy qism massasining aralashma massasiga nisbati bilan aniqlanadigan o'lchamsiz miqdorga aytiladi.

n_1, n_2, A_1 va A_2 larning qiymatlarini (3) formulaga qo'ysak,

$$M = 1 \cdot 12 + 2 \cdot 16 = 44.$$

Nisbiy molekulyar massaning bu qiymatini hamda k ning qiymatini (1) formulaga qo'yib, karbonat angidrid gazining molyar massasini topamiz:

$$M = 44 \cdot 10^{-3}\ \text{kg/mol}.$$

2-masala. $m_1 = 25$ g massali kislorod va $m_2 = 75$ g massali azot aralashmasining molyar massasi M topilsin.

Yechish. Aralashmaning molyar massasi M_{ar}, aralashma massasi m_{ar} ning aralashmadagi modda miqdori ν_{ar} ga nisbatiga teng, ya'ni

$$M_{ar} = \frac{m_{ar}}{\nu_{ar}}.$$

Aralashmaning massasi aralashmaning tashkil etuvchilari massalari yig'indisiga teng:

$$m_{ar} = m_1 + m_2.$$

Aralashmaning modda miqdori aralashmaning tashkil etuvchilari modda miqdorlarining yig'indisiga teng:

$$\nu_{ar} = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}.$$

M_{ar} va ν_{ar} larning ifodalarini (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$M_{ar} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}}.$$

1-masalada foydalanilgan usuldan foydalanib kislorodning M_1 va azotning M_2 molyar massalarini topamiz:

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3}\ \text{kg/mol},\ M_2 = 32 \cdot 10^{-3}\ \text{kg/mol}.$$

Kattaliklarning qiymatlarini (2) ga qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$M_{ar} = 28{,}9 \cdot 10^{-3}\ \text{kg/mol}.$$

3–masala. 1) $t = 4^\circ\text{C}$ temperaturada $V = 1\ \text{mm}^3$ hajmni egallovchi suv molekulalarining soni N; 2) suv molekulasining massasi m_1; 3) molekulalar bir-biriga tegib turuvchi sharchalar shakliga ega, deb hisoblab, suv molekulasining diametri d aniqlansin.

Yechish. 1. Biror m massali jismdagi molekulalar soni N Avogadro doimiysi N_A ning modda miqdori ν ga ko'paytmasiga teng: $N = N_A\nu$ va

$\nu = m/M$ ekanligidan(bunda M-molyar massa), $N = N_A(m/M)$. Formuladagi massani zichlik ρ ning hajm V ga ko'paytmasi sifatida ifodalab, quyidagini olamiz:

$$N = \left(\frac{\rho V}{M}\right) N_A. \qquad (1)$$

Suvning molyar massasidan tashqari (1) ga kiruvchi barcha kattaliklar ma'lum: $\rho = 10^3\ \text{kg/m}^3$ (9-jadvalga qarang), $V = 1\ \text{mm}^3 = 10^{-9}\ \text{m}^3$. (24-jadvalga qarang). Suvning kimyoviy formulasi (H_2O) ni bilgan holda, suvning molyar massasini topamiz (1-masalaga qarang):

$$M = kM_r = (2 \cdot 1 + 1 \cdot 16) \cdot 10^{-3}\ \text{kg/mol} = 18 \cdot 10^{-3}\ \text{kg/mol}.$$

Kattaliklarning qiymatlarini (1) ga qo'yamiz va hisoblash o'tkazamiz:

$$N = 3{,}34 \cdot 10^{22}\ \text{ta molekula}.$$

2. Suvning bitta molekulasining massasini uning molyar massasini Avogadro doimiysiga bo'lib topamiz: $m_1 = \frac{M}{N_A}$. Shu formulaga binoan hisoblashlarni bajarsak,

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23}}\ \text{kg} = 2{,}99 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}.$$

3. Molekulalar bir-biriga jips bo'lib turibdi, deb hisoblaymiz. Unda d diametrli har bir molekulaga $V = d^3$ hajm (kub hajmli katakcha) mos keladi. Bundan

$$d = \sqrt[3]{V_1}. \qquad (1)$$

V_1 hajmni moddaning molyar hajmi V_m ni moldagi molekulalar soni, ya'ni N_A–Avogadro doimiysiga bo'lib topamiz: $V_1 = V_m / N_A$. Molyar hajm molyar massaning modda zichligiga nisbatiga teng, ya'ni $V_m = M/\rho$. Shuning uchun $V_1 = M/(\rho N_A)$ deb yozishimiz mumkin.

V_1 uchun hosil qilingan ifodani (1) formulaga qo'ysak,

$$d = \sqrt[3]{M/(\rho N_A)}. \qquad (2)$$

(2) ifodaning o'ng tomoni uzunlik birligini berishini tekshiramiz:

$$[d] = \left[\frac{[M]}{[\rho][N_A]}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{(\text{kg/mol})}{(\text{kg/m}^3)\cdot(1/\text{mol})}\right]^{\frac{1}{3}} = 1\text{m}.$$

$\nu = m/M$ ekanligidan(bunda M-molyar massa), $N = N_A(m/M)$. Formuladagi massani zichlik ρ ning hajm V ga ko'paytmasi sifatida ifodalab, quyidagini olamiz:

$$N = \left(\frac{\rho V}{M}\right) N_A. \quad (1)$$

Suvning molyar massasidan tashqari (1) ga kiruvchi barcha kattaliklar ma'lum: $\rho = 10^3$ kg/m^3 (9-jadvalga qarang). $V = 1$ mm$^3 = 10^{-9}$ m^3. (24-jadvalga qarang). Suvning kimyoviy formulasi (H_2O) ni bilgan holda, suvning molyar massasini topamiz (1-masalaga qarang):

$$M = kM_u = (2\cdot 1 + 1\cdot 16)\cdot 10^{-3} \text{ kg/mol} = 18\cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}.$$

Kattaliklarning qiymatlarini (1) ga qo'yamiz va hisoblash o'tkazamiz:

$$N = 3{,}34\cdot 10^{22} \text{ ta molekula.}$$

2. Suvning bitta molekulasining massasini uning molyar massasini Avogadro doimiysiga bo'lib topamiz: $m_1 = \frac{M}{N_A}$. Shu formulaga binoan hisoblashlarni bajarsak,

$$m_1 = \frac{18\cdot 10^{-3}}{6{,}02\cdot 10^{23}} \text{kg} = 2{,}99\cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

3. Molekulalar bir-biriga jips bo'lib turibdi, deb hisoblaymiz. Unda d diametrli har bir molekulaga $V = d^3$ hajm (kub hajmli katakcha) mos keladi. Bundan

$$d = \sqrt[3]{V_1}. \quad (1)$$

V_1 hajmni moddaning molyar hajmi V_m ni moldagi molekulalar soni, ya'ni N_A–Avogadro doimiysiga bo'lib topamiz: $V_1 = V_m / N_A$. Molyar hajm molyar massaning modda zichligiga nisbatiga teng, ya'ni $V_m = M/\rho$. Shuning uchun $V_1 = M/(\rho N_A)$ deb yozishimiz mumkin.

V_1 uchun hosil qilingan ifodani (1) formulaga qo'ysak,

$$d = \sqrt[3]{M/(\rho N_A)}. \quad (2)$$

(2) ifodaning o'ng tomoni uzunlik birligini berishini tekshiramiz:

$$[d] = \left[\frac{[M]}{[\rho][N_A]}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{(\text{kg/mol})}{(\text{kg/m}^3)\cdot(1/\text{mol})}\right]^{\frac{1}{3}} = 1\text{m}.$$

Endi kattaliklarning qiymatlarini (2) formulaga qo'yamiz va hisoblash o'tkazamiz: $d = 311$ pm yoki $d = 3{,}11\cdot 10^{-10}$ m.

4-masala. V = 10*l* hajmli ballonda P_1=1 MPa bosim ostida T_1=300 K temperaturali geliy bor. Ballondagi m=10g geliy sarflangandan keyin ballondagi temperatura T=290 K gacha pasaydi. Ballonda qolgan geliyning bosimi P_2 aniqlansin.

Yechish. Masalani yechish uchun ikki marta gazning boshlang'ich va oxirgi holatlari uchun Klapeyron-Mendeleyev formulasidan foydalanamiz. Boshlang'ich holat uchun tenglama:

$$P_1 V = \frac{m_1}{M} RT_1, \quad (1)$$

ko'rinishga ega, oxirgi holat uchun esa:

$$P_2 V = \frac{m_2}{M} RT_2, \quad (2)$$

bu yerda m_1 va m_2 boshlang'ich va oxirgi holatlardagi geliy massasi, (1) va (2) tenglamalardan m_1 va m_2 massalarni topamiz:

$$m_1 = MP_1V/(RT_1); \quad (3)$$

$$m_2 = MP_2V/(RT_2). \quad (4)$$

(3) dan (4) tenglikni ayirsak,

$$m = m_1 - m_2 = \frac{MP_1V}{RT_1} - \frac{MP_2V}{RT_2}$$

Bundan qidirilayotgan bosimni topamiz:

$$P_2 = \frac{RT_2}{MV}\left(\frac{MP_1V}{RT_1} - m\right) = \frac{T_2}{T_1}P_1 - \frac{m}{M}\frac{RT_2}{V}. \quad (5)$$

(5) tenglikning o'ng tomoni bosim birligini berishini tekshiramiz. Buning uchun unga kiruvchi barcha kattaliklarni mos birliklarda ifodalaymiz. Birinchi qo'shiluvchi ifodalanadigan birlik shubha tug'dirmaydi, chunki $\frac{T_2}{T_1}$ nisbat o'lchamsiz kattalikdir. Ikkinchi qo'shiluvchi qanday birliklarda ifodalanishini tekshiraylik:

$$\frac{[m][R][T_2]}{[M][V]} = \frac{1\text{kg}}{1\text{kg/mol}}\cdot\frac{[\text{J(K}\cdot\text{mol)}]\cdot\text{K}}{\text{m}^3} = \frac{1\text{kg}\cdot\text{J}\cdot\text{K}\cdot\text{mol}}{1\text{kg}\cdot\text{m}^3\cdot\text{K}\cdot\text{mol}} = \frac{1\text{J}}{1\text{m}^3} = \frac{1\text{N}\cdot\text{m}}{1\text{m}^3} = 1\text{Pa}$$

Olingan hisoblash formulasining o'ng tomoni izlanayotgan kattalik-bosimning birligini berishiga ishonch hosil qilgandan keyin, (5) ga barcha

$\nu = m/M$ ekanligidan(bunda M-molyar massa), $N = N_A(m/M)$. Formuladagi massani zichlik ρ ning hajm V ga ko'paytmasi sifatida ifodalab, quyidagini olamiz:

$$N = \left(\frac{\rho V}{M}\right) N_A. \quad (1)$$

Suvning molyar massasidan tashqari (1) ga kiruvchi barcha kattaliklar ma'lum: $\rho = 10^3$ kg/m^3 (9-jadvalga qarang), $V = 1$ mm$^3 = 10^{-9}$ m^3. (24-jadvalga qarang). Suvning kimyoviy formulasi (H_2O) ni bilgan holda, suvning molyar massasini topamiz (1-masalaga qarang):

$$M = kM_u = (2 \cdot 1 + 1 \cdot 16) \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}.$$

Kattaliklarning qiymatlarini (1) ga qo'yamiz va hisoblash o'tkazamiz:

$$N = 3{,}34 \cdot 10^{19} \text{ ta molekula.}$$

2. Suvning bitta molekulasining massasini uning molyar massasini Avogadro doimiysiga bo'lib topamiz: $m_1 = \frac{M}{N_A}$. Shu formulaga binoan hisoblashlarni bajarsak,

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} \text{kg} = 2{,}99 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

3. Molekulalar bir-biriga jips bo'lib turibdi, deb hisoblaymiz. Unda d diametrli har bir molekulaga $V = d^3$ hajm (kub hajmli katakcha) mos keladi. Bundan

$$d = \sqrt[3]{V_1}. \quad (1)$$

V_1 hajmni moddaning molyar hajmi V_μ ni moldagi molekulalar soni, ya'ni N_A–Avogadro doimiysiga bo'lib topamiz: $V_1 = V_\mu / N_A$. Molyar hajm molyar massaning modda zichligiga nisbatiga teng, ya'ni $V_\mu = M/\rho$. Shuning uchun $V_1 = M/(\rho N_A)$ deb yozishimiz mumkin.

V_1 uchun hosil qilingan ifodani (1) formulaga qo'ysak,

$$d = \sqrt[3]{M/(\rho N_A)}. \quad (2)$$

(2) ifodaning o'ng tomoni uzunlik birligini berishini tekshiramiz:

$$[d] = \left[\frac{[M]}{[\rho][N_A]}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{\text{(kg/mol)}}{\text{(kg/m}^3\text{)} \cdot \text{(1/mol)}}\right]^{\frac{1}{3}} = 1\text{m}.$$

Endi kattaliklarning qiymatlarini (2) formulaga qo'yamiz va hisoblash o'tkazamiz: $d = 311$ pm yoki $d = 3{,}11 \cdot 10^{-10}$ m.

4-masala. V = 10*l* hajmli ballonda P=1 MPa bosim ostida T_1=300 K temperaturali geliy bor. Ballondagi m=10g geliy sarflangandan keyin ballondagi temperatura T=290 K gacha pasaydi. Ballonda qolgan geliyning bosimi P_2 aniqlansin.

Yechish. Masalani yechish uchun ikki marta gazning boshlang'ich va oxirgi holatlari uchun Klapeyron-Mendeleyev formulasidan foydalanamiz. Boshlang'ich holat uchun tenglama:

$$P_1 V = \frac{m_1}{M} RT_1, \quad (1)$$

ko'rinishga ega, oxirgi holat uchun esa:

$$P_2 V = \frac{m_2}{M} RT_2, \quad (2)$$

bu yerda m_1 va m_2 boshlang'ich va oxirgi holatlardagi geliy massasi, (1) va (2) tenglamalardan m_1 va m_2 massalarni topamiz:

$$m_1 = MP_1V/(RT_1); \quad (3)$$

$$m_2 = MP_2V/(RT_2). \quad (4)$$

(3) dan (4) tenglikni ayirsak,

$$m = m_1 - m_2 = \frac{MP_1V}{RT_1} - \frac{MP_2V}{RT_2}$$

Bundan qidirilayotgan bosimni topamiz:

$$P_2 = \frac{RT_2}{MV}\left(\frac{MP_1V}{RT_1} - m\right) = \frac{T_2}{T_1}P_1 - \frac{m}{M}\frac{RT_2}{V}. \quad (5)$$

(5) tenglikning o'ng tomoni bosim birligini berishini tekshiramiz. Buning uchun unga kiruvchi barcha kattaliklarni mos birliklarda ifodalaymiz. Birinchi qo'shiluvchi ifodalanadigan birlik shubha tug'dirmaydi, chunki $\frac{T_2}{T_1}$ nisbat o'lchamsiz kattalikdir. Ikkinchi qo'shiluvchi qanday birliklarda ifodalanishini tekshiraylik:

$$\frac{[m][R][T_2]}{[M][V]} = \frac{1\text{kg}}{1\text{kg/mol}} \frac{[\text{J(K} \cdot \text{mol)}] \cdot \text{K}}{\text{m}^3} = \frac{1\text{kg} \cdot \text{J} \cdot \text{K} \cdot \text{mol}}{1\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{mol}} = \frac{1\text{J}}{1\text{m}^3} = \frac{1\text{N} \cdot \text{m}}{1\text{m}^3} = 1\text{Pa}$$

Olingan hisoblash formulasining o'ng tomoni izlanayotgan kattalik-bosimning birligini berishiga ishonch hosil qilgandan keyin, (5) ga barcha

kattaliklarning qiymatlarini qo'yishimiz va hisoblash o'tkazishimiz mumkin. (5) formuladagi geliyning molyar massasi M dan boshqa barcha kattaliklar ma'lum. Uni topamiz (1-masalaga qarang). Geliy bir atomli gaz bo'lganligi tufayli uning nisbiy molekulyar massasi nisbiy atom massasi A_r ga teng. D.I.Mendeleyev davriy jadvalidan $A_{r}=4$ ni topamiz. Shunday qilib, geliyning molyar massasi: $M=4\cdot10^{-3}$ kg/mol. Kattaliklarning qiymatlarini (5) ga qo'yib, quyidagi natijani olamiz:

$$P_2=\left(\frac{290}{300}10^{5}-\frac{10\cdot10^{-3}}{4\cdot10^{-3}}\cdot\frac{8,31\cdot290}{10\cdot10^{-3}}\right)\text{Pa}=364\text{ kPa}.$$

Masalalar

Moddaning molekulyar tuzilishi

8.1. 1) suvning; 2) karbonat angidrid CO_2 ning; 2) osh tuzi NaCl ning nisbiy molekulyar massasi M_r aniqlansin.

8.2. Sulfat kislota H_2SO_4 ning molyar massasi M topilsin.

8.3. 1) karbonat angidrid; 2) osh tuzi molekulalarining massasi m_0 aniqlansin.

8.4. Sig'imi V=2 *l* bo'lgan idishda modda miqdori ν 0,2 mol bo'lgan kislorod bor. Gazning zichligi ρ aniqlansin.

8.5. Massasi m=0,2 kg bo'lgan azotning modda miqdori ν va molekulalar soni N aniqlansin.

8.6. Sig'imi V=3 *l* bo'lgan idishda massasi m=4 g bo'lgan kislorod bor. Gazning modda miqdori ν va molekulalar soni N aniqlansin.

8.7. Kislorod normal sharoitda sig'imi V=11,2 *l* bo'lgan idishni to'ldirib turibdi. Gazning modda miqdori ν va uning massasi m aniqlansin.

8.8. Agar zichligi $\rho=6,65\cdot10^{-2}$ kg/m^3 bo'lsa, sig'imi $V=3\,l$ bo'lgan idishni to'ldirib turgan vodorodning modda miqdori ν aniqlansin.

8.9. Sig'imi $V=3\,l$ bo'lgan kolbada normal sharoitdagi gaz bor. Kolbadagi gaz molekulalarining soni N aniqlansin.

8.10. 1 g massali: 1) geliy; 2) uglerod; 3) ftor; 4) poloniy moddalarining har birida nechtadan atom bor?

8.11. Sig'imi $V=5l$ bo'lgan idishda modda miqdori $\nu=0,2$ mol bo'lgan bir jinsli gaz bor. Agar gazning zichligi $\rho=1,12$ kg/m^3 bo'lsa, u qanday gaz ekanligi aniqlansin.

8.12. $m=10$ g massali azotning uchdan bir qismi atomlarga parchalandi. Gazdagi barcha zarralarning soni N aniqlansin.

8.13. Suyuqlik molekulalarini bir-biriga tegib turuvchi sharchalar sifatida qarab, uglerod sulfid CS$_2$ molekulalari diametri kattaligining tartibi baholansin. Shu farazlarda simob atomi diametri kattaligining tartibi baholansin. Suyuqliklarning zichliklari ma'lum deb hisoblansin.

8.14. Normal sharoitda, suv bug'lari molekulalarining markazlari orasidagi o'rtacha masofa $\langle l\rangle$ aniqlansin va u molekulalarning o'zining diametri d bilan solishtirilsin ($d=0,311$ nm).

8.15. Sig'imi $V=3l$ bo'lgan idishda normal sharoitda azot bor. Muayyan temperaturagacha qizdirilgan gaz molekulalarining bir qismi atomlarga ajraldi (dissotsiyalandi). Dissotsiyalanish darajasi $\alpha=0,3$. 1) Azotning qizigungacha bo'lgan ν; 2) qizigandan keyingi molekulyar azotning ν_{m2}; 3) qizigandan keyingi atomar azotning ν_a; 4) qizigandan keyin butun azotning modda miqdori aniqlansin.

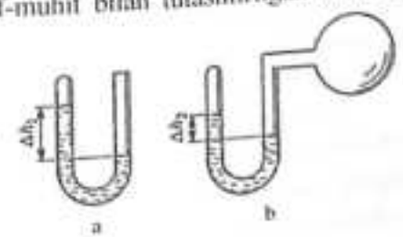
Izoh. Dissotsiyalanish darajasi deb atomlarga ajralgan molekulalar sonining gazning barcha molekulalar soniga nisbatiga aytiladi. Ajralish darajasi molekulalarning qancha qismi atomlarga ajralganini ko'rsatadi.

Gaz holati tenglamasi

8.16. Uzunligi $l=1,6$ m bo'lgan, normal atmosfera bosimi P_0 da havo bilan to'ldirilgan silindr ichiga yuzasi $S=200$ cm^2 bo'lgan porshenni sekin kirita boshladilar. Agar porshen silindr tubidan $l_1=10$ cm masofada to'xtatilsa, unga ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin.

8.17. Sig'imi $V=300$ cm^3 bo'lgan jo'mrakli tiqin bilan berkitilgan kolbada siyraklashgan havo bor. Kolbadagi bosimni o'lchash uchun kolbaning bo'g'zini biroz suvga botirdilar va jo'mrakni ochdilar. Natijada kolbaga massasi $m=292$ g ga teng suv kirdi. Agar atmosfera bosimi $P=100$ kPa bo'lsa, kolbadagi dastlabki bosim aniqlansin.

8.18. U simon manometrga simob quyilgan. Manometrning ochiq tirsagi P_0 normal atmosfera bosimidagi atrof-muhit bilan tutashtirilgan va ochiq tirsakdagi simob sathi yopiq tirsakdagisidan $h=10$ cm yuqorida turibdi. Bunda yopiq tirsakning simobsiz qismining uzunligi $l=20$ cm. Ochiq tirsakni havoli ballonga tutashtirganlarida simob



8.1-rasm

sathlarining farqi ortdi va $\Delta h_1 = 26\,\text{cm}$ qiymatga yetishdi. Ballondagi havo bosimi P topilsin.

8.19. Ichki diametri $d = 5\,\text{mm}$ bo'lgan, U simon shisha trubka ko'rinishidagi manometr (8.1a-rasm) simob bilan shunday to'ldirilganki, trubkaning yopiq tirsagida qolgan havo normal atmosfera bosimida $V = 10\,\text{mm}^3$ hajmni egallaydi. Mazkur holda trubkaning har ikkala tirsagidagi sathlar farqi $\Delta h_1 = 10\,\text{cm}$. Trubkaning ochiq uchi katta idish bilan tutashtirilganda (8.1b-rasm) simob sathlarining farqi $\Delta h_2 = 1\,\text{cm}$ gacha kamaydi. Idishdagi bosim P aniqlansin.

8.20. Ballonda $t = 100^\circ\text{C}$ temperaturali gaz bor. Gazning bosimi ikki marta ortishi uchun uni qanday t_2 temperaturagacha qizdirish kerak?

8.21. Ideal gaz o'zgarmas bosim ostida $\Delta T = 1\,\text{K}$ ga qizdirilganda uning hajmi dastlabki hajmining 1/350 qismiga ortdi. Gazning boshlang'ich temperaturasi T topilsin.

8.22. $T = 573\,\text{K}$ temperaturali havo bilan to'ldirilgan, sig'imi $V = 10\,\text{cm}^3$ bo'lgan ichi kovak sharni trubka yordamida simob bilan to'ldirilgan kosaga tutashtirdilar. Ichidagi havoning temperaturasi $T = 293\,\text{K}$ gacha sovutilganda sharga kiradigan simobning massasi m aniqlansin. Shar sig'imining o'zgarishi inobatga olinmasin.

8.23. Sig'imi $V = 800\,\text{m}^3$ bo'lgan havo shari temperaturasi $T_1 = 273\,\text{K}$ bo'lgan vodorod bilan to'ldirilgan. Temperatura $T_2 = 293\,K$ gacha oshirilganda havo sharining ko'tarish kuchi qanchaga o'zgaradi? Qobiqning sig'imi $V = 800\,\text{cm}^3$ o'zgarmas va tashqi bosim normal deb hisoblansin. Qobiqning pastki qismida shardan vodorod chiqishi mumkin bo'lgan teshik mavjud.

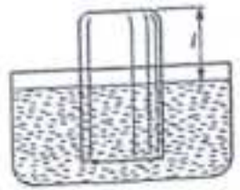
8.24. Shar shaklidagi aerostat qobig'ining ichida, qobiqni qisman to'ldiradigan $V = 1500\,\text{m}^3$ hajmli gaz bor. Agar aerostatdagi gaz $T_1 = 273\,\text{K}$ dan $T = 293\,\text{K}$ gacha isitilsa, aerostatning ko'tarish kuchi qanchaga o'zgaradi? Qobiqdagi gaz va atrofdagi havo bosimi o'zgarmas bo'lib, normal atmosfera bosimiga teng.

8.25. Gaz temperatura o'lchagichi shar va unga kovsharlangan gorizontal shisha trubkadan iborat. Trubkada joylashtirilgan simob tomchisi shar hajmini tashqi muhitdan ajratib turadi (8.2-rasm). Trubkaning ko'ndalang kesim yuzasi $S = 0{,}1\,\text{cm}^2$. $T_1 = 273\,\text{K}$ temperaturada tomchi shar sirtidan $l = 30\,\text{cm}$

masofada turadi. $T_2 = 278\,\text{K}$ da esa $l = 50\,\text{cm}$ masofada turadi. Sharning sig'imi V topilsin.

8.26. Suvli katta idishga silindr shaklidagi idish to'nkarib qo'yilgan (8.3-rasm). Silindr shaklidagi idishning ichidagi va tashqarisidagi suv sathlari balandligi bir xil. Suv sathidan to'nkarilgan idishning tubigacha bo'lgan masofa $l = 40\,\text{cm}$. Temperatura $T_1 = 310\,\text{K}$ dan $T_2 = 273\,\text{K}$ gacha pasaysa, silindr shakldagi idishdagi suv qanday Δh balandlikka ko'tariladi? Atmosfera bosimi normal deb hisoblansin.

8.2-rasm



8.3-rasm

8.27. $V = 12\,l$ sig'imli ballonda karbonat angidrid gazi bor. Gazning bosimi $P = 1\,\text{MPa}$, temperaturasi esa $T = 300\,\text{K}$. Ballondagi gaz massasi aniqlansin.

8.28. Modda miqdori $\nu = 1\,\text{kmol}$ bo'lgan $P = 1\,\text{MPa}$ bosim va $T = 400\,\text{K}$ temperaturali ideal gaz qanday V hajmni egallaydi?

8.29. $V = 2\,\text{m}^3$ sig'imli qozonda $T = 500\,\text{K}$ temperaturali $m = 10\,\text{kg}$ massali o'ta qizdirilgan suv bug'i mavjud. Qozondagi bug'ning bosimi P aniqlansin.

8.30. Sig'imi $V = 20\,l$ bo'lgan ballonda $P = 1{,}3\,\text{MPa}$ bosim ostida $m = 500\,\text{g}$ massali karbonat angidrid bor. Gazning temperaturasi aniqlansin.

8.31. Temperaturasi $T = 309\,\text{K}$ va bosimi $P = 0{,}7\,\text{MPa}$ bo'lgan gaz $\rho = 12\,\text{kg/m}^3$ zichlikka ega. Gazning nisbiy molekulyar massasi M_r aniqlansin.

8.32. $T = 300\,\text{K}$ temperaturada havodagi to'yingan suv bug'larining zichligi ρ aniqlansin. Shu temperaturada to'yingan suv bug'i bosimi $P = 3{,}55\,\text{kPa}$.

8.33. Havo shari $V = 1600\,\text{m}^3$ sig'imga ega. Sharni to'ldiruvchi vodorodning bosimi $P = 60\,\text{kPa}$ va temperaturasi $T = 280\,\text{K}$ bo'lgan

sathlarining farqi ortdi va $\Delta h_2 = 26$ cm qiymatga yetishdi. Ballondagi havo bosimi P topilsin.

8.19. Ichki diametri $d = 5$ mm bo'lgan, U simon shishа trubka ko'rinishidagi manometr (8.1a-rasm) simob bilan shunday to'ldirilganki, trubkaning yopiq tirsagida qolgan havo normal atmosfera bosimida $V = 10$ mm^3 hajmni egallaydi. Mazkur holda trubkaning har ikkala tirsagidagi sathlar farqi $\Delta h_1 = 10$ cm. Trubkaning ochiq uchi katta idish bilan tutashtirilganda (8.1b-rasm) simob sathlarining farqi $\Delta h = 1$ cm gacha kamaydi. Idishdagi bosim P aniqlansin.

8.20. Ballonda $t = 100$ °C temperaturali gaz bor. Gazning bosimi ikki marta ortishi uchun uni qanday t_2 temperaturagacha qizdirish kerak?

8.21. Ideal gaz o'zgarmas bosim ostida $\Delta T = 1$ K ga qizdirilganda uning hajmi dastlabki hajmining 1/350 qismiga ortdi. Gazning boshlang'ich temperaturasi T topilsin.

8.22. $T = 573$ K temperaturali havo bilan to'ldirilgan, sig'imi $V = 10$cm^3 bo'lgan ichi kovak shar trubka yordamida simob bilan to'ldirilgan kosaga tutashtirdilar. Ichidagi havoning temperaturasi $T = 293$ K gacha sovutilganda sharga kiradigan simobning massasi m aniqlansin. Shar sig'imining o'zgarishi inobatga olinmasin.

8.23. Sig'imi $V = 800$ m^3 bo'lgan havo shari temperaturasi $T_1 = 273$ K bo'lgan vodorod bilan to'ldirilgan. Temperatura $T_2 = 293$ K gacha oshirilganda havo sharining ko'tarish kuchi qanchaga o'zgaradi? Qobiqning sig'imi $V = 800$ m^3, o'zgarmas va tashqi bosim normal deb hisoblansin. Qobiqning pastki qismida shardan vodorod chiqishi mumkin bo'lgan teshik mavjud.

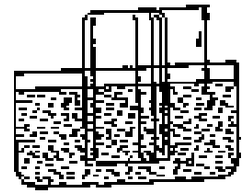
8.24. Shar shaklidagi aerostat qobig'ining ichida, qobiqni qisman to'ldiradigan $V = 1500$ m^3 hajmli gaz bor. Agar aerostatdagi gaz $T_1 = 273$ K dan $T = 293$ K gacha isitilsa, aerostatning ko'tarish kuchi qanchaga o'zgaradi? Qobiqdagi gaz va atrofdagi havo bosimi o'zgarmas bo'lib, normal atmosfera bosimiga teng.

8.25. Gaz temperatura o'lchagichi shar va unga kovsharlangan gorizontal shisha trubkadan iborat. Trubkada joylashtirilgan simob tomchisi shar hajmini tashqi muhitdan ajratib turadi (8.2-rasm). Trubkaning ko'ndalang kesim yuzasi $S = 0{,}1$ cm^2. $T_1 = 273$ K temperaturada tomchi shar sirtidan $l = 30$ cm

masofada turadi. $T = 278$ K da esa $l = 50$ cm masofada turadi. Sharning sig'imi V topilsin.

8.26. Suvli katta idishga silindr shaklidagi idish to'nkarib qo'yilgan (8.3-rasm). Silindr shaklidagi idishning ichidagi va tashqarisidagi suv sathlari balandligi bir xil. Suv sathidan to'nkarilgan idishning tubigacha bo'lgan masofa $l = 40$ cm. Temperatura $T = 310$ K dan $T_2 = 273$ K gacha pasaysa, silindr shaklidagi idishdagi suv qanday Δh balandlikka ko'tariladi? Atmosfera bosimi normal deb hisoblansin.

8.2-rasm



8.3-rasm

8.27. $V = 12$ l sig'imli ballonda karbonat angidrid gazi bor. Gazning bosimi $P = 1$ MPa, temperaturasi esa $T = 300$ K. Ballondagi gaz massasi aniqlansin.

8.28. Modda miqdori $\nu = 1$ kmol bo'lgan $P = 1$ MPa bosim va $T = 400$ K temperaturali ideal gaz qanday V hajmni egallaydi?

8.29. $V = 2$ m^3 sig'imli qozonda $T = 500$ K temperaturali $m = 10$ kg massali o'ta qizdirilgan suv bug'i mavjud. Qozondagi bug'ning bosimi P aniqlansin.

8.30. Sig'imi $V = 20$ l bo'lgan ballonda $P = 1{,}3$ MPa bosim ostida $m = 500$ g massali karbonat angidrid bor. Gazning temperaturasi aniqlansin.

8.31. Temperaturasi $T = 300$ K va bosimi $P = 0{,}7$ MPa bo'lgan gaz $\rho = 12$ kg/m^3 zichlikka ega. Gazning nisbiy molekulyar massasi M aniqlansin.

8.32. $T = 300$ K temperaturada havodagi to'yingan suv bug'larining zichligi ρ aniqlansin. Shu temperaturada to'yingan suv bug'i bosimi $P = 3{,}55$ kPa.

8.33. Havo shari $V = 1600$ m^3 sig'imga ega. Sharni to'ldiruvchi vodorodning bosimi $P = 60$ kPa va temperaturasi $T = 280$ K bo'lgan

balandlikdagi ko'tarish kuchi F topilsin. Shar ko'tarilayotganda vodorod sharning quyi qismidagi teshikdan chiqishi mumkin.

8.34. Sig'imi $V = 25\,l$ bo'lgan ballonda $T = 290\,\text{K}$ temperaturali vodorod bor. Vodorodning bir qismini sarflaganidan keyin ballondagi bosim $\Delta P = 0{,}4\,\text{MPa}$ ga pasaydi. Sarflangan vodorodning massasi m aniqlansin.

8.35. Yer sirtida turgan, sig'imi $V = 1600\,\text{m}^3$ bo'lgan aerostat qobig'i $P_1 = 100\,\text{kPa}$ bosimda va $T_1 = 290\,\text{K}$ temperaturada $k = 7/8$ qismigacha vodorod bilan to'ldirilgan. Aerostatni bosimi $P_2 = 80\,\text{kPa}$ va temperaturasi $T_2 = 280\,\text{K}$ bo'lgan ma'lum balandlikka ko'tarishdi. Ko'tarilishda qobiqdan chiqib ketadigan vodorodning massasi Δm aniqlansin.

Gaz aralashmalari

8.36. $m_1 = 1\,\text{kg}$ massali azot va $m_2 = 1\,\text{kg}$ massali geliy gazlarining aralashmasi normal sharoitda qanday V hajmni egallaydi?

8.37. Sig'imlari $V_1 = 20\,l$ va $V_2 = 44\,l$ bo'lgan ballonlarda gaz saqlanmoqda. Birinchi ballondagi bosim $P_1 = 2{,}4\,\text{MPa}$, ikkinchisidagi esa $P_2 = 1{,}6\,\text{MPa}$. Agar gaz temperaturasini oldingiday qoldirib, ballonlar o'zaro ulansa P umumiy bosim, hamda P_1' va P_2' parsial bosimlar qanday bo'ladi?

8.38. Sig'imi $V = 0{,}01\,\text{m}^3$ bo'lgan idishda $m_1 = 7\,\text{g}$ massali azot va $m_2 = 1\,\text{g}$ massali vodorod gazlarining $T = 280\,\text{K}$ temperaturadagi aralashmasi saqlanadi. Gaz aralashmasining bosimi P aniqlansin.

8.39. Massa ulushlari ω_1 va ω_2 mos ravishda 1/9 va 8/9 ga teng bo'lgan vodorod va kislorodlarning iborat gaz aralashmasining zichligi ρ topilsin. Aralashma bosimi $P = 100\,\text{kPa}$, temperaturasi esa $T = 300\,\text{K}$.

8.40. Kislorod va azotdan iborat gaz aralashmasi $P = 1\,\text{MPa}$ bosim ostida ballonda turibdi. Agar aralashmada kislorodning massa ulushi $\omega_1 = 0{,}2$ bo'lsa, kislorodning P_1 va azotning P_2 parsial bosimlari aniqlansin.

8.41. Quruq havo asosan kislorod va azotdan iborat. Agar havoning boshqa tarkibiy qismlari inobatga olinmasa, unda kislorodning va azotning massa ulushlarini mos ravishda $\omega_1 = 0{,}232$ va $\omega_2 = 0{,}768$ deb hisoblash mumkin. Havoning nisbiy molekulyar massasi M_r aniqlansin.

8.42. Sig'imi $V = 30\,l$ bo'lgan ballonda $T = 300\,\text{K}$ temperatura va $P = 828\,\text{kPa}$ bosimda vodorod hamda geliy aralashmasi saqlanadi. Aralashmaning massasi $m = 24\,\text{g}$. Vodorod m_1 va geliy m_2 massalari aniqlansin.

8.43. Sig'imi $V = 15\,l$ bo'lgan idishda $t = 23^\circ\text{C}$ temperatura va $P = 200\,\text{kPa}$ bosimda azot va vodorod aralashmasi bor. Agar azotning aralashmadagi massa ulushi $\omega = 0{,}7$ bo'lsa, aralashma va uning tashkil etuvchilari massalari aniqlansin.

8.44. Sig'imi $V = 5\,l$ bo'lgan ballonda $P = 600\,\text{kPa}$ bosim ostida geliy va vodorod aralashmasi saqlanadi. Aralashma massasi $m = 4\,\text{g}$, geliyning massa ulushi $\omega_1 = 0{,}6$. Aralashma temperaturasi T aniqlansin.

8.45. Idishda kislorod va vodorod aralashmasi bor. Aralashma massasi $m = 3{,}6\,\text{g}$. Kislorodning ω_1 massa ulushi 0,6 ni tashkil etadi. Aralashmaning ν va har bir gazning alohida ν_1 hamda ν_2 modda miqdorlari aniqlansin.

9-§. GAZLARNING MOLEKULYAR-KINETIK NAZARIYASI

Asosiy formulalar

• Bir jinsli sistema zarralarining (molekula, atom va h.k.) konsentratsiyasi:

$$n = \frac{N}{V},$$

bu yerda V –sistemaning hajmi.

• Gazlar kinetik nazariyasining asosiy tenglamasi:

$$P = \frac{2}{3} n < \varepsilon_i >,$$

bu yerda P –gaz bosimi, $< \varepsilon_i >$ –molekula ilgarilanma harakatining o'rtacha kinetik energiyasi.

• O'rtacha kinetik energiya:

$$< \varepsilon_i > = \frac{1}{2} kT,$$

molekulaning bitta erkinlik darajasiga mos keluvchi o'rtacha kinetik energiya. Molekulaning barcha erkinlik darajalariga mos keluvchi o'rtacha kinetik energiya [13] (molekulaning to'liq energiyasi):

$$\varepsilon = \frac{i}{2} kT.$$

13 Bu yerda va bundan keyingi molekulalarning va boshqa zarralarning kinetik energiyalari ε bilan belgilanadi.

molekula ilgarilanma harakatining o'rtacha kinetik energiyasi:

$$\varepsilon_{i} = \frac{3}{2}kT,$$

bu yerda k–Bolsman doimiysi; T–termodinamik temperatura; i – molekula erkinlik darajalari soni;

• Molekula aylanma harakatining o'rtacha kinetik energiyasi:

$$\varepsilon_{a} = \frac{i-3}{2}kT.$$

• Gaz bosimining molekulalar konsentratsiyasi va temperaturasiga bog'liqligi:

$$P = nkT.$$

• Molekulalar tezligi o'rtacha kvadratik tezlik:

$$<\vartheta_{k}> = \sqrt{3kT/m_{1}} \text{ yoki } <\vartheta_{k}> = \sqrt{3RT/M};$$

o'rtacha arifmetik tezlik:

$$<\vartheta_{a}> = \sqrt{8kT/(\pi m_{1})} \text{ yoki } <\vartheta_{a}> = \sqrt{8RT/(\pi M)};$$

eng katta ehtimolli tezlik:

$$<\vartheta_{e}> = \sqrt{2kT/m_{1}} \text{ yoki } <\vartheta_{e}> = \sqrt{2RT/M},$$

bu yerda m_{1}–bitta molekulaning massasi.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Sig'imi $V = 6.9\ l$ bo'lgan ballonda $m = 2,3$g massali azot bor. Qizdirishda molekulalarning bir qismi atomlarga dissotsiyalandi. Dissotsiyalanish koeffitsiyenti[14] $\alpha = 0,2$. 1) Qizdirishdan avvalgi azot molekulalarining umumiy soni N, va azot molekulalarining konsentratsiyasi n; 2) qizdirilgandan keyin azot molekulalarining n_{2} va atomlarining n_{1} konsentratsiyalari aniqlansin.

Yechish. Ta'rifga binoan, gaz zarralarining konsentratsiyasi zarralar sonining gaz egallagan idish sig'imiga nisbatiga tengdir:

$$n = \frac{N}{V}. \qquad (1)$$

1. Qizdirishdan avvalgi gaz molekulalari soni N_{1} ni

$$N_{1} = \nu \cdot N_{A} = \frac{m}{M}N_{A} = \frac{m}{kM_{r}}N_{A}. \qquad (2)$$

[14] 8 [5- masalasiga qarang.

munosabatdan topamiz. Bunda ν–azotning modda miqdori; N_{A}–Avogadro doimiysi; M azotning molyar massasi; M_{r}–azotning nisbiy molekulyar massasi; k 10^{-3} kg/mol (8-§ ning 1-masalaga q.).

Kattaliklarning qiymatlarini (2) ga qo'ysak.

$$N_{1} = \frac{2,3\cdot 10^{-3}}{8\cdot 10^{-3}} 6,02\cdot 10^{23} = 4,94\cdot 10^{23} \text{ dona molekula.}$$

n konsentratsiyani kattaliklar qiymatini (1) ga qo'yib topamiz:

$$n_{1} = \frac{N}{V} = \frac{4,94\cdot 10^{23}}{6,9\cdot 10^{-3}\,\text{m}^{3}} = 7,16\cdot 10^{25}\,\text{m}^{-3}.$$

2. Qizdirilgandan keyingi konsentratsiyani:

$$n_{2} = \frac{N_{2}}{V} = \frac{N_{1}(1-\alpha)}{V} \qquad (3)$$

munosabatdan topamiz. Bunda N_{2} atomlarga ajralmagan molekulalarning soni. Kattaliklarning qiymatlarini (3) ga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$n_{2} = \frac{N_{2}}{V} = \frac{4,94\cdot 10^{23}(1-0,2)}{6,9\cdot 10^{-3}\,\text{m}^{3}} = 5,73\cdot 10^{25}\,\text{m}^{-3}.$$

Azot qizdirilgandan keyin atomlarning konsentrasiyasi:

$$n_{1} = \frac{2N\alpha}{V}. \qquad (4)$$

(4) formuladagi 2 soni har bir molekula ikkitadan atomga parchalanishini ifodalaydi.

(4) ga kattaliklarning qiymatlarini qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$n_{1} = \frac{2\cdot 4,94\cdot 10^{23}\cdot 0,2}{6,9\cdot 10^{-3}}\,\text{m}^{-3} = 0,286\cdot 10^{26}\,\text{m}^{-3} = 2,86\cdot 10^{25}\,\text{m}^{-3}.$$

2-masala. Sig'imi $V = 0,5\ l$ bo'lgan kolbada normal sharoitda kislorod bor. Kolbadagi hamma molekulalarning ilgarilanma harakati o'rtacha energiyasi $<W_{i}>$ aniqlansin.

Yechish. Hamma molekulalarning ilgarilanma harakat o'rtacha energiyasi

$$<W_{i}> = <\varepsilon_{i}> N \qquad (1)$$

munosabat yordamida ifodalanishi mumkin. Bunda $<\varepsilon_{i}>$ bitta molekulaning ilgarilanma harakat o'rtacha energiyasi; N–kolbadagi barcha molekulalar soni.

Ma'lumki,

$$<\varepsilon_{ilg}>=\frac{3}{2}kT. \quad (2)$$

bunda k –Bolsman doimiysi; T –termodinamik temperatura.

Kolbadagi molekulalar sonini

$$N=\nu N_A. \quad (3)$$

formuladan topamiz. Bunda ν-kislorodning modda miqdori; N_A –Avogadro doimiysi. Modda miqdori ν ni quyidagi mulohazalardan topamiz: ma'lumki, normal sharoitlarda molyar hajm $V_m=22,4\cdot10^{-3}$ m^3/mol. Masalaning shartiga binoan kolbadagi kislorod normal sharoitda bo'lganligidan, kolbadagi kislorodning modda miqdori:

$$\nu=\frac{V}{V_m} \quad (4)$$

munosabat bilan ifodalanadi.

ν ning (4) bo'yicha ifodasini (3) ga qo'yib quyidagini olamiz:

$$N=V\frac{N_A}{V_m}. \quad (5)$$

(2) va (5) hisobga olinganda, molekulaning ilgarilanma harakat energiyasi (1):

$$W_{ilg}=\frac{3kTVN_A}{2V_m} \quad (6)$$

ko'rinishni oladi.

Hisoblash formulasining o'ng tomoni energiya birligini (Joul) berishini tekshiramiz. Buning uchun kattaliklarning belgilari o'rniga shu kattaliklar ifodalanadigan birliklarni qo'yamiz:

$$[W_{ilg}]=\frac{(J/k)\cdot K\cdot m^3\cdot mol^{-1}}{m^3/mol}=\frac{J\cdot K\cdot m^3\cdot mol}{K\cdot m^3\cdot mol}=J.$$

Kattaliklarning qiymatlarini (6) ga qo'yib, hisoblashni bajarsak,

$$W_{ilg}=\frac{3\cdot1,38\cdot10^{-23}\cdot273\cdot0,5\cdot10^{-3}\cdot6,02\cdot10^{23}}{2\cdot22,4\cdot10^{-3}}J=75,9J.$$

3-masala. $t=27°C$ temperaturada ammiak bitta molekulasi NH_3 ning o'rtacha kinetik energiyasi va shu temperaturaning o'zida shu molekulaning aylanma harakat o'rtacha energiyasi topilsin.

Yechish. Molekulaning o'rtacha to'liq energiyasi:

$$<\varepsilon>=\frac{i}{2}kT. \quad (1)$$

formula bo'yicha aniqlanadi. Bunda i –molekulaning erkinlik darajalari soni; k –Bolsman doimiysi; T –gazning termodinamik temperaturasi: $T=t+T_0$, bunda $T_0=273K$.

To'rt atomli molekula (ammiak molekulasi shunday molekula) erkinlik darajalarining soni $i=6$.

Kattaliklarning qiymatlarini (1) ga qo'yamiz:

$$<\varepsilon>=\frac{6}{2}\cdot1,38\cdot10^{-23}\cdot(27+273)J=1,24\cdot10^{-20}J.$$

Molekulaning aylanma harakat o'rtacha energiyasi:

$$<\varepsilon_{ayl}>=\frac{i-3}{2}kT. \quad (2)$$

formula bilan aniqlanadi. bunda 3 soni ilgarilanma harakatning erkinlik darajalari sonini bildiradi.

Kattaliklarning qiymatlarini (2) ga qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$<\varepsilon_{ayl}>=\frac{6-3}{2}\cdot1,38\cdot10^{-23}(27+273)J=6,21\cdot10^{-21}J$$

Shuni qayd etamizki, ammiak molekulasining aylanma harakat energiyasini boshqacha yo'l bilan–to'liq energiya $<\varepsilon>$ni ikkita teng qismlarga bo'lib topish mumkin edi. Gap shundaki, uch (va undan ko'p) atomli molekulalarning ilgarilanma va aylanma harakatlariga to'g'ri keluvchi erkinlik darajalarining soni bir xil (3 tadan), shuning uchun ilgarilanma va aylanma harakat energiyalari bir xil. Mazkur holda:

$$<\varepsilon_{ilg}>=<\varepsilon_{ayl}>=\frac{<\varepsilon>}{2}=\frac{1,242\cdot10^{-20}}{2}J=6,21\cdot10^{-21}J.$$

Masalalar

Molekulalar konsentratsiyasi

9.1. Sig'imi $V=12l$ bo'lgan idishda molekulalarning soni $N=1,44\cdot10^{23}$ ta bo'lgan gaz bor. Gaz molekulalarining konsentratsiyasi n aniqlansin.

9.2. Molekulalarining umumiy soni $N=2,5\cdot10^{25}$ va konsentrasiyasi $n=1,25\cdot10^{25}$ m^{-3} bo'lgan gaz saqlanayotgan idishning sig'imi V aniqlansin.

9.3. $V=20l$ sig'imli idishda modda miqdori $\nu=1,5$kmol bo'lgan gaz bor. Idishdagi molekulalarning konsentratsiyasi n aniqlansin.

9.4. Yopiq idishda normal sharoitdagi ideal gaz bor. Gaz molekulalarining konsentratsiyasi n aniqlansin.

9.5. Sig'imi $V = 5l$ bo'lgan idishda molekulalarning konsentratsiyasi bo'lgan $n = 9,4 \cdot 10^{25} m^{-3}$ kislorod bor. Gaz massasi m aniqlansin.

9.6. Sig'imi $V = 5l$ bo'lgan ballonda $m = 17,5g$ massali azot bor. Ballondagi azot molekulalarining konsentratsiyasi aniqlansin.

9.7. Agar idishdagi vodorod molekulalarining konsentratsiyasi $n = 2 \cdot 10^{26} m^{-3}$ bo'lsa, $V = 3l$ sig'imli idishni to'ldirib turgan mazkur gazning modda miqdori ν aniqlansin.

9.8. Sig'imlari bir xil bo'lgan ikkita idishda turli gazlar bor: birinchisida-vodorod, ikkinchisida-kislorod. Agar gazlarning massalari bir xil bo'lsa, gazlar konsentratsiyalarining nisbati n_1 / n_2 topilsin.

9.9. Massasi $m = 58,5g$ bo'lgan gaz $V = 12l$ sig'imli idishda saqlanmoqda. Gaz molekulalarining konsentratsiyasi $n = 2,2 \cdot 10^{25} m^{-3}$. Bu qanday gaz?

9.10. Sig'imi $V = 12l$ bo'lgan ballonda $m = 1,17g$ massali kislorod bor. Idishdagi molekulalarning konsentratsiyasi $n = 1,1 \cdot 10^{25} m^{-3}$. Shu berilganlar bo'yicha, Avogadro doimiysi N_A aniqlansin.

9.11. Ballonda normal sharoitdagi kislorod bor. Ma'lum temperaturagacha qizitilgandan so'ng, molekulalarning bir qismi atomlarga dissotsiyalandi. Dissotsiyalanish darajasi $\alpha = 0,4$. 1) n_1 qizdirilishdan avvalgi gazning; 2) n_2 qizdirilgandan keyingi molekulyar kislorod zarralarining, 3) n_3 qizdirilgandan keyingi atomar kislorod zarralarining konsentratsiyasi aniqlansin.

Gazlar kinetik nazariyasining asosiy tenglamasi. Molekulalar energiyasi

9.12. $T = 300K$ temperaturadagi va $P = 1MPa$ bosim ostidagi ideal gaz molekulalarining konsentratsiyasi n aniqlansin.

9.13. Gaz temperaturasining quyidagi ikki: 1) $T = 3K$ va 2) $T = 1kK$ qiymatlarida ideal gazning bosimi P aniqlansin. Gaz molekulalarining konsentratsiyasi $n = 10^{19} cm^{-3}$ deb olinsin.

9.14. $V = 30l$ sig'imli ballonda $T = 300K$ temperatura va $P = 5MPa$ bosim ostida qancha gaz molekulasi bor?

9.15. Sig'imi $V = 240cm^3$ bo'lgan kolbada $T = 290K$ temperaturada va $P = 50kPa$ bosim ostida saqlanayotgan gazning modda miqdori ν hamda molekulalarining konsentratsiyasi n aniqlansin.

9.16. Sig'imi $V = 100cm^3$ bo'lgan kolbada $T = 300K$ temperaturada muayyan gaz saqlanmoqda. Agar sizib chiqish natijasida kolbadan 10^9 ta molekula chiqib ketsa, kolbadagi gaz bosimi P qanchaga pasayadi?

9.17. Sig'imi $V = 240cm^3$ bo'lgan kolbada $T = 290K$ temperatura va $P = 50kPa$ bosim ostida gaz bor. Gazning modda miqdori ν va uning molekulalar soni N aniqlansin.

9.18. Gazning bosimi $P = 1mPa$, molekulalarining konsentratsiyasi $n = 10^{17} m^{-3}$. 1) Gaz temperaturasi $T = 2l$ gaz molekulalari ilgarilanma harakat o'rtacha kinetik energiyasi $\langle \varepsilon_i \rangle$ aniqlansin.

9.19. $T = 600K$ temperaturadagi suv bug'lari molekulalari ilgarilanma harakati o'rtacha kinetik energiyasi $\langle \varepsilon_i \rangle$ va to'la kinetik energiyasining o'rtacha qiymati $\langle \varepsilon \rangle$ aniqlansin. Shuningdek, $\nu = 1kmol$ modda miqdoridagi barcha bug' molekulalari ilgarilanma harakat kinetik energiyasi W topilsin.

9.20. $T = 400K$ temperaturada geliy, kislorod hamda suv bug'ining bitta molekulasiga to'g'ri kelaligan to'la kinetik energiyaning o'rtacha qiymati $\langle \varepsilon \rangle$ aniqlansin.

9.21. $T = 1kK$ temperaturadagi azot molekulasining o'rta hisobda bitta erkinlik darajasiga to'g'ri keluvchi kinetik energiyasi $\langle \varepsilon_i \rangle$ va shuningdek, molekulaning ilgarilanma $\langle \varepsilon_{il} \rangle$, aylanma harakat $\langle \varepsilon_{ay} \rangle$ o'rtacha kinetik energiyalari hamda to'liq kinetik energiyalarining o'rtacha qiymati $\langle \varepsilon \rangle$ aniqlansin.

9.22. Agar $t = 20°C$ temperaturada to'yingan simob bug'larining bosimi $P = 0,13Pa$ bo'lsa, shu temperaturada simob bilan zaharlangan xonaning $V = 1m^3$ hajmidagi havosi tarkibida mavjud simob molekulalari soni N aniqlansin.

9.23. Shisha idishda yuqori vakuum hosil qilish uchun yutilgan gazlarni chiqarib tashlash maqsadida havoni so'rib olishda idishni qizdirish kerak. Agar barcha yutilgan gazlar devordan idishga o'tsa, radiusi $R = 10cm$ bo'lgan sferik idishdagi bosim qanchaga ko'tarilishi aniqlansin. Devordagi sferik idishdagi molekulalar qatlami monomolekulyar. Bitta molekulaning kesimi esa $\sigma = 10^{-15} cm^2$ deb hisoblansin. Gazni so'rib olish amalga oshirilayotgan paytdagi temperatura $T = 600K$.

9.24. Agar vodorodning dissotsiyalanish molyar energiyasi $W_m = 419\,kJ/mol$ bo'lsa, vodorodning qanday T temperaturasida molekulasining ilgarilanma harakat o'rtacha kinetik energiyasi $\langle \varepsilon_{il} \rangle$ ularni atomlarga ajratishga yetarli bo'lishi aniqlansin.

Izoh. Dissotsiyalanish molyar energiyasi deb moddа miqdori $\nu = 1$ mol bo'lgan gazning barcha molekulalarini dissotsiyalashi uchun sarflanadigan energiyaga aytiladi.

Molekulalarning tezliklari

9.25. Vodorod molekulasining o'rtacha arifmetik $\langle \vartheta \rangle$ va eng katta ehtimoliy ϑ_e tezliklari topilsin. Hisoblash temperaturaning uchta qiymati 1) $T = 20\,K$; 2) $T = 300\,K$; 3) $T = 5\,kK$ uchun bajarilsin.

9.26. Qanday T temperaturada geliy atomining o'rtacha kvadratik tezligi ikkinchi kosmik tezlik $\vartheta_2 = 11,2\,km/s$ ga teng bo'ladi?

9.27. Qanday T temperaturada kislorod molekulasi vodorod molekulasining $T = 100\,K$ temperaturada ega bo'ladigan $\langle \vartheta_{kv} \rangle$ o'rtacha kvadratik tezlikka ega bo'ladi?

9.28. Sig'imi $V = 4\,l$ bo'lgan kolbada $m = 0,6\,g$ massali ma'lum bir gaz $P = 200\,kPa$ bosim ostida saqlanmoqda. Gaz molekulalarining o'rtacha kvadratik tezligi $\sqrt{\langle \vartheta_{kv} \rangle}$ aniqlansin.

9.29. Idishdagi geliy va argon aralashmasining temperaturasi $T = 1,2\,kK$. Geliy va argon atomlarining o'rtacha kvadratik tezligi $\langle \vartheta_{kv} \rangle$ hamda o'rtacha kinetik energiyasi aniqlansin.

9.30. Havoda muallaq suzib yuruvchi mayda chang zarralari go'yoki juda katta molekulalar kabi harakatlanadi. Agar havoning temperaturasi $T = 300\,K$ bo'lsa, $m = 10^{-9}\,g$ massali chang zarrachasining o'rtacha kvadratik tezligi $\langle \vartheta_{kv} \rangle$ aniqlansin.

9.31. Kislorod molekulasining o'rtacha kvadratik tezligi $\langle \vartheta_{kv} \rangle$, kislorod molekulalarining orasida bo'lgan $m = 10^{-9}\,g$ massali chang zarrachasining o'rtacha kvadratik tezligidan necha marta katta bo'ladi?

9.32. Gaz molekulasining o'rtacha kvadratik tezligi $\langle \vartheta_{kv} \rangle = 2\,km/s$ bo'lsa, uning o'rtacha arifmetik tezligi $\langle \vartheta \rangle$ aniqlansin.

9.33. $T = 400\,K$ temperaturadagi vodorod molekulasining eng katta ehtimoliy tezligi ϑ_e aniqlansin.

10-§. STATISTIK FIZIKA ELEMENTLARI

Asosiy formulalar

• Bolsman taqsimoti (zarralarning kuch maydonidagi taqsimoti):

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{U}{kT}},$$

bu yerda n –zarralar konsentratsiyasi; U –ularning potensial energiyasi; n_0 – maydonning $U = 0$ bo'lgan nuqtalaridagi zarralar konsentratsiyasi; k–Bolsman doimiysi; T–termodinamik temperatura; e–natural logarifm asosi.

• Barometrik formula (bir jinsli og'irlik kuchi maydonida bosim taqsimoti):

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{\mu g z}{RT}} \text{ yoki } P = P_0 \cdot e^{-\frac{Mgz}{RT}},$$

bu yerda P–gaz bosimi; m–zarra massasi; M–molyar massa; Z–nolinchi deb qabul qilingan sathga nisbatan nuqtaning koordinatasi (balandligi); P_0–shu sathdagi bosim; g–erkin tushish tezlanishi; R–universal gaz doimiysi.

• Molekulani xarakterlovchi fizik kattalik x ning x dan $x + dx$ gacha qiymatlar oralig'ida yotish ehtimolligi[1]:

$$dF(x) = f(x)dx,$$

formula bilan aniqlanadi. Bu yerda $f(x)$–molekulalarning berilgan fizik kattalik x ning qiymatlari bo'yicha taqsimot funksiyasi (ehtimollik zichligi).

• Xarakterlovchi x fizik kattaliklarining qiymatlari x dan $x + dx$ gacha qiymatlar oralig'ida bo'lgan molekulalarning soni:

$$dN = N dF(x) = N f(x) dx.$$

• Maksvell taqsimoti (molekulalarning tezliklar bo'yicha taqsimoti) ikkita munosabat bilan ifodalanadi:

a) tezliklari ϑ dan $\vartheta + d\vartheta$ gacha chegarada bo'lgan molekulalar soni:

$$dN(\vartheta) = Nf(\vartheta)d\vartheta = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m\vartheta^2}{2kT}} \cdot \vartheta^2 d\vartheta,$$

bu yerda $f(\vartheta)$–molekulalarning tezlik modullari bo'yicha taqsimot funksiyasi bo'lib, molekulalar tezliklari ϑ dan $\vartheta + d\vartheta$ gacha oraliqda yotish ehtimolligi yoki shu interval kattaligiga hamda tezliklari ko'rsatilgan oraliqda yotuvchi molekulalar ulushini ifodalaydi; N–molekulalarning umumiy soni; m–molekulaning massasi.

[1] Keltirilgan formula, shuningdek, x fizik kattaligi x dan $x + dx$ gacha oraliqda bo'lgan molekulalar ulushini ham ifodalaydi.

b) nisbiy tezliklari u dan $u+du$ gacha oraliqda bo'lgan molekulalar soni:

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} Ne^{-u^2} u^2 du,$$

bu yerda $u = \vartheta / \vartheta_e$ –nisbiy tezlik, tezlik ϑ ning eng katta ehtimoliy tezlik ϑ_e ga nisbatiga teng (molekulalarning tezliklari haqida 9-§ ga qarang); $f(u)$– nisbiy tezliklar bo'yicha taqsimot funksiyasi.

• Molekulalarning impulslar bo'yicha taqsimoti. Impulslari p dan $p+dp$ gacha bo'lgan oraliqda joylashgan molekulalar soni:

$$dN(p) = Nf(p)dp = 4\pi N\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} p^2 dp,$$

bu yerda $f(p)$–impulslar bo'yicha taqsimot funksiyasi.

Molekulalarning energiyalar bo'yicha taqsimoti. Energiyalari ε dan $\varepsilon+d\varepsilon$ gacha bo'lgan oraliqda joylashgan molekulalar soni:

$$dN(\varepsilon) = Nf(\varepsilon)du = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N \frac{e^{-\varepsilon/kT}}{(kT)^{3/2}} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon,$$

bu yerda $f(\varepsilon)$ energiyalar bo'yicha taqsimot funksiyasi.

• Umumiy holda fizik kattalik x ning o'rtacha qiymati[10]:

$$\langle x \rangle = \frac{\int x \cdot f(x)}{\int f(x)}$$

taqsimot funksiyasi birga normallashtirilgan holda esa

$$\langle x \rangle = \int x \cdot f(x)dx,$$

bu yerda $f(x)$–taqsimot funksiyasi, integrallash esa x kattalikning barcha o'zgarishlar majmuasi bo'yicha olib boriladi. Masala uchun, molekulalar tezliklarining o'rtacha qiymati (ya'ni o'rtacha arifmetik tezlik:

$$\langle \vartheta \rangle = \int_0^\infty \vartheta \cdot f(\vartheta)d\vartheta,$$

o'rtacha kvadratik tezlik $\langle \vartheta_{kv} \rangle = \sqrt{\langle \vartheta^2 \rangle}$ bunda $\langle \vartheta^2 \rangle = \int_0^\infty \vartheta^2 \cdot f(\vartheta)d\vartheta$

molekula ilgarilanma harakatining o'rtacha kinetik energiyasi:

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^\infty \varepsilon \cdot f(\varepsilon)d\varepsilon$$

ifoda orqali aniqlanadi.

[10] O'rtacha qiymatlarni hisoblash uchun integrallar 2-jadvalda keltirilgan

• Vaqt birligida gazning bitta molekulasi to'qnashishlarining o'rtacha soni:

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 \cdot n \langle \vartheta \rangle,$$

bu yerda d –molekulaning effektiv diametri; n–molekulalar konsentratsiyasi; $\langle \vartheta \rangle$ –molekulalarning o'rtacha arifmetik tezligi.

• Gaz molekulalari erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi:

$$\langle \lambda \rangle = 1/(\sqrt{2}\pi d^2 n).$$

• Molekulalar sirt elementi orqali gazning bir qatlamidan boshqasiga ko'chiradigan impuls (harakat miqdori):

$$dK = -\eta \frac{d\vartheta}{dz} \Delta S dt,$$

bu yerda η –gazning dinamik qovushqoqligi; $\frac{d\vartheta}{dz}$ gaz qatlamlari oqish tezligi gradiyenti (ko'ndalang yo'nalishda); ΔS –sirt elementining yuzasi; dt –impuls ko'chirilish vaqti.

• Dinamik qovushqoqlik:

$$\eta = \frac{1}{3}\rho \langle \vartheta \rangle \langle \lambda \rangle,$$

bu yerda ρ –gazning (suyuqlikning) zichligi; $\langle \vartheta \rangle$ –gaz molekulalari tartibsiz (xaotik) harakati o'rtacha arifmetik tezligi; $\langle \lambda \rangle$ –ularning erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi.

• Nyuton qonuni:

$$F = \frac{dK}{dt} = -\eta \frac{d\vartheta}{dt} \Delta S,$$

bu yerda F –harakatlanuvchi gaz qatlamlari orasidagi ichki ishqalanish kuchi.

• Fur'e qonuni:

$$\Delta Q = -\chi \frac{dT}{dx} S \cdot \Delta t,$$

bu yerda ΔQ–issiqlik o'tkazuvchanlik natijasida, S–yuzali ko'ndalang kesim orqali Δt –vaqtda ichida o'tgan issiqlik miqdori: χ –issiqlik o'tkazuvchanlik; $\frac{dT}{dx}$ –temperatura gradiyenti.

• Gazning issiqlik o'tkazuvchanligi (issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti):

$$\chi = \frac{1}{3} c_v \rho \langle \vartheta \rangle \langle \lambda \rangle \text{ yoki } \chi = \frac{i}{6} km \langle \vartheta \rangle \langle \lambda \rangle = \eta c_v.$$

bu yerda c_v –gazning o'zgarmas hajmdagi solishtirma issiqlik sig'imi; ρ – gazning zichligi; $<\vartheta>$ –uning molekulasining o'rtacha arifmetik tezligi; $<\lambda>$ –molekulalar erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi.

• Fik qonuni:

$$\Delta m = -D\frac{dn}{dx} m_0 \cdot S \cdot \Delta t ,$$

bu yerda Δm –diffuziya natijasida S yuzali sirt orqali Δt vaqtda ko'chirilgan gazning massasi; D–diffuziya (diffuziya koeffitsiyenti); $\frac{dn}{dx}$–molekulalar konsentratsiyasi gradiyenti; m_0–bitta molekulaning massasi.

• Diffuziya (diffuziya koeffitsiyenti):

$$D = \frac{1}{3} <\vartheta><\lambda> .$$

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. $m = 10^{-16}$ g massali chang zarrachasi havoda muallaq turibdi. Havo qatlamining chang zarrachalari konsentratsiyasi 1% dan ko'pga farq qilmaydigan qalinligi aniqlansin. Butun hajmda havoning temperaturasi T bir xil va 300 K ga teng.

Yechish. Chang zarrachalarining muvozanatli taqsimotida ularning konsentratsiyasi faqatgina tik yo'nalgan o'q bilan mos keluvchi z ning koordinatasiga bog'liq bo'ladi. Bu holda chang zarrachalarining taqsimotiga Bolsman formulasini qo'llash mumkin:

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}} . \qquad (1)$$

Og'irlik kuchining bir jinsli maydonida $U = mgz$ bo'lganligidan,

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}} . \qquad (2)$$

Masalaning shartiga ko'ra, konsentratsiyaning Δh balandlik bo'yicha o'zgarishi n ga nisbatan kam ($\Delta h / n = 0{,}01$), shuning uchun ham konsentratsiyaning o'zgarishi Δn ni uncha katta bo'lmagan xatolik bilan differensial dn ga almashtirish mumkin.

(2) ifodani z bo'yicha differensiallab, quyidagini olamiz:

$$dn = -n_0 \frac{mg}{kT} e^{-\frac{mgz}{kT}} \cdot dz ,$$

$n = n_0 \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}}$ ga tengligidan

$$dn = -\frac{mg}{kT} n dz$$

Bundan bizni qiziqtiruvchi koordinata o'zgarishini topamiz:

$$dz = -\frac{kT}{mg}\frac{dn}{n} .$$

Manfiy ishora koordinataning musbat o'zgarishi ($dz>0$) nisbiy konsentratsiyaning kamayishiga ($dn<0$) mos kelishini ko'rsatadi. Manfiy ishorani tashlab yuboramiz (mazkur holda u ahamiyatga ega emas) va dz, dn differensiallarni Δz, Δn chekli orttirmalar bilan almashtiramiz:

$$\Delta z = -\frac{kT}{mg}\frac{\Delta n}{n} .$$

Bu formulaga kattaliklarning $\Delta n / n = 0{,}01$, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $T = 300$ K, $m = 10^{-13}$ kg, $g = 9{,}81$ m/s^2, qiymatlarini qo'yamiz va hisoblab, natijani topamiz:

$$\Delta z = 4{,}23 \text{ mm} .$$

Olingan natijadan ko'rinib turibdiki, hatto shunday kichik chang zarrachalarining ($m = 10^{-16}$ g) konsentratsiyasi ham balandlik o'zgarishi bilan juda tez o'zgarar ekan.

2-masala. Idishda modda miqdori $\nu = 1{,}2$ mol bo'lgan gaz saqlanadi. Bu gazni ideal gaz sifatida qarab, tezliklari ϑ eng katta ehtimoliy tezlik ϑ_e ning 0,001 qismidan kam bo'lgan molekulalar soni ΔN aniqlansin.

Yechish. Masalani yechish uchun molekulalarning nisbiy tezliklar $u = \vartheta / \vartheta_e$ bo'yicha taqsimotidan foydalanish qulay. Nisbiy tezliklari u dan $u + du$ gacha oraliqda joylashgan molekulalarning soni:

$$dN(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 du , \qquad (1)$$

formula bilan aniqlanadi. Bu yerda N–molekulalarning to'liq soni. Masalaning shartiga ko'ra, bizni qiziqtiradigan molekulalarning maksimal tezligi $\vartheta_{max} = 0{,}001\vartheta_e$ bundan $u_{max} = \vartheta_{max} / \vartheta_e = 0{,}001$. u ning bunday qiymatlari uchun (1) ifodani jiddiy qisqartirish mumkin. Chindan ham $u \ll 1$ uchun $e^{-u^2} = 1 - u^2$ ni olamiz.

$u^2 = (0{,}001)^2 = 10^{-6}$ qiymatni birga nisbatan e'tiborga olmay, (1) ifodani

$$dN(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N u^2 du , \qquad (2)$$

ko'rinishda yozamiz. Bu ifodani u bo'yicha 0 dan u_{max} gacha chegarada integrallab, quyidagini olamiz:

$$\Delta N = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\bar{u}} u^2 du = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \frac{\bar{u}^3}{3}. \qquad (3)$$

(3) dagi molekulalar soni N ni modda miqdori va Avogadro doimiysi orqali ifodalab, hisoblash formulasini topamiz:

$$\Delta N = \frac{4\nu N_A}{\sqrt{\pi}} \frac{\bar{u}^3}{3}. \qquad (4)$$

ν, N_A kattaliklarning qiymatlarini (4) ga qo'yib hisoblasak:

$$\Delta N = \frac{4 \cdot 1{,}2 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{3 \cdot 1{,}77} (10^3)^3 = 5{,}44 \cdot 10^{11} \text{ ta molekula.}$$

3-masala. Molekulalarning impulslar bo'yicha taqsimot funksiyasi $f(p)$ ni bilgan holda impuls kvadratining o'rtacha qiymati $< p^2 >$ aniqlansin.

Yechish. Impuls kvadratining o'rtacha qiymati $< p^2 >$ ni o'rtacha qiymatni hisoblashning umumiy qoidasiga binoan aniqlash mumkin:

$$< p^2 > = \frac{\int_0^\infty p^2 \cdot f(p) dp}{\int_0^\infty f(p) dp}. \qquad (1)$$

Molekulalarning impulslar bo'yicha taqsimot funksiyasi

$$f(p) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{2mkT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{p^2}{2mkT} \right) p^2 \qquad (2)$$

ko'rinishga ega. Bu taqsimot funksiyasi allaqachon birga normallashtirilgan, ya'ni $\int_0^\infty f(p) dp = 1$. Normallashtirishni hisobga olib, (1) formulani boshqacharoq ko'rinishda yozamiz:

$$< p^2 > = \int_0^\infty p^2 \cdot f(p) dp. \qquad (3)$$

$f(p)$ ning (2) formula bo'yicha ifodasini (3) formulaga qo'yamiz va p ga bog'liq bo'lmagan kattaliklarni integral belgisidan tashqariga chiqaramiz:

$$< p^2 > = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{2mkT} \right)^{3/2} \int_0^\infty p^4 \exp\left(-\frac{p^2}{2mkT} \right) dp.$$

Bu integralni jadval integrali ko'rinishiga keltirish mumkin (2-jadvalga qarang):

$$\int_0^\infty x^4 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} \alpha^{-5/2}.$$

bu yerda $\alpha = 1/(2mkT)$. Bizning holimizda bu quyidagini beradi:

$$< p^2 > = 4\pi \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{3/2} \cdot \frac{3}{8} \sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2mkT} \right)^{-5/2}.$$

soddalashtirish va qisqartirishlardan keyin quyidagini topamiz:

$$< p^2 > = 3mkT.$$

4-masala. Karbonat angidrid gazi molekulasi erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi $< \lambda >$ normal sharoitda 40 nm ga teng. Molekulaning o'rtacha arifmetik tezligi $< \vartheta >$ va 1 s davomida molekulaga urilishlar soni aniqlansin.

Yechish. Molekulaning o'rtacha arifmetik tezligi:

$$< \vartheta_{ar} > = \sqrt{8RT/(\pi M)},$$

formula bo'yicha aniqlanadi bunda M –moddaning molyar massasi.

Son qiymatlarni qo'yib, hisoblasak,

$$< \vartheta_{ar} > = 362 \text{ m/s}.$$

1s da molekula to'qnashishlarining o'rtacha soni $< z >$ molekulaning o'rtacha tezligi $< \vartheta >$ ning erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi M ga nisbati bilan aniqlanadi:

$$< z > = < \vartheta > / < \lambda >.$$

Bu formulaga $< \vartheta > = 362 \text{ m/s}$, $< \lambda > = 4 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ qiymatlarni qo'yib quyidagini olamiz:

$$< z > = 9{,}05 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}.$$

5-masala. Uzunliklari $l = 10 \text{ cm}$ dan bo'lgan ikkita yupqa devorli koaksial silindrlar umumiy o'qlari atrofida erkin aylanishadi. Katta silindrning radiusi $R = 5 \text{ cm}$. Silindrlar orasida o'lchami $d = 2 \text{ mm}$ bo'lgan tirqish bor.

Ikkala silindr ham normal sharoitda havoda turibdi. Ichki silindrni o'zgarmas $\nu_1 = 20 \text{ s}^{-1}$ chastota bilan aylantirildi. Tashqi silindr tormozlangan. Bo'shatilganidan qancha vaqt o'tganidan keyin tashqi silindr $\nu_2 = 1 \text{s}^{-1}$ aylanish chastotasiga ega bo'lishi aniqlansin. Hisoblashlarda silindrlar nisbiy tezliklarining o'zgarishi inobatga olinmasin. Tashqi silindrning massasi $m = 100 \text{ g}$.

Yechish. Ichki silindr aylanganda havo qatlami uning orqasidan ergashadi va aylanma harakatda qatnasha boshlaydi. Amalda bu silindr sirti yonidagi havo qatlami vaqt o'tishi bilan silindr sirtidagi nuqtalar tezligidek,

ya'ni $\vartheta = 2\pi\nu_1(R-d)$ chiziqli tezlikni oladi. $d \ll R$ ekanligidan, quyidagini taxminan yozish mumkin:

$$\vartheta \approx 2\pi\nu_1 R. \qquad (1)$$

Ichki ishqalanish natijasida impuls momenti gazning qo'shni qatlamlariga va pirovardida tashqi silindrga uzatiladi. t vaqt oralig'ida tashqi silindr $L = KR$ impuls momentini oladi, bunda K tashqi silindr Δt vaqtda olgan impuls. Bundan

$$K = \frac{L}{R}. \qquad (2)$$

Boshqa tomondan

$$K = \left|\eta \frac{d\vartheta}{dz} S \cdot \Delta t\right|, \qquad (3)$$

bu yerda η–dinamik qovushoqlik; $\frac{d\vartheta}{dz}$–tezlik gradiyenti; S–silindr sirtining yuzasi.

(2) va (3) ifodalarning o'ng tomonlarini tenglashtirib va topilgan tenglikdan izlanayotgan vaqt Δt ni ifodalab quyidagini olamiz:

$$\Delta t = \frac{L}{\left|\eta R \cdot \frac{d\vartheta}{dz} \cdot S\right|}. \qquad (4)$$

Bu formulaga kiruvchi L, $\frac{d\vartheta}{dz}$ va S kattaliklarni topamiz. Impuls momenti ($L = J\omega_1$). Bu yerda J–silindrning inersiya momenti ($J = mR^2$); m –uning massasi; ω_1–tashqi silindrning burchak tezligi ($\omega_1 = 2\pi\nu_1$). Buni hisobga olib, quyidagini yozamiz:

$$J = mR^2 \cdot 2\pi\nu_1 = 2\pi mR\nu_1$$

Tezlik gradiyenti:

$$\frac{d\vartheta}{dz} = \frac{\vartheta}{z} = \frac{\vartheta}{d}.$$

Silindrning yuzasi $S = 2\pi Rl$. L, $\frac{d\vartheta}{dz}$, S larning ifodalarini (4) ga qo'ysak,

$$\Delta t = \frac{md\nu_1}{\eta\vartheta l}.$$

Bu yerda ϑ ni (1) bo'yicha almashtirib, quyidagini topamiz:

bu yerda $a = 1/(2mkT)$. Bizning holimizda bu quyidagini beradi:

$$\langle p^2 \rangle = 4\pi\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2} \cdot \frac{3}{8}\sqrt{\pi}\left(\frac{1}{2mkT}\right)^{-5/2}.$$

soddalashtirish va qisqartirishlardan keyin quyidagini topamiz:

$$\langle p^2 \rangle = 3mkT.$$

4-masala. Karbonat angidrid gazi molekulasi erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi $\langle\lambda\rangle$ normal sharoitda 40 nm ga teng. Molekulaning o'rtacha arifmetik tezligi $\langle\vartheta\rangle$ va 1 s davomida molekulaga urilishlar soni aniqlansin.

Yechish. Molekulaning o'rtacha arifmetik tezligi:

$$\langle\vartheta_{ar}\rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)}.$$

formula bo'yicha aniqlanadi bunda M –moddaning molyar massasi.

Son qiymatlarni qo'yib, hisoblasak,

$$\langle\vartheta_{ar}\rangle = 362\,\text{m/s}.$$

1s da molekula to'qnashishlarining o'rtacha soni $\langle z\rangle$ molekulaning o'rtacha tezligi $\langle\vartheta\rangle$ ning erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi M ga nisbati bilan aniqlanadi:

$$\langle z\rangle = \langle\vartheta\rangle / \langle\lambda\rangle.$$

Bu formulaga $\langle\vartheta\rangle = 362\,\text{m/s}$, $\langle\lambda\rangle = 4\cdot10^{-8}\,\text{m}$ qiymatlarni qo'yib quyidagini olamiz:

$$\langle z\rangle = 9{,}05\cdot10^{9}\,\text{s}^{-1}.$$

5-masala. Uzunliklari $l = 10\,\text{cm}$ dan bo'lgan ikkita yupqa devorli koaksial silindrlar umumiy o'qlari atrofida erkin aylanishadi. Katta silindrning radiusi $R = 5\,\text{cm}$. Silindrlar orasida o'lchami $d = 2\,\text{mm}$ bo'lgan tirqish bor.

Ikkala silindr ham normal sharoitda havoda turibdi. Ichki silindrni o'zgarmas $\nu_1 = 20\,\text{s}^{-1}$ chastota bilan aylantirildi. Tashqi silindr tormozlangan. Bo'shatilganidan qancha vaqt o'tganidan keyin tashqi silindr $\nu_2 = 1\,\text{s}^{-1}$ aylanish chastotasiga ega bo'lishi aniqlansin. Hisoblashlarda silindrlar nisbiy tezliklarining o'zgarishi inobatga olinmasin. Tashqi silindrning massasi $m = 100\,\text{g}$.

Yechish. Ichki silindr aylanganda havo qatlami uning orqasidan ergashadi va aylanma harakatda qatnasha boshlaydi. Amalda bu silindr sirti yonidagi havo qatlami vaqt o'tishi bilan silindr sirtidagi nuqtalar tezligidek,

bu yerda $\omega = 1/(2mkT)$. Bizning holimizda bu quyidagini beradi:

$$< p^2 >= 4\pi\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2} \cdot \frac{3}{8}\sqrt{\pi}\left(\frac{1}{2mkT}\right)^{-5/2}.$$

soddalashtirish va qisqartirishlardan keyin quyidagini topamiz:

$$< p^2 >= 3mkT.$$

4-masala. Karbonat angidrid gazi molekulasi erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi $<\lambda>$ normal sharoitda 40 nm ga teng. Molekulaning o'rtacha arifmetik tezligi $<\vartheta>$ va 1 s davomida molekulaga urilishlar soni aniqlansin.

Yechish. Molekulaning o'rtacha arifmetik tezligi:

$$<\vartheta_{ar}>=\sqrt{8RT/(\pi M)}.$$

formula bo'yicha aniqlanadi bunda M –moddaning molyar massasi.

Son qiymatlarni qo'yib, hisoblasak,

$$<\vartheta_{ar}>=362\,\text{m/s}.$$

1s da molekula to'qnashishlarining o'rtacha soni $<z>$ molekulaning o'rtacha tezligi $<\vartheta>$ ning erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi M ga nisbati bilan aniqlanadi:

$$<z>=<\vartheta>/<\lambda>.$$

Bu formulaga $<\vartheta>=362\,\text{m/s}$, $<\lambda>=4\cdot10^{-8}\,\text{m}$ qiymatlarni qo'yib quyidagini olamiz:

$$<z>=9{,}05\cdot10^{9}\,\text{s}^{-1}.$$

5-masala. Uzunliklari $l=10\,\text{cm}$ dan bo'lgan ikkita yupqa devorli koaksial silindrlar umumiy o'qlari atrofida erkin aylanishadi. Katta silindrning radiusi $R=5\,\text{cm}$. Silindrlar orasida o'lchami $d=2\,\text{mm}$ bo'lgan tirqish bor.

Ikkala silindr ham normal sharoitda havoda turibdi. Ichki silindrni o'zgarmas $\nu_1=20\,\text{s}^{-1}$ chastota bilan aylantirildi. Tashqi silindr tormozlangan. Bo'shatilganidan qancha vaqt o'tganidan keyin tashqi silindr $\nu_2=1\,\text{s}^{-1}$ aylanish chastotasiga ega bo'lishi aniqlansin. Hisoblashlarda silindrlar nisbiy tezliklarining o'zgarishi inobatga olinmasin. Tashqi silindrning massasi $m=100\,\text{g}$.

Yechish. Ichki silindr aylanganda havo qatlami uning orqasidan ergashadi va aylanma harakatda qatnasha boshlaydi. Amalda bu silindr sirti yonidagi havo qatlami vaqt o'tishi bilan silindr sirtidagi nuqtalar tezligidek,

ya'ni $\vartheta=2\pi\nu_1(R-d)$ chiziqli tezlikni oladi. $d \ll R$ ekanligidan, quyidagini taxminan yozish mumkin:

$$\vartheta \approx 2\pi\nu_1 R. \qquad (1)$$

Ichki ishqalanish natijasida impuls momenti gazning qo'shni qatlamlariga va pirovardida tashqi silindrga uzatiladi. t vaqt oralig'ida tashqi silindr $L=KR$ impuls momentini oladi, bunda K tashqi silindr Δt vaqtda olgan impuls. Bundan

$$K=\frac{L}{R}. \qquad (2)$$

Boshqa tomondan

$$K=\left|\eta\frac{d\vartheta}{dz}S\cdot\Delta t\right|, \qquad (3)$$

bu yerda η –dinamik qovushoqlik; $\frac{d\vartheta}{dz}$ –tezlik gradiyenti; S–silindr sirtining yuzasi.

(2) va (3) ifodalarning o'ng tomonlarini tenglashtirib va topilgan tenglikdan izlanayotgan vaqt Δt ni ifodalab quyidagini olamiz:

$$\Delta t=\frac{L}{\left|\eta R\cdot\frac{d\vartheta}{dz}\cdot S\right|}. \qquad (4)$$

Bu formulaga kiruvchi L, $\frac{d\vartheta}{dz}$ va S kattaliklarni topamiz. Impuls momenti $(L=J\omega_2)$. Bu yerda J–silindrning inersiya momenti $(J=mR^2)$; m –uning massasi; ω_2–tashqi silindrning burchak tezligi $(\omega_2=2\pi\nu_2)$. Buni hisobga olib, quyidagini yozamiz:

$$J=mR^2\cdot2\pi\nu_2=2\pi mR\nu_2$$

Tezlik gradiyenti:

$$\frac{d\vartheta}{dz}=\frac{\vartheta}{z}=\frac{\vartheta}{d}.$$

Silindrning yuzasi $S=2\pi Rl$. L, $\frac{d\vartheta}{dz}$, S larning ifodalarini (4) ga qo'ysak,

$$\Delta t=\frac{md\nu_2}{\eta\vartheta l},$$

Bu yerda ϑ ni (1) bo'yicha almashtirib, quyidagini topamiz:

(1)ga kattaliklarning qiymatlarini qo'yamiz (P_1/P nisbatdagi bosimlarni kilopaskallarda ifodalash mumkin, bu oxirgi natijaga ta'sir ko'rsatmaydi):

$$\Delta h = \frac{8,31 \cdot \ln(101/79)}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}(1-5)\text{m} = -28,5\text{ m}.$$

«–» ishorasi $h_2 < h_1$ ekanligini bildiradi, demak, samolyot mo'ljallangan balandlikdan 28,5 m ga pasaygan.

Masalalar

Bolsman taqsimoti

10.1. Havoda muallaq turgan chang zarralari $m = 10^{-18}$ g massaga ega. Balandlik $\Delta h = 10\,m$ ga ortganda ularning konsentratsiyasi n necha marta kamayadi? Havoning temperaturasi $T = 300\,K$.

10.2. Har birining massasi $m = 10^{-17}$ g dan bo'lgan bir xil zarralar kuchlanganligi G=0,2 μ N/kg bo'lgan bir jinsli gravitatsion maydonda taqsimlangan. Bir-biridan $\Delta z = 10$ m uzoqlikda bo'lgan ekvipotensial sathlardagi zarralar konsentratsiyasining nisbati n_1/n_2 aniqlansin. Temperatura barcha qatlamlarda bir xil va $T = 300$ K deb hisoblanadi.

10.3. Havoda muallaq turgan chang zarralarining har biri $m = 1$ at.g (attogramm) massaga ega. $h_1 = 1$ m balandlikdagi chang zarralari konsentratsiyasi n_1 ning $h_2 = 0$ balandlikdagi konsentrasiyasi n_2 ga nisbati 0,787 ga teng. Havoning temperaturasi $T = 300$ K. Shu berilganlar asosida Avogadro doimiysi N_A ning qiymati topilsin.

10.4. Agar bir-biridan $\Delta z = 1$ m masofada joylashgan ikkita sathlardagi zarralar konsentratsiyalari nisbati n_1/n_2 ga teng bo'lsa, tashqi bir jinsli og'irlik kuchi maydonida bo'lgan zarraga ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin. Temperatura T hamma joyda bir xil va 300 K ga teng deb hisoblansin.

10.5. Kuzatuvchi Yer sirtidan $h = 100$ m balandlikka ko'tarilganda $P = 100$ kPa atmosfera bosimi qanchaga kamayadi? Havoning temperaturasi $T = 300$ K va balandlikka bog'liq emas deb hisoblansin.

10.6. Yer sirtidan qanday h balandlikda atmosfera bosimi uning sirtidagidan ikki marta kichik bo'ladi? Havoning temperaturasi $T = 290$ K va balandlikka bog'liq emas deb hisoblansin.

10.7. Uchayotgan vertolet kabinasidagi barometr $P = 90$ kPa bosimni ko'rsatmoqda. Agar uchish maydonchasida barometr $P_0 = 100$ kPa bosimni

ko'rsatgan bo'lsa, vertolet qanday balandlikda uchmoqda? Havoning temperaturasi $T = 290$ K va balandlikka bog'liq emas deb hisoblansin.

10.8. Bosimning $\Delta P = 100$ kPa ga o'zgarishiga mos keluvchi balandlikning o'zgarishi Δh quyidagi ikki hol uchun topilsin: 1) temperatura $T_1 = 290$ K va bosim $P_1 = 100$ kPa bo'lgan Yer sirti yaqinida; 2) temperatura $T_2 = 220$ K, bosim $P_2 = 25$ kPa bo'lgan biror balandlikda.

10.9. Uchayotgan samolyot kabinasidagi barometr hamma vaqt bir xil $P = 8$ kPa bosimni ko'rsatdi, shu sababli uchuvchi uchish balandligi h ni o'zgarmas deb hisobladi. Lekin, havoning temperaturasi $\Delta T = 1$ K ga o'zgardi. Uchuvchi balandlikni aniqlashda qanday Δh xatolikka yo'l qo'ygan? Temperatura balandlikka bog'liq emas va Yer sirtidagi bosim $P_0 = 100$ kPa deb hisoblansin.

10.10. Sentrifuganing rotori ω burchak tezlik bilan aylanmoqda. Bolsmanning taqsimot funksiyasidan foydalanib, sentrifuga rotorida joylashgan m massali zarrachalar konsentratsiyasi taqsimoti n ni aylanish o'qidan r masofa funksiyasi sifatida aniqlansin.

10.11. Rotorining radiusi $a = 0,5$ m bo'lgan sentrifugada $T = 300$ K temperaturada nisbiy molekulyar massasi $M_r = 10^3$ bo'lgan gazsimon modda bor. Agar rotor $\nu = 30\,s^{-1}$ chastota bilan aylanayotgan bo'lsa, rotor devorlari yonidagi va uning markazidagi molekulalar kontsentratsiyalari nisbati n_a/n_0 aniqlansin.

10.12. Radon bilan to'ldirilgan sentrifuganing rotori $\nu = 50\,s^{-1}$ chastota bilan aylanmoqda. Rotorning radiusi $a = 0,5$ m. Agar rotor markazidagi bosim P_0 normal atmosfera bosimiga teng bo'lsa, gazning rotor devorlariga ko'rsatadigan bosimi P aniqlansin. Temperatura butun hajm bo'yicha bir xil va $T = 300$ K deb hisoblansin.

10.13. Sentrifugada $T = 271$ K temperaturadagi muayyan gaz bor. $a = 0,4\,m$ radiusli sentrifuganing rotori ω=500 rad/s burchak tezlik bilan aylanmoqda. Agar rotor devori yaqinidagi bosim P uning markazdagi bosim P_0 dan 2,1 marta katta bo'lsa, gazning nisbiy molekulyar massasi M_r aniqlansin.

10.14. Radiusi $a = 0,4\,m$ bo'lgan ultratsentrifuganing rotori $T = 3$ kK temperaturadagi xlor atomlari bilan to'ldirilgan. Xlor ikkita izotopdan iborat: ^{35}Cl va ^{37}Cl. ^{37}Cl izotopi atomlarining ulushi $\omega_1 = 0,25$. Agar rotor $\omega = 10^4$

rad/s burchak tezlik bilan aylantirilsa, rotor devorlari yaqinidagi izotoplar atomlari ulushlari ω_1' va ω_2' aniqlansin.

Molekulalarning tezliklar va impulslar bo'yicha taqsimoti

10.15. Molekulalarning tezliklar bo'yicha taqsimot funksiyasidan foydalanib, eng katta ehtimoliy tezlik formulasi keltirib chiqarilsin.

10.16. Molekulalarning tezliklar bo'yicha taqsimot funksiyasidan foydalanib molekulalarning nisbiy tezliklar u $(u = \vartheta / \vartheta_*)$ bo'yicha taqsimotini ifodalovchi funksiya keltirib chiqarilsin.

10.17. Ideal gaz muayyan molekulasining $1/2\vartheta_*$ tezlikdan ko'pi bilan 1% ga farq qiladigan tezlikka ega bo'lish ehtimolligi W qanday?

10.18. Ideal gaz muayyan molekulasining $2\vartheta_*$ tezlikdan ko'pi bilan 1% ga farq qiladigan tezlikka ega bo'lish ehtimolligi W topilsin.

10.19. Molekulalarning tezliklar bo'yicha taqsimot funksiyasidan ϑ tezliklari eng katta ehtimolli tezlik ϑ_* dan juda kichik bo'lgan molekulalar ulushi ω ni aniqlovchi formula keltirib chiqarilsin.

10.20. Tezliklari noldan to eng katta ehtimolli tezlik ϑ_* ning yuzdan bir ulushigacha bo'lgan oraliqda yotuvchi ideal gaz molekulalarining nisbiy soni ω aniqlansin.

10.21. Molekulalarning tezliklar bo'yicha taqsimot funksiyasidan foydalanib ularning o'rtacha arifmetik tezligi $<\vartheta_*>$ aniqlansin.

10.22. Molekulalarning tezliklar bo'yicha taqsimot funksiyasidan foydalanib o'rtacha kvadratik tezlik $<\vartheta_{kv}>$ aniqlansin.

10.23. $<1/\vartheta>$ va $1/<\vartheta>$ o'rtacha qiymatlardan qaysi biri katta ekanligi aniqlansin va ularning nisbati k topilsin.

10.24. Effuzion oqishda[17] molekulalar dastasidagi molekulalarning tezliklar bo'yicha taqsimoti Maksvell taqsimotidan farq qiladi va $f(\vartheta)d\vartheta = C\cdot\exp\left(-m\vartheta^2/(2kT)\right)\vartheta^3 d\vartheta$ ko'rinishga ega. Normallashtirish shartidan C koeffitsiyent aniqlansin.

10.25. Muayyan molekulyar dastadagi molekulalarning tezliklar bo'yicha taqsimot funksiyasi $f(\vartheta)d\vartheta = \frac{m^2}{2k^2T^2}\cdot\exp\left(-m\vartheta^2/(2RT)\right)\vartheta^3$ dan:

1) eng katta ehtimolli tezlik ϑ_*

[17] Gazning molekulalarning erkin yugurish yo'li uzunligidan kichik tirqish orqali oqishiga effuzion oqish deyiladi

2) o'rtacha arifmetik tezlik $<\vartheta>$ uchun ifodalar topilsin.

10.26. Normal sharoitdagi vodorod $V = 1\,cm^3$ hajmni egallab turibdi. Shu hajmda biror $\vartheta_{min} = 1$ m/s dan kichik tezlikka ega bo'lgan molekulalar soni N aniqlansin.

10.27. Ideal gaz molekulalarining eng katta ehtimolli impulsi p_* formulasi chiqarilsin.

10.28. Impulslari eng katta ehtimoliy impuls p_* ga aniq teng bo'lgan ideal gaz molekulalarining soni N topilsin.

10.29. Ideal gaz molekulasi impulsining tashkil etuvchisining o'rtacha qiymati $<p_x>$ ni aniqlovchi formula chiqarilsin.

10.30. Temperatura bir foizga o'zgarganda ideal gaz molekulasi impulsining eng katta ehtimolli qiymati p_* necha foizga o'zgaradi?

10.31. Energiyasi eng katta ehtimoliy energiyaga teng bo'lgan ideal gaz molekulasi impulsining ifodasi topilsin.

Molekulalarning kinetik energiyalar bo'yicha taqsimoti

10.32. Molekulalarning ilgarilanma harakat o'rtacha kinetik energiyasi ε_* ifodasi topilsin. Molekulalarning energiyalar bo'yicha taqsimot funksiyasi ma'lum deb hisoblansin.

10.33. Molekulalarning energiyalar bo'yicha taqsimoti formulasi molekulalarning nisbiy energiyalar $\omega(\omega = \varepsilon_i / <\varepsilon_i>)$ bo'yicha taqsimotini ifodalovchi formulaga aylantirilsin. Bunda ε_i –molekulalar ilgarilanma harakatining kinetik energiyasi; $<\varepsilon_i>$ –ilgarilanma harakatining o'rtacha kinetik energiyasi.

10.34. Bir xil temperaturada energiyasi molekula ilgarilanma harakat o'rtacha energiyasi $<\varepsilon_i>$ dan 1% dan ko'p farq qilmaydigan ideal gaz molekulalarining ulushi ω aniqlansin.

10.35. ε energiyasi kT dan ko'p marta kichik bo'lgan molekulalarning ulushi ϑ ni aniqlovchi formula keltirib chiqarilsin. Molekulalarning energiya bo'yicha taqsimot funksiyasi ma'lum deb hisoblansin.

10.36. Energiyalari $\varepsilon_1 = 0$ dan $\varepsilon_2 = 0{,}01\,kT$ gacha oraliqda joylashgan molekulalarning ulushi ϑ aniqlansin.

10.37. Energiyalari 0 dan biror ε gacha oraliqda yotgan molekulalarning soni molekulalar umumiy sonining 0,1 % ini tashkil qiladi. ε ning kattaligi kT ulushlarida aniqlansin.

10.38. Molekulalarning energiyalar bo'yicha taqsimot funksiyasi ma'lum deb hisoblab, energiyasi E molekulalarning issiqlik harakat energiyasidan juda ko'p bo'lgan molekulalar ulushi ω ni aniqlovchi formula keltirib chiqarilsin.

10.39. Energiyasi biror ε_1 qiymatdan ko'p bo'lgan molekulalar soni molekulalar umumiy sonining 0,1 qismini tashkil qiladi. $\varepsilon_1 >> kT$ deb hisoblab, ε_1 ning kattaligi kT ulushlarida aniqlansin.

Ko'rsatma. Hosil bo'lgan transsendent tenglama grafik usulda yechilsin.

10.40. Molekulalarning energiyalar bo'yicha taqsimot funksiyasidan foydalanib energiyaning eng katta ehtimoliy qiymati ε_e aniqlansin.

10.41. Molekulalarning kinetik energiyalar bo'yicha taqsimot funksiyasi $f(\varepsilon)d\varepsilon$ molekulalarning nisbiy kinetik energiyalar bo'yicha taqsimot funksiyasi $f(\theta)d\theta$ ga o'zgartirilsin (bunda $\theta = \varepsilon/\varepsilon_e$, ε_e -molekulalar kinetik energiyasining eng katta ehtimolli qiymati).

10.42. Kinetik energiyasi energiyaning eng katta ehtimolli qiymati ε_e dan ko'pi bilan 1% ga farq qiladigan ideal gaz molekulalarining nisbiy soni topilsin.

10.43. Kinetik energiyalari noldan $0,01\,\varepsilon_e$ ga teng qiymatgacha oraliqda joylashgan ideal gaz molekulalarining nisbiy soni ω aniqlansin (ε_e – molekulalar kinetik energiyasining eng katta ehtimoliy qiymati).

10.44. Impulslari impulsning eng katta ehtimoliy qiymati p_e ga teng bo'lgan ideal gaz molekulalarining kinetik energiyalari uchun ifoda topilsin.

10.45. Agar gazning temperaturasi T ikki marta ortsa ideal gaz molekulalarining energiyalar bo'yicha taqsimot funksiyasi $f(\varepsilon)$ ning maksimum qiymati necha marta o'zgaradi? Yechim grafik bilan tushuntirilsin.

10.46. Bir xil temperaturada ideal gaz molekulalari ilgarilanma harakatining o'rtacha kinetik energiyasi $<\varepsilon_i>$ ilgarilanma harakat kinetik energiyasining eng katta ehtimoliy qiymati ε_e dan necha martaga farq qilishi aniqlansin.

Erkin yugurish yo'li uzunligi va molekulalarning to'qnashishlar soni

10.47. $P = 0,1$ Pa bosim va $T = 100$ K temperaturada vodorod molekulalari erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi topilsin.

10.48. Agar gazning temperaturasi $T = 300$ K bo'lsa, qanday P bosimda azot molekulalari erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi $<\lambda>=1$ m bo'ladi?

10.49. $V = 10\,l$ sig'imli ballonda massasi $m = 1$ g bo'lgan vodorod saqlanadi. Molekulalar erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi $<\lambda>$ aniqlansin.

10.50. $T = 280$ K temperaturada azot saqlanayotgan $d = 20$ mm diametrli kolbada hosil qilingan $P = 100$ μPa bosimli vakuumni yuqori vakuum deb hisoblash mumkinmi?

10.51. Agar molekulalari erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi $<\lambda>=1$ cm bo'lsa, siyraklashgan vodorodning zichligi aniqlansin.

10.52. Normal sharoitda $t = 1$ s davomida kislorod molekulasining to'qnashishlar o'rtacha soni $<z>$ topilsin.

10.53. Normal sharoitda $V = 1\,\text{mm}^3$ hajmni egallab turgan vodorodning barcha molekulalari orasida $t = 1$ s davomida bo'ladigan hamma urilishlar soni Z topilsin.

10.54. Gaz razryadli trubkada $T = 300$ K temperatura va $P = 1$ Pa bosimda neon bor. $t = 1$ s vaqtda yuzasi $S = 1\,\text{cm}^2$ bo'lgan disk shakliga ega katodga uriluvchi neon atomlarining soni Z topilsin.

10.55. $T = 250$ K temperatura va $P = 100$ Pa bosim ostidagi kislorod molekulasi erkin yugurishining o'rtacha davom etishi $<\tau>$ topilsin.

10.56. Ushbu: 1) izoxorik; 2) izotermik jarayonlari uchun ideal gaz molekulalari erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi $<\lambda>$ ning P bosimga bog'liqligi topilsin. Bu bog'lanishlar grafiklarda tasvirlansin.

10.57. 1) Izoxorik; 2) izotermik jarayonlar uchun ideal gaz molekulalari erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi $<\lambda>$ ning T temperaturaga bog'liqligi topilsin. Bu bog'lanishlar grafiklarda tasvirlansin.

10.58. 1) Izoxorik, 2) izotermik jarayonlar uchun ideal gaz molekulasi 1 s da to'qnashishlari o'rtacha soni $<z>$ ning P bosimga bog'liqligi topilsin. Bu bog'lanishlar grafiklarda tasvirlansin.

10.59. 1) Izoxorik; 2) izobarik jarayonlar uchun ideal gaz molekulasi 1 s da to'qnashishlari o'rtacha soni $<z>$ ning T temperaturaga bog'liqligi topilsin. Bu bog'lanishlar grafiklarda tasvirlansin.

Ko'chish hodisalari: diffuziya, qovushoqlik, issiqlik o'tkazuvchanlik

Issiqlik oqimining zichligi q hisoblansin. Hisoblash geliyning bosimi P: 1) 0,1 MPa ga; 2) 1 MPa ga teng hollar uchun bajarilsin.

10.80.* $T = 373\,\text{K}\,(100^{\circ}\text{C})$ temperatura sharoitidagi suv to'yingan bug'ining issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti χ aniqlansin. Suv bug'i molekulalari effektiv diametri d=0.30 nm ga teng.

10.81.* $T = 300\ K$ temperatura va $P = 10^{5}\ Pa$ bosim ostidagi azot molekulalari orasidagi o'rtacha to'qnashishlar vaqti $\langle \tau \rangle$ aniqlansin.

10.82.* $T = 320$ K temperatura sharoitida argon gazi mavjud. Azot molekulalarining bosimi P qanday bo'lganda, bitta argon atomi o'rtacha 1000 marta to'qnashishlarni sodir qiladi.

10.83.* Normal sharoitda idish ichida xlor gazi mavjud. Qanday τ vaqt ichida xlor molekulasi o'zining boshlang'ich vaziyatidan L=1 cm masofaga siljiydi?

10.84.* Kub shaklidagi V=1l hajmli idish suv bilan to'ldirilgan. Idish ichidagi suvga tuz (NaCl) bo'lagi tashlandi. Suvda bir jinsli tuz konsentratsiyasi hosil bo'lishi uchun qancha τ vaqt talab qilinadi? NaCl molekulalarining o'rtacha issiqlik harakati tezligi $\langle \vartheta \rangle = 300\,\text{m/s}$ va suv molekulalari orasidagi o'rtacha d masofa 0.3 nm ga teng deb olinsin.

10.85.* Idish ichida mavjud bo'lgan kislorodning zichligi $\rho = 1\,\text{kg/m}^3$ ga teng. O'zining boshlang'ich vaziyatidan L=1 mm masofaga siljishi vaqtida to'qnashuvchi bitta kislorod molekulasining o'rtacha to'qnashishlar soni $\langle z \rangle$ aniqlansin.

10.86.* Tezlashtirilgan neytron, molekulalari tarkibida vodorod bo'lgan suyuqlik ichiga kirib, issiqlik tezligigacha tez sekinlashtiradi $(\vartheta = 300\,\text{m/s})$ Issiq neytronlar suyuqlikda, to ular vodorod yadrolari protonlar bilan to'la tutib qolingunlaricha diffuziyalandi. Neytronlarning protonlar tomonidan tutib qolinishi effektiv kesimi $\sigma = 0.3$ *barn* ga teng. Molekula tarkibiga kirgan boshqa atomlar yadrolari tomonidan neytronlarning tutib qolinishini e'tiborga olmasdan quyidagi suyiqliklarda issiq neytronlarning yashah vaqti τ hisoblansin (qavs ichida ularning kimyoviy formulasi va zichligi berilgan): 1) suv (H_2O, $\rho = 10^3\ \text{kg/m}^3$); 2) etanol ($C_2H_6O$, $\rho = 0.81 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$); 3) glitsirin ($\text{kg/m}^3\ C_3H_8O_3$, $\rho = 1.3 \cdot 10^3$); 4) geksan (C_6H_{14}, $\rho = 0.71 \cdot 10^3$ kg/ m^3); C_8H_{18}, $\rho = 0.72 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$).

11-§. TERMODINAMIKANING FIZIK ASOSLARI

Asosiy formulalar

• Gazning molyar (C_m) va solishtirma (c) issiqlik sig'imlari orasidagi bog'lanish:

$$C_m = cM,$$

bu yerda M–gazning molyar massasi.

O'zgarmas hajmdagi va o'zgarmas bosimdagi molyar issiqlik sig'imlari[18] mos ravishda quyidagilarga teng:

$$C_V = iR/2;\ C_p = (i+2)R/2$$

bu yerda i–erkinlik darajalasi; R–universal gaz doimiysi.

• O'zgarmas hajmdagi va o'zgarmas bosimdagi solishtirma issiqlik sig'imlari:

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M},\ c_p = \frac{i+2}{2}\cdot\frac{R}{M}.$$

• Mayer tenglamasi:

$$C_p - C_V = R.$$

• Adiabata ko'rsatkichi:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} \text{ yoki } \gamma = \frac{c_p}{c_V} \text{ yoki } \gamma = \frac{i+2}{i}.$$

• Ideal gazning ichki energiyasi:

$$U = N\langle \varepsilon \rangle > \text{yoki } U = \nu C_V T.$$

bu yerda $\langle \varepsilon \rangle$–molekulaning o'rtacha kinetik energiyasi; N–gaz molekulalari soni; ν–modda miqdori (mollar soni).

• Gaz hajmining o'zgarishi bilan bog'liq bo'lgan ish umumiy holda quyidagi formulaga muvofiq hisoblanadi:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV.$$

bu yerda V_1–gazning boshlang'ich hajmi; V_2–uning oxirgi hajmi.

Xususiy hollar:

a) izobarik jarayonda (P=const):

$$A = P(V_2 - V_1);$$

[18] Bu yerda va bundan keyin o'zgarmas bosimdagi va o'zgarmas hajmdagi molyar issiqlik sig'imlarini belgilashda ko'rsatkichlar bilan yozishni soddalashtirish maqsadida «m» harfini yozmaymiz.

b) izotermik jarayonda (T=const):

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

c) adiabatik jarayonda:

$$A = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2) \text{ yoki } A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right].$$

bu yerda T_1–gazning boshlang'ich temperaturasi; T_2–uning oxirgi temperaturasi.

•Puasson tenglamasi (adiabatik jarayonda gaz holati tenglamasi):

$$PV^{\gamma} = const.$$

• Adiabatik jarayonda gaz holati parametrlarining boshlang'ich va oxirgi qiymatlari orasidagi munosabatlar:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma}; \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}; \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(\gamma - 1)/\gamma}.$$

Termodinamikaning birinchi qonuni umumiy holda quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$Q = \Delta U + A,$$

bu yerda Q–gazga berilgan issiqlik miqdori; ΔU –uning ichki energiyasining o'zgarishi; A–gazning tashqi kuchlarga qarshi bajargan ishi.

Izojarayonlarda sistemaga berilgan issiqlik Q, gazning ichki energiyasini o'zgarishi ΔU va tashqi kuchlarga qarshi bajargan ishi A quyidagiga teng:

a) izobarik jarayonda (P=const):

$$Q = \frac{m}{M} C_p (T_2 - T_1), \ \Delta U = \frac{m}{M} C_v (T_2 - T_1)$$

$$A = P(V_2 - V_1) \text{ yoki } A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$$

b) izoxorik jarayonda (V=const):

$$Q = \frac{m}{M} C_v (T_2 - T_1), \Delta U = \frac{m}{M} C_v (T_2 - T_1), A = 0;$$

c) izotermik jarayonda (ΔT=const):

$$Q = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \Delta U = 0, A = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1};$$

d) adiabatik jarayonda (Q=0):

$$Q = 0, \Delta U = \frac{m}{M} C_v (T_2 - T_1)$$

$$A = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2) \text{ yoki } A = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

• Entalpiya va uning o'zgarishi:

$$H = U + PV, \Delta H = \Delta U + P\Delta V = Q \ (P = \text{const bo'lganda})$$

$$\Delta H = \Delta U + V\Delta P \qquad (V = \text{const bo'lganda})$$

• Entropiyaning o'zgarishi:

a) qaytar jarayonlarda:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \text{ va } S_B - S_A = \int_A^B \frac{\delta Q}{T};$$

b) qaytmas jarayonlarda:

$$dS > \frac{\delta Q}{T} \text{ va } S_B - S_A > \int_A^B \frac{\delta Q}{T},$$

bu yerda S_A va S_B–sistemaning boshlang'ich va oxirgi holatlari entropiyasi.

• Umumiy holda, siklning foydali ish koeffitsiyenti (FIK):

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

bu yerda Q_1–ishchi jism (gaz) isitgichdan olgan issiqlik miqdori; Q_2–ishchi jism sovutgichga bergan issiqlik miqdori. Karno siklining FIK:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \text{ yoki } \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

bu yerda T_1–isitgichning temperaturasi; T_2–sovutgichning temperaturasi.

• Bolsman formulasi:

$$S = k \ln W,$$

bu yerda S–sistemaning entropiyasi; W–sistema holatining termodinamik ehtimolligi; k–Bolsman doimiysi.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Neon va vodorodlarni ideal gaz deb hisoblab, ularning o'zgarmas hajm (c_v) va bosim (c_p) dagi solishtirma issiqlik sig'imlari hisoblansin.

Yechish. Ideal gazlarning solishtirma issiqlik sig'imlari:

$$c_V = \frac{i}{2}\cdot\frac{R}{M}, \quad (1)$$

$$c_P = \frac{i+2}{2}\cdot\frac{R}{M}, \quad (2)$$

formulalar bilan ifodalanadi. Neon (bir atomli gaz) uchun $i_1 = 3$, $M_1 = 20\cdot10^{-3}$ kg/mol. i_1, M_1 va R larning qiymatlarini (1) va (2) formulalarga qo'yib hisoblasak:

$$c_{V_1} = 624\ \text{J/(kg·K)};\ c_{P_1} = 1{,}04\ \text{kJ/(kg·K)}.$$

Vodorod (ikki atomli gaz) uchun $i_2 = 5$; $M_2 = 2\cdot10^{-3}\ kg/mol$.

(1) va (2) formulalar bo'yicha hisoblash vodorodning solishtirma issiqlik sig'imlari uchun quyidagi qiymatlarni beradi:

$$c_{V_2} = 10{,}4\ \text{kJ/(kg·K)};\ c_{P_2} = 14{,}6\ \text{kJ/(kg·K)}.$$

2-masala. Neon va vodorod aralashmasining solishtirma issiqlik sig'imlari C_V va C_P lar hisoblansin. Gazlarning massaviy ulushlari mos ravishda ω_1=0,8 va ω_2=0,2. Gazlarning solishtirma issiqlik sig'imlarining qiymatlari 1-masaladan olinsin.

Yechish. Aralashmaning o'zgarmas hajmdagi solishtirma issiqlik sig'imi C_V ni quyidagi mulohazalardan topamiz. Aralashmani ΔT ga isitish uchun zarur bo'lgan issiqlik miqdorini ikkita munosabat orqali ifodalaymiz:

$$Q = C_V(m_1 + m_2)\cdot\Delta T,$$

bu yerda C_V–aralashmaning solishtirma issiqlik sig'imi; m_1–neonning massasi; m_2–vodorodning massasi;

$$Q = (C_{V_1}\cdot m_1 + C_{V_2}m_2)\cdot\Delta T,$$

bu yerda C_{V_1} va C_{V_2} mos ravishda neon va vodorodning solishtirma issiqlik sig'imlari.

(1) va (2) ifodalarning o'ng tomonlarini tenglashtirib va hosil qilingan tenglikning ikkala qismini ham ΔT ga bo'lib, quyidagini topamiz:

$$C_V(m_1 + m_2) = C_{V_1}m_1 + C_{V_2}m_2.$$

Bundan

$$C_V = C_{V_1}\frac{m_1}{m_1 + m_2} + C_{V_2}\frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

$\omega_1 = m_1/(m_1 + m_2)$ va $\omega_2 = m_2/(m_1 + m_2)$ munosabatlar mos ravishda neonning va vodorodning massaviy ulushlarini ifodalaydi. Bu belgilashlarni hisobga olsak, oxirgi formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$C_V = C_{V_1}\omega_1 + C_{V_2}\omega_2.$$

Bu formulaga kattaliklarning son qiymatlarini qo'ysak,

$$C_V = 2{,}58\ kJ/(kg\cdot K).$$

Shunday mulohazalar yuritib, aralashmaning o'zgarmas bosimdagi solishtirma issiqlik sig'imini hisoblash formulasini ham olamiz:

$$C_P = C_{P_1}\omega_1 + C_{P_2}\omega_2.$$

Bu formula bo'yicha hisoblash o'tkazsak,

$$C_P = 3{,}73\ kJ/(kg\cdot K).$$

3-masala. m=0,2 kg massali vodorod o'zgarmas bosimda $t_1 = 0\ ^\circ C$ temperaturadan to $t_2 = 100\ ^\circ C$ temperaturagacha qizdirilganda oladigan issiqlik miqdori aniqlansin. Shuningdek, gaz ichki energiyasining o'zgarishi va bajargan ish topilsin.

Yechish. Izobarik qizdirishda gaz oladigan issiqlik miqdori:

$$Q = mc_P\Delta T, \quad (1)$$

formula bo'yicha aniqlanadi; bunda m–qizdirilayotgan gazning massasi; c_P–uning o'zgarmas bosimdagi solishtirma issiqlik sig'imi; ΔT–gaz temperaturasining o'zgarishi.

Ma'lumki, $c_P = \frac{i+2}{2}\cdot\frac{R}{M}$. c_P ning bu ifodasini (1) formulaga qo'ysak,

$$Q = m\frac{i+2}{2}\frac{R}{M}\Delta T.$$

Bu formula bo'yicha hisoblash o'tkazsak,

$$Q = 291kJ.$$

Ichki energiya $U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT$ formula bilan ifodalanadi, binobarin, ichki energiyaning o'zgarishi

$$\Delta U = \frac{i}{2}\cdot\frac{m}{M}R\Delta T.$$

Bu formulaga kattaliklarning son qiymatlarini qo'yib hisoblashni bajarsak,

$$\Delta U = 208kJ.$$

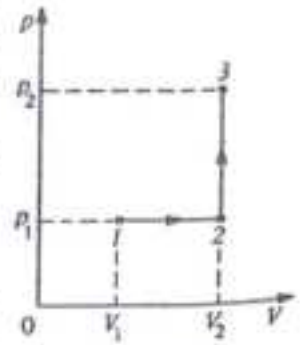
Gazning kengayishdagi ishini termodinamikaning birinchi qonunini ifodalovchi formula $Q = \Delta U + A$ dan aniqlaymiz:

$$A = Q - \Delta U .$$

Q va ΔU larning qiymatlarini o'rniga qo'ysak, A=83 kJ.

4-masala. Kislorod $V_1 = 1\text{m}^3$ hajmni egallagan va $P_1 = 200\,\text{kPa}$ bosim ostida turibdi. Gazni oldin o'zgarmas bosimda $V_2 = 3\text{m}^3$ hajmgacha, so'ngra esa o'zgarmas hajmda $P_2 = 500\,\text{kPa}$ bosimgacha qizdirdilar. Jarayonning grafigi tuzilsin va: 1) gaz ichki energiyasining o'zgarishi ΔU; 2) u bajargan ish A; 3) gazga berilgan issiqlik miqdori Q topilsin.

Yechish. Jarayonning grafigini tuzamiz (11.1-rasm). Grafikda 1, 2, 3 nuqtalar bilan gazning (P_1, V_1, T_1), (P_2, V_2, T_2), (P_3, V_3, T_3) parametrlar bilan xarakterlanuvchi holatlari belgilangan.



11.1-rasm

1. Gazning 1 va 3 holatga o'tishida ichki energiyasining o'zgarishi

$$\Delta U = c_v m \Delta T$$

formula bilan ifodalanadi; bunda c_v –gazning o'zgarmas hajmdagi solishtirma issiqlik sig'imi; m–gaz massasi; ΔT–oxirgi 3 va boshlang'ich 1 holatlarga mos keluvchi temperaturalar farqi, ya'ni . $\Delta T = T_3 - T_1$, $c_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}$ bo'lganligidan (bunda M–gazning molyar massasi),

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R(T_3 - T_1). \qquad (1)$$

T_1 va T_3 temperaturalarni Mendeleyev–Klapeyron formulasi $\left(PV = \frac{m}{M} RT\right)$ dan ifodalaymiz:

$$T_1 = \frac{MP_1V_1}{mR}; \quad T_3 = \frac{MP_2V_2}{mR}.$$

Bu tengliklarni hisobga olib, (1) ni

$$\Delta U = \frac{i}{2}(P_2V_2 - P_1V_1),$$

ko'rinishda yozamiz. Bunga kattaliklarning qiymatlarini qo'yamiz (kislorod ikki atomli gaz bo'lganligi uchun i=5 ligini hisobga olamiz) va hisoblaymiz:

$$\Delta U = 3{,}25\,\text{MJ}.$$

2. Gaz bajargan to'la ish $A = A_1 + A_2$, bunda A_1 ish 1–2 qismdagi ish; A_2 ish 2–3 qismdagi ish.

1–2 qismda bosim o'zgarmas (P=const). Bu holda $A_1 = P_1\Delta V = P_1(V_2 - V_1)$ formula bilan ifodalanadi. 2–3 qismda gazning hajmi o'zgarmaydi va demak, bu qismda gazning ishi nolga teng ($A_2 = 0$). Shunday qilib,

$$A = A_1 = P_1(V_2 - V_1).$$

Bu formulaga fizik kattaliklarning qiymatlarini qo'yib, hisoblasak:

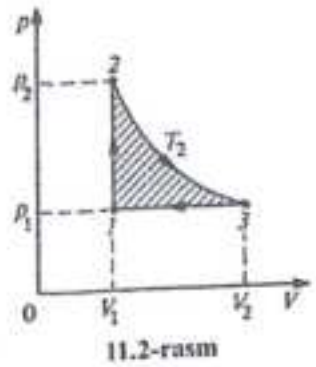
$$A = 0{,}4\,\text{MJ}.$$

3. Termodinamikaning birinchi qonuniga muvofiq gazga berilgan issiqlik miqdori Q gaz bajargan ish A va ichki energiyaning o'zgarishi ΔU ning yig'indisiga teng:

$$Q = A + \Delta U \text{ yoki } Q = 3{,}65\,\text{MJ}.$$

5-masala. Modda miqdori $\nu = 1\text{mol}$ bo'lgan ikki atomli ideal gaz $P_1 = 250kPa$ bosim ostida $V_1 = 10l$ hajmni egallab turibdi. Oldiniga, gazni $T_2 = 400K$ temperaturagacha izoxorik ravishda qizdirildi. Keyin esa izotermik kengaytirib, uni boshlang'ich bosimgacha olib borildi. Bundan keyin izobarik siqish yo'li bilan gazni boshlang'ich holatga qaytarildi. Siklning termik FIK η aniqlansin.

Yechish. Ko'rgazmalilik uchun oldin izoxora, izoterma va izobaralardan iborat siklning grafigini tuzaylik. P, V koordinatalarda bu sikl 11.2-rasmda tasvirlangandek ko'rinishga ega. Siklning xarakterli nuqtalarini 1, 2, 3 bilan belgilaymiz.



11.2-rasm

Istalgan siklning termin FIK

$\eta = (Q_1 - Q_2)/Q_1$ yoki $\eta = 1 - Q_2/Q_1$ (1)

ifoda bilan aniqlanadi, bunda Q_1–sikl davomida gazning isitgichdan olgan issiqlik miqdori; Q_2–sikl davomida gazning sovutgichga bergan issiqlik miqdori.

Issiqlik miqdorlarining farqi $Q_1 - Q_2$–sikl davomida gaz bajargan A ishga teng bo'lishini ta'kidlaymiz. P, V koordinatalardagi grafikda (11.2-rasm) bu ish sikl yuzasi bilan ifodalanadi (sikl yuzasi shtrixlangan).

Ishchi modda (gaz) Q_1 issiqlik miqdorini ikkita qismda oladi: $Q_{1\cdot2}$, 1-2 qismda (izoxorik jarayon) va $Q_{2\cdot3}$ 2-3 qismda (izotermik jarayon). Shunday qilib, $Q_2 = Q_{1\cdot2} + Q_{2\cdot3}$.

Gaz izoxorik jarayonda olgan issiqlik miqdori

$$Q_{1\cdot2} = C_v \nu (T_2 - T_1),$$

bunda C_v–gazning o'zgarmas hajmdagi molyar issiqlik sig'imi; ν–modda miqdori. Gazning boshlang'ich holatdagi temperaturasi T_1 ni Klapeyron–Mendeleyev tenglamasidan foydalanib topamiz:

$$T_1 = P_1 V_1 / (\nu R).$$

Son qiymatlarini qo'yib, hisoblasak,

$$T_1 = \frac{260 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 8,31} K = 300K.$$

Izotermik jarayonda gaz olgan issiqlik miqdori

$$Q_{2\cdot3} = \nu R T_2 \ln(V_2 / V_1),$$

bunda V_2–gazning T_2 temperatura va P_2 bosimda egallagan hajmi (grafikda 3 nuqta)

3-1 qismda gaz

$$Q_2 = Q_{3\cdot1} = C_p \nu (T_2 - T_1),$$

issiqlik miqdorini beradi; bunda C_p–izobarik jarayonda gazning molyar issiqlik sig'imi.

Q_2 va Q_1 larning topilgan qiymatlarini (1) formulaga qo'yamiz:

$$\eta = 1 - \frac{\nu \cdot C_p (T_2 - T_1)}{\nu C_p (T_2 - T_1) + \nu R T_2 \ln(V_2 / V_1)}.$$

Hosil qilingan ifodadagi hajmlar nisbati V_2 / V_1 ni Gey-Lyussak qonuniga muvofiq temperaturalar nisbati bilan almashtiramiz ($V_2 / V_1 = T_2 / T_1$) va C_v hamda C_p larni molekulalarning erkinlik darajalari orqali ifodalaymiz: $\left[C_v = iR/2, C_p = (i+2)R/2\right]$. U holda ν va R/T ga qisqartirishdan so'ng quyidagini olamiz:

$$\eta = 1 - \frac{(i+2)(T_2 - T_1)}{i(T_2 - T_1) + 2T_2 \ln(T_2 / T_1)}.$$

i, T_1, T_2 va R larning qiymatlarini qo'yib, hisoblasak,

$$\eta = 1 - \frac{(5+2)(400+300)}{5(400-300) + 2 \cdot 400 \cdot \ln(400/300)} = 0,041 \text{ yoki } 4,1\%.$$

6-masala. Silindrda porshen ostida $T_1 = 300K$ temperaturada massasi $m = 0,02$ kg bo'lgan vodorod bor. Vodorod adiabatik ravishda kengaya boshlab o'z hajmini besh martaga orttirdi. So'ngra esa, izotermik ravishda siqilib gaz hajmi besh martaga kamaydi. Adiabatik kengayishning oxiridagi temperatura T_2 va gaz bajargan ish A topilsin. Jarayon grafik ravishda tasvirlansin.

Yechish. Adiabatik jarayonni amalga oshirayotgan gazning temperaturalari va hajmlari o'zaro

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1},$$

munosabat orqali bog'langan, bunda γ–adiabata ko'rsatkichi (ikki atomli vodorod gazi uchun $\gamma = 1,4$).

Bundan oxirgi temperatura T_2 uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Berilgan kattaliklarning son qiymatlarini qo'yib, quyidagini topamiz:

$$T_2 = 300\left(\frac{1}{5}\right)^{1,4-1} K = 300\left(\frac{1}{5}\right)^{0,4} K.$$

Hosil qilingan ifodaning ikki tomonini ham logarifmlaymiz:

$$\lg T_2 = \lg 300 + 0,4(\lg 1 - \lg 5) = 2,477 + 0,4(-0,699) = 2,477 - 0,280 = 2,197$$

$\lg T_2$ ni bilgan holda antilogarifmlar jadvalidan T_2 ning izlanayotgan qiymatini topamiz:

$$T_2 \approx 157 \text{ K}.$$

Gazning adiabatik kengayishidagi A_1 ishi

$$A_1 = \frac{m}{M} c_v (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_1 - T_2),$$

formulaga muvofiq aniqlanadi. Bunga kattaliklarning son qiymatlarini qo'yib hisoblasak,

$$A_1 = \frac{0,02}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{5}{2} 8,31(300 - 157) J = 29,8 \cdot 10^3 J = 29,8 kJ$$

Gazning izotermik siqilishidagi A_2 ishi

$$A_2 = RT_2 (m/M) \ln(V_2 / V_1),$$

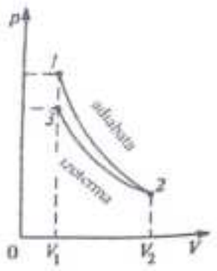
formula bilan ifodalanadi. Bu formula bo'yicha hisoblash o'tkazsak,

$$A_2 = -21 \text{kJ}.$$

Manfiy ishora gaz siqilganda ish tashqi kuchlar tomonidan bajarilishini ko'rsatadi. Ko'rilgan jarayonlarda gaz bajargan to'la ish

$$A = A_1 + A_2 = 29,8kJ + (-21kJ) = 8,8kJ.$$

Jarayonning grafigi 11.3-rasmda keltirilgan.



11.3-rasm

7-masala. Teskari Karno sikli bo'yicha ishlaydigan issiqlik mashinasining isitgichi $t_1 = 200\ C$ temperaturaga ega. Agar isitgichdan $Q_1 = 1\ J$ issiqlik miqdori olinganda mashina A=0,4 J ish bajarsa sovutgichning temperaturasi T_2 aniqlansin. Ishqalanishda va issiqlik berishdagi yo'qotishni hisobga olimang.

Yechish. Sovutgichning temperaturasini Karno sikli bo'yicha ishlaydigan mashinalarning termik FIK ini $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$ ifodadan foydalanib topamiz. Bundan

$$T_2 = T_1(1-\eta). \qquad (1)$$

Issiqlik mashinasining termik FIK mexanik ishi A ga aylantirilgan issiqlik miqdorining issiqlik mashinasining ishchi jismi tashqi muhitdan (isitgichdan) oladigan issiqlik miqdori Q_1 ga nisbatini ifodalaydi, ya'ni $\eta = A/Q_1$ Bu ifodani (1)formulaga qo'yib, quyidagini topamiz:

$$T_2 = T_1(1 - A/Q_1). \qquad (2)$$

$T_1 = 473$ K ekanligini hisobga olib, (2) formula bo'yicha hisoblasak.

$$T_2 = 284\ \text{K}.$$

8-masala. Massasi m=100 g bo'lgan suvni t_1=0°C temperaturadan t_2=100°C temperaturagacha qizdirishda va suvning shunday temperaturali bug'ga aylanishida entropiyaning o'zgarishi ΔS topilsin.

Yechish. Suvning qizishida entropiyaning o'zgarishi ΔS' va uni bug'ga aylanishida entropiyaning o'zgarishi ΔS'' ni alohida-alohida topamiz. Entropiyaning to'liq o'zgarishi ΔS' va ΔS'' larning yig'indisi kabi ifodalanadi.

Ma'lumki, entropiyaning o'zgarishi

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_0^2 \frac{dQ}{T} \qquad (1)$$

umumiy formula bilan ifodalanadi.

Qizdirilayotgan jism temperaturasining cheksiz kichik dT o'zgarishiga $dQ = mcdT$ issiqlik miqdori sarflanadi, bunda m–jism massasi, c–uning

solishtirma issiqlik sig'imi. dQ ning ifodasini (1) formulaga qo'yib, suvning qizishida entropiyaning o'zgarishini hisoblash uchun formulani topamiz:

$$\Delta S' = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mcdT}{T}.$$

O'zgarmas kattaliklarni integral belgisidan tashqariga chiqaramiz va integrallaymiz:

$$\Delta S' = mc\ln(T_2/T_1).$$

Hisoblashlarni bajarsak.

$$\Delta S' = 132\ \text{J/K}.$$

Suvning shunday temperaturali bug'ga aylanishida entropiyaning o'zgarishini (1) formulaga binoan hisoblaganda o'zgarmas temperatura T integral belgisidan tashqariga chiqariladi. Integralni hisoblab, quyidagini topamiz:

$$\Delta S'' = \frac{1}{T}\int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}. \qquad (2)$$

bunda Q-qizdirilgan suvning shunday temperaturali bug'ga aylanishida berilgan issiqlik miqdori.

(2) tenglikka issiqlik miqdorining $Q = rm$ ifodasini qo'yib (bunda r–bug' hosil bo'lishining solishtirma issiqligi), quyidagini olamiz:

$$\Delta S'' = \frac{rm}{T}. \qquad (3)$$

(3) formula bo'yicha hisoblash o'tkazsak.

$$\Delta S'' = 605J/K.$$

Suvning qizishida va keyin uning shunday temperaturali bug'ga aylanishida entropiyaning to'liq o'zgarishi

$$\Delta S = \Delta S' - \Delta S'' = 737\ \text{J/K}.$$

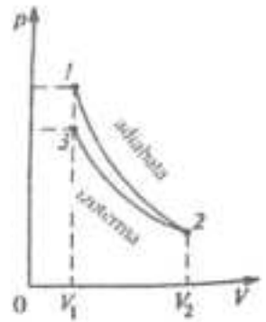
9-masala. Massasi m=10g bo'lgan kislorodning $V_1 = 25\ l$ hajmdan $V_2 = 100\ l$ hajmgacha izotermik ravishda kengayishida entropiyaning o'zgarishi ΔS aniqlansin.

Yechish. Jarayon izotermik bo'lganligidan entropiyaning umumiy $\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$ ifodasida temperatura integral belgisidan tashqariga chiqariladi. Buni bajarib quyidagini olamiz:

Manfiy ishora gaz siqilganda ish tashqi kuchlar tomonidan bajarilishini ko'rsatadi. Ko'rilgan jarayonlarda gaz bajargan to'la ish

$$A = A_1 + A_2 = 29,8kJ + (-21kJ) = 8,8kJ.$$

Jarayonning grafigi 11.3-rasmda keltirilgan.



11.3-rasm

7-masala. Teskari Karno sikli bo'yicha ishlaydigan issiqlik mashinasining isitgichi $t_1 = 200\ C^\circ$ temperaturaga ega. Agar isitgichdan $Q_1 = 1\ J$ issiqlik miqdori olinganda mashina A = 0,4 J ish bajarsa sovutgichning temperaturasi T_2 aniqlansin. Ishqalanishda va issiqlik berishdagi yo'qotishni hisobga olimang.

Yechish. Sovutgichning temperaturasini Karno sikli bo'yicha ishlaydigan mashinalarning termik FIK ini $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$ ifodadan foydalanib topamiz. Bundan

$$T_2 = T_1(1-\eta). \qquad (1)$$

Issiqlik mashinasining termik FIK mexanik ishi A ga aylantirilgan issiqlik miqdorining issiqlik mashinasining ishchi jismi tashqi muhitdan (isitgichdan) oladigan issiqlik miqdori Q_1 ga nisbatini ifodalaydi, ya'ni $\eta = A/Q_1$ Bu ifodani (1)formulaga qo'yib, quyidagini topamiz:

$$T_2 = T_1(1 - A/Q_1). \qquad (2)$$

$T_1 = 473$K ekanligini hisobga olib, (2) formula bo'yicha hisoblasak.

$$T_2 = 284\ \text{K}.$$

8-masala. Massasi m=100 g bo'lgan suvni t_1=0°C temperaturadan t_2=100°C temperaturagacha qizdirishda va suvning shunday temperaturali bug'ga aylanishida entropiyaning o'zgarishi ΔS topilsin.

Yechish. Suvning qizishida entropiyaning o'zgarishi ΔS' va uni bug'ga aylanishida entropiyaning o'zgarishi ΔS'' ni alohida-alohida topamiz. Entropiyaning to'liq o'zgarishi ΔS' va ΔS'' larning yig'indisi kabi ifodalanadi.

Ma'lumki, entropiyaning o'zgarishi

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \qquad (1)$$

umumiy formula bilan ifodalanadi.

Qizdirilayotgan jism temperaturasining cheksiz kichik dT o'zgarishiga $dQ = mcdT$ issiqlik miqdori sarflanadi, bunda m–jism massasi, c–uning

solishtirma issiqlik sig'imi. dQ ning ifodasini (1) formulaga qo'yib, suvning qizishida entropiyaning o'zgarishini hisoblash uchun formulani topamiz:

$$\Delta S' = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mcdT}{T}.$$

O'zgarmas kattaliklarni integral belgisidan tashqariga chiqaramiz va integrallaymiz:

$$\Delta S' = mc\ln(T_2/T_1).$$

Hisoblashlarni bajarsak.

$$\Delta S' = 132\ \text{J/K}.$$

Suvning shunday temperaturali bug'ga aylanishida entropiyaning o'zgarishini (1) formulaga binoan hisoblaganda o'zgarmas temperatura T integral belgisidan tashqariga chiqariladi. Integralni hisoblab, quyidagini topamiz:

$$\Delta S'' = \frac{1}{T}\int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}. \qquad (2)$$

bunda Q-qizdirilgan suvning shunday temperaturali bug'ga aylanishida berilgan issiqlik miqdori.

(2) tenglikka issiqlik miqdorining $Q = rm$ ifodasini qo'yib (bunda r–bug' hosil bo'lishining solishtirma issiqligi), quyidagini olamiz:

$$\Delta S'' = \frac{rm}{T}. \qquad (3)$$

(3) formula bo'yicha hisoblash o'tkazsak.

$$\Delta S'' = 605J/K.$$

Suvning qizishida va keyin uning shunday temperaturali bug'ga aylanishida entropiyaning to'liq o'zgarishi

$$\Delta S = \Delta S' - \Delta S'' = 737\ \text{J/K}.$$

9-masala. Massasi m=10g bo'lgan kislorodning $V_1 = 25\ l$ hajmdan $V_2 = 100\ l$ hajmgacha izotermik ravishda kengayishida entropiyaning o'zgarishi ΔS aniqlansin.

Yechish. Jarayon izotermik bo'lganligidan entropiyaning umumiy $\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$ ifodasida temperatura integral belgisidan tashqariga chiqariladi. Buni bajarib quyidagini olamiz:

$$\Delta S = \frac{1}{T}\int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}. \qquad (1)$$

Gaz olgan issiqlik miqdori Q ni termodinamikaning birinchi qonunidan topamiz: $Q = \Delta U + A$. Izotermik jarayon uchun $\Delta U = 0$, binobarin,

$$Q = A, \qquad (2)$$

bu jarayon uchun esa ish

$$A = \frac{m}{M} RT \ln(V_2/V_1), \qquad (3)$$

formula bilan aniqlanadi.

(2) va (3) hisobga olinganda (1) quyidagi ko'rinishni oladi

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right). \qquad (4)$$

(4) ga son qiymatlarni qo'yib hisoblasak,

$\Delta S = (10 \cdot 10^{-3} / (32 \cdot 10^{-3})) \cdot 8,31 \ln(100 \cdot 10^{-3} / (25 \cdot 10^{-3})) J/K = 3,60 J/K$.

Masalalar

Ideal gazning issiqlik sig'imi

11.1. 1) Geliy; 2) vodorod; 3) karbonat angidrid gazlarining solishtirma issiqlik sig'imlari c_v va c_p lar hisoblansin.

11.2. Muayyan ikki atomli gazning solishtirma issiqlik sig'imlari farqi $c_p - c_v = 260$ J/(kg·K). Gazning molyar massasi M va uning solishtirma issiqlik sig'imlari, c_v va c_p lar, topilsin.

11.3. Tarkibida m=10 g massali kislorod va m=20 g massali azot bo'lgan gaz aralashmasining solishtirma issiqlik sig'imlari c_v va c_p qanday bo'ladi?

11.4. Tarkibida V_1=5l vodorod va V_2=3l geliy bo'lgan gaz aralashmasining solishtirma issiqlik sig'imi c_v aniqlansin. Gazlar bir xil sharoitda turibdi.

11.5. Agar birinchi tashkil etuvchisining modda miqdori v_1=2 mol, ikkinchisiniki esa v_2=4 mol bo'lsa, kislorod va azot aralashmasining solishtirma issiqlik sig'imi c_p aniqlansin.

11.6. Ballonda argon va azot bor. Agar argon (ω_1) va azotning (ω_2) massaviy ulushlari bir xil bo'lib, ω=0,5 ga teng bo'lsa, bu gazlar aralashmasining solishtirma issiqlik sig'imi c_v aniqlansin.

11.7. Gaz aralashmasi bir xil sharoitlarda va teng hajmlarda olingan xlor hamda kripton gazlaridan iborat. Aralashmaning solishtirma issiqlik sigimi c_p aniqlansin.

11.8. Agar aralashmadagi gazlarning modda miqdorlari bir xil va v ga teng bo'lsa, ksenon va kislorod aralashmasining solishtirma issiqlik sig'imi c_v aniqlansin.

11.9. Tarkibida m_1=10 g massali geliy va m_2=4 g massali vodorod bo'lgan gaz aralashmasi uchun adiabata ko'rsatkichi γ topilsin.

11.10. Gaz aralashmasi bir xil sharoitlarda va bir xil hajmlarda olingan argon hamda azot gazlaridan tashkil topgan. Bunday aralashmaning adiabata ko'rsatkichi γ aniqlansin.

11.11. Agar aralashmadagi har ikkala gazning massa ulushlari[19] bir xil va ω=0,5 bo'lsa, vodorod va neon aralashmasining adiabata ko'rsatkichi γ topilsin.

11.12. Agar aralashmadagi gazlarning modda miqdorlari bir xil bo'lib, v ga teng bo'lsa, kislorod hamda argondan iborat gazlar aralashmasining adiabata ko'rsatkichi γ topilsin.

11.13. Gaz holatidagi vodorodning dissotsiyalanish darajasi[20] α =0,6. Shunday qisman dissotsiyalangan vodorodning solishtirma issiqlik sig'imi C_v topilsin.

11.14. Dissotsiyalanish darajasi α=0,4 bo'lgan qisman dissotsiyalangan gaz holatidagi azotning adiabata ko'rsatkichi γ aniqlansin.

11.15. Qisman dissotsiyalangan gaz holatidagi xlorning adiabata ko'rsatkichi γ=1,55 bo'lsa, bunday gazning dissotsiyalanish darajasi α aniqlansin.

11.16. Massasi m=160 g bo'lgan kislorodni ΔT =12 K ga qizdirishda Q = 1,76 kJ issiqlik miqdori sarflanadi. Jarayon qanday kechgan: o'zgarmas hajmdami yoki o'zgarmas bosimdami?

11.17. Gazni adiabatik siqish jarayonida uning hajmi n=10 marta kamaydi, bosimi esa k=21,4 marta ortdi. Gaz solishtirma issiqlik sig'imlarining nisbati c_p/c_V aniqlansin.

Gaz kengayishining ishi

[19] 9-mavzudagi asosiy formulalarga qarang

[20] 9.11 masalaga qarang

11.18. Massasi m=4 g bo'lgan vodorod o'zgarmas bosim ostida T=10 K ga qizdirilgan. Gaz kengayishida bajarilgan ish A aniqlansin.

11.19. $V_1 = 12l$ hajmni egallagan $P_1 = 100kPa$ bosim ostidagi gaz $T_1 = 300K$ temperaturadan $T_2 = 400K$ temperaturagacha izobarik ravishda qizdirildi. Gaz kengayishida bajarilgan ish A aniqlansin.

11.20. Agar m=5 g massali vodorod T=290 K temperaturada izotermik ravishda kengayganda uning hajmi uch marta oshgan bo'lsa, bu jarayonda qanday A ish bajarilgan?

11.21. Massasi m=1 kg bo'lgan kislorodni adiabatik siqishda A=100 kJ ish bajarildi. Agar siqilguncha kislorod temperaturasi $T_1 = 300K$ bo'lgan bo'lsa, gazning oxirgi temperaturasi T_2 aniqlansin.

11.22. Agar massasi m=4 g bo'lgan vodorod adiabatik kengayganda uning temperaturasi ΔT =10 K ga pasaysa, adiabatik kengayishda bajarilgan ish A aniqlansin.

11.23. Massasi m=2 g bo'lgan $T_1 = 300K$ temperaturadagi azot shunday adiabatik siqilganki, bunda uning hajmi n=10 marta kamaygan. Gazning oxirgi temperaturasi T_2 va siqish ishi A aniqlansin.

11.24. P=1,2 MPa bosim ostida V_1 =1l hajmni egallagan kislorod V_2=10 l hajmgacha adiabatik kengaydi. Gaz keygayishida bajarilgan ish A aniqlansin.

Termodinamikaning birinchi qonuni

11.25. ΔT=150 K ga qizdirilgan m=5 kg massali azot V hajmini o'zgarmas saqladi. 1) Gazga berilgan issiqlik miqdori Q; 2) ichki energiyaning o'zgarishi ΔU; 3) gaz bajargan ish A topilsin.

11.26. Vodorod P_1=100 kPa bosimda $V_1 = 10m^3$ hajmni egallaydi. Gaz o'zgarmas hajmda P_2=300 kPa bosimgacha qizdirildi. 1) Gazning ichki energiyasining o'zgarishi ΔU; 2) gaz bajargan A ish: 3) gazga berilgan issiqlik miqdori Q aniqlansin.

11.27. Hajmi V=50l bo'lgan kislorodni izoxorik ravishda qizdirilganda uning bosimi ΔP =0,5 MPa ga o'zgardi. Gazga berilgan issiqlik miqdori Q topilsin.

11.28. V=20l sig'imli idishda T=300 K temperatura va P=0,4 MPa bosim ostida vodorod saqlanmoqda. Agar gazga $Q = 6kJ$ issiqlik miqdori berilsa, uning temperaturasi T_1 va bosimi P_1 qanday bo'ladi?

11.29. O'zgarmas P=80 kPa bosimdagi kislorod qizdirilmoqda. Uning hajmi $V_1 = 1m^3$ dan to $V_2 = 3m^3$ gacha ortdi. 1) Kislorodning ichki energiyasining ortishi ΔU; 2) kengayishida bajargan ishi A; 3) gazga berilgan issiqlik miqdori Q aniqlansin.

11.30. Azot o'zgarmas bosim ostida qizdirildi va bu jarayonda unga $Q = 21kJ$ issiqlik miqdori berildi. Gaz bajargan ish A va uning ichki energiyasi o'zgarishi ΔU aniqlansin.

11.31. m=2 kg massali kislorod $P_1 = 0,2MPa$ bosim ostida $V_1 = 1m^3$ hajmni egallab turibdi. Gaz dastlab o'zgarmas bosimda $V_2 = 3m^3$ hajmgacha, so'ngra o'zgarmas hajmda $P_3 = 0,5MPa$ bosimgacha qizdirildi. 1) Gazning ichki energiyasi o'zgarishi ΔU; 2) u bajargan ish A; 3) gazga berilgan issiqlik miqdori Q topilsin. Jarayonning grafigi chizilsin.

11.32. m=1 g massali geliy o'zgarmas P bosimda T=100 K ga qizdirildi. 1) Gazga berilgan issiqlik miqdori Q; 2) kengayish ishi A; 3) gaz ichki energiyasining o'zgarishi ΔU aniqlansin.

11.33. Izobarik jarayonda ideal gazga berilgan Q_1 issiqlik miqdorining qanday ω_1 ulushi gaz ichki energiyasining ΔU ortishiga va qanday ω_2 ulushi kengayish ishi A ga sarflanadi? Gaz: 1) bir atomli; 2) ikki atomli va 3) uch atomli bo'lgan hollar qaralsin.

11.34. Suv bug'i o'zgarmas bosimda kengaymoqda. Agar bug'ga $Q = 4kJ$ issiqlik miqdori berilgan bo'lsa, kengayish ishi A aniqlansin.

11.35. m=200g massali azot T=280 K temperaturada izotermik kengaymoqda va bunda gazning hajmi ikki marta ortdi. 1) Gaz ichki energiyasining o'zgarishi ΔU; 2) gaz kengayishida bajarilgan ish A; 3) gaz olgan issiqlik miqdori Q topilsin.

11.36. Silindrdagi porshen ostida $V_1 = 1,2m^3$ hajmni egallagan T=560 K temperaturali m=0,6 kg azot bor. Issiqlik miqdori uzatilishi natijasida gaz kengayib, $V_2 = 4,2m^3$ hajmni egalladi va bu jarayonda temperatura o'zgarmay qoldi. 1) Gaz ichki energiyasining o'zgarishi ΔU; 2) u bajargan ish A; 3) gazga berilgan issiqlik miqdori topilsin.

11.37. m=10 g massali vodorod ΔT=200 K ga qizdirildi va bu jarayonda unga $Q = 40kJ$ issiqlik miqdori berildi. Gaz ichki energiyasining o'zgarishi ΔU va u bajargan ish A topilsin.

11.38. T=280 K temperaturali m=1 g massali vodorod izotermik ravishda kengayganda uning hajmi uch marta ortdi. Gaz kengayishining ishi A va gaz olgan issiqlik miqdori Q aniqlansin.

11.39. $P_1 = 0{,}2$ MPa bosim ostida $V_1 = 10l$ hajmni egallagan azot $V_2 = 28l$ hajmgacha izotermik kengaydi. Gaz kengayishining ishi A va gaz olgan issiqlik miqdori Q aniqlansin.

11.40. Modda miqdori ν=1 mol bo'lgan T=300 K temperaturadagi kislorod izotermik kengayganda unga Q=2 kJ issiqlik miqdori berildi. Gazning hajmi necha marta ortgan?

11.41. Agar T=280 K temperatura va P_1=0,1 MPa bosim ostidagi m=1g massali azot P_2=1 MPa bosimgacha izotermik siqilsa qancha issiqlik miqdori Q ajraladi?

11.42. Vodorod kengayayotib A=6 kJ ish bajaradi. Agar jarayon: 1) izobarik; 2) izotermik ravishda kechgan bo'lsa, gazga uzatilgan issiqlik miqdori Q aniqlansin.

11.43. Avtomobil shinasiga T_1=290 K temperaturada P_1=220 kPa bosimgacha dam urishgan. Harakat paytida u T_2=330 K temperaturagacha qizidi va yorildi. Shina yorilgandan keyin ro'y bergan jarayonni adiabatik deb hisoblab undan chiqqan havo temperaturasining o'zgarishi ΔT aniqlansin. Tashqi havo bosimi P_0=100 kPa.

11.44. Boshlang'ich temperaturasi $T_1 = 320K$ bo'lgan kislorodning adiabatik kengayishida ichki energiyasi ΔU =8,4 kJ ga kamaydi, hajmi esa n=10 marta oshdi. Kislorodning massasi m aniqlansin.

11.45. Normal sharoitda vodorod $V_1 = 100\ m^3$ hajmni egallaydi. U adiabatik ravishda $V_2 = 150\ m^3$ hajmgacha kengaytirilganda ichki energiyasining o'zgarishi ΔU topilsin.

11.46. Silindrdagi porshen ostida T_1=300 K temperaturada m=0.02 kg massali vodorod bor. Vodorod dastlab adiabatik ravishda kengayib o'z hajmini besh marta orttirdi, so'ngra izotermik ravishda siqildi va bunda gazning hajmi besh marta kamaydi. Adiabatik kengayish oxiridagi temperatura T_2 va gaz bajargan to'la ish A topilsin. Jarayon grafik ravishda tasvirlansin.

11.47. Adiabatik siqilish natijasida m=20 g massali kislorodning ichki energiyasi ΔU =8 kJ ga ortdi va temperaturasi T_2=900 K gacha ko'tarildi.

1) temperaturaning ortishi ΔT; 2) agar boshlang'ich bosim P_1=200 kPa bo'lsa, gazning oxirgi bosimi P_2 topilsin

11.48. $V_1 = 10l$ hajmni egallagan P_1=100 kPa bosim ostidagi havo $V_2 = 1l$ hajmgacha adiabatik siqildi. Siqilishdan keyin havo qanday P_2 bosim ostida bo'ladi?

11.49. Dizel dvigatelidagi yoqilg'i aralashmasi T_2=1,1 kK temperaturada alangalanadi. Aralashmaning boshlang'ich temperaturasi T_1=350 K. Alangalanishi uchun siqishda aralashma hajmini necha marta kamaytirish kerak? Siqish adiabatik deb hisoblansin. Aralashma uchun adiabata ko'rsatkichi γ =1.4 deb qabul qilinsin.

11.50. Massasi m=400 g bo'lgan karbonat angidrid gazi CO_2 o'zgarmas bosim ostida T=50 K ga qizdirildi. Gazning ichki energiyasining o'zgarishi ΔU, gaz olgan issiqlik miqdori Q va u bajargan ish A aniqlansin.

11.51. t_1 =100°C temperaturadan to t_2 =20°C temperaturagacha sovutilgan m=800 g massali kislorod V hajmini o'zgarmas saqladi. 1) Gaz olgan issiqlik miqdori Q; 2) ichki energiyasining o'zgarishi, ΔU va 3) gaz bajargan ish A aniqlansin.

11.52. Qizdirishda V=3l hajmli azotning bosimi ΔP=1 MPa ga oshadi. Agar gazning hajmi o'zgarmay qolgan bo'lsa, gaz olgan issiqlik miqdori Q aniqlansin.

Aylanma jarayonlar. Termik FIK. Karno sikli

11.53. Siklik jarayon natijasida gaz A=1 J ish bajardi va sovutgichga Q_2=4,2 J issiqlik miqdori berdi. Siklning termin FIK η aniqlansin.

11.54. Yopiq jarayonni bajarib, gaz isitgichdan Q=4 kJ issiqlik oldi. Agar termik FIK η=0,1 bo'lsa, sikl davomida gazning bajargan ishi A aniqlansin.

11.55. Modda miqdori ν =1 mol bo'lgan ikki atomli ideal gaz ikkita izoxora va ikkita izobaradan iborat siklni amalga oshirmoqda. Eng kichik hajm V_{min}=10 l, eng kattasi V_{max}=20 l, eng kichik bosim P_{min}=246 kPa, eng kattasi P_{max}=410 kPa. Siklning grafigi chizilsin. Siklning xarakterli nuqtalari uchun temperatura T va uning termik FIK η aniqlansin.

11.56. Modda miqdori ν=1 kmol bo'lgan ikki atomli ideal gaz grafigi 11.4-rasmda tasvirlangan yopiq siklni bajaradi. 1) Isitgichdan olingan issiqlik

11.38. T=280 K temperaturali m=1 g massali vodorod izotermik ravishda kengayganda uning hajmi uch marta ortdi. Gaz kengayishining ishi A va gaz olgan issiqlik miqdori Q aniqlansin.

11.39. $P_1 = 0.2$ MPa bosim ostida $V_1 = 10l$ hajmni egallagan azot $V_2 = 28l$ hajmgacha izotermik kengaydi. Gaz kengayishining ishi A va gaz olgan issiqlik miqdori Q aniqlansin.

11.40. Modda miqdori ν=1 mol bo'lgan T=300 K temperaturadagi kislorod izotermik kengayganda unga Q=2 kJ issiqlik miqdori berildi. Gazning hajmi necha marta ortgan?

11.41. Agar T=280 K temperatura va P_1=0,1 MPa bosim ostidagi m=1g massali azot P_2=1 MPa bosimgacha izotermik siqilsa qancha issiqlik miqdori Q ajraladi?

11.42. Vodorod kengayayotib A=6 kJ ish bajaradi. Agar jarayon: 1) izobarik; 2) izotermik ravishda kechgan bo'lsa, gazga uzatilgan issiqlik miqdori Q aniqlansin.

11.43. Avtomobil shinasiga T_1=290 K temperaturada P_1=220 kPa bosimgacha dam urishgan. Harakat paytida u T_2=330 K temperaturagacha qizidi va yorildi. Shina yorilgandan keyin ro'y bergan jarayonni adiabatik deb hisoblab undan chiqqan havo temperaturasining o'zgarishi ΔT aniqlansin. Tashqi havo bosimi P_0=100 kPa.

11.44. Boshlang'ich temperaturasi $T_1 = 320K$ bo'lgan kislorodning adiabatik kengayishida ichki energiyasi ΔU =8,4 kJ ga kamaydi, hajmi esa n=10 marta oshdi. Kislorodning massasi m aniqlansin.

11.45. Normal sharoitda vodorod $V_1 = 100$ m^3 hajmni egallaydi. U adiabatik ravishda $V_2 = 150$ m^3 hajmgacha kengaytirilganda ichki energiyasining o'zgarishi ΔU topilsin.

11.46. Silindrdagi porshen ostida T_1=300 K temperaturada m=0,02 kg massali vodorod bor. Vodorod dastlab adiabatik ravishda kengayib o'z hajmini besh marta orttirdi, so'ngra izotermik ravishda siqildi va bunda gazning hajmi besh marta kamaydi. Adiabatik kengayish oxiridagi temperatura T_2 va gaz bajargan to'la ish A topilsin. Jarayon grafik ravishda tasvirlansin.

11.47. Adiabatik siqilish natijasida m=20 g massali kislorodning ichki energiyasi ΔU =8 kJ ga ortdi va temperaturasi T_2=900 K gacha ko'tarildi.

1) temperaturaning ortishi ΔT; 2) agar boshlang'ich bosim P_1=200 kPa bo'lsa, gazning oxirgi bosimi P_2 topilsin

11.48. $V_1 = 10l$ hajmni egallagan P_1=100 kPa bosim ostidagi havo $V_2 = 1l$ hajmgacha adiabatik siqildi. Siqilishdan keyin havo qanday P_2 bosim ostida bo'ladi?

11.49. Dizel dvigatelidagi yoqilg'i aralashmasi $T_2 = 1,1$ kK temperaturada alangalanadi. Aralashmaning boshlang'ich temperaturasi T_1=350 K. Alangalanishi uchun siqishda aralashma hajmini necha marta kamaytirish kerak? Siqish adiabatik deb hisoblansin. Aralashma uchun adiabata ko'rsatkichi γ =1,4 deb qabul qilinsin.

11.50. Massasi m=400 g bo'lgan karbonat angidrid gazi CO_2 o'zgarmas bosim ostida T=50 K ga qizdirildi. Gazning ichki energiyasining o'zgarishi ΔU, gaz olgan issiqlik miqdori Q va u bajargan ish A aniqlansin.

11.51. $t_1 = 100°C$ temperaturadan to $t_2 = 20°C$ temperaturagacha sovutilgan m=800 g massali kislorod V hajmini o'zgarmas saqladi. 1) Gaz olgan issiqlik miqdori Q; 2) ichki energiyasining o'zgarishi, ΔU va 3) gaz bajargan ish A aniqlansin.

11.52. Qizdirishda V=3l hajmli azotning bosimi ΔP=1 MPa ga oshadi. Agar gazning hajmi o'zgarmay qolgan bo'lsa, gaz olgan issiqlik miqdori Q aniqlansin.

Aylanma jarayonlar. Termik FIK. Karno sikli

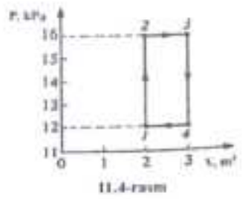
11.53. Siklik jarayon natijasida gaz A=1 J ish bajardi va sovutgichga Q_2=4,2 J issiqlik miqdori berdi. Siklning termin FIK η aniqlansin.

11.54. Yopiq jarayonni bajarib, gaz isitgichdan Q=4 kJ issiqlik oldi. Agar termik FIK η=0,1 bo'lsa, sikl davomida gazning bajargan ishi A aniqlansin.

11.55. Modda miqdori ν =1 mol bo'lgan ikki atomli ideal gaz ikkita izoxora va ikkita izobaradan iborat siklni amalga oshirmoqda. Eng kichik hajm V_{min}=10 l, eng kattasi V_{max}=20 l, eng kichik bosim P_{min}=246 kPa, eng kattasi P_{max}=410 kPa. Siklning grafigi chizilsin. Siklning xarakterli nuqtalari uchun temperatura T va uning termik FIK η aniqlansin.

11.56. Modda miqdori ν=1 kmol bo'lgan ikki atomli ideal gaz grafigi 11.4-rasmda tasvirlangan yopiq siklni bajaradi. 1) Isitgichdan olingan issiqlik

miqdori Q_1; 2) sovutgichga berilgan issiqlik miqdori Q_2; 3) gazning sikl davomida bajargan A ishi; 4) siklning termik FIK η aniqlansin.



11.4-rasm

11.57. Modda miqdori ν=1 mol bo'lgan T_1=300 K temperatura va P_1=0,1 MPa bosim ostidagi ikki atomli ideal gaz o'zgarmas hajmda P_2=0,2 MPa bosimgacha qizdirildi. Bundan keyin esa gaz boshlang'ich bosimgacha izotermik kengaydi va so'ngra boshlang'ich hajmi V_1 gacha izobarik siqildi. Siklning grafigi chizilsin. Siklning xarakterli nuqtalari uchun gazning temperaturasi T va uning termik FIK η aniqlansin.

11.58. Modda miqdori ν=0,1 kmol bo'lgan bir atomli gaz P_1=100 kPa bosim ostida V_1=5 m³ hajmni egallagan. Gaz V_2=1 m³ hajmgacha izobarik siqildi, keyin adiabatik siqildi va o'zgarmas temperaturada boshlang'ich hajm va bosimgacha kengaydi. Jarayonning grafigi chizilsin. 1) Siklning xarakterli nuqtalariga mos keluvchi T_1, T_2 temperaturalar, V_1, V_2 hajmlar va P bosim; 2) gazning isitgichdan olgan Q_1 issiqlik miqdori; 3) gaz sovutgichga bergan Q_2 issiqlik miqdori; 4) butun sikl davomida gaz bajargan A ish; 5) siklning termik FIK η topilsin.

11.59. Ko'p atomli ideal gaz ikkita izoxora va ikkita izobaradan iborat siklni amalga oshiradi. Bunda gazning eng katta bosimi eng kichik bosimidan ikki marta katta, eng katta hajmi esa eng kichik hajmidan to'rt marta katta bo'ldi. Siklning termik FIK η aniqlansin.

11.60. Karno siklini bajarayotgan ideal gaz isitgichdan olingan Q_1 issiqlik miqdorining 2/3 qismini sovutgichga beradi. Sovutgichning temperaturasi T_2=280 K. Isitgichning temperaturasi T_1 aniqlansin.

11.61. Ideal gaz Karno siklini bajarmoqda. Sovutgichning temperaturasi T_2=290K. Agar isitgichning temperaturasi T_1=400 K dan T_2=600 K gacha ko'tarilsa, siklning FIK η necha marta ortadi?

11.62. Ideal gaz Karno siklini bajarmoqda. Isitgichning temperaturasi T_1 sovutgichning temperaturasi T_2 dan uch marta katta. Isitgich gazga Q=42 kJ issiqlik miqdori berdi. Gaz qanday A ish bajardi?

11.63. Ideal gaz Karno siklini bajarmoqda. Isitgichning temperaturasi T_1=470K, sovutgichning temperaturasi esa T_2=280K. Izotermik kengayishda

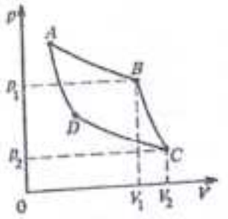
gaz A=100 J ish bajaradi. Siklning termik FIK η hamda izotermik siqilishda gaz sovutgichga bergan issiqlik miqdori Q_2 aniqlansin.

11.64. Ideal gaz Karno siklini bajarmoqda. Isitgichning temperaturasi T_1 sovutgichning temperaturasi T_2 dan to'rt marta katta. Gaz bir siklda isitgichdan olinadigan issiqlik miqdorining qanday ω ulushini sovutgichga beradi?

11.65. Karno siklini bajarayotgan ideal gaz isitgichdan Q_1=4,2 kJ issiqlik miqdori olib, A=590 J ish bajardi. Bu siklning termik FIK η topilsin. Isitgichning temperaturasi T_1 sovutgichning temperaturasi T_2 dan necha marta katta?

11.66. Ideal gaz Karno siklini bajarmoqda. Gazning izotermik kengayishidagi ishi A_1=5 J. Agar siklning termik FIK η=0,2 bo'lsa, izotermik siqilishdagi A_2 ish aniqlansin.

11.67. Karno siklini bajarayotgan gazning eng kichik hajmi V_1=153 *l*. Agar gazning izotermik kengayishining oxiridagi V_2 va izotermik siqilishning oxiridagi V_4 hajmlari mos ravishda 600 *l* va 189 *l* ga teng bo'lsa, eng katta hajm V_3 aniqlansin.



11.5-rasm

11.68. Ikki atomli ideal gaz grafigi 11.5-rasmda tasvirlangan Karno siklini bajarmoqda. B va C holatlarda gaz hajmlari mos ravishda V_1=12 *l* va V_2=16 *l*. Siklning termik FIK η topilsin.

Entropiya

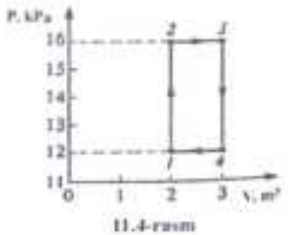
11.69. T_1=280 K temperaturadagi m_1=5 kg massali suvni T_2=350 K temperaturadagi m_2 = 8 kg massali suv bilan aralashtirdilar. 1) Aralashmaning temperaturasi θ; 2) aralashtirishda entropiyaning o'zgarishi ΔS topilsin.

11.70. Massasi m=1 g bo'lgan vodorodni izoxorik qizdirish natijasida gazning bosimi ikki marta ortdi. Gaz entropiyasining o'zgarishi ΔS aniqlansin.

11.71. m=4 g massali azotning V_1=5 *l* hajmdan to V_2=9 *l* hajmgacha izobarik kengayishida entropiyaning o'zgarishi ΔS topilsin.

11.72. t_1 = −10°C temperaturadagi m_2 = 200 g massali muz parchasi t_2 = 0°C gacha isitilib eritilgan va so'ngra hosil bo'lgan suv t=10°C gacha

miqdori Q_1; 2) sovutgichga berilgan issiqlik miqdori Q_2; 3) gazning sikl davomida bajargan A ishi; 4) siklning termik FIK η aniqlansin.



11.4-rasm

11.57. Modda miqdori ν=1 mol bo'lgan T_1=300 K temperatura va P_1=0,1 MPa bosim ostidagi ikki atomli ideal gaz o'zgarmas hajmda P_2=0,2 MPa bosimgacha qizdirildi. Bundan keyin esa gaz boshlang'ich bosimgacha izotermik kengaydi va so'ngra boshlang'ich hajmi V_1 gacha izobarik siqildi. Siklning grafigi chizilsin. Siklning xarakterli nuqtalari uchun gazning temperaturasi T va uning termik FIK η aniqlansin.

11.58. Modda miqdori ν=0,1 kmol bo'lgan bir atomli gaz P_1=100 kPa bosim ostida V_1=5 m³ hajmni egallagan. Gaz V_2=1 m³ hajmgacha izobarik siqildi, keyin adiabatik siqildi va o'zgarmas temperaturada boshlang'ich hajm va bosimgacha kengaydi. Jarayonning grafigi chizilsin. 1) Siklning xarakterli nuqtalariga mos keluvchi T_1, T_2 temperaturalar, V_1, V_2 hajmlar va P bosim; 2) gazning isitgichdan olgan Q_1 issiqlik miqdori; 3) gaz sovutgichga bergan Q_2 issiqlik miqdori; 4) butun sikl davomida gaz bajargan A ish; 5) siklning termik FIK η topilsin.

11.59. Ko'p atomli ideal gaz ikkita izoxora va ikkita izobaradan iborat siklni amalga oshiradi. Bunda gazning eng katta bosimi eng kichik bosimidan ikki marta katta, eng katta hajmi esa eng kichik hajmidan to'rt marta katta bo'ldi. Siklning termik FIK η aniqlansin.

11.60. Karno siklini bajarayotgan ideal gaz isitgichdan olingan Q_1 issiqlik miqdorining 2/3 qismini sovutgichga beradi. Sovutgichning temperaturasi T_2=280 K. Isitgichning temperaturasi T_1 aniqlansin.

11.61. Ideal gaz Karno siklini bajarmoqda. Sovutgichning temperaturasi T_2=290K. Agar isitgichning temperaturasi T_1=400 K dan T_2=600 K gacha ko'tarilsa, siklning FIK η necha marta ortadi?

11.62. Ideal gaz Karno siklini bajarmoqda. Isitgichning temperaturasi T_1 sovutgichning temperaturasi T_2 dan uch marta katta. Isitgich gazga Q=42 kJ issiqlik miqdori berdi. Gaz qanday A ish bajardi?

11.63. Ideal gaz Karno siklini bajarmoqda. Isitgichning temperaturasi T_1=470K, sovutgichning temperaturasi esa T_2=280K. Izotermik kengayishda

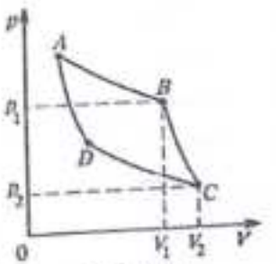
gaz A=100 J ish bajaradi. Siklning termik FIK η hamda izotermik siqilishda gaz sovutgichga bergan issiqlik miqdori Q_2 aniqlansin.

11.64. Ideal gaz Karno siklini bajarmoqda. Isitgichning temperaturasi T_1 sovutgichning temperaturasi T_2 dan to'rt marta katta. Gaz bir siklda isitgichdan olinadigan issiqlik miqdorining qanday ω ulushini sovutgichga beradi?

11.65. Karno siklini bajarayotgan ideal gaz isitgichdan Q_1=4,2 kJ issiqlik miqdori olib, A=590 J ish bajardi. Bu siklning termik FIK η topilsin. Isitgichning temperaturasi T_1 sovutgichning temperaturasi T_2 dan necha marta katta?

11.66. Ideal gaz Karno siklini bajarmoqda. Gazning izotermik kengayishidagi ishi A_1=5 J. Agar siklning termik FIK η=0,2 bo'lsa, izotermik siqilishdagi A_2 ish aniqlansin.

11.67. Karno siklini bajarayotgan gazning eng kichik hajmi V_1=153 l. Agar gazning izotermik kengayishining oxiridagi V_2 va izotermik siqilishning oxiridagi V_4 hajmlari mos ravishda 600 l va 189 l ga teng bo'lsa, eng katta hajm V_3 aniqlansin.



11.5-rasm

11.68. Ikki atomli ideal gaz grafigi 11.5-rasmda tasvirlangan Karno siklini bajarmoqda. B va C holatlarda gaz hajmlari mos ravishda V_2=12 l va V_3=16 l. Siklning termik FIK η topilsin.

Entropiya

11.69. T_1=280 K temperaturadagi m_1=5 kg massali suvni T_2=350 K temperaturadagi m_2=8 kg massali suv bilan aralashtirdilar. 1) Aralashmaning temperaturasi θ; 2) aralashtirishda entropiyaning o'zgarishi ΔS topilsin.

11.70. Massasi m=1 g bo'lgan vodorodni izoxorik qizdirish natijasida gazning bosimi ikki marta ortdi. Gaz entropiyasining o'zgarishi ΔS aniqlansin.

11.71. m=4 g massali azotning V_1=5 l hajmdan to V_2=9 l hajmgacha izobarik kengayishida entropiyaning o'zgarishi ΔS topilsin.

11.72. $t_1 = -10°C$ temperaturadagi $m_2 = 200$ g massali muz parchasi $t_2 = 0°C$ gacha isitilib eritilgan va so'ngra hosil bo'lgan suv t=10°C gacha

isitilgan. Ko'rsatilgan jarayonlar davomida entropiyaning o'zgarishi ΔS aniqlansin.

11.73. $t_1 = 0°C$ temperaturadagi $m_1 = 2$ kg massali muz temperaturasi $t_2 = 100°C$ bo'lgan bug' yordamida xuddi o'sha (0 °C) temperaturadagi suvga aylantirildi. Sarflangan bug'ning massasi m_2 aniqlansin. Muz-bug' sistemasi entropiyasining o'zgarishi ΔS qanday bo'ladi?

11.74. $m_1 = 2$ kg massali kislorod birinchi holda izotermik, boshqa holda adiabatik ravishda o'z hajmini $n = 5$ martaga oshirdi. Ko'rsatilgan jarayonlarning har birida entropiyaning o'zgarishi topilsin.

11.75. m=100 g massali vodorod shunday izobarik qizdirildiki, uning hajmi n=3 marta ortdi, keyin vodorod shunday izoxorik sovutildiki, uning bosimi n=3 marta kamaydi. Ko'rsatilgan jarayonlar davomida entropiyaning o'zgarishi ΔS topilsin.

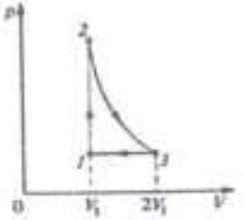
11.76.* Idish ichida neon gazi $T_1 = 300\,K$ temperatura sharoitida mavjud. Idish ichidagi gaz adiabatik siqildi. Quyidagi ikki hol uchun gazning oxirgi T_2 temperaturasi topilsin: 1) gaz hajmi $n = 5$ marta kamaydi; 2) gaz bosimi 5 marta ortdi.

11.77.* $T_1 = 400K$ temperatura sharoitida turgan bir mol ikki atomli gaz dastlab V_1 hajmdan $V_2 = 2V_1$ hajmgacha izotermik, so'ngra $V_3 = 3V_1$ hajmgacha adiabatik kengaydi. 1) 1-2 va 2-3 qismlarda gaz tomonidan bajarilgan A_{12} va A_{23} ishlar; 2) gazning oxirgi temperaturasi T_3; 3) 1-3 qismlarda gaz ichki energiyasining o'zgarishi ΔU_{13} topilsin.

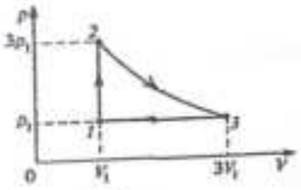
11.78.* $T_1 = 300K$ temperaturadagi bir mol bir atomli gaz dastlab shunday siqildiki, bunda uning bosimi P_1 dan $P_2 = 2P_1$ gacha ortdi, so'ngra $P_3 = 4P_1$ bosimgacha adiabatik siqildi. 1) 1-2 va 2-3 qismlarda gaz tomonidan bajarilgan A_{12} va A_{23} ishlar; 2) gazning oxirgi temperaturasi T_3; 3) 1-3 qismlarda gaz ichki energiyasining o'zgarishi ΔU_{13} topilsin.

11.79.* $\nu = 6$ mol miqdordagi vodorod T=300K temperatura va P=1 MPa bosim ostida turibdi. Izoxorik qizdirish natijasida bosim ΔP=1.5 MPa ga ortdi. 1) ichki energiya ΔU; 2) entalpiya ΔH va 3) entropiya ΔS o'zgarishlari topilsin.

11.80.* Massasi m=80 g bo'lgan kislorod izoxorik ravishda $T_1 = 300K$ temperaturadan $T_2 = 400K$ temperaturagacha qizdirildi. 1) Ichki energiya ΔU; 2) entalpiya ΔH va 3) entropiya ΔS o'zgarishlari topilsin.



11.6-rasm

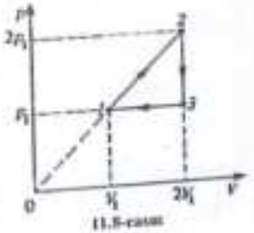


11.7-rasm

11.81.* 11.6-rasmda keltirilgan 1-2-3-1 siklning foydali ish koeffitsiyenti η ni aniqlang. Sikl izoxora (1-2), adiabata(2-3), izobara(3-1) lardan iborat. Gaz bir atomli deb hisoblansin.

11.82.* 11.7-rasmda keltirilgan 1-2-3-1 siklning F.I.Ki η aniqlansin. Ushbu siklni ideal ikki atomli gaz amalga oshirmoqda (2-3 qism-izoterma).

11.83.* Ideal bir atomli gaz 1-2-3-1 siklni amalga oshirdi (11.8-rasm). Siklning F.I.K. i η aniqlansin.



11.8-rasm

11.84.* Massasi m=36g bo'lgan suv qaynash temperaturasi (normal atmosfera bosimi) da turibdi. Suvning to'la qaynash chog'ida ichki energiya o'zgarishi ΔU aniqlansin. Suvning solishtirma bug'lanish issiqligi $L = 2.26MJ/kg$. Suvning hajmi hisobga olinmasin.

11.85.* $t = -30°C$ temperaturali massasi m=1kg bo'lgan muz erish temperaturasigacha qizdirildi (normal atmosfera bosimida). Entropiya o'zgarishi ΔS aniqlansin. Muzning solishtirma issiqlik sig'imi $c_{mu} = 2.09kJ/(kg \cdot K)$ va solishtirma erish issiqligi $r = 333kJ/kg$ deb hisoblansin.

11.86.* $T_1 = 300K$ temperaturadagi m=100g massali suv normal atmosfera bosimida va suvning qaynash temperaturasida bug'ga aylantirildi. Qizdirish jarayonidagi entropiya o'zgarishi ΔS aniqlansin. Suv uchun molar issiqlik sig'imi $C_m = 75.4J/(mol \cdot K)$; solishtirma bug'lanish issiqligi $L = 2.26MJ/kg$.

12-§. REAL GAZLAR. SUYUQLIKLAR

Asosiy formulalar

•Bir mol gaz uchun Van-der-Vaals tenglamasi:

$$\left(P+\frac{a}{V_m^2}\right)(V_m-b)=RT,$$

gazning ixtiyoriy ν modda miqdori uchun:

$$\left(P+\frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V-\nu b)=\nu RT,$$

bu yerda a va b–Van-der-Vaals doimiylari (bir mol gazga mo'ljallangan); V–gaz egallagan hajm; V_m–molyar hajm; P–gazning idish devorlariga bosimi.

Molekulalarning o'zaro ta'sir kuchlari vujudga keltiradigan ichki bosim:

$$P'=\frac{a}{V_m^2};\quad P'=\nu^2\frac{a^2}{V^2}.$$

•Kritik parametrlar–hajm, bosim va gaz temperaturasining Van-der-Vaals doimiylari a va b bilan bog'lanishi:

$$V_{m_{kr}}=3b;\ P_{kr}=\frac{a}{27b^2};\ T_{kr}=\frac{3a}{27Rb}.$$

•Real gazning ichki energiyasi:

$$U=\nu\left(C_V T-\frac{a}{V_m}\right),$$

bu yerda C_V–gazning o'zgarmas hajmdagi molyar issiqlik sig'imi

•Sirt tarangligi:

$$\sigma=\frac{F}{l},$$

bu yerda F–suyuqlik sirtini o'rab turgan l konturga ta'sir etayotgan sirt taranglik kuchi, yoki

$$\sigma=\frac{\Delta E}{\Delta S},$$

bu yerda ΔE–suyuqlik pardasi yuzasining o'zgarishi ΔS ga bog'liq bo'lgan parda sirti erkin energiyaning o'zgarishi.

•Laplas formulasi umumiy holda quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$P=\sigma\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right),$$

bu yerda P–suyuqlikning egri sirti hosil qiladigan bosim; σ–sirt taranglik koeffisiyenti; R_1 va R_2–suyuqlik sirtining ikkita o'zaro tik kesimlarining egrilik radiuslari. Sferik sirt holida esa

$$P=2\sigma/R.$$

• Suyuqlikning kapillyar nayda ko'tarilish balandligi:

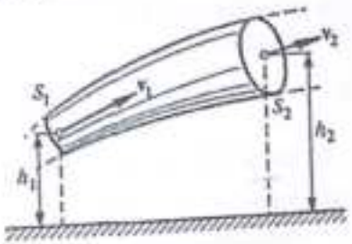
$$h=2\sigma\cos\theta/(\rho g R),$$

bu yerda θ–chegaraviy burchak; R–naycha kanalining radiusi; ρ–suyuqlikning zichligi; g–erkin tushish tezlanishi.

•Suyuqlikning bir-biriga yaqin va parallel tekisliklar orasida ko'tarilish balandligi:

$$h=\frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g d},$$

bu yerda d–tekisliklar orasidagi masofa.



12.1-rasm

• Oqim nayidagi suyuqlik sarfi (12.1-rasm):

a) hajmiy sarf $Q_v=\vartheta\cdot S$

b) massaviy sarf $Q_m=\vartheta\rho S$,

bu yerda S–oqim nayining ko'ndalang kesim yuzasi; ϑ–suyuqlikning tezligi; ρ–uning zichligi.

• Oqimning uzluksizlik tenglamasi:

$$\vartheta_1 S_1=\vartheta_2 S_2,$$

bu yerda S_1 va S_2–oqim nayidagi ikki joyning ko'ndalang kesim yuzalari; ϑ_1 va ϑ_2–mos oqim tezliklari.

• Ideal siqilmaydigan suyuqlik uchun Bernulli tenglamasining umumiy ko'rinishi:

$$P_1+\frac{\rho\vartheta_1^2}{2}+\rho g h_1=P_2+\frac{\rho\vartheta_2^2}{2}+\rho g h_2,$$

bu yerda P_1 va P_2–suyuqlikning oqim nayining ikkita kesimidagi statik bosimlari, h_1 va h_2–ularning biror sathdan balandligi (12.1-rasm); $\rho g h_1$ va $\rho g h_2$–gidrostatik bosimlar.

Ikkala kesim ham bir xil balandlikda ($h_1=h_2$) bo'lgan hol uchun Bernulli tenglamasi:

$$P_1+\frac{\rho\vartheta_1^2}{2}=P_2+\frac{\rho\vartheta_2^2}{2}.$$

• Suyuqlikning ochiq keng idishning kichik teshigidan oqish tezligi:

$$\vartheta=\sqrt{2gh},$$

bu yerda h–idishdagi suyuqlik sathiga nisbatan teshik turgan chuqurlik.

•Puazeyl formulasi. Uzun naydan t vaqtda oqadigan suyuqlikning (gazning) hajmi:

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta P}{8 l \eta},$$

bu yerda r–nay radiusi; l–uning uzunligi; ΔP–nay uchlaridagi bosimlar farqi; η–suyuqlikning dinamik qovushoqligi (ichki ishqalanish koeffitsiyenti).

•Uzun naylardagi suyuqlik oqimi uchun Reynolds soni ,

$$R_e = \rho \langle \vartheta \rangle \frac{d}{\rho},$$

bu yerda $\langle \vartheta \rangle$–kesim bo'yicha suyuqlik oqimining o'rtacha tezligi; d–nayning diametri.

Sharchaning suyuqlikdagi harakati uchun Reynolds soni:

$$\mathrm{Re} = \rho \frac{\vartheta d}{\eta},$$

bu yerda ϑ–sharchaning tezligi, d–uning diametri.

Reynolds soni Re jism tezligi ϑ, jism o'lchamlarini aniqlovchi chiziqli kattalik l, zichlik ρ va suyuqlikning dinamik qovushoqligi η larning funksiyasidir, ya'ni:

$$\mathrm{Re} = f(\rho, \eta, l, \vartheta).$$

Reynolds sonining qiymati kritik qiymat Re_{kr} dan kichik $\mathrm{Re}<\mathrm{Re}_{kr}$ qiymatlarda suyuqlikning harakati laminarga o'tadi.

Sharchaning suyuqlikdagi harakati uchun Reynoldsning kritik soni $\mathrm{Re}_{kr}=0,5$; uzun naydagi suyuqlik oqimi uchun $\mathrm{Re}_{kr}=2300$.

•Stoks formulasi. Suyuqlikning ichida sekin harakatlanayotgan sharchaga ko'rsatayotgan F qarshilik kuchi:

$$F = 6\pi\eta r\vartheta,$$

bu yerda r–sharcha radiusi; ϑ–uning tezligi. Formula Reynolds soni birdan juda kichik ($\mathrm{Re}<<1$) bo'lgan tezliklar uchun o'rinlidir.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Sig'imi $V=8$ l bo'lgan ballonda $T=300$ K temperaturada massasi $m=0,3$ kg bo'lgan kislorod bor. Idish sig'imining qanday qismini gaz molekulalarining xususiy hajmi tashkil qilishini topilsin. Gaz ichki bosimi P' ning gazning idish devorlariga bosimi P ga nisbatan aniqlansin.

Yechish. Masalaning birinchi savoliga javob topish uchun

$$k = V'/V, \qquad (1)$$

nisbatni topish zarur, bunda V'-molekulalarning xususiy hajmi.

Molekulaning xususiy hajmini real gazning bir molida mavjud bo'lgan molekulalar hajmining to'rtga ko'paytirilganiga teng bo'lgan Van-der-Vaals doimiysi b dan foydalanib topamiz. Van-der-Vaals tenglamasi:

$$(P + v^2 a / V^2)(V - vb) = vRT \qquad (2)$$

dagi vb tuzatma gazdagi barcha molekulalar hajmining to'rtga ko'paytmasiga teng, ya'ni $vb = 4V'$. Bundan

$$V' = vb/4 \quad \text{yoki} \quad V' = mb/(4M),$$

bu yerda $v = m/M$ modda miqdori; M–molyar massa.

V' ning topilgan qiymatini (1) ifodaga qo'yib quyidagini topamiz:

$$k = mb/(4MV),$$

bu formula bo'yicha hisoblasak.

$$k = 0,91\ \%.$$

Demak, molekulalarning xususiy hajmi idish hajmining 0,91 % ini tashkil qiladi.

Masalaning ikkinchi savoliga javob berish uchun

$$k_1 = P'/P \qquad (3)$$

nisbatni topish kerak.

(2) tenglamadan ko'rinadiki,

$$p' = \frac{v^2 a}{V^2} \quad \text{yoki} \quad p' = \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{a}{V^2} \qquad (4)$$

bu yerda a–bir mol uchun Van-der-Vaals doimiysi.

(4) formula bo'yicha hisoblashlarni bajarsak.

$$P' = 187\ \text{kPa}.$$

Gazning idish devorlariga ko'rsatayotgan bosimi P ni (2) tenglamadan topamiz:

$$P = \frac{vRT}{V - vb} - v^2 \frac{a}{V^2}$$

Bu formula bo'yicha hisoblab, quyidagini olamiz:

$$P = \left[\frac{\frac{0,3}{32\cdot10^{-3}}\cdot 8,31\cdot 300}{8\cdot10^{-3} - \frac{0,3}{32\cdot10^{-3}}\cdot 3,17\cdot10^{-5}} - \left(\frac{0,3}{32\cdot10^{-3}}\right)^2 \frac{136\cdot10^{-5}}{(8\cdot10^{-3})^2}\right] Pa = 2,84\cdot10^6\ Pa = 2,84 MPa$$

P' va P larning qiymatlarini (3) ifodaga qo'yib, hisoblasak,

$$k_1 = 6,6\ \%$$

Demak, molekulalarning tortishish kuchlari natijasida vujudga keladigan gaz bosimi gazning idish devorlariga bosimning 6.6 % ini tashkil qiladi.

2-masala. Modda miqdori ν =1 mol bo'lgan karbonat angidrid kritik holatda turibdi. Gaz izobarik qizdirilganda uning V hajmi k=2 marta oshdi. Agar kritik temperaturasi T_{kr}=304 K bo'lsa, gaz temperaturasining o'zgarishi ΔT aniqlansin.

Yechish. Masalani yechish uchun Van-der-Vaals tenglamasining keltirilgan shaklidan, ya'ni real gazning bosimi P, molyar hajmi V_m va temperaturasi T mos kritik parametrlar bilan

$$\pi = p / p_{kr};\ \omega = V_m / V_{m_{kr}};\ \tau = T/T_{kr}.$$

ko'rinishdagi munosabatlar kabi tasvirlangan shaklidan foydalanish qulay. Bu tengliklardan quyidagilarchi olamiz:

$$p = \pi p_{kr};\ V_m = \omega V_{m_{kr}};\ T = \tau T_{kr},$$

bu yerda p_{kr}, V_{kr} va T_{kr} larning Van-der-Vaals doimiylari a va b lar orqali ifodalarini qo'yib quyidagilarni olamiz:

$$p = \frac{a}{27b^2}\pi;\ V_m = 3b\omega;\ T = \frac{8a}{27bR}\tau$$

P, V_m va T lar uchun olingan ifodalarni oddiy Van-der-Vaals tenglamasiga qo'yamiz

$$\left[\frac{a}{27b^2}\pi + \frac{a}{(3b)^2}\right]\left[3b\omega - b\right] = R\frac{8a}{27bR}\tau$$

Bu ifodani a/(27 b) ga, o'ng qismini esa R ga bo'lib, quyidagini olamiz:

$$(\pi + 3/\omega^2)(3\omega - 1) = 8\tau. \qquad (1)$$

Mana shu Van-der-Vaals tenglamasining keltirilgan shaklidir. U gazning xususiy xossalarini ifodalovchi hech qanday parametrlarga ega emas va shuning uchun ham universaldir.

Endi masalaning savoliga javob beraylik. Bosim o'zgarmay qolganligi (P / P_{kr}) tufayli π =1 shartga ko'ra gazning molyar hajmi ikki marta oshdi, ya'ni $V_m = 2V_{m_{kr}}$, binobarin, ω =2. (1) tenglamadan keltirilgan temperatura τ ni ifodalaymiz

$$\tau = \frac{1}{8}\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1)$$

bu yerga π va ω larning qiymatlarini qo'yib hisoblasak,

τ =35/32.

Temperatura T yuqorida qayd qilingandek keltirilgan τ va kritik T_{kr} temperaturalar bilan $T=\tau T_{kr}$ munosabat orqali bog'langan. Shu formula bo'yicha hisoblash o'tkazsak, T=332 K.

3-masala. Silindrdagi porshen ostida m=20 g massali xlor bor. Hajmi $V_1 = 200cm^3$ dan to $V_2 = 500cm^3$ gacha izotermik kengaytirilganda xlor ichki energiyasining ortishi ΔU aniqlansin.

Yechish. Real gazning (Van-der-Vaals gazining) ichki energiyasi

$$U = \nu(C_v T - a/V_m), \qquad (1)$$

ifoda bilan aniqlanadi.

(1) tenglikdagi molyar Vm hajmni V hajm va modda miqdori ν (V_m=V/ν) orqali ifodalab va ν =m/M ekanligini hisobga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$U = \frac{m}{M}\left(C_v T - \frac{ma}{M^2}\right). \qquad (2)$$

Izotermik kengayish natijasida ichki energiyaning o'zgarishi ΔU ni V_2 va V_1 hajmlarga mos keluvchi ichki energiyaning ikki qiymati orasidagi farq sifatida aniqlaymiz:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{m^2 a(V_2 - V_1)}{M^2 V_2 \cdot V_1}. \qquad (3)$$

(3) ga kattaliklarning qiymatlarini qo'yib hisoblasak.

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{(20\cdot 10^{-3})^2 \cdot 0.650 \cdot (5-2)\cdot 10^{-4}}{(71\cdot 10^{-3})\cdot 2\cdot 10^{-4}\cdot 5\cdot 10^{-4}} J = 154J.$$

Ideal gaz uchun ichki energiyaning bunday o'zgarishi 26,3 K ga qizdirishga mos kelishini ta'kidlaymiz.

4-masala. Diametri d=10 cm bo'lgan sovun pufagining ichidagi qo'shimcha P bosim topilsin. Bu pufakni puflash uchun bajarishi kerak bo'lgan ish A aniqlansin.

Yechish. Sovun pufagining pardasi ikkita-tashqi va ichki sferik sirtga ega. Har ikkala sirt ham pufak ichidagi havoga bosim beradi. Parda qalinligi juda kam bo'lganligidan har ikkala sirtlarning ham diametrlari amalda teng. Shuning uchun qo'shimcha bosim $P = 2\cdot 2\sigma / r$, bunda r-pufak radiusi. $r = \frac{d}{2}$ ekanligidan:

$$P = \frac{8\sigma}{d}.$$

Bu formulaga $\sigma = 40 \cdot 10^{-3} N/m$ (15-jadvalga q.) va d=0,1 m qiymatlarni qo'yib, hisoblasak,

$$P = 3{,}2 \text{ Pa}.$$

Pardani cho'zib, uning sirtini ΔS ga orttirish uchun bajarilishi zarur bo'lgan ish

$$A = \sigma \Delta s \text{ yoki } A = \sigma(S - S_0),$$

formula bilan ifodalanadi.

Mazkur holda S–sovun pufagining har ikkala sirtining umumiy yuzasi: S_0–pufakni puflab bo'lguncha naycha teshigini ko'plab turuvchi yassi parda ikkala sirtining umumiy yuzasi. S_0 ni inobatga olmay, quyidagini hosil qilamiz:

$$A = \sigma \Delta S = 2\pi d^2 \sigma.$$

Kattaliklar qiymatlarini o'rniga qo'ysak,

$$A = 2{,}5 \text{ mJ}.$$

5-masala. Hajmi $V_1 = 10 cm^3$ dan $V_2 = 2V_1$ gacha izotermik ravishda ortgan sovun pufagi sirtining erkin energiyasining o'zgarishi E aniqlansin.

Yechish. Suyuqlik sirtining erkin energiyasi E shu sirt yuzasi S ga proporsional $E = \sigma S$ bunda σ–sirt tarangligi.

Sovun pufagining ikkita-tashqi va ichki sirtlari bor, ularning yuzasi esa sovun pardasining qalinligi juda kichikligi tufayli amalda teng. Shuning uchun ham sovun pufagi sirtining erkin energiyasi (tashqi va ichki sirtlarini birgalikda)

$$E = 2\sigma S. \quad (1)$$

Masalaning shartiga ko'ra jarayon izotermik bo'lganligidan, mazkur suyuqlik uchun faqat temperaturaning funksiyasi bo'lgan sirt tarangligi o'zgarmasligicha qoladi. Binobarin, (1) formulaga asosan erkin energiyaning o'zgarishi

$$\Delta E = 2\sigma \Delta S, \quad (2)$$

bunda ΔS–pufak sirtining (bittasining-ichkisining yoki tashqisining) o'zgarishi.

Sovun pufagi shar shakliga ega deb hisoblab, sirt yuzasining o'zgarishini topamiz:

$$\Delta S = 4\pi r_2^2 - 4\pi r_1^2. \quad (3)$$

bunda r_1 va r_2 boshlang'ich V_1 va oxirgi V_2 hajmlarga mos keluvchi shar radiuslari: $r_1 = \left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{1/3}$, $r_2 = \left(\frac{3V_2}{4\pi}\right)^{1/3}$. Endi (3) formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\Delta S = 4\pi\left[\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3} - \left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3}\right].$$

$V_2 = 2V_1$ ekanligini hisobga olib umumiy had $\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3}$ ni qavsdan tashqariga chiqargandan keyin quyidagini olamiz:

$$\Delta S = 4\pi\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3}(2^{2/3} - 1).$$

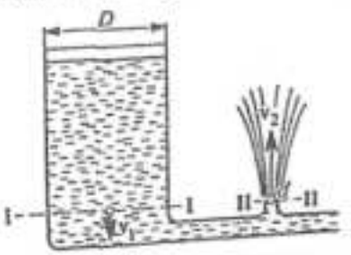
ΔS ning ifodasini (2) formulaga qo'yamiz:

$$\Delta E = 8\pi\sigma\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{2/3}(2^{2/3} - 1). \quad (4)$$

(4) formula bo'yicha hisoblasak,

$$E = 106 \text{ μJ}.$$

6-masala. Suv favvoraga katta silindrik bakdan beriladi (12.2-rasm) va II-II teshikdan $\vartheta_2 = 12 m/s$ tezlik bilan chiqadi. Bakning diametri D=2 m, II-II kesimning diametri d=2 cm. 1) Bakdagi suvning pasayish tezligi ϑ_1; 2) qanday bosim p ostida suv favvoraga berilishi; 3) bakdagi suv sathining balandligi h_1 va favvoradan chiqayotgan suv oqimining balandligi h_2 aniqlansin.



12.2-rasm

Yechish. 1. Favvoraning II-II kesimi sathida bakda I-I kesim o'tkazamiz. I-I kesimning S_1 yuzasi II-II kesimning S_2 yuzasidan ko'p marta katta bo'lganligidan, kichkina vaqt aniqlansin uchun bakdagi suv sathini o'zgarmas, oqimni esa barqaror deb hisoblash mumkin. Barqaror oqim uchun esa oqimning uzluksizlik sharti 12.2-rasm o'rinlidir: , $\vartheta_1 S_1 = \vartheta_2 S_2$ bundan:

$$\vartheta_1 = \frac{\vartheta_2 S_2}{S_1} \text{ yoki } \vartheta_1 = \vartheta_2\left(\frac{d}{D}\right)^2. \quad (1)$$

Berilgan kattaliklarning qiymatlarini (1) tenglikka qo'yib va hisoblab quyidagini topamiz:

$$\vartheta_1 = 0{,}0012 \text{ m/s}.$$

Bakdagi suv sathi shunday tezlik bilan pasayadi. Ko'rinib turibdiki, bu tezlik favvoradagi suv oqimining tezligidan juda kichik.

2. Qanday P_1 bosim ostida suv favvoraga berilayotganini Bernulli tenglamasidan topamiz. Oqimning gorizontal nayi uchun uning ko'rinishi quyidagicha:

$$P_1 + \rho\vartheta_1^2/2 = P_2 + \rho\vartheta_2^2/2. \quad (2)$$

P_2=0 ekanligini hisobga olib (bosim deb atmosfera bosimidan ortiqchasi tushuniladi), (2) tenglamadan quyidagini olamiz:

$$P_1 + \rho\vartheta_1^2/2 = \rho\vartheta_2^2/2 \quad (3)$$

$\vartheta_1 << \vartheta_2$ bo'lganligi tufayli (3) tenglikdan:

$$P_1 = \rho\frac{\vartheta_2^2}{2}.$$

Shu formula bo'yicha hisoblashlarni bajarsak:

$$P_1 = 72kPa.$$

3. Bakdagi suv sathining balandligi h_1 ni $P_1 = h_1\rho g$ munosabatdan topamiz, bundan

$$h_1 = \frac{P_1}{\rho g}$$

Hisoblashni bajarsak,

$$h_1 = 7{,}35m.$$

Suvning favvora bo'lib otilish tezligi ϑ_2 ni bilganimiz holda u otilayotgan balandlik h_2 ni topamiz:

$$h_2 = \frac{\vartheta_2^2}{2g} = 7{,}35m.$$

Bakdagi suv sathining balandligi favvoradagi suv ko'tariladigan balandlikka teng (tutash idishlar qoidasiga binoan) ekanligini ta'kidlaymiz. Bu eslatma havoning qarshiligini inobatga olmagan holdagina o'rinlidir.

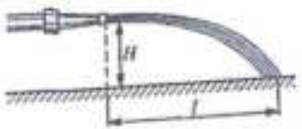
7-masala. Glitserinli idishning tubiga qo'rg'oshin sharcha tushmoqda. Shar tushishi natijasida vujudga keladigan glitserin qatlamlarining harakati laminar bo'lishi uchun sharcha diametrining maksimal qiymati qanday bo'lishi lozimligi aniqlansin. Harakat barqaror deb hisoblansin.

12.49. Gorizontal joylashgan doripurkagich porsheniga F=15 N kuch qo'yilgan. Agar porshenning yuzasi S=12 cm^2 bo'lsa, doripurkagichning uchidan suvning oqib chiqish tezligi ϑ aniqlansin.

12.50. Shamolning devorga bosimi P=200 Pa. Agar shamol devorga tik ravishda esayotgan bo'lsa, uning tezligi ϑ aniqlansin. Havoning zichligi $\rho = 1{,}29kg/m^3$.

12.51. Diametri $d = 2cm$ bo'lgan, ϑ=10 m/s tezlik bilan harakatlanayotgan suv oqimi oqimga tik qo'yilgan harakatsiz yassi sirtga uriladi. Suv zarralarining sirtga urilgandan keyingi tezligini nolga teng deb hisoblab, suv oqimining sirtga bosim kuchi F topilsin.

12.52. Balandligi h=1,5 m bo'lgan bak suv bilan limmo-lim qilib to'ldirilgan. Bakning yuqori chegarasidan h=1 m masofada kichik diametrli teshik hosil bo'ladi. Teshikdan chiqadigan suv oqimi polga bakdan qancha l masofada tushadi.



12.3-rasm

12.53. Yer sirtidan H=2 m balandlikda joylashgan rezina trubkaning uchidan ko'ndalang kesimi yuzasi $S_1 = 4cm^2$ bo'lgan suv gorizontal yo'nalishda oqib chiqadi va l =8m masofada yerga borib tushadi (12.3-rasm). Agar rezina trubkaning ko'ndalang kesim yuzasi $S_2 = 50cm^2$ bo'lsa, suv harakatiga havo qarshiligini inobatga olmay, suvning rezina trubkadagi qo'shimcha bosimi P topilsin.

12.54. Balandligi H=2 m bo'lgan bak suyuqlik bilan limmo-lim to'ldirilgan. Otilib chiqadigan suyuqlik oqimi bakdan eng uzoq masofaga tushishi uchun bak devoridan ochilgan teshik qanday h balandlikda bo'lishi kerak?

12.55. Suv diametri d=5 cm bo'lgan yumaloq silliq quvurdan o'rtacha $<\vartheta>$=10 cm/s tezlik bilan oqmoqda. Quvurdagi suyuqlik oqimi uchun Reynolds soni Re aniqlansin va suyuqlikning oqish xarakteri ko'rsatilsin.

12.56. Quvurdan mashina yog'i oqmoqda. Yog'ning bu quvurdagi harakati laminar bo'lib qoladigan maksimal tezlik $\vartheta_{max} = 3{,}2$cm/s. Shu quvurning o'zida qanday ϑ tezlikda glitserinning harakati laminarlikdan turbulentlikka o'tadi?

12.57. Ichki diametri d=3 cm bo'lgan quvurdan suv oqmoqda. Laminar oqimda suvning maksimal sarfi Q_{max} aniqlansin.

12.8. Agar kritik temperatura T_{kr}=126 K va bosim P_{kr}=3,39 MPa lar ma'lum bo'lsa, azot uchun Van-der-Vaals tenglamasidagi a va b doimiylar hisoblansin.

12.9. 1) Kislorodning; 2) suvning kritik temperaturasi T_{kr} va kritik bosimi P_{kr} hisoblansin.

12.10. Argon uchun kritik temperatura T_{kr}=151 K va kritik bosim P_{kr}=4,86 MPa. Shu berilganlar bo'yicha argonning kritik molyar hajmi V_{mkr} aniqlansin.

12.11. Mustahkam kvars kolba zichligi $\rho = 626 kg/m^3$ bo'lgan suyuq pentan C_5H_{12} bilan qisman to'ldiriladi va uni pentan ustida faqat to'yingan bug' qoladigan qilib mahkamlanadi. Qizdirishda moddaning kritik nuqtadan o'tishini kuzatish mumkin bo'lishi uchun kolba ichki hajmining qanday e qismini pentan egallashi kerakligi aniqlansin. Van-der-Vaals doimiysi $b = 14,5 \cdot 10^{-5} m^3/mol$.

12.12. Modda miqdori ν =1 mol bo'lgan suv egallashi mumkin bo'lgan eng katta hajm V_{max} aniqlansin.

12.13. Kritik holatdagi suv bug'larining zichligi ρ aniqlansin.

12.14. To'yintiruvchi suv bug'larining eng katta bosimi P_{max} aniqlansin.

12.15. Kritik holatdagi azot molekulalarining konsentratsiyasi n_{kr} normal sharoitdagi azot molekulalarining konsentratsiyasi n_0 dan necha marta katta?

12.16. 1) Massasi m=0,5 g bo'lgan kislorodning; 2) massasi m=1 g bo'lgan suvning kritik hajmi V_{kr} topilsin.

12.17*[21]. Modda miqdori ν =1 mol bo'lgan gaz kritik temperaturada turibdi va kritik hajmni egallagan. Gazning bu holatdagi bosimi P kritik bosim P_{kr} dan necha marta kichik?

12.18*. Agar hajmi V va bosimi P mos kritik V_{kr} va P_{kr} qiymatlardan k=3 marta ortiq bo'lsa, azot oksidi qanday T temperaturada turibdi? Azot oksidining kritik temperaturasi T_{kr}=180 K.

[21] *12.17-12.20 masalalarni yechishda Van-der-Vaals tenglamasining keltirilgan shaklidan foydalanish qulay (2-masalaga q.).

12.58. Kanakunjut moyida d=1 cm diametrli mis sharcha o'zgarmas tezlik bilan harakatlanib tushmoqda. Sharcha tushishi natijasida vujudga kelgan moy harakati laminar bo'ladimi? Reynolds sonining kritik qiymati Re_{kr}=0,5 ga teng.

12.59. Diametri d=0,5 mm bo'lgan jez sharcha gliserinda harakatlanib tushmoqda. 1) Sharchaning barqaror harakati tezligi ϑ; 2) shu tezlikda sharcha atrofidan aylanib oqishning laminarligi yoki yo'qligi aniqlansin.

12.60. r_1=2,4 mm radiusli sharchaning kanakunjut moyidagi harakatida laminar aylanib oqish sharchaning ϑ_1 tezligi 10cm/s dan oshmagan holda kuzatiladi. r_2=1 mm radiusli sharchaning glitserindagi qanday minimal ϑ_2 tezligida aylanib oqish turbulent bo'ladi?

12.58. Kanakunjut moyida d=1 cm diametrli mis sharcha o'zgarmas tezlik bilan harakatlanib tushmoqda. Sharcha tushishi natijasida vujudga kelgan moy harakati laminar bo'ladimi? Reynolds sonining kritik qiymati Re_{kr}=0,5 ga teng.

12.59. Diametri d=0,5 mm bo'lgan jez sharcha gliserinda harakatlanib tushmoqda. 1) Sharchaning barqaror harakati tezligi ϑ; 2) shu tezlikda sharcha atrofidan aylanib oqishning laminarligi yoki yo'qligi aniqlansin.

12.60. r_1=2,4 mm radiusli sharchaning kanakunjut moyidagi harakatida laminar aylanib oqish sharchaning ϑ_1 tezligi 10cm/s dan oshmagan holda kuzatiladi. r_2=1 mm radiusli sharchaning glitserindagi qanday minimal ϑ_2 tezligida aylanib oqish turbulent bo'ladi?

12.8. Agar kritik temperatura T_{kr}=126 K va bosim P_{kr}=3,39 MPa lar ma'lum bo'lsa, azot uchun Van-der-Vaals tenglamasidagi a va b doimiylar hisoblansin.

12.9. 1) Kislorodning; 2) suvning kritik temperaturasi T_{kr} va kritik bosimi P_{kr} hisoblansin.

12.10. Argon uchun kritik temperatura T_{kr}=151 K va kritik bosim P_{kr}=4,86 MPa. Shu berilganlar bo'yicha argonning kritik molyar hajmi V_{mkr} aniqlansin.

12.11. Mustahkam kvars kolba zichligi $\rho = 626 kg/m^3$ bo'lgan suyuq pentan C_5H_{12} bilan qisman to'ldiriladi va uni pentan ustida faqat to'yingan bug' qoladigan qilib mahkamlanadi. Qizdirishda moddaning kritik nuqtadan o'tishini kuzatish mumkin bo'lishi uchun kolba ichki hajmining qanday ε qismini pentan egallashi kerakligi aniqlansin. Van-der-Vaals doimiysi $b = 14{,}5 \cdot 10^{-5} m^3/mol$.

12.12. Modda miqdori ν =1 mol bo'lgan suv egallashi mumkin bo'lgan eng katta hajm V_{max} aniqlansin.

12.13. Kritik holatdagi suv bug'larining zichligi ρ aniqlansin.

12.14. To'yintiruvchi suv bug'larining eng katta bosimi P_{max} aniqlansin.

12.15. Kritik holatdagi azot molekulalarining konsentratsiyasi n_{kr} normal sharoitdagi azot molekulalarining konsentratsiyasi n_0 dan necha marta katta?

12.16. 1) Massasi m=0,5 g bo'lgan kislorodning; 2) massasi m=1 g bo'lgan suvning kritik hajmi V_{kr} topilsin.

12.17*[21]. Modda miqdori ν =1 mol bo'lgan gaz kritik temperaturada turibdi va kritik hajmni egallagan. Gazning bu holatdagi bosimi P kritik bosim P_{kr} dan necha marta kichik?

12.18*. Agar hajmi V va bosimi P mos kritik V_{kr} va P_{kr} qiymatlardan k=3 marta ortiq bo'lsa, azot oksidi qanday T temperaturada turibdi? Azot oksidining kritik temperaturasi T_{kr}=180 K.

[21] *12.17-12.20 masalalarni yechishda Van-der-Vaals tenglamasining keltirilgan shaklidan foydalanish qulay (2-masalaga q.).

12.19*. Gaz kritik holatda turibdi. Agar gazning temperaturasi T va hajmi V bir paytning o'zida k=2 marta orttirilsa, uning bosimi P kritik bosim P_{kr} dan qanday va necha marta farq qiladi?

12.20*. Gaz kritik holatda turibdi. Agar uning temperaturasi T izoxorik ravishda k=2 marta orttirilsa, gazning bosimi P necha marta oshadi?

Ichki energiya

12.21. T_{kr}=126 K kritik temperaturadagi ν =1 mol modda miqdoridan iborat azotning ichki energiyasi U aniqlansin. Hisoblash V hajmning quyidagi to'rtta qiymati uchun bajarilsin: 1) 20 l; 2) 2 l; 3) 0,2 l; 4) V_{kr}.

12.22. Modda miqdori ν=1mol bo'lgan kislorod T=350 K temperaturada turibdi. Agar u ideal gaz sifatida qaralsa ichki energiyani hisoblashda yo'l qo'yiladigan nisbiy xatolik ε topilsin. Hisoblash V hajmning quyidagi ikkita qiymati uchun bajarilsin: 1) 2 l; 2) 0,2 l.

12.23. Normal P_0 bosim va T=300 K temperaturadagi massasi m=132 g bo'lgan karbonat angidrid gazini: 1) ideal gaz, 2) real gaz deb qarab, ichki energiyasi U topilsin.

12.24. Massasi m=8 g bo'lgan kislorod T=300K temperaturada $V = 20\,\text{cm}^3$ hajmni egallaydi. Kislorodning U ichki energiyasi aniqlansin.

12.25. Modda miqdori ν =1 mol bo'lgan neonning hajmi V_1=1 l dan V_2=2 l gacha izotermik ravishda kengayganda ichki energiyasining o'zgarishi ΔU aniqlansin.

12.26. m=0,1 kg massali karbonat angidrid gazining hajmi V_1=103 l dan to V_2=104l gacha ortdi. Gazning bu kengayishida molekulalar ichki o'zaro ta'sir kuchlarining ishi A topilsin.

12.27. Sig'imi V_1=1 l bo'lgan idishda m=10 g azot saqlanadi. Agar azot bo'shliqda V_2=10 l hajmgacha kengaysa, uning temperaturasi o'zgarishi ΔT aniqlansin.

12.28. m=7,1 g massali gazsimon xlor sig'imi V_1=0,1 l bo'lgan idishda turibdi. Bo'shliqda V_2=1 l hajmgacha kengayishida gazning temperaturasi o'zgarmay qolishi uchun xlorga qanday issiqlik miqdori berilishi kerak?

Sirt tarangligi. Kapillyar hodisalar

12.29. Kapillyar naydan oqib chiqayotgan 100 tomchi spirtning massasi m=0,71 g. Agar uzilish paytida tomchi bo'yining diametri d=1 mm bo'lsa, spirtning sirt tarangligi aniqlansin.

12.30. Nayning diametri d_1=0,2 cm. Nayning quyi uchida uzilish paytida sharcha ko'rinishiga ega bo'lgan suv tomchisi osilib turibdi. Shu tomchining diametri d topilsin.

12.31. Puflab sovun pufagining diametrini d_1=1 cm dan d_2=11 cm gacha orttirish uchun qanday A ishni bajarish kerak? Jarayon izotermik deb hisoblansin.

12.32. Har birining radiusi r =1 mm dan bo'lgan ikkita simob tomchisi bitta katta tomchiga birlashishdi. Bu qo'shilishda qanday E energiya ajraladi? Jarayon izotermik deb hisoblansin.

12.33. Diametri d =2 μm bo'lgan havo pufagi suvning ayni sirtida turibdi. Agar suv sirti ustidagi havo normal sharoitda turgan bo'lsa, pufakdagi havo zichligi ρ aniqlansin.

12.34. Agar sovun pufagining diametri d=5 mm bo'lsa, pufak ichidagi havo bosimi P atmosfera bosimi P_0 dan qancha katta?

12.35. O'lchamlari 10x10 cm dan bo'lgan o'zaro parallel joylashgan ikkita shisha plastinkalar orasidagi masofa l =22 μm bo'lib, oralaridagi bo'shliq suv bilan to'ldirilgan bo'lsa, bu plastinkalarni bir-biriga siquvchi F kuch aniqlansin. Menisk botiq, diametri esa plastinkalar orasidagi masofaga teng deb hisoblansin.

12.36. Mikroskopning qoplama shishasi diametri d=16 mm bo'lgan doira ko'rinishiga ega. Uning ustiga m=0,1 g suvni surtdilar va xuddi shunday boshqa shishani yotqizdilar; natijada shishalar bir-biriga yopishib qoldi. Ajratish uchun shishalar sirtiga tik bo'lgan qanday F kuch bilan ularni tortish kerak? Suv shishani to'la ho'llaydi va shuning uchun suv qatlami yon sirti egriligining kichik radiusi shishalar orasidagi masofa d ning yarmiga teng deb hisoblansin.

12.37. Glitserin kapillyar nayda H=20 mm balandlikka ko'tarildi. Agar nay kanalining diametri d=1 mm bo'lsa, glitserinning sirt tarangligi aniqlansin.

12.38. Kosachali simob barometrining shisha nayi kanalining diametri d=5mm. Bunday barometr bilan hisoblaganda atmosfera bosimining to'g'ri qiymatini olish uchun qanday Δp tuzatma kiritish kerak?

12.39. U simon nay tirsaklaridagi suyuqlik sathlarining farqi Δh =23 mm. Nay tirsaklari kanallarining diametrlari d_1 va d_2 lar mos ravishda 2 va 0,4 mm ga teng. Suyuqlikning zichligi $\rho = 0{,}8\,\text{g/cm}^3$. Suyuqlikning sirt taranglik koeffitsiyenti aniqlansin.

12.40. Ichki diametrlari d_1=0,05 cm va d_2=0,1 cm bo'lgan ikkita tik kapillyar nay pastki uchlari bilan suyuqlikka tushirilgan. Naylardagi suyuqlik sathlarining farqi Δh=11,6 mm. Suyuqlikning zichligi $\rho = 0{,}8 g/cm^3$. Suyuqlikning sirt taranglik koeffitsiyenti σ topilsin.

12.41. Ichki kanalining diametri d=1 mm bo'lgan shisha nay suvga juda oz chuqurlikka botirilgan. Nayga kirgan suvning massasi m topilsin.

12.42. Diametri d=0,5 mm bo'lgan kapillyar nay suv bilan to'ldirilgan. Nayning pastki uchida suv tomchi ko'rinishida osilib qoldi. Bu tomchini radiusi r =3 mm bo'lgan sharning bir qismi sifatida qabul qilish mumkin. Naydagi suv ustunining balandligi h topilsin.

12.43. U simon simob manometri keng tirsagining diametri d_1 =4 cm, toriniki d_2=0,25 cm. Tirsaklardagi simob sathlarining farqi Δh =200 mm. Kapillyarlik tuzatmasini hisobga olib manometr ko'rsatayotgan bosim P topilsin.

12.44. Agar oralaridagi masofa d =0,2 mm bo'lsa, o'zaro parallel bo'lgan ikkita shisha plastinka orasidagi suv qanday balandlikka ko'tariladi?

Gidrodinamika

12.45. Kesimi o'zgaruvchan bo'lgan gorizontal ravishda joylashgan quvurdan suv oqmoqda. Quvurning keng qismida suvning tezligi ϑ_1 20cm/s. Quvurning diametri keng qismining diametri d_1 dan 1,5 marta kichik bo'lgan tor qismidagi tezlik ϑ_2 aniqlansin.

12.46. Gorizontal joylashgan quvurning keng qismidan neft ϑ_1 =2 m/s tezlik bilan oqmoqda. Agar quvurning keng va tor qismlaridagi bosimlar farqi ΔP =6,65 kPa bo'lsa, neftning quvurning tor qismidagi tezligi ϑ_2 aniqlansin.

12.47. Ko'ndalang kesimining yuzasi S_1=20 cm^2 bo'lgan gorizontal joylashgan quvurdan suyuqlik oqmoqda. Quvurning bir joyida kesimining yuzasi S_2 =12cm^2 bo'lgan torayish bor. Quvurning keng va tor qismlaridagi manometrik naychalardagi sathlar farqi Δh =8 cm. Suyuqlikning hajmiy sarfi Q_V aniqlansin.

12.48. Nasos gorizontal silindrining diametri d_1=20 cm. Unda d=2 cm diametrli teshikdan suvni haydagancha ϑ_1=1 m/s tezlik bilan porshen harakatlanadi. Suv teshikdan qanday ϑ_2 tezlik bilan oqib chiqadi? Suvning silindrdagi ortiqcha bosimi P qanday bo'ladi?

Yechish. Agar qovushoq suyuqlikda jism harakatlanayotgan bo'lsa, unda jismga yopishib olgan suyuqlik qatlami ham u bilan birga bir jismdek harakat qiladi. Bu qatlam ichki ishqalanish natijasida boshqa qatlamlarni ham ketidan ergashtiradi. Suyuqlikning vujudga kelgan harakati jismning shakli va o'lchamlariga, hamda uning tezligiga qarab laminar yoki turbulent bo'ladi. Harakat xarakteri, shuningdek, suyuqlikning xossalariga bog'liq va o'lchamsiz Reynolds soni bilan aniqlanadi.

Agar suyuqlikda harakatlanayotgan jism d diametrli shar shaklida bo'lsa, Reynolds soni

$$\mathrm{Re} = \rho \vartheta d / \eta . \qquad (1)$$

formula bilan aniqlanadi, uning kritik qiymati esa $\mathrm{Re}_{kr} = 0{,}5$.

Tezlik ϑ ni quyidagi mulohazalar asosida aniqlaymiz. Glitseringa tushayotgan qo'rg'oshin sharchaga uchta kuch ta'sir qiladi:

1) sharchaning og'irlik kuchi , $P = \rho_q g V = \frac{1}{6}\pi \rho_q g d^3$, bu yerda ρ_q – qo'rg'oshinning zichligi; V-sharchaning hajmi;

2) Arximed qonuni bilan aniqlanadigan siqib chiqaruvchi kuch,

$$F_a = \rho_{gl} V g = \frac{1}{6}\pi \rho_{gl} g d^3 .$$

bu yerda ρ_{gl} –glitserinning zichligi;

3) Stoks formulasi bilan aniqlanuvchi ichki ishqalanish kuchi:

$$F_{ishq} = 6\pi\eta r\upsilon = 3\pi\eta d\vartheta .$$

Sharchaning suyuqlikdagi barqaror harakatida (ϑ=const) sharchaning og'irlik kuchi, Arximed va ichki ishqalanish kuchlari yig'indisi bilan muvozanatga keladi, ya'ni $\frac{1}{6}\pi \rho_q g d^3 = \frac{1}{6}\pi \rho_{gl} g d^3 + 3\pi\eta d\vartheta$

bundan

$$\vartheta = \frac{(\rho_q - \rho_{gl})}{18\eta} d^2 . \qquad (2)$$

(1) va (2) tenglamalarni d ga nisbatan birgalikda yechib quyidagini topamiz:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18\eta^2 \mathrm{Re}}{\rho_{gl}(\rho_q - \rho_{gl}) g}} .$$

Diametrning harakat hali laminar bo'lib qolishiga mos keluvchi maksimal qiymati Reynolds sonining kritik qiymati Re_{kr} mos keladi. Shuning uchun

$$d_{max} = \sqrt[3]{\frac{18\eta^2 Re_{kr}}{\rho_w(\rho_s - \rho_w)g}}.$$

Bunga η (14-jadvalga q.) Re_{kr}, ρ_s, ρ_w va g larning qiymatlarini qo'yib va hisoblab, natijani olamiz:

$$d_{max} \approx 5{,}39\ \text{mm}.$$

Masalalar

Van-der-Vaals tenglamasi

12.1. $V=10\ l$ sig'imli idishda $m=0{,}25$ kg massali azot bor. 1) Gazning ichki bosimi P; 2) molekulaning xususiy hajmi b aniqlansin.

12.2. $\nu=1$ mol modda miqdoridan iborat kislorod $T=300$ K temperaturada $V=0{,}5\ l$ hajmni egallagan bo'lsa, u ko'rsatadigan bosim P aniqlansin. Olingan natija Mendeleyev–Klapeyron formulasi bo'yicha hisoblangan bosim bilan solishtirilsin.

12.3. $V=0{,}3\ l$ sig'imli idishda $T=300$ K temperaturada modda miqdori $\nu=1$ mol bo'lgan karbonat angidrid bor. Gazning bosimi P: 1) Mendeleyev–Klapeyron formulasi bo'yicha; 2) Van–der-Vaals tenglamasi bo'yichi aniqlansin.

12.4. Modda miqdori $\nu=1$ mol bo'lgan kripton $T=300$ K temperaturada turibdi. Bosimni hisoblashda Van-der-Vaals tenglamasi o'rniga Mendeleyev-Klapeyron tenglamasidan foydalanishda yo'l qo'yiladigan nisbiy xatolik $\varepsilon = \Delta P / P$ aniqlansin. Hisoblashlar hajmning ikki qiymati: 1) $V = 2\ l$; 2) $V = 0{,}2\ l$ uchun bajarilsin.

12.5. Xona temperaturasida qalin devorli po'lat ballonning ichini yarmigacha suvga to'ldirdilar. Shundan keyin ballonni germetik ravishda mahkamladilar va $T=650$ K temperaturagacha qizdirdilar. Shu temperaturada ballondagi suv bug'ining bosimi P aniqlansin.

12.6. Kislorodning bosimi $P=7$ MPa, zichligi $\rho=100$ kg/m^3. Kislorodning temperaturasi T topilsin.

12.7. $T=380$ K temperaturada hajmi: 1) 1000 l; 2) 10 l; 3) 2 l bo'lgan $m=1$ kg massali suv bug'larining bosimi P aniqlansin.

Kritik holat

3-bob. ELEKTROSTATIKA

13§. KULON QONUNI. ZARYADLANGAN JISMLARNING O'ZARO TA'SIRI

Asosiy formulalar

• Kulon qonuni:

a) vektor ko'rinishda:

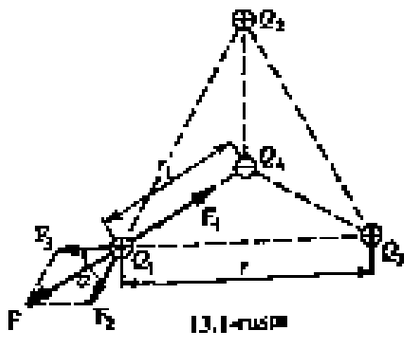
$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r},$$

bu yerda $\vec{F}_{12}$ – Q_2 nuqtaviy zaryadga Q_1 nuqtaviy zaryad tomonidan ta'sir etayotgan kuch ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$); r – zaryadlar orasidagi masofa; ε – muhitning dielektrik singdiruvchanligi; ε_0 – elektr doimiysi ($\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m); $\vec{r}_{12}$ – Q_1 zaryaddan Q_2 zaryadga yo'nalgan radius vektor.

b) skalyar ko'rinishda:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon r^2} = k\frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon r^2},$$

bu yerda $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$.



13.1-rasm

• Elektr zaryadlarining saqlanish qonuni

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = \text{const},$$

bu yerda $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ – izolyatsiyalangan sistemaga kiruvchi zaryadlarning algebraik yig'indisi; n – zaryadlar soni.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Uchta bir xil musbat $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ nC zaryad teng tomonli uchburchakning uchlarida joylashtirilgan (13.1-rasm). Ular bilan o'zaro tortishish kuchi bu zaryadlarning o'zaro itarish kuchlarini muvozanatga keltirishi uchun uchburchakning markaziga qanday Q_4 manfiy zaryad joylashtirish kerak?

Yechish: Uchburchakning uchlarida joylashgan har uchala zaryad ham bir xil vaziyatda turibdi. Shuning uchun ham masalani yechish uchun uchta bir xil vaziyatda turibdi. Shuning uchun ham masalani yechish uchun uchta zaryaddan birortasi, masalan Q_1 zaryad muvozanatda bo'lishi uchun

uchburchakning markaziga qanday zaryadni joylashtirish kerakligini aniqlash yetarlidir.

Superpozitsiya prinsipiga binoan, zaryadga har bir zaryad boshqalaridan mustaqil ravishda ta'sir qiladi. Shuning uchun ham zaryad agar unga ta'sir etuvchi kuchlarning vektor yig'indisi nolga teng bo'lsagina muvozanat holatda bo'ladi:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_1 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0, \qquad (1)$$

bu yerda $\vec{F}_2$, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_4$ - Q_4 zaryadga mos ravishda Q_2, Q_1 va Q_3 zaryadlarning ta'sir kuchlari; $\vec{F}$ – $\vec{F}_2$ va $\vec{F}_4$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi.

$\vec{F}$ va $\vec{F}_4$ kuchlar bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalganliklari uchun, (1) vektor yig'indini skalyar yig'indi bilan almashtirish mumkin:

$$F - F_4 = 0 \text{ yoki } F_4 = F.$$

Oxirgi tenglikdagi F ni F_2 va F_1 lar orqali ifodalab va $F_1 = F_2$ ekanligini hisobga olib, quyidagini olamiz:

$$F_4 = F_2\sqrt{2(1+\cos\alpha)}.$$

Kulon qonunini qo'llab va $Q_1 = Q_2 = Q_3$ ekanligini nazarda tutib, quyidagini topamiz:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_4 Q_4}{\varepsilon r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{\varepsilon r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}. \qquad (2)$$

bundan $Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}$ (3)

kelib chiqadi.

Teng tomonli uchburchakning geometrik tuzilishidan

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos 30^\circ} = \frac{r}{2\cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}}; \cos\alpha = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

kelib chiqadi.

Yuqoridagilarni hisobga olganda, (3) ifoda quyidagi ko'rinishni oladi:

$$Q_4 = Q_1/\sqrt{3}.$$

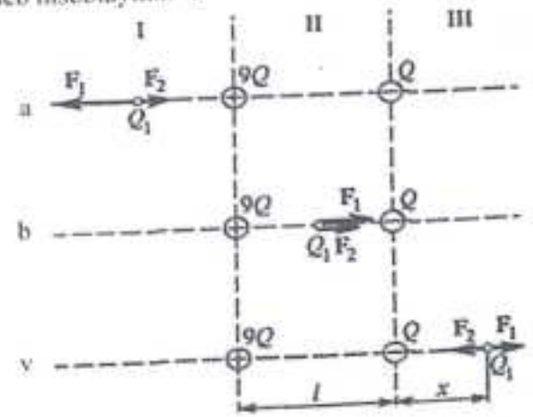
Olingan ifodaga Q_1 ning qiymatini qo'ysak,

$$Q_4 = 0.58 \text{ nC},$$

ni olamiz. Zaryadlar sistemasining muvozanati turg'un bo'lmasligini ta'kidlab o'tamiz.

2-masala. Ikkita $9Q$ va $-Q$ zaryadlar bir-biridan l=50 cm masofada mahkamlangan. Uchinchi Q_1 zaryad faqat shu zaryadlar orqali o'tadigan to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanishi mumkin. Q_1 zaryadning u muvozanat holatda bo'ladigan o'rni aniqlansin. Zaryad qanday ishorali bo'lganda muvozanat turg'un bo'ladi[22]?

Yechish. Q_1 zaryad, agar unga ta'sir etuvchi kuchlarning vektor yig'indisi nolga teng bo'lsa, muvozanat holatda bo'ladi. Bundan kelib chiqadiki, zaryadga modullari teng va yo'nalishlari qarama-qarshi bo'lgan ikki kuch ta'sir qilishi kerak. I, II, III qismlarning qaysi birida (13.2-rasm) bu shart bajarilishi mumkinligini ko'ramiz. Aniqlik uchun Q_1 zaryadni musbat ishorali deb hisoblaymiz[23].



13.2-rasm

I qismda (13.2a-rasm) zaryadga ikkita qarama-qarshi yo'nalgan kuchlar: $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ ta'sir etadi. $9Q$ zaryad tomonidan ta'sir etayotgan $\vec{F}_1$ kuch shu qismning istalgan nuqtasida-Q zaryad tomonidan ta'sir etayotgan $\vec{F}_2$ kuchdan katta bo'ladi. Chunki katta (modul jihatdan) bo'lgan $9Q$ zaryad kichik Q-zaryadga nisbatan Q_1 zaryadga yaqinroq joylashadi. Binobarin, bu qismda muvozanat bo'lishi mumkin emas.

[22] Agar zaryad o'z muvozanat holatida ozroq siljiganda uni muvozanat holatga qaytaruvchi kuchlar vujudga kelsa, muvozanat turg'un deyiladi.

[23] O'quvchiga manfiy zaryad uchun masalani mustaqil yechish tavsiya etiladi.

II qismda (13.2b-rasm) har ikkala $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar ham bir tomonga, Q zaryadga yo'nalgan. Demak, ikkinchi qismda ham muvozanat bo'lishi mumkin emas.

III qismda (13.2v-rasm) $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar, xuddi I qismadagidek, qarama-qarshi tomonlarga yo'nalgan. lekin undan farqli o'laroq kichik (modul bo'yicha) $(-Q)$ zaryad, katta $(9Q)$ zaryadga nisbatan doimo Q_1 zaryadga yaqinroq joylashgan bo'ladi. Demak, to'g'ri chiziqda shunday nuqtani topish mumkinki, unda $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar modullari jihatidan bir xil bo'lishadi, ya'ni

$$\left|\vec{F}_1\right| = \left|-\vec{F}_2\right|. \qquad (1)$$

Kichik zaryaddan Q_1 zaryadgacha bo'lgan masofa x bo'lsin. U holda katta zaryaddan Q_1 zaryadgacha bo'lgan masofa $l + x$ bo'ladi. (1) tenglikda $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ larni Kulon qonuniga muvofiq ifodalab quyidagini olamiz:

$$\frac{9QQ_1}{(l+x)^2} = \frac{QQ_1}{x^2}.$$

Tenglikni QQ_1 ga qisqartirib va ikkala tomonidan ham kvadrat ildiz chiqarib, $l + x = \pm 3x$ ekanligini topamiz, bundan

$$x_1 = +l/2 \text{ va } x_2 = -l/4.$$

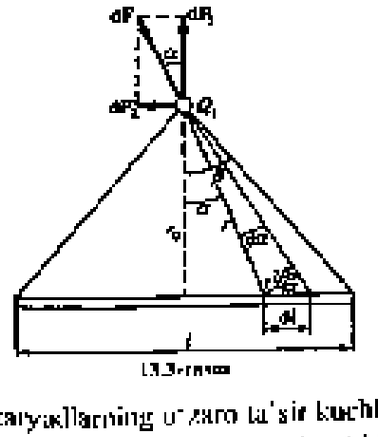
x_2 ildiz masalaning fizikaviy shartini qanoatlantirmaydi (bu nuqtada $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning qarshi modullari bo'yicha teng bo'lishsa-da, lekin bir tomonga yo'nalgan).

Muvozanat turg'un bo'lishi uchun zaryadning ishorasi qanday bo'lishini aniqlaylik. Quyidagi ikki hol uchun Q_1 zaryadning siljishini qaraylik: 1) zaryad musbat; 2) zaryad manfiy.

1. Agar Q_1 zaryad musbat bo'lsa, uning chapga siljishi bilan har ikkala $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar ham o'sa boradi, lekin $\vec{F}_1$ sekin o'sadi ($9Q$ zaryad $-Q$ zaryadga qaraganda doimo uzoqroqda bo'ladi). Binobarin, $\vec{F}_2$ (moduli bo'yicha) $\vec{F}_1$ dan katta bo'ladi va Q_1 zaryadga ham chap tomonga yo'nalgan natijaviy kuch ta'sir etadi. Bu kuch ta'sirida zaryad Q_1 muvozanat holatidan chetlashadi. Q_1 zaryad o'ngga siljiganda ham shu hol ro'y beradi. $\vec{F}_2$ kuch $\vec{F}_1$ dan tezroq kamayadi. Bu holda kuchlarning vektor yig'indisi o'ngga yo'nalgan bo'ladi. Bu kuch ta'sirida zaryad ham o'ng tomonga siljiydi, ya'ni muvozanat holatidan chetlashadi. Shunday qilib, musbat zaryad holida muvozanat turg'unmas bo'ladi.

2. Agar Q_1 zaryad manfiy bo'lsa, uning chapga siljishi $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning ortishiga olib keladi, lekin $\vec{F}_1$ kuch $\vec{F}_2$ kuchga qaraganda sekinroq o'sadi, ya'ni $\left|\vec{F}_2\right| > \left|\vec{F}_1\right|$. Natijaviy kuch o'ngga yo'nalgan bo'ladi. Bu kuch ta'sirida Q_1 zaryad muvozanat holatiga qaytadi. Q_1 o'ngga siljiganda esa, $\vec{F}_2$ kuch $\vec{F}_1$ kuchga qaraganda tezroq kamayadi, ya'ni $\left|\vec{F}_1\right| < \left|\vec{F}_2\right|$. Natijaviy kuch chapga yo'nalgan va Q_1 zaryad yana muvozanat holatiga qaytadi. Manfiy zaryad holida muvozanat turg'un bo'ladi. Q_1 zaryadning miqdori esa ahamiyatga ega emas.

Shuni qayd qilish mumkinki, elektrostatikada turg'un vaziyat faqat ma'lum cheklanishlar bilangina bo'lishi mumkin. Bizning masalamizda Q_1 zaryad $9Q$ va $-Q$ zaryadlar orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ylabgina siljishi mumkin. Agar bu cheklanish olinsa, unda turg'un muvozanat bo'lmaydi. Faqat elektrostatik kuchlar ta'sirida bo'lgan zaryadlar sistemasida turg'un muvozanat bo'lishi mumkin emas (Irnshou teoremasi).



13.3-rasm

3-masala. Uzunligi $l = 30$ cm bo'lgan ingichka tayoqcha (13.3-rasm) butun uzunligi bo'ylab $\tau = 10^{-9}$ C/m chiziqli zichlik bilan bir tekis taqsimlangan zaryadga ega. Tayoqchadan $r_0 = 20$ cm masofada tayoqcha uchlaridan teng uzoqlikda $Q_1 = 10$ nC zaryad bor. Nuqtaviy zaryadning zaryadlangan tayoqcha bilan o'zaro ta'sir kuchi F aniqlansin.

Yechish. Kulon qonuni nuqtaviy zaryadlarning o'zaro ta'sir kuchlarini hisoblashga imkon beradi. Masalaning shartiga ko'ra, zaryadlardan biri nuqtaviy bo'lmay, tayoqchaning uzunligi bo'yicha tekis taqsimlangan zaryaddan iboratdir. Biroq, agar tayoqchadan uzunligi dl bo'lgan kichik bo'lakcha ajratilsa, undagi $dQ = \tau dl$ zaryadni nuqtaviy zaryad sifatida qarash va unda Kulon qonuni[2] bo'yicha Q_1 va dQ zaryadlar orasidagi o'zaro ta'sir kuchini aniqlash mumkin:

[2] Bu yerda va bundan keyingi misollarda agar muhit ko'rsatilmagan bo'lsa, zaryad vakuumda ($\varepsilon = 1$) deb hisoblansin.

$$dF = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1\tau dl}{r^2}, \qquad (1)$$

bu yerda r-ajratilgan elementdan Q_1 zaryadgacha bo'lgan masofa.

Chizmadan (13.3-rasm) $r = \frac{r_0}{\cos\alpha}$ va $dl = \frac{r dl\alpha}{\cos\alpha}$ lar kelib chiqadi, bu yerda r_0 – Q_1 zaryaddan tayoqchagacha bo'lgan masofa. r va dl larning yuqorida keltirilgan ifodalarini (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$dF = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}d\alpha. \qquad (2)$$

dF kuchning vektor kattalik ekanligini nazarda tutmoq kerak, shuning uchun integrallashdan oldin uni ikkita tashkil etuvchiga ajratamiz: tayoqchaga tik dF_1 va unga parallel dF_2.

13.3 rasmdan ko'rinib turibdiki, $dF_1 = dF\cos\alpha$, $dF_2 = dF\sin\alpha$.

dF ning (2) ifodadagi qiymatini bu formulalarga qo'ysak:

$$dF_1 = \frac{Q_1\tau\cos\alpha}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}d\alpha; \quad dF_2 = \frac{Q_1\tau\sin\alpha}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}d\alpha.$$

Bu ifodalarni $-\beta$ dan $+\beta$ gacha chegaralarda integrallab, quyidagini olamiz:

$$F_1 = \int_{-\beta}^{\beta}\frac{Q_1\tau\cos\alpha}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}d\alpha = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}\int_{-\beta}^{\beta}\cos\alpha d\alpha = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}\left|\sin\alpha\right|_{-\beta}^{\beta} =$$

$$= \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}\left|\sin\beta - \sin(-\beta)\right| = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}2\sin\beta;$$

$$F_1 = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}\sin\beta.$$

Q_1 zaryadning tayoqchaga nisbatan simmetrik joylashganligidan ikkinchi ifodaning integrali nolni beradi:

$$F_2 = \int_{-\beta}^{\beta}\frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}\sin\alpha d\alpha = -\frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}\left|\cos\beta\right|_{-\beta}^{\beta} = -\frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}(\cos\beta - \cos\beta) = 0.$$

Shunday qilib, Q_1 zaryadga ta'sir etuvchi kuch

$$F = F_1 = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}\sin\beta. \qquad (3)$$

13.3–rasmdan $\sin\beta = \frac{l/2}{\sqrt{r_0^2 + l^2/4}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$. U holda $\sin\beta$ ning ifodasini (3) formulaga qo'ysak,

$$F = \frac{Q_1\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0}\cdot\frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}} \qquad (4)$$

ifoda kelib chiqadi. (4) formula bo'yicha hisoblashlarni amalga oshiramiz:

$$F = \frac{10\cdot10^{-9}\cdot1\cdot10^{-6}}{2\cdot3.14\cdot8.85\cdot10^{-12}\cdot0.2}\cdot\frac{0.3}{\sqrt{4\cdot0.2+0.3^2}}\text{ N} = 5.4\cdot10^{-4}\text{ N} = 0.54\text{ mN}.$$

Masalalar

Nuqtaviy zaryadlarning o'zaro ta'siri

13.1. Vakuumda bir-biridan $r = 1$ m masofada bo'lgan ikkita $Q_1 = Q_2 = 1$ C nuqtaviy zaryadlarning o'zaro ta'sir kuchi aniqlansin.

13.2. Har birining massasi $m = 0.1$ g dan bo'lgan ikkita sharcha uzunliklari $l = 20$ cm dan bo'lgan iplar yordamida bir nuqtada osilgan. Sharchalar bir xil zaryadlangach, shunday ajralishdiki, iplar o'zaro $\alpha = 60°$ burchak hosil qilishdi. Har bir sharchaning zaryadi topilsin.

13.3. Ikkita bir xil zaryadlangan sharcha uzunliklari bir xil bo'lgan iplar bilan bir nuqtada osilgan. Bunda iplar o'zaro α burchak hosil qilishdi. Sharchalarni zichligi $\rho_1 = 8\cdot10^3$ kg/m^3 bo'lgan yog'ga botirdilar. Agar sharchalar yog'ga botirilgandan keyin ham iplarning hosil qilgan burchagi o'zgarmay qolsa, yog'ning dielektrik singdiruvchanligi ε aniqlansin. Sharchalar materialining zichligi $\rho = 1.6\cdot10^3$ kg/m^3.

13.4. Har birining massasi $m = 1$ g dan bo'lgan ikkita sharcha berilgan. Zaryadlarining o'zaro itarishish kuchi sharchalarning Nyuton qonuni bo'yicha o'zaro tortilishish kuchi bilan muvozanatlashishi uchun har bir sharchaga qanday Q zaryad berilishi kerak? Sharchalar moddiy nuqtalar deb hisoblansin.

13.5. Vodorod atomining elementar nazariyasida elektron yadro atrofida doiraviy orbita bo'ylab aylanadi deb qabul qilinadi. Agar orbita radiusi $r = 53$ pm bo'lsa, elektronning ϑ tezligi hamda elektronning aylanish chastotasi ν aniqlansin.

13.6. Ikkita $Q_1 = 1$ μC va $Q_2 = -Q$ nuqtaviy zaryadlar orasidagi masofa 10 cm ga teng. Birinchi zaryaddan $r_1 = 6$ cm va ikkinchisidan $r_2 = 8$ cm

masofada turgan $Q_1 = 0{,}1\,\mu C$ nuqtaviy zaryadga ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin.

13.7. Tomoni a=10 cm bo'lgan to'g'ri oltiburchakning uchlarida Q, $2Q$, $3Q$, $4Q$, $5Q$, $6Q$($Q = 0{,}1\,\mu C$) nuqtaviy zaryadlar joylashgan. Oltiburchak tekisligida yotuvchi va uning uchlaridan teng uzoqlikda joylashgan Q nuqtaviy zaryadga ta'sir etuvchi F kuch topilsin.

13.8. O'tkazuvchanliklari bir xil bo'lgan, zaryadlangan ikkita shar bir-biridan $r = 60\,cm$ masofada turibdi. Sharlarning itarishish kuchi $F_1 = 70\,\mu N$. Sharlar bir-biriga tekkizilib, so'ngra oldingi masofagacha uzoqlashtirilgach itarishish kuchi ortdi va $F_2 = 160\,\mu N$ ga teng bo'ldi. Bir-birlariga tekkizilguncha sharlarda bo'lgan Q_1 va Q_2 zaryadlar hisoblansin. Sharlarning diametrlari ular orasidagi masofaga nisbatan yetarlicha kichik deb hisoblansin.

13.9. O'tkazuvchanliklari bir xil bo'lgan, zaryadlangan ikkita shar bir-biridan $r = 30$ cm masofada turibdi. Sharlarning tortishish kuchlari $F_1 = 90\,\mu N$. Sharlar bir-biriga tekkizilib, oldingi vaziyatiga qaytarilgandan so'ng, ular orasidagi o'zaro itarish kuchi $F_2 = 160\,\mu N$ ga teng bo'ldi. Sharlar bir-birlariga tekkizilmasdan oldin ularda mavjud bo'lgan zaryad miqdorlari Q_1 va Q_2 lar aniqlansin. Sharlarning diametrlari ular orasidagi masofaga nisbatan yetarlicha kichik deb hisoblansin.

13.10. Ikkita musbat Q va $4Q$ nuqtaviy zaryadlar bir-biridan $l = 60$ cm masofada mahkamlangan. Uchinchi Q_1 zaryad ular bilan muvozanat vaziyatida turishi uchun bu zaryadni berilgan zaryadlar orqali o'tuvchi to'g'ri chiziqning qaysi nuqtasiga o'rnatish kerak? Agar zaryad faqat mahkamlangan zaryadlar orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlana olsa, muvozanat turg'un bo'lishi uchun zaryad qanday ishorali bo'lishi kerakligi aniqlansin.

13.11. $Q_1 = 180\,nC$ va $Q_2 = 720\,nC$ erkin zaryadlar orasidagi masofa $l = 60$ cm. Zaryadlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun, uchinchi Q_3 zaryadni o'rnatish lozim bo'lgan zaryadlar orqali o'tuvchi to'g'ri chiziqdagi nuqta aniqlansin. Zaryadning kattaligi va ishorasi aniqlansin. Muvozanat turg'un bo'ladimi yoki turg'unmasmi?

13.12. Har biri $Q_1 = 1\,nC$ dan bo'lgan uchta zaryad teng tomonli uchburchakning uchlarida joylashgan. Tortishish kuchlari zaryadlarning itarish kuchlarini muvozanatga keltirishi uchun uchburchakning markaziga

qanday Q_3 manfiy zaryadni joylashtirish kerak? Bu muvozanat turg'un bo'ladimi?

13.13. Kvadratning uchlarida har biri $Q = 0{,}3\,nC$ dan bo'lgan bir xil zaryad bor. Musbat zaryadlarning o'zaro itarishish kuchlari manfiy zaryadning tortishish kuchi bilan muvozanatga keltirilishi uchun kvadratning markaziga qanday Q_1 manfiy zaryad joylashtirish kerak?

Nuqtaviy zaryadning tekis taqsimlangan zaryad bilan o'zaro ta'siri

13.14. Uzunligi $l = 10\,cm$ bo'lgan ingichka tayoqcha bir tekis zaryadlangan. Tayoqchadagi zaryadning chiziqli zichligi $\tau = 1\,\mu C/m$. Tayoqcha o'qining davomida, yaqin uchidan $a = 20\,cm$ masofada $Q = 100\,nC$ li nuqtaviy zaryad turibdi. Zaryadlangan tayoqcha va nuqtaviy zaryadning o'zaro ta'sir kuchi F aniqlansin.

13.15. Uzun ingichka tayoqcha $\tau = 10\,\mu C/m$ chiziqli zaryad zichligi bilan bir tekis zaryadlangan. Tayoqcha o'qining davomida, yaqin uchidan $a = 20\,cm$ masofada $Q = 10\,nC$ nuqtaviy zaryad turibdi. Zaryadlangan tayoqcha va nuqtaviy zaryadning ta'sir kuchi F aniqlansin.

13.16. Ingichka cheksiz uzun tayoqcha $\tau = 10\,\mu C/m$ chiziqli zaryad zichligi bilan bir tekis zaryadlangan. Tayoqcha o'qiga o'tkazilgan perpendikulyarda tayoqcha uchidan $a = 20\,cm$ masofada $Q = 10\,nC$ nuqtaviy zaryad turibdi. Zaryadlangan tayoqcha va nuqtaviy zaryad orasidagi o'zaro ta'sir kuchi F topilsin.

13.17. Uzunligi $l = 20\,cm$ bo'lgan ingichka sim tola $\tau = 10\,\mu C/m$ chiziqli zichlik bilan zaryadlangan. Sim tola o'rtasidan o'tgan perpendikulyarda, toladan $a = 10\,cm$ masofada $Q_1 = 1\,nC$ nuqtaviy zaryad turibdi. Shu zaryadga zaryadlangan tola tomonidan ta'sir etuvchi F kuch hisoblansin.

13.18. Uzun ingichka tayoqcha $\tau = 10\,\mu C/m$ chiziqli zichlik bilan bir tekis zaryadlangan. Uning o'rtasiga yaqin joyda, $a = 20\,cm$ masofada, joylashgan $Q = 10\,nC$ nuqtaviy zaryadga ta'sir etayotgan F kuch qanday bo'ladi?

13.19. Ingichka cheksiz uzun sim tola 90^0 burchak ostida bukilgan. Tolada $\tau = 1\,\mu C/m$ chiziqli zichlik bilan tekis taqsimlangan zaryad bor. Tomonlaridan birining davomida burchak uchidan $a = 50\,cm$ uzoqlikda joylashgan, $Q = 0{,}1\,\mu C$ nuqtaviy zaryadga ta'sir etayotgan F kuch aniqlansin.

13.20. Radiusi $R=10\,\text{cm}$ bo'lgan ingichka halqada tekis taqsimlangan $Q=0{,}1\,\mu\text{C}$ zaryad bor. Halqa markazidan uning tekisligiga o'tkazilgan perpendikulyarda $Q_1=10\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad turibdi. Agar Q_1 nuqtaviy zaryad halqa markazidan: 1) $l_1=20\,\text{cm}$; $l_2=2\,\text{m}$ uzoqlikda bo'lsa, zaryadlangan halqa tomonidan unga ta'sir etayotgan F kuch aniqlansin.

13.21. Radiusi $R=10\,\text{cm}$ bo'lgan ingichka yarim halqada $\tau=1\,\mu\text{C/m}$ chiziqli zichlik bilan tekis taqsimlangan zaryad bor. Yarim halqa egriligining markazida $Q_1=20\,\text{nC}$ zaryad turibdi. Nuqtaviy zaryad va zaryadlangan yarim halqaning o'zaro ta'sir kuchi F aniqlansin.

13.22. Radiusi $R=10\,\text{cm}$ bo'lgan ingichka halqada zaryad $\tau=1\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan tekis taqsimlangan. Halqa markazida $Q=0{,}4\,\mu\text{C}$ zaryad bor. Halqani cho'zib kengaytiruvchi F kuch aniqlansin. Halqadagi zaryadlarning o'zaro ta'siri hisobga olinmasin.

14-§. ELEKTR MAYDON KUCHLANGANLIGI. ELEKTR SILJISH

Asosiy formulalar

• Elektr maydon kuchlanganligi:

$$\vec{E}=\vec{F}/Q,$$

bu yerda $\vec{F}$ –maydonning berilgan nuqtasiga joylashtirilgan nuqtaviy musbat Q zaryadga ta'sir etuvchi kuch.

•Elektr maydonining biror nuqtasiga joylashtirilgan nuqtaviy Q zaryadga ta'sir etuvchi kuch:

$$\vec{F}=Q\vec{E}.$$

•Elektr maydon kuchlanganligi vektori $\vec{E}$ ning oqimi:

a) bir jinsli bo'lmagan maydonga joylashtirilgan ixtiyoriy S sirt orqali

$$\Phi_E=\int_S E\cos\alpha\,dS \quad \text{yoki} \quad \Phi_E=\int_S E_n\,dS,$$

bu yerda α –kuchlanganlik vektori $\vec{E}$ va sirt elementiga normal $\vec{n}$ orasidagi burchak; dS – sirt elementining yuzasi; E_n –kuchlanganlik vektorining normalga proyeksiyasi;

b) bir jinsli elektr maydonga joylashtirilgan yassi sirt orqal oqim:

$$\Phi_E=E\cdot S\cdot\cos\alpha.$$

• Kuchlanganlik vektori $\vec{E}$ ning berk sirt orqali oqimi:

$$\Phi_E=\oint E_n\,dS,$$

bu yerda integrallash butun sirt bo'ylab amalga oshiriladi.

Ostrogradskiy–Gauss teoremasi. $Q_1,Q_2,\ldots,Q_n$ –zaryadlarni o'z ichiga olgan ixtiyoriy berk sirt orqali kuchlanganlik vektori $\vec{E}$ ning oqimi:

$$\Phi_E=\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\sum_{i=1}^{n}Q_i,$$

bu yerda $\sum_{i=1}^{n}Q_i$ – berk sirt ichida joylashgan zaryadlarning algebraik yig'indisi; n –zaryadlar soni.

• Q nuqtaviy zaryadning zaryaddan r masofada hosil qiladigan elektr maydon kuchlanganligi:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{\varepsilon r^2}.$$

• Radiusi R ga teng bo'lgan Q zaryadli metall sferaning sfera markazidan r masofada hosil qiladigan elektr maydon kuchlanganligi:

a) sferaning ichida ($r<R$):

$$E=0;$$

b) sferaning sirtida ($r=R$):

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{\varepsilon R^2};$$

c) sferadan tashqarida ($r>R$):

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r^2}.$$

• Elektr maydonning superpozitsiya (qo'shilish) prinsipiga binoan ikki (va undan ko'p) nuqtaviy zaryadlar hosil qilgan maydonning natijaviy kuchlanganligi $\vec{E}$ qo'shiluvchi maydonlar kuchlanganliklarining vektor (geometrik) yig'indisiga teng:

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\ldots+\vec{E}_n.$$

• Kuchlanganliklari $\vec{E}_1$ va $\vec{E}_2$ bo'lgan ikkita elektr maydon mavjud bo'lgan holda natijaviy maydon kuchlanganligi vektorining moduli:

$$E=\sqrt{E_1^2+E_2^2+2E_1E_2\cos\alpha},$$

bu yerda $\alpha-\vec{E}_1$ va $\vec{E}_2$ vektorlar orasidagi burchak.

13.20. Radiusi $R = 10\,\text{cm}$ bo'lgan ingichka halqada tekis taqsimlangan $Q = 0{,}1\,\mu\text{C}$ zaryad bor. Halqa markazidan uning tekisligiga o'tkazilgan perpendikulyarda $Q_1 = 10\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad turibdi. Agar Q_1 nuqtaviy zaryad halqa markazidan: 1) $l_1 = 20\,\text{cm}$; $l_2 = 2\,\text{m}$ uzoqlikda bo'lsa, zaryadlangan halqa tomonidan unga ta'sir etayotgan F kuch aniqlansin.

13.21. Radiusi $R = 10\,\text{cm}$ bo'lgan ingichka yarim halqada $\tau = 1\,\mu\text{C/m}$ chiziqli zichlik bilan tekis taqsimlangan zaryad bor. Yarim halqa egriligining markazida $Q_1 = 20\,\text{nC}$ zaryad turibdi. Nuqtaviy zaryad va zaryadlangan yarim halqaning o'zaro ta'sir kuchi F aniqlansin.

13.22. Radiusi $R = 10\,\text{cm}$ bo'lgan ingichka halqada zaryad $\tau = 1\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan tekis taqsimlangan. Halqa markazida $Q = 0{,}4\,\mu\text{C}$ zaryad bor. Halqani cho'zib kengaytiruvchi F kuch aniqlansin. Halqadagi zaryadlarning o'zaro ta'siri hisobga olinmasin.

14-§. ELEKTR MAYDON KUCHLANGANLIGI. ELEKTR SILJISH

Asosiy formulalar

• Elektr maydon kuchlanganligi:

$$\vec{E} = \vec{F}/Q,$$

bu yerda $\vec{F}$ –maydonning berilgan nuqtasiga joylashtirilgan nuqtaviy musbat Q zaryadga ta'sir etuvchi kuch.

•Elektr maydonining biror nuqtasiga joylashtirilgan nuqtaviy Q zaryadga ta'sir etuvchi kuch:

$$\vec{F} = Q\vec{E}.$$

•Elektr maydon kuchlanganligi vektori $\vec{E}$ ning oqimi:

a) bir jinsli bo'lmagan maydonga joylashtirilgan ixtiyoriy S sirt orqali

$$\Phi_E = \int_S E\cos\alpha\, dS \quad \text{yoki} \quad \Phi_E = \int_S E_n\, dS,$$

bu yerda α –kuchlanganlik vektori $\vec{E}$ va sirt elementiga normal $\vec{n}$ orasidagi burchak; dS – sirt elementining yuzasi; E_n –kuchlanganlik vektorining normalga proyeksiyasi;

b) bir jinsli elektr maydonga joylashtirilgan yassi sirt orqal oqim:

$$\Phi_E = E \cdot S \cdot \cos\alpha.$$

• Kuchlanganlik vektori $\vec{E}$ ning berk sirt orqali oqimi:

$$\Phi_E = \oint_S E_n\, dS,$$

bu yerda integrallash butun sirt bo'ylab amalga oshiriladi.

Ostrogradskiy–Gauss teoremasi. $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ –zaryadlarni o'z ichiga olgan ixtiyoriy berk sirt orqali kuchlanganlik vektori $\vec{E}$ ning oqimi:

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \sum_{i=1}^{n} Q_i,$$

bu yerda $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ – berk sirt ichida joylashgan zaryadlarning algebraik yig'indisi; n –zaryadlar soni.

• Q nuqtaviy zaryadning zaryaddan r masofada hosil qiladigan elektr maydon kuchlanganligi:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{\varepsilon r^2}.$$

• Radiusi R ga teng bo'lgan Q zaryadli metall sferaning sfera markazidan r masofada hosil qiladigan elektr maydon kuchlanganligi:

a) sferaning ichida ($r < R$):

$$E = 0;$$

b) sferaning sirtida ($r = R$):

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{\varepsilon R^2};$$

c) sferadan tashqarida ($r > R$):

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{\varepsilon r^2}.$$

• Elektr maydonning superpozitsiya (qo'shilish) prinsipiga binoan ikki (va undan ko'p) nuqtaviy zaryadlar hosil qilgan maydonning natijaviy kuchlanganligi $\vec{E}$ qo'shiluvchi maydonlar kuchlanganliklarining vektor (geometrik) yig'indisiga teng:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n.$$

• Kuchlanganliklari $\vec{E}_1$ va $\vec{E}_2$ bo'lgan ikkita elektr maydon mavjud bo'lgan holda natijaviy maydon kuchlanganligi vektorining moduli:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha},$$

bu yerda α – $\vec{E}_1$ va $\vec{E}_2$ vektorlar orasidagi burchak.

• Bir tekis zaryadlangan cheksiz uzun tolaning (yoki silindr) o'z o'qidan r masofada hosil qiladigan maydon kuchlanganligi:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\tau}{\varepsilon r},$$

bu yerda τ – zaryadning chiziqli zichligi.

Sim tola zaryadining chiziqli zichligi, tola bo'ylab taqsimlangan zaryadning tola (silindr) uzunligiga nisbatiga teng bo'lgan kattalikdir:

$$\tau = \frac{\Delta Q}{\Delta l}.$$

• Bir tekis zaryadlangan cheksiz tekislik hosil qiladigan maydon kuchlanganligi:

$$E = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon},$$

bu yerda σ – zaryadning sirtiy zichligi.

Zaryadning sirtiy zichligi sirt bo'ylab taqsimlangan zaryadning shu sirt yuzasiga nisbatiga teng bo'lgan kattalikdir:

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}.$$

Sirtiy zichliklari σ ning modullari teng bo'lgan qarama-qarshi ishorali zaryadlar bilan bir tekis zaryadlangan ikkita parallel cheksiz tekislik hosil qiladigan maydon (yassi kondensator maydoni) kuchlanganligi:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Kondensator qoplamalari orasidagi masofa qoplamalarning chiziqli o'lchamlaridan yetarlicha kichik bo'lgan holdagina keltirilgan formula yassi kondensator qoplamalari orasidagi (uning o'rta qismdagi) maydon kuchlanganligini hisoblash uchun o'rinlidir.

• Elektr siljishi $\vec{D}$ elektr maydon kuchlanganligi $\vec{E}$ bilan:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E},$$

munosabat orqali bog'langan. Bu munosabat faqat izotrop dielektriklar uchungina o'rinlidir.

• Elektr siljish vektorining oqimi elektr maydon kuchlanganligi vektori oqimi kabi ifodalanadi:

a) bir jinsli maydon holida yassi sirt orqali oqim:

$$\Delta\Psi = D \cdot \Delta S \cos\alpha;$$

b) bir jinsli bo'lmagan maydon holida ixtiyoriy sirt orqali:

$$\Psi = \int D_n dS,$$

bu yerda $D_n - \vec{D}$ vektorning yuzasi dS ga teng bo'lgan sirt elementi normalining yo'nalishiga proyeksiyasi.

• **Ostrogradskiy-Gauss teoremasi.** $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ – zaryadlarni o'z ichiga olgan ixtiyoriy yopiq sirt orqali elektr siljish vektori oqimi:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} Q_i,$$

bu yerda n – berk sirt ichida (o'z ishorasi bilan) joylashgan zaryadlar soni.

Elektr maydon kuchlanganligi vektorining sirkulyatsiyasi son qiymati jihatidan musbat birlik nuqtaviy zaryadni berk kontur bo'ylab ko'chirishda bajarilgan ishga tengdir. Sirkulyatsiya berk kontur bo'yicha integral $\oint E_l dl$ orqali ifodalanadi, bu yerda E_l konturning shu nuqtasidagi kuchlanganlik vektori $\vec{E}$ ning konturning shu nuqtasidan o'tkazilgan urinma yo'nalishidagi proyeksiyasi.

Elektrostatik maydon holida kuchlanganlik vektorining sirkulyatsiyasi nolga teng:

$$\oint_l E_l dl = 0.$$

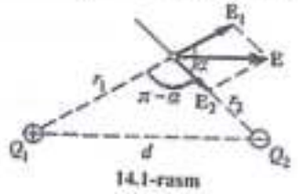
Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Elektr maydonni ikkita nuqtaviy $Q_1 = 30\,\text{nC}$ va $Q_2 = 10\,\text{nC}$ zaryad hosil qilgan bo'lib, ular orasidagi masofa $d = 20\,\text{cm}$. Birinchi zaryaddan $r_1 = 15\,\text{cm}$ va ikkinchisidan $r_2 = 10\,\text{cm}$ masofada joylashgan nuqtadagi elektr maydon kuchlanganligi aniqlansin.

Yechish. Elektr maydonning superpozitsiya prinsipiga asosan har bir zaryad fazoda boshqa zaryadlar bo'lishidan qat'i nazar, mustaqil ravishda maydon hosil qiladi. Shuning uchun ham qidirilayotgan nuqtadagi elektr maydon kuchlanganligi $\vec{E}$ har bir zaryad mustaqil ravishda hosil qilgan maydonlar kuchlanganliklari $\vec{E}_1$ va $\vec{E}_2$ larning vektor yig'indisi sifatida topilishi mumkin:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Vakuumda[23] birinchi va ikkinchi zaryadlar hosil qilgan elektr maydon kuchlanganliklari mos ravishda:



14.1-rasm

$$\vec{E}_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}; \quad \vec{E}_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \qquad (1)$$

$\vec{E}_1$ vektor (14.1-rasm) kuch chizig'i bo'ylab Q_1 zaryaddan chiqadigan qilib yo'naltirilgan, chunki zaryad $Q_1 > 0$; $\vec{E}_2$ vektor ham kuch chizig'i bo'ylab yo'nalgan, lekin Q_2 zaryadga tomon, chunki $Q_2 < 0$. $\vec{E}$ vektorning modulini kosinuslar teoremasiga binoan topamiz:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}, \qquad (2)$$

bu yerda α burchak tomonlari r_1, r_2 va d bo'lgan uchburchakdan topilishi mumkin:

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

Soddalik uchun mazkur holda $\cos\alpha$ ning qiymatini alohida hisoblaymiz. Olingan formula bo'yicha:

$$\cos\alpha = 0,25,$$

ekanligini topamiz. E_1 va E_2 larning (1) formuladagi ifodalarini (2) tenglikka qo'yib va umumiy ko'paytuvchi $1/(4\pi\varepsilon_0)$ ni ildiz ostidan tashqariga chiqarib quyidagi ifodani olamiz:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha}.$$

π, ε_0, Q_1, Q_2, r_1, r_2, va $\cos\alpha$ kattaliklarning qiymatlarini oxirgi formulaga qo'yib, hisoblasak:

$$E = 9\cdot10^9\sqrt{\frac{(30\cdot10^{-9})^2}{(15\cdot10^{-2})^4} + \frac{(10\cdot10^{-9})^2}{(10\cdot10^{-2})^4} + 2\frac{(30\cdot10^{-9})(10\cdot10^{-9})}{(15\cdot10^{-2})^2(10\cdot10^{-2})^2}0,25}\ \text{V/m} =$$

$$= 1,67\cdot10^4\ \text{V/m} = 16,7\ \text{kV/m},$$

ni olamiz.

[23] 219-betdagi izohga qarang.

2-masala. Elektr maydonni zaryadlarning sirt zichliklari $\sigma_1 = 0,4\ \mu\text{C/m}^2$ va $\sigma_2 = 0,1\ \mu\text{C/m}^2$ bo'lgan ikkita parallel, zaryadlangan cheksiz tekislik hosil qiladi. Bu zaryadlangan tekisliklar hosil qilgan elektr maydon kuchlanganligi aniqlansin.

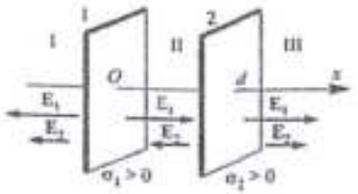
Yechish. Superpozitsiya prinsipiga asosan har bir zaryadlangan tekislik hosil qilgan maydon alohida holda ustma-ust tushadi. Shu bilan birga har bir zaryadlangan tekislik boshqa zaryadlangan tekislik bo'lishidan qat'i nazar, o'z maydonini hosil qiladi (14.2-rasm).

Birinchi va ikkinchi tekisliklar hosil qiladigan bir jinsli elektr maydon kuchlanganliklari mos ravishda:

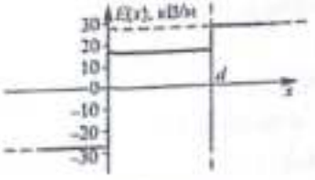
$$E_1 = \frac{1}{2}\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}; \qquad E_2 = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Tekisliklar butun fazoni uchta: I, II va III sohalarga bo'ladi. 14.2-rasmdan ko'rinib turibdiki, birinchi va uchinchi sohalarda ikkala maydonning ham elektr kuch chiziqlari bir tomonga yo'nalgan va natijada, birinchi va uchinchi sohalardagi yig'indi maydon kuchlanganligi o'zaro teng va birinchi hamda ikkinchi tekisliklar hosil qilgan maydonlar kuchlanganliklarining yig'indisiga teng:

$$E^{(I)} = E^{(III)} = E_1 + E_2 \text{ yoki } E^{(I)} = E^{(III)} = \frac{1}{2}\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\varepsilon_0},$$



14.2-rasm



14.3-rasm

Ikkinchi sohada (tekisliklar orasida) maydonlarning elektr kuch chiziqlari qarama-qarshi tomonlarga yo'nalgan va demak, maydon kuchlanganligi $E^{(II)}$ birinchi va ikkinchi tekisliklar hosil qilgan maydonlar kuchlanganliklarining farqiga teng:

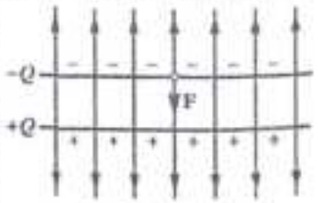
$$E^{(II)} = |E_1 - E_2| \text{ yoki } E^{(II)} = \frac{1}{2}\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{\varepsilon_0}.$$

Berilganlarni o'rniga qo'yib, hisoblasak.

$$E^{(I)} = E^{(III)} = 28,3\ \text{kV/m}; \quad E^{(II)} = 17\ \text{kV/m}.$$

kelib chiqadi. Yig'indi maydon kuch chiziqlari taqsimotining manzarasi 14.3-rasmda tasvirlangan.

3-masala. Yassi havo kondensatorining qoplamalarida $Q = 10\,\text{nC}$ dan zaryad bor. Kondensator har bir qoplamasining yuzasi $S = 10\,\text{cm}^2$. Qoplamalarning tortishish kuchi F aniqlansin. Qoplamalar orasidagi maydon bir jinsli deb hisoblansin.



14.4-rasm

Yechish: Bitta qoplamaning zaryadi Q kondensatorning boshqa qoplamasining zaryadi hosil qilgan maydonda turadi. Demak, birinchi zaryadga

$$F = E_1 \cdot Q. \qquad (1)$$

kuch ta'sir qiladi (14.4-rasm), bunda E_1 – bitta qoplamaning zaryadi hosil qilgan maydon kuchlanganligi. Ammo $E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$, bunda σ – qoplamadagi zaryadning sirt zichligi.

(1) formula E_1 ning ifodasini hisobga olganda:

$$F = Q^2/(2\varepsilon_0 S),$$

ko'rinishni oladi.

Q, ε_0 va S kattaliklarning qiymatlarini yuqoridagi formulaga qo'yib hisoblasak,

$$F = 565\,\mu\text{N}$$

kelib chiqadi.

4-masala. Elektr maydon $\sigma = 400\,\text{nC/m}^2$ sirt zichligi bilan zaryadlangan cheksiz tekislik va $\tau = 100\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan zaryadlangan cheksiz to'g'ri tola tomonidan hosil qilinadi. Tolada $r = 10\,\text{cm}$ masofada $Q = 10\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad turibdi. Agar zaryad va tola zaryadlangan tekislikka parallel bo'lgan bir tekislikda yotsa, nuqtaviy zaryadga ta'sir etuvchi kuch va uning yo'nalishi aniqlansin.

Yechish. Maydonga joylashtirilgan zaryadga ta'sir etuvchi kuch:

$$F = EQ. \qquad (1)$$

bu yerda E – zaryad Q turgan nuqtadagi maydon kuchlanganligi. Masalaning shartiga ko'ra zaryadlangan cheksiz tekislik va zaryadlangan cheksiz tola hosil qiladigan maydon kuchlanganligi E ni aniqlaymiz. Zaryadlangan

cheksiz tekislik hosil qiladigan maydon bir jinsli bo'lib, istalgan nuqtada uning kuchlanganligi:

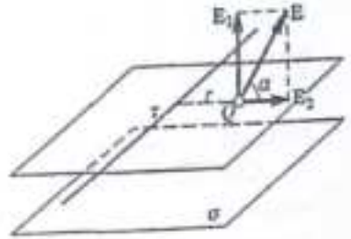
$$E_1 = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \qquad (2)$$

Zaryadlangan cheksiz tola hosil qiladigan maydon bir jinsli emas. Uning kuchlanganligi masofaga bog'liq va

$$E_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r} \qquad (3)$$

formulaga muvofiq aniqlanadi.

Elektr maydonning superpozitsiya prinsipiga muvofiq, Q zaryad turgan nuqtadagi maydon kuchlanganligi $\vec{E}_1$ va $\vec{E}_2$ kuchlanganliklarning vektor yig'indisiga teng (14.5-rasm): $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. $\vec{E}_1$ va $\vec{E}_2$ vektorlar o'zaro perpendikulyar bo'lganligi tufayli:



14.5-rasm

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}.$$

Bu tenglikka E_1 va E_2 larning o'rniga (2) va (3) formulalardagi ifodalarini qo'yib, quyidagini olamiz:

$$E = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}\right)^2} \quad \text{yoki} \quad E = \frac{1}{2\varepsilon_0}\sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}}.$$

Endi E ning ifodasini (1) formulaga qo'yib, zaryadga ta'sir etuvchi F kuchni topamiz:

$$F = EQ = \frac{Q}{2\varepsilon_0}\sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}}. \qquad (4)$$

$Q, \varepsilon_0, \sigma, \pi, \tau$ va r kattaliklarning qiymatlarini (4) formulaga qo'yib, hisoblab, nuqtaviy zaryadga ta'sir etuvchi kuchni topamiz:

$$F = 289\,\mu\text{N}.$$

Musbat zaryad Q ga ta'sir etuvchi F kuchning yo'nalishi maydon kuchlanganligi vektori $\vec{E}$ ning yo'nalishi bilan mos tushadi. $\vec{E}$ vektorning yo'nalishi esa zaryadlangan tekislikka nisbatan α burchak bilan aniqlanadi. 14.5-rasmdan quyidagi olinadi:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{E_1}{E} = \pi r\frac{\sigma}{\tau}, \text{ bundan } \alpha = \text{arctg}\,\pi r\frac{\sigma}{\tau}.$$

π, r, σ va τ kattaliklarning qiymatlarini bu ifodaga qo'yib va hisoblab, natijani olamiz: $\alpha = 51^{\circ}34'$

5-masala. Nuqtaviy zaryad ($Q = 25\,\text{nC}$) $\sigma = 2\,\mu\text{C/m}^2$ sirt zichligi bilan bir tekis zaryadlangan $R = 1\,\text{cm}$ radiusli to'g'ri cheksiz silindr hosil qilgan maydonda turibdi. Silindr o'qidan $r = 10\,\text{cm}$ masofada joylashtirilgan zaryadga ta'sir etuvchi kuch aniqlansin.

Yechish . Maydonda turgan zaryadga ta'sir etuvchi kuch:

$$F = QE, \qquad (1)$$

bu yerda E – Q zaryad turgan nuqtadagi maydon kuchlanganligi. Ma'lumki, bir tekis zaryadlangan cheksiz uzun silindrning maydon kuchlanganligi:

$$E = \tau / (2\pi\varepsilon_0 r), \qquad (2)$$

bu yerda τ – zaryadning chiziqli zichligi.

Chiziqli zichlik τ ni sirt zichligi σ orqali ifodalaymiz. Buning uchun silindrning l elementini ajratib, undagi zaryad Q ni ikki xil usul bilan ifodalaymiz:

$$Q_1 = \sigma \cdot S = \sigma \cdot 2\pi R l \text{ va } Q_1 = \tau l.$$

Bu tengliklarning o'ng tomonlarini tenglashtirib, quyidagini olamiz: $\tau l = 2\pi R l \sigma$. Buni l ga qisqartirsak, $\tau = 2\pi R\sigma$. Bu formula hisobga olinganda (2) formula $E = R_0 / (\varepsilon_0 \tau)$ ko'rinishni oladi. E ning bu ifodasini (1) formulaga qo'yib, izlanayotgan kuchni topamiz:

$$F = Q\sigma R / (\varepsilon_0 r). \qquad (3)$$

Formulaga R va r lar nisbat ko'rinishida kirganliklari tufayli, ular istalgan, lekin bir xil birliklarda ifodalanishi mumkin.

(3) formulaga binoan hisoblash o'tkazsak:

$$F = 25\cdot10^{-9}\cdot2\cdot10^{-6}\cdot10^{-2} / \left(8{,}85\cdot10^{-12}\cdot10\cdot10^{-2}\right) = 565\cdot10^{-6}\,\text{N} = 565\,\mu\text{N}.$$

$\vec{F}$ kuchning yo'nalishi kuchlanganlik vektori $\vec{E}$ning yo'nalishi bilan mos keladi, u esa simmetriklik tufayli (silindr cheksiz uzun) silindrga tik yo'nalgan.

6-masala. Elektr maydon $\tau = 30\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan bir tekis zaryadlangan ingichka, cheksiz uzun tola tomonidan hosil qilingan. Toladan $a = 20\,\text{cm}$ masofada $r = 1\,\text{cm}$ radiusli yassi doiraviy maydoncha turibdi. Agar maydonchaning yuzasi uning markazidan o'tuvchi kuchlanganlik chizig'i bilan $\beta = 30^{\circ}$ burchak hosil qilsa, maydoncha orqali o'tuvchi kuchlanganlik vektorining oqimi aniqlansin.

Yechish. Bir tekis zaryadlangan cheksiz tola hosil qiladigan maydon bir jinsli bo'lmaydi. Bunday holda kuchlanganlik vektorning oqimi:

$$\Phi_E = \int_S E_n dS, \qquad (1)$$

integral bilan ifodalanadi, bunda E_n vektor $\vec{E}$ ning dS maydoncha yuzasiga o'tkazilgan $\vec{n}$ normalga proyeksiyasi. Integrallash maydonchaning kuchlanganlik chiziqlari kiruvchi butun yuzasi bo'yicha bajariladi.

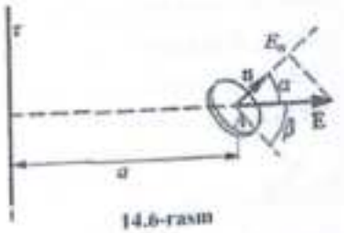
14.6-rasmdan ko'rinib turibdiki, kuchlanganlik vektorining proyeksiyasi quyidagiga teng:

$$E_n = E\cos\alpha,$$

bu yerda α – $\vec{E}$ vektor yo'nalishi va $\vec{n}$ normal orasidagi burchak. Bu hisobga olinsa (1) formula:

$$\Phi_E = \int_S E\cos\alpha\, dS,$$

ko'rinishni oladi.



14.6-rasm

Maydoncha yuzasining kattaliklari tolagacha bo'lgan masofadan ancha kichik ($r << a$) bo'lganligidan, amalda maydoncha yaqinidagi elektr maydonni bir jinsli deb hisoblash mumkin. Demak, kuchlanganlik vektori $\vec{E}$ ning moduli va yo'nalishi maydoncha atrofida juda kam o'zgaradi, bu esa integral ostidagi E va $\cos\alpha$ qiymatlarni ularning o'rtacha qiymatlari $\langle E\rangle$ va $\langle\cos\alpha\rangle$ bilan almashtirishga va integral belgisidan tashqariga chiqarishga imkon beradi:

$$\Phi_E = \int_S \langle E\rangle\langle\cos\alpha\rangle dS = \langle E\rangle\langle\cos\alpha\rangle\int_S dS.$$

Integrallashni bajarib $\langle E\rangle$ va $\langle\cos\alpha\rangle$ larni maydonchaning markazi uchun hisoblangan taqribiy qiymatlari E_1 va $\cos\alpha_1$ bilan almashtirib, quyidagini olamiz:

$$\Phi_E = E_1\cos\alpha_1 \cdot S = \pi r^2 E_1\cos\alpha_1. \qquad (2)$$

E_1 kuchlanganlik $E_1 = \tau / (2\pi\varepsilon_0 a)$ formula bo'yicha hisoblanadi. 14.6-rasmdan $\cos\alpha_1 = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin\beta$ kelib chiqadi.

E_1 va $\cos\alpha_1$ larning ifodalari hisobga olinsa, (2) tenglik:

$$\Phi_E = \frac{\pi r^2}{2\pi\varepsilon_0 a}\sin\beta \text{ yoki } \Phi_E = \frac{\tau r^2}{2\varepsilon_0 a}\sin\beta$$

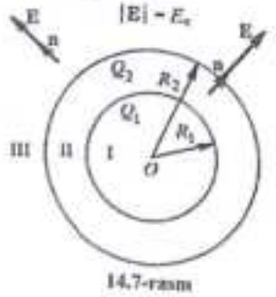
ko'rinishni oladi. Oxirgi formulaga berilganlarni qo'yib va hisoblab, natijani topamiz:

$$\Phi_E = 0.424\ \text{V}\cdot\text{m}.$$

7- masala. Radiuslari R_1=6 cm va R_2=10 cm bo'lgan ikkita o'tkazuvchi moddadan yasalgan konsentrik sferalar mos ravishda Q_1=1 nC va $Q_2 = -0{,}5$ nC zaryadlar bilan zaryadlangan. Sharlar markazidan r_1=5 cm, r_2=9 cm va r_3=15 cm masofalarda bo'lgan nuqtalardagi maydon kuchlanganligi E topilsin. $E(r)$ bog'lanishning grafigi tuzilsin.

Yechish. Ta'kidlashimiz lozimki, elektr maydonning kuchlanganliklarini topish kerak bo'lgan nuqtalar uchta sohada yotadi (14.7-rasm): I soha ($r_1 < R_1$), II soha ($R_1 < r_2 < R_2$), III soha ($r_3 > R_2$)

1. I sohadagi kuchlanganlik E_1 ni aniqlash uchun radiusi r_1 bo'lgan sferik sirt S_1 o'tkazamiz va Ostrogradskiy-Gauss teoremasidan foydalanamiz. I sohaning ichida zaryadlar bo'lmaganligi uchun, yuqorida ko'rsatilgan teoremaga asosan:



14.7-rasm

$$\oint_{S_1} E_n dS = 0 \qquad (1)$$

tenglikni hosil qilamiz, bu yerda E_n – elektr maydon kuchlanganligining normal tashkil etuvchisi.

Simmetriklik haqidagi mulohazalardan normal tashkil etuvchi E_n kuchlanganlikning o'ziga teng va sharning hamma nuqtalari uchun o'zgarmas bo'lishi kerak, ya'ni $E_n = E_1 = \text{const}$. Shuning uchun uni integral belgisidan tashqariga chiqarish mumkin, (1) tenglik:

$$E_1 \oint_{S_1} dS = 0$$

ko'rinishni oladi. Sferaning yuzasi nolga teng bo'lmaganligi tufayli:

$$E_1 = 0,$$

ya'ni maydon kuchlanganligi $r_1 < R_1$ shartni qanoatlantiruvchi barcha nuqtalarda nolga teng bo'ladi.

2. II sohada r_2 radiusli sferik sirt o'tkazamiz. Bu sirtning ichida zaryad bo'lganligidan, uning uchun Ostrogradskiy-Gauss teoremasiga binoan

$$\oint_{S_2} E_n dS = Q_1 / \varepsilon_0 \qquad (2)$$

tenglikni yozish mumkin.

$E_n = E_2 = \text{const}$ bo'lganligi tufayli, simmetriya shartidan

$$E_2 \oint_{S_2} dS = Q_1 / \varepsilon_0 \text{ yoki } ES_2 = Q_1 / \varepsilon_0$$

kelib chiqadi. bundan

$$E_2 = Q_1 / (\varepsilon_0 S_2).$$

Bunga sfera sirti yuzasining ifodasini qo'yib, quyidagini olamiz:

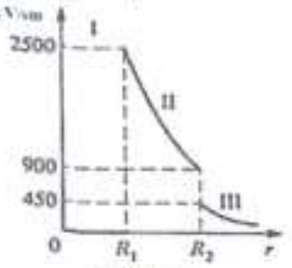
$$E_2 = Q_1 / (4\pi\varepsilon_0 r_2^2). \qquad (3)$$

3. III sohada r_3 radiusli sferik sirt o'tkazamiz. Bu sirt yig'indi $Q_1 + Q_2$ zaryadni qamrab oladi. Demak, u uchun Ostrogradskiy-Gauss teoremasi asosida yozilgan tenglama

$$\oint_{S_3} E_n dS = \frac{Q_1 + Q_2}{\varepsilon_0}$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Bundan dastlabki ikki hol uchun qo'llanilgan qoidadan foydalanib quyidagini topamiz



14.8-rasm

$$E_3 = (Q_1 + Q_2) / (4\pi\varepsilon_0 r_3^2). \qquad (4)$$

(3) va (4) tengliklarning o'ng tomonlari elektr maydon kuchlanganligining birligini berishiga ishonch hosil qilamiz:

Hamma kattaliklarni SI birliklarida ifodalaymiz: ($Q_1 = 10^{-9}$ C, $Q_2 = -0{,}5\cdot10^{-9}$ C, $r_1 = 0{,}09$ m, $r_2 = 0{,}15$ m, $1/(4\cdot\pi\varepsilon_0) = 9\cdot10^9$ m/F) va hisoblaymiz:

$$E_2 = 9\cdot10^9 \frac{10^{-9}}{(0{,}09)^2}\ \text{V/m} = 1{,}11\cdot10^3\ \text{V/m} = 1{,}11\ \text{kV/m};$$

$$E_3 = 9\cdot10^9 \frac{(1-0{,}5)\cdot10^{-9}}{(0{,}15)^2}\ \text{V/m} = 200\ \text{V/m}.$$

4. $E(r)$ grafikni chizamiz.

I sohada $(r_1 < R_1)$ kuchlanganlik $E = 0$. II sohada $(R_1 < r < R_2)$ kuchlanganlik $E_2(r)$ quyidagi $1/r^2$ qonun bo'yicha o'zgaradi. $r = R_1$ nuqtada kuchlanganlik $E_2(R_1) = Q_1/(4\pi\varepsilon_0 R_1^2) = 2500\,\text{V/m}$. $r = R_2$ nuqtada (r chapdan R_2 ga intiladi) $E_2(R_2) = Q_1/(4\pi\varepsilon_0 R_2^2) = 900\,\text{V/m}$. III sohada $(r > R_2)$ kuchlanganlik $E_3(r)$ ushbu $1/r^2$ qonun bo'yicha o'zgaradi, bunda $r < R$ nuqtada (r o'ngdan R_2 ga intiladi) $E_3(R_2) = \dfrac{Q_1 - |Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2} = 450\,\text{V/m}$. Shunday qilib, $E(r)$ funksiya $r = R_1$ va $r = R_2$ nuqtalarda uzilishga ega bo'ladi. $E(r)$ bog'lanishning grafigi 14.8-rasmda tasvirlangan.

Masalalar

Nuqtaviy zaryadlarning maydon kuchlanganligi

14.1. $Q = 10\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryadning o'zidan $r = 10\,\text{cm}$ masofada hosil qilgan elektr maydon kuchlanganligi aniqlansin. Dielektrik–yog'.

14.2. Ikkita $Q_1 = +8\,\text{nC}$ va $Q_2 = -5{,}3\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad orasidagi masofa $d = 40\,\text{cm}$. Zaryadlarning o'rtasida yotgan nuqtadagi maydon kuchlanganligi E hisoblansin. Agar ikkinchi zaryad musbat bo'lsa, kuchlanganlik nimaga teng bo'ladi?

14.3. Elektr maydon bir-biridan $d = 20\,\text{cm}$ masofada joylashgan $Q_1 = 10\,\text{nC}$ va $Q_2 = -20\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryadlar tomonidan hosil qilingan. Birinchi zaryaddan $r_1 = 30\,\text{cm}$ va ikkinchisidan $r_2 = 50\,\text{cm}$ uzoqlikda joylashgan nuqtadagi maydon kuchlanganligi E aniqlansin.

14.4. Ikkita $Q_1 = 9Q$ va $Q_2 = Q$ nuqtaviy musbat zaryad orasidagi masofa $d = 8\,\text{cm}$. Zaryadlar maydonining kuchlanganligi E nolga teng bo'lgan nuqta birinchi zaryaddan qanday r masofada joylashgan? Agar ikkinchi zaryad manfiy bo'lganda bu nuqta qayerda bo'lardi?

14.5. Ikkita $Q_1 = 2Q$ va $Q_2 = -Q$ nuqtaviy zaryad bir-biridan d masofada joylashgan. Shu zaryadlardan o'tadigan to'g'ri chiziqda yotuvchi maydon kuchlanganligi E nolga teng bo'ladigan nuqtaning o'rni topilsin.

14.6. Elektr maydon bir-biridan $d = 10\,\text{cm}$ masofada joylashgan ikkita $Q_1 = 40\,\text{nC}$ va $Q = -10\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryadlar tomonidan hosil qilingan. Birinchi zaryaddan $r_1 = 12\,\text{cm}$ va ikkinchisidan $r_2 = 6\,\text{cm}$ uzoqlikda joylashgan nuqtadagi maydon kuchlanganligi E aniqlansin.

Halqa va sfera bo'ylab taqsimlangan zaryad maydonining kuchlanganligi

14.7. $R = 8\,\text{cm}$ radiusli ingichka halqada $\tau = 10\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan tekis taqsimlangan zaryad bor. Halqaning hamma nuqtalaridan $r = 10\,\text{cm}$ uzoqlikda joylashgan nuqtadagi elektr maydon kuchlanganligi E qanday bo'ladi?

14.8. Yarimsfera $\sigma = 1\,\text{nC/m}^2$ sirt zichligi bilan bir tekis taqsimlangan zaryadga ega. Yarimsferaning geometrik markazidagi elektr maydonning kuchlanganligi E topilsin.

14.9. $R = 10\,\text{cm}$ radiusli metall sferada $Q = 1\,\text{nC}$ zaryad bor. Quyidagi nuqtalardagi elektr maydon kuchlanganligi aniqlansin: 1) sfera markazidan $r_1 = 8\,\text{cm}$ masofada: 2) uning sirtida: 3) sfera markazidan $r_2 = 15\,\text{cm}$ masofada. E ning r ga bog'liqlik grafigi tuzilsin.

14.10. Radiuslari $R_1 = 6\,\text{cm}$ va $R_2 = 10\,\text{cm}$ bo'lgan ikkita konsentrik metall sfera mos ravishda $Q_1 = 1\,\text{nC}$ va $Q_2 = -0{,}5\,\text{nC}$ zaryadlar bilan zaryadlangan. Sferalar markazidan $r_1 = 5\,\text{cm}$, $r_2 = 9\,\text{cm}$ va $r_3 = 15\,\text{cm}$ masofalarda bo'lgan nuqtalardagi maydon kuchlanganligi E topilsin. $E(r)$ bog'lanishning grafigi tuzilsin.

Zaryadlangan to'g'ri o'tkazgich maydonining kuchlanganligi

14.11. Cheksiz uzun ingichka to'g'ri o'tkazgichda butun uzunligi bo'ylab tekis taqsimlangan zaryad bor. Agar o'tkazgich o'rtasining qarshisida, undan $a = 0{,}5\,\text{m}$ masofadagi nuqtada maydon kuchlanganligi $E = 200\,\text{V/m}$ bo'lsa, zaryadning chiziqli zichligi τ hisoblansin.

14.12. O'zaro parallel joylashgan ikkita uzun ingichka simlar orasidagi masofa $d = 16\,\text{cm}$. Simlar $|\tau| = 150\,\mu\text{C/m}$ chiziqli zichlik bilan bir tekisda turli ishorali zaryadlar bilan zaryadlangan. Har ikkala simdan $r = 10\,\text{cm}$ uzoqlikda joylashgan nuqtadagi maydon kuchlanganligi E qanday bo'ladi?

14.13. Diametri $d = 5\,\text{cm}$ va uzunligi $l = 4\,\text{m}$ bo'lgan to'g'ri metall tayoqchada sirti bo'ylab bir tekis taqsimlangan $Q = 500\,\text{nC}$ zaryad bor. Tayoqcha o'rtasining qarshisida uning sirtidan $a = 1\,\text{cm}$ masofada joylashgan nuqtadagi maydon kuchlanganligi E aniqlansin.

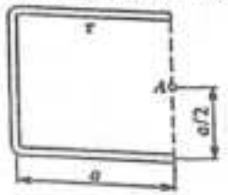
14.14. Radiusi $R = 2\,\text{cm}$ bo'lgan yupqa devorli cheksiz uzun metall nayda sirti bo'ylab bir tekis taqsimlangan zaryad bor ($\sigma = 1\,\text{nC/m}^2$). Nay o'qidan $r_1 = 1\,\text{cm}$, $r_2 = 3\,\text{cm}$ masofalarda joylashgan nuqtalardagi maydon kuchlanganliklari E aniqlansin. $E(r)$ bog'lanish grafigi chizilsin.

14.15. Radiuslari $R_1 = 2\,\text{cm}$ va $R_2 = 4\,\text{cm}$ bo'lgan ikkita uzun yupqa devorli koaksial naylarda uzunliklari bo'ylab $\tau_1 = 1\,\text{nC/m}$ va $\tau_2 = -0.5\,\text{nC/m}$ chiziqli zichliklar bilan bir tekis taqsimlangan zaryadlar bor. Naylar orasidagi bo'shliq ebonit bilan to'ldirilgan. Naylar o'qidan $r_1 = 1\,\text{cm}$, $r_2 = 3\,\text{cm}$, $r_3 = 5\,\text{cm}$ masofalarda joylashgan nuqtalardagi maydon kuchlanganliklari E aniqlansin. E ning r ga bog'liqlik grafigi chizilsin.

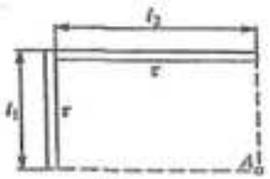
14.16. Uzunligi $l = 10\,\text{cm}$ bo'lgan ingichka uzun o'tkazgich bo'lagida zaryad $\tau = 3\,\mu\text{C/m}$ chiziqli zichlik bilan bir tekis taqsimlangan. Zaryadning o'tkazgich o'qidagi bo'lakning yaqin uchidan bo'lak uzunligiga teng bo'lgan uzoqlikda joylashgan nuqtada hosil qiladigan maydon kuchlanganligi E hisoblansin.

14.17. Uzunligi $l = 12\,\text{cm}$ bo'lgan ingichka tayoqcha $\tau = 200\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan zaryadlangan. Tayoqcha o'rtasining qarshisida undan $r = 5\,\text{cm}$ masofada joylashgan nuqtadagi elektr maydon kuchlanganligi E topilsin.

14.18. Uzunligi $l = 10\,\text{cm}$ bo'lgan ingichka tayoqcha $\tau = 400\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan zaryadlangan. Tayoqchaning biror uchidan unga tik o'tkazilgan chiziqda yotuvchi va shu uchidan $r = 8\,\text{cm}$ masofada joylashgan nuqtadagi elektr maydon kuchlanganligi E topilsin.



14.9-rasm



14.10-rasm

14.19. Elektr maydon kvadratning uch tomoni shaklida qayrilgan. ingichka bir tekis zaryadlangan tayoqcha tomonidan hosil qilinadi (14.9-rasm). Kvadrat tomonining uzunligi $a = 20\,\text{cm}$. Zaryadlarning chiziqli zichligi $\tau = 500\,\text{nC/m}$ bo'lsa, A nuqtadagi maydon kuchlanganligi E hisoblansin.

14.20. Uzunliklari $l_1 = 12\,\text{cm}$ va $l_2 = 16\,\text{cm}$ dan bo'lgan ikkita to'g'ri ingichka tayoqchaning har biri $\tau = 400\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan zaryadlangan. Tayoqchalar o'zaro to'g'ri burchak hosil qiladi. A nuqtadagi maydon kuchlanganligi E topilsin (14.10-rasm).

Zaryadlangan tekislik maydonining kuchlanganligi

14.21. Elektr maydon yuzalari bo'ylab bir tekis taqsimlangan bir xil $(\sigma = 1\,\text{nC/m}^2)$ zaryadli ikkita cheksiz parallel plastinkalar tomonidan hosil qilingan. 1) plastinkalar orasidagi; 2) plastinkalardan tashqaridagi maydon kuchlanganligi E aniqlansin. Kuchlanganlikning plastinkalarga tik chiziq bo'ylab o'zgarish grafigi chizilsin.

14.22. Elektr maydon zaryadlari yuza bo'ylab bir tekis taqsimlangan, sirt zichliklari $\sigma_1 = 1\,\text{nC/m}^2$ va $\sigma_2 = 3\,\text{nC/m}^2$ bo'lgan ikkita parallel cheksiz plastinkalar tomonidan hosil qilingan. 1) plastinkalar orasidagi 2) plastinkalardan tashqaridagi maydon kuchlanganligi E aniqlansin. Kuchlanganlikning plastinkalarga tik chiziq bo'ylab o'zgarish grafigi chizilsin.

14.23. Elektr maydon zaryadlari yuza bo'ylab bir tekis taqsimlangan, sirt zichliklari $\sigma_1 = 2\,\text{nC/m}^2$ va $\sigma_2 = -5\,\text{nC/m}^2$ bo'lgan ikkita parallel cheksiz plastinkalar tomonidan hosil qilingan. 1) plastinkalar orasidagi; 2) plastinkalardan tashqaridagi maydon kuchlanganligi E aniqlansin. Kuchlanganlikning plastinkalarga tik chiziq bo'ylab o'zgarish grafigi chizilsin.

14.24. Tomonlarining uzunliklari $a = 10\,\text{cm}$ va $b = 15\,\text{cm}$ bo'lgan ikkita to'g'ri burchakli bir xil parallel plastinkalar bir-biridan uzoq bo'lmagan (plastinkalarning chiziqli o'lchamlariga nisbatan) masofada joylashgan. Plastinkalar dan birida $Q_1 = 50\,\text{nC}$, boshqasida $Q_2 = 150\,\text{nC}$ zaryad tekis taqsimlangan. Plastinkalar orasidagi elektr maydon kuchlanganligi E aniqlansin.

14.25. Ikkita cheksiz parallel plastinkalar sirt zichliklari $\sigma_1 = 10\,\text{nC/m}^2$ va $\sigma_2 = -30\,\text{nC/m}^2$ bo'lgan zaryadlar bilan tekis zaryadlangan. $S = 1\,\text{m}^2$ yuzaga to'g'ri keluvchi plastinkalar orasidagi o'zaro ta'sir kuchi aniqlansin.

14.26. Radiuslari $R = 10\,\text{cm}$ dan bo'lgan ikkita doiraviy parallel plastinkalar bir-biriga yaqin (radiuslariga nisbatan) masofada turibdi. Plastinkalarga qarama-qarshi ishorali, lekin modullari jihatidan teng $|Q_1| = |Q_2| = Q$ zaryadlar berildi. Agar plastinkalar $F = 2\,\text{mN}$ kuch bilan tortishishsa, berilgan Q zaryad aniqlansin. Zaryadlar plastinkalar bo'ylab bir tekis taqsimlangan deb hisoblansin.

Hajm bo'ylab taqsimlangan zaryad maydonining kuchlanganligi

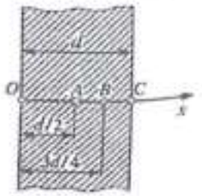
14.27. Radiusi $R=5\,\text{cm}$ bo'lgan yaxlit ebonit sharda $\rho=10\,\text{nC/m}^3$ hajmiy zichlik bilan tekis taqsimlangan zaryad bor. Quyidagi nuqtalarda elektr maydon kuchlanganligi E va siljishi D aniqlansin: 1) shar markazidan $r_1=3\,\text{cm}$ masofada; 2) shar sirtida; 3) shar markazidan $r_2=10\,\text{cm}$ masofada. $E(r)$ va $D(r)$ larning bog'lanish grafiklari chizilsin.

14.28. Ichki radiusi $R_1=5\,\text{cm}$ va tashqi radiusi $R_2=10\,\text{cm}$ bo'lgan kovak shisha sharda hajm bo'ylab tekis taqsimlangan zaryad bor. Uning hajmiy zichligi $\rho=100\,\text{nC/m}^3$. Shar markazidan 1) $r_2=3\,\text{cm}$; 2) $r_2=6\,\text{cm}$; 3) $r_3=12\,\text{cm}$ uzoqlikda joylashgan nuqtalardagi elektr maydon kuchlanganligi E va siljishi D hisoblansin. $E(r)$ va $D(r)$ larning bog'lanish grafiklari chizilsin.

14.29. Parafindan yasalgan $R=2\,\text{cm}$ radiusli uzun silindrda zaryad $\rho=10\,\text{nC/m}^3$ hajmiy zichlik bilan hajm bo'ylab bir tekis taqsimlangan. Silindr o'qidan: 1) $r_1=1\,\text{cm}$; 2) $r_2=3\,\text{cm}$ masofada joylashgan nuqtalarda elektr maydon kuchlanganligi E va siljishi D aniqlansin. Har ikkala nuqta ham silindr uchlaridan bir xil uzoqlikda joylashgan. $E(r)$ va $D(r)$ larning bog'lanish grafiklari chizilsin.

14.30. Qalinligi $d=1\,\text{cm}$ bo'lgan katta yassi plastinkada $\rho=10\,\text{nC/m}^3$ hajmiy zichlik bilan hajm bo'ylab tekis taqsimlangan zaryad bor. Markaziy qismiga yaqin joyda, tashqarida, sirtidan uncha katta bo'lmagan masofada elektr maydon kuchlanganligi E topilsin.

14.31. Qalinligi $d=2\,\text{cm}$ bo'lgan shisha $\rho=1\,\mu\text{C/m}^3$ hajmiy zichlik bilan bir tekis zaryadlangan. A, B, C nuqtalardagi (14.11-rasm) elektr maydon kuchlanganligi E va siljishi D aniqlansin. $E(x)$ bog'lanish grafigi chizilsin (x koordinata o'qi oyna sirtiga tik yo'nalgan).



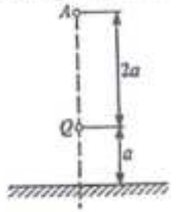
14.11-rasm

Ko'zgu tasvir usuli

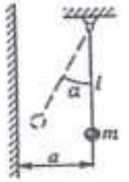
14.32. Cheksiz o'tkazuvchan tekislikdan qandaydir $a=5\,\text{cm}$ masofada $Q=1\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad turibdi. Zaryadga shu zaryadning o'zi tekislikda induksiyalagan zaryad tomonidan ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin.

14.33. Cheksiz o'tkazuvchan tekislikdan $a=10\,\text{cm}$ masofada $Q=20\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad turibdi. Tekislikdan a va Q zaryaddan $2a$ masofada joylashgan nuqtadagi elektr maydon kuchlanganligi E hisoblansin.

14.34. $Q=40\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad cheksiz o'tkazuvchan tekislikdan $a=30\,\text{cm}$ masofada joylashgan (14.12-rasm). A nuqtada elektr maydon kuchlanganligi E qanday bo'ladi?



14.12-rasm



14.13-rasm

14.35. Katta metall plastinka tik tekislikda joylashgan va yerga ulangan (14.13-rasm). Plastinkadan $a=10\,\text{cm}$ masofada turgan nuqtada uzunligi $l=12\,\text{cm}$ bo'lgan ipga osilgan $m=0{,}1\,\text{g}$ massali kichkina sharcha turibdi. Sharchaga Q zaryad berilganda u plastinkaga tortildi va natijada ip o'zining tik holatidan $\alpha=30^\circ$ burchakka og'di. Sharchaning zaryadi Q topilsin.

Elektr maydoniga kiritilgan zaryadga ta'sir etuvchi kuch

14.36. Ingichka sim tolada $\tau=2\,\mu\text{C/m}$ chiziqli zichlik bilan uzunlik bo'ylab bir tekis taqsimlangan zaryad bor. Tolaning o'rta qismiga yaqin joyda uning uzunligiga nisbatan yetarlicha kichik bo'lgan $r=1\,\text{cm}$ masofada $Q=0{,}1\,\mu\text{C}$ nuqtaviy zaryad turibdi. Zaryadga ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin.

14.37. Katta metall plastinkada sirti bo'ylab bir tekis taqsimlangan zaryad bor ($\sigma=10\,\text{nC/m}^2$). Plastinkadan uzoq bo'lmagan joyda $Q=100\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad turibdi. Zaryadga ta'sir etuvchi F kuch topilsin.

14.38. $Q=1\,\mu\text{C}$ nuqtaviy zaryad katta bir tekis zaryadlangan plastinka yaqinida, o'rtasining qarshisida turibdi. Agar nuqtaviy zaryadga $F=60\,\text{mN}$ kuch ta'sir etsa, plastinkadagi zaryadning sirt zichligi σ hisoblansin.

14.39. Yassi kondensator qoplamalari orasida $Q=30\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad turibdi. Kondensator maydoni nuqtaviy zaryadga $F_1=10\,\text{mN}$ kuch

bilan ta'sir etadi. Agar har bir qoplamaning yuzasi $S = 100\,\text{cm}^2$ dan bo'lsa, qoplamalarning o'zaro tortishish kuchi F_2 aniqlansin.

14.40. Zaryadi $\sigma = 20\,\text{nC/m}^2$ sirt zichligi bilan yuza bo'ylab bir tekis taqsimlangan cheksiz plastinkaga parallel ravishda zaryadi uzunligi bo'ylab bir tekis taqsimlangan ($\tau = 0,4\,\text{nC/m}$) ingichka sim tola joylashgan. Uzunligi $l = 1\,\text{m}$ bo'lgan tola bo'lagiga ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin.

14.41. Har birining yuzasi $S = 100\,\text{cm}^2$ dan bo'lgan ikkita bir xil doiraviy plastinkalar bir-biriga nisbatan parallel joylashgan. Birinchi plastinkaning zaryadi $Q_1 = +100\,\text{nC}$, boshqasiniki $Q_2 = -100\,\text{nC}$. Plastinkalar orasidagi masofa: 1) $r_1 = 2\,\text{cm}$ 2) $r_2 = 10\,\text{m}$ bo'lganda, ularning o'zaro tortishish kuchi F aniqlansin.

14.42. Yassi kondensator shisha plastinka bilan ajratilgan ikkita qoplamadan iborat. Agar kondensator teshilishi oldidan elektr maydon kuchlanganligi $E = 30\,\text{MV/m}$ bo'lgan bo'lsa, bu paytda qoplamalar shishaga qanday P bosim ko'rsatadi?

14.43. Ikkita parallel, cheksiz uzun to'g'ri sim tolalarda $\tau_1 = 0,1\,\mu\text{C/m}$ va $\tau_2 = 0,2\,\mu\text{C/m}$ chiziqli zichliklar bilan uzunlik bo'ylab tekis taqsimlangan zaryad bor. Tolalarning uzunliklari $l = 1\,\text{m}$ bo'lgan bo'lagiga to'g'ri keluvchi o'zaro ta'sir kuchi F aniqlansin. Tolalar orasidagi masofa $r = 10\,\text{cm}$.

14.44. To'g'ri cheksiz ingichka sim tolada uzunlik bo'ylab bir tekis taqsimlangan zaryad bor ($\tau_1 = 1\,\mu\text{C/m}$). Sim tola joylashgan tekislikda sim tolaga tik yo'nalishda uzunligi l bo'lgan ingichka tayoqcha turibdi. Tayoqchaning tolaga yaqin bo'lgan uchi undan l masofada joylashgan. Agar tayoqcha $\tau_2 = 0,1\,\mu\text{C/m}$ chiziqli zichlik bilan zaryadlangan bo'lsa, unga ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin.

14.45. Metall sharda $Q_1 = 0,1\,\mu\text{C}$ zaryad bor. Shar sirtidan uning radiusiga teng bo'lgan masofada kuch chiziqlari bo'ylab sim tolaning uchi joylashgan. Tolada uzunligi bo'ylab bir tekis taqsimlangan $Q_2 = 10\,\text{nC}$ zaryad bor. Tolaning uzunligi sharning radiusiga teng. Agar sharning radiusi $R = 10\,\text{cm}$ bo'lsa, tolaga ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin.

14.46. Zaryadi bir tekis taqsimlangan ($\tau_2 = 20\,\text{nC/m}$) yarim halqa shunday joylashganki, u cheksiz uzun to'g'ri bir tekis zaryadlangan

($\tau_1 = 0,5\,\mu\text{C/m}$) sim tola bilan o'qdoshdir. Tola va yarim halqaning o'zaro ta'sir kuchi F aniqlansin.

14.47. Cheksiz uzun to'g'ri tolada $\tau_1 = 1\,\mu\text{C/m}$ chiziqli zichlik bilan bir tekis taqsimlangan zaryad bor. Unga o'qdosh bo'lib $\tau_2 = 10\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan bir tekis zaryadlangan ingichka halqa joylashgan. Halqani cho'zuvchi F kuch aniqlansin. Halqaning alohida elementlari orasidagi o'zaro ta'sir inobatga olinmasin.

14.48. Ikkita cheksiz uzun bir tekis zaryadlangan ingichka sim tolalar ($\tau_1 = \tau_2 = \tau = 1\,\mu\text{C/m}$) to'g'ri burchak ostida bir-birini kesib o'tadi. Ularning o'zaro ta'sir kuchlari F aniqlansin.

Kuchlanganlik oqimi va elektr siljish oqimi

14.49. Cheksiz tekislikda $\sigma = 1\,\mu\text{C/m}^2$ sirt zichligi bilan bir tekis taqsimlangan zaryad bor. Tekislikdan qandaydir masofada unga parallel ravishda $r = 10\,\text{cm}$ radiusli doira joylashgan. Shu doira orqali o'tgan kuchlanganlik vektorining oqimi Φ_1 hisoblansin.

14.50. Tomonining uzunligi $a = 10\,\text{cm}$ bo'lgan yassi kvadrat plastinka bir tekis zaryadlangan $\sigma = 1\,\mu\text{C/m}^2$ cheksiz tekislikdan muayyan masofada turibdi. Plastinka yuzasi maydon chiziqlari bilan $\beta = 30^\circ$ burchak hosil qilgan. Shu plastinka orqali elektr siljishi oqimi ψ topilsin.

14.51. $R = 20\,\text{cm}$ radiusli sfera markazida $Q = 10\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad turibdi. Sfera sirtining yuzasi $S = 20\,\text{cm}^2$ bo'lgan qismi orqali kuchlanganlik vektorining oqimi Φ_2 aniqlansin.

14.52. $\omega = 0,5$ steredian fazoviy burchakli konusning uchida $Q = 30\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad turibdi. Konus sirtining boshqa istalgan sirt bilan kesishishi natijasida hosil bo'lgan chiziqlar bilan chegaralangan yuza orqali elektr siljishi oqimi ψ hisoblansin.

14.53. Tomonlarining a va b uzunliklari mos ravishda 3 va 2 cm ga teng bo'lgan to'g'ri burchakli yassi yuzacha $Q = 1\,\mu\text{C}$ nuqtaviy zaryaddan $R = 1\,\text{m}$ masofada turibdi. Yuzacha kuch chiziqlari uning sirti bilan $\alpha = 30^\circ$ burchak hosil qiladigan qilib joylashtirilgan. Yuzacha orqali kuchlanganlik vektori oqimi Φ_3 topilsin.

14.54. Elektr maydon $Q = 0,1\,\mu\text{C}$ nuqtaviy zaryad tomonidan hosil qilingan. Radiusi $R = 30\,\text{cm}$ bo'lgan doiraviy yuzacha orqali elektr

siljishi oqimi aniqlansin. Zaryad yuzacha chetlaridan bir xil uzoqlikda joylashgan va uning markazidan $a = 40\,\text{cm}$ masofada turibdi.

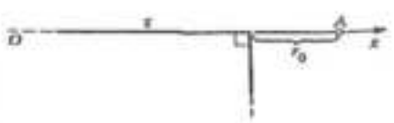
14.55. $Q = 1\,\mu\text{C}$ zaryad doiraviy yuzacha chetlaridan bir xil $r = 20\,\text{cm}$ uzoqlikda joylashgan. Yuzachaning radiusi $R = 12\,\text{cm}$. Yuzacha chegaralarida kuchlanganlikning o'rtacha qiymati $\langle E \rangle$ aniqlansin.

14.56. Elektr maydon cheksiz uzun to'g'ri bir tekis zaryadlangan ($\tau = 0{,}3\,\mu\text{C/m}$) o'tkazgich tomonidan hosil qilingan. Ikkita katta tomoni zaryadlangan o'tkazgichga parallel va undan bir xil $r = 20\,\text{cm}$ masofaga uzoqlashtirilgan to'g'ri burchakli yuza orqali elektr siljishining oqimi ψ aniqlansin. Yuzacha tomonlarining uzunligi $a = 20\,\text{cm}$ va $b = 40\,\text{cm}$.

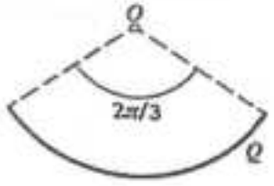
14.57.* $l = 20\,\text{cm}$ uzunlikdagi ingichka sterjen bo'ylab $Q = 50\,\text{nC}$ zaryad tekis taqsimlangan. A nuqtada (14.14-rasm) elektr maydon kuchlanganligi $\vec{E}$ ning moduli va yo'nalishi (Ox o'qi bilan hosil qiladigan burchagi β) aniqlansin.

14.58.* Ingichka cheksiz uzun sterjen bo'ylab zaryad $\tau = 0.2\,\mu\text{C/m}$ chiziqli zichlikda taqsimlangan. Sterjen to'g'ri burchakka bukildi. A nuqtada (14.15-rasm) elektr maydon kuchlanganligi $\vec{E}$ ning moduli va yo'nalishi (Ox o'qi bilan hosil qiladigan burchagi β) aniqlansin. r_0 masofa 15 cm ga teng.

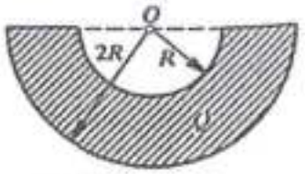
14.14-rasm



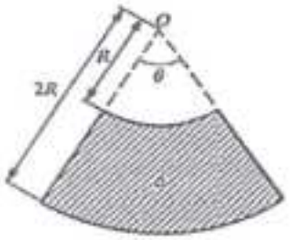
14.15-rasm



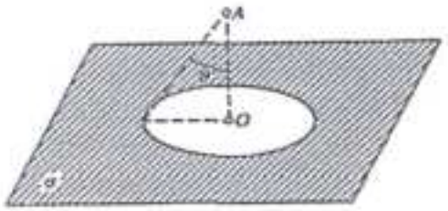
14.16-rasm



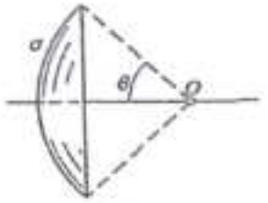
14.17-rasm



14.18-rasm



14.19-rasm



14.20-rasm

14.21-rasm

14.59.* $R = 10$ cm radiusli yupqa halqaning uchdan bir qismi $Q = 50$ nC zaryad bilan tekis zaryadlangan. Halqa markazi bilan ustma-ust tushuvchi O nuqtada (14.16-rasm) 1) kuchlanganligi $\vec{E}$; 2) $q = 2$ nC nuqtaviy zaryadga ta'sir qiluvchi F kuch aniqlansin.

14.60.* Radiuslari R va $2R$ bo'lgan yassi yarimhalqa $Q = 20$ nC zaryad bilan tekis zaryadlangan (14.17-rasm). $R = 10$ cm ga teng. Halqa markazi bilan ustma-ust tushuvchi nuqtada elektr maydon kuchlanganligi $\vec{E}$ topilsin.

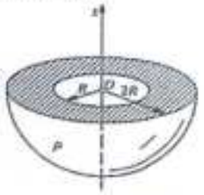
14.61.* Zaryad halqa sektori bo'ylab $\sigma = 0.15\,\mu\text{C/m}^2$ sirtiy zichlikda tekis taqsimlangan (14.18-rasm). Halqa markazi bilan ustma-ust tushuvchi O nuqtada elektr maydon kuchlanganligi $\vec{E}$ topilsin. θ burchak $\pi/3$ rad ga teng.

14.62.* Cheksiz tekislik $\sigma = 40\,\text{nC/m}^2$ sirtiy zaryad zichligi bilan tekis zaryadlangan. Teksilikdan doira shaklidagi qismi qirqib olingan (14.19-rasm). Aylana markazida yotuvchi A nuqtada nuqtada elektr maydon kuchlanganligi $\vec{E}$ aniqlansin.

14.63.* Sferik segment sirti sirtiy zichligi $\sigma = 60\,\text{nC/m}^2$ bo'lgan zaryad bilan tekis zaryadlangan (14.20-rasm). Sfera markazi bilan ustma-ust tushuvchi O nuqtada 1) nuqtada elektr maydon kuchlanganligi; 2) $q = 20\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryadga ta'sir qiluvchi kuch topilsin. θ burchak $\pi/3$ rad ga teng.

14.64.* R=10 cm radiusli sharning yarmi hajmiy zichligi $\rho = 6\,\mu C/m^3$ bo'lgan zaryad bilan tekis zaryadlangan (14.21-rasm). Shar markazi bilan ustma-ust tushuvchi O nuqtada elektr maydon kuchlanganligi topilsin.

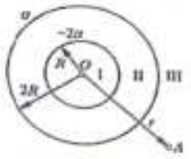
14.65.* R va $2R$ radiusga ega sferik kesimga ega yarimshar hajmiy zichligi $\rho = 10\ \mu C/m^3$ bo'lgan zaryad bilan tekis zaryadlangan (14.22-rasm). R = 6cm. Sfera markazi bilan ustma-ust tushuvchi O nuqtada elektr maydon kuchlanganligi aniqlansin.



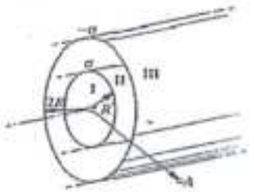
14.22-rasm

14.23-rasm

14.66.* Radiusi R=10 cm bo'lgan shar sektori hajmiy zichligi $\rho = 4\ \mu C/m^3$ bo'lgan zaryad bilan tekis zaryadlangan (14.23-rasm). Shar markazi bilan ustma-ust tushuvchi O nuqtada: 1) elektr maydon $\vec{E}$ kuchlanganligi; 2) q=8 nC zaryadga ta'sir qiluvchi F kuch topilsin. α burchak $\pi/6$ radianga teng.



14.24-rasm



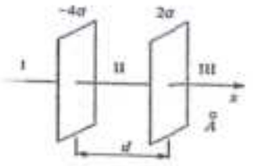
14.25-rasm

14.67.* Ikki R va $2R$ radiusli konsentrik sferalar sirtiy zichliklari mos ravishda -2σ va $+\sigma(\sigma = 0.1\ \mu C/m^2)$ zaryadlar bilan tekis zaryadlangan (14.24-rasm). 1) Ostrogradskiy-Gauss teoremasidan foydalanib, (I, II, III) sohalardagi elektr maydon kuchlanganligi uchun ifodani keltirib chiqaring. 2) sfera markazidan $r = 3R$ masofada joylashgan A nuqtada elektr maydon kuchlanganligi E_A hisoblansin va kuchlanganlik vektorining yo'nalishi aniqlansin. 3) $E = E(r)$ bog'lanish grafigi chizilsin.

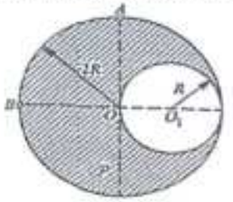
14.68.* Ikkita R va $2R$ radiusli cheksiz koaksial silindrlar sirtiy zaryad zichliklari σ va $-\sigma$ bo'lgan zaryad bilan $(\sigma = 60\ nC/m^2)$ tekis zaryadlangan (14.25-rasm). 1) Ostogradskiy-Gauss teoremasidan foydalanib qaralayotgan uchta (I, II, III) sohadagi elektr maydon kuchlanganligi $\vec{E}$ ifodasi topilsin. 2) silindrlar o'qiidan $r = 3R$ masofada joylashgan A nuqtada elektr maydon kuchlanganligi hisoblansin va yo'nalishi ko'rsatilsin. 3) $E = E(r)$ funksiya grafigi chizilsin.

14.69.* Ikkita cheksiz parallel tekisliklar sirtiy zaryad zichliklari -4σ va 2σ bo'lgan zaryadlar bilan ($\sigma = 40\ nC/m^2$) tekis zaryadlangan (14.26-rasm). Bu masalada ham oldingi masaladagi kabi topshiriqlar bajarilsin.

14.70.* $2R$ radiusli hajmiy zaryad zichligi $\rho = 10\,\mu C/m^3$ bo'lgan zaryad bilan tekis zaryadlangan shardan R radiusli sfera qirqib olingan (14.27-rasm). Ostogradskiy-Gauss va elektr maydonlari superpozitsiyasidan foydalanib O, A va B nuqtalardagi elektr maydon kuchlanganliklari topilsin. R=10 cm.

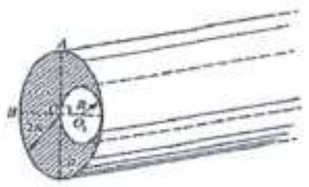


14.26-rasm

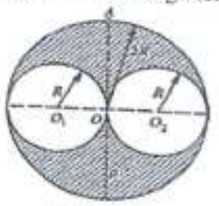


14.27-rasm

14.71.* Radiusi $2R$ bo'lgan cheksiz silindr hajmiy zaryad zichligi $\rho = 6\,\mu C/m^3$ bo'lgan zaryad bilan tekis zaryadlangan bo'lib, undan radiusi R bo'lgan bo'ylama silindr kesib olingan (14.28-rasm). Ostogradskiy-Gauss teoremasi va elektr maydonlari superpozitsiyasidan foydalanib O, A va B nuqtalardagi elektr maydon kuchlanganliklari topilsin. R = 10 cm ga teng.



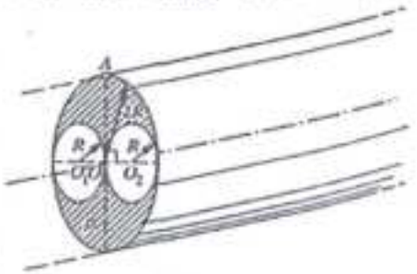
14.28-rasm



14.29-rasm

14.72.* $2R$ radiusli shar hajmiy zaryad zichligi $\rho = 8\mu C/m^3$ bo'lgan zaryad bilan tekis zaryadlangan. Undan R radiusli ikkita sfera kesib olingan (14.29-rasm). Ostogradskiy-Gauss teoremasi va elektr maydonlari superpozitsiyasidan foydalanib O_1 va A nuqtalardagi elektr maydon kuchlanganliklari topilsin. R=10 cm.

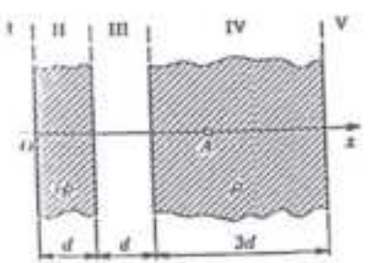
14.73.* $2R$ radiusli cheksiz uzun silindr hajmiy zaryad zichligi $\rho = 6\mu C/m^3$ bo'lgan zaryad bilan tekis zaryadlangan. Undan R radiusli ikkita bo'ylama silindr kesib olingan (14.30-rasm). Ostogradskiy-Gauss teoremasi va elektr maydonlari superpozitsiyasidan foydalanib O_1 va A nuqtalardagi elektr maydon kuchlanganliklari topilsin. R = 10 cm.



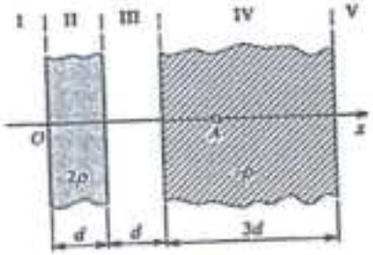
14.30-rasm

14.74.* Qalinliklari d va $3d$ (d=1 cm) bo'lgan ikkita cheksiz tekislik d ga teng bo'lgan masofada bir-biriga nisbatan parallel joylashgan. Plastinkalar hajmiy zaryad zichliklari $-\rho$ va $+\rho$ bo'lgan ($\rho = 20\mu C/m^3$) zaryadlar bilan tekis zaryadlangan (14.31-rasm). 1) Ostogradskiy-Gauss teoremasi va elektr maydonlari superpozitsiyasidan foydalanib (I, II, III, IV va V) sohalardagi elektr maydon kuchlanganligining ifodasi $E(x)$ topilsin; 2) Koordinatasi $x=3d$ bo'lgan A nuqta elektr maydon kuchlangaligi E_1 topilsin. 3) $E = E(x)$ grafigi $\rho d/\varepsilon_0$ birliklarda chizilsin.

14.75.* Qalinliklari d va $3d$ (d=1 cm) bo'lgan ikkita cheksiz tekislik d ga teng bo'lgan masofada bir-biriga nisbatan parallel joylashgan. Plastinkalar hajmiy zaryad zichliklari 2ρ va $-\rho$ bo'lgan ($\rho = 20\mu C/m^3$) zaryadlar bilan tekis zaryadlangan (14.32-rasm). 1) Ostogradskiy-Gauss teoremasi va elektr maydonlari superpozitsiyasidan foydalanib I, II, III, IV va V sohalardagi elektr maydon kuchlanganligining ifodasi $E(x)$ topilsin; 2) Koordinatasi $x=3d$ bo'lgan A nuqtadagi elektr maydon kuchlangaligi E_1 topilsin. 3) $E = E(x)$ grafigi $\rho d/\varepsilon_0$ birliklarda chizilsin.



14.31-rasm



14.32-rasm

15-§. POTENSIAL. ELEKTR ZARYADLARI SISTEMASINING ENERGIYASI. ZARYADNI MAYDONDA KO'CHIRISHDA BAJARILG AN ISH

Asosiy formulalar

• Elektr maydonning potensiali maydonning shu nuqtasida turgan nuqtaviy musbat zaryad potensial energiyasining shu zaryad miqdoriga nisbatiga tengdir:

$$\varphi = \Pi / Q.$$

yoki elektr maydonining potensiali nuqtaviy musbat zaryadni maydonning shu nuqtasidan cheksizlikka ko'chirishda maydon kuchlari bajargan ishning shu zaryad miqdoriga nisbatiga tengdir:

$$\varphi = A / Q.$$

Cheksizlikda elektr maydonining potensiali shartli ravishda nolga teng deb qabul qilingan.

Zaryadni elektr maydonida ko'chirishda tashqi kuchlarning ishi $A_{t.k}$ moduli bo'yicha maydon kuchlarining ishi $A_{m.k}$ ga teng va ishorasi qarama-qarshi ekanligini ta'kidlab o'tamiz:

$$A_{t.k} = -A_{m.k}.$$

• Nuqtaviy zaryad Q ning zaryaddan r masofada hosil qiladigan elektr maydonining potensiali:

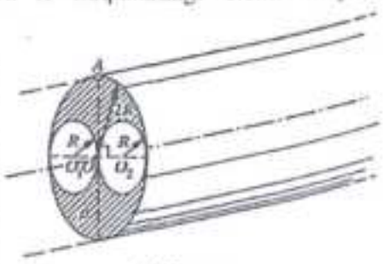
$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

• Q zaryadga ega bo'lgan R radiusli metall sefraning sfera markazidan r masofada hosil qiladigan elektr maydonning potensiali:

sferaning ichida $(r < R)$: $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}$;

14.72.* $2R$ radiusli shar hajmiy zaryad zichligi $\rho = 8\,\mu C/m^3$ bo'lgan zaryad bilan tekis zaryadlangan. Undan R radiusli ikkita sfera kesib olingan (14.29-rasm). Ostogradskiy-Gauss teoremasi va elektr maydonlari superpozitsiyasidan foydalanib O_1 va A nuqtalardagi elektr maydon kuchlanganliklari topilsin. $R = 10$ cm.

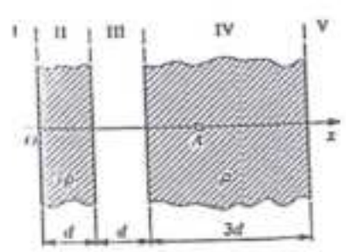
14.73.* $2R$ radiusli cheksiz uzun silindr hajmiy zaryad zichligi $\rho = 6\,\mu C/m^3$ bo'lgan zaryad bilan tekis zaryadlangan. Undan R radiusli ikkita bo'ylama silindr kesib olingan (14.30-rasm). Ostogradskiy-Gauss teoremasi va elektr maydonlari superpozitsiyasidan foydalanib O_1 va A nuqtalardagi elektr maydon kuchlanganliklari topilsin. $R = 10$ cm.



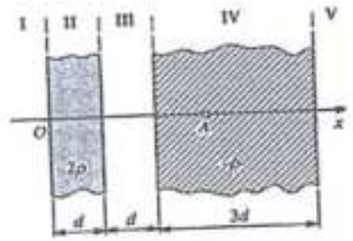
14.30-rasm

14.74.* Qalinliklari d va $3d$ ($d = 1$ cm) bo'lgan ikkita cheksiz tekislik d ga teng bo'lgan masofada bir-biriga nisbatan parallel joylashgan. Plastinkalar hajmiy zaryad zichliklari $-\rho$ va $+\rho$ bo'lgan ($\rho = 20\,\mu C/m^3$) zaryadlar bilan tekis zaryadlangan (14.31-rasm). 1) Ostogradskiy-Gauss teoremasi va elektr maydonlari superpozitsiyasidan foydalanib (I, II, III, IV va V) sohalardagi elektr maydon kuchlanganligining ifodasi $E(x)$ topilsin; 2) Koordinatasi $x = 3d$ bo'lgan A nuqta elektr maydon kuchlangaligi E_1 topilsin. 3) $E = E(x)$ grafigi $\rho d/\varepsilon_0$ birliklarda chizilsin.

14.75.* Qalinliklari d va $3d$ ($d = 1$ cm) bo'lgan ikkita cheksiz tekislik d ga teng bo'lgan masofada bir-biriga nisbatan parallel joylashgan. Plastinkalar hajmiy zaryad zichliklari 2ρ va $-\rho$ bo'lgan ($\rho = 20\,\mu C/m^3$) zaryadlar bilan tekis zaryadlangan (14.32-rasm). 1) Ostogradskiy-Gauss teoremasi va elektr maydonlari superpozitsiyasidan foydalanib I, II, III, IV va V sohalardagi elektr maydon kuchlanganligining ifodasi $E(x)$ topilsin; 2) Koordinatasi $x = 3d$ bo'lgan A nuqtadagi elektr maydon kuchlangaligi E_1 topilsin. 3) $E = E(x)$ grafigi $\rho d/\varepsilon_0$ birliklarda chizilsin.



14.31-rasm



14.32-rasm

15-§. POTENSIAL. ELEKTR ZARYADLARI SISTEMASINING ENERGIYASI. ZARYADNI MAYDONDA KO'CHIRISHDA BAJARILG AN ISH

Asosiy formulalar

• Elektr maydonning potensiali maydonning shu nuqtasida turgan nuqtaviy musbat zaryad potensial energiyasining shu zaryad miqdoriga nisbatiga tengdir:

$$\varphi = \Pi / Q.$$

yoki elektr maydonining potensiali nuqtaviy musbat zaryadni maydonning shu nuqtasidan cheksizlikka ko'chirishda maydon kuchlari bajargan ishning shu zaryad miqdoriga nisbatiga tengdir:

$$\varphi = A / Q.$$

Cheksizlikda elektr maydonining potensiali shartli ravishda nolga teng deb qabul qilingan.

Zaryadni elektr maydonida ko'chirishda tashqi kuchlarning ishi $A_{t.k}$ moduli bo'yicha maydon kuchlarining ishi $A_{m.k}$ ga teng va ishorasi qarama-qarshi ekanligini ta'kidlab o'tamiz:

$$A_{t.k} = -A_{m.k}.$$

• Nuqtaviy zaryad Q ning zaryaddan r masofada hosil qiladigan elektr maydonining potensiali:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

• Q zaryadga ega bo'lgan R radiusli metall sefraning sfera markazidan r masofada hosil qiladigan elektr maydonning potensiali:

sferaning ichida $(r < R)$: $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}$;

sferaning sirtida $(r = R)$: $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}$;

sferadan tashqarida $(r > R)$: $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$.

Zaryadlangan sferaning potensiali uchun keltirilgan barcha formulalarda ε–sferani o'rab turgan bir jinsli cheksiz dielektrikning singdiruvchanligidir.

• Berilgan nuqtada n ta nuqtaviy zaryadlar sistemasi hosil qilgan elektr maydonining potensiali, elektr maydon superpozitsiyasi prinisipiga asosan, har bir nuqtaviy zaryad $Q_1, Q_2, ..., Q_n$, alohida hosil qilgan potensial $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ larning algebraik yig'indisiga teng:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i.$$

• $Q_1, Q_2, ..., Q_n$ nuqtaviy zaryadlar sistemasining o'zaro ta'sir energiyasi W shu zaryadlar sistemasi ularni bir-biridan cheksizlikka uzoqlashtirganda bajaradigan ish bilan aniqlanadi va

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i\varphi_i$$

formula bilan ifodalanadi; bu yerda φ_i – Q_i zaryad turgan nuqtada qolgan $n-1$ ta zaryadlar (i–dan tashqari) hosil qilgan maydon potensiali.

• Potensial elektr maydoni kuchlanganligi bilan quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$\vec{E} = -grad\varphi.$$

Bu munosabat sferik simmetriya xususiyatiga ega bo'lgan elektr maydoni uchun quyidagicha ifodalanadi:

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dr}\frac{\vec{r}}{r},$$

yoki skalyar shaklda

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},$$

bir jinsli, ya'ni har bir nuqtasidagi kuchlanganlik ham moduli, ham yo'nalishi bo'yicha bir xil bo'lgan maydon holida esa

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d,$$

bu yerda φ_1 va φ_2 – ikkita ekvipotensial sirt nuqtalaridagi potensiallar; d – elektr kuch chizig'i yo'nalishida bu sirtlar orasidagi masofa.

• Q nuqtaviy zaryadni maydonning φ_1 potensialga ega bir nuqtasida φ_2 potensialga ega boshqa nuqtasiga ko'chirishda elektr maydoni bajaradigan ish:

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2) \text{ yoki } A = Q\int_l E_l dl,$$

bu yerda E_l –kuchlanganlik vektori E ning ko'chish yo'nalishiga proyeksiyasi; dl – ko'chish.

Bir jinsli maydon holida oxirgi formula:

$$A = QEl\cos\alpha.$$

ko'rinishni oladi, bu yerda l–ko'chish; $\alpha - \vec{E}$ vektorning yo'nalishi va $\vec{l}$ ko'chish orasidagi burchak.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. $Q_1 = 3\,\mu C$ va $Q_2 = 20\,nC$ musbat zaryadlar vakuumda bir-biridan $r_1 = 1{,}5\,m$ masofada turibdi. Zaryadlarni $r_2 = 1\,m$ masofagacha yaqinlashtirish uchun bajarish kerak bo'lgan A' ish aniqlansin.

Yechish: Birinchi zaryad Q harakatsiz, ikkinchi zaryad Q_2 esa tashqi kuchlar ta'sirida Q_1 zaryad hosil qilgan maydonda ko'chib, unga $r_1 = 1.5\,m$ masofadan $r_2 = 1\,m$ masofagacha yaqinlashadi deb faraz qilamiz. Tashqi kuchlarning Q zaryadni maydonning φ_1 potensialli nuqtasidan potensial φ_2 bo'lgan boshqa nuqtasiga ko'chirishdagi A' ishi zaryadni shu nuqtalar orasida ko'chirishdagi maydonning ishi A ga moduli bo'yicha teng, ishorasi esa qarama-qarshi:

$$A' = -A.$$

A zaryadni ko'chirishda maydon kuchlarining ishi $A = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Unda tashqi kuchlarning ishi A' quyidagi ko'rinishda yozilishi mumkin

$$A' = -Q(\varphi_1 - \varphi_2) = Q(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (1)$$

Yo'lning boshlang'ich va oxirgi nuqtalaridagi potensiallar:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1};\ \varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2},$$

formulalar yordamida ifodalanadi.

φ_1 va φ_2 larning ifodalarini (1) formulaga qo'yib va mazkur holda ko'chiriladigan zaryad $Q = Q_2$ ekanligini hisobga olib, quyidagini topamiz:

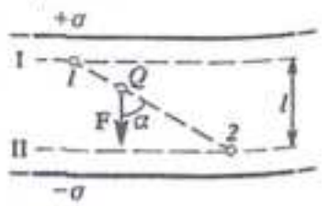
$$A' = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Agar $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9$ m/F ekanligini hisobga olsak, kattaliklarning qiymatlarini (2) formulaga qo'ygandan keyin natijani hisoblab topamiz:

$$A' = 180\,\mu\text{J}.$$

2-masala. Orasidagi masofa $l = 3$cm bo'lgan $\sigma = 0{,}4\,\mu\text{C/m}^2$ sirt zichligi bilan va turli ishorali zaryadlar bilan zaryadlangan ikkita cheksiz parallel tekislik orasida turgan $Q = 10$ nC zaryadni *1* nuqtadan *2* nuqtaga (15.1-rasm) ko'chirishda maydon bajargan A ish topilsin.

Yechish: Masalani ikki xil usulda yechish mumkin.



15.1-rasm

1-usul. Q zaryadni φ_1 potensialli *1* nuqtadan φ_2 potensialli *2* nuqtaga ko'chirishdagi maydon kuchlarining ishi A ni

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (1)$$

formuladan topamiz.

1 va *2* nuqtalardagi potensiallarni aniqlash uchun shu nuqtalar orqali *I* va *II* ekvipotensial sirtlarni o'tkazamiz. Bu sirtlar tekisliklardan iborat bo'ladi, chunki ikkita bir tekis zaryadlangan cheksiz parallel tekislik orasidagi maydongina bir jinslidir. Bunday maydon uchun quyidagi munosabat o'rinli:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = El, \qquad (2)$$

bu yerda E – maydon kuchlanganligi; l – ekvipotensial sirtlar orasidagi masofa.

Turli xil ishora bilan zaryadlangan parallel cheksiz tekisliklar orasidagi maydon kuchlanganligi $E = \sigma/\varepsilon_0$. E ning bu ifodasini (2) formulaga qo'yib va so'ngra $\varphi_1 - \varphi_2$ ning ifodasini (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$A = Q(\sigma/\varepsilon_0)l.$$

2-usul. Maydon bir jinsli bo'lganligidan Q zaryadning ko'chishida unga ta'sir etayotgan kuch o'zgarmasdir. Shuning uchun ham zaryadning *1* nuqtadan *2* nuqtaga ko'chishidagi ishni:

$$A = F\Delta r\cos\alpha \qquad (3)$$

formula yordamida hisoblash mumkin; bunda F – zaryadga ta'sir etayotgan kuch; $\Delta r - Q$ zaryadning *1* nuqtadan *2* nuqtaga ko'chish moduli; α – ko'chish va kuch yo'nalishi orasidagi burchak. Ammo, $F = QE = Q\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, F ning bu ifodasini (3) tenglikka qo'yib va $\Delta r\cos\alpha = l$ ekanligini hisobga olib quyidagini topamiz:

$$A = Q(\sigma/\varepsilon_0)l. \qquad (4)$$

Shunday qilib, har ikkala yechim ham bitta natijaga olib keldi. Q, σ, ε_0 va l kattaliklarning qiymatlarini (4) ifodaga qo'yib, natijani olamiz:

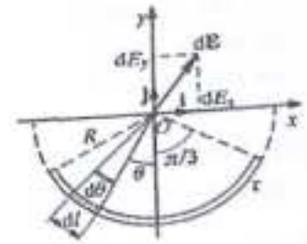
$$A = 13{,}6\,\mu\text{J}.$$

3-masala. Zaryad R radiusli aylananing yoyi ko'rinishida qayrilgan ingichka tola bo'ylab $\tau = 10$ nC/m chiziqli zichlik bilan tekis taqsimlangan. Shunday taqsimlangan zaryadning yoyning egrilik radiusi bilan mos keluvchi O nuqtada hosil qilgan elektr maydonning kuchlanganligi $\vec{E}$ va potensiali φ aniqlansin. Tolaning l uzunligi aylana uzunligining 1/3 qismini tashkil qiladi va 15 cm ga teng.

Yechish. Koordinataning boshi yoy egriligining markazi bilan mos keladigan, y o'qni esa yoy uchlariga nisbatan simmetrik joylashadigan qilib tanlaymiz (15.2-rasm). Toladan dl elementni ajratamiz. Ajratilgan qismdagi $dQ = \tau dl$ zaryadni nuqtaviy deb hisoblash mumkin.

Elektr maydonining O nuqtadagi kuchlanganligini aniqlaymiz. Buning uchun oldin maydonning dQ zaryad hosil qiladigan kuchlanganligi $d\vec{E}$ ni topamiz:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$



15.2-rasm

bu yerda $\vec{r} - dl$ element dan kuchlanganligi hisoblanayotgan nuqtaga yo'nalgan radius-vektor. $d\vec{E}$ vektorni koordinata o'qlaridagi proyeksiyalar dE_x va dE_y orqali ifodalaymiz:

$$d\vec{E} = \vec{i}dE_x + \vec{j}dE_y,$$

bunda $\vec{i}$ va $\vec{j}$-yo'nalishlarning birlik vektorlari (ortlar).

Kuchlanganlik $\vec{E}$ ni integrallash yo'li bilan topamiz:

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E} = \vec{i}\int_l dE_x + \vec{j}\int_l dE_y .$$

Integrallash yoyning l uzunligi bo'ylab bajariladi. Simmetriklikdan $\int_l dE_x$ integral nolga teng. U holda

$$\vec{E} = \vec{j}\int_l dE_y ,$$

bu yerda $dE_y = dE\cos\theta = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$, $r = R = \text{const}$ va $dl = Rd\theta$ bo'lganligidan:

$$dE_y = \frac{\tau R d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta d\theta .$$

dE_y ning topilgan ifodasini (1) ga qo'yib va yoyning Oy o'qiga nisbatan simmetrik joylashganligini nazarda tutib, integrallash chegarasini 0 dan $\pi/3$ gacha olamiz, natijani esa ikkiga ko'paytiramiz:

$$\vec{E} = \vec{j}\frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi/3}\cos\theta d\theta = \vec{j}\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\theta\Big|_0^{\pi/3} .$$

Ko'rsatilgan chegara qiymatlarni qo'yib va R ni yoy uzunligi orqali ifodalab ($3l = 2\pi R$), quyidagini olamiz:

$$\vec{E} = \vec{j}\frac{\tau}{6\varepsilon_0 l}\sqrt{3} .$$

Bu formuladan ko'rinib turibdiki, $\vec{E}$ vektor Oy, o'qining musbat yo'nalishi bilan mos keladi. τ va l larnimg qiymatlarini oxirgi formulaga qo'yib, hisoblasak,

$$E = 2{,}18\,\text{kV/m} .$$

O nuqtadagi elektr maydoni potensialini aniqlaymiz. Oldin nuqtaviy zaryad dQ ning O nuqtada hosil qiladigan potensalini topamiz:

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r} .$$

r ni R bilan almashtiramiz va integrallaymiz:

$$\varphi = d\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\varepsilon_0 R} .$$

$l = \frac{2\pi R}{3}$ ekanligidan:

$$\varphi = \tau/(6\varepsilon_0) .$$

Shu formula bo'yicha hisoblab, natijani olamiz:

$$\varphi = 188\,\text{V} .$$

4-masala. Elektr maydoni $\tau = 20\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan bir tekis zaryadlangan $R = 1\,\text{cm}$ radiusli uzun silindr tomonidan hosil qilingan. Shu maydonning silindrning o'rta qismida, uning sirtidan $a_1 = 0{,}5\,\text{cm}$ va $a_2 = 2\,\text{cm}$ masofada turgan ikki nuqtasi orasidagi potensiallar farqi aniqlansin.

Yechish: Potensiallar farqini aniqlash uchun maydon kuchlanganligi va potensialning o'zgarishi orasidagi $\vec{E} = -grad\varphi$ munosabatdan foydalanamiz. Silindrning maydoni kabi o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgan maydonlar uchun bu munosabatni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \quad \text{yoki} \quad d\varphi = -Edr .$$

Oxirgi ifodani integrallab silindr o'qidan r_1 va r_2 uzoqlikdagi ikkita nuqta potensiallarining farqini topamiz:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} Edr . \qquad (1)$$

Silindr uzun va nuqtalar uning o'rta qismiga yaqin joyda olinganligidan, maydon kuchlanganligining ifodasi uchun $E = \tau/(2\pi\varepsilon_0 r)$ formuladan foydalanish mumkin E ning bu ifodasini (1) tenglikka qo'yib quyidagini olamiz:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1} \quad \text{yoki} \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1} .$$

r_1 va r_2 kattaliklar formulada nisbat ko'rinishida qatnashganligi uchun, ularni istalgan, faqat bir xil birliklarda ifodalash mumkin:

$$r_1 = R + a_1 = 1{,}5\,\text{cm}; \quad r_2 = R + a_2 = 3\,\text{cm} .$$

τ, ε_0, r_1 va r_2 kattaliklarning qiymatlarini (2) formulaga qo'yib va hisoblab, natijani topamiz:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 250\,\text{V} .$$

5-masala. Elektr maydon zaryad uzunligi bo'ylab $\tau = 0{,}1\,\mu\text{C/m}$ zichlik bilan bir tekis taqsimlangan ingichka tayoqcha tomonidan hosil

qilingan. Tayoqcha uchlaridan uning uzunligiga teng uzoqlikda turgan nuqtadagi maydon potensiali φ aniqlansin.

Yechish: Tayoqchadagi zaryadni nuqtaviy deb hisoblash mumkin emas, shu sababli potensialni hisoblashga faqat nuqtaviy zaryadlar uchun o'rinli bo'lgan ushbu

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (1)$$

formulani bevosita qo'llash mumkin emas. Lekin, tayoqchani dl kesmachalarga bo'lsak, ularning har biridagi τdl zaryadni nuqtaviy deb qarash mumkin va bu holda (1) formula o'rinli bo'ladi. Bu formulani qo'llab, quyidagini olamiz:

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r}, \qquad (2)$$

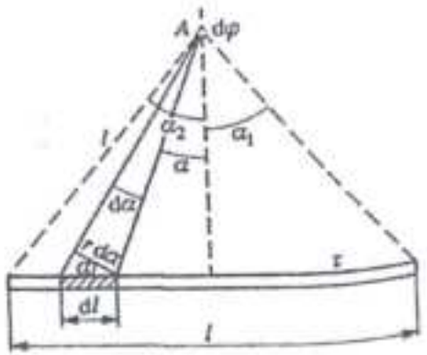
bu yerda r–potensiali aniqlanayotgan nuqtadan tayoqcha bo'lagigacha bo'lgan masofa.

15.3–rasmdan ko'rinib turibdiki, $dl = \frac{rd\alpha}{\cos\alpha}$ ning bu ifodasini (2) formulaga qo'ysak,

$$d\varphi = \frac{\tau d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 \cos\alpha}.$$

Olingan ifodani α_1 dan α_2 gacha oraliqda integrallab, tayoqcha bo'ylab taqsimlangan barcha zaryad hosil qilgan potensialni topamiz:

$$\varphi = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\tau d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 \cos\alpha} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}.$$



15.3-rasm

A nuqta tayoqcha uchlariga nisbatan simmetrik joylashganligidan $\alpha_1 = \alpha_2$ ni olamiz va shuning uchun:

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = 2\int_{0}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}.$$

Binobarin,

$$\varphi = \frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_{0}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}.$$

$$\int \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = \ln tg\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}\right)+C$$

ligidan (2–jadvalga q.)

$$\varphi = \frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0}\ln tg\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\Bigg|_0^{\alpha_2}.$$

Integrallashning chegara qiymatlarini qo'ysak,

$$\varphi = \frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\ln tg\frac{\pi}{3} - \ln tg\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0}\ln tg\frac{\pi}{3}.$$

Shu formula bo'yicha hisoblab, natijani topamiz:

$$\varphi = 990\,\text{V}.$$

6-masala. Elektron maydon kuchlanganligi vektoriga qarama-qarshi yo'nalishda $\vartheta = 1{,}13\cdot10^6$ m/s tezlik bilan bir jinsli elektr maydonga uchib kirdi. $E_i = 13{,}6\,\text{eV}$[26] energiyaga ega bo'lishi uchun elektron qanday U potensiallar farqini o'tishi kerak? (Shunday energiyaga ega bo'lgan elektron vodorod atomi bilan to'qnashganda uni ionlantirish mumkin, 13,6eV energiya vodorodning ionlanish energiyasi deyiladi).

Yechish. Elektron shunday U potensiallar farqini o'tishi kerakki, bunda u olgan W energiya bilan maydonga kirish oldidan ega bo'lgan T kinetik energiyasining yig'indisi ionlanish energiyasi E_i ga teng bo'lishi kerak, ya'ni $W + T = E_i$. Bu formulada $W = eU$ va $T = m\vartheta^2/2$ ifodalardan foydalansak, $eU + \frac{m\vartheta^2}{2} = E_i$ ifodani olamiz. Bundan

$$U = \frac{2E_i - m\vartheta^2}{2e}.$$

SI birliklar sistemasida hisoblashni bajarsak,

$$U = 4{,}15\ \text{V}$$

kelib chiqadi.

7-masala. Bir-biridan yetarli darajada uzoq masofada turgan protonlarning yaqinlashishi mumkin bo'lgan eng kichik masofasi $r_{min} = 10^{-11}$ cm bo'lsa, ularning yaqinlashishdagi boshlang'ich tezligi ϑ_0 aniqlansin.

---

[26] Elektron-volt (eV) – elektron zaryadiga teng zaryadga ega bo'lgan zarrachaning 1V potensiallar farqidan o'tishida oladigan energiyasi. Energiyaning sistemaga kirmaydigan bu birligi hozirgi paytda fizikada qo'llanilishiga ruxsat etilgan.

Yechish: Ikkita proton orasida itarishish kuchlari ta'sir etganligi uchun protonlarning harakati sekinlanuvchan bo'ladi. Shuning uchun masalani ham inersial (ikkita protonning massalari markaziga bog'langan) sanoq sistemasida, ham noinersial (tezlanish) bilan harakatlanayotgan protonlarning birortasiga bog'langan sanoq sistemasida yechish mumkin. Ikkinchi holda Nyuton qonunlari bajarilmaydi. Dalamber prinsipini qo'llash esa, sistemaning tezlanishi o'zgaruvchan bo'lganligi tufayli, ancha qiyin. Shuning uchun ham masalani inersial hisob sistemasida qarash qulay.

Koordinata boshini ikkita protonning massalar markazida joylashtiramiz. Modomiki biz bir xil zarralar bilan ish ko'rar ekanmiz massa markazi zarralarni tutashtiruvchi kesmani teng ikkiga bo'luvchi nuqtada bo'ladi. Vaqtning istalgan paytida massa markaziga nisbatan zarracha tezligining moduli bir xil bo'ladi. Zarralar bir-biridan yetarli darajada uzoq masofada bo'lganidan, har bir zarraning ϑ_1 tezligi ϑ_0 ning yarmiga teng bo'ladi, ya'ni

$$\vartheta_1 = \vartheta_0 / 2.$$

Masalani yechish uchun energiyaning saqlanish qonunini qo'llaymiz. Unga muvofiq ajratilgan sistemaning to'liq mexanik energiyasi E o'zgarmas, ya'ni

$$E = T + P,$$

bu yerda T-har ikkala protonning massalar markaziga nisbatan kinetik energiyalarining yig'indisi; P–zaryadlar sistemasining potensial energiyasi.

Harakatning boshlang'ich va oxirgi momentlaridagi potensial energiyalarni P_1 va P_2 lar bilan ifodalaymiz.

Masalaning shartiga ko'ra, boshlang'ich momentda protonlar bir-biridan uzoq masofada turadi, shuning uchun potensial energiyani hisobga olmaslik mumkin (P_1=0). Binobarin, boshlang'ich momentda to'liq energiya protonlarning kinetik energiyasi T_1 ga teng bo'ladi, ya'ni

$$E = T_1. \qquad (1)$$

Protonlar bir-biriga maksimal yaqinlashgan oxirgi momentda ularning tezliklari va kinetik energiyalari nolga teng, to'la energiya esa P_2 potensial energiyaga teng bo'ladi, ya'ni

$$E = P_2. \qquad (2)$$

(1) va (2) tengliklarning o'ng tomonlarini tenglashtirsak:

$$T_1 = P_2. \qquad (3)$$

Kinetik energiya protonlar kinetik energiyalarining yig'indisiga teng:

$$T_1 = \frac{m\vartheta_1^2}{2} + \frac{m\vartheta_1^2}{2} = m\vartheta_1^2 = \frac{m\vartheta_0^2}{4}. \qquad (4)$$

Bo'shliqda turgan Q_1 va Q_2 zaryadlar sistemasining potensial energiyasi $P = Q_1Q_2 / (4\pi\varepsilon_0 r)$ formula bilan aniqlanadi, bunda r-zaryadlar orasidagi masofa. Bu formuladan foydalanib quyidagini olamiz:

$$P_2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{min}}. \qquad (5)$$

(4) va (5) tengliklarni inobatga olganda (3) formula quyidagi ko'rinishni oladi:

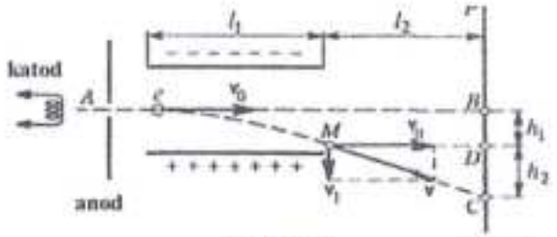
$$\frac{m\vartheta_0^2}{4} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{min}} \text{ bunda } \vartheta_0 = e / \sqrt{\pi\varepsilon_0 m r_{min}}.$$

Olingan formula asosida hisoblash o'tkazib, quyidagi natijani olamiz

$$\vartheta_0 = 2{,}35 \text{ Mm/s}.$$

8-masala. Boshlang'ich tezlikka ega bo'lmagan elektron $U_0 = 10\,\text{kV}$ potensiallar farqini o'tib, $U_1 = 100\,\text{V}$ potensiallar farqigacha zaryadlangan yassi kondensator qoplamalari orasidagi bo'shliqqa qoplamalarga parallel bo'lgan AB chiziq bo'ylab uchib kirdi (15.4-rasm). Qoplamalar orasidagi masofa $d = 2\,\text{cm}$. Elektronning uchish yo'nalishidagi qoplama uzunligi $l_1 = 20\,\text{cm}$. Kondensatordan $l_2 = 1\,\text{m}$ uzoqlikda bo'lgan P ekrandagi BC masofa aniqlansin.

Yechish. Elektronning kondensator ichidagi harakati ikkita harakatning yig'indisidan iborat: 1) elektron kondensatorgacha o'tgan U_0 potensiallar farqi ta'sirida olingan o'zgarmas ϑ_0 tezlik bilan AB chiziq bo'ylab inersiya bilan qilingan harakat; 2) kondensator maydonining o'zgarmas kuchi ta'sirida musbat qoplamaga tomon tik yo'nalishdagi tekis tezlanuvchan harakat. Elektron kondensatordan chiqqanda kondensatordan uchib chiqish momentida M nuqtada ega bo'lgan ϑ tezlik bilan tekis harakat qiladi. 15.4-rasmdan ko'rinib turibdiki, izlanayotgan masofa $|BC| = h_1 + h_2$ bunda h_1–kondensatorda harakatlangan vaqtida elektronning tik yo'nalishda siljish masofasi; h_2–kondensatordan chiqqandan keyin boshlang'ich ϑ_0 tezlik yo'nalishi bilan harakat qilganda elektronning



15.4-rasm

ekranga tushish nuqtasi D bilan elektronning haqiqatda tushadigan nuqtasi S orasidagi masofa. h_1 va h_2 larni alohida ifodalaymiz. Tekis tezlanuvchan harakat yo'li uzunligining formulasidan foydalanib, quyidagini topamiz:

$$h_1 = \frac{at^2}{2}, \qquad (1)$$

bunda a– elektronning kondensator maydoni ta'sirida olgan tezlanishi; t– elektronning kondensator ichida uchish vaqti.

Nyutonning ikkinchi qonuniga muvofiq $a = \frac{F}{m}$, bunda F –maydon tomondan elektronga ta'sir etayotgan kuch; m–uning massasi. O'z navbatida $F = eE = eU_1 / d$, bunda e–elektronning zaryadi U_1–kondensator qoplamalari orasidagi potensiallar farqi; d–ular orasidagi masofa.

Elektronning kondensator ichida uchish vaqtini tekis harakat yo'l formulasi $l_1 = \vartheta_0 t$ dan topamiz, bundan

$$t = l_1 / \vartheta_0,$$

bu yerda l_1 –kondensatorning elektronning uchish yo'nalishidagi uzunligi ϑ_0 tezlikning ifodasini elektronni ko'chirishda maydon bajargan ishning u olgan kinetik energiyaga tengligi shartidan topamiz: $\frac{m\vartheta_0^2}{2} = eU_0$

Bundan

$$\vartheta_0^2 = \frac{2eU_0}{m}. \qquad (2)$$

(1) formulaga ketma– ket ravishda, mos ifodalardan a, F, t va ϑ_0^2 larning qiymatlarini qo'yib, quyidagini olamiz:

$$h_1 = \frac{U_1 l_1^2}{4dU_0}.$$

h_2 kesmaning uzunligi MDS va vektorli uchburchaklarning o'xshashligidan topamiz:

$$h_2 = \frac{\vartheta_1 l_2}{\vartheta_0}, \qquad (3)$$

bu yerda ϑ_1–M nuqtada elektronning tik yo'nalishidagi tezligi; l_2– kondensatordan ekrangacha bo'lgan masofa.

ϑ_1 tezlikni $\vartheta_1 = at$ formuladan topamiz. U esa a, F va t larning ifodalarini inobatga olganda:

$$\vartheta_1 = \frac{eU_1 l_1}{dm\vartheta_0},$$

ko'rinishni oladi.

ϑ_1 ning ifodasini (3) formulaga qo'yib $h_2 = \frac{eU_1 l_1 l_2}{dm\vartheta_0^2}$ ni olamiz yoki ϑ_0^2 ni (3) formula bo'yicha almashtirib qo'yidagini topamiz:

$$h_2 = \frac{U_1 l_1 l_2}{2dU_0}.$$

Nihoyat izlanayotgan (BC) masofa uchun:

$$|BC| = h_1 + h_2 = \frac{U_1 l_1^2}{4dU_0} + \frac{U_1 l_1 l_2}{2dU_0} = \frac{U_1 l_1}{2dU_0}\left(\frac{l_1}{2} + l_2\right)$$

ga ega bo'lamiz. Bu ifodaga ϑ_0, U_0, d, l_1 va l_2 kattaliklarning qiymatlarini qo'yib va hisoblab, natijani olamiz:

$$|BC| = 5{,}5\,\text{cm}.$$

Masalalar

Nuqtaviy zaryadlarning potensial energiyasi va maydon potensiali

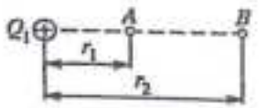
15.1. Maydonning muayyan nuqtasida turgan $Q = 10\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad $\Pi = 10\,\mu\text{J}$ potensial energiyaga ega. Maydonning shu nuqtasidagi potensial φ topilsin.

15.2. $Q = 20\,\text{nC}$ zaryadni maydonning ikki nuqtasi orasida ko'chirishda tashqi kuchlar tomonidan $A = 4\,\mu\text{J}$ ish bajarilgan. Maydon kuchlarining ishi A_1 va maydonning shu nuqtalari orasidagi potensiallar farqi $\Delta\varphi$ aniqlansin.

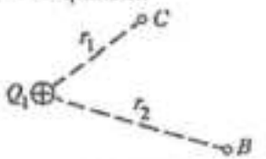
15.3. Elektr maydoni $Q_1 = 6\,\text{nC}$ musbat nuqtaviy zaryad tomonidan hosil qilingan. Q_2 musbat zaryad maydonning A nuqtasidan B nuqtasiga

ko'chiriladi (15.5-rasm). Agar $r_1 = 20\,\text{cm}$ va $r_2 = 50\,\text{cm}$ bo'lsa, ko'chirilayotgan birlik zaryadga mos keluvchi potensial energiyaning o'zgarishi $\Delta\Pi$ qanday bo'ladi?

15.4. Elektr maydonini $Q_1 = 50\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad hosil qilgan. Agar $r_1 = 10\,\text{cm}$ va $r_2 = 20\,\text{cm}$ bo'lsa, potensial tushunchasidan foydalanmasdan $Q_2 = -2\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryadni C nuqtadan B nuqtaga ko'chirishda tashqi kuchlar bajargan A ish hisoblansin (15.6-rasm). Shuningdek, zaryadlar sistemasi potensial energiyasining o'zgarishi $\Delta\Pi$ aniqlansin.



15.5-rasm



15.6-rasm

15.5. Elektr maydonini $Q_1 = 1\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryad hosil qilgan. Zaryaddan $r = 20\,\text{cm}$ uzoqlikda turgan nuqtadagi maydon potensiali aniqlansin.

15.6. $Q_1 = -0{,}2\,\mu\text{C}$ va $Q_2 = 0{,}5\,\mu\text{C}$ zaryadlardan mos ravishda $r_1 = 15\,\text{cm}$ va $r_2 = 25\,\text{cm}$ uzoqlikdagi elektr maydoni potensiali aniqlansin. Yechim mavjud bo'lishi uchun zaryadlar orasidagi minimal va maksimal masofalar qanday bo'lishi lozimligi ham aniqlansin.

15.7. $Q_1 = 1\,\mu\text{C}$ va $Q_2 = -1\,\mu\text{C}$ zaryadlar bir-biridam $d = 10\,\text{cm}$ masofada turibdi. Birinchi zaryaddan $r = 10\,\text{cm}$ uzoqlikdagi Q_1 dan Q_2 yo'nalishga tik va birinchi zaryaddan o'tadigan to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtadagi maydon potensiali φ va kuchlanganlik E aniqlansin.

15.8. Bir-biridan $d = 10\,\text{cm}$ masofada turgan ikkita $Q_1 = 100\,\text{nC}$ va $Q_2 = 10\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryadlar sistemasining potensial energiyasi Π hisoblansin.

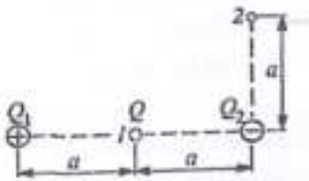
15.9. Tomonlarining uzunligi $a = 10\,\text{cm}$ dan bo'lgan teng tomonli uchburchakning uchlarida joylashgan uchta $Q_1 = 10\,\text{nC}$, $Q_2 = 20\,\text{nC}$ va $Q_3 = -30\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryadlar sistemasining potensial energiyasi Π topilsin.

15.10. Tomonlarining uzunligi $a = 10\,\text{cm}$ dan bo'lgan kvadrat uchlarida joylashgan to'rtta bir xil $Q = 10\,\text{nC}$ nuqtaviy zaryadlar sistemasining potensial energiyasi Π qanday bo'ladi?

15.11. Tomonlarining uzunligi $a = 10\,\text{cm}$ dan bo'lgan kvadratning uchlarida joylashgan to'rtta nuqtaviy zaryadlar sistemasining potensial energiyasi aniqlansin. Zaryadlarining modullari bir xil $Q = 10\,\text{nC}$, lekin ularning ikkitasining ishorasi manfiy. Zaryadlar joylashishining ikkita mumkin bo'lgan holi qaralsin.

15.12. Maydonni bir-biridan $d = 12\,\text{cm}$ masofada turgan ikkita $+2Q$ va $-Q$ nuqtaviy zaryad hosil qilgan. Tekislikda potensiali nolga teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni aniqlansin (potensiali nol bo'lgan chiziqning tenglamasi yozilsin).

15.13. Sistema uchta-ikkita kattaligi jihatdan teng $Q_1 = |Q_2| = 1\,\mu\text{C}$ va qarama-qarshi ishorali hamda sistemaning boshqa ikkita zaryadlarining o'rtasidagi 1 nuqtada joylashtirilgan $Q = 20\,\text{nC}$ zaryaddan tashkil topgan (15.7-rasm). Q zaryadni 1 nuqtadan 2 nuqtaga ko'chirganda sistema potensial energiyasining o'zgarishi aniqlansin. Bu nuqtalar Q_2 manfiy zaryaddan $a = 0{,}2\,\text{m}$ uzoqlikda joylashgan.



15.7-rasm

Chiziqli taqsimlangan zaryadlar maydonining potensiali

15.14. Zaryad $R = 10\,\text{cm}$ radiusli ingichka halqada $\tau = 10\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan bir tekis taqsimlangan. Halqa o'qida yotuvchi va markazidan $a = 5\,\text{cm}$ masofada joylashgan nuqtadagi potensial φ aniqlansin.

15.15. Zaryad ingichka to'g'ri o'tkazgich kesmasida $\tau = 10\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan bir tekis taqsimlangan. Shu zaryadning o'tkazgich o'qida va kesmaning yaqin uchidan uning uzunligiga teng masofada joylashgan nuqtada hosil qiladigan potensiali φ hisoblansin.

15.16. Uzunligi $l = 10\,\text{cm}$ bo'lgan ingichka sterjenda tekis taqsimlangan $Q = 1\,\text{nC}$ zaryad bor. Sterjen o'qida yotuvchi va uning yaqin uchidan $a = 20\,\text{cm}$ masofada joylashgan nuqtadagi elektr maydoni potensiali φ aniqlansin.

15.17. Ingichka sterjenlar tomonining uzunligi a bo'lgan kvadratni hosil qiladi. Sterjenlar $\tau = 1{,}33\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan zaryadlangan. Kvadratning markazidagi potensial φ topilsin.

15.18. Cheksiz uzun ingichka to'g'ri tolada $\tau = 0{,}01\,\mu\text{C/m}$ chiziqli zichlik bilan tola uzunligi bo'ylab bir tekis taqsimlangan zaryad bor. Toladan $r_1 = 2\,\text{cm}$ va $r_2 = 4\,\text{cm}$ masofalarda joylashgan maydonning ikki nuqtasi orasidagi potensiallar farqi $\Delta\varphi$ aniqlansin.

Sirt bo'ylab taqsimlangan zaryadlar maydonining potensiali

15.19. Yupqa aylana shaklidagi plastinka tekislik bo'ylab bir tekis taqsimlangan $Q = 1\,\text{nC}$ zaryadga ega. Plastinkaning radiusi $R = 5\,\text{cm}$. Ikki nuqtadagi elektr maydonning potensiali φ aniqlansin: 1) plastinka markazida; 2) plastinka tekisligiga tik o'qda yotuvchi va plastinka markazidan $a = 5\,\text{cm}$ uzoqda joylashgan nuqtada.

15.20. Radiuslari $R_1 = 3\,\text{cm}$ va $R_2 = 6\,\text{cm}$ bo'lgan ikkita konsentrik metall sfera bor. Sferalar orasidagi bo'shliq parafin bilan to'ldirilgan. Ichki sferaning zaryadi $Q_1 = -1\,\text{nC}$, tashqisiniki $Q_2 = 2\,\text{nC}$. Sferalar markazidan: 1) $r_1 = 1\,\text{cm}$; 2) $r_2 = 5\,\text{cm}$; 3) $r_3 = 9\,\text{cm}$ masofadagi elektr maydon potensiali φ topilsin.

15.21. $R = 5\,\text{cm}$ radiusli metall sharda $Q = 1\,\text{nC}$ zaryad bor. Shar $d = 2\,\text{cm}$ qalinlikdagi ebonit qatlami bilan o'ralgan. Sharning markazidan: 1) $r_1 = 3\,\text{cm}$; 2) $r_2 = 6\,\text{cm}$; 3) $r_3 = 9\,\text{cm}$ masofadagi elektr maydon potensiali φ hisoblansin. $\varphi(r)$ bog'lanishning grafigi tuzilsin.

15.22. Radiusi $R = 10\,\text{cm}$ bo'lgan metall shar $\varphi_1 = 300\,\text{V}$ potensialgacha zaryadlangan. Quyidagi ikki hol uchun bu sharning potensiali aniqlansin: 1) uni $R_2 = 15\,\text{cm}$ radiusli o'tkazuvchan sferik qobiq bilan o'rab va qisqa vaqt u o'tkazgich bilan ulangandan keyin; 2) agar uni $R_2 = 15\,\text{cm}$ radiusli yerga ulangan o'tkazuvchan sferik qobiq bilan o'ralsa.

15.23. Zaryad cheksiz tekislikda $\sigma = 10\,\text{nC/m}^2$ sirt zichligi bilan bir tekis taqsimlangan. Maydonning biri tekislikda joylashgan, boshqasi esa tekislikdan $d = 10\,\text{cm}$ uzoqlikda bo'lgan ikki nuqtasi orasidagi potensiallar farqi $\Delta\varphi$ aniqlansin.

15.24. Agar havoda tok o'tishi ro'y beradigan maydon kuchlanganligi $E = 3\,\text{MV/m}$ bo'lsa, $R = 10\,\text{cm}$ radiusli yakkalangan metall sharni

qanday φ potensialgacha zaryadlash mumkinligi aniqlansin. Shuningdek, teshilish oldidan elektr zaryadlarining maksimal sirt zichligi σ topilsin.

15.25. Ikkita cheksiz parallel tekislik bir-biridan $\sigma_2 = 0{,}5\,\text{cm}$ masofada turibdi. Tekisliklarda zaryad $\sigma_1 = 0{,}2\,\mu\text{C/m}^2$ va $\sigma_2 = -0{,}3\,\mu\text{C/m}^2$ sirt zichliklari bilan bir tekis taqsimlangan. Tekisliklar orasidagi potensiallar farqi U aniqlansin.

15.26. Ikkita cheksiz parallel tekislik bir-biridan $d = 1\,\text{cm}$ masofada turibdi. Tekisliklarda $\sigma_1 = 0{,}2\,\mu\text{C/m}^2$ va $\sigma_2 = 0{,}5\,\mu\text{C/m}^2$ zichliklar bilan tekislik bo'ylab bir tekis taqsimlangan zaryadlar bor. Tekisliklar orasidagi potensiallar farqi U topilsin.

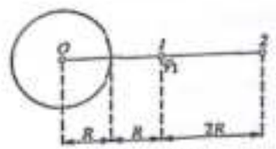
15.27. Diametri $d = 2\,\text{cm}$ bo'lgan metall sharcha $\varphi = 150\,\text{V}$ potensialgacha manfiy zaryadlangan. Sharcha sirtida nechta elektron bor?

15.28. $\varphi = 20\,\text{V}$ potensialgacha zaryadlangan yuzta bir xil simob tomchisi qo'shilib bitta katta tomchi hosil qildi. Hosil bo'lgan tomchining potensiali φ_1 qanday?

15.29. Har birining radiusi $R = 10\,\text{cm}$ dan bo'lgan ikki yumaloq metall plastinka turli ishorali zaryadlangan, bir-birining qarshisida parallel joylashgan va $F = 2\,\text{mN}$ kuch bilan o'zaro tortishadi. Plastinkalar orasidagi masofa $d = 1\,\text{cm}$. Plastinkalar orasidagi potensiallar farqi U aniqlansin.

15.30. Elektr maydoni cheksiz uzun, tekis zaryadlangan $(\sigma = 0{,}1\,\mu\text{C/m}^2)$ radiusi $R = 5\,\text{cm}$ bo'lgan silindr tomonidan hosil qilingan. 1 nuqtadan 2 nuqtaga ko'chirishda bir zaryadli musbat ion potensial energiyasining o'zgarishi $\Delta\Pi$ aniqlansin (15.8-rasm).

15.8-rasm



15.9-rasm

15.31. Elektr maydonini manfiy zaryadlangan metall shar hosil qilgan. $Q = 40\,\text{nC}$ zaryadni potensiali $\varphi_1 = 300\,\text{V}$ bo'lgan birinchi nuqtadan ikkinchi nuqtaga ko'chirishda tashqi kuchlar bajargan A_{12} ish aniqlansin (15.9-rasm).

Hajm bo'ylab taqsimlangan zaryadlar maydonining potensiali

15.32. Qalinligi $d = 2\,\text{cm}$ bo'lgan yassi oyna $\rho = 10\,\mu\text{C/m}^3$ hajmiy zichlik bilan bir tekis zaryadlangan. Oyna sirtida yotgan nuqta va oyna ichida uning o'rtasida yotgan nuqta orasidagi potensiallar farqi $\Delta\varphi$ topilsin. Oyna o'lchamlari uning qalinligiga nisbatan juda katta deb hisoblansin.

15.33. $R = 10\,\text{cm}$ radiusli yaxlit parafin shar $\rho = 1\,\mu\text{C/m}^3$ hajmiy zichlik bilan bir tekis zaryadlangan. Shar markazidagi va uning sirtidagi elektr maydon potensiali φ aniqlansin. $\varphi(r)$ bog'lanishning grafigi chizilsin.

15.34. Devorlari qalin, ebonitdan yasalgan g'ovak sharda $\rho = 2\,\mu\text{C/m}^3$ zichlik bilan hajm bo'yicha tekis taqsimlangan zaryad bor. Sharning ichki radiusi $R_1 = 3\,\text{cm}$, tashqi radiusi esa $R_2 = 6\,\text{cm}$. Quyidagi nuqtalarda sharning potensiali φ aniqlansin: 1) sharning tashqi sirtida; 2) sharning ichki sirtida; 3) sharning markazida.

Potensial gradiyenti va uning maydon kuchlanganligi bilan bog'lanishi

15.35. Cheksiz tekislik $\sigma = 4\,\text{nC/m}^2$ sirtiy zichlik bilan bir tekis zaryadlangan. Shu tekislik hosil qilgan elektr maydon potensiali gradiyentining qiymati va yo'nalishi aniqlansin.

15.36. Bir jinsli elektr maydonining muayyan nuqtasidagi kuchlanganlik E=600 V/m. Shu nuqta va kuchlanganlik vektori bilan $\alpha = 60^\circ$ burchak hosil qiladigan to'g'ri chiziqda yotuvchi boshqa bir nuqta orasidagi potensiallar farqi U hisoblansin. Nuqtalar orasidagi masofa $\Delta r = 2\,\text{mm}$.

15.37. Bir jinsli elektr maydoni kuchlanganligi E=120 V/m. Shu nuqta bilan shu kuch chizig'ining o'zida, birinchi nuqtadan $\Delta r = 1\,\text{mm}$ uzoqlikda yotuvchi boshqa bir nuqta orasidagi potensillar farqi U aniqlansin.

15.38. Elektr maydonini musbat nuqtaviy zaryad hosil qilgan. Zaryaddan $r = 12\,\text{cm}$ uzoqdikdagi nuqtada maydon potensiali $\varphi = 24\,\text{V}$. Shu nuqtadagi potensial gradiyentining yo'nalishi va qiymati aniqlansin.

15.39. Cheksiz uzun ingichka to'g'ri tolada $\tau = 1\,\text{nC/m}$ zichlik bilan tola uzunligi bo'ylab bir tekis taqsimlangan zaryad bor. Toladan $r = 10\,\text{cm}$ uzoqlikdagi nuqtada potensial gradiyenti qanday bo'ladi? Potensial gradiyentining yo'nalishi ko'rsatilsin.

15.40. Radiusi R=10 cm bo'lgan, dielektrikdan yasalgan ($\varepsilon = 3$) yaxlit shar $\rho = 50\,\text{nC/m}^3$ hajmiy zichlik bilan zaryadlangan. Bunday shar ichidagi va sirtidagi elektr maydon kuchlanganligi $E = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon} r$ formula bilan ifodalanadi, bunda r–sharning markazidan maydon kuchlanganligi hisoblanayotgan nuqtagacha bo'lgan masofa. Sharning markazida va uning sirtida yotuvchi nuqtalar orasidagi potensiallar farqi $\Delta\varphi$ hisoblansin.

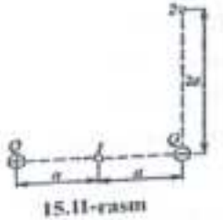
Zaryadni maydonda ko'chirishda bajarilgan ish

15.41. $Q_1 = 1\,\mu\text{C}$ va $Q_2 = 0{,}1\,\mu\text{C}$ nuqtaviy zaryadlar bir-biridan $r_1 = 10\,\text{cm}$ masofada turishibdi. Agar ikkinchi zaryad birinchisidan itarilib undan: 1) $r_2 = 10\,\text{m}$; 2) $r_2 = \infty$ masofaga uzoqlashsa, bunda maydon kuchlari qanday A ishni bajaradi?

15.42. Elektr maydon ikkita bir xil musbat Q nuqtaviy zaryadlar tomonidan hosil qilingan. $Q_1 = 10\,\text{nC}$ zaryadni $\varphi_1 = 300\,\text{V}$ potensialli birinchi nuqtadan ikkinchi nuqtaga ko'chirishda maydon kuchlarining bajargan ishi $A_{1,2}$ topilsin (15.10-rasm).

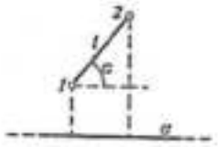
15.43. Modullari $|Q| = 1\,\mu\text{C}$ bo'lgan ikkita nuqtaviy zaryad hosil qilgan maydonda $Q_1 = 50\,\text{nC}$ zaryadni *1* nuqtadan *2* nuqtaga ko'chirishda bajarilgan $A_{1,2}$ ish aniqlansin (15.11-rasm). Zaryad ko'chirilayotgan nuqtalar orasidagi masofa $a = 0{,}1\,\text{m}$.

15.10-rasm

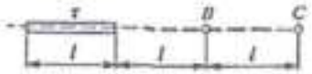


15.11-rasm

15.44. Elektr maydon $\sigma = 2\,\mu\text{C/m}^2$ sirt zichligi bilan bir tekis zaryadlangan cheksiz tekislik tomonidan hosil qilingan. Shu maydonda tekislik bilan $\alpha = 60^\circ$ burchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziq bo'ylab oralaridagi masofasi $l = 20\,\text{cm}$ bo'lgan *1* nuqtadan *2* nuqtaga $Q = 10\,\text{nC}$ nuqtaviy elektr zaryad ko'chiriladi (15.12-rasm). Zaryadni ko'chirishda maydon kuchlari bajargan A ish aniqlansin.



15.12-rasm

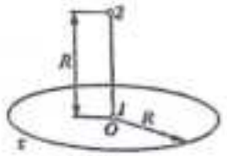


15.13-rasm

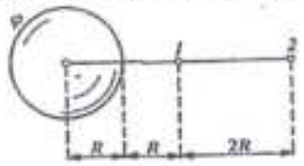
15.45. Zaryad to'g'ri o'tkazgich bo'lagida $\tau = 1\mu C/m$ chiziqli zichlik bilan bir tekis taqsimlangan. $Q_1 = 1nC$ zaryadni B nuqtadan C nuqtaga ko'chirishdagi maydoni kuchlari bajargan ish A aniqlansin (15.13-rasm).

15.46. Ingichka tayoqcha yarim halqa shaklida qayrilgan. Tayoqcha $\tau = 133\,nC/m$ chiziqli zichlik bilan zaryadlangan $Q = 6,7\,nC$ zaryadni yarim halqa markazidan cheksizlikka ko'chirish uchun qanday A ish bajarish kerak?

15.47. Ingichka tayoqcha $R = 10$ cm radiusli halqa shaklida qayirilgan. U $\tau = 300\,nC/m$ chiziqli zichlik bilan zaryadlangan. $Q = 5\,nC$ zaryadni halqaning markazidan halqa o'qida yotuvchi va markazdan $l = 20$ cm masofada joylashgan nuqtaga ko'chirishda qanday A ish bajarish kerak?



15.14-rasm



15.15-rasm

15.48. Elektr maydonini halqa bo'ylab bir tekis taqsimlangan zaryad hosil qiladi ($\tau = 1\mu C/m$). $Q = 10\,nC$ zaryadni *1* nuqtadan (halqa markazida) halqa tekisligiga tik chiziqda turgan *2* nuqtaga ko'chirishda maydon kuchlari bajargan A_{12} ish aniqlansin (15.14-rasm).

15.49. Zaryadlangan o'tkazuvchi shar hosil qilgan maydonda $Q = 1\mu C$ zaryadni *1* nuqtadan *2* nuqtaga ko'chirishda maydon kuchlari bajargan A_{12} ish aniqlansin (15.15-rasm). Sharning potensiali $\varphi = 1$ kV.

15.50. Cheksiz to'g'ri tolada tekis taqsimlangan ($\tau = 0,1\mu C/m$) zaryad bor. $Q = 50\,nC$ zaryadni 1-nuqtadan 2-nuqtaga ko'chirishda maydon kuchlarining ishi A_{12} aniqlang (15.16-rasm).

15.16-rasm

15.51. Elektron kuchlanganligi $E = 200$ kV/m bo'lgan bir jinsli elektr maydonda turibdi. Agar uning boshlang'ich tezligi nolga teng bo'lsa $t = 1$ ns vaqtda elektron qanday yo'lni o'tadi? Shu vaqt oralig'ining oxirida elektron qanday tezlikka ega bo'ladi?

15.52. 1) Elektronga; 2) protonga $\vartheta = 30$ Mm/s tezlik berish uchun qanday U tezlantiruvchi potensiallar farqi kerak bo'ladi?

15.53. Elektron lampaning katodi va anodi orasidagi potensiallar farqi $U = 90$ V, masofa $r = 1$ mm. Elektron katoddan anodga tomon qanday a tezlanish bilan harakat qiladi? Anodga urilgan paytda elektronning tezligi ϑ qanday bo'ladi? Elektron katoddan anodgacha bo'lgan masofani qanday t vaqtda uchib o'tadi? Maydon bir jinsli deb hisoblansin.

15.54. Beshta elektroni bor $m = 1$ ng massali zarra bo'shliqda $U = 3$ MV tezlantiruvchi potensiallar farqidan o'tdi. Zarraning kinetik energiyasi T qanday? Zarra qanday ϑ tezlikka ega bo'ldi?

15.55. Zaryadlangan zarra $U = 600$ kV tezlantiruvchi potensiallar farqidan o'tib $\vartheta = 5,4$ Mm/s tezlik oldi. Zarraning solishtirma zaryadi (zaryadning massaga nisbati) aniqlansin.

15.56. Boshlang'ich tezligi $\vartheta = 100$ km/s bo'lgan proton bir jinsli elektr maydonga ($E = 300$ V/cm) tezlik vektori kuchlanganlik chiziqlari yo'nalishda uchib kirdi. Protonning tezligi ikki marotaba ortishi uchun u maydon chiziqlari yo'nalishida qanday yo'lni o'tishi kerak?

15.57. Cheksiz tekislik $\sigma = 35,4\,nC/m^2$ sirt zichligi bilan manfiy zaryadlangan. Tekislik hosil qilgan maydon kuch chiziqlari yo'nalishida elektron uchmoqda. Agar tekislikdan $l_0 = 5$ cm uzoqlikda elektronning kinetik energiyasi $T = 80$ eV bo'lsa, uning tekislikka yaqinlashishi mumkin bo'lgan eng kichik masofa l_{min} aniqlansin.

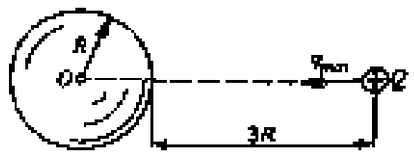
15.58. Gorizontal yo'nalishda $\vartheta = 1,6$ Mm/s tezlik bilan uchayotgan elektron tik yuqoriga yo'nalgan $E = 90$ V/m kuchlanganlikli bir jinsli elektr maydoniga kirdi. 1 ns dan keyin elektron tezligi ϑ ning yo'nalishi va moduli qanday bo'ladi?

15.59. Proton bir jinsli elektr maydon kuch chiziqlari bo'ylab harakatlanmoqda. Maydonning φ_1 potensialli nuqtasida proton $\vartheta_1 = 0,1$ Mm/s tezlikka ega edi. Protonning tezligi $n = 2$ marta ortadigan

nuqtadagi maydon potensiali ϑ_2 aniqlansin. Proton zaryadining massasiga nisbati $\frac{e}{m} = 96\ \frac{MC}{kg}$.

15.60. Kuchlanganligi $E=1$ kV/m bo'lgan bir jinsli elektr maydoniga kuch chizig'i yo'nalishida $\vartheta_0=1$ Mm/s tezlikka ega bo'lgan elektron uchib kiradi. Tezligi boshlang'ich tezligining $\frac{1}{2}$ qismiga teng bo'ladigan nuqtagacha elektron o'tgan masofa l aniqlansin.

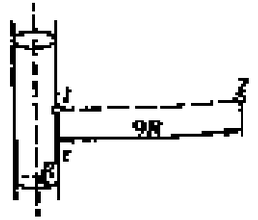
15.61. Proton $\varphi=400$ V potensialgacha zaryadlangan metall sharning sirtiga yetib borishi uchun qanday minimal ϑ_{min} tezlikka ega bo'lishi kerak (15.17-rasm)?



15.17-rasm

15.62. Elektron bir jinsli elektr maydonning kuch chizig'i bo'ylab harakatlanmoqda. Maydonning $\varphi_1=100$ V potensialli muayyan nuqtasida elektron ϑ_1 6 Mm/s tezlikka ega edi. Elektronning tezligi $\vartheta_2=0.5\vartheta_1$ bo'lgan nuqtadagi maydon potensiali φ_2 aniqlansin.

15.63. Cheksiz uzun, manfiy zaryadlangan ($\tau=20$ nC/m) silindr sirtidagi 1-nuqtadan elektron uchib chiqadi ($\vartheta_0=0$). Silindr sirtidan $9R$ masofada turgan 2-nuqtada elektronning kinetik energiyasi aniqlansin, bunda R–silindrning radiusi (15.18-rasm).



15.18-rasm

15.64. $\vartheta_0=3$Mm/s boshlang'ich tezlikli elektron kuchlanganligi $E=150$ V/m bo'lgan bir jinsli elektr maydoniga uchib kirdi. Boshlang'ich tezlik vektori elektr maydoni kuchlanganligi chiziqlariga tik yo'nalgan. 1) Elektronga ta'sir etuvchi F kuch; 2) elektron oladigan a tezlanish; 3) $t=0{,}1$ μs dan keyin elektronning tezligi ϑ topilsin.

15.65. Elektron yassi kondensator qoplamalari orasidagi bo'shliqqa qoplamalarga parallel ravishda $\vartheta=10$ Mm/s tezlik bilan uchib kirdi. Agar qoplamalar orasidagi masofa $d=16$ mm, potensiallar farqi $U=30$ V va qoplamalar uzunligi $l=6$ cm bo'lsa, kondensator ichida harakatlanish vaqtida elektron musbat zaryadlangan qoplamaga qancha yaqinlashadi (maydon bir jinsli deb hisoblansin)?

15.66. Yassi kondensatorga qoplamalarga parallel yo'nalgan $\vartheta=10$ Mm/s tezlikli elektron uchib kiradi. Kondensatordan uchib chiqish paytida elektron tezligining yo'nalishi dastlabki tezligi yo'nalishi bilan $\alpha=35°$ burchak hosil qildi. Agar qoplamalarning uzunligi $l=10$ cm va ular orasidagi masofa $d=2$ cm bo'lsa, qoplamalar orasidagi potensiallar farqi U aniqlansin (maydon bir jinsli deb hisoblansin).

15.67. Qoplamalari orasidagi masofa $d=2$ cm bo'lgan yassi kondensatorga qoplamalarning har biridan bir xil masofada bo'lgan va ularga parallel yo'nalgan $\vartheta=10$ Mm/s tezlikli elektron uchib kirdi. Har bir qoplamaning uzunligi $l=10$ cm. Elektron kondensatordan uchib chiqib ketmasligi uchun qoplamalarga qanday eng kichik U potensiallar farqi qo'yilishi kerak?

15.68*[27]. Proton α-zarraga yaqinlashmoqda, α-zarradan yetarli darajada uzoqda protonning laboratoriya sanoq sistemasidagi tezligi $\vartheta_1=300$ km/s. α zarraning tezligini esa nolga teng deb qabul qilish mumkin. Proton α-zarraga yaqinlashishi mumkin bo'lgan eng kichik r_{min} masofa va shu paytdagi har ikkala zarraning tezliklari u_1 hamda u_2 aniqlansin. α-zarraning zaryadi ikkita elementar musbat zaryadga teng, uning massasi m_α esa proton massasi m_p dan to'rt marta katta deb hisoblanishi mumkin.

15.69. Zaryadi elementar zaryad e ga teng bo'lgan, musbat zaryadlangan zarra $U=60$ kV tezlantiruvchi potensiallar farqini o'tib, zaryadi uchta elementar zaryadga teng bo'lgan litiy atomi yadrosi tomon uchmoqda. Zarra yadroga qanday eng kichik r_{min} masofagacha yaqinlashishi mumkin? Yadrodan zarragacha bo'lgan boshlang'ich r masofani amalda cheksiz katta, zarra massasini esa yadro massasiga nisbatan e'tiborga olmasa ham bo'ladigan darajada kichik deb hisoblash mumkin.

15.70*. Bir-biridan katta uzoqlikda bo'lgan ikkita elektron $\vartheta=10$ Mm/s ishiy boshlang'ich tezlik bilan yaqinlashishmoqda. Ular bir-biriga yaqinlashishi mumkin bo'lgan minimal masofa r_{min} aniqlansin.

15.71*. Ikkita Q_1 va Q_2 zaryadli bir xil ishorali zaryadlangan zarralar katta masofada bir-biriga yaqinlashishmoqda. Zarralar tezliklarining vektorlari $\vec{v}_1$ va $\vec{v}_2$ bir to'g'ri chiziqda yotadi. Agar zarralarning massalari

---

27* 15.68, 15.70 – 15.72 masalalarni hech bir ikkita zarraning massa markazida turgan bunkalardan iborat inersial sanoq sistemasida yechish kerak.

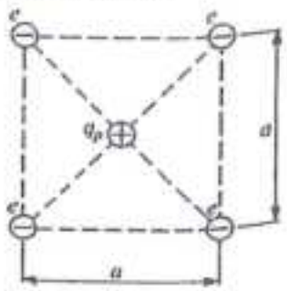
mos ravishda m_1 va m_2 larga teng bo'lsa, ular bir-biriga yaqinlashishi mumkin bo'lgan minimal masofa r_{min} aniqlansin. Ikki hol qaralsin: 1) $m_1 = m_2$ 2) $m_2 >> m_1$.

15.72*. Ikkita zaryadlangan zarra massalarining nisbati $k = m_1/m_2$. Zarralar bir-biridan r_0 masofada turibdi. Agar m_1 massali zarra ikkinchi zarra bilan o'zaro ta'sirlashishi natijasida undan $r >> r_0$ masofaga uzoqlashsa, unda m_1 massali zarra qanday T_1 kinetik energiyaga ega bo'ladi? Quyidagi uch hol qaralsin: 1) $k=1$; 2) $k=0$; 3) $k \to \infty$. Zarralarning zaryadlari Q_1 va Q_2 ga teng deb qabul qilinsin. Zarralarning boshlang'ich tezliklari inobatga olinmasin.

15.73.* $q = 20$ nC nuqtaviy zaryaddan $l = 50$ cm masofada radiusi $R = 10$ cm bo'lgan o'tkazuvchan shar joylashgan. Agar sharda $Q = 6$ nC zaryad tekis taqsimlangan bo'lsa, sharning potensiali φ ni aniqlang.

15.74.* To'rtta elektron va proton 15.19-rasmda ko'rsatilgandek joylashgan. Bunday zaryadlar sistemasining potensial energiyasi Π aniqlansin (J va eV larda).

Hisoblashlarda a=0.3 nm deb hisoblansin.



15.19-rasm

15.75.* Uchta proton tomoni $a = 10^{-15}$ m bo'lgan teng tomonli uchburchak uchlarida turib turilmoqda. Agar protonlarni tutib turuvchi kuchlar birdaniga yo'qolib qolsa, ular itarish kuchlari ta'sirida uchib ketishadi. Yetarlicha katta $l (l \gg a)$ masofalarda protonlarning ϑ tezliklari aniqlansin.

15.76.* R=10 cm radiusli o'tkazuvchan shar sirtiy zaryad zichligi $\sigma = 10$ nC/cm^2 bo'lgan zaryad bilan tekis zaryadlangan. Sharning xususiy potensial energiyasi Π aniqlansin.

15.77.* Radiusi R=5 cm bo'lgan metall shar $\varphi = 1$kV potensialgacha zaryadlandi. Zaryadlangan sharning xususiy elektrostatik potensial energiyasi Π aniqlansin.

16-§. ELEKTR DIPOL. DIELEKTRIKLARNING XOSSALARI

Asosiy formulalar

Dipol-kattaliklari jihatidan teng va ishoralari qarama-qarshi ikkita nuqtaviy elektr zaryaddan iborat sistema bo'lib, ular orasidagi masofa l dipol markazidan kuzatish nuqtasigacha bo'lgan masofa r dan juda kichikdir.

Dipolning manfiy zaryadidan uning musbat zaryadiga o'tkazilgan $\vec{l}$ vektor dipolning yelkasi deyiladi. Dipol zaryadi $|Q|$ ning uning yelkasi $\vec{l}$ ga ko'paytmasi dipolning elektr momenti deyiladi:

$$\vec{p} = |Q|\vec{l}\,.$$

Dipol maydonining kuchlanganligi:

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha}\,,$$

bu yerda p–dipolning elektr momenti; r–dipol markazidan kuchlanganligi bizni qiziqtiradigan nuqtaga o'tkazilgan radius vektorning moduli. α – radius vektor $\vec{r}$ va dipol yelkasi $\vec{l}$ orasidagi burchak (16.1-rasm).

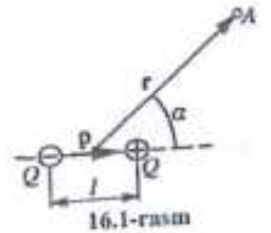
Dipol maydonining kuchlanganligi:

dipol o'qida yotuvchi (α=0) nuqtada:

$$E = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}$$

dipolning o'rtasidan uning yelkasiga tik o'tkazilgan chiziqda yotuvchi nuqtada $(\alpha = \pi/2)$:

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}\,.$$



16.1-rasm

Dipol maydonining potensiali:

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\cos\alpha\,.$$

Dipol o'qida yotuvchi (α=0) nuqtadagi dipol maydonining potensiali:

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\,.$$

Dipolning o'rtasidan uning yelkasiga tik o'tkazilgan chiziqda yotuvchi $(\alpha = \pi/2)$ nuqtadagi dipol maydoni potensiali:

$$\varphi = 0\,.$$

E kuchlanganlikli bir jinsli elektr maydoniga joylashtirilgan, elektr momenti $\vec{p}$ bo'lgan dipolga ta'sir etuvchi mexanik moment:

$$\vec{M} = \left[\vec{p} \cdot \vec{E}\right] \text{ yoki } M = pE\sin\alpha .$$

bu yerda $\alpha - \vec{p}$ va $\vec{E}$ vektorlar yo'nalishlari orasidagi burchak. Bir jinsli bo'lmagan maydonda dipolga mexanik moment (juft kuchlar) dan tashqari boshqa kuchlar ham ta'sir qiladi. x o'qiga nisbatan simmetrik bo'lgan maydon holida bu kuch quyidagi munosabat bilan ifodalanadi:

$$F_x = p\frac{\partial E}{\partial x}\cos\alpha ,$$

bu yerda $\frac{\partial E}{\partial x}$–maydonning x o'qi yo'nalishidagi bir jinslimaslik darajasini xarakterlovchi maydon kuchlanganligining xususiy hosilasidir.

$\alpha > \frac{\pi}{2}$ da F_x musbat. Demak, uning ta'sirida dipol kuchli maydon sohasiga tortiladi.

• Bir jinsli qutblangan dielektrikning qutblanganligi (qutblanish vektori):

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i ,$$

bu yerda $\vec{p}_i$ alohida i–molekulaning (yoki atomning) elektr momenti: N–ΔV hajmdagi molekulalar soni.

• Qutblanganlikning dielektrikdagi o'rtacha makroskopik maydon kuchlanganligi E bilan bog'lanishi:

$$P = \varkappa\varepsilon_0 E \text{ yoki } P = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E$$

bu yerda $\varkappa$–dielektrik qabul qiluvchanlik; ε_0– elektr doimiy;

• Dielektrik singdiruvchanlik ε bilan dielektrik qabul qiluvchanlik orasidagi bog'lanish $\varepsilon = 1 + \varkappa$.

• Dielektrikdagi o'rtacha makroskopik maydon kuchlanganligi E tashqi maydon kuchlanganligi E_0 bilan quyidagi munosabatlar orqali bog'langan:

$$E = E_0 / \varepsilon \quad \text{va} \quad E = E_0 - P/\varepsilon_0 .$$

• Qutblanmagan suyuqliklar va kub singonik kristallar ichidagi lokal maydon kuchlanganligi E_M:

$$E_M = E + \frac{1}{3}\frac{P}{\varepsilon_0} \quad \text{va} \quad E_M = \frac{\varepsilon + 2}{3\varepsilon}E_0 ,$$

formulalar bilan ifodalanadi.

• Molekulaning induksiyalangan elektr momenti:

$$p = \alpha\varepsilon_0 E_M .$$

bu yerda α–molekulaning qutblanuvchanligi ($\alpha_e + \alpha_a$), bunda α_e–elektron qutblanuvchanligi; α_a– atom qutblanuvchanligi.

• Dielektrik qabul qiluvchanlikning molekulaning qutblanuvchanligi bilan bog'lanishi:

$$\frac{\chi}{\chi + 3} = \frac{1}{3}\alpha n ,$$

bu yerda n–molekulalar konsentratsiyasi.

• Klauzius–Mosotti tenglamasi:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3}\alpha n \quad \text{yoki} \quad \frac{M}{\rho}\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3}\alpha N_A ,$$

bu yerda M–moddaning molyar massasi; ρ–modda zichligi

• Lorens-Lorents formulasi:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3}\alpha_e n \quad \text{yoki} \quad \frac{M}{\rho}\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3}\alpha_e N_A ,$$

bu yerda n–dielektrikning sindirish ko'rsatkichi; α_e–atom yoki molekulaning elektron qutblanuvchanligi.

• Molekulaning yo'nalishli qutblanuvchanligi:

$$\alpha_{yo} = p^2/(3\varepsilon_0 kT),$$

bu yerda p–molekulaning elektr momenti[28], k–Boltsman doimiysi T–termodinamik temperatura.

• Debay-Lanjevan formulasi:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3}\left(\alpha + \frac{p^2}{3\varepsilon_0 kT}\right)n \quad \text{yoki} \quad \frac{M}{\rho}\cdot\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3}\left(\alpha + \frac{p^2}{3\varepsilon_0 kT}\right)N_A .$$

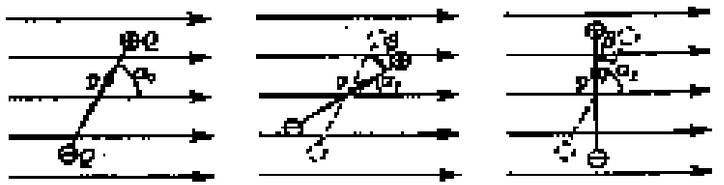
Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Elektr momenti p=2 nC·m bo'lgan dipol E=30 kV/m kuchlanganlikli elektr maydoniga joylashgan vektor maydon kuch chizig'i yo'nalishi bilan $\alpha = 60°$ burchak hosil qiladi. Dipolni $\beta = 30°$ ga burishda tashqi kuchlar bajargan ish A aniqlansin.

Yechish: Dipolni boshlang'ich holatdan (16.2a-rasm) $\beta = 30° = \pi/6$ burchakka ikki xil usul bilan burish mumkin: soat mili yo'nalishi bo'ylab $\alpha_1 = \alpha_0 - \beta = \pi/3 - \pi/6 = \pi/6$ burchakka (16.2b-rasm) yoki soat mili

[28] Atom masalalarida molekulaning elektr momenti debaylarda o'lchanadi: 1 debay (D)=3,333·10^{-30}C·m.

harakatiga qarama-qarshi yo'nalishda $\alpha_2 = \alpha_0 + \beta = \pi/3 + \pi/6 = \pi/2$ burchakka (16.2v-rasm). Birinchi holda dipol maydon kuchlari ta'sirida buriladi. Binobarin bu holda tashqi kuchlar ishi manfiy bo'ladi. Ikkinchi holda burilish faqat tashqi kuchlar ta'siridagina amalga oshirilishi mumkin va demak, bunda tashqi kuchlar ishi musbat bo'ladi.



a b v

16.2-rasm

Dipolni burishda bajarilgan ishi ikki xil usul bilan hisoblash mumkin: 1) elementar ish ifodasini bevosita integrallash usuli bilan; 2) ish va dipolning elektr maydondagi potensial energiyasining o'zgarishi orasidagi munosabat vositasida.

1-usul. Dipolni α burchakka burishdagi elementar ish:

$$dA = Mdl\alpha = pE\sin\alpha d\alpha .$$

α_0 dan α gacha burchakka burishdagi to'liq ish:

$$\int_{\alpha_0}^{\alpha} pE\sin\alpha d\alpha = pE\int_{\alpha_0}^{\alpha}\sin\alpha d\alpha .$$

Integrallash o'tkazib, quyidagini olamiz:

$$A = -pE\left(\cos\alpha - \cos\alpha_0\right) = pE\left(\cos\alpha_0 - \cos\alpha\right). \qquad (1)$$

Tashqi kuchlarning ishi: dipolni soat mili harakati yo'nalishi bo'ylab burishda:

$$A_1 = pE\left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right) = -21{,}9\ \mu\text{J} ,$$

soat mili harakati yo'nalishiga qarama-qarshi tomonga burishda:

$$A_2 = pE\left(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2\right) = 30\ \mu\text{J} .$$

2-usul. Tashqi kuchlar bajargan ish A potensial energiyaning o'zgarishi $\Delta\Pi$ bilan

$$A = \Delta A = \Pi_2 - \Pi_1 ,$$

munosabat vositasida bog'langan; bu yerda Π_1 va Π_2 – mos ravishda boshlang'ich va oxirgi holatlarda sistemaning potensial energiyalari.

Dipolning elektr maydonidagi potensial energiyasi $\Pi = -pE\cos\alpha$ formula yordamida ifodalanishidan

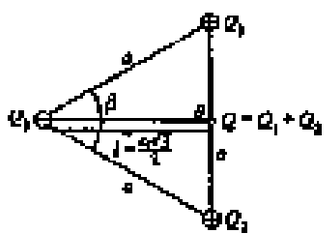
$$A = pE\left(\cos\alpha_0 - \cos\alpha\right). \qquad (2)$$

bu esa birinchi usul bilan topilgan (1) formula bilan mos keladi.

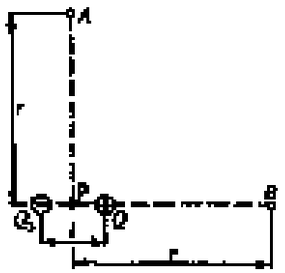
2-masala. Uchta Q_1, Q_2 va Q_3 nuqtaviy zaryad elektr neytral sistema hosil qiladi, bunda $Q_1 = Q_2 = 10\text{nC}$. Zaryadlar teng tomonli uchburchakning uchlarida joylashgan. Zaryadlarning bu sistemasi tomonlari $a = 10$ cm dan bo'lgan uchburchak markazidan $r = 1$ m masofada hosil qiladigan kuchlanganlikning va potensialning maksimal qiymatlari E_{max} va φ_{max} aniqlansin.

Yechish. Uchta nuqtaviy zaryaddan tashkil topgan neytral sistemani dipol sifatida tasavvur qilish mumkin. Haqiqatan ham Q_1 va Q_2 zaryadlarning "og'irlik markazi" shu zaryadlarni tutashtiruvchi to'g'ri kesmaning markazida yotadi (16.3-rasm). Bu nuqtada $Q = Q_1 + Q_2 = 2Q_1$ zaryad mujassamlangan deb hisoblash mumkin. Zaryadlar sistemasi neytral bo'lganligidan ($Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$):

$$Q_3 = -\left(Q_1 + Q_2\right) = -Q .$$



16.3-rasm



16.4-rasm

Qiymatlari teng bo'lgan Q_1 va $-Q$ zaryadlar orasidagi l masofa r dan ko'p marta kichik bo'lganligidan ($l \ll r$) (16.4-rasm) ikki zaryaddan iborat sistemani:

$$\vec{p} = |Q|\vec{l} ,$$

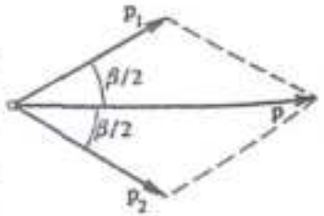
elektr momentli dipol deb hisoblash mumkin; bunda l – moduli $a\sqrt{3}/2$ ga teng bo'lgan dipol yelkasi (16.3-rasmga q). $|Q| = 2Q_1$ bo'lganligidan, bunday nuqtaviy dipolning elektr momenti:

$$p = Q_1 \cdot a\sqrt{3} .$$

Shunday natijani boshqa usul bilan ham olish mumkin. Uch zaryaddan iborat sistemani elektr momentlari $\vec{p}_1$ va $\vec{p}_2$ bo'lgan modullari teng:

$$p_1 = \left|\vec{p}_1\right| = Q_1 a; \qquad p_2 = \left|\vec{p}_2\right| = Q_2 a.$$

ikkita dipol sifatida tasavvur qilamiz (16.5-rasm). Zaryadlar sistemasining elektr momenti $\vec{p}$ ni $\vec{p}_1$ va $\vec{p}_2$ larning vektor yig'indisi, ya'ni $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ sifatida topamiz. 16.5–rasmdan $p = 2p_1\cos(\beta/2)$ ekanligi ko'rinadi. $p_1 = Q_1 a$ va $\beta = \pi/3$ bo'lganidan:



16.5-rasm

$$p = 2Q_1 a\frac{\sqrt{3}}{2} = Q_1 a\sqrt{3},$$

bu esa oldin topilgan natija bilan mos keladi. Dipol maydonining kuchlanganligi E va potensiali φ:

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha};$$

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\alpha,$$

formulalar bilan ifodalanadi, bunda α – $\vec{p}$ va $\vec{r}$ vektorlar orasidagi burchak (16.1-rasmga qarang).

Kuchlanganlik va potensial $\alpha = 0$ da maksimal qiymatga ega bo'ladi: binobarin

$$E_{max} = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}; \qquad \varphi_{max} = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

$p = Q_1 a\sqrt{3}$ ekanligidan

$$E_{max} = \frac{2Q_1 a}{4\pi\varepsilon_0 r}\sqrt{3}; \quad \varphi_{max} = \frac{Q_1 a}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{3}.$$

Hisoblash quyidagi natijalarni beradi:

$$E_{max} = 3{,}12\ \text{V/m}; \varphi_{max} = 1{,}56\ \text{V}.$$

3-masala. Alfa zarrasidan $r = 1$ nm masofada turgan yod atomida $p = 1{,}5\cdot10^{-32}\ \text{C}\cdot\text{m}$ elektr moment vujudga keltirilgan. Yod atomining qutblanuvchanligi α aniqlansin.

Yechish: Qutblanuvchanlikning ta'rifiga binoan u quyidagi formula bo'yicha ifodalanishi mumkin:

$$\alpha = \frac{p}{\varepsilon_0 E_{ta}}, \qquad (1)$$

bu yerda p–atomning vujudga keltirilgan elektr momenti: E_{ta} – shu atom turgan muayyan maydon kuchlanganligi.

Mazkur holda alfa zarra hosil qilgan maydon shunday maydon bo'ladi. Bu maydonning kuchlanganligi:

$$E_{ta} = E = \frac{2|e|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \qquad (2)$$

ifoda bilan aniqlanadi. (2) ifodadagi E_{ta} ning ifodasini (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$\alpha = \frac{2\pi r^2 p}{|e|}.$$

Shu formulaga binoan hisoblash o'tkazsak.

$$\alpha = 5{,}9\cdot10^{-30}\ \text{m}^3.$$

4–masala. Kripton $T = 200$ K haroratda $p = 10$ MPa bosim ostida turibdi. 1) kriptonning dielektrik singdiruvchanligi ε; 2) agar tashqi elektr maydonning kuchlanganligi $E_0 = 1$ MV/m bo'lsa, uning qutblanganligi P aniqlansin. Kriptonning qutblanuvchanligi:

$$\alpha = 4{,}5\cdot10^{-29}\ \text{m}^3.$$

Yechish. 1. Kriptonning dielektrik singdiruvchanligini aniqlash uchun:

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} = \frac{1}{3}\alpha n,$$

ko'rinishda yozilgan Klauzius-Mosotti tenglamasidan foydalanamiz; bunda n–Kripton atomining konsentratsiyasi. Bu formuladan dielektrik singdiruvchanlikni topamiz:

$$\varepsilon = \frac{1+\frac{2}{3}\alpha n}{1-\frac{1}{3}\alpha n}.$$

Molekulalarning (atomlarning) konsentratsiyasi bosim va temperatura bilan $n = p/(kT)$ munosabat orqali bog'langanligidan:

$$\varepsilon = \frac{3kT+2\alpha P}{3kT-\alpha P}.$$

Bu formulaga kiruvchi barcha kattaliklarni SI dagi birliklarda ifodalab ($\alpha = 4{,}5\cdot10^{-29}$ m^3; $P = 10$ MPa $= 10^7$ Pa, $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ J/K, T=210 K), hisoblashni bajarsak:

$$\varepsilon = 1{,}17.$$

2. Ta'rifga binoan qutblanganlik

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i,$$

bu yerda $\vec{p}_i$ – i-atomda vujudga keltirilgan elektr dipol momenti; $N = \Delta V$ hajmdagi atomlar soni. Bir jinsli elektr maydonda barcha $\vec{p}_i$ lar modullari va yo'nalishlari bo'yicha mos keladi, shuning uchun geometrik yig'indini arifmetik yig'indi bilan almashtirish mumkin, $|\vec{p}_i| = p$ deb belgilab, quyidagini olamiz:

$$P = \frac{Np}{\Delta V}.$$

Atomlar soni N ning hajm ΔV ga nisbati atomlar konsentratsiyasi n ni beradi, U holda

$$P = np.$$

Atomning elektr dipol momenti muayyan maydon kuchlanganligi E_M ga proporsional bo'lganligidan ($p = \alpha\varepsilon_0 E_M$), qutblanganlik E_M ni tashqi maydon kuchlanganligi $E_0\left(E_M = \frac{\varepsilon+2}{3\varepsilon}E_0\right)$ va n ni bosim P hamda harorat T orqali (n=p/kT) ifodalab, quyidagini olamiz:

$$P = \frac{\alpha\varepsilon_0 p(\varepsilon+2)}{3\varepsilon kT}E_0 = \frac{\alpha\varepsilon_0 n(\varepsilon+2)}{3\varepsilon}E_0.$$

Son qiymatlarini qo'yamiz va hisoblaymiz (bunda mazkur masalaning 1-bandida topilgan ε=1,17 qiymatdan foydalanamiz):

$$P = 1{,}30\cdot10^{-6}\text{ C/m}^2 = 1{,}30\ \mu\text{C/m}^2.$$

5-masala: Suyuq benzol $\rho = 899$ kg/m^3 zichlikka va n=1,50 sindirish ko'rsatkichiga ega. Normal sharoitlarda 1) benzol molekulalarning α_e elektron qutblanuvchanligi; 2) benzol bug'ining dielektrik singdiruvchanligi ε aniqlansin.

Yechish:1.Elektron qutblanuvchanlikni aniqlash uchun Lorens–Lorents formulasidan foydalanamiz:

$$\frac{M}{\rho}\frac{n^2-1}{n^2+2} = \frac{1}{3}\alpha_e\cdot N_A.$$

Bundan

$$\alpha_e = \frac{3M(n^2-1)}{\rho N_A(n^2+2)}. \qquad (1)$$

Hosil qilingan ifodaga benzolning molyar massasi M kiradi. Uni topamiz. Benzolning kimyoviy formulasi C_6H_6 bo'lganligidan uning nisbiy molekulyar massasi M_r=6·12+6·1=78. Binobarin molyar massa $M = 78\cdot10^{-3}$ kg/mol.

(1) formulaga fizik kattaliklarning soni qiymatlarini qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$\alpha_e = \frac{3\cdot78\cdot10^{-3}\left[(1{,}50)^2-1\right]}{8\cdot99\cdot6{,}02\cdot10^{23}\left[(1{,}30)^2+2\right]}\text{ m}^3 = 1{,}27\cdot10^{-29}\text{ m}^3.$$

2. Benzol bug'ining dielektrik singdiruvchanligini Klauzius Mosotti formulasidan foydalanib topamiz:

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} = \frac{1}{3}\alpha\cdot n, \qquad (2)$$

bu yerda n–benzol molekulalarining konsentratsiyasi.

Benzolning molekulalari qutblanmagan bo'lganligi uchun u faqat ikki tur qutblanishga ega: elektron va atom qutblanish. bunda atom qutblanish kichik va $\alpha = \alpha_e$ deb hisoblab uni inobatga olmaslik mumkin. Bundan tashqari normal sharoitda ε birdan ko'p farq qilmaydi va taxminan $\varepsilon+2 \approx 3$ deb hisoblash mumkin. Bu mulohazalarni hisobga olganda (2) formulani qisqartirish mumkin:

$$\varepsilon - 1 \approx \alpha_e n.$$

Bundan

$$\varepsilon = 1 + \alpha_e n.$$

Normal sharoitda molekulalarning konsentratsiyasi n ma'lum va Loshmidt soniga teng ($n_l = 2{,}69\cdot10^{25}$ cm^{-3}).Benzol molekulalarining konsentratsiyasini SI da ifodalaymiz ($n = 2{,}69\cdot10^{25}$ cm^{-3}) va hisoblaymiz:

$$\varepsilon = 1 + 1{,}27\cdot10^{-29}\cdot2{,}69\cdot10^{25} = 1{,}00342.$$

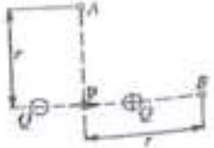
Masalalar

Dipol maydonining kuchlanganligi va potensiali. Dipolning elektr momenti

16.1. Zaryadi Q=10 nC, yelkasi $l=0{,}5$cm bo'lgan dipolning elektr momenti p hisoblansin.

16.2. Dipolning $Q=\pm 3{,}2$nC zaryadlari orasidagi masofa $l=12$cm. Har ikkala zaryaddan $r=8$cm uzoqlikda turgan nuqtada dipol hosil qilgan maydon kuchlanganligi E va potensiali φ topilsin.

16.3. $p=0{,}12$nC·m elektr momentli dipol ikkita $Q=\pm 1$nC nuqtaviy zaryadlar tomonidan hosil qilingan. Dipol markazidan $r=8$cm masofada turgan A va B nuqtalardagi (16.6-rasm) maydon kuchlanganligi E va potensiali φ topilsin.



16.6-rasm

16.4. Dipolning A va B nuqtalarda hosil qilgan maydon kuchlanganligi E va potensiali φ aniqlansin (16.6-rasm). Uning elektr momenti $p=1$nC·m, A va B nuqtalardan dipol markazigacha bo'lgan r masofa esa 10 cm ga teng.

16.5. Elektr momenti $p=4$pC·m bo'lgan dipolning elektr momenti vektori bilan $\alpha=60°$ burchak tashkil qiladigan yo'nalishda, dipol markazidan $r=10$cm masofada hosil qilgan maydon kuchlanganligi E va potensiali φ aniqlansin.

16.6. Elektr momenti $p=1$pC·m bo'lgan dipol dipol markazidan uning yelkasiga tik bo'lib o'tgan o'qqa nisbatan $\nu=10^3\,s^{-1}$ chastota bilan bir tekis aylanmoqda. Dipolning aylanish tekisligida yotuvchi va dipol markazidan $r=1$cm uzoqlikdagi muayyan nuqta uchun vaqtning funksiyasi sifatida potensialning o'zgarish qonuni keltirib chiqarilsin. Bizni qiziqtiradigan nuqtaning boshlang'ich vaqt momentida φ_0 potensiali nolga teng deb qabul qilinsin. $\varphi(t)$ bog'lanishning grafigi chizilsin.

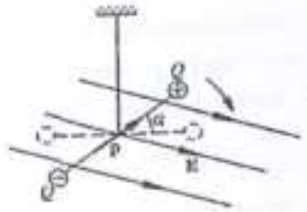
16.7. Elektr momenti $p=1$pC·m bo'lgan dipol dipol yelkasiga tik va uning markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan $\omega=10^3$ rad/s burchak tezlik bilan bir tekis aylanmoqda. Aylanish tekisligida yotuvchi va dipol markazidan $r=2$cm masofada turgan Q=1 nC zaryadning: 1) yarim davr ($t_1=0$ dan $t_2=T/2$ gacha); 2) $t>>T$ vaqt davomidagi o'rtacha potensial energiyasi $\langle\Pi\rangle$ aniqlansin. Boshlang'ich vaqt momentida Π=0 deb hisoblansin.

16.8. Elektr momentlari $p_1=1$pC·m va $p_2=4$pC·m bo'lgan ikki dipol bir-biridan $r=2$cm masofada turibdi. Agar dipollarning o'qlari bir to'g'ri chiziqda yotgan bo'lsa, ularning o'zaro ta'sir kuchlari aniqlansin.

16.9. Elektr momentlari $p_1=20$pC·m va $p_2=50$pC·m bo'lgan ikkita dipol bir-biridan $r=10$cm masofada o'qlari bir to'g'ri chiziqda yotadigan holda turibdi. Dipollarning turg'un muvozanatiga mos keladigan o'zaro ta'sir potensial energiyasi hisoblansin.

Elektr maydonidagi dipol

16.10. Elektr momenti $p=100$pC·m bo'lgan dipol elastik ipga mahkamlangan (16.7-rasm). Dipol turgan joyda dipol yelkasiga va ipga tik kuchlanganligi E=3kV/m bo'lgan maydon hosil qilinganda dipol $\alpha=30°$ burchakka burildi. Ipning buralish doimiysi[29] C aniqlansin.



16.7-rasm

16.11. Oldingi masaladagi shartlarda dipol maydon ta'sirida kichik burchakka buriladi. Ipning buralish doimiysi C aniqlansin.

16.12 Elektr momenti $p=20$mC·m bo'lgan dipol kuchlanganligi E=50 kV/m bo'lgan bir jinsli elektr maydonda turibdi. Elektr momentining vektori maydon kuch chiziqlari bilan $\alpha=60°$ burchak tashkil qiladi. Dipolning potensial energiyasi Π nimaga teng?

Ko'rsatma: Nolinchi potensial energiya deb dipolning dipol elektr momentining vektori maydon chiziqlariga tik joylashgan holatiga mos keluvchi energiyasi qabul qilinsin.

16.13. $p=100$pC·m elektr momentli dipol kuchlanganligi $E=150$kV/m bo'lgan bir jinsli elektr maydonda erkin joylashgan. Dipolni $\alpha=180°$ burchakka burish uchun bajarilishi kerak bo'lgan ish A hisoblansin.

16.14. $p=100$pC·m elektr momentli dipol kuchlanganligi $E=10$kV/m bo'lgan bir jinsli elektr maydonda erkin joylashgan. Dipolni $\alpha=60°$ ga burganda uning potensial energiyasi o'zgarishi $\Delta\Pi$ aniqlansin.

16.15. Elektr momenti p=12 pC·m bo'lgan dipol yelkasiga tik kuchlanganligi $E=300$kV/m bo'lgan bir jinsli elektr maydon yuzaga

[29] Buralish doimiysi deb ipni 1 rad ga burish uchun zarur kuch momentiga teng bo'lgan kattalikka aytiladi.

keltirilgan. Maydon kuchlari ta'sirida dipol o'zining markazidan o'tuvchi o'q atrofida burila boshlaydi. Dipolning muvozanat holatdan o'tayotgan paytdagi burchak tezligi ω topilsin. Dipolning yelkasiga tik va markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti $J = 2 \cdot 10^{-46}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$.

16.16. p=100 pC·m elektr momentli dipol kuchlanganligi E=9 MV/m bo'lgan bir jinsli elektr maydonda erkin joylashgan. Dipolni kichik burchakka burib qo'yib yuborildi. Dipolning elektr maydondagi xususiy tebranishlar chastotasi ν aniqlansin. Dipolning uning markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti $J = 4 \cdot 10^{-42}\ \text{kg/m}^2$.

16.17. p=200 pC·m elektr momentli dipol bir jinsli bo'lmagan maydonda turibdi. Maydonning bir jinslimaslik darajasi dipol o'qi yo'nalishida olingan $\frac{dE}{dx} = 1\text{MV/m}^2$ kattalik bilan xarakterlanadi. Shu yo'nalishda dipolga ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin.

16.18. p=5 pC·m elektr momentli dipol Q=100 nC nuqtaviy zaryad maydonida, undan r=10 cm masofada erkin joylashgan. Shu nuqta uchun kuch chizig'i yo'nalishida maydonning bir jinslimaslik darajasini xarakterlovchi $\left|\frac{dE}{dx}\right|$ kattalik hamda dipolga ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin.

16.19. $p = 4\,\text{pC}\cdot\text{m}$ elektr momentli dipol $\tau = 500\,\text{nC/m}$ chiziqli zichlik bilan zaryadlangan cheksiz to'g'ri sim tola hosil qilgan maydonda undan $r = 10\,\text{cm}$ masofada erkin o'rnashgan. Shu nuqtada kuch chizig'i yo'nalishida maydonning bir jinslimaslik darajasini xarakterlovchi $\left|\frac{dE}{dx}\right|$ kattalik hamda dipolga ta'sir etuvchi kuch aniqlansin.

Dielektriklarning qutblanishi

16.20. Quyidagi atom va molekulalarning qutblanishning qanday (elektron–e, atom–a, yo'naltirilgan–y) turiga ega ekanligi ko'rsatilsin: 1) H; 2) He; 3) O_2; 4) HSl; 5) HH_2O; 6) CO; 7) CO_2; 8) CH_4; 9) CCl.

16.21. HF molekulasi $p = 6.4 \cdot 10^{-30}\,\text{C}\cdot\text{m}$ elektr momentiga ega. Yadrolararo masofa d=92 pm. Shunday dipolning zaryadi Q topilsin va Q ning topilgan qiymati nima uchun $|e|$ elementar zaryadning qiymatidan keskin farq qilishi tushuntirilsin.

16.22. Yassi kondensator qoplamalari orasidagi d masofa 2 mm, potensiallar farqi U=1,8 kV. Dielektrik–shisha. Shishaning dieletrik qabul qiluvchanligi χ va shisha sirtidagi qutblangan (bog'langan) zaryadlarning sirt zichligi σ aniqlansin.

16.23. R=5 cm radiusli metall shar d=2 cm qalinlikdagi chinni qatlami bilan bir tekisda o'ralgan. Mos ravishda dielektrikning ichki va tashqi sirtlaridagi bog'langan zaryadlar zichliklari σ_1' va σ_2' aniqlansin. Sharning zaryadi Q=10 nC.

16.24. Ebonitdan yasalgan yassi parallel plastinka kuchlanganligi $E = 2\,\text{MV/m}$ bo'lgan bir jinsli elektr maydonda joylashgan. Plastinkaning qirralari kuchlanganlik chiziqlariga tik. Plastinka qirralaridagi bog'langan zaryadlarning sirt zichligi σ' aniqlansin.

Dielektrikdagi elektr maydoni

16.25. Yassi kondensator qoplamalari orasidagi bo'shliq molekulalarini $\mu_M = 2 \cdot 10^{-30}$ C/m elektr momentiga ega qattiq dipol sifatida qarash mumkin bo'lgan dielektrik bilan to'ldirilgan. Dipollarning konsentratsiyasi $n = 10^{26}\ \text{m}^{-3}$. Agar dielektrik bo'lmaganda kondensator qoplamalari orasidagi elektr maydon kuchlanganligi $E_0 = 100\,\text{MV/m}$ bo'lsa, dielektrikdagi o'rtacha makroskopik maydonning kuchlanganligi E aniqlansin. Molekulalarning yo'nalishi bo'yicha joylashuvini tartibsizlantiruvchi issiqlik harakati ta'siri e'tiborga olinmasin.

16.26. Kuchlanganligi $E_0 = 1\,\text{MV/m}$ bo'lgan elektr maydonga dielektrik ($\varepsilon = 3$) plastinkasini kiritdilar. Ichki maydonni Lorens maydoni deb faraz qilib, uning dielektrikdagi alohida molekulaga ta'sir etuvchi, lokal elektr maydon kuchlanganligi E_M aniqlansin.

16.27. Kubik singoniya kristalidagi lokal elektr maydon kuchlanganligi E_M o'rtacha makroskopik maydon kuchlanganligi E dan necha marta katta? Kristallning dielektrik singdiruvchanligi $\varepsilon = 2.5$.

16.28. Dielektrik singdiruvchanlik ε ning qanday maksimal qiymatida lokal elektr maydonning kuchlanganligi E_M ni tashqi maydon kuchlanganligi E_0 bilan almashtirishdagi xatolik 1% dan oshmaydi.

16.29. Lokal elektr maydon kuchlanganligi E_M o'rniga dielektrikdagi o'rtacha makroskopik maydon kuchlanganligi E olinganda yo'l qo'yiladigan nisbiy xatolik aniqlansin. Hisoblashlar quyidagi ikki hol uchun bajarilsin: 1) $\varepsilon = 1{,}003$; 2) $\varepsilon = 2$.

Dielektrikning qutblanganligi

16.30. Dielektrikning ($\varepsilon = 5$) qanday P qutblanganligida lokal elektr maydon kuchlanganligi $E_{lok} = 10\,\text{MV/m}$ bo'ladi?

16.31. Dielektrikdagi ($\varepsilon = 3$) o'rtacha makroskopik maydon kuchlanganligi E ning qanday qiymatida P qutblanganlik $200\,\mu\text{C/m}^2$ ga teng qiymatga erishadi.

16.32. Kuchlanganligi $E_0 = 5\,\text{MV/m}$ bo'lgan tashqi elektr maydonga joylashtirilgan shishaning qutblanganligi P aniqlansin.

16.33. Dielektrikni kuchlanganligi $E_0 = 20\,\text{kV/m}$ bo'lgan elektr maydonga joylashtirdilar. Agar dielektrikdagi o'rtacha makroskopik maydon kuchlanganligi E=4 kV/m bo'lib chiqqan bo'lsa, dielektrikning qutblanganligi P nimaga teng bo'ladi?

16.34. E_0=40 MV/m kuchlanganlikli tashqi elektr maydondagi suyuq azotning qutblanganligi $P = 109\,\mu\text{C/m}^2$ bo'lib chiqdi. 1) Suyuq azotning dielektrik singdiruvchanligi ε; 2) bitta molekula vujudga keltiradigan induksiyalangan elektr momenti p aniqlansin. Suyuq azotning zichligi $\rho = 804\,\text{kg/m}^3$ deb qabul qilinsin.

Elektron va atom qutblanish

16.35. Qutblanmagan suyuqliklar va kub singoniyali kristallar uchun qutblanuvchanlik α ning dielektrik qabul qiluvchanlik χ bilan bog'lanishi $\chi/(\chi-3) = \alpha n/3$ ifoda bilan beriladi; bu yerda n–molekulalarning konsentratsiyasi. Agar $\chi \approx \alpha n$ taqribiy formuladan foydalanilsa, χ ning qanday eng katta qiymatida α ni hisoblashdagi xatolik 1% dan oshmaydi?

16.36. ε ni hisoblashdagi xatolik 1% dan oshmasligi uchun αn ko'paytmaning qanday eng katta qiymatida $(\varepsilon-1)/(\varepsilon+2) = \alpha n/3$ Klauzius–Mosotti formulasi ancha soddaroq $\varepsilon = 1+\alpha n$ formula bilan almashtirilishi mumkin?

16.37. Agar suyuq azotning dielektrik singdiruvchanligi $\varepsilon = 1.445$ va zichligi $\rho = 804\,\text{kg/m}^3$ bo'lsa, azot molekulalarining qutblanuvchanligi α aniqlansin.

16.38. Vodorod molekulasining qutblanuvchanligi α ni $1{,}0\cdot10^{-30}\,\text{m}^3$ ga teng deb qabul qilish mumkin. Vodorodning dielektrik qabul qiluvchanligi χ quyidagi ikki holat uchun aniqlansin: 1) normal sharoitda gazsimon; 2) zichligi $\rho = 70{,}8\,\text{kg/m}^3$ bo'lgan suyuq.

16.39. Gazsimon argonning normal sharoitdagi dielektrik qabul qiluvchanligi $\chi = 5{,}34\cdot10^{-4}$. Suyuq ($\rho_1 = 1{,}40\,\text{g/cm}^3$) va qattiq ($\rho_2 = 1{,}65\,\text{g/cm}^3$) argonning dielektrik singdiruvchanliklari ε_1 va ε_2 aniqlansin.

16.40. Sistema kvazielastiklik kuchlar bilan bog'langan, ikkita qiymatlari bir xil ishoralari qarama-qarshi bo'lgan $|Q|$=0,1 nC zaryadlardan tashkil topgan. Zaryadlar sistemasining elastiklik koeffitsiyenti k=1 mN/m. Sistemaning qutblanuvchanligi α aniqlansin.

16.41. Normal sharoitda vodorod atomining qutblanuvchanligi α va atomar vodorodning dielektrik singdiruvchanligi ε hisoblansin. Elektron orbitasining radiusi r=53 pm deb qabul qilinsin.

16.42. Vodorod atomi kuchlanganligi E=100 kV/m bo'lgan bir jinsli elektr maydonda turibdi. Vujudga keltirilgan (induksiyalangan) dipolning elektr momenti p va yelkasi l aniqlansin. Elektron orbitasini radiusi r=53 pm.

16.43. Normal sharoitda argonning dielektrik singdiruvchanligi $\varepsilon = 1{,}00055$. Argon atomining qutblanuvchanligi α aniqlansin.

16.44. Ksenon atomi (qutblanuvchanligi $\alpha = 5{,}2\cdot10^{-29}\,\text{m}^3$) protondan $r = 1\,\text{nm}$ masofada turibdi. Ksenon atomida vujudga keltirilgan elektr momenti p aniqlansin.

16.45. Suv molekulasidan $r = 1\,\text{nm}$ masofada turgan neon atomida qanday maksimal p_{max} elektr momenti vujudga keltiriladi? Suv molekulasining elektr momenti $p = 6{,}2\cdot10^{-30}\,\text{C·m}$. Neon atomining qutblanuvchanligi $\alpha = 4{,}7\cdot10^{-30}\,\text{m}^3$.

16.46. Kripton normal sharoitda kuchlanganligi E=2 MV/m bo'lgan bir jinsli elektr maydonda turibdi. Agar kripton atomining qutblanuvchanligi $\alpha = 4{,}5\cdot10^{-29}\,\text{m}^3$ bo'lsa, qutblangan kriptonning hajmiy energiya zichligi ω aniqlansin.

16.47. Olmosdagi uglerod atomlarining qutblanuvchanligi α aniqlansin. Olmosning dielektrik singdiruvchanligi ε=5,6 va zichligi $\rho = 3{,}5\cdot10^3\,\text{kg/m}^3$.

16.48. Gazsimon kislorodning normal sharoitdagi sindirish ko'rsatkichi n=1,000272 ga teng. Kislorod molekulalarining elektron qutblanuvchanligi α_e aniqlansin.

16.49. Gazsimon xlorning normal sharoitdagi sindirish ko'rsatkichi n=1,000768 ga teng. Agar suyuq xlorning zichligi $\rho = 1{,}56 \cdot 10^3$ kg/m^3 bo'lsa, uning dielektrik singdiruvchaligi ε aniqlansin.

16.50. Normal sharoitda karbonat angidrid gazi CO_2 ning sindirish ko'rsatkichi n=1,000450 ga teng. Agar suyuq CO_2 ning zichligi $\rho = 1{,}19 \cdot 10^3$ kg/m^3 bo'lsa, uning dielektrik singdiruvchanligi ε aniqlansin.

16.51. Suyuq uglerod sulfid CS_2 ning sindirish ko'rsatkichi n=1,62 ga teng. Uglerod sulfidning zichligini bilgan holda uning elektron qutblanuvchanligi α_e aniqlansin.

16.52. Argon atomining qutblanuvchanligi $\alpha = 2{,}03 \cdot 10^{-29}$ m^3. Zichligi $\rho = 1{,}44 \cdot 10^3$ kg/m^3 bo'lgan suyuq argonning dielektrik sindiruvchanligi ε va sindirish ko'rsatkichi n aniqlansin.

16.53. Agar normal sharoitda gazsimon kislorodning sindirish ko'rsatkichi $n_2 = 1{,}000272$ bo'lsa, suyuq kislorodning sindirish ko'rsatkichi n_1 aniqlansin. Suyuq kislorodning zichligi $\rho_1 = 1{,}19 \cdot 10^3$ kg/m^3 ga teng.

Yo'naltirilgan (oriyentatsiyalangan) qutblanish

16.54. Agar suv molekulasining elektr momenti $p = 6{,}1 \cdot 10^{-30}$ C·m bo'lsa, t=27 °C haroratda suv molekulasining yo'naltirilgan qutblanishi α_o hisoblansin.

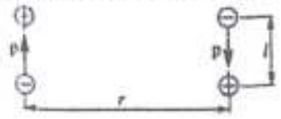
16.55. Normal sharoitda suv bug'larining sindirish ko'rsatkichi n=1,000252 ekanligi va suv molekulasining qutblanishi $p = 6{,}1 \cdot 10^{-30}$ C·m elektr momentiga ega bo'lishini bilgan holda, molekulalarining elektron qutblanishi molekulalar umumiy qutblanishining (elektron va yo'naltirilgan) qancha qismini tashkil qilishi aniqlansin.

16.56. Dielektrik molekulasining elektr momenti $p = 5 \cdot 10^{-30}$ C·m. Dielektrik ($\varepsilon = 2$) kuchlanganligi E=100 MV/m bo'lgan elektr maydonga joylashtirilgan. Elektr momentining maydon kuchlanganligi vektori yo'nalishidagi proyeksiyasi o'rtacha qiymati $\langle p_e \rangle = \frac{1}{2} p$ ga teng bo'ladigan T temperatura aniqlansin.

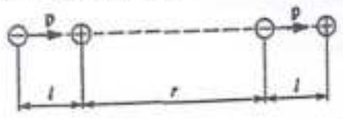
16.57. Molekulasi $p = 5 \cdot 10^{-30}$ C·m elektr momentiga ega bo'lgan dielektrik T=300 K temperaturada kuchlanganligi $E_M = 100$ MV/m bo'lgan elektr maydonda turibdi. «Maydon bo'ylab» ($0 \le \theta \le 1°$) yo'nalgan

molekulalar soni «Maydonga qarshi» ($179° \le \theta \le 180°$) yo'nalgan molekulalar sonidan necha marta ko'pligi aniqlansin. $\theta - \vec{p}$ va $\vec{E}_M$ vektorlar orasidagi burchak.

16.58.* Zaryadi $Q = 3$ nC bo'lgan nuqtaviy zaryad elektr momenti $p = 5 \cdot 10^{-13}$ C·m bo'lgan nuqtaviy dipoldan $r = 1$ m bo'lgan masofada turibdi. Quyidagi ikki holda ular o'zaro ta'sirining potensial energiyasi Π va o'zaro ta'sir kuchi F aniqlansin: 1) nuqtaviy zaryad dipol o'qida joylashgan; 2) nuqtaviy zaryad dipol o'qiga perpendikulyar joylashgan.



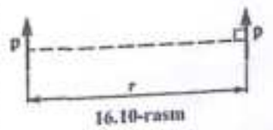
16.8-rasm



16.9-rasm

16.59.* Elektr momentlari $p = 5$ nC·m bo'lgan ikkita bir xil dipol bir-biridan $r = 2l$ masofada (l–dipol yelkasi bo'lib, 10 cm ga teng) joylashgan (16.8-rasm). Dipollar o'zaro ta'siri potensial energiyasi Π topilsin.

16.60.* Ikkita bir xil oriyentirlangan (bir xil yo'nalishga ega) $p = 1$ nC·m elektr momentiga ega bo'lgan dipolar bir-biridan $r = 2l$ masofada (l–dipol yelkasi bo'lib 10 cm ga teng) joylashgan (16.9-rasm). Dipollar o'zaro ta'siri potensial energiyasi Π va o'zaro ta'sir kuchlari F topilsin.



16.10-rasm

16.61.* Elektr dipol momentlari $p = 1.84$D bo'lgan ikkita suv bug'i molekulalari bir-biriga nisbatan parallel yo'nalgan va bir-biridan $r = 5$ nm masofada joylashgan (16.10-rasm). Molekulalarni nuqtaviy dipolar deb hisoblab, ularning o'zaro ta'sir potensial energiyasi Π topilsin.

16.62.* Argon (Z=18) normal sharoitda maydon kuchlanganligi $E = 30$ kV/m elektr maydonida turibdi. Agar shu sharoitlarda argonning dielektrik singdiruvchanligi $\varepsilon = 1.000554$ ga teng bo'lsa, induksiyalangan elektr dipolining yelkasi l topilsin.

16.63.* Kislorod (O_2) normal sharoitda maydon kuchlanganligi $E = 10$ kV/m bo'lgan elektr maydonida turibdi. Agar shu sharoitlarda

kislorodning dielektrik singdiruvchanligi $\varepsilon = 1.000532$ ga teng bo'lsa, induksiyalangan elektr dipolining momenti p (debaylarda) aniqlansin.

16.64.* t=100 °C temperaturada to'yingan suv bug'i molekulalarining konsentratsiyasi $n = 1.97 \cdot 10^{25}$ m^{-3} ga va uning dielektrik singdiruvchanligi $\varepsilon = 1.0058$ ga teng. Qutblanishga asosiy hissani oriyentirlangan (yo'nalgan) qutblanish qo'shadi deb hisoblab, suv molekulasi elektr dipolining dipol momenti p ni aniqlang (debaylarda).

16.65.* Agarda H-O bog'lanish uchun dipol momenti $p_1 = 1.51$D va valent burchagi $\alpha = 104.5°$ bo'lsa, molekulaning elektr dipol momentini toping.

17-§. ELEKTR SIG'IM. KONDENSATORLAR

Asosiy formulalar

• Yakkalangan o'tkazgich yoki kondensatorning elektr sig'imi:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta \varphi},$$

bu yerda Q–o'tkazgichga (kondensatorga) berilgan zaryad; $\Delta\varphi$ - shu zaryad vujudga keltirgan potensialning o'zgarishi.

• ε dielektrik singdiruvchanlikli cheksiz muhitda joylashgan R radiusli yakkalangan o'tkazuvchi sferaning elektr sig'imi:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Agar sfera kovak va dielektrik bilan to'ldirilgan bo'lsa, buning natijasida uning elektr sig'imi o'zgarmaydi.

• Yassi kondensatorning elektr sig'imi:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

bu yerda S-qoplamalar (har bir qoplamaning) yuzasi; d-ular orasidagi masofa; ε qoplamalar orasidagi bo'shliqni to'ldirib turuvchi dielektrikning dielektrik singdiruvchanligi.

Har birining dielektrik singdiruvchanligi ε_i va qalinligi d_i bo'lgan n ta dielektrik qatlami bilan to'ldirilgan yassi kondensator (qatlamli kondensator) ning elektr sig'imi:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1/\varepsilon_1 + d_2/\varepsilon_2 + \ldots + d_n/\varepsilon_n}.$$

Sferik kondensatorning elektr sig'imi (ikkita R_1 va R_2 radiusli konsentrik sferalar orasidagi bo'shliq ε dielektrik singdiruvchanlikli dielektrik bilan to'ldirilgan):

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2 / (R_2 - R_1).$$

• Silindrik kondensatorning elektr sig'imi (uzunliklari l va radiuslari R_1 hamda R_2 bo'lgan ikkita koaksial silindrning orasidagi bo'shliq dielektrik singdiruvchanligi ε bo'lgan dielektrik bilan to'ldirilgan):

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(R_2/R_1)}.$$

• Ketma-ket ulangan kondensatorlarning elektr sig'imi C: umumiy holda

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n},$$

bu yerda n–kondensatorlar soni:

Ikkita kondensatorlar holida $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ har birining sig'imi C_1 bo'lgan n ta bir xil kondensatorlar holida $C = \frac{C_1}{n}$.

•Parallel ulangan kondensatorlarning elektr sig'imi:

umumiy holda $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$;

ikkita kondensator holida $C = C_1 + C_2$;

har birini sig'imi C_1 bo'lgan n ta bir xil kondensatorlar holida $C = nC_1$.

Masala yechishga doir namunalar

1-masala. Agar qoplamalarining yuzasi $S = 100\text{cm}^2$ bo'lsa, ikkita dielektrik qatlami qalinligi d_1=2 mm bo'lgan chinni va qalinligi d_2=1,5 mm bo'lgan ebonit yassi kondensatorning elektr sig'imi C aniqlansin.

Yechish: Ta'rifga ko'ra kondensatorning sig'imi $C = \frac{Q}{U}$ bunda Q-kondensator qoplamalaridagi zaryad; U–qoplamalar potensiallari farqi. Bu tenglikda kondensatordagi umumiy potensiallar farqi U ni dielektrik qatlamlaridagi kuchlanishlar yig'indisi $U_1 + U_2$ bilan almashtirib quyidagini olamiz: (1)

$$C = Q/(U_1 + U_2).$$

$Q=\sigma S$. $U_1=E_1d_1=\dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_1}$ va $U_2=E_2d_2=\dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_2}d_2$ ekanligini etiborga olib, (1) tenglamani

$$C=\frac{\sigma S}{\dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_1}d_1+\dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_2}d_2} \qquad (2)$$

ko'rinishda yozish mumkin. bu yerda σ-qoplamalardagi zaryadning sirt zichligi; E_1 va E_2-mos ravishda dielektriklarning birinchi va ikkinchi qatlamlaridagi maydon kuchlanganliklari; D-dielektriklardagi maydonning elektr siljishi.

(2) tenglikning surat va maxrajini ε_0 ga ko'paytirib, hamda $D=\sigma$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d_1/\varepsilon_1+d_2/\varepsilon_2},$$

kelib chiqadi. Oxirgi formula bo'yicha hisoblash o'tkazib, natijani topamiz:

$$C=\frac{8{,}85\cdot10^{-12}\cdot100\cdot10^{-4}}{2\cdot10^{-4}/5+1{,}5\cdot10^{-3}/3}\text{F}=9{,}83\cdot10^{-11}F=98{,}3\text{pF}.$$

2-masala. Ikkita bir xil $C_1=C_2=C$ elektr sig'imli yassi kondensatordan ketma-ket ulash usulida batareya hosil qilingan va elektr yurituvchi kuchi ξ bo'lgan tok manbaiga ulangan. Agar tok manbaini uzmasdan turib ikkinchi kondensator qoplamalari orasidagi bo'shliq dielektrik singdiruvchanligi $\varepsilon=7$ bo'lgan dielektrik bilan to'ldirilsa, birinchi kondensator qoplamalaridagi potensiallar farqi U_1 qanday o'zgaradi?

Yechish: Ikkinchi kondensator dielektrik bilan to'ldirilgungacha har ikkala kondensator qoplamalaridagi potensiallar farqi bir xil $U_1=U_2=\dfrac{\xi}{2}$ bo'lgan. To'ldirilgandan keyin ikkinchi kondensatorning elektr sig'imi ε marta oshdi:

$$C_2''=\varepsilon C_2=\varepsilon C.$$

Birinchisining elektr sig'imi o'zgarmadi, ya'ni $C_1''=C$ Tok manbai uzilmaganligi tufayli kondensatorlar batareyasidagi umumiy potensiallar farqi oldingidek qoldi, u faqat kondensatorlar orasida qayta taqsimlandi. Birinchi kondensatorda

$$U_1''=\frac{Q}{C_1''}=\frac{Q}{C}. \qquad (1)$$

bunda Q-kondensator qoplamalaridagi zaryad. Kondensatorlar ketma-ket ulanganida har bir qoplamadagi va butun batareyadagi zaryad bir xil bo'lganligi uchun

$$Q=C_{bat}''\cdot\xi,$$

bundan

$$C_{bat}''=\frac{C_1''C_2''}{C_1''+C_2''}=\frac{C\varepsilon C}{C+\varepsilon C}=\frac{\varepsilon C}{1+\varepsilon}.$$

Shunday qilib,

$$Q=\frac{\varepsilon C}{1+\varepsilon}\xi.$$

Zaryadning bu ifodasini (1) formulaga qo'yib quyidagini topamiz:

$$U_1'=\frac{Q}{C}=\frac{\varepsilon C\xi}{(1+\varepsilon)C}=\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\xi.$$

Birinchi kondensator qoplamalaridagi potensiallar farqi qanday o'zgarganligini topish uchun:

$$\frac{U_1'}{U_1}=\frac{2\varepsilon\xi}{(1+\varepsilon)\xi}=\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}.$$

nisbatni hisoblaymiz ε ning qiymatini o'rniga qo'ysak.

$$U_1'/U=1{,}75.$$

Binobarin, ikkinchi kondensator dielektrik bilan to'ldirilgandan keyin birinchi kondensator qoplamalaridagi potensiallar farqi 1,75 marta oshgan.

Masalalar

O'tkazuvchan sferaning elektr sig'imi

17.1. R=1 cm radiusli yakkalangan metall sharning elektr sig'imi C topilsin.

17.2. Suvga botirilgan R=2 cm radiusli metall sferaning elektr sig'imi C aniqlansin.

17.3. Yerni R=6400 km radiusli shar deb hisoblab, uning elektr sig'imi C hisoblansin.

17.4. Radiuslari R_1=2 cm va R_2=6 cm bo'lgan ikkita metall shar sig'imini hisobga olmaslik mumkin bo'lgan o'tkazgich bilan tutashtirilgan. Sharlarga Q=1 nC zaryad berilgan. Sharlardagi zaryadning sirtiy zichligi σ topilsin.

17.5. $R_1 = 6\,\text{cm}$ radiusli shar φ_1=300 V potensialgacha, R_2=54 cm radiusli shar esa φ_2=500 V potensialgacha zaryadlangan. Sharlarning metall o'tkazgich bilan ulangandan keyingi potensiali φ aniqlansin. Ulovchi o'tkazgichning sig'imi hisobga olinmasin.

Yassi kondensatorning elektr sig'imi

17.6. Qoplamalarining yuzasi $S = 100\,\text{cm}^2$, ular orasidagi masofa 0,1 mm bo'lgan slyudali yassi kondensatorning elektr sig'imi C aniqlansin.

17.7. U=600 V potensiallar farqigacha zaryadlangan yassi kondensator qoplamalari orasida ikkita dielektrik qatlami bor: qalinligi $d_1 = 7\,\text{mm}$ bo'lgan shisha va qalinligi $d_2 = 3$ mm bo'lgan ebonit. Kondensator har bir qoplamasining yuzasi $S = 200\,\text{cm}^2$. 1) Kondensatorning sig'imi C; 2) har bir qatlamdagi elektr siljishi D, kuchlanganligi E va potensial tushishi $\Delta\varphi$ topilsin.

17.8. Yassi kondensator qoplamalari orasidagi masofa d=1,33 mm, qoplamalarning yuzasi $S = 20\,\text{cm}^2$. Kondensator qoplamalari orasidagi bo'shliqda dielektriklarning ikkita qatlami bor: qalinligi $d_1 = 0,7\,\text{mm}$ bo'lgan slyuda va qalinligi $d_2 = 0,3\,\text{mm}$ bo'lgan ebonit. Kondensatorning elektr sig'imi C aniqlansin.

17.9. Yassi kondensator qoplamalarida zaryad $\sigma = 0,2\,\mu\text{C/m}^2$ sirt zichligi bilan bir tekis taqsimlangan. Qoplamalar orasidagi d masofa 1mm ga teng. Qoplamalar orasidagi masofa 3 mm gacha orttirilganda qoplamalardagi potensiallar farqi qanchaga o'zgaradi?

17.10. Yassi kondensatorga, uning qoplamalariga jipslashib turadigan qilib qalinligi d=1 cm bo'lgan parafin taxtacha kiritildi. Dastlabki sig'imni hosil qilish uchun qoplamalar orasidagi masofani qanchaga orttirish kerak?

17.11. Yassi kondensatorning elektr sig'imi 1,5 μF ga teng. Qoplamalar orasidagi masofa $d = 5\,\text{mm}$. Agar pastdagi qoplamaga $d_1 = 3\,\text{mm}$ qalinlikli ebonit taxtachasi qo'yilsa, kondensatorning elektr sig'imi C qanday bo'ladi?

17.12. Yassi kondensator qoplamalari orasida zich yopishib turgan shisha taxtacha bor. Kondensator $U_1 = 100\,\text{V}$ potensiallar farqigacha zaryadlangan. Agar shisha taxtacha kondensatordan chiqarib olinsa, potensiallar farqi U_2 qanday bo'ladi?

Sferik kondensatorning elektr sig'imi

17.13. Radiuslari $R_1 = 2$ cm va $R_2 = 2,1\,\text{cm}$ bo'lgan ikkita konsentrik metall sfera sferik kondensatorni hosil qiladi. Agar sferalar orasidagi bo'shliq parafin bilan to'ldirilgan bo'lsa, kondensatorning sig'imi C aniqlansin.

17.14. Kondensator ikkita konsentrik sferadan tashkil topgan. Ichki sferaning radiusi $R_1 = 10\,\text{cm}$, tashqisiniki $R_2 = 10,2\,\text{cm}$. Sferalar orasidagi soha parafin bilan to'ldirilgan. Ichki sferaga Q=5 μC zaryad berilgan. Sferalar orasidagi potensiallar farqi U aniqlansin.

Kondensatorlarni ulash

17.15. U=600 V potensiallar farqigacha zaryadlanib, kuchlanish manbaidan uzilgan havo kondensatoriga parallel ravishda shunday o'lchamli va shaklli, lekin dielektrikli (chinni) zaryadlanmagan ikkinchi kondensator ulandi. Agar ikkinchi kondensator ulangandan keyin potensiallar farqi $U_1 = 100\,\text{V}$ gacha kamaygan bo'lsa, chinnining dielektrik singdiruvchanligi ε aniqlansin.

17.16. $C_1 = 3\,\mu\text{F}$ va $C_2 = 6\,\mu\text{F}$ sig'imli kondensatorlar o'zaro ulangan va $\mathcal{E}$=120 V EYuK li batareyaga ulangan. Agar kondensatorlar: 1) parallel; 2) ketma-ket ulangan bo'lsa, kondensatorlardagi Q_1 va Q_2 zaryadlar va ularning qoplamalari orasidagi U_1 va U_2 potensiallar farqi aniqlansin.

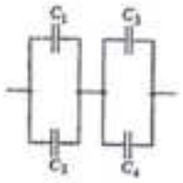
17.17. Elektr sig'imi $C_1 = 0,2\,\mu\text{F}$ bo'lgan kondensator $U_1 = 320\,\text{V}$ potensiallar farqigacha zaryadlangan. Uni $U_2 = 450\,\text{V}$ potensiallar farqigacha zaryadlangan ikkinchi kondensator bilan parallel ulaganlaridan keyin undagi kuchlanish 400 V gacha o'zgardi. Ikkinchi kondensatorning sig'imi C_2 hisoblansin.

17.18. Elektr sig'imi $C_1 = 0,6\,\mu\text{F}$ bo'lgan kondensator $U_1 = 300\,\text{V}$ potensiallar farqigacha zaryadlanib, sig'imi $C_2 = 0,4\,\mu\text{F}$ bo'lgan va $U_2 = 150\,\text{V}$ potensiallar farqigacha zaryadlangan ikkinchi kondensator bilan ulangan. Birinchi kondensator qoplamasidan ikkinchisinikiga oqib o'tadigan ΔQ zaryad topilsin.

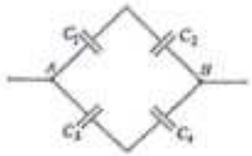
17.19. Uchta bir xil yassi kondensator ketma-ket ulangan. Bunday kondensatorlar batareyasining elektr sig'imi C=89 pF. Har bir qoplamaning yuzasi $S = 100\,\text{cm}^2$. Dielektrik-shisha. Shishaning qalinligi d nimaga teng?

17.20. Kondensatorlar 17.1-rasmda ko'rsatilgandek qilib ulangan. Kondensatorlarning elektr sig'imi: $C_1 = 0{,}2\,\mu F$; $C_2 = 0{,}1\,\mu F$; $C_3 = 0{,}3\,\mu F$; $C_4 = 0{,}4\,\mu F$. Kondensatorlar batareyasining elektr sig'imi C aniqlansin.

17.21. Elektr sig'imlari $C_1 = 0{,}2\,\mu F$, $C_2 = 0{,}6\,\mu F$, $C_3 = 0{,}3\,\mu F$ va $C_4 = 0{,}4\,\mu F$ bo'lgan kondensatorlar 17.2-rasmda ko'rsatilgandek qilib ulangan. A va B nuqtalar orasidagi potensiallar farqi U=320 V. Har bir kondensator qoplamalaridagi potensiallar farqi U_i va zaryadlari Q_i aniqlansin (i=1,2,3,4).



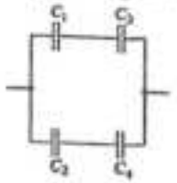
17.1-rasm



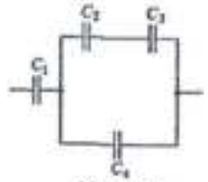
17.2-rasm

17.22. Elektr sig'imlari $C_1 = 10\,nF$, $C_2 = 40\,nF$, $C_3 = 2\,nF$ va $C_4 = 30\,nF$ bo'lgan kondensatorlar 17.3-rasmda ko'rsatilgandek qilib ulangan. Kondensatorlar sistemasining elektr sig'imi C aniqlansin.

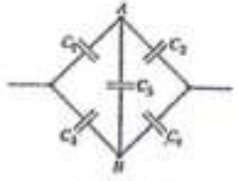
17.23. Elektr sig'imlari $C_1 = 2\,\mu F$, $C_2 = 2\,\mu F$, $C_3 = 3\,\mu F$ va $C_4 = 1\,\mu F$ bo'lgan kondensatorlar 17.4-rasmda ko'rsatilgandek qilib ulangan. To'rtinchi kondensator qoplamalaridagi potensiallar farqi $U_4 = 100\,V$. Har bir kondensator qoplamalaridagi zaryadlar va potensiallar farqlari hamda kondensatorlar batareyasining umumiy zaryadi va potensiallar farqi topilsin.



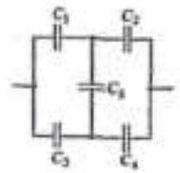
17.3-rasm



17.4-rasm



17.5-rasm



17.6-rasm

17.24. 17.5-rasmda tasvirlangan sxemaning elektr sig'imi aniqlansin, unda $C_1 = 1\,pF$, $C_2 = 2\,pF$, $C_3 = 2\,pF$, $C_4 = 4\,pF$, $C_5 = 3\,pF$

17.25. Beshta turli xil kondensatorlar 17.6-rasmda keltirilgan sxema bo'yicha ulangan. Kondensatorlar batareyasi to'la elektr sig'imi C_5 elektr sig'imning kattaligiga bog'liq bo'lmaydigan hol uchun C_4 ning elektr sig'imi qanday bo'lishi aniqlansin. $C_1 = 8\,pF$, $C_2 = 12\,pF$, $C_3 = 6\,pF$ deb qabul qilinsin.

18-§. ZARYADLANGAN O'TKAZGICHNING ENERGIYASI. ELEKTR MAYDONINING ENERGIYASI

Asosiy formulalar

• Zaryadlangan o'tkazgichning energiyasi zaryad Q, potensial va o'tkazgichning elektr sig'imi C yordamida quyidagi munosabatlar orqali ifodalanadi:

$$W = \frac{1}{2}C\varphi^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}Q\varphi.$$

• Zaryadlangan kondensatorning energiyasi

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QU,$$

bu yerda C-kondensatorning elektr sig'imi; U-uning qoplamalaridagi potensiallar farqi.

• Energiyaning hajmiy zichligi (birlik hajmga mos keluvchi elektr maydon energiyasi)

$$\omega = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}ED,$$

bu yerda E–dielektrik singdiruvchanligi ε bo'lgan muhitdagi elektr maydon kuchlanganligi; D-elektr siljish.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala: $C_1 = 3\,\mu F$ sig'imli kondensator $U_1 = 40\,V$ potensiallar farqigacha zaryadlangan. Tok manbai uzilgandan keyin kondensator $C_2 = 5\,\mu F$ elektr sig'imli zaryadlanmagan boshqa kondensator bilan parallel ulangan. Ikkinchi kondensatorni ulash paytida vujudga kelgan uchqunni hosil qilishga sarflangan ΔW energiya aniqlansin.

Yechish: Uchqun hosil qilish uchun sarflangan energiya:

$$\Delta W = W_1 - W_2, \qquad (1)$$

bu yerda W_1–birinchi kondensatorning unga ikkinchi kondensator ulanguncha bo'lgan energiyasi; W_2–birinchi va ikkinchi kondensatorlardan tashkil topgan batareyaning energiyasi. (1) tenglikka zaryadlangan kondensatorning energiyasi $W=\frac{1}{2}CU^2$ ni qo'yib va parallel ulangan kondensatorlarning umumiy elektr sig'imi, alohida kondensatorlar elektr sig'imlarining yig'indisiga tengligini e'tiborda tutib quyidagini olamiz:

$$\Delta W=\frac{C_1U_1^2}{2}-\frac{(C_1+C_2)U_2^2}{2}, \qquad (2)$$

bu yerda C_1 va C_2–birinchi va ikkinchi kondensatorlarning elektr sig'imlari; U_1–birinchi kondensator zaryadlangan potensiallar farqi; U_2–kondensatorlar batareyasi qisqichlaridagi potensiallar farqi.

Ikkinchi kondensator ulangandan keyin ham zaryad oldingidek qolganini hisobga olib, U_2 potensiallar farqini quyidagicha ifodalaymiz:

$$U_2=\frac{Q}{C_1+C_2}=\frac{C_1U_1}{C_1U_2}.$$

U_2 ning bu ifodasini (2) formulaga qo'ysak,

$$\Delta W=\frac{C_1U_1^2}{2}-\frac{(C_1+C_2)C_1^2U_1^2}{2(C_1+C_2)^2},$$

ifoda kelib chiqadi. Oddiy o'zgartirishlardan keyin quyidagini olamiz:

$$\Delta W=\frac{1}{2}\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}U_1^2.$$

Bu formula bo'yicha hisoblashlarni amalga oshirsak, $\Delta W=1{,}5$ mJ natijani olamiz.

2-masala. Qoplamasining yuzasi $S=500\,\text{cm}^2$ bo'lgan yassi havo kondensatori EYuK $\xi=300$ V bo'lgan tok manbaiga ulangan. Quyidagi ikki hol uchun qoplamalarni $d_1=1\,\text{cm}$ masofadan $d_2=3\,\text{cm}$ gacha surishda tashqi kuchlar bajaradigan A ish aniqlansin: 1) qoplamalar ikki yoqqa surilishdan oldin tok manbaidan uziladi; 2) qoplamalar ikki yoqqa surilish jarayonida unga ulanganligicha qoladi.

Yechish: *1-hol.* Ikkita zaryadlangan va tok manbaidan uzilgan qoplamalardan iborat sistemani izolyatsiyalangan va energiyaning saqlanish qonuni o'rinli bo'ladigan sistema sifatida qarash mumkin. Bu holda tashqi kuchlarning ishi sistema energiyasining o'zgarishiga teng:

$$A=\Delta W=W_2-W_1, \qquad (1)$$

bu yerda W_2-oxirgi holatda kondensator maydonining energiyasi (qoplamalar d_2 masofada turibdi); W_1-boshlang'ich holatdagi maydon energiyasi (qoplamalar d_1 masofada turibdi).

Bu holda energiyani qoplamalardagi Q zaryad orqali ifodalash qulaydir, chunki manbadan uzilgan qoplamalardagi zaryad qoplamalar surilganda ham o'zgarmaydi (1) tenglikka $W_2=Q^2/2C_2$ va $W_1=Q^2/2C_1$ ifodalarni qo'ysak,

$$A=\frac{Q^2}{2C_2}-\frac{Q^2}{2C_1} \quad \text{yoki} \quad A=\frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2}-\frac{1}{C_1}\right).$$

Bu formuladagi zaryadni tok manbaining EYuK ξ va boshlang'ich elektr sig'imi C_1 orqali ifodalab ($Q=C_1\xi$) quyidagini topamiz:

$$A=\frac{C_1^2\xi^2}{2}\left(\frac{1}{C_2}-\frac{1}{C_1}\right). \qquad (2)$$

(2) formulaga yassi kondensatorlar elektr sig'imlarining ifodalarini $\left(C_1=\frac{\varepsilon_0 S}{d_1}\right.$ va $\left.C_2=\frac{\varepsilon_0 S}{d_2}\right)$ qo'ysak va $\varepsilon_0 S$ ga qisqartirilgandan keyin formula:

$$A=\frac{\varepsilon_0^2S^2\xi^2}{2d_1^2}(d_2-d_1),$$

ko'rinishni oladi. (3) formula bo'yicha hisoblash o'tkazib natijani topamiz:

$$A=\frac{8{,}85\cdot10^{-12}\cdot500\cdot10^{-4}\cdot300^2}{2(1\cdot10^{-2})^2}(3-1)\cdot10^{-2}\,\text{J}=3{,}98\cdot10^{-6}\,\text{J}=3{,}98\,\mu\text{J}.$$

2-hol. Qoplamalar tok manbaiga ulanganicha qoladi va ikki qoplamadan iborat sistema endi izolyatsiyalangan bo'lolmaydi (ular uzoqlashtirilganda qoplamalardagi zaryad batareya qisqichlariga ko'chadi). Shuning uchun bu hol energiyaning saqlanish qonunidan foydalanib bo'lmaydi.

Kondensator qoplamalari surilganda: a) ular potensiallarining farqi o'zgarmay qolishi ($U=\xi$) ga; b) sig'im kamayishi $\left(C=\varepsilon_0\frac{S}{d}\right)$ ga e'tibor beramiz. Shuningdek, qoplamalardagi zaryad ($Q=CU$) va elektr maydoni kuchlanganligi ($E=U/d$) ham kamayadi. Ishni aniqlash uchun zarur bo'lgan E va Q kattaliklar o'zgaruvchan bo'lganligidan ishni integrallash yo'li bilan hisoblash kerak. Elementar ish uchun ifodani yozamiz:

$$dA = QE_1 dx, \quad dA = QE_1\, dx. \qquad (4)$$

bu yerda E_1-bitta qoplamadagi zaryadlar hosil qiladigan maydon kuchlanganligi.

Maydon kuchlanganligi E_1 va zaryad Q ni qoplamalar orasidagi masofa x orqali ifodalaymiz:

$$E_1 = \frac{1}{2}E = \frac{\xi}{2x} \quad \text{va} \quad Q = C\varepsilon \quad \text{yoki} \quad Q = \varepsilon_0 \frac{S}{x}\xi.$$

E_1 va Q ning bu ifodalarini (4) tenglikka qo'yib quyidagini olamiz:

$$dA = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{S^2\xi^2}{x^2}dx.$$

Bu tenglikni d_1 va d_2 gacha chegaralarda integrallab ishning izlanayotgan ifodasini topamiz:

$$A = \frac{1}{2}\varepsilon_0 S\xi^2 \int_{d_1}^{d_2} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 S\xi^2 \left| -\frac{1}{x} \right|_{d_1}^{d_2} = \frac{1}{2} ES\xi^2 \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right).$$

Qisqartirishlardan keyin oxirgi formula

$$A = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{S\xi^2}{d_1 d_2}(d_2 - d_1),$$

ko'rinishni oladi.

Olingan formulaga binoan hisoblab natijani topamiz: $A = 1{,}33\ \mu J$.

3-masala. Yassi kondensator $U = 1$ kV potensiallar farqigacha zaryadlangan. Qoplamalar orasidagi masofa $d = 4$ cm. Dielektrik-shisha. Kondensator maydoni energiyasining hajmiy zichligi aniqlansin.

Yechish. Kondensator maydoni energiyasining hajmiy zichligi

$$\omega = W / V, \qquad (1)$$

bu yerda W–kondensator maydonining energiyasi; V–maydon egallaydigan hajm, ya'ni kondensator qoplamalari orasidagi fazoning hajmi.

Kondensator maydonining energiyasi:

$$W = \frac{CU^2}{2}, \qquad (2)$$

formula bilan aniqlanadi; bunda U-kondensator qoplamalarining zaryadlanishi natijasida vujudga kelgan potensiallar farqi; C– uning elektr sig'imi. Lekin $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, $V = Sd$ ning ifodasini (2) formulaga va so'ngra W va V larning ifodalarini (1) formulaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$\omega = \varepsilon\varepsilon_0 U^2 / (2d^2),$$

kattaliklarning qiymatlarini oxirgi formulaga qo'yib va hisoblab qidirayotgan natijamizni topamiz: $\omega = 0{,}309\ J/m^3$.

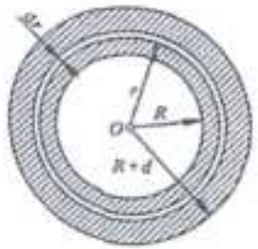
4-masala: $R = 3$ cm radiusli metall sharda $Q = 20$ nC zaryad bor. Shar $d = 2$ cm qalinlikli parafin qatlami bilan o'ralgan. Dielektrik qatlamida mujassamlashgan elektr maydon energiyasi W aniqlansin.

Yechish: Zaryadlangan shar hosil qiladigan maydon bir jinsli bo'lmaganligidan dielektrik qatlamidagi maydon energiyasi notekis taqsimlangan. Lekin, zaryadlangan sharning maydoni sferik simmetriklik xususiyatiga ega bo'lganligi uchun shar markazidan bir xil uzoqlikdagi barcha nuqtalarda energiyaning hajmiy zichligi bir xil bo'ladi.

Dielektrik sferik qatlamining elementar dV hajmidagi energiyani ifodalaymiz:

$$dW = \omega dV,$$

bu yerda ω-energiyaning hajmiy zichligi (18.1-rasm).



18.1-rasm

To'la energiya quyidagi integral bilan ifodalanadi:

$$W = \int \omega dV = 4\pi \int_R^{R+d} \omega r^2 dr, \qquad (1)$$

bu yerda r-elementar sharsimon qatlamning radiusi; dr–uning qalinligi. Energiyaning hajmiy zichligi $\omega = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon E^2$ formula bilan aniqlanadi, bu yerda E-maydon kuchlanganligi. Bizning holimizda

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2},$$

va demak,

$$\omega = \frac{Q^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 \varepsilon r^4}.$$

Zichlikning bu ifodasini (1) formulaga qo'yib va o'zgarmas kattaliklarni integral belgisidan tashqariga chiqarib quyidagini olamiz:

$$W = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon} \int_R^{R+d} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+d} \right) = \frac{Q^2 d}{8\pi\varepsilon_0 \varepsilon R(R+d)}.$$

Shu formula bo'yicha hisoblashlarni amalga oshirib, oxirgi natijani olamiz: $W = 12\ \mu J$.

Masalalar

Yassi kondensatorning energiyasi

18.1. Elektr sig'imi C=10 pF bo'lgan kondensatorga Q=1 pC zaryad berilgan. Kondensatorning energiyasi W aniqlansin.

18.2. Yassi kondensator qoplamalari orasidagi d masofa 2 cm, potensiallar farqi esa U=6 kV ga teng. Har bir qoplamaning Q zaryadi 10 nC ga teng. Kondensator maydonining energiyasi va qoplamalarning o'zaro tortishish kuchi F hisoblansin.

18.3. Agar yassi kondensator qoplamalari orasidagi potensiallar farqi U=15 kV, ular orasidagi masofa d = 1 mm, dielektrik-slyuda va har bir qoplamaning yuzasi $S = 300\,\text{cm}^2$ dan bo'lsa, yassi kondensatorning razryadlanishida qancha miqdordagi issiqlik Q ajraladi?

18.4. Havo kondensatori qoplamalari orasidagi tortishish kuchi F=50 mN. Har bir qoplamaning yuzasi $S = 200\,\text{cm}^2$. Kondensator maydoni energiyasining zichligi ω topilsin.

18.5. Yassi havo kondensatori har birining radiusi r=10 cm dan bo'lgan ikkita doiraviy plastinkadan tashkil topgan. Plastinkalar orasidagi masofa $d_1 = 1$ cm. Kondensatorni U=1,2 kV potensiallar farqigacha zaryadlab, tok manbaidan ajratildi. Plastinkalarni bir-biridan uzoqlashtirib ular orasidagi masofani $d_2 = 3{,}5$ cm gacha orttirish uchun qanday A ish bajarish kerak?

18.6. Sig'imi C=1,11 nF bo'lgan yassi havo kondensatori U=300 V potensiallar farqigacha zaryadlangan. Tok manbaidan ajratilgandan keyin kondensator plastinkalari orasidagi masofa besh marta orttirilgan. 1) Plastinkalar orasidagi masofa o'zgrtirilgandan keyin ular orasidagi potensiallar farqi U; 2) plastinkalarni surishda tashqi kuchlarning bajargan ishi A aniqlansin.

18.7. Elektr sig'imi $C_1 = 666\,\text{pF}$ bo'lgan kondensator U=1,5 kV potensiallar farqigacha zaryadlab, tok manbaidan ajratildi. So'ngra kondensatorga parallel ravishda sig'imi $C_2 = 444\,\text{pF}$ bo'lgan zaryadlanmagan ikkinchi kondensatorni ulandi. Kondensatorlarni ulash paytida chiqadigan uchqunni hosil qilishga sarflangan energiya aniqlansin.

18.8. Elektr sig'imlari $C_1 = 1\,\mu\text{F}$, $C_2 = 2\,\mu\text{F}$, $C_3 = 3\,\mu\text{F}$ bo'lgan kondensatorlar U=1,1 kV kuchlanishli zanjirga ulangan. Ular: 1) ketma-ket

ulangan; 2) parallel ulangan hollar uchun har bir kondensatorning energiyasi aniqlansin.

18.9. Qoplamalari orasidagi dielektrik chinni bo'lgan yassi kondensatorning elektr sig'imi C=111 pF. Kondensator U=600 V potensiallar farqigacha zaryadlanib, kuchlanish manbaidan ajratildi. Dielektrikni kondensatordan tortib chiqarish uchun qanday A ishni bajarish kerak? Ishqalanish hisobga olinmaydigan darajada kichik deb olinsin.

18.10. Yassi kondensator qoplamalari orasidagi bo'shliq hajmi $V = 100\,\text{cm}^3$ bo'lgan dielektrik (chinni) bilan to'ldirilgan. Kondensator qoplamalaridagi zaryadning sirt zichligi $\sigma = 8{,}85\,\text{nC/m}^2$. Dielektrikni kondensatordan olib tashlash uchun bajarish kerak bo'lgan A ish hisoblansin. Dielektrik va kondensator qoplamalari orasidagi ishqalanish hisobga olinmasin.

18.11. Qalinligi d=2 mm va yuzasi $S = 300\,\text{cm}^2$ bo'lgan ebonit plastinkani kuch chiziqlari yassi sirtiga tik yo'naladigan qilib kuchlanganligi E=1 kV/m bo'lgan bir jinsli elektr maydonga joylashtirildi. 1) Plastinka sirtidagi bog'langan zaryadlar zichligi σ; 2) plastinkada mujassamlashgan elektr maydon energiyasi W topilsin.

18.12. Oldingi masaladagi plastinka maydondan fazoning tashqi maydon bo'lmagan sohasiga ko'chirildi. Vaqt o'tishi bilan elektrikdagi maydonning kamayishini inobatga olmagan holda plastinkadagi elektr maydon energiyasi W aniqlansin.

Zaryadlangan sfera maydonining energiyasi

18.13. R=4 cm radiusli $\varphi = 500\,\text{V}$ potensialgacha zaryadlangan yakkalangan sferaning energiyasi W topilsin.

18.14. Agar diametri d=20 cm bo'lgan metall sharga Q=100 nC zaryad berilgan bo'lsa, uning elektrostatik maydon potensial energiyasi W hisoblansin.

18.15. C=10 pF elektr sig'imli yakkalangan metall sfera $\varphi = 3\,\text{kV}$ potensialgacha zaryadlangan. Bu sfera radiusi sferaning radiusidan uch marta katta va unga konsentrik bo'lgan sferik sirt bilan tashqi muhitdan ajratilgan. Sferik qatlamda mujassamlashgan maydon energiyasi W aniqlansin.

18.16. Elektr maydoni R=10 cm radiusli zaryadlangan $(Q = 0{,}1\,\mu\text{C})$ sfera tomonidan hosil qilingan. Sfera radiusi sferaning radiusidan ikki

marta katta va unga konsentrik bo'lgan sferik sirt bilan chegaralangan hajmdagi maydon energiyasi W qanday bo'ladi?

18.17. R=6 cm radiusli yakkalangan metall sharda Q zaryad bor. Sharga konsentrik sirt fazoni ikki qismga shunday bo'ladiki (ichki chekli va tashqi cheksiz), har ikkala qismdagi elektr maydon energiyasi bir xil. Shu sharsimon sirtning radiusi R_2 aniqlansin.

18.18. Radiusi R=10cm bo'lgan yaxlit parafin shar $\rho = 10\,nC/m^3$ hajmiy zichlik bilan hajmi bo'yicha bir tekis zaryadlangan. Elektr maydonining sharning o'zida mujassamlashgan energiyasi W_1 va undan tashqaridagi energiyasi W_2 aniqlansin.

18.19. Ebonit shar hajmi bo'yicha bir tekis zaryadlangan. Shardan tashqaridagi elektr maydon energiyasi sharda mujassamlashgan maydon energiyasidan necha marta ko'p?

18.20.* Radiuslari $R_1 = 4\,cm$ va $R_2 = 6\,cm$ bo'lgan ikki shar hajmlari bo'yicha mos ravishda $Q_1 = 2\,nC$ va $Q_2 = 3\,nC$ bo'lgan zaryadlar bilan tekis zaryadlangan. Sharlar markazlari orasidagi l masofa 20 cm ga teng. Zaryadlangan sharlarning xususiy potensial energiyalarini hisobga olgan holda, ushbu sistemaning to'la potensial elektrostatik energiyasi W topilsin.

18.21* Massasi $m = 10$ g va radiusi $R = 10$ cm bo'lgan o'tkazuvchan sfera ichiga $Q = 3\mu C$ zaryad joylashtirilgandan so'ng sfera elektrostatik itarish kuchlari tufayli ko'p sondagi bir xil massali mayda bo'laklarga parchalanib ketdi. Bu hosil bo'lgan bo'laklar erishadigan maksimal tezlik ϑ_{max} topilsin.

4-bob. O'ZGARMAS ELEKTR TOKI

19-§. O'ZGARMAS TOKNING ASOSIY QONUNLARI

Asosiy formulalar

•O'zgarmas tokning kuchi:

$$I = \frac{Q}{t},$$

bu yerda Q–o'tkazgichning ko'ndalang kesim yuzasi orqali t vaqt birligi ichida oqib o'tayotgan elektr zaryadi miqdori.

•Tok zichligi tok kuchining o'tkazgich ko'ndalang kesim yuzasi S ga nisbatiga teng bo'lib:

$$\vec{j} = \frac{I}{S}\vec{k},$$

vektor kattalik hisoblanadi, bu yerda $\vec{k}$–yo'nalishi musbat zaryad tashuvchilarning harakat yo'nalishi bilan ustma-ust tushuvchi birlik vektor.

•Bir jinsli metall o'tkazgichning qarshiligi:

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

bu yerda ρ–o'tkazgich moddasining solishtirma qarshiligi, l–o'tkazgich uzunligi.

• O'tkazgichning elektr o'tkazuvchanligi G va o'tkazgich moddasining solishtirma o'tkazuvchanligi γ elektr qarshiligi R va solishtirma elektr qarshiligi ρ bilan quyidagicha bog'langan:

$$G = \frac{1}{R}, \qquad \gamma = \frac{1}{\rho}.$$

•Metallar solishtirma qarshilikning temperaturaga bog'liqligi:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

bu yerda ρ va ρ_0–mos ravishda t va 0°C temperaturalardagi o'tkazgich moddasining solishtirma qarshiliklari, t–temperatura (Selsiy shkalasida), α–metallar qarshiligining temperatura koeffitsiyenti.

•O'tkazgichlar elektr zanjirida a) ketma-ket; b) parallel va c) aralash ulanishi mumkin. Bu hollarda umumiy qarshilik quyidagicha aniqlanadi:

ketma-ket ulanganda $R = \sum_{i=1}^{n} R_i$;

parallel ulanganda $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$,

bu yerda R_i – i – o'tkazgichning elektr qarshiligi; n – o'tkazgichlar soni.

•Om qonuni:

Zanjirning bir jinsli bo'lmagan qismi uchun:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \xi_{12}}{R} = \frac{U}{R};$$

Zanjirning bir jinsli qismi uchun:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R};$$

Berk zanjir uchun $(\varphi_1 = \varphi_2)$:

$$I = \frac{\xi}{R},$$

bu yerda $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – qaralayotgan zanjir qismining uchlaridagi potensiallar farqi; ξ_{12} – qismga kiruvchi tok manbalarining EYuK; U – zanjir qismidagi kuchlanish; R – zanjirning (zanjir qismining) qarshiligi; ξ – zanjirdagi barcha tok manbalarining EYuK.

• Kirxgof qoidalari:

Birinchi qoida: zanjir tugunlarida uchrashuvchi toklarning algebraik yig'indisi nolga teng, ya'ni

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

bu yerda n – tugunlarda uchrashuvchi toklarning soni.

Ikkinchi qoida: berk konturda konturning tarmoqlaridagi potensial tushuvlarining (kuchlanishlarning) algebraik yig'indisi, shu tarmoqda mavjud bo'lgan elektr yurituvchi kuchlarning algebraik yig'indisiga teng:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \xi_i .$$

bu yerda $I_i R_i$ – qaralayotgan zanjir tarmog'idagi potensial tushuvlari (kuchlanishlar); ξ_i – qaralayotgan zanjir tarmog'idagi tok manbalarining EYuK; n – qaralayotgan zanjir tarmog'idagi faol qarshiliklar soni; k – tok manbaiga ega qismlar soni.

•O'zgarmas tok zanjirining qismida t vaqtda elektrostatik maydon va chet kuchlar bajaradigan ish:

$$A = IUt .$$

•Tokning quvvati:

$$P = IU .$$

•Joul-Lens qonuni:

$$Q = I^2 Rt ,$$

bu yerda Q – t vaqt mobaynida zanjir qismida ajraladigan issiqlik miqdori.

Joul-Lens qonuni zanjirning qismi harakatsiz va unda kimyoviy reaksiyalar sodir bo'lmagandagina o'rinli bo'ladi.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Qarshiligi $R = 30$ Om bo'lgan o'tkazgich uchlaridagi kuchlanish $t = 20$ s vaqt mobaynida $U_0 = 2$V dan $U = 4$V gacha bir tekis oshdi. O'tkazgichdan o'tgan zaryad miqdori aniqlansin.

Yechish: O'tkazgichdagi tok kuchi o'zgaruvchan bo'lganligi tufayli zaryadni hisoblashda $Q = It$ formuladan foydalanib bo'lmaydi. Shu sababli zaryadning differensial $dQ = Idt$ shaklini olamiz va uni integrallaymiz:

$$Q = \int_0^t I dt . \qquad (1)$$

Zanjirning bir qismi uchun Om qonunidan foydalanib integralni o'zgartiramiz:

$$Q = \int_0^t \frac{U}{R} dt . \qquad (2)$$

Mazkur holda kuchlanish U o'zgaruvchan. Kuchlanishning bir tekis o'sishini nazarda tutsak u quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$U = U_0 + kt \qquad (3)$$

bu yerda k – proporsionallik koeffitsiyenti. U ning bu ifodasini (2) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$Q = \int_0^t \left(\frac{U_0}{R} + \frac{kt}{R} \right) dt = \frac{U_0}{R} \int_0^t dt + \frac{k}{R} \int_0^t t dt .$$

Olingan ifodani integrallasak.

$$Q = \frac{U_0 t}{R} + \frac{kt^2}{2R} = \frac{t}{2R} (2U_0 + kt). \qquad (4)$$

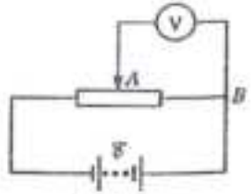
kelib chiqadi. Agar $t = 20$ s vaqt ichida $U = 4$ V bo'lishini nazarda tutsak. proporsionallik koeffitsiyenti k ning qiymatini (3) formuladan topamiz:

$$k = \frac{U - U_0}{t} = 0{,}1 \text{ V/s}.$$

Kattaliklarning qiymatlarini (4) formulaga qo'yib, natijani olamiz:

$$Q = 20\ \text{C}.$$

2-masala. Qarshiligi $R = 1000\,\Omega$ bo'lgan potensiometr EYuKi $\xi = 150\,\text{V}$ va ichki qarshiligi $r = 50\,\Omega$ bo'lgan tok manbaiga ulangan (19.1-rasm). Sim yordamida potensiometr qisqichlaridan biri va potensiometr o'ramining o'rtasiga qo'zg'aluvchan tutashtiruvchi orqali ulangan $R_1 = 500\,\Omega$ qarshilikli voltmetrning ko'rsatishi aniqlansin. Voltmetr ajratilganda A va B nuqtalar orasidagi potensiallar farqi qanday bo'ladi?



19.1-rasm

Yechish: A va B nuqtalarga ulangan V –voltmetrning ko'rsatishi (19.1-rasm)

$$U_1 = I_1 R_1 \qquad (1)$$

formula orqali aniqlanadi. Bunda I_1 –zanjirning tarmoqlanmagan qismidagi tok kuchi, R_1 –parallel ulangan voltmetr va potensiometr yarmining qarshiligi.

Tok kuchi I ni butun zanjir uchun Om qonunidan topamiz:

$$I_1 = \frac{\xi}{R + r}, \qquad (2)$$

bu yerda R –zanjirdagi tashqi qarshilik.

Tashqi qarshilik R ikkita qarshilikning yig'indisidan iborat:

$$R = \frac{R}{2} + R_1. \qquad (3)$$

Parallel ulangan R_1 qarshilik $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{(R/2)}$ formuladan topilishi mumkin:

$$R_1 = \frac{RR_1}{R + 2R_1}.$$

Bu formulaga kattaliklarning son qiymatlarini qo'yib va hisoblashlarni amalga oshirib, R_1 qarshilikni topamiz:

$$R_1 = 45\,\Omega\text{m}.$$

(2) ifodadagi R qarshilikka (3) tenglikning ong qismini qo'yib, tok kuchini aniqlaymiz:

$$I_1 = \frac{\xi}{(R/2) + R_1 + r} = 1{,}03\,\text{A}.$$

Agar I_1 va R_1 larning topilgan qiymatlarini (1) formulaga qo'ysak, voltmetrning ko'rsatishini olamiz:

$$U_1 = 46{,}9\,\text{V}.$$

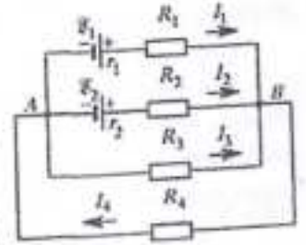
Voltmetr ajratilganda A va B nuqtalar orasidagi potensiallar farqi I_2 tok kuchining potensiometr qarshiligining yarmiga ko'paytmasiga teng, ya'ni

$$U_2 = I_2 \frac{R}{2} \quad \text{yoki} \quad U_2 = \frac{\xi}{R + r} \frac{R}{2}.$$

Olingan ifodaga ξ, R va r kattaliklarning qiymatlarini qo'yib, qidirilayotgan natijani olamiz:

$$U_2 = 50\,\text{V}.$$

3-masala. Elektr yurituvchi kuchlari ξ_1 va ξ_2 bo'lgan tok manbalari elektr zanjirga 19.2-rasmda ko'rsatilgandek ulangan. Agar tok manbalari EYuK lari $\xi_1 = 10\,\text{V}$ va $\xi_2 = 4\,\text{V}$, hamda elektr qarshiliklar $R_1 = R_4 = 2\,\Omega$ va $R_2 = R_3 = 4\,\Omega$ bo'lsa, R_2 va R_3 qarshiliklardan oqayotgan tok kuchlari aniqlansin. Tok manbalarining qarshiliklari inobatga olinmasin.



19.2-rasm

Yechish: Tarmoqlangan zanjirdagi tok kuchlari Kirxgof qoidalari yordamida aniqlanadi. Tok kuchining to'rtta qiymatini topish uchun to'rtta tenglama tuzish kerak.

Ko'rsatma: Kirxgof qoidalariga binoan tenglamalar tuzishdan oldin, birinchidan qarshiliklardan oqadigan toklarning ixtiyoriy yo'nalishlarini tanlab chizmada ularni strelkalar bilan ko'rsatish va ikkinchidan, konturning aylanish yo'nalishini tanlash (soatgiri farqiga) kerak. Kirxgofning ikkinchi qoidasiga binoan tenglama tuzish uchun!

Toklarning yo'nalishlarini 19.2-rasmda ko'rsatilgandek tanlaymiz va konturni soat mili harakati yo'nalishida aylanishga kelishib olamiz.

Masalada ko'rilayotgan sxema ikkita: A va B tugunlarga ega. Lekin, Kirxgofning birinchi qoidasiga binoan tenglamani faqat bitta tugun uchun tuzmoq kerak, chunki ikkinchi tugun uchun tuzilgan tenglama birinchisining natijasi bo'ladi.

Kirxgofning birinchi qoidasiga binoan tenglama tuzilganda ishoralar haqidagi qoidaga amal qilmoq kerak: tugunga kiruvchi tok tenglamada musbat ishora bilan, tugundan chiquvchi tok esa manfiy ishora bilan qatnashadi.

Kirxgofning birinchi qoidasiga binoan B tugun uchun quyidagini olamiz:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Yetishmayotgan uchta tenglamani esa Kirxgofning ikkinchi qoidasiga binoan olamiz. Kirxgofning ikkinchi qoidasiga binoan tuzilishi mumkin bo'lgan o'zaro bog'liq bo'lmagan tenglamalar soni ham konturlar sonidan kam (bizning holimizda konturlar oltita, o'zaro bog'liq bo'lmagan tenglamalar soni esa uchta). Zarur bo'lgan erkli tenglamalar sonini topish uchun quyidagi qoidaga amal qilmoq kerak: konturlarni shunday tanlash kerakki, har bir yangi konturga hech bo'lmaganda oldin foydalanilgan konturlarning birortasida ham qatnashmagan birorta tarmoq kirsin.

Kirxgofning ikkinchi qoidasiga binoan tenglamalar tuzishda quyidagi ishoralar qoidasiga amal qilmoq kerak:

a) agar tokning yo'nalishi konturni aylanib o'tish yo'nalishi bilan mos kelsa, mos IR ko'paytma tenglamaga musbat ishora bilan kiradi, teskari holda IR ko'paytma tenglamaga manfiy ishora bilan kiradi;

b) agar EYuK konturni aylanib o'tish yo'nalishida potensialni orttirsa, ya'ni agar kontruni aylanib o'tishda manba ichida manfiydan musbatga qarab yurishga to'g'ri kelsa, unda mos EYuK tenglamaga musbat ishora bilan kiradi, teskari holda-manfiy ishora bilan. Kirxgofning ikkinchi qoidasiga binoan mos ravishda AR_1BR_2A, AR_1BR_3A, AR_2BR_3A konturlar uchun:

$$I_1R_1 - I_2R_2 = \mathcal{E}_{S1} - \mathcal{E}_{S2} \quad (1)$$

$$I_1R_1 - I_3R_3 = \mathcal{E}_{S1} \quad (2)$$

$$I_2R_2 + I_3R_3 = 0 \quad (3)$$

(1)-(3) tengliklarga qarshiliklarning va EYuK larning qiymatlarini qo'yib, quyidagi tenglamalar sistemasini olamiz:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$
$$2I_1 - 4I_2 = 6$$
$$2I_1 - 4I_3 = 10$$
$$4I_3 + 2I_4 = 0$$

Ikkita tokni topish kerak bo'lganligi tufayli aniqlovchilar (detarminantlar) usulidan foydalanish qulaydir. Shu maqsadda tenglamalarni yana bir karra quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$
$$2I_1 - 4I_2 + 0 - 0 = 6$$
$$2I_1 + 0 - 4I_3 + 0 = 10$$
$$0 + 0 + 4I_3 + 2I_4 = 0.$$

Toklarning izlanayotgan qiymatlarini

$$I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta} \text{ va } I_3 = \frac{\Delta_{I_3}}{\Delta}.$$

Ifodalardan topamiz. Bunda Δ-tenglamalar sistemasining aniqlovchisi; Δ_{I_2} va Δ_{I_3} – Δ aniqlovchining mos ustunlarini yuqorida keltirilgan to'rtta tenglamalarning ozod hadlaridan tuzilgan ustun bilan almashtirib hosil qilingan aniqlovchilar.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 96.$$

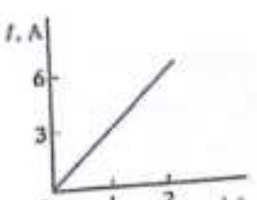
$$\Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 10 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 0. \qquad \Delta_{I_3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -4 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -96.$$

Bundan quyidagini olamiz:

$$I_2 = 0, I_3 = -1\text{A}.$$

I_3 tok kuchining qiymati oldidagi manfiy ishora suratda ko'rsatilgan tok kuchining yo'nalishini ixtiyoriy tanlaganimizda I_3 tokning yo'nalishi uning haqiqiy yo'nalishiga qarama-qarshi ko'rsatilganligidandir. Aslida I_3 tok B tugundan A tugunga qarab oqadi.

4-masala. Qarshiligi $R = 20\Omega$ bo'lgan o'tkazgichdagi tok kuchi $\Delta t = 2\text{s}$ vaqt mobaynida chiziqli qonuniyat bo'yicha $I_0 = 0$ dan $I_{max} = 6\text{A}$ gacha o'sadi (19.3-rasm). Bu o'tkazgichda birinchi va ikkinchi sekundlarda ajralgan Q_1 va



19.3-rasm

Q_2 issiqlik miqdorlari hamda bu issiqlik miqdorlarining nisbati $\frac{Q_2}{Q_1}$ aniqlansin.

Yechish: $Q = I^2 Rt$ Joul-Lens qonunidan o'zgarmas tok (I=const) holida foydalanish mumkin. Agar o'tkazgichdagi tok kuchi o'zgaruvchan bo'lsa, ko'rsatilgan qonun faqat vaqtning cheksiz kichik oralig'i uchungina o'rinli va Joul-Lens qonuni:

$$dQ = I^2 Rdt,$$

ko'rinishida yoziladi.

Bu yerda tok kuchi I vaqtning qandaydir funksiyasi bo'ladi. Bizning holimizda

$$I = kt,$$

bu yerda k –proporsionallik koeffitsiyenti bo'lib, tok kuchi orttirmasining bu ortish ro'y bergan vaqt oralig'iga nisbatiga tengdir:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

(2) tenglikni hisobga olganda (1) tenglama

$$dQ = k^2 Rt^2 dt, \qquad (3)$$

ko'rinishni oladi.

Chekli Δt vaqt oralig'ida ajralgan issiqlik miqdorini aniqlash uchun (3) ifodani t_1 dan t_2 gacha bo'lgan oraliqda integrallash kerak:

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R \left(t_2^3 - t_1^3\right).$$

Birinchi sekundda ajralib chiqqan issiqlik miqdorini aniqlashda integrallash chegaralari $t_1 = 0$ dan $t_2 = 1\text{s}$ gacha bo'ladi va

$$Q = 60\,J,$$

natijani olamiz. Ikkinchi sekundda esa integrallash chegaralari $t_1 = 0$ dan $t_2 = 1\text{s}$ gacha bo'ladi va bu holda

$$Q_2 = 420\,J,$$

ga teng natijani olamiz. Demak,

$$\frac{Q_2}{Q_1} = 7,$$

ya'ni ikkinchi sekundda birinchi sekunddagiga nisbatan 7 marta ko'p issiqlik miqdori ajraladi.

Masalalar

Zanjirning bir qismi uchun Om qonuni

19.1. O'tkazgichdagi tok kuchi $t_1 = 10\text{s}$ vaqt mobaynida $I_0 = 0$ dan $I = 3\text{A}$ gacha bir tekisda oshadi. O'tkazgichdan o'tgan zaryad miqdori Q aniqlansin.

19.2. Agar uzunligi $l = 10\text{m}$ bo'lgan temir sim $U = 6\text{V}$ kuchlanish ostida turgan bo'lsa, o'tkazgichdagi tok zichligi j aniqlansin.

19.3. Elektrostansiya shinalaridagi kuchlanish $U = 6{,}6\text{kV}$. Iste'molchi $l = 10\text{km}$ uzoqlikdagi masofada turibdi. Agar kelayotgan tok kuchi $I = 20\text{A}$ va simlardagi kuchlanishning yo'qolishi 3% dan oshmasligi lozim bo'lsa, qo'sh simli uzatish liniyasini yasash uchun ishlatish kerak bo'ladigan mis simning kesim yuzasi aniqlansin.

19.4. Balandligi $h = 20\text{sm}$ va asoslarining radiuslari $r_1 = 12\text{mm}$ va $r_2 = 8\text{mm}$ bo'lgan, to'g'ri kesik konus ko'rinshida yasalgan grafit o'tkazgichning qarshiligi R hisoblansin. O'tkazgichning temperaturasi $t = 20^\circ\text{C}$ deb olinsin.

19.5. Qarshiligi $R_0 = 10\Omega(0^\circ\text{C})$ bo'lgan silindr shaklidagi mis o'tkazgichning bir uchida $t_1 = 20^\circ\text{C}$, boshqasida $t_2 = 400^\circ\text{C}$ temperatura ushlab turiladi. Temperatura gradiyentini o'tkazgich o'qi bo'ylab o'zgarmas deb hisoblab, o'tkazgich qarshiligi topilsin.

19.4-rasm

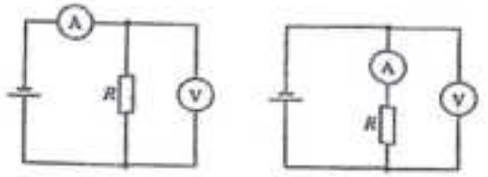
19.6. Simli kub o'tkazgichlardan tashkil topgan. Kubning qirrasini tashkil etgan har bir o'tkazgichning qarshiligi $R_1 = 1\Omega$. Agar kub elektr zanjiriga 19.4(a)-rasmda ko'rsatilgandek qilib ulangan bo'lsa, bu kubning qarshiligi R hisoblansin.

19.7. Xuddi shu vazifa (19.6-masalaga qarang) kub elektr zanjirga 19.4(b)-rasmda ko'rsatilgandek qilib ulangan hol uchun bajarilsin.

19.8. Xuddi shu vazifa (19.6-masalaga qarang) kub elektr zanjirga 19.4(v)-rasmda ko'rsatilgandek qilib ulangan hol uchun bajarilsin.

19.9. G'altak va ampermetr ketma-ket ulanib, tok manbaiga qo'shilgan. G'altak qisqichlariga qarshiligi $R_v = 1\text{k}\Omega$ bo'lgan voltmeter ulangan. Ampermetrning ko'rsatishi $I = 0{,}5\,\text{A}$, voltmetrniki esa $U = 100\,\text{V}$. G'altakning qarshiligi R aniqlansin. Agar voltmetrning qarshiligi hisobga olinmasa, xatolik g'altak qarshiligi aniq qiymatining necha foizini tashkil qiladi?

19.10. Shuntlangan ampermetr $I = 10\,\text{A}$ gacha tok kuchini o'lchaydi. Agar ampermetrning qarshiligi $R_a = 0{,}02\,\Omega$ va shuntning qarshiligi $R_{sh} = 5\,\text{m}\Omega$ bo'lsa, bu ampermetr shuntsiz qanday eng katta tok kuchini o'lchashi mumkin?



a b

19.5-rasm

19.11. 19.5(a), (b)-rasmlarda keltirilgan elektr zanjirlaridan qaysi biri katta qarshiliklarni va qaysi biri esa kichik qarshiliklarni o'lchashga ko'proq yaroqli? Shu elektr zanjirlari yordamida $R_1 = 1\text{k}\Omega$ va $R_2 = 10\,\Omega$ qarshiliklarni o'lchashda yo'l qo'yiladigan xatoliklar hisoblansin. Voltmetr va ampermetrlarning qarshiliklari mos ravishda $R_v = 5\text{k}\Omega$ va $R_a = 2\,\Omega$ deb qabul qilinsin.

To'liq zanjir uchun Om qonuni

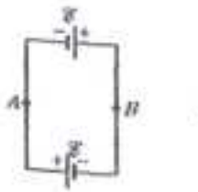
19.12. Akkumulyatorlar batareyasining ichki qarshiligi $r = 3\,\Omega$. Agar batareya qisqichlaridagi potensiallar farqini $R_v = 200\,\Omega$ qarshilikli voltmeter bilan o'lchab, uni EYuK sifatida qabul qilinsa, xatolik EYuK haqiqiy qiymatining necha foizini tashkil qiladi?

19.13. EYuKi $\xi = 1{,}5\,\text{V}$ bo'lgan tok manbaiga $R = 0{,}1\,\Omega$ qarshilikli g'altakni ulashdi. Ampermetr $I_1 = 0{,}5\,\text{A}$ tok kuchini ko'rsatdi. Tok manbaiga xuddi shunday EYuK li yana bitta tok manbaini ketma-ket ulaganlarida o'sha g'altakdagi tok kuchi $I = 0{,}4\,\text{A}$ bo'ldi. Birinchi va ikkinchi tok manbalarining ichki qarshiliklari r_1 va r_2 lar aniqlansin.

19.14. Har biri uchtadan ketma-ket ulangan elementlardan iborat bo'lgan ikki guruh elementlar parallel ulangan. Har bir elementning EYuKi $\xi = 1{,}2\,\text{V}$, ichki qarshiligi esa $r = 0{,}2\,\Omega$. Hosil bo'lgan batareyaga $R = 1{,}5\,\Omega$ tashqi qarshilik ulangan. Tashqi zanjirdagi tok kuchi I topilsin.

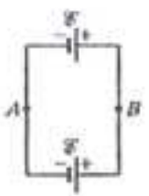
19.15. Har birining EYuK lari ξ va ichki qarshiliklari esa r bo'lgan N ta bir xil galvanik element bor. Shu elementlardan n ta ketma-ket ulangan elementlardan iborat bo'lgan bir nechta parallel ulangan guruhlardan tashkil topgan batareya tuzish talab qilinadi. n ning qanday qiymatida R qarshilikli tashqi zanjirdagi tok kuchi I maksimal bo'ladi? n ning shu qiymatida batareyaning ichki qarshiligi r_i nimaga teng bo'ladi?

19.16. EYuKi $\xi = 1{,}5\,\text{V}$ va ichki qarshiligi $r = 0{,}4\,\Omega$ bo'lgan 12 ta element berilgan. Ulardan tuzilgan batareyadan qarshiligi $R = 0{,}3\,\Omega$ bo'lgan tashqi zanjirda eng katta tok kuchini olish uchun bu elementlar qanday ulanishi kerak? Maksimal tok kuchi I_{max} aniqlansin.



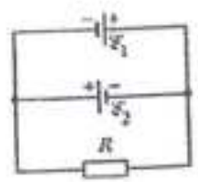
a

19.6-rasm



b

19.7-rasm



19.8-rasm

19.17. EYuK lari $\xi = 1{,}2\,\text{V}$ va ichki qarshiliklari $r = 0{,}4\,\Omega$ bo'lgan ikkita bir xil tok manbai 19.6(a),(b)-rasmlarda ko'rsatilgandek qilib ulangan. Birinchi va ikkinchi hollar uchun zanjirdagi tok kuchi I hamda A va B nuqtalar orasidagi potensiallar farqi U aniqlansin.

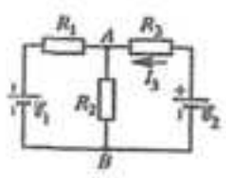
19.18. Ikkita element $\left(\xi_1 = 1{,}2\,\text{V}, r_1 = 0{,}1\,\Omega; \xi_2 = 0{,}9\,\text{V}, r_2 = 0{,}3\,\Omega\right)$ bir xil ismli qutblari bilan ulangan. Tutashtiruvchi simlarning qarshiligi $R = 0{,}2\,\Omega$. Zanjirdagi tok kuchi I aniqlansin.

Kirxgof qoidalari

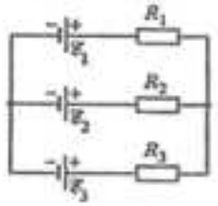
19.19. Ikkita akkumulyatorlar batareyasi $(\xi_1 = 10\,\text{V}, r_1 = 1\,\Omega,$ $\xi_2 = 8\,\text{V}, r_2 = 2\,\Omega)$ va reostat $(R = 6\,\Omega)$ 19.7-rasmda ko'rsatilgandek qilib ulangan. Batareyalar va reostatdagi tok kuchi topilsin.

19.20. Ikkita tok manbai $\left(\xi_1 = 8\,\text{V}, r_1 = 2\,\Omega; \xi_2 = 6\,\text{V}, r_2 = 1{,}5\,\Omega\right)$ va reostat $\left(R = 10\,\Omega\right)$ 19.8-rasmda ko'rsatilgandek qilib ulangan. Reostat orqali o'tayotgan tok kuchi I hisoblansin.

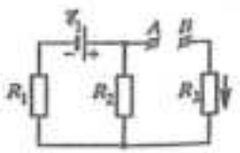
19.21. Agar $\xi_1 = 4\,\text{V}, \xi_2 = 3\,\text{V}, R_1 = 6\,\Omega, R_3 = 1\,\Omega$ (19.9-rasm) bo'lsa, R_3 qarshilikli rezistordagi I_3 tok kuchi va rezistor uchlaridagi kuchlanish U_3 aniqlansin. Tok manbalarining ichki qarshiliklari hisobga olinmasin.



19.9-rasm



19.10-rasm



19.11-rasm

19.22. EYuK lari $\xi_1 = 12\,\text{V}, \xi_2 = 5\,\text{V}, \xi_3 = 10\,\text{V}$ bo'lgan va bir xil $r = 1\,\Omega$ ichki qarshilikli uchta batareya bir xil ismli qutblari bilan o'zaro ulangan. Tutashtiruvchi simlarning qarshiliklari juda kichik. Har bir batareyadan oqayotgan tok kuchi I aniqlansin.

19.23. EYuK lari $\xi_1 = 11\,\text{V}, \xi_2 = 4\,\text{V}, \xi_3 = 6\,\text{V}$ bo'lgan uchta tok manbai va $R_1 = 5\,\Omega$, $R_2 = 10\,\Omega$ va $R_3 = 2\,\Omega$ qarshilikli uchta reostat 19.10-rasmda ko'rsatilgandek qilib ulangan. Reostatlardagi tok kuchlari I aniqlansin. Tok manbalarining ichki qarshiliklari hisobga olinmaydigan darajada kichik.

19.24. $R_1 = 5\,\Omega$, $R_2 = 1\,\Omega$ va $R_3 = 3\,\Omega$ li uchta qarshilik hamda $\xi = 1.4\,\text{V}$ EYuK li tok manbai 19.11-rasmda ko'rsatilgandek qilib ulangan. R_3 qarshilikdan strelka bilan ko'rsatilgan yo'nalishda $I = 1\,\text{A}$ tok oqishi uchun zanjirning A va B nuqtalari orasiga ulanishi kerak bo'lgan tok manbaining EYuK i ξ aniqlansin. Tok manbaining ichki qarshiligi inobatga olinmasin.

Tokning ishi va quvvati

19.25. Ketma-ket ulangan lampochka va reostat tok manbaiga tutashtirilgan. Lampochka qisqichlaridagi kuchlanish $U = 40\,\text{V}$, reostatning qarshiligi $R = 10\,\Omega$. Tashqi zanjir $P = 120\,\text{Vt}$ quvvat iste'mol qiladi. Zanjirdagi tok kuchi I topilsin.

19.26. Akkumulyatorlar batareyasining EYuK $\xi = 12\,\text{V}$, qisqa tutashuv toki $I = 5\,\text{A}$. Shunday batareyaga ulangan tashqi zanjirda qanday eng katta quvvat P_{max} olish mumkin?

19.27. EYuK $\xi = 2\,\text{V}$ va ichki qarshiligi $r = 9.5\,\Omega$ bo'lgan akkumulyatorlar batareyasiga o'tkazgich uladilar. 1) Unda ajraladigan quvvat

maksimal bo'lishi uchun lozim bo'ladigan o'tkazgichning R qarshiligi; 2) bu holda o'tkazgichda ajraladigan P quvvat aniqlansin.

19.28. Batareyaning EYuKi $\xi = 20$ V. Zanjirga ulangan tashqi qarshilik $R = 2\,\Omega$, tok kuchi esa $I = 4\,\text{A}$. Batereyaning FIK topilsin. Tashqi qarshilik R ning qanday qiymatida FIK 99% ga teng bo'ladi?

19.29. Akkumulyatorlar batareyasining qisqichlariga isitgich ulangan. Batareyaning EYuK $\xi = 24$ V, ichki qarshiligi $r = 1\,\Omega$. Zanjirga ulangan isitgich $P = 80$ Vt quvvat iste'mol qiladi. Zanjirdagi tok kuchi I va isitgichning FIK hisoblansin.

19.30. Elektr qaynatgichning o'rami ikki bo'limga ega. Agar faqat birinchi bo'lim ulansa, unda suv $t_1 = 15\,\text{min}$ da qaynaydi. Faqat ikkinchisi ulanganda esa $t_2 = 30\,\text{min}$ da qaynaydi. Agar ikkala bo'lim a) ketma-ket; b) parallel ulansa suv qancha vaqtda qaynaydi?

19.31. $I_1 = 3\,\text{A}$ tok kuchida akkumulyatorlar batareyasining tashqi zanjirida $P_1 = 18\,\text{Vt}$ quvvat ajraladi. $I_2 = 1\,\text{A}$ tok kuchida esa mos ravishda $P_2 = 10\,\text{W}$. Batareyaning EYuK ξ va ichki qarshiligi r aniqlansin.

19.32. Qarshiligi $r = 100\,\Omega$ bo'lgan o'tkazgichdagi tok kuchi $\tau = 30\text{s}$ mobaynida $I_0 = 0$ dan $I_{max} = 10\,\text{A}$ gacha bir tekisda ortadi. Shu vaqt mobaynida o'tkazgichdan ajralib chiqqan issiqlik miqdori Q aniqlansin.

19.33. Qarshiligi $R = 12\,\Omega$ bo'lgan o'tkazgichdagi tok kuchi $\tau = 10$ s mobaynida $I_0 = 5\,\text{A}$ dan $I = 0$ gacha bir tekisda kamayadi. Ko'rsatilgan vaqt oralig'ida shu o'tkazgichda qancha issiqlik miqdori Q ajraladi?

19.34. $R = 3\,\Omega$ qarshilikli o'tkazgichdan kuchi ortib borayotgan tok oqmoqda. $\tau = 8$ s vaqt mobaynida o'tkazgichda ajralgan issiqlik miqdori $Q = 200$ J. Shu vaqt ichida o'tkazgichdan oqib o'tgan zaryad miqdori aniqlansin. Boshlang'ich deb qabul qilingan vaqt momentida o'tkazgichdagi tok kuchi nolga teng.

19.35. $R = 15\,\Omega$ qarshilikli o'tkazgichdagi tok kuchi $t = 5$ s vaqt mobaynida $I_0 = 0$ dan muayyan maksimal qiymatigacha bir tekisda o'sadi. Bu vaqtda o'tkazgichda $Q = 10$ kJ issiqlik miqdori ajraldi. Shu vaqt oralig'i uchun o'tkazgichdagi tok kuchining o'rtacha qiymati $\langle I \rangle$ topilsin.

19.36. O'tkazgichdagi tok kuchi t=10 s vaqt mobaynida $I_0 = 0$ dan biror maksimal qiymatigacha bir tekisda ortadi. Bu vaqt ichida o'tkazgichda $Q = 1$ kJ issiqlik miqdori ajraldi. Agar o'tkazgichning qarshiligi $R = 3\,\Omega$ bo'lsa, undagi tokning o'sish tezligi aniqlansin.

20-§. METALLAR, SUYUQLIKLAR VA GAZLARDA ELEKTR TOKI

Asosiy formulalar

•Tok zichligi $\vec{j}$ zaryad tashuvchilar tartibli harakatining o'rtacha tezligi $\langle\vec{\vartheta}\rangle$ va ularning konsentratsiyasi n lar bilan quyidagi:

$$\vec{j} = en < \vec{\vartheta} >,$$

munosabat orqali bog'langan, bu yerda e–elementar zaryad.

•Om qonunining differensial ko'rinishi:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

bu yerda γ–o'tkazgichning solishtirma elektr o'tkazuvchanligi; $\vec{E}$–elektr maydon kuchlanganligi.

•Joul-Lens qonunining differensial ko'rinishi:

$$\omega = \gamma E^2,$$

bu yerda ω–issiqlik quvvatining hajmiy zichligi.

•Solishtirma elektr o'tkazuvchanlik:

$$\gamma = \frac{\frac{1}{2} e^2 n < l >}{mu},$$

bu yerda e va m–mos ravishda elektronning zaryadi va massasi; n–elektronlarning konsentratsiyasi; $< l >$–ularning erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi; u–elektronlar xaotik harakatining o'rtacha tezligi.

•Videman-Frans qonuni:

$$\frac{\lambda}{\gamma} = 3\frac{k^2}{e^2} T,$$

bu yerda λ–issiqlik o'tkazuvchanlik, k–Bolsman doimiysi, T–temperatura.

•Termparada (termojuftlik) vujudga keladigan issiqlik EYuK:

$$\xi = \alpha (T_1 - T_2),$$

bu yerda α–solishtirma issiqlik EYuK; $(T_1 - T_2)$–termopara uchlaridagi temperaturalar farqi.

•Elektroliz uchun Faradey qonunlari:

1-qonun:

$$m = kQ,$$

bu yerda m–elektrolit orqali Q elektr zaryadi o'tganda elektrolitda ajralib chiqadigan modda massasi; k–moddaning elektrokimyoviy ekvivalenti.

2-qonun:

$$k = \frac{M}{FZ},$$

bu yerda F–Faradey doimiysi (F=96,5 kC/mol); M–berilgan moddaning molyar massasi; Z–ionlarning valentligi.

Umumlashgan qonun:

$$m = \frac{1}{F}\frac{M}{Z} Q = \frac{1}{F}\frac{M}{Z} It,$$

bu yerda I–elektrolit orqali o'tadigan tok kuchi; t–tok oqib o'tishi uchun ketgan vaqt.

•Ionlarning harakatchanligi:

$$b = \frac{< \vartheta >}{E},$$

bu yerda $< \vartheta >$–ionlar tartibli harakatining o'rtacha tezligi; E–elektr maydon kuchlanganligi.

• Elektrolitlar va gazlardagi to'yinishdan uzoq bo'lgan mustaqil razryadlar sohasi uchun Om qonunining differensial ko'rinishi:

$$\vec{j} = Qn(b_+ + b_-)\vec{E},$$

bu yerda Q–ionning zaryadi; n–ionlarning konsentratsiyasi; b_+ va b_-–mos ravishda musbat va manfiy ionlarning harakatchanligi.

• To'yinish tokining zichligi:

$$j_{to'y} = Qn_0 d,$$

bu yerda n_0–vaqt birligida birlik hajmda ionlantiruvchi (ionizator) hosil qiladigan juft ionlar soni; d–elektrodlar orasidagi masofa [$n_0 = N/(Vt)$ bunda N–t vaqtda elektrodlar orasidagi fazoda ionlantiruvchi hosil qiladigan ionlar juftlari soni; V–shu fazoning hajmi].

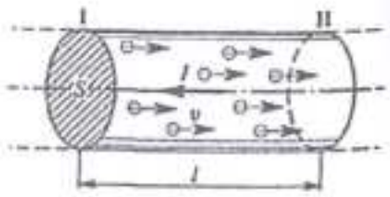
Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Kesimining diametri d=0,6 mm bo'lgan temir o'tkazgichdan 16 A tok oqmoqda. Erkin elektronlar konsentratsiyasi n ni o'tkazgich atomlarining konsentratsiyasi n' ga teng deb hisoblab, elektronlar yo'nalgan (tartibli) harakatining o'rtacha tezligi $\langle\vartheta\rangle$ aniqlansin.

Yechish: Elektronlarning yo'nalgan (tartibli) harakatining o'rtacha tezligi

$$\langle\vartheta\rangle = l/t \qquad (1)$$

formula bo'yicha aniqlanadi, bunda t - o'tkazgichning I va II kesimlar orasida turgan bo'lagidagi barcha erkin elektronlarning II kesimdan o'tish vaqti (20.1 rasm). Ular $Q=eN$ zaryadni olib o'tadi va



20.1-rasm

$$I=\frac{Q}{t}=\frac{eN}{t}. \qquad (2)$$

tok hosil qiladi, bunda e–elementar zaryad; N–o'tkazgich bo'lagidagi elektronlar soni; t–zaryadning o'tish vaqti.

V hajmli o'tkazgich bo'lagidagi erkin elektronlar sonini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$N=nV=nlS, \qquad (3)$$

bu yerda S–kesim yuzasi.

Masalaning shartiga ko'ra $n=n'$. Binobarin,

$$n=n'=\frac{N_A}{V_M}=\frac{N_A}{M/\rho}=\frac{N_A\rho}{M}, \qquad (4)$$

bu yerda N_A–Avogadro doimiysi, V_M–metallning molyar hajmi; M–metallning molyar massasi; ρ–uning zichligi.

Ketma-ket ravishda (4) formuladan n ning ifodasini (3) tenglikka va (3) formuladan N ni (2) tenglikka qo'yib quyidagini olamiz:

$$I=\frac{N_A\rho lSe}{Mt}.$$

Bundan esa

$$l=\frac{IMt}{N_A\rho Se}.$$

l ning ifodasini (1) formulaga qo'yib, t ga qisqartirib va o'tkazgich kesimining yuzasi S ni diametr d orqali ifodalab, elektronlar yo'nalgan harakatining o'rtacha tezligini topamiz:

$$\langle\vartheta\rangle=\frac{4IM}{\pi d^2N_A\rho e}.$$

Shu formulaga binoan hisoblashni bajaramiz:

$$\langle\vartheta\rangle=\frac{4\cdot16\cdot56\cdot10^{-3}}{3.14\cdot(0.6\cdot10^{-3})\cdot6.02\cdot10^{23}\cdot98\cdot10^{3}\cdot1.60\cdot10^{-19}}\frac{\text{m}}{\text{s}}=4.20\cdot10^{-3}\frac{\text{m}}{\text{s}}=4.20\frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

2 -masala. EYuKi $\xi=6$ V bo'lgan o'zgarmas tok manbai zanjiriga $R=80$ Ω qarshilikli rezistor ulangan. 1) Ko'ndalang kesimining yuzasi $S=2\,\text{mm}^2$

bo'lgan tutashtiruvchi simlardagi tok zichligi; 2) $t=1$ s vaqtda simlar kesimidan o'tayotgan elektronlar soni N aniqlansin. Tok manbaining va tutashtiruvchi simlarning qarshiliklari hisobga olinmasin.

Yechish: 1. Ta'rifga ko'ra tok zichligi tok kuchi I ning simning ko'ndalang kesimi yuzasiga nisbatiga teng:

$$j=\frac{I}{S}. \qquad (1)$$

Bu formuladagi tok kuchini Om qonuni bo'yicha ifodalaymiz:

$$I=\frac{\xi}{R+R_t+r_t}, \qquad (2)$$

bu yerda R–rezistorning qarshiligi; R_t–tutashtiruvchi simlarning qarshiligi; r_t–tok manbaining ichki qarshiligi.

(2) formuladagi R_t va r_t qarshiliklarni hisobga olmagan holda quyidagini olamiz:

$$I=\frac{\xi}{R}.$$

Tok kuchning bu ifodasini (1) ga qo'ysak,

$$j=\xi/(RS),$$

ifoda kelib chiqadi. Olingan formula bo'yicha hisoblash o'tkazib quyidagi natijani olamiz:

$$j=\frac{6}{80\cdot2\cdot10^{-6}}\frac{A}{m^2}=3.75\cdot10^4\,\text{A/m}^2.$$

2. t vaqtda ko'ndalang kesim yuzasidan o'tadigan elektronlar sonini shu vaqtda kesim orqali oqib o'tgan Q zaryadni elementar zaryadga bo'lib topamiz:

$$N=Q/e,$$

yoki $Q=It$ va $I=\xi/R$ ekanligini hisobga olganda,

$$N=\frac{\xi t}{eR}.$$

Olingan ifodaga kattaliklarning son qiymatlarini qo'yamiz va hisoblaymiz (elementar zaryadni 24-jadvaldan olamiz: $e=1.6\cdot10^{-19}$ C)

$$N=\frac{6\cdot1}{80\cdot1.6\cdot10^{-19}}=4.69\cdot10^{17}\text{ ta elektron.}$$

3-masala. Yassi kondensator qoplamalari orasidagi fazoning hajmi $V=375\,\text{cm}^3$ bo'lib, qisman ionlangan vodorod bilan to'ldirilgan.

Kondensator qoplamalarining yuzasi S=250 cm^2. Agar har ikki xil ishorali ionlarning gazdagi konsentratsiyalari n=5,3·10^7 cm^{-3} bo'lsa, kondensator qoplamalari orasidagi qanday U kuchlanishda kondensator orqali o'tayotgan I tok kuchi 2 μA qiymatga erishadi? Ionlarning harakatchanligi $b_+ = 5{,}4\cdot10^{-4}\ m^2/(V\cdot s)$ va $b_- = 7{,}4\cdot10^{-4}\ m^2/(V\cdot s)$ deb qabul qilinsin.

Yechish: Kondensator qoplamalari orasidagi U kuchlanish qoplamalar orasidagi elektr maydon kuchlanganligi E va ular orasidagi masofa d bilan quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$U = E\cdot d \qquad (1)$$

Maydon kuchlanganligini bilgan holda tok zichligini aniqlashimiz mumkin:

$$j = Qn\,(b_+ + b_-)\,E,$$

bu yerda Q–ionning zaryadi. Bundan:

$$E = \frac{j}{Qn\,(b_+ + b_-)} = \frac{I}{Qn\,(b_+ + b_-)\,S} \qquad (2)$$

formulaga kiruvchi qoplamalar orasidagi d masofani

$$d = \frac{V}{S},$$

munosabatdan topamiz.

E va d larning ifodalarini (1) ga qo'yib quyidagini olamiz:

$$U = \frac{I\cdot V}{Qn\,(b_+ + b_-)\,S^2} \qquad (3)$$

Hosil qilingan hisoblash formulasining o'ng tomoni kuchlanish birligini berish yoki bermasligini tekshiramiz:

$$\frac{[I]\cdot[V]}{[Q][n]\,[b]\,[S^2]} = \frac{1\text{A}\cdot1\text{m}^2}{1\text{C}\cdot\text{m}^{-3}\left[1\frac{\text{m}^2}{\text{V}\cdot\text{s}}\right]\text{m}^4} = \frac{1\text{A}\cdot1\text{m}^2\cdot1\text{s}\cdot1\text{V}}{1\text{C}\cdot\text{m}^6} = \frac{1\text{C}\cdot1\text{V}}{1\text{C}} = 1\text{V}.$$

(2) formulaga kattaliklarning qiymatlarini qo'yib hisoblasak,

$$U = \frac{2\cdot10^{-6}\cdot375\cdot10^{-6}}{1.6\cdot10^{-19}\cdot5.3\cdot10^{21}\cdot(5.4+7.4)\cdot10^{-4}\cdot(250\cdot10^{-4})^2}\,\text{V} = 110\,\text{V}.$$

4 -masala. Agar elektrolit orqali oqayotgan tok zichligi j=30 A/m^2 bo'lsa, elektroliz natijasida metallning yassi sirtidagi nikel qatlamining o'sish tezligi u (μ m/soat) aniqlansin. Nikel ikki valentli deb hisoblansin.

Yechish: Masalani yechish uchun Faradeyning umumlashgan qonunidan foydalanamiz:

$$m = \frac{1}{F}\frac{M}{Z}It \qquad (1)$$

Nikelning elektrolitik ajralishini metallning butun sirti bo'ylab bir tekisda bo'ladi deb hisoblaymiz. Unda t vaqtda ajralgan nikelning massasi m ni zichlik ρ, metall sirtining yuzasi S va nikel qatlamining qalinligi h orqali ifodalash mumkin:

$$m = \rho Sh. \qquad (2)$$

Tok kuchi I ni tok zichligi va metall sirtining yuzasi orqali ifodalaymiz:

$$I = j\cdot S. \qquad (3)$$

Massaning (2) va tok kuchining (3) ifodalarini (1) formulaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$\rho h = \frac{1}{F}\frac{M}{Z}jt. \qquad (4)$$

Tok zichligi o'zgarmas bo'lganda biror vaqt oralig'ida o'sgan qatlam qalinligining shu oraliqqa nisbati bilan aniqlanadigan $u=h/t$ nikel qatlamining o'sishi o'zgarmas u tezlik bilan ro'y beradi. U holda (4) formuladan quyidagi kelib chiqadi:

$$u = \frac{1}{F}\frac{Mj}{Z\rho}.$$

Tenglikning o'ng tomoni tezlik birligini berishiga ishonch hosil qilamiz:

$$\frac{[M][j]}{[F][\rho]} = \frac{1\text{kg/mol}\cdot1\text{A/m}^2}{1\text{kg/mol}\cdot1\text{kg/m}^3} = \frac{1\text{A}\cdot1\text{m}}{1\text{A}\cdot1\text{s}} = 1\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Bunda valentlik Z nomlanmagan (o'lchamsiz) kattalik ekanligi hisobga olingan. SI birliklarida ifodalab, kattaliklarning qiymatlarini yozamiz: $F = 9{,}65\cdot10^7$ C/mol (24-jadvalga qarang). M=58,7·kg/mol (D.Mendeleyevning elementlar davriy sistemasiga qarang Z=2, j=30 A/m^2, ρ=8,8·10^3 kg/m^3 (9-jadvalga qarang).

Son qiymatlarni qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$u = \frac{58{,}7\cdot10^{-3}\cdot30}{9{,}65\cdot10^4\cdot28.8\cdot10^3}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 1.04\cdot10^{-10}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}74\frac{\mu\text{m}}{\text{soat}}.$$

Masalalar

Metallardo elektr toki

20.1. Kesimining yuzasi S=4 mm^2 bo'lgan metall o'tkazgichdagi tok kuchi I=0,8 A. Metallning har bir santimetr kubida n=2,5·10^{22} ta erkin

elektron bor deb hisoblab, ularning tartibli harakati o'rtacha tezligi $\langle \vartheta \rangle$ aniqlansin.

20.2. O'tkazgich kesimining yuzasi S=1 mm^2, o'tkazgichdan o'tayotgan tok kuchi I=10 A bo'lganda mis o'tkazgichdagi elektronlarning tartibli harakati o'rtacha tezligi $\langle \vartheta \rangle$ aniqlansin. Misning har bir atomiga ikkita o'tkazuvchanlik elektroni to'g'ri keladi, deb qabul qilinsin.

20.3. Alyuminiy simdagi tok zichligi j =1 A/mm^2. Alyuminiyning 1cm^3 dagi erkin elektronlari soni atomlari soniga teng deb faraz qilib, elektronlarning tartibli harakati o'rtacha tezligi $\langle \vartheta \rangle$ topilsin.

20.4. Mis o'tkazgichdagi tokning zichligi j=3 A/mm^2. O'tkazgichdagi elektr maydon kuchlanganligi E topilsin.

20.5. Uzunligi l=2 m va ko'ndalang kesimining yuzasi S =0,4 mm^2 bo'lgan mis o'tkazgichdan tok oqib o'tmoqda. Bunda har bir sekundda Q=0,35 J issiqlik miqdori ajralmoqda. Bu o'tkazgichning ko'ndalang kesim yuzasidan 1 s da nechta N elektron o'tadi?

20.6. t=1 min mobaynida V=6 cm^3 hajmli mis o'tkazgichdan o'zgarmas tok o'tganida Q=216 J issiqlik miqdori ajralib chiqdi. O'tkazgichdagi elektr maydon kuchlanganligi E hisoblansin.

Metallar elektr o'tkazuvchanligining klassik nazariyasi

20.7. Metall o'tkazgich a =100 m/s^2 tezlanish bilan harakatlanmoqda. Erkin elektronlar modelidan foydalanib o'tkazgichdagi elektr maydon kuchlanganligi E aniqlansin.

20.8. Radiusi R=0,5 m bo'lgan mis disk markazidan o'tuvchi va disk tekisligiga tik bo'lgan o'qqa nisbatan bir tekisda aylanmoqda (ω =104 rad/s). Disk markazi va uning chekka nuqtalari orasida hosil bo'ladigan potensiallar farqi aniqlansin.

20.9. Metall tayoqcha o'z o'qi bo'ylab ϑ=200 m/s tezlik bilan harakatlanmoqda. Agar tayoqchaning uzunligi l=20 m, zanjirning to'liq qarshiligi (galvanometr zanjirini ham hisoblaganda) R=10 mΩ bo'lsa, tayoqcha keskin to'xtatilganda uning uchlariga ulangan galvanometr orqali oqib o'tuvchi zaryad miqdori Q aniqlansin.

20.10. Metallning solishtirma qarshiligi γ=10 Mm/m. Agar erkin elektronlarning konsentratsiyasi n=1028 m^{-3} bo'lsa, elektronlarning metalldagi erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi l hisoblansin.

Elektronlarning tartibsiz harakati o'rtacha tezligi u=1 mm/s deb qabul qilinsin.

20.11. Agar erkin elektronlarning konsentratsiyasi n =1029 m^{-3} bo'lsa, erkin elektronlar modeliga asoslanib metall ichidagi elektrolarning t =1 s vaqt mobaynidagi urilishlari o'rtacha soni Z aniqlansin. Metallning solishtirma qarshiligi γ=10 MΩ/s deb qabul qilinsin.

20.12. Agar issiqlik o'tkazuvchanlikning solishtirma elektr o'tkazuvchanlikga nisbati λ/γ=6,7·10^{-8} V^2/K bo'lsa, metallar elektr o'tkazuvchanligining klassik nazariyasiga asoslanib elektronlarning metalldagi o'rtacha kinetik energiyasi $\langle \xi \rangle$ aniqlansin.

20.13. Agar tok zichligi j=10 A/mm^2 bo'lsa, metall o'tkazgichdagi issiqlik quvvatining hajmiy zichligi ω aniqlansin. O'tkazgichdagi elektr maydonning kuchlanganligi E=1 mV/m.

20.14. Qarshiligi R_1=50 Ω bo'lgan mis-konstantan termopara R_2=100 Ω qarshilikli galvanometrga ulangan. Termoparaning kavsharlangan joyi qaynoq suyuqlikka eriyotgan muzga, boshqasi esa eriyotgan muzga botirilgan. Zanjirdagi tok kuchi I=37μA, termopara doimiysi k =43 μV/K. Suyuqlikning temperaturasi t aniqlansin.

20.15. Kavsharlangan joyi va bir uchi orasidagi Δt temperaturalar farqi 50°C ga teng bo'lgan R_1= 4 Ω qarshilikli termopara va R_2=80 Ω qarshilikli galvanometrdan tashkil topgan zanjirdagi tok kuchi I =26 μA. Termopara doimiysi k aniqlansin.

Suyuqliklarda tok

20.16. Tok kuchi I=5 A bo'lganda t=10 min vaqt davomida elektrolitik vannada m=1,02 g ikki valentli metall ajraldi. Uning nisbiy atom massasi A_r aniqlansin.

20.17. Ikkala elektrolitik vanna ketma-ket ulangan. Birinchi vannada m_1=3,9 g rux, ikkinchisida xuddi shu vaqt mobaynida m_2=2,24 g temir ajraldi. Rux ikki valentli. Temirning valentligi aniqlansin.

20.18. Mis kuporosi eritmasi solingan elektrolitik vanna EYuKi ξ = 4 V va ichki qarshiligi r=0,1 Ω bo'lgan akkumulyatorlar batareyasiga ulangan. Agar qutblanish EYuKi ξ_k =1.5 V va eritmaning qarshiligi R=0,5Ω bo'lsa, elektrolizda t=10 min vaqt mobaynida ajraladigan mis massasi aniqlansin. Mis ikki valentli.

elektron bor deb hisoblab, ularning tartibli harakati o'rtacha tezligi $\langle \vartheta \rangle$ aniqlansin.

20.2. O'tkazgich kesimining yuzasi $S=1\ mm^2$, o'tkazgichdan o'tayotgan tok kuchi $I=10$ A bo'lganda mis o'tkazgichdagi elektronlarning tartibli harakati o'rtacha tezligi $\langle \vartheta \rangle$ aniqlansin. Misning har bir atomiga ikkita o'tkazuvchanlik elektroni to'g'ri keladi, deb qabul qilinsin.

20.3. Alyuminiy simdagi tok zichligi $j=1\ A/mm^2$. Alyuminiyning $1 cm^3$ dagi erkin elektronlari soni atomlari soniga teng deb faraz qilib, elektronlarning tartibli harakati o'rtacha tezligi $\langle \vartheta \rangle$ topilsin.

20.4. Mis o'tkazgichdagi tokning zichligi $j=3\ A/mm^2$. O'tkazgichdagi elektr maydon kuchlanganligi E topilsin.

20.5. Uzunligi $l=2$ m va ko'ndalang kesimining yuzasi $S=0,4\ mm^2$ bo'lgan mis o'tkazgichdan tok oqib o'tmoqda. Bunda har bir sekundda $Q=0,35$ J issiqlik miqdori ajralmoqda. Bu o'tkazgichning ko'ndalang kesim yuzasidan 1 s da nechta N elektron o'tadi?

20.6. $t=1$ min mobaynida $V=6\ cm^3$ hajmli mis o'tkazgichdan o'zgarmas tok o'tganida $Q=216$ J issiqlik miqdori ajralib chiqdi. O'tkazgichdagi elektr maydon kuchlanganligi E hisoblansin.

Metallar elektr o'tkazuvchanligining klassik nazariyasi

20.7. Metall o'tkazgich $a=100\ m/s^2$ tezlanish bilan harakatlanmoqda. Erkin elektronlar modelidan foydalanib o'tkazgichdagi elektr maydon kuchlanganligi E aniqlansin.

20.8. Radiusi $R=0,5$ m bo'lgan mis disk markazidan o'tuvchi va disk tekisligiga tik bo'lgan o'qqa nisbatan bir tekisda aylanmoqda ($\omega=104$ rad/s). Disk markazi va uning chekka nuqtalari orasida hosil bo'ladigan potensiallar farqi aniqlansin.

20.9. Metall tayoqcha o'z o'qi bo'ylab $\vartheta=200$ m/s tezlik bilan harakatlanmoqda. Agar tayoqchaning uzunligi $l=20$ m, zanjirning to'liq qarshiligi (galvanometr zanjirini ham hisoblaganda) $R=10$ mΩ bo'lsa, tayoqcha keskin to'xtatilganda uning uchlariga ulangan galvanometr orqali oqib o'tuvchi zaryad miqdori Q aniqlansin.

20.10. Metallning solishtirma qarshiligi $\gamma=10$ Mm/m. Agar erkin elektronlarning konsentratsiyasi $n=1028\ m^{-3}$ bo'lsa, elektronlarning metalldagi erkin yugurish yo'lining o'rtacha uzunligi l hisoblansin.

Elektronlarning tartibsiz harakati o'rtacha tezligi $u=1$ mm/s deb qabul qilinsin.

20.11. Agar erkin elektronlarning konsentratsiyasi $n=1029\ m^{-3}$ bo'lsa, erkin elektronlar modeliga asoslanib metall ichidagi elektrolarning $t=1$ s vaqt mobaynidagi urilishlari o'rtacha soni Z aniqlansin. Metallning solishtirma qarshiligi $\gamma=10$ MΩ/s deb qabul qilinsin.

20.12. Agar issiqlik o'tkazuvchanlikning solishtirma elektr o'tkazuvchanlikga nisbati $\lambda/\gamma=6,7\cdot10^{-6}\ V^2/K$ bo'lsa, metallar elektr o'tkazuvchanligining klassik nazariyasiga asoslanib elektronlarning metalldagi o'rtacha kinetik energiyasi $\langle \xi \rangle$ aniqlansin.

20.13. Agar tok zichligi $j=10\ A/mm^2$ bo'lsa, metall o'tkazgichdagi issiqlik quvvatining hajmiy zichligi ω aniqlansin. O'tkazgichdagi elektr maydonning kuchlanganligi $E=1$ mV/m.

20.14. Qarshiligi $R_1=50$ Ω bo'lgan mis-konstantan termopara $R_2=100$ Ω qarshilikli galvanometrga ulangan. Termoparaning kavsharlangan joyi qaynoq suyuqlikka eriyotgan muzga, boshqasi esa eriyotgan muzga botirilgan. Zanjirdagi tok kuchi $I=37$μA, termopara doimiysi $k=43$ μV/K. Suyuqlikning temperaturasi t aniqlansin.

20.15. Kavsharlangan joyi va bir uchi orasidagi Δt temperaturalar farqi 50°C ga teng bo'lgan $R_1=4$ Ω qarshilikli termopara va $R_2=80$ Ω qarshilikli galvanometrdan tashkil topgan zanjirdagi tok kuchi $I=26$ μA. Termopara doimiysi k aniqlansin.

Suyuqliklarda tok

20.16. Tok kuchi $I=5$ A bo'lganda $t=10$ min vaqt davomida elektrolitik vannada $m=1,02$ g ikki valentli metall ajraldi. Uning nisbiy atom massasi A_r aniqlansin.

20.17. Ikkala elektrolitik vanna ketma-ket ulangan. Birinchi vannada $m_1=3,9$ g rux, ikkinchisida xuddi shu vaqt mobaynida $m_2=2,24$ g temir ajraldi. Rux ikki valentli. Temirning valentligi aniqlansin.

20.18. Mis kuporosi eritmasi solingan elektrolitik vanna EYuKi $\xi=4$ V va ichki qarshiligi $r=0,1$ Ω bo'lgan akkumulyatorlar batareyasiga ulangan. Agar qutblanish EYuKi $\xi_k=1,5$ V va eritmaning qarshiligi $R=0,5$Ω bo'lsa, elektrolizda $t=10$ min vaqt mobaynida ajraladigan mis massasi aniqlansin. Mis ikki valentli.

20.19. Agar mis kuporosining elektrolizi jarayonida eritmadan o'tayotgan tokning zichligi j=80 A/m^2 bo'lsa, t=5soat vaqt ichida ajralib chiqadigan mis qatlamining qalinligi h aniqlansin.

20.20. Mis kuporosining eritmasi solingan elektrolitik vannadan o'tayotgan tok kuchi Δt =20 s vaqt davomida I_0=0 dan I=2 A gacha bir tekis ortadi. Shu vaqt mobaynida vanna katodida ajralgan misning massasi m aniqlansin.

20.21. Elektrolitik vannadagi eritma orqali Q=193 C zaryad o'tdi. Bunda katodda modda miqdori ν=1 mol bo'lgan metall ajraldi. Metallning valentligi Z aniqlansin.

20.22. Agar eritma orqali t=5 min vaqt davomida I=2 A tok oqib o'tgan bo'lsa, elektrolitik vanna katodida o'tirib qoladigan ikki valentli metallning modda miqdori ν va atomlar soni N aniqlansin.

20.23. Tok zichligi j=10 A/m^2 bo'lganda t =5 min vaqt mobaynida elektrod sirtining 1 sm^2 yuzasida ikki valentli metallning nechta atomi ajraladi?

Gazlarda elektr toki

20.24. Vodorod atomining ionlashish energiyasi E_i=2,18·10^{-18} J. Vodorodning ionlashish potensiali U_i aniqlansin.

20.25. Agar azotning ionlashish potensiali U_i=14,5 V bo'lsa, azot atomini ionlashtirish uchun elektron qanday eng kichik ϑ_{min} tezlikka ega bo'lishi kerak?

20.26. Atomlarning ilgarilanma harakati o'rtacha kinetik energiyasi to'qnashish yo'li bilan ionlashtirishga yetarli bo'lishi uchun atomar vodorodning temperaturasi T qanday bo'lishi kerak? Atomar vodorodning ionlashish potensiali U_i=13,6 V.

20.27. Ionizatsion kamera elektrodlarining o'rtasidan elektrodlarga parallel ravishda va o'z yo'lida ionlar zanjirini hosil qilganicha α zarra uchib o'tdi. Agar elektrodlar orasidagi masofa d=4 cm, potensiallar farqi U=5 kV va har ikkala ishorali ionlarning ham harakatchanligi o'rtacha b=2 cm^2/(V·s) bo'lsa, α-zarra uchib o'tganidan qancha vaqt o'tgach ionlar elektrodlarga yetib boradi?

20.28. Azot rentgen nurlari bilan ionlashtirilmoqda. Agar muvozanat sharoitida gazning har bir kub santimetrida n_0=10^7 juft ion mavjud bo'lsa, azotning o'tkazuvchanligi G aniqlansin. Musbat ionlarning harakatchanligi b =1,28 cm^2/(V·s), manfiylariniki esa b =1,81 cm^2/(V·s)

20.29. Ionizatsion kamera yassi elektrodlari orasidagi havo rentgen nurlari bilan ionlashtirilmoqda. Kamera orqali o'tayotgan tok kuchi I=1,2 μA. Har bir elektrodning yuzasi S =300 cm^2 , ular orasidagi masofa d =2 cm va potensiallar farqi 100 V ga teng. Agar tok to'yinishi holatidan uzoqda bo'lsa, plastinalar orasidagi juft ionlar konsentrasiyasi n topilsin. Musbat ionlarning harakatchanligi b =1,4 cm^2/(V·s) va manfiylariniki b =1,9 cm^2/(V·s). Har bir ionning zaryadi elementar zaryadga teng.

20.30. Ionizatsion kamera elektrodlari orasidagi gazning hajmi V =0,5l. Gaz rentgen nurlari bilan ionlashtirilmoqda. To'yinish tokining $I_{to'y}$=4 nA ga teng. 1 s da 1 cm^3 gazda necha juft ion hosil bo'ladi? Har bir ionning zaryadi elementar zaryadga teng deb olinsin.

20.31. Ionizator ta'sirida kondensator qoplamalari orasidagi fazoning har bir santimetr kubida har sekundda har biri elementar zaryadga ega bo'lgan n_0=10^{11} ion jufti hosil bo'lsa, kondensator qoplamalari orasidagi to'yinish toki topilsin. Kondensator qoplamalari orasidagi masofa d=1 cm, qoplamalarning yuzasi S=100 cm^2.

20.32. Yassi elektrodlari orasidagi masofa d=5 cm bo'lgan ionizatsion kamerada zichligi j=16 μA/m^2 bo'lgan to'yinish toki o'tadi. Kamera ichidagi har bir santimetr kubda 1 s da hosil bo'ladigan juft ionlar soni n aniqlansin.

5-bob. ELEKTROMAGNETIZM

21-§. O'ZGARMAS TOKNING MAGNIT MAYDONI

Asosiy formulalar

• Bio-Savar-Laplas qonuni:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi}[d\vec{l}, d\vec{r}]\frac{1}{r^3},$$

bu yerda $d\vec{B}$ –tokli o'tkazgich elementi hosil qiladigan magnit maydon induksiyasi; μ–magnit singdiruvchanlik; μ_0–magnit doimiysi ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m); $d\vec{l}$ – moduli bo'yicha o'tkazgich uzunligi dl ga teng va yo'nalishi bo'yicha tok bilan mos keluvchi vektor (o'tkazgich elementi); I – tok kuchi; $\vec{r}$ –o'tkazgich elementining markazidan magnit induksiyasi aniqlanadigan nuqtaga o'tkazilgan radius-vektor.

$d\vec{B}$ vektorning moduli:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi}\frac{I \sin\alpha}{r^2}dl,$$

formula bilan ifodalanadi, bu yerda α – $d\vec{l}$ va $d\vec{r}$ vektorlar orasidagi burchak.

• Magnit induksiyasi $\vec{B}$ magnit maydon kuchlanganligi $\vec{H}$ bilan (bir jinsli izotrop muhit holida)

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

munosabat orqali bog'langan;

vakuumda esa:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}.$$

• Tokli aylanma o'tkazgich markazidagi magnit induksiyasi:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2}\frac{I}{R},$$

R – o'tkazgichning egrilik radiusi.

• Tokli cheksiz uzun to'g'ri o'tkazgich hosil qiladigan magnit maydon induksiyasi:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2}\frac{I}{r_0},$$

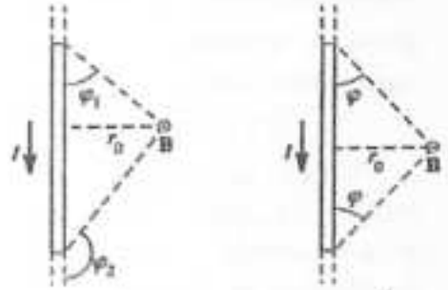
bu yerda r_0 – o'tkazgichning o'qigacha bo'lgan masofa.

O'tkazgichning bir bo'lagi hosil qiladigan magnit maydon induksiyasi:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi}\frac{I}{r_0}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2).$$

Belgilashlar 21.1a-rasmda keltirilgan. Induksiya vektori $\vec{B}$ chizma tekisligiga tik, biz tomonga yo'nalgan va shuning uchun nuqta bilan tasvirlangan.

O'tkazgich uchlari magnit induksiyasi aniqlanayotgan nuqtaga nisbatan simmetrik joylashganda (21.1b-rasm) $\cos\varphi = \cos\varphi_1 - \cos\varphi_2$ va natijada



21.1-rasm

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cos\varphi.$$

• Solenoidning o'zining ichki qismida (yoki toroidning o'z o'qida) hosil qilgan magnit maydon induksiyasi:

$$B = \mu_0 \mu n I,$$

bu yerda n – solenoidning birlik uzunligiga to'g'ri keluvchi o'ramlar soni; I – bir o'ramdagi tok kuchi.

• Magnit maydonining superpozitsiya prinsipi: natijaviy maydonning magnit induksiyasi $\vec{B}$ qo'shiluvchi maydonlar magnit induksiyalari $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ .... $\vec{B}_n$ larning vektor yig'indisiga teng, ya'ni:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i.$$

Xususiy holda, ikki maydon qo'shilshida:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Yig'indi maydon induksiyasining moduli esa:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos\alpha},$$

bu yerda α – $\vec{B}_1$ va $\vec{B}_2$ vektorlar orasidagi burchak.

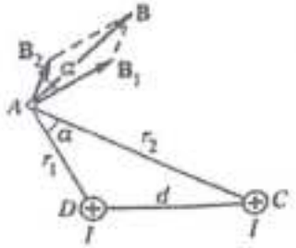
Masalalar yechishga doir namunalar

1 – masala. Bir xil yo'nalishda I=60 A dan tok oqayotgan ikkita cheksiz uzun parallel sim bir-biridan $d = 10$ cm masofada joylashgan. O'tkazgichlarning biridan $r_1 = 5$ cm va boshqasidan $r_2 = 12$ cm masofada turgan nuqtadagi magnit induksiya B aniqlansin.

Yechish. Ko'rsatilgan A nuqtadagi (21.2-rasm) magnit maydon induksiyasini topish uchun har bir o'tkazgich alohida hosil qilgan maydonlar

induksiya vektorlari $\vec{B}_1$ va $\vec{B}_2$ larning yo'nalishlarini aniqlaymiz va ularni geometrik qo'shamiz, ya'ni $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ induksiya modulini kosinuslar teoremasidan topamiz:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}\,. \qquad (1)$$



21.2-rasm

B_1 va B_2 induksiyalarning qiymatllari mos ravishda tok kuchi I va simdan nuqtagacha bo'lgan masofalar r_1 va r_2 orqali ifodalanadi. Biz hisoblayotgan induksiyalar:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

B_1 va B_2 larni (1) formulaga qo'yib, $\frac{\mu_0 I}{2\pi}$ ni ildiz belgisidan tashqariga chiqarsak,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha} \qquad (2)$$

kelib chiqadi. Bu tenglikning o'ng tomoni magnit induksiyasining birligi (Tl) ni berishiga ishonch hosil qilamiz:

$$\frac{\mu_0 I}{[r^2]^{1/2}} = \frac{1\frac{H}{m}\cdot 1A}{1m} = \frac{1H\cdot(1A)^2}{1A\cdot(1m)^2} = \frac{1J}{1A\cdot 1m} = 1Tl.$$

Bu yerda biz magnit induksiyasini aniqlovchi formula (B) dan foydalandik. Undan

$$1Tl = \frac{1H\cdot(1A)^2}{1A\cdot(1m)^2} = \frac{1J}{1A\cdot 1m}$$

kelib chiqadi.

$\cos\alpha$ ni hisoblaymiz. $\alpha = \angle DAC$ ekanligini bilgan holda, kosinuslar teoremasiga asosan $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha$ ni yozamiz, bu yerda d–simlar orasidagi masofa. Bundan

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}.$$

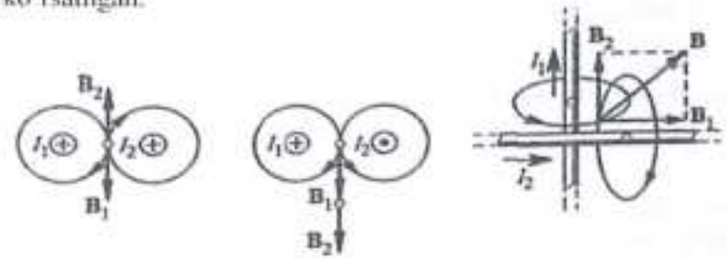
Berilgan kattaliklarni qo'yib, kosinusning qiymatini hisoblaymiz:

$$\cos\alpha = 0{,}576.$$

(2) formulaga μ_0, I, r_1,r_2 va $\cos\alpha$ larning qiymatlarini qo'yib oxirgi natijani olamiz:

$$B = 286\ \mu Tl.$$

2-masala. Havoda bir-biridan r=5 cm masofada turgan ikkita to'g'ri uzun simning har biridan I=10 A dan tok oqmoqda. Quyidagi hollar uchun simlar orasidagi masofaning o'rtasidagi nuqtada toklar hosil qiladigan magnit maydon induksiyasi B aniqlansin: 1) Simlar parallel, toklar bir xil yo'nalishda oqmoqda (21.3a-rasm); 2) simlar parallel, toklar qarama-qarshi yo'nalishlarda oqmoqda (21.3b-rasm); 3) simlar o'zaro tik, toklarning yo'nalishlari 21.3v-rasmda ko'rsatilgan.



a b v

21.3-rasm

Yechish: Magnit maydonining natijaviy induksiyasi quyidagi vektor yig'indiga teng: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, bu yerda $\vec{B}_1 - I_1$ tok hosil qiladigan maydon induksiyasi; $\vec{B}_2 - I_2$ tok hosil qiladigan maydon induksiyasi. Agar $\vec{B}_1$ va $\vec{B}_2$ vektorlar bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgan bo'lsa, vektor yig'indi algebraik yig'indi bilan almashtirilishi mumkin:

$$B = B_1 + B_2. \qquad (1)$$

bunda B_1 va B_2 qo'shiluvchilar mos ishoralari bilan olinishi kerak. Mazkur masaladagi har uchchala holda ham B_1 va B_2 induksiyalarning modullari bir xil, chunki nuqta bir xil tok oqayotgan simlardan teng masofalarda olingan. Bu induksiyalarni

$$B = \mu_0 I/(2\pi r) \qquad (2)$$

formula bo'yicha hisoblaymiz.

Kattaliklarning qiymatlarini (2) formulaga qo'yib, B_1 va B_2 larning modullarini topamiz:

$$B_1 = B_2 = 80\,\mu Tl.$$

1-hol. $\vec{B}_1$ va $\vec{B}_2$ vektorlar bir to'g'ri chiziq bo'ylab bir tomonga yo'nalgan (21.3a-rasm); binobarin natijaviy induksiya $\vec{B}$ (1) formulaga ko'ra aniqlanadi. Yuqoriga yo'nalishni musbat deb, pastga yo'nalishni esa manfiy deb qabul qilib, quyidagilarni olamiz:

$$B_1 = -80\,\mu\text{Tl}, \quad B_2 = 80\,\mu\text{Tl},$$

B_1 va B_2 larning bu qiymatlarini (1) formulaga qo'ysak,

$$B = B_1 + B_2 = 0$$

kelib chiqadi.

2-hol. $\vec{B}_1$ va $\vec{B}_2$ vektorlar bir to'g'ri chiziq bo'ylab bir tomonga yo'nalgan (21.3, b-rasm). Shuning uchun quyidagini yozishimiz mumkin:

$$B_1 = B_2 = -80\,\mu\text{Tl}.$$

B_1 va B_2 larning qiymatlarini (1) formulaga qo'ysak,

$$B = B_1 + B_2 = -160\,\mu\text{Tl}.$$

3-hol. Toklarning simlar orasidagi masofaning o'rtasida joylashgan nuqtadagi magnit maydon induksiya vektorlari o'zaro tik yo'nalgan (21.3b-rasm). Natijaviy induksiya moduli va yo'nalishi bo'yicha tomonlari B_1 va B_2 vektorlardan iborat bo'lgan kvadratning diagonalidir. Pifagor teoremasidan:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

ifodani olamiz. B_1 va B_2 larning qiymatlarini (3) formulaga qo'yib, hisoblasak,

$$B = 113\,\mu\text{Tl}.$$

kelib chiqadi.

3-masala. Cheksiz uzun to'g'ri sim bo'lagining bo'lak uchlaridan bir xil uzoqlikda va uning o'rtasidan $r_0 = 20$ cm masofada turgan nuqtada hosil qilgan magnit maydon induksiyasi B aniqlansin (21.4-rasm). Simdan oqayotgan tok kuchi $I = 30$ A, sim bo'lagining uzunligi $l = 30$ cm.

Yechish: Sim bo'lagi hosil qiladigan maydon magnit induksiyasini aniqlash uchun Bio–Savar–Laplas formulasidan foydalanamiz:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \sin\alpha}{r^2} dl. \qquad (1)$$

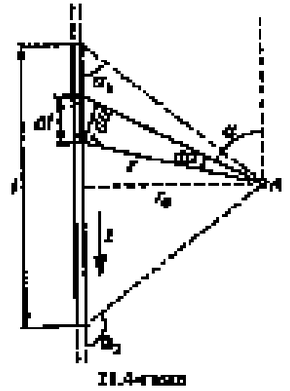
(1) ifodani integrallashdan oldin uni α burchak bo'yicha integrallash mumkin bo'ladigan qilib o'zgartiramiz. O'tkazgich elementining uzunligi dl ni $d\alpha$ orqali ifodalaymiz.

21.4-rasmdan foydalanib, $dl = \frac{r\,d\alpha}{\sin\alpha}$ ni yozamiz. Olingan ifodani (1) formulaga qo'ysak:

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin\alpha \cdot r\,d\alpha}{4\pi r^2 \sin\alpha} = \frac{\mu_0 I\,d\alpha}{4\pi r}$$

kelib chiqadi. Lekin r kattalik α ga bog'liq bo'lgan o'zgaruvchan kattalik ekanligini hisobga olib, $r = \frac{r_0}{\sin\alpha}$ ni oldingi formulaga qo'ysak, quyidagi formulani olamiz:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin\alpha\,d\alpha. \qquad (2)$$



21.4-rasm

O'tkazgich bo'lagi hosil qiladigan magnit maydon induksiyasini aniqlash uchun (2) ifodani α_1 dan α_2 gacha chegaralarda integrallaymiz:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin\alpha\,d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha\,d\alpha.$$

yoki

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right). \qquad (3)$$

M nuqta sim bo'lagiga nisbatan simmetrik joylashganda $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$ bo'lishini qayd etamiz. Bu tenglikni hisobga olganda (3) formula

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos\alpha_1,$$

ko'rinishini oladi.

21.4-rasmdan $\cos\alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{l^2/4 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$ ekanligi kelib chiqadi.

$\cos\alpha_1$ ning ifodasini (4) formulaga qo'ysak,

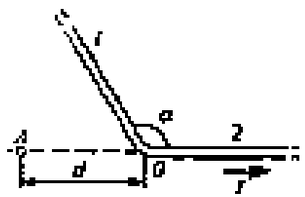
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cdot \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \qquad (5)$$

ifodani olamiz. Son qiymatlarini (5) formulaga qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2\pi \cdot 0.2} \cdot \frac{0.6}{\sqrt{4 \cdot (0.2)^2 + (0.6)^2}}\,\text{Tl} = 2.49 \cdot 10^{-4} T = 24.9\,\mu\text{Tl}.$$

4-masala. $I = 50$ A tokli uzun sim $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ burchak ostida qayirilgan. A nuqtadagi magnit induksiya B aniqlansin (21.5-rasm). Masofa $d = 5$ cm.

Yechish: Qayirilgan simni uchlari O nuqtada birlashtirilgan ikkita uzun sim sifatida qarash mumkin. Magnit maydonning superpozitsiya prinsipiga binoan A nuqtadagi magnit induksiya B uzun simning 1 va 2 bo'laklari hosil qilgan magnit maydon induksiyalari $\vec{B}_1$ va $\vec{B}_2$ larning yig'indisiga teng, ya'ni $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. $\vec{B}_2$ magnit induksiya nolga teng. Bu Bio-Savar-Laplas qonunidan chiqadi, unga binoan o'tkazgich o'qida yotuvchi nuqtalar uchun $d\vec{B} = \left[d\vec{l}\vec{r}\right] = 0$.



21.5-rasm

21.6-rasm

$\vec{B}_1$ magnit induksiyani esa 3-masalada hosil qilingan (3) formuladan foydalanib topamiz:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

bunda r_0 masofa 1 o'tkazgichdan A nuqtagacha bo'lgan eng qisqa masofa (21.6rasm). Bizning holimizda $\alpha_1 \to 0$ (o'tkazgich uzun)

$$\alpha_2 = \alpha = 2\pi/3\left(\cos\alpha_2 = \cos(2\pi/3) = -(1/2)\right).$$

r_0 – masofa $r_0 = d\sin(\pi - \alpha) = d\sin(\pi/3) \cdot d\left(\sqrt{3}/2\right)$ ga teng. U holda magnit induksiya

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d\left(\sqrt{3}/2\right)}\left(1 + \frac{1}{2}\right).$$

$B = \vec{B}\left(\vec{B}_2 = 0\right)$ ekanligidan

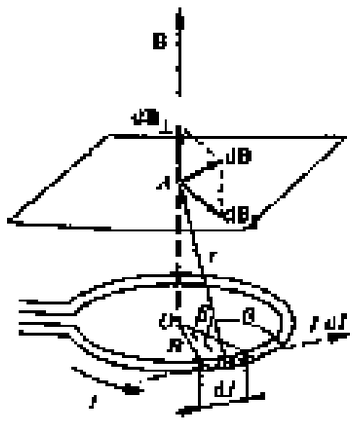
$$B = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi d}.$$

$\vec{B}$ va $\vec{B}_1$ vektorlar bir xil yo'nalishga ega va ularning yo'nalishi o'ng vint qoidasiga binoan aniqlanadi. 21.6-rasmda bu yo'nalish "+" belgi bilan ajratilgan (bizdan chizma tekisligiga tik yo'nalgan).

Birlikni tekshirish 1-masalada bajarilgandagiga o'xshash. Hisoblash o'tkazamiz:

$$B = \frac{\sqrt{3}\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 50}{4\pi\cdot 5\cdot 10^{-2}}\text{Tl} = 3{,}46\cdot 10^{-5}\text{Tl} = 34{,}6\,\mu\text{Tl}.$$

5-masala. Radiusi $R = 10$ cm bo'lgan ingichka o'tkazuvchan halqadan $I = 80$ A tok oqmoqda. Halqaning barcha nuqtalaridan bir xil $r = 20$ cm uzoqlikda joylashgan A nuqtadagi magnit induksiya $\vec{B}$ topilsin.



21.7-rasm

Yechish: Masalani yechish uchun Bio-Savar–Laplas qonunidan foydalanamiz:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\left[\vec{dl}\vec{r}\right]}{r^3},$$

bu yerda $d\vec{B} - Id\vec{l}$ tok elementining $\vec{r}$ radius-vektor bilan aniqlanuvchi nuqtada hosil qilgan maydonining magnit induksiyasi.

Halqada $d\vec{l}$ elementni ajratamiz va undan A nuqtaga $\vec{r}$ radius-vektor o'tkazamiz (21.7-rasm). $d\vec{B}$ vektorni parma qoidasiga binoan yo'naltiramiz.

Magnit maydonining superpozitsiya prinsipiga binoan A nuqtadagi magnit induksiya

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B},$$

integral bilan aniqlanadi. Bunda integrallash halqaning barcha $d\vec{l}$ elementlari bo'ylab bajariladi.

$d\vec{B}$ vektorni ikkita tashkil etuvchiga ajratamiz: $d\vec{B}_\perp$ – halqa tekisligiga tik va $d\vec{B}_\parallel$ – halqa tekisligiga parallel, ya'ni

$$d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_\parallel.$$

U holda

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}_\perp + \int_l d\vec{B}_\parallel.$$

Simmetriklik mulohazalariga asosan $\int d\vec{B}_y = 0$ va dl turli elementlarning $d\vec{B}_y$ vektorlari bir xil yo'nalganligini hisobga olib, vektor yig'indini (integrallashni) skalyar yig'indi bilan almashtiramiz:

$$B = \int dB_y ,$$

bunda $dB_y = dB \cdot \cos\beta$ va $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2}$ (chunki dl element r ga tik va demak, $\sin\alpha = 1$). Shunday qilib,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} \cos\beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cdot \cos\beta \cdot 2\pi R .$$

2π ga qisqartirgandan va $\cos\beta$ ni $\frac{R}{r}$ (21.7-rasm) bilan almashtirgandan keyin quyidagini olamiz:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3} .$$

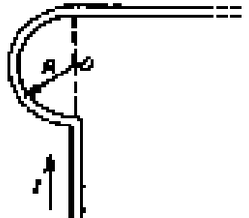
Barcha kattaliklarni SI birliklarda ifodalaymiz va hisoblaymiz:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot (0,1)^2}{2 \cdot (0,2)^3} \text{ Tl} = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{ Tl},$$

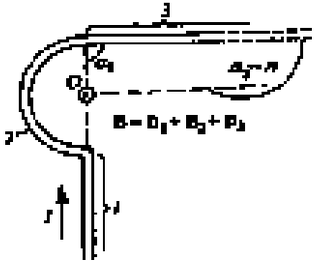
yoki $B = 62,8 \text{ mkTl}$.

Parma qoidasiga binoan vektor B halqa o'qi bo'ylab yo'nalgan (21.7-rasmdagi punktirli strelka).

6-masala. Cheksiz uzun o'tkazgich 21.8-rasmda tasvirlanganidek qilib qayrilgan. Aylana yoyining radiusi $R = 10$ cm. Shu o'tkazgichdan oqayotgan $I = 80$ A tokning O nuqtada hosil qiladigan maydonining magnit induksiyasi $\vec{B}$ aniqlansin.



21.8-rasm



21.9-rasm

Yechish: O nuqtadagi magnit induksiya $\vec{B}$ ni magnit maydonning superpozitsiya prinsipi $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$ dan foydalanib topamiz. Bizning holimizda o'tkazgichni uchta bo'lakka bo'lish mumkin

(21.9-rasm): bir uchi cheksizlikka ketgan ikkita to'g'ri chiziqli o'tkazgich (1 va 3) va R radiusli yarim aylananing yoyi (2). U holda

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 ,$$

bu yerda $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ va $\vec{B}_3$ lar mos ravishda o'tkazgichning birinchi, ikkinchi va uchinchi qismlaridan oqayotgan toklar hosil qiladigan maydonlarning O nuqtadagi magnit induksiyalari.

O nuqta 1 o'tkazgichning o'qida yotganligidan, $B_1 = 0$ va bunda

$$B = B_2 + B_3 .$$

$\vec{B}_2$ va $\vec{B}_3$ vektorlar parma qoidasiga binoan bizdan chizma tekisligiga tik yo'nalganligini hisobga olib geometrik yig'indini algebraik yig'indi bilan almashtirish mumkin:

$$B = B_2 + B_3 .$$

Magnit maydon induksiyasi B_2 ni I tokli aylanma o'tkazgich markazidagi magnit induksiyasi ifodasidan foydalanib topish mumkin:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

O nuqtadagi magnit induksiyasi B_3 shunday tokli aylanma o'tkazgichning yarmi tomonidan hosil qilinayotganligidan, o'tkazgichning har bir yarmining magnit induksiyaga teng hissasini hisobga olib

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

ni yozish mumkin.

B_1 magnit induksiyani 3-masaladagi (3) formuladan foydalanib topamiz:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

Bizning holimizda $r_0 = R, \alpha_1 = \frac{\pi}{2} (\cos\alpha_1 = 0), \alpha_2 \to \pi (\cos\alpha_2 = 1)$.

U holda

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

B_2 va B_3 lar uchun topilgan ifodalardan foydalanib quyidagini topamiz.

Simmetriklik mulohazalariga asosan $\int d\vec{B}_i = 0$ va dl turli elementlarning $d\vec{B}$ vektorlari bir xil yo'nalganligini hisobga olib, vektor yig'indini (integrallashni) skalyar yig'indi bilan almashtiramiz:

$$B = \int dB \ .$$

bunda $dB_i = dB \cdot \cos\beta$ va $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{r^2}\cdot\frac{Idl}{r}$ (chunki dl element r ga tik va demak, $\sin\alpha = 1$). Shunday qilib,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{r^2}\cos\beta\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I\cdot\cos\beta\cdot 2\pi R}{4\pi r^2}.$$

2π ga qisqartirgandan va $\cos\beta$ ni $\frac{R}{r}$ (21.7-rasm) bilan almashtirgandan keyin quyidagini olamiz:

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}.$$

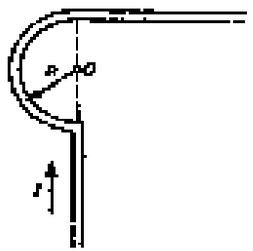
Barcha kattaliklarni SI birliklarda ifodalaymiz va hisoblaymiz:

$$B = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 80\cdot(0,1)^2}{2\cdot(0,2)^3} = 6,28\cdot 10^{-6}\ \text{Tl} = 6,28\cdot 10^{-6}\ \text{Tl}.$$

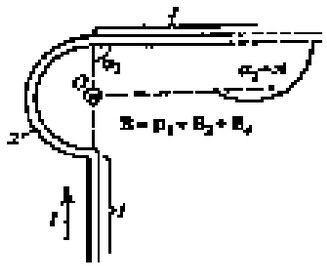
yoki $B = 62,8\ \mu\text{Tl}$.

Parma qoidasiga binoan vektor B halqa o'qi bo'ylab yo'nalgan (21.7-rasmdagi punktirli strelka).

6-masala. Cheksiz uzun o'tkazgich 21.8-rasmda tasvirlangandek qilib qayrilgan. Aylana yoyining radiusi $R = 10$ cm. Shu o'tkazgichdan oqayotgan $I = 80$ A tokning O nuqtaca hosil qiladigan maydonining magnit induksiyasi $\vec{B}$ aniqlansin.



21.8-rasm



21.9-rasm

Yechish: O nuqtadagi magnit induksiya $\vec{B}$ ni magnit maydonning superpozitsiya prinsipi $\vec{B} = \sum\vec{B}_i$ dan foydalanib topamiz. Bizning holimizda o'tkazgichni uchta bo'lakka bo'lish mumkin

(21.9-rasm): bir uchi cheksizlikka ketgan ikkita to'g'ri chiziqli o'tkazgich (1 va 3) va R radiusli yarim aylananing yoyi (2). U holda

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3,$$

bu yerda $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ va $\vec{B}_3$ lar mos ravishda o'tkazgichning birinchi, ikkinchi va uchinchi qismlaridan oqayotgan toklar hosil qiladigan maydonlarning O nuqtadagi magnit induksiyalari.

O nuqta 1 o'tkazgichning o'qida yotganligidan, $B_1 = 0$ va bunda

$$B = B_2 + B_3.$$

$\vec{B}_2$ va $\vec{B}_3$ vektorlar parma qoidasiga binoan bizdan chizma tekisligiga tik yo'nalganligini hisobga olib geometrik yig'indini algebraik yig'indi bilan almashtirish mumkin:

$$B = B_2 + B_3.$$

Magnit maydon induksiyasi B_2 ni I tokli aylanma o'tkazgich markazidagi magnit induksiyasi ifodasidan foydalanib topish mumkin:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

O nuqtadagi magnit induksiyasi B_3 shunday tokli aylanma o'tkazgichning yarmi tomonidan hosil qilinayotganligidan, o'tkazgichning har bir yarmining magnit induksiyaga teng hissasini hisobga olib

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

ni yozish mumkin.

B_1 magnit induksiyani 3-masaladagi (3) formuladan foydalanib topamiz:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

Bizning holimizda $r_0 = R, \alpha_1 = \frac{\pi}{2}(\cos\alpha_1 = 0), \alpha_2 \to \pi(\cos\alpha_2 = 1)$.

U holda

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

B_2 va B_3 lar uchun topilgan ifodalardan foydalanib quyidagini topamiz

$$B = B_0 + B_1 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

yoki

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\pi + 1)$$

Hisoblashni bajarsak. $B = 3{,}31 \cdot 10^{-4}$ Tl = 331 μTl.

Masalalar

Vakuumda magnit maydon induksiyasi va kuchlanganligi orasidagi bog'lanish

21.1. Magnit maydonining kuchlanganligi $H = 79{,}6 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$. Vakuumda shu maydonning magnit induksiyasi B aniqlansin.

21.2. Maydonining vakuumdagi magnit induksiyasi $B = 10$ mTl. Magnit maydonning kuchlanganligi H aniqlansin.

21.3. Agar magnit maydonining vakuumdagi induksiyasi $B_0 = 0{,}05$ Tl bo'lsa, uning kuchlanganligi H hisoblansin.

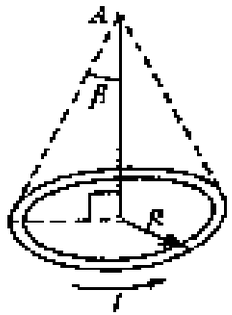
Aylanma tokning va solenoidning maydoni

21.4. $I = 10$ A tok oqayotgan ingichka halqa markazidagi magnit induksiya topilsin. Halqaning radiusi $r = 5$ cm.

21.5. Radiusi $r = 16$ cm bo'lgan juda katta g'altak cho'lg'amidan $I = 5$ A tok o'tayapti. Agar g'altak markazida magnit maydon kuchlanganligi $H = 800$ A/m bo'lsa, g'altakdagi o'ramlar soni N qancha?

21.6. Radiusi $r = 8$ cm bo'lgan halqa markazidan halqa o'qi bo'ylab $d = 6$ cm masofada turgan nuqtadagi magnit maydon kuchlanganligi H_1 aniqlansin. Halqa markazidagi magnit maydon kuchlanganligi $H = 30$ A/m.

21.7. $R = 0{,}2$ m radiusli ingichka o'tkazuvchan halqadan oqayotgan tok kuchi I ning qanday qiymatida halqaning barcha nuqtalaridan bir xil $r = 0{,}3$ m masofada joylashgan nuqtadagi magnit maydon induksiya $B = 20$ μTl bo'ladi?



21.10-rasm

21.8. $R = 10$ cm radiusli ingichka halqa ko'rinishidagi o'tkazgichdan tok o'tayabdi. Tokning A nuqtada hosil qiladigan magnit maydoni induksiyasi $B = 1$ μTl bo'lsa, tok kuchi I nimaga teng (21.10-rasm)? Burchak $\beta = 10°$.

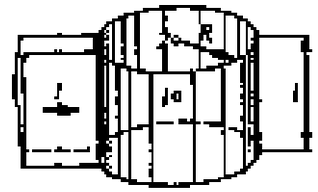
21.9. Uzunligi $l = 20$ cm bo'lgan g'altak $N = 100$ o'ramdan iborat. G'altak chulg'amidan $I = 5$ A tok oqmoqda. G'altakning diametri $d = 20$ cm. G'altak o'qida yotuvchi va uning uchidan $a = 10$ cm masofada yotuvchi nuqtadagi magnit maydon induksiya B aniqlansin.

21.10. Uzun to'g'ri solenoid o'ramlari bir-biriga zich turadigan qilib, diametri $d = 0{,}5$ mm bo'lgan simdan o'ralgan. Solenoiddan o'tayotgan tok kuchi $I = 4$ A bo'lganda solenoid ichidagi magnit maydon kuchlanganligi H qanday bo'ladi?

21.11. Diametri $d = 10$ cm bo'lgan g'altak chulg'amlari bir-biriga zich jipslashib turgan ingichka sim o'ramlaridan iborat. O'rtasidagi birlik uzunlikdagi magnit induksiyasi xuddi shuncha o'ramga ega bo'lgan cheksiz solenoid magnit induksiyasidan 0,5% dan ko'pga farq qilmasligi uchun g'altakning minimal uzunligi l_{min} qanday bo'lishi lozim? Chulg'amlardan oqayotgan tok kuchlari har ikkala holda ham bir xil.

21.12. Solenoid chulg'ami ingichka simdan bir-biriga zich jips turadigan o'ramlardan iborat qilib yasalgan. G'altakning uzunligi $l = 1$ m. uning diametri $d = 2$ cm. Chulg'amdan tok oqib o'tayabdi. Magnit induksiyasi cheksiz uzun solenoid formulasi bo'yicha 0,1% dan oshmaydigan xatolik bilan hisoblanishi mumkin bo'lgan solenoid o'q chizig'idagi uning biror qismi o'lchamlari aniqlansin.

21.13. Kengligi $l = 40$ cm bo'lgan ingichka tasma (lenta) radiusi $R = 30$ cm bo'lgan trubka shaklida o'ralgan. Lenta kengligi bo'ylab bir tekis taqsimlangan $I = 200$ A tok oqib o'tmoqda (21.11-rasm). Trubka o'qidagi quyidagi ikki nuqtada magnit induksiya B aniqlansin: 1) o'rta nuqtada; 2) trubkaning pastki uchi bilan ustma-ust tushuvchi nuqtada.



21.11-rasm

To'g'ri tokning maydoni

21.14. To'g'ri cheksiz uzun o'tkazgichdan $I = 50$ A tok oqmoqda. O'tkazgichdan $r = 5$ cm uzoqlikda turgan nuqtadagi magnit induksiya B aniqlansin.

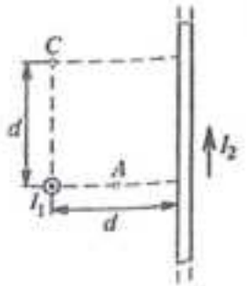
21.15. Ikkita parallel uzun sim bir-biridan $r = 5$ cm masofada turibdi. Simlarning har biridan qarama-qarshi yo'nalishlarda $I = 10$ A dan tok oqmoqda. Simlarning biridan $r_1 = 2$ cm va boshqasidan $r_2 = 3$ cm masofada turgan nuqtadagi magnit maydon kuchlanganligi H topilsin.

21.16. Ikkita parallel uzun sim bir-biridan $d = 5$ cm masofada turibdi. Simlarning har biridan bir xil yo'nalishda $I = 30$ A dan tok oqib o'tayabdi. Simlarning biridan $r_1 = 4$ cm va ikkinchisidan $r_2 = 3$ cm masofada turgan nuqtadagi magnit maydon kuchlanganligi H topilsin.

21.17. Ikkita cheksiz uzun tog'ri parallel simlardan qarama-qarshi yo'nalishlarda mos ravishda $I_1 = 50$ A va $I_2 = 100$ A tok oqib o'tayabdi. Simlar orasidagi masofa $d = 20$ cm. Birinchi simdan $r_1 = 25$ cm va ikkinchisidan $r_2 = 40$ cm uzoqlikda turgan nuqtadagi magnit induksiya B aniqlansin.

21.18. Ikkita cheksiz uzun to'g'ri parallel simlardan bir xil yo'nalishda $I_1 = 20$ A va $I_2 = 30$ A toklar oqib o'tayabdi. Simlar orasidagi masofa $d = 10$ cm. Har ikkala simdan ham bir xil $r = 10$ cm uzoqlikda joydashgan nuqtadagi magnit induksiya B hisoblansin.

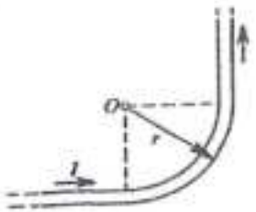
21.19. Ikkita cheksiz uzun to'g'ri sim o'zaro to'g'ri burchak ostida kesishadigan qilib joylashtirilgan (21.12-rasm). O'tkazgichlardan $I_1 = 80$ A va $I_2 = 60$ A tok oqmoqda. Simlar orasidagi masofa $d = 10$ cm. Har ikkala simdan bir xil uzoqlikda turgan A nuqtadagi magnit maydon induksiya B aniqlansin.



21.12-rasm

21.20. Bir-biri bilan to'g'ri burchak ostida kesishadigan qilib joylashtirilgan ikkita cheksiz uzun to'g'ri simdan $I_1 = 30$ A va $I_2 = 40$ A tok oqmoqda. Simlar orasidagi d masofa 20 cm ga teng. Har ikkala simdan bir xil d masofada joylashgan C nuqtadagi (21.12-rasm) magnit induksiya B aniqlansin.

21.13-rasm



21.14-rasm

21.21. To'g'ri burchak ostida bukilgan cheksiz uzun to'g'ri simdan $I = 20$ A tok oqmoqda. Agar $r = 50$ cm bo'lsa, A nuqtadagi magnit induksiya B qanday bo'ladi (21.13-rasm).

21.22. Quyidagi 22.14-rasmda ko'rsatilgandek qilib bukilgan cheksiz uzun to'g'ri o'tkazgichdan $I = 100$ A tok oqmoqda. Agar $r = 10$ cm bo'lsa, O nuqtadagi magnit induksiya B aniqlansin.

21.23. Cheksiz uzun to'g'ri sim to'g'ri burchak ostida bukilgan. Simdan $I = 100$ A tok oqib o'tayapdi. Burchak bissektrisasida yotuvchi va burchak uchidan $a = 10$ cm uzoqlikda bo'lgan nuqtalardagi magnit maydon induksiya B hisoblansin.

21.24. $\alpha = 120^\circ$ burchak ostida bukilgan cheksiz uzun to'g'ri simdan $I = 50$ A tok oqadi. Burchak bissektrisasida yotuvchi va uning uchlaridan $a = 5$ cm uzoqlikda joylashgan nuqtalardagi magnit maydon induksiya B topilsin.

21.25. Teng tomonli uchburchak ko'rinishdagi konturdan $I = 40$ A tok oqmoqda. Uchburchak tomonining uzunligi $a = 30$ cm. Uchburchakning balandliklari kesishadigan nuqtadagi magnit induksiya B aniqlansin.

21.26. Kvadrat shaklidagi kontur bo'ylab $I = 50$ A tok oqmoqda. Kvadrat tomonining uzunligi $a = 20$ cm. Diagonallar kesishgan nuqtadagi magnit maydon induksiyasi B aniqlansin.

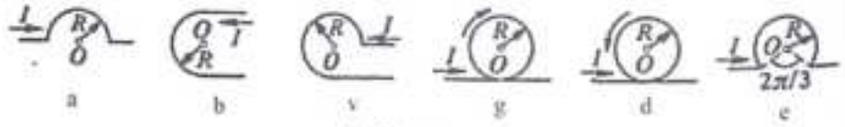
21.27. To'g'ri to'rtburchak shakda qayrilgan ingichka simdan $I = 60$ A tok oqmoqda. To'g'ri to'rtburchak tomonlarining uzunliklari $a = 30$ cm va $b = 40$ cm. Diagonallar kesishgan nuqtadagi maydon induksiyasi B aniqlansin.

21.28. Ingichka sim to'g'ri oltiburchak ko'rinishida bukilgan. Oltiburchak tomonining uzunligi $d = 10$ cm. Agar simdan $I = 25$ A tok oqayotgan bo'lsa, oltiburchak markazidagi maydon induksiyasi B aniqlansin.

21.29. Tomonining uzunligi $a = 20$ cm bo'lgan to'g'ri oltiburchak ko'rinishida bukilgan simdan $I = 100$ A tok oqmoqda. Oltiburchak markazidagi magnit maydoni kuchlanganligi H topilsin. Solishtirish uchun berilgan oltiburchakka tashqi chizilgan aylana bilan mos keluvchi aylanma tok markazidagi magnit maydon kuchlanganligi H_0 aniqlansin.

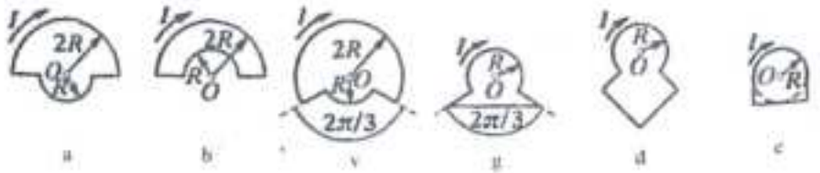
21.30. Ingichka sim halqadan tok oqmoqda. O'tkazgichdagi tok kuchini o'zgartirmasdan unga kvadrat shaklini berdilar. Kontur markazidagi magnit maydon induksiya necha marta o'zgaradi?

21.31. $I = 50$ A tok oqayotgan cheksiz uzun ingichka o'tkazgich $R = 10$ cm radiusli burilishga (yassi halqaga) ega. 21.15-rasmda ko'rsatilgan a-e hollar uchun shu tokning O nuqtada hosil qiladigan magnit maydon induksiyasi B aniqlansin.



21.15-rasm

21.32. Ingichka simdan yasalgan yassi kontur bo'ylab $I = 100$ A tok oqmoqda. 21.16-rasmda tasvirlangan a-e hollar uchun shu tokning O nuqtada hosil qilgan magnit maydon induksiyasi B aniqlansin. Konturning bukilgan yoyning egrilik radiusi $R = 20$ cm.



21.16-rasm

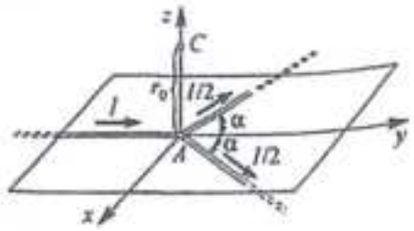
Harakatlanuvchi zaryadning magnit maydoni

21.33. G'alayonlanmagan vodorod atomidagi elektron yadro atrofida $r = 53$ pm radiusli aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Ekvivalent aylanma tok kuchi I va aylana markazidagi magnit maydon kuchlanganligi H hisoblansin.

21.34. $\vartheta = 10$ Mm/s tezlik bilan to'g'ri chiziqli harakat qilayotgan elektronning trayektoriyadan $d = 1$ nm masofada turgan nuqtada hosil qiladigan magnit maydonining maksimal induksiyasi B_{max} aniqlansin.

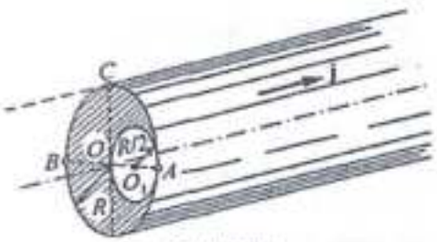
21.35. To'g'ri chiziqli harakat qilayotgan elektronning trayektoriyasidan $r = 10$ nm masofada magnit maydon induksiyaning maksimal qiymati $B_{max} = 160\,\mu$Tl. Elektronning tezligi ϑ aniqlansin.

21.36* I=200 A tok o'tayotgan tokli o'tkazgich tok yo'nalishiga nisbatan $\alpha = \pi/3$ radian burchak ostida ikkiga ajraldi (21.17-rasm). O'tkazgichlar yotgan tekislikka perpendikulyar bo'lgan chiziqda yotuvchi C nuqtadagi magnit maydon induksiyasi vektori $\vec{B}$ ning moduli va yo'nalishi aniqlansin. C nuqta A nuqtadan $r_0 = 10$ cm masofada joylashgan.



21.17-rasm

21.37* Radiusi R=4 cm bo'lgan o'tkazuvchan, cheksiz silindrdan radiusi $R/2$ bo'lgan bo'ylama silindr qirqib olingan (21.18-rasm). Silindr bo'ylab silindrning kesimi bo'yicha taqsimlangan $j = 10$ A/mm^2 tok zichligiga ega tok oqib o'tmoqda. 1) O; 2) O_1; 3) A; 4) B va 5) C nuqtalarda magnit maydon induksiyasi $\vec{B}$ topilsin.



21.18-rasm

21.38* Qalin devorli o'tkazuvchan trubaning ichki radiusi R va tashqi radiusi $2R$ (R=1 cm). Trubadan uning kesimi bo'ylab tekis taqsimlangan I=1 kA tok oqib o'tmoqda. Magnit induksiyasining truba radiusiga bog'liqligi B=B(r) aniqlansin. B=B(r) bog'liqlik grafigi chizilsin va magnit maydoni induksiyasining maksimal qiymati topilsin.

21.39* Zaryadi Z/e bo'lgan (Z=2) bir marta ionlashgan geliy atomida elektron radiusi $r = 26.5$ pm bo'lgan orbita bo'ylab $\vartheta = 4.36$ Mm/s tezlikda harakatlanmoqda. Harakatlanuvchi elektron bilan ustma-ust tushuvchi nuqtada geliy atomi yadrosi hosil qilayotgan magnit maydoni induksiyasi vektori $\vec{B}$ ning moduli va yo'nalishi aniqlansin.

Ko'rsatma: elektron bilan bog'langan koordinata sistemasiga o'tilsin.

22-§. MAGNIT MAYDONIDAGI TOKLI O'TKAZGICHGA TA'SIR ETADIGAN KUCH

Asosiy formulalar

Amper qonuni. Magnit maydonidagi tokli o'tkazgichga ta'sir etadigan kuch:

$$\vec{F} = I\left[\vec{l}\vec{B}\right],$$

bu yerda I – tok kuchi; $\vec{l}$ – moduli jihatidan o'tkazgich uzunligi l ga teng va yo'nalishi tok yo'nalishi bilan mos keluvchi vektor; $\vec{B}$ – maydonining magnit induksiyasi.

$\vec{F}$ – vektorning moduli:

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha,$$

ifoda bilan aniqlanadi. Bunda $\alpha - \vec{l}$ va $\vec{B}$ vektorlar orasidagi burchak.

Bir-biridan d masofada turgan I_1 va I_2 tok kuchli ikkita to'g'ri cheksiz uzun parallel o'tkazgichning l uzunlikli bo'laklariga to'gri keluvchi o'zaro ta'sir kuchi quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$F = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{d} l,$$

•Tokli konturning magnit momenti:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

bu yerda $\vec{n}$ – moduli jihatidan kontur o'rab turgan S yuzaga teng, yo'nalishi uning tekisligiga o'tkazilgan normal bilan mos keluvchi vektor.

•Bir jinsli magnit maydoniga joylashtirilgan tokli konturga ta'sir etayotgan mexanik moment:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \cdot \vec{B}\right].$$

Mexanik momentning moduli:

$$M = p_m \cdot B \cdot \sin\alpha,$$

bu yerda $\alpha - \vec{p}_m$ va $\vec{B}$ vektorlar orasidagi burchak.

•Magnit maydonidagi tokli konturning potensial (mexanik) energiyasi:

$$\Pi_{mex} = -\vec{p}_m \cdot \vec{B} = -p_m \cdot B\cos\alpha.$$

•Magnit maydonidagi tokli konturga ta'sir etayotgan kuch (x o'qi bo'ylab o'zgaruvchi):

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x}\cos\alpha,$$

bu yerda $\partial B/\partial x$ – magnit induksiyaning OX o'qi bo'ylab uzunlik birligiga mos keluvchi o'zgarishi; $\alpha - \vec{p}_m$ va $\vec{B}$ vektorlar orasidagi burchak.

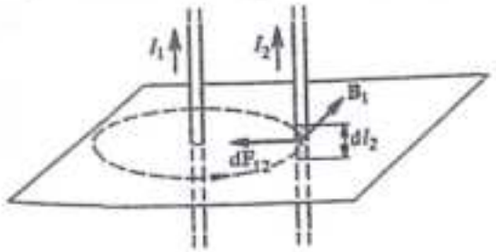
Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Bir-biridan $d = 20$ cm masofada turgan, har birining uzunligi $l = 2{,}5$ m dan bo'lgan ikkita parallel to'g'ri simdan bir xil $I = 1$kA tok oqmoqda. Toklarning o'zaro ta'sir kuchi F hisoblansin.

Yechish: Tok oqayotgan ikki o'tkazgichning o'zaro ta'siri magnit maydoni orqali amalga oshiriladi. Har bir tok boshqa o'tkazgichga ta'sir etadigan magnit maydonini hosil qiladi. Har ikkala tok ham (ularni I_1 va I_2 deb belgilaymiz) bir yo'nalishda oqmoqda deb faraz qilaylik.

I_1 tok tomonidan hosil qilingan magnit maydonining I_2 tokli o'tkazgichga ta'sir etadigan $\vec{F}_{12}$ kuchini hisoblaymiz. Buning uchun magnit kuch chiziqlarini (22.1-rasmda shtrixli chiziq) I_2 tokli o'tkazgichga tegadigan

qilib o'tkazamiz. Kuch chizig'iga urinma bo'ylab magnit induksiya vektori $\vec{B}_1$ ni o'tkazamiz. Magnit induksiya $\vec{B}_1$ ning moduli



22.1-rasm

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \quad (1)$$

munosabat bilan aniqlanadi[30].

Amper qonuniga binoan, I_1 tokli ikkinchi otkazgichning dl_2 uzunlikli har bir elementiga magnit maydonida

$$d\vec{F}_{12} = I_2 B_1 dl_2 \sin\left(d\vec{l}_2 \vec{B}_1\right) \quad (2)$$

kuch ta'sir qiladi

$d\vec{l}$ kesma $\vec{B}_1$ vektorga tik bo'lganligidan

$$\sin\left(d\vec{l} \cdot \vec{B}_1\right) = 1$$

va unda (2) ifodaga (1) dan B_1 ni qo'yib quyidagini olamiz

$$dF_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl_2$$

Tokli o'tkazgichlarning o'zaro ta'sir[31] kuchi F_{12} ni ikkinchi o'tkazgichning butun uzunligi bo'yicha integrallab quyidagini topamiz

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\int_0^l dl_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l$$

$I_1 = I_2 = I$ va $l_2 = l$ ligini e'tiborga olsak,

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}$$

Bu tenglikning o'ng tomoni kuch birligi (N) ni berishga ishonch hosil qilamiz:

$$\frac{[\mu_0][I^2][l]}{[d]} = \frac{1\text{H/m} \cdot (1\text{A})^2 \cdot 1\text{ m}}{1\text{ m}} = \frac{1\text{J}}{1\text{ m}} = 1\text{ N}.$$

Hisoblash o'tkazamiz

[30] Uzun otkazgichni ($l >> d$) taqriban cheksiz uzun deb qarash mumkin.

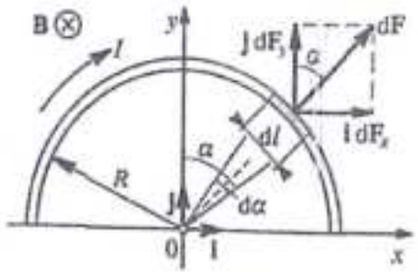
[31] Nyutonning uchinchi qonuniga muvofiq, birinchi o'tkazgichga ikkinchi o'tkazgich tomonidan ta'sir etadigan kuch topilgan kuchga moduli bo'yicha teng va yonalishi qarama-qarshi bo'ladi

$$F_{12} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^{1})^{2} \cdot 2{,}5}{2\pi \cdot 0{,}2}\,\text{N} = 2{,}5\,\text{N}$$

$\vec{F}_{12}$ kuch $d\vec{F}_{12}$ kuch bilan bir tomonga yo'nalgan (22.1-rasm) va chap qo'l qoidasiga binoan aniqlanadi (mazkur holda bu osonroq).

2-masala: $R = 10$ cm radiusli ingichka yarim halqa ko'rinishidagi sim bir jinsli magnit maydonida ($B = 50\,\text{mTl}$) turibdi. Simdan $I = 10$ A tok oqmoqda. Agar yarim halqa tekisligi magnit induksiya chiziqlariga tik, ulovchi simlar esa maydonidan tashqarida bo'lsa, o'tkazgichga ta'sir etuvchi $\vec{F}$ kuch topilsin.

Yechish: O'tkazgichni magnit induksiya chiziqlariga tik qilib chizma tekisligida joylashtiramiz (22.2-rasm) va undan tokli kichik dl elementni ajratamiz. Tokning bu Idl elementiga Amper qonuniga binoan $d\vec{F} = I\left[d\vec{l} \cdot \vec{B}\right]$ kuch ta'sir qiladi. Bu kuchning yo'nalishini vektor ko'paytma qoidasi yoki chap qo'l qoidasi bo'yicha aniqlash mumkin.



22.2-rasm

Simmetriklikdan foydalanib, koordinata o'qlarini 22.2-rasmda tasvirlagandek qilib tanlaymiz. $d\vec{F}$ kuchni

$$d\vec{F} = \vec{i}dF_x + \vec{j}dF_y,$$

ko'rinishda ifodalaymiz. Bunda $\vec{i}$ va $\vec{j}$ – birlik vektorlar (ortlar); dF_x va dF_y – $d\vec{F}$ vektorning Ox va Oy koordinata o'qlariga proyeksiyalari.

Butun simga ta'sir etayotgan $\vec{F}$ kuchni integrallash yo'li bilan topamiz:

$$\vec{F} = \int_l d\vec{F} = \vec{i}\int_l dF_x + \vec{j}\int_l dF_y,$$

bu yerda l. belgi integrallash simning to'liq uzunligi bo'yicha olinishini ko'rsatadi.

Simmetriklik mulohazalaridan birinchi integral nolga teng $\left(\int_l dF_x = 0\right)$.

U holda

$$F = \vec{j}\int_l dF_y. \qquad (1)$$

22.2-rasmdan ko'rinadiki,

$$dF_y = dF\cos\alpha,$$

bu yerda $dF - d\vec{F}$ vektorning moduli $\left(dF = IBdl\sin\left(d\vec{l}\vec{B}\right)\right)$. $d\vec{l}$ vektor $\vec{B}$ vektorga tik $\sin\left(d\vec{l}\vec{B}\right) = 1$, shu tufayli $dF = IBdl$.

Yoy uzunligi dl ni radius R va burchak α orqali ifodalab quyidagini olamiz

$$dF = IBRd\alpha,$$

u holda

$$dF_y = IBR\cos\alpha d\alpha.$$

dF_y ni (1) munosabatdagi integral ostiga kiritamiz va $-\pi/2$ dan $+\pi/2$ gacha oraliqda integrallaymiz (22.2-rasmdan ko'rinib turganidek)

$$\vec{F} = \vec{j}IBR\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\cos\alpha d\alpha = 2\vec{j}IBR.$$

Olingan ifodadan ko'rinib turibdiki $\vec{F}$ kuchning yo'nalishi OY o'qining musbat yo'nalishi bilan ($\vec{j}$ birlik vektor bilan) mos keladi.

$\vec{F}$ kuchning modulini topamiz:

$$F = \left|\vec{F}\right| = 2IBR.$$

Bu tenglikning o'ng tomoni kuch birligi (N) ni berishiga ishonch hosil qilamiz:

$$[I][B][R] = 1\,\text{A}\cdot T\cdot 1\,\text{m} = 1\,\text{A}\frac{1\,\text{N}\cdot 1\,\text{m}}{1\,\text{A}\cdot(1\,\text{m})^{2}}\cdot 1\,\text{m} = 1\,\text{N}.$$

Hisoblaymiz:

$$F = 2\cdot 10\cdot 50\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}1\,\text{N} = 0{,}1\,\text{N}.$$

3-masala. Magnit qutblari orasida joylashtirilgan $r = 10$ cm radiusli sim o'ramga $M_{max} = 6{,}5\,\mu\text{N}$ maksimal mexanik moment ta'sir qilmoqda. O'ramdagi tok kuchi $I = 2$ A. Magnit qutblari orasidagi maydonning magnit induksiyasi B aniqlansin. Yer magnit maydonining ta'siri inobatga olinmasin.

Yechish: Magnit maydoni induksiyasi B ni magnit maydonidagi tokli o'ramga ta'sir etuvchi mexanik momentning ifodasidan aniqlash mumkin:

$$M = P_m \cdot B\sin\alpha.$$

Agar mexanik momentning maksimal qiymatli $\alpha = \pi/2$ da ($\sin\alpha = 1$) bo'lishini, hamda $P_m = I\cdot S$ ekanligini hisobga olsak, (1) formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$M_{max} = I\cdot B\cdot S. \qquad (1)$$

Bundan $S = \pi r^2$ ekanligini hisobga olib, quyidagini topamiz:

$$B = M_{max} / (\pi \cdot r^2 \cdot I) \qquad (2)$$

(2) formulaga binoan hisoblash o'tkazsak,

$$B = 104\ \mu\text{Tl}.$$

4-masala. Tomonlarining uzunligi $a = 2$ cm dan bo'lgan $N = 100$ ta ingichka sim o'ramidan iborat kvadrat ramka buralish doimiysi $C = 10\,\mu\text{N} \cdot \frac{\text{m}}{\text{grad}}$ bo'lgan elastik ipga osilgan. Ramka tekisligi tashqi magnit maydoni induksiya chiziqlarining yo'nalishi bilan mos keladi. Agar ramkadan $I = 1$ A tok o'tkazilganda $\alpha = 60^\circ$ burchakka burilgan bo'lsa tashqi magnit maydonning induksiyasi aniqlansin.

Yechish: Tashqi maydoni induksiyasi $\vec{B}$ ramkaning maydonidagi muvozanatlik shartidan topilishi mumkin. Agar ramkaga ta'sir etuvchi mexanik momentlarning yig'indisi nolga teng bo'lsa, unda u muvozanat holatida bo'ladi:

$$\sum \vec{M} = 0. \qquad (1)$$

Mazkur holda ramkaga ikkita moment ta'sir qiladi (22.3-rasm). $\vec{M}_1$ – tashqi magnit maydonining tokli ramkaga ta'sir kuchi momenti va $\vec{M}_2$ –ramka osilgan ipning burilishi natijasida, vujudga keladigan elastiklik kuchining momenti. Binobarin, (1) formula

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 0,$$

ko'rinishda qayta yozilishi mumkin. Bu tenglikdagi M_1 va M_2 larni kuch momentlari bog'liq bo'lgan kattaliklar orqali ifodalab quyidagini olamiz

$$p_m \cdot B \cdot \sin\alpha - C\varphi = 0. \qquad (2)$$

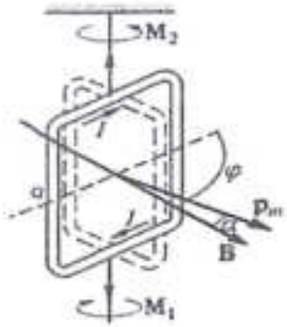
M_2 moment oldidagi manfiy ishora bu moment o'z yo'nalishi bo'yicha M_1 momentga qarama-qarshi bo'lganligi tufayli qo'yiladi.

Agar $p_m = ISN = Ia^2N$ ekanligini hisobga olsak (bunda I – ramkadagi tok kuchi; $S = a^2$ – ramka yuzasi; N – undagi o'ramlar soni), (2) tenglikni quyidagi ko'rinishda qayta yozamiz

$$N \cdot I \cdot a^2 B \sin\alpha - C\varphi = 0,$$

bundan

$$B = \frac{C\varphi}{NIa^2 \sin\alpha} \qquad (3)$$



22.3-rasm

22.3-rasmdan $\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi$ ekanligi ko'rinib turibdi, demak, $\sin\alpha = \cos\varphi$. Bu tenglikni hisobga olganda (3)

$$B = \frac{C\varphi}{NIa^2 \cos\varphi} \qquad (4)$$

ko'rinishni oladi.

Buralish doimiysi C ning graduslarda hisoblangan qiymatini (SI da ifodalanishi kerak bo'lgan radianlarda emas),

$$C = 10 \cdot 10^{-7}\ \text{N} \cdot \frac{\text{m}}{\text{grad}},$$

ko'rinishda yozamiz. Chunki φ burchakning qiymati ham graduslarda berilgan.

Berilganlarni (4) formulaga qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$B = \frac{10 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{100 \cdot 1 \cdot (0{,}02)^2 \cdot \frac{1}{2}}\,\text{Tl} = 0{,}03\ \text{Tl} = 30\,\text{mTl}.$$

5-masala. Tomonlarining uzunligi $a = 10$ cm dan bo'lgan $I = 100$ A tok oqayotgan yassi kvadrat kontur induksiyasi $B = 1$ Tl bo'lgan bir jinsli magnit maydonida erkin o'rnashgan. Konturni uning qarama-qarshi tomonlarining o'rtasidan o'tuvchi o'qqa nisbatan quyidagi burchaklarga burishda tashqi kuchlar bajaradigan A ish aniqlansin: 1) $\varphi_1 = 90^\circ$; 2) $\varphi_2 = 3^\circ$. Kontur burilishida undagi tok kuchi 0 o'zgarmas saqlanadi.

Yechish: Magnit maydonidagi tokli konturga:

$$M = p_m \cdot B\sin\varphi, \qquad (1)$$

mexanik moment ta'sir qiladi.

Masalaning shartiga ko'ra boshlang'ich momentda kontur magnit maydonida erkin o'rnashgan. Bunda kuchlar momenti nolga teng $(M = 0)$ va demak $\varphi = 0$, ya'ni $\vec{p}_m$ va $\vec{B}$ vektorlarning yo'nalishlari o'zaro mos.

Agar tashqi kuchlar konturni muvozanat holatidan chiqarsa, u holda vujudga kelgan va (1) formula bilan aniqlanuvchi kuch momenti konturni dastlabki holatiga qaytarishga harakat qiladi. Tashqi kuchlar tomonidan mana shu momentga qarshi ish bajariladi. Kuch momenti o'zgaruvchan bo'lganidan

(u burilish burchagi φ ga bog'liq) ishni hisoblash uchun uning differensial ko'rinishdagi formulasini qo'llaymiz:

$$dA = Mdφ. \qquad (2)$$

Bunga M ning (1) formula bo'yicha ifodasini qo'yib va

$$P_m = IS = Ia^2,$$

ekanligini hisobga olib, (bunda I – konturdagi tok kuchi, $S = a^2$ kontur yuzasi) quyidagini olamiz:

$$dA = I \cdot B \cdot a^2 \sin φ dφ.$$

Bu ifodadan integral olib cheklі burchakka burilishdagi ishni topamiz:

$$A = I \cdot B \cdot a^2 \int_0^{φ} \sin φ dφ. \qquad (3)$$

1. $φ_1 = 90°$ burchakka burilishdagi ish:

$$A_1 = I \cdot B \cdot a^2 \int_0^{90°} \sin φ dφ = IBa^2 \left| -\cos φ \right|_0^{90°} = IBa^2. \qquad (4)$$

Bu tenglikning o'ng tomoni ish birligi (J) ni berishiga ishonch hosil qilamiz:

$$[I][B][a^2] = 1\ A \cdot 1\ Tl \cdot (1\ m)^2 = 1\ N \cdot 1\ m = 1\ J.$$

(4) formulaga binoan hisoblab, quyidagi natijani olamiz:

$$A_1 = 1\ J.$$

2. $φ_2 = 3'$ burchakka burilishdagi ish. Bu holda $φ_2$ burchak kichikligini hisobga olib (3) ifodadagi $\sin φ$ ni $φ$ bilan almashtiramiz:

$$A_2 = I \cdot B \cdot a^2 \int_0^{φ_2} φ dφ = \frac{1}{2} I \cdot B \cdot a^2 φ_2^2. \qquad (5)$$

$φ_2$ burchakni radianlarda ifodalaymiz (9-jadvalga q.):

$$φ_2 = 3' = 3 \cdot 1{,}75 \cdot 10^{-2}\ rad = 0{,}0525\ rad.$$

I, B, a va $φ_2$ larning qiymatlarini (5) formulaga qo'ysak, $A_2 = 1{,}37$ mJ.

Masalalar

Amper kuchi

22.1. $I = 1$ kA tok oqayotgan to'g'ri sim o'tkazgich bir jinsli magnit maydonida induksiya chiziqlariga tik ravishda joylashgan. Agar magnit maydoni induksiya $B = 1$ Tl bo'lsa, u simning uzunligi $l = 1$ m bo'lgan kesmasiga qanday F kuch bilan ta'sir qiladi?

22.2. $I = 20$ A tok oqayotgan uzunligi $l = 10$ cm bo'lgan to'g'ri o'tkazgich induksiyasi $B = 0{,}01$ Tl bo'lgan bir jinsli magnit maydonida turibdi. Agar simga $F = 10$ mN kuch ta'sir etayotgan bo'lsa, magnit maydoni induksiyasi vektori $\vec{B}$ va tok yo'nalishlari orasidagi α burchak topilsin.

22.3. Simdan yasalgan kvadrat ramka uzun to'g'ri sim bilan ikki tomoni simga parallel holda bir tekislikda joylashgan. Ramkadan va simdan bir xil $I = 1$ kA tok oqib o'tmoqda. Agar ramkaning simga yaqin turgan tomoni uning uzunligiga teng masofada turgan bo'lsa, ramkaga ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin.

22.4. $R = 15$ cm radiusli halqaning uchdan birini tashkil etuvchi yoy ko'rinishidagi ingichka sim bir jinsli magnit maydonida ($B = 20$ mTl) turibdi. Simdan $I = 30$ A tok oqmoqda. Yoy yotgan tekislik magnit induksiya chiziqlariga tik, qolgan simlar esa maydondan tashqarida joylashgan. Simga ta'sir etuvchi F kuch aniqlansin.

22.5. $R = 20$ cm radiusli halqa shaklidagi ingichka simdan $I = 100$ A tok oqmoqda. Halqa tekisligiga tik ravishda $B = 20$ mT induksiyali bir jinsli magnit maydoni hosil qilingan. Halqani cho'zuvchi F kuch topilsin.

22.6. Ikki simli elektr uzatish tarmog'i bir-biridan $d = 4$ mm masofada joylashgan uzun parallel to'g'ri simlardan iborat. Simlardan bir xil $I = 50$ A tok oqib o'tmoqda. O'tkazgichning birlik uzunligiga ta'sir qiluvchi kuch aniqlansin.

22.7. Generatorning shinalari bir-biridan $d = 20$ cm masofada turgan, har birining uzunligi $l = 2$ m dan bo'lgan ikkita mis lentadan iborat. Ulardan $I = 10$ kA tok oqib o'tayotgan paytda, ya'ni qisqa tutatish hodisasi ro'y bergan holda shinalarning o'zaro itarish kuchi F qanday bo'lishi aniqlansin.

22.8. Har birining uzunligi $l = 1$ m dan bo'lgan ikkita parallel simdan bir xil tok oqmoqda. Simlar orasidagi d masofa 1 cm ga teng. Toklar $F = 1$ mN kuch bilan o'zaro ta'sirlashishadi. Simlardagi tok kuchi I topilsin.

22.9. Bir-biridan bir xil $a = 10$ cm masofada turgan uchta parallel to'g'ri sim o'tkazgichlardan bir xil $I = 100$ A dan tok oqib o'tmoqda. Ikkita simda toklarning yo'nalishi mos keladi. Har bir simning uzunlik birligiga ta'sir etuvchi F kuch hisoblansin.

22.10. $R = 10$ cm radiusli halqa ko'rinishida bukilgan ikkita ingichka simning har biridan bir xil $I = 10$ A dan tok oqib o'tmoqda. Agar halqalar simning har biridan bir xil $I = 10$ A dan tok oqib o'tmoqda. Agar halqalar yotgan tekisliklar parallel, halqalarning markazlari orasidagi d masofa esa 1 mm ga teng bo'lsa, bu halqalarning o'zaro ta'sir kuchi F topilsin.

22.11. Tomonlari $a = 20$ cm dan bo'lgan ikkita bir xil yassi kvadrat konturning har biridan bir xil $I = 10$ A dan tok oqib o'tmoqda. Agar konturlarning mos tomonlari orasidagi d masofa 2 mm ga teng bo'lsa, konturlarning o'zaro ta'sir kuchi F aniqlansin.

Magnit moment

22.12. $r = 5$ cm radiusli o'ramdan $I = 10$ A tok oqmoqda. Aylanma tokning magnit momenti p_m aniqlansin.

22.13. Juda kalta g'altak ingichka simning $N = 1000$ ta o'ramidan iborat. G'altak tomonining uzunligi $a = 10$ cm bo'lgan kvadrat kesimga ega. G'altakdan $I = 1$ A tok o'ta'ngan bo'lsa g'altakning magnit momenti p_m topilsin.

22.14. O'ramning magnit momenti $p_m = 0.2$ J/Tl. Agar o'ramning diametri $d = 10$ cm bo'lsa, undan o'tayotgan tok kuchi I aniqlansin.

22.15. Aylanma o'ram markazidagi magnit maydoni kuchlanganligi $H = 200$ A/m. O'ramning magnit momenti $p_m = 1$ A·m^2. O'ramdagi tok kuchi I va o'ramning radiusi R hisoblansin.

22.16. R radiusli halqadan tok oqmoqda. Halqa o'qida uning tekisligidan $d = 1$ m masofadagi magnit maydoni induksiya $B = 10$ nTl ga teng. Tokli halqaning magnit momenti p_m aniqlansin. R radius d dan ancha kichik deb hisoblansin.

22.17. G'alayonlanmagan vodorod atomidagi elektron yadro atrofida $r = 53$ pm radiusli aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Agar atom induksiya chiziqlari elektron orbitasi tekisligiga parallel bo'lgan magnit maydonida joylashtirilgan bo'lsa, ekvivalent aylanma tokning magnit momenti p_m va bu aylanma tokka ta'sir etuvchi mexanik moment M hisoblansin. Maydonning magnit induksiyasi $B = 0{,}1$ Tl.

22.18. Vodorod atomidagi elektron yadro atrofida ma'lum radiusli aylana orbita bo'ylab harakatlanmoqda. Ekvivalent aylanma tok magnit momenti p_m ning elektronning orbital harakati impulsning momenti L ga nisbati (giromagnit munosabat) topilsin. Elektronning massasi va zaryadi ma'lum deb hisoblansin. $\vec{p}_m$ va $\vec{L}$ vektorlarning yo'nalishlari ko'rsatilsin.

22.19. Uzunligi $l = 20$ cm bo'lgan ingichka tayoqchada $Q = 240$ nC zaryad bir tekis taqsimlangan. Tayoqcha o'zining markazidan o'tuvchi va unga tik yo'nalgan o'qqa nisbatan $\omega = 10$ rad/s o'zgarmas burchak tezlik bilan aylanma harakatga keltirilgan. Agar tayoqchaning massasi $m = 12$ g

bo'lsa: 1) zaryadlangan tayoqchaning aylanishi natijasida vujudga keladigan magnit momenti p_m. 2) magnit momentining impuls momentiga nisbati (p_m/L) aniqlansin.

22.20. $R = 10$ cm radiusli ingichka halqada $Q = 10$ nC zaryad bor. Halqa markazidan o'tuvchi va halqa tekisligiga tik yo'nalgan o'qqa nisbatan $\nu = 10$ s^{-1} chastota bilan bir tekis aylanmoqda. Agar halqaning massasi $m = 10$ g bo'lsa: 1) halqa hosil qiladigan aylanma tokning magnit momenti p_m; 2) magnit momentining impuls momentiga nisbati (p_m/L) topilsin.

22.21. Xuddi oldingi masaladagi shartlarda halqa diametrlaridan biri bilan mos keluvchi o'qqa nisbatan aylanadigan hol uchun o'sha vazifa bajarilsin.

22.22. $R = 10$ cm li diskda sirt bo'ylab bir tekis taqsimlangan $Q = 0{,}2$ μC zaryad bor. Disk markazidan o'tuvchi, tekisligiga tik yo'nalgan o'qqa nisbatan $\nu = 20$ s^{-1} chastota bilan bir tekis aylanmoqda. Agar diskning massasi $m = 100$ g bo'lsa: 1) disk hosil qiladigan aylanma tokning magnit momenti p_m; 2) magnit momentining impuls momentiga nisbati (p_m/L) aniqlansin.

22.23. Radiusi $R = 10$ cm bo'lgan yupqa devorli metall sferada sirti bo'ylab bir tekis taqsimlangan $Q = 3$ μC zaryad bor. Sfera o'zining markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan $\omega = 10$ rad/s burchak tezlik bilan bir tekisda aylanmoqda. Agar sferaning massasi $m = 100$ g bo'lsa: 1) sferaning aylanishida hosil qilinadigan doiraviy tokning magnit momenti p_m; 2) magnit momentining impuls momentiga nisbati (p_m/L) topilsin.

22.24. $R = 10$ cm radiusli yaxlit sharda hajm bo'ylab bir tekis taqsimlangan $Q = 200$ nC zaryad bor. Shar o'zining markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan $\omega = 10$ rad/s burchak tezlik bilan aylanmoqda. Agar sharning massasi $m = 10$ kg bo'lsa:) shar aylanishi natijasida vujudga keladigan doiraviy tokning magnit momenti p_m; 2) magnit momentining impuls momentiga nisbati (p_m/L) aniqlansin.

Tokli kontur magnit maydonida

22.25. $R = 5$ cm radiusli sim halqa kuchlanganligi $H = 2$ kA/m bo'lgan bir jinsli magnit maydonida joylashgan. Halqa tekisligi maydon yo'nalishi

bilan $\alpha = 60$ li burchak hosil qiladi. Halqadan $I = 4$ A tok oqib o'tayotganda, halqaga ta'sir etuvchi mexanik moment M topilsin.

22.26. $d = 20$ cm diametrli halqa diametrlaridan biri bilan mos keluvchi tekislikka parallel vertikal o'q atrofida aylanishi mumkin. Halqani magnit meridiani tekisligida o'rnatdilar va undan $I = 10$ A tok oqizdilar. Halqani boshlang'ich holatda tutish uchun unga qanday M mexanik moment qo'yilishi kerak[32].

22.27. Ingichka simning $N = 200$ ta o'ramidan iborat va tomonlarining uzunliklari $a = 4$ cm, $b = 1{,}5$ cm bo'lgan to'rtburchakli galvanometr ramkasi $B = 0{,}1$ Tl induksiyali magnit maydonida turibdi. Ramka tekisligi induksiya kuch chiziqlariga parallel. 1) o'ramlaridan $I = 1$ mA tok oqqanda ramkaga ta'sir etuvchi mexanik moment M; 2) shu tokda ramkaning magnit momenti p_m topilsin.

22.28. Ko'ndalang kesimining yuzasi $S = 150$ cm^2 bo'lgan kalta g'altak $N = 200$ ta sim o'ramidan iborat bo'lib, undan $I = 4$ A tok oqib o'tmoqda. G'altak kuchlanganligi $H = 8$ kA/m bo'lgan bir jinsli magnit maydoniga joylashtirildi. Agar g'altakning o'qi induksiya chiziqlari bilan $\alpha = 60$ li burchak tashkil qilsa, g'altakning magnit momenti p_m va unga maydon tomonidan ta'sir etadigan aylantiruvchi kuch momenti M aniqlansin.

22.29. Ingichka simning $N = 200$ ta o'ramidan iborat galvanometr ramkasi elastik ipga osilgan. Ramkaning yuzasi $S = 1$ cm^2. Ramka yuzasining normali magnit induksiya ($B = 5$ mTl) chiziqlariga tik yo'nalgan. Galvanometrdan $I = 2$ μA tok o'tkazilganda ramka $\alpha = 30$ burchakka burildi. Ipning buralish domiysi C topilsin.

22.30 $m = 2$ g massali ingichka simdan yasalgan kvadrat ramkadan $I = 6$ A tok o'tkazilgan. Ramka tomonlaridan birining o'rtasidan noelastik ipga erkin osilgan. Ramka induksiyasi $B = 2$ mTl bo'lgan bir jinsli magnit mandoniga ritildi. Tokli ramkaning kichik tebranishlar davri T aniqlansin. Tebranishlarning so'nishi hisobga olinmasin.

22.31. Massasi $m = 3$ g bo'lgan halqa ko'rinishidagi ingichka sim bir jinsli magnit maydonidagi noelastik tolaga erkin holda osilgan. Halqadan $I = 2$ A tok oqmoqda. U vertikal o'qqa nisbatan $T = 1{,}2$ s kichik buralma tebranishlar sodir qiladi. Maydonning magnit induksiyasi B topilsin.

[32] Yer maydoni magnit induksiyasining gorizontal tashkil etuvchisi $B_g \approx 20$ μTl ga teng deb qabul qilinsin.

22.32. Magnit momenti $p_m = 10$ mA·m^2 bo'lgan tokli kontur o'qida boshqa xuddi shunday kontur turibdi. Ikkinchi kontur magnit momentining vektori o'qqa tik yo'nalgan. Ikkinchi konturga ta'sir etayotgan mexanik moment M hisoblansin. Konturlar orasidagi d masofa 50 cm ga teng. Konturlarning o'lchamlari ular orasidagi masofaga nisbatan yetarlicha kichik.

22.33. Magnit maydonini $I = 100$ A tok oqayotgan $R = 20$ cm radiusli halqasimon o'tkazgich hosil qilayabdi. Halqa o'qida magnit momenti $p_m = 10$ mA·m^2 bo'lgan o'lchamlari kichik boshqa bir halqa joylashgan. Halqalarning tekisliklari parallel, markazlari orasidagi d masofa esa 1 cm ga teng. Kichik halqaga ta'sir etuvchi kuch topilsin.

Magnit dipoli

22.34. Magnit maydoni $I = 100$ A tokli cheksiz uzun o'tkazgich tomonidan hosil qilingan. O'tkazgichdan $a = 10$ cm masofada magnit momentining ($p_m = 1$ mA·m^2) vektori o'tkazgich bilan bir tekislikda yotgan va unga tik yo'nalgan nuqtaviy dipol turibdi. Magnit dipoliga ta'sir etuvchi kuch F aniqlansin.

22.35. Agar nuqtaviy magnit dipoliga ta'sir etuvchi maksimal kuch $F_{max} = 1$mN bo'lsa, magnit maydonining bir jinsli emaslik darajasi (dB/dx) aniqlansin. Nuqtaviy dipolning magnit momenti $p_m = 2$ mA·m^2.

22.36. Radiusi $R = 20$ cm bo'lgan sim halqa magnit meridiani tekisligida joylashgan. Halqaning o'rtasiga kompas o'rnatilgan. Agar kompasning magnit mili magnit merediani tekisligidan $\alpha = 9^\circ$ burchakka chetlashgan bo'lsa, halqadan oqib o'tayotgan tok kuchi aniqlansin.

22.37. G'altagi o'ramlar soni N bo'lgan tangens-galvanometrdan oqayotgan tok kuchi son qiymati jihatidan chulg'am markaziga joylashtirilgan magnit mili chetlanish burchagi tangensiga teng. Tangens-galvanometr g'altagidagi o'ramlar soni N aniqlansin. G'altakning radiusi $r = 25$ cm. G'altakning o'qi magnit meridiani tekisligiga tik yo'nalgan[33].

22.38. Har bir santimetr uzunligida $n = 5$ tadan o'ram bo'lgan uzun to'g'ri solenoid magnit meridiani tekisligiga tik holatda joylashgan. Solenoidning ichki qismi o'rtasida Yerning magnit maydoni gorizontal tashkil etuvchisi bo'ylab joylashgan magnit mili bor. Solenoiddan tok o'tkazganda magnit mili $\alpha = 60^\circ$ burchakka og'di. Solenoiddan o'tayotgan tok kuchi I topilsin.

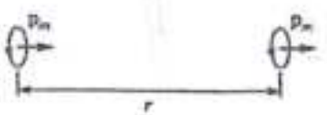
[33] 22.26-masalaga taalluqli izohga q

22.39. Kalta to'g'ri magnit magnit meridiani tekisligiga tik ravishda o'rnashgan. Magnit o'qida uning markazidan $r = 50$ cm (magnit uzunligidan yetarlicha katta) masofada magnit mili turibdi. Agar magnit mili magnit meridiani tekisligidan $\alpha = 6$ burchakka chetlashsa, magnitning magnit momenti p_m hisoblansin.

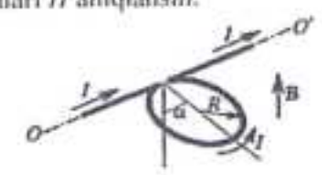
22.40. $C = 50\,\mu F$ elektr sig'imli kondensator EYuK $\xi = 80$ V bo'lgan tok manbaidan zaryadlanadi va maxsus almashlab ulagich yordamida magnit meridiani tekisligida joylashgan tangens galvanometrning chulg'ami orqali sekundiga 100 marta to'la zaryadsizlanadi. Agar tangens-galvanometrning chulg'ami $r = 25$ cm radiusli $N = 10$ o'ramdan iborat bo'lsa, uning markazida turgan magnit mili qanday α burchakka buriladi?

22.41. $R = 10$ cm radiusli aylanma simning markazida joylashtirilgan magnit mili sim turgan vertikal tekislik bilan $\alpha = 20$ burchak hosil qiladi. Simdan I=3 A tok o'tkazilganida magnit mili yana α burchakka burildi. Milning burilish burchagi aniqlansin.

22.42* Bir xil magnit momentiga ega ($p_m = 4\text{mA}\cdot\text{m}^2$) ikkita nuqtaviy magnit dipoli bir-biridan $r = 2$ m masofada joylashgan (22.4-rasm). Ularning o'zaro ta'sir kuchi F va potensial energiyalari Π aniqlansin.



22.4-rasm

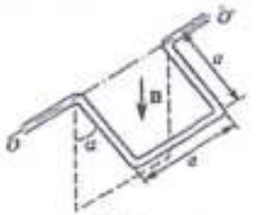


22.5-rasm

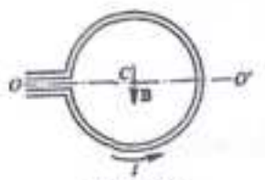
22.43* Massasi m=20 g va radiusi R=10 cm bo'lgan yupqa o'tkazuvchan halqa bir jinsli magnit maydonida joylashgan. Halqadan I=25 A tok o'tkazilganda u OO' gorizontal o'q atrofida $\alpha = 15°$ ga burildi (22.5-rasm). Kuch chiziqlari bu o'qqa perpendikulyar va tik yuqoriga yo'nalgan magnit maydon induksiyasi B topilsin.

22.44* Misdan yasalgan to'g'ri burchakli tutqichning ko'ndalang kesim yuzasi 2mm^2 bo'lib, u induksiyasi $B = 10$ mTl bo'lgan bir jinsli magnit maydonida joylashgan (22.6-rasm). Tutqich OO' o'q atrofida erkin aylana oladi. Agar tutqichdan I=20 A tok o'tkazilsa u vertikaldan qanday α burchakka buriladi. Magnit maydoni induksiyasi B pastga yo'nalgan (22.6-rasmga qarang).

22.45* Massasi m=20 g bo'lgan simli halqa (kontur) diametrlaridan biri bilan ustma-ust tushuvchi OO' o'q atrofida erkin aylana oladi. Halqadan 10A tok o'tyapti. u kuch chiziqlari halqa tekisligida yotgan va OO' o'qqa perpendikulyar bo'lgan induksiyasi $B = 12\,\mu$Tl bo'lgan bir jinsli magnit maydonida joylashgan (22.7-rasmga qarang). Kontur tashqi kuchlar tufayli shu vaziyatni egallagan. Induksion toklarni e'tiborga olmagan holda kontur tashqi kuchlar ta'siridan holi bo'lgan hollarda: 1) boshlang'ich holdagi burchak tezlanish; 2) maksimal burchak tezlik ω_{max} topilsin.

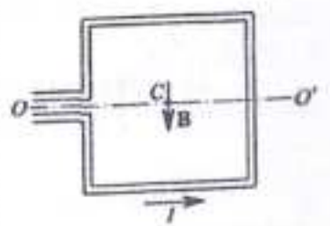


22.6-rasm



22.7-rasm

22.46* Massasi m=40 g bo'lgan kvadrat shaklidagi simli kontur, kontur tekisligida yotuvchi va uning qarama-qarshi tomonlari markazidan o'tuvchi OO' o'q atrofida aylana oladi. Konturdan I=15 A tok oqib o'tmoqda va u kuch chiziqlari OO' o'qqa perpendikulyar hamda kontur tekisligiga parallel bo'lgan bir jinsli magnit maydoniga $B = 10\,\mu$Tl joylashtirilgan (22.8-rasm). Kontur tashqi kuchlar ta'sirida tutib turilmoqda. Induksion toklarni e'tiborga olmagan holda kontur tashqi kuchlar ta'siridan holi bo'lgan hollarda: 1) boshlang'ich holdagi burchak tezlanish; 2) maksimal burchak tezlik ω_{max} topilsin.

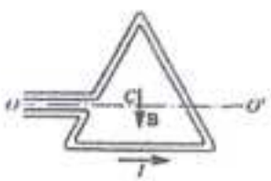


22.8-rasm

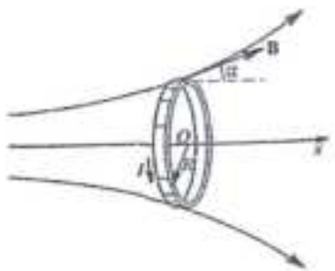
22.47* Massasi m=12 g bo'lgan uchburchak shaklidagi simli kontur uning massa markazidan o'tuvchi va uchburchakning biror tomoniga parallel bo'lgan OO' o'q atrofida aylana oladi. Kontur bo'ylab I=4 A tok oqib o'tmoqda va u kuch chiziqlari kontur tekisligiga parallel hamda OO' o'qiga perpendikulyar bo'lgan (22.9-rasm) bir jinsli magnit maydonida joylashgan ($B = 8\,\mu$Tl). Kontur tashqi kuchlar ta'sirida rasmda ko'rsatilgan vaziyatdagi kabi muvozanatda turibdi. Induksion toklarni hisobga olmagan paytda

1) harakat boshlangan paytdagi konturning burchak tezlanishi ε; 2) maksimal burchak tezligi ω_{max} topilsin.

22.48* Massasi m=10 g bo'lgan R=6 cm radiusli yupqa halqadan I=15 A tok o'tyapdi. U bir jinsli bo'lmagan aksial-simmetrik magnit maydoniga joylashtirildi. Halqa o'qi magnit maydonining simmetriya o'qi bilan ustma-ust tushadi. Agar magnit maydoni induksiyasi $\vec{B}$ ($\vec{B}$ = 0.08 Tl) Ox o'qi bilan $\alpha = 30^\circ$ burchak hosil qilayotgan bo'lsa (22.10-rasm) halqaning a tezlanishi topilsin.



22.9-rasm



22.10-rasm

23 -§. MAGNIT MAYDONIDA HARAKATLANAYOTGAN ZARYADGA TA'SIR ETUVCHI KUCH

Asosiy formulalar

$\vec{B}$ induksiyali magnit maydonida $\vec{\vartheta}$ tezlik bilan harakatlanayotgan Q zaryadga ta'sir etuvchi $\vec{F}$ kuch (Lorens kuchi):

$$\vec{F} = Q\left[\vec{\vartheta}\vec{B}\right] \text{ yoki } F = |Q|\vartheta B\sin\alpha,$$

bu yerda α – harakatlanuvchi zaryadning tezlik vektori $\vec{\vartheta}$ va magnit maydoni induksiya vektori $\vec{B}$ hosil qilgan burchak.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala: Elektron $U = 400$ V tezlashtiruvchi potensiallar farqidan o'tib, $B = 1{,}5$ mTl induksiyali bir jinsli magnit maydoniga kirdi. 1) Elektron trayektoriyasining egrilik radiusi R; 2) elektronning magnit maydonidagi aylanish chastotasi ν – aniqlansin. Elektronning tezlik vektori induksiya chiziqlariga tik yo'nalgan.

Yechish: 1. Elektron trayektoriyasining egrilik radiusini quyidagi mulohazalarga asoslanib aniqlaymiz: magnit maydonida harakatlanayotgan elektronga Lorens kuchi $\vec{F}$ ta'sir qiladi. (og'irlik kuchini ta'sirini inobatga

olmaslik mumkin). Lorens kuch vektori tezlik vektoriga tik yo'nalgan va demak, Nyutonning ikkinchi qonuniga muvofiq elektronga normal tezlanish a_n beradi: $F = m\,a_n$. Bunga F va a_n larning ifodalarini qo'yib quyidagini olamiz

$$|e|\vartheta B\sin\alpha = \frac{m\vartheta^2}{R}, \qquad (1)$$

bunda e, ϑ, m – elektronning zaryadi, tezligi, massasi; $\vec{B}$ – magnit maydoni induksiyasi; R –trayektoriyaning egrilik radiusi; α–tezlik vektori $\vec{V}$ va induksiya vektori $\vec{B}$ larning yo'nalishlari orasidagi burchak (bizning holimizda $\vec{\vartheta} \perp \vec{B}$ va $\alpha = 90^\circ$, $\sin\alpha = 1$. (1) formuladan topamiz:

$$R = \frac{m\vartheta}{|e|B}. \qquad (2)$$

(2) ifodaga kirgan impuls $m\vartheta$ ni elektronning kinetik energiyasi T orqali ifodalaymiz:

$$m\vartheta = \sqrt{2mT}. \qquad (3)$$

Tezlantiruvchi U potensiallar farqidan o'tgan elektronning kinetik energiyasi esa $T = |e|U$ tenglik bilan aniqlanadi. T ning bu ifodasini (3) formulaga qo'yib $m\vartheta = \sqrt{2m|e|U}$ ni olamiz. Unda egrilik radiusi uchun yozilgan (2) ifoda

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|e|}} \qquad (4)$$

ko'rinishni oladi.

Bu tenglikning o'ng tomoni uzunlik birligi (m) ni berishiga ishonch hosil qilamiz:

$$\frac{[m]^{1/2}[U]^{1/2}}{[B][e]^{1/2}} = \left[\frac{1\text{kg}\cdot 1\text{V}}{[1\text{T}]^2\cdot 1\text{C}}\right]^{1/2} = \left[\frac{1\text{kg}\cdot 1\text{V}\cdot(1\text{A})^2\cdot(1\text{m})^2}{(1\text{N})^2\cdot 1\text{A}\cdot 1\text{s}}\right]^{1/2} =$$

$$= \left[\frac{1\text{kg}\cdot 1\text{J}\cdot(1\text{m})^2}{1\text{N}\cdot 1\text{s}^2}\right]^{1/2} = \left[\frac{1\text{kg}\cdot 1\text{m}^3}{1\text{N}\cdot 1\text{s}^2}\right]^{1/2} = 1\text{m} \qquad (4)$$

formulaga binoan hisoblashni bajaramiz:

$$R = 45 \text{ mm}.$$

2. Aylanish chastotasini aniqlash uchun chastotani tezlik va trayektoriyaning egrilik radiusi bilan bog'lovchi formuladan foydalanamiz:

$$\nu = \frac{\vartheta}{2\pi R}.$$

Bu formulaga (2) ifodadagi R ni qo'yib quyidagini olamiz:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{|e|}{m} B,$$

hisoblashni bajarsak,

$$\nu = 4{,}20 \cdot 10^{7}\ \mathrm{s}^{-1}.$$

2-masala. $\vartheta = 2\ \mathrm{Mm/s}$ tezlikka ega bo'lgan elektron $B = 30\ \mathrm{mTl}$ induksiyali bir jinsli magnit maydoniga induksiya chiziqlari yo'nalishiga $\alpha = 30^{\circ}$ burchak ostida uchib kirdi. Elektron harakatlanadigan burama chiziqning radiusi R va qadami h aniqlansin.

Yechish: Ma'lumki, magnit maydoniga uchib kirgan zaryadlangan zarrachaga magnit induksiya $\vec{B}$ va zarra tezligi ϑ vektorlariga tik yo'nalgan Lorens kuchi ta'sir qiladi:

$$F = Q\vartheta B \cdot \sin\alpha, \qquad (1)$$

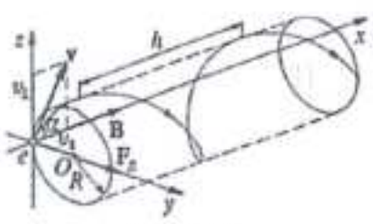
bunda Q – zarraning zaryadi.

Zarra elektron bo'lgan holida (1) formulani

$$F = |e|\vartheta B \sin\alpha \qquad (1)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Lorens kuchining vektori tezlik vektoriga tik bo'lganligidan bu kuch ta'sirida tezlik moduli o'zgarmaydi. Lekin tezlik o'zgarmas bo'lganida (1) formuladan ko'rinib turganidek, Lorens kuchining qiymati ham o'zgarmay qoladi. Mexanikadan ma'lumki, tezlikka tik yo'nalgan o'zgarmas kuch aylana bo'ylab harakatni vujudga keltiradi. Binobarin, magnit maydoniga uchib kirgan elektron induksiya chiziqlariga tik yo'nalgan tekislikda aylana bo'ylab tezligining ko'ndalang tashkil etuvchisi $\vartheta_{\perp}$ ga teng bo'lgan tezlik bilan harakat qiladi (23.1-rasm); bir paytning o'zida u maydon bo'ylab $\vartheta_{\parallel}$ tezlik bilan ham harakatllanadi:



23.1-rasm

$$\vartheta_{\perp} = \vartheta \sin\alpha, \quad \vartheta_{\parallel} = \vartheta \cos\alpha.$$

Bir paytning o'zida aylana bo'ylab va to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlarda qatnashishi natijasida elektron burama chiziq bo'ylab harakatlanadi.

Elektron harakatlanayotgan aylananing radiusini quyidagicha topamiz. Lorens kuchi F elektronga normal tezlanish a_n beradi. Nyutonning ikkinchi qonuniga muvofiq $F = ma_n$, bunda $F = |e|\vartheta_{\perp} B$ va $a = \vartheta_{\perp}^2 / R$. U holda

$$|e|\vartheta_{\perp} B = m\vartheta_{\perp}^2 / R.$$

bundan, $\vartheta_{\perp}$ qisqartirilgandan keyin burama chiziqning radiusini topamiz:

$$R = \frac{m\vartheta_{\perp}}{|e|B} \quad \text{yoki} \quad R = \frac{m\vartheta \cdot \sin\alpha}{|e|B}.$$

M, ϑ, e, B va α kattaliklarning qiymatlarini qo'yib, hisoblasak

$$R = 0{,}19\ \mathrm{mm}.$$

Burama chiziqning qadami elektronning $\vartheta_{\parallel}$ tezlik bilan elektron bir marta aylanishi uchun zarur bo'lgan vaqt mobaynida maydon bo'ylab o'tgan yo'liga teng

$$h = \vartheta_{\parallel} T,$$

bunda $T = 2\pi R / \vartheta_{\perp}$ – elektronning aylanish davri. T ning bu ifodasini (2) formulaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$h = \frac{2\pi R\vartheta_{\parallel}}{\vartheta_{\perp}} \quad \text{yoki} \quad h = \frac{2\pi R\vartheta\cos\alpha}{\vartheta\sin\alpha} = 2\pi R\,\mathrm{ctg}\,\alpha.$$

Bu formulaga π, R va α kattaliklarning qiymatlarini qo'yib, hisoblasak:

$$H = 2{,}06\ \mathrm{mm}.$$

3-masala: Elektron induksiyasi $B = 0{,}03\ \mathrm{Tl}$ bo'lgan bir jinsli magnit maydonida $r = 10\ \mathrm{cm}$ radiusli aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Elektronning tezligi ϑ aniqlansin.

Yechish: Elektronning bir jinsli magnit maydonidagi aylana bo'ylab harakati Lorens kuchi ta'sirida yuzaga keladi (1-, 2- masalalarga q.). Shuning uchun quyidagini yozish mumkin:

$$\frac{m\vartheta^2}{r} = |e|B\vartheta, \qquad (1)$$

bundan elektronning impulsini topamiz:

$$P = m\vartheta = |e|Br. \qquad (1)$$

Relyativistik impuls:

$$P = m_0 c\beta / \sqrt{1-\beta^2},$$

formula bilan ifodalanadi

Almashtirishlarni bajarib zarra tezligini aniqlash uchun quyidagi formulani olamiz:

$$\beta = \frac{P/(m_0 c)}{\sqrt{1+\left(P/(m_0 c)\right)^2}}. \qquad (3)$$

Mazkur holda $P = |e|Br$. Binobarin,

$$\beta = \frac{|e|Br/(m_0 c)}{\sqrt{1+\left(|e|Br/(m_0 c^2)\right)}}. \qquad (4)$$

(4) formulaning suratiga ham, maxrajiga ham $|e|Br/(m_0 c)$ ifoda kiradi. Uni alohida hisoblaymiz:

$$|e|Br/(m_0 c) = 1,76.$$

$|e|Br/(m_0 c)$ nisbatning topilgan qiymatini (4) formulaga qo'yib, quyidagi natijani olamiz:

$$\beta = 0,871 \text{ yoki } \vartheta = c\beta = 2,61\cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

Bunday tezlikka ega bo'lgan elektron relyavistik bo'ladi (5-§ ga q.)

4-masala. α-zarra $U = 104$ V tezlantiruvchi potensiallar farqini o'tdi va to'g'ri burchak ostida kesishgan elektr ($E = 10$ kV/m) va magnit ($B = 0,1$ Tl) maydonlariga uchib kirdi. Agar zarra har ikkala maydonida ham tik yo'nalishda harakatlanib to'g'ri chiziqli trayektoriyasidan og'masa, alfa-zarra zaryadining uning massasiga (solishtirma zaryad) nisbati topilsin.

Yechish: α-zarra zaryadi Q ning uning massasi m ga nisbatini topish uchun elektr maydon kuchlarining ishi va zarra kinetik energiyasining o'zgarishi orasidagi bog'lanishdan foydalanamiz:

$$QU = \frac{m\vartheta^2}{2},$$

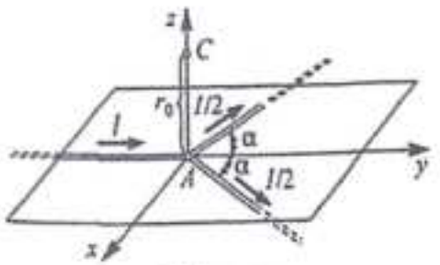
bundan

$$\frac{Q}{m} = \frac{\vartheta^2}{2U}.$$

α-zarraning tezligi ϑ ni quyidagi mulohazalardan topamiz. Kesishgan elektr va magnit maydonlarida harakatlanayotgan zaryadli zarraga ikkita kuch ta'sir qiladi:

a) tezlik vektori $\vec{\vartheta}$ va magnit induksiya vektori B larga tik yo'nalgan Lorens kuchi $\vec{F}_l = Q\left[\vec{\vartheta}\vec{B}\right]$;

b) elektrostatik maydon kuchlanganligi vektori $\vec{E}$ bilan bir tomonga yo'nalgan ($Q>0$) Kulon kuchi $\vec{F}_k = Q\vec{E}$. Koordinata o'qlari va vektor kattaliklar tasvirlangan rasmni chizamiz. Magnit induksiya vektori B ni Oz o'qi bo'ylab (23.2-rasm), tezlik $\vec{\vartheta}$ ni Ox o'qining musbat yo'nalishi bo'ylab yo'naltiramiz, unda $\vec{F}_l$ va $\vec{E}_k$ suratda ko'rsatilgandek yo'nalgan bo'ladi.



23.3-rasm

Agar kuchlarning geometrik yig'indisi $\vec{F}_l + \vec{F}_k$ nolga teng bo'lsa, alfa-zarra og'maydi. Oy o'qqa proyeksiyasidan quyidagi tenglikni olamiz (bunda tezlik vektori $\vec{\vartheta}$ magnit induksiya vektori $\vec{B}$ ga tik yo'nalgan va $\sin\left(\vec{\vartheta}\vec{B}\right) = 1$ ekanligi hisobga olingan):

$$QE - Q\vartheta B = 0,$$

bundan

$$\vartheta = E/B.$$

Tezlikning bu ifodasini (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz

$$Q/m = E^2/(2UB^2).$$

Tenglikning o'ng tomoni zaryadning massaga nisbati birligi (C/kg) ni berishiga ishonch hosil qilamiz:

$$\frac{[E]^2}{[U][B^2]} = \frac{(1\text{V/m}^2)}{1\text{V}\cdot(1\text{T})^2} = \frac{(1\text{V}\cdot\text{A})^2}{1\text{V}\cdot(1\text{N})^2} = \frac{1\text{J}\cdot\text{C}}{(1\text{N}\cdot\text{s})^2} = \frac{1\text{C}\cdot\text{m}}{1\text{N}\cdot\text{s}^2} = 1\text{C/kg}.$$

Hisoblashni bajaramiz: $\frac{Q}{m} = 4.81\cdot 10^7 \frac{\text{C}}{\text{kg}}$.

Masalalar

Lorens kuchi

23.1. $\vartheta = 4$ Mm/s tezlik bilan bir jinsli magnit maydoniga induksiya chiziqlariga nisbatan $\alpha = 30°$ burchak ostida uchib kirgan elektronga ta'sir etuvchi Lorens kuchi F aniqlansin. Maydonning magnit induksiyasi $B = 0,2$ Tl.

23.2. Agar protonning tezligi $\vartheta = 2$ mm/s bo'lsa, protonning $B = 15$ mTl induksiyali magnit maydonida chizadigan aylana yoyining radiusi R hisoblansin.

23.3. Ikki karra ionlashgan geliy atomi (α-zarra) kuchlanganligi H=100kA/m bo'lgan bir jinsli magnit maydonida R=10 cm radiusli aylana bo'ylab harakatlanmoqda. α-zarraning tezligi ϑ topilsin.

23.4. Bitta elementar zaryadga ega bo'lgan ion induksiyasi B=0,015 Tl bo'lgan bir jinsli magnit maydonida R=10 cm radiusli aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Ionning impulsi p aniqlansin.

23.5. Bitta elementar zaryadga ega bo'lgan zarra B=0,5 Tl induksiyali bir jinsli magnit maydoniga uchib kirdi. Agar uning harakat trayektoriyasi R=0,2 cm radiusli aylananing yoyidan iborat bo'lsa, zarra magnit maydonida harakatlanganida u ega bo'ladigan impuls momenti L aniqlansin.

23.6. Elektron B=0,02 Tl induksiyali magnit maydonida R=1 cm radiusli aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Elektronning kinetik energiyasi T (joullarda va elektron voltlarda) aniqlansin.

23.7. Zaryadlangan zarra muhitda vujudga keltirilgan bir jinsli magnit maydoniga uning kuch chiziqlariga tik yo'nalishda uchib kirdi. Zarra maydonida bo'lgan vaqtida modda bilan o'zaro ta'sirlashib o'zining dastlabki energiyasining yarmini yo'qotdi. Yo'lning boshlanishidagi va oxiridagi trayektoriyaning egrilik radiuslari R necha martaga farq qiladi?

23.8. Zaryadlangan zarra magnit maydonida R_1=2 cm radiusli aylananing yoyi bo'ylab harakatlanib, o'z yo'lida joylashgan qo'rgoshin plastinka orqali o'tdi. Zarra o'z energiyasini yo'qotishi natijasida trayektoriyasining egrilik radiusi o'zgardi va R_2=1 cm bo'lib qoldi. Zarra energiyasining nisbiy o'zgarishi aniqlansin.

23.9. U=600 V tezlashtiruvchi potensiallar farqidan o'tgan proton B=0,3 Tl induksiyali bir jinsli magnit maydoniga uchib kirdi va aylana bo'ylab harakatlana boshladi. Harakat trayektoriyasining radiusi R hisoblansin.

23.10. $\vartheta = 2 \cdot 10^6$ m/s tezlikka ega bo'lgan zaryadlangan zarra B=0,52 Tl induksiyali bir jinsli magnit maydoniga uchib kirdi. Agar zarra maydonida R=4 cm radiusli aylananing yoyini yasab uchsa, zarrachaning solishtirma zaryadi Q/m topilsin. Shu nisbatga qarab bu qanday zarra ekanligi aniqlansin.

23.11. U=2 kV tezlashtiruvchi potensiallar farqini o'tgan zaryadlangan zarra B=15,1 mTl induksiyali bir jinsli magnit maydonida R=1 cm radiusli aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Zarra zaryadining uning massasiga nisbati $|e|/m$ va zarraning tezligi ϑ aniqlansin.

23.12. T=1 keV energiyali zaryadlangan zarra bir jinsli magnit maydonida radiusi R=1 mm bo'lgan aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Zarraga maydon tomonidan ta'sir etuvchi F kuch topilsin.

23.13. Elektron B=0,1 Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida induksiya chiziqlariga tik yo'nalishda harakatlanmoqda. Agar trayektoriyaning egrilik radiusi R=0,5 cm bo'lsa, maydon tomonidan elektronga ta'sir etayotgan F kuch aniqlansin.

23.14. Elektron H=4 kA/m kuchlanganlikli bir jinsli magnit maydonida ϑ =10 Mm/s tezlik bilan harakatlanmoqda. Tezlik vektori kuchlanganlik chiziqlariga tik yo'nalgan. Maydon tomonidan elektronga ta'sir etayotgan F kuch va u harakatlanayotgan aylananing radiusi R topilsin.

23.15. Kinetik energiyasi T=1 MeV bo'lgan proton induksiya chiziqlariga tik ravishda bir jinsli magnit maydoniga uchib kirdi (B=1Tl). Proton harakat yo'nalishini qarama-qarshi tomonga o'zgartira olishi uchun u maydonidan tashqarida bo'lgan vaqtda maydonning protonning uchish yo'nalishidagi minimal uzunligi l qanday bo'lishi kerak?

23.16. Elektron kuchlanganligi H=10 kA/m bo'lgan bir jinsli magnit maydonida aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Elektronning aylanish davri T hisoblansin.

23.17. Elektronning induksiyasi B=0,2 Tl bo'lgan magnit maydonida aylanma orbita bo'ylab aylanish chastotasi ν aniqlansin.

23.18. Elektron B=0,1 Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Elektronning harakati yuzaga kelgan ekvivalent doiraviy tok kuchi I topilsin.

23.19. Elektron B=0,2 Tl induksiyali bir jinsli magnit maydoniga uchib kirib, R=5 cm radiusli aylana bo'ylab harakatlana boshladi. Ekvivalent aylanma tokning magnit momenti p_m aniqlansin.

23.20. Ikkita bir zaryadli ion bir xil tezlashtiruvchi potensiallar farqini o'tib, induksiya chiziqlariga tik yo'nalishda bir jinsli magnit maydoniga uchib kirdi. m_1 massasi 12 m.a.b.[34] ga teng bo'lgan bir ion R_1=4 cm radiusli aylana yoyini chizib uchdi. R_2=6 cm radiusli aylana yoyini chizib uchgan ikkinchi ionning massasi m_2 aniqlansin.

23.21. Bir xil zaryadli, lekin turli massalarga ega bo'lgan ikki ion bir jinsli magnit maydoniga uchib kirdi. Birinchi ion R_1=5 cm radiusli, ikkinchi ion esa R_2=2,5 cm radiusli aylanalar bo'ylab harakatlana boshladi. Agar ular

[34] m.a.b. - massa atom birligi.

bir xil tezlashtiruvchi potensiallar farqini o'tishgan bo'lsa, ionlar massalari nisbati m_1/m_2 topilsin.

23.22. Elektron B=100 μTl induksiyali bir jinsli magnit maydonida vintsimon chiziq bo'ylab harakatlanmoqda. Agar vintsimon chiziq qadami h=20 cm, radiusi esa R=5 cm bo'lsa, elektronning tezligi ϑ aniqlansin

23.23. Elektron B=9 mTl induksiyali bir jinsli magnit maydonida radiusi R=1 cm va qadami h=7,8 cm bo'lgan burama chiziq bo'ylab harakatlanmoqda. Elektronning aylanish davri T va tezligi ϑ aniqlansin.

23.24. B=2Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida proton harakatlanmoqda. Uning harakat trayektoriyasi R=10 cm radiusli va qadami h=60 cm bo'lgan vintsimon chiziq dan iborat. Protonning kinetik energiyasi T aniqlansin.

23.25. ϑ=8 Mm/s tezlikka ega bo'lgan elektron kuchlanganligi H=16 kA/m bo'lgan bir jinsli magnit maydoniga uchib kirdi. Tezlik vektori induksiya chiziqlari bilan α =60° burchak tashkil qiladi. Elektron magnit maydonida harakatlanayotgan vintsimon chiziq ning radiusi R va qadami h aniqlansin. Shuningdek induksiya chiziqlariga nisbatan kichik burchak ostida uchib kirgan elektronlar uchun vintsimon chiziqning qadami aniqlansin.

23.26. Agar siklotron duantlari orasidagi o'zgaruvchan potensiallar farqining maksimal qiymatli U_{max}=60 kV bo'lsa, protonning siklotron magnit mandonida N=40 marta aylanishida oladigan energiyasi ε aniqlansin. Shuningdek, tinchlikdagi massasi bilan solishtirganda proton massasining nisbiy ortishi $\Delta m/m_0$ hamda protonning tezligi ϑ aniqlansin.

23.27. Agar siklotrondan chiqayotgan α-zarra chiqish tuynugi oldida R=50 cm radiusli aylana bo'ylab harakatlansa, uning tezligi ϑ va kinetik energiyasi T hisoblang. Siklotron magnit maydonining induksiyasi B=1,7 Tl.

23.28. Siklotron magnit maydonining induksiyasi B=1Tl. Agar siklotronda deytonlar tezlashtirilsa, duantlar orasidagi tezlashtiruvchi maydonning chastotasi ν qanday bo'ladi?

23.29. Siklotronda geliy ionlari (He^{++}) ni tezlantirish talab qilinadi. Duantarga qo'yilgan o'zgaruvchan potensiallar farqining chastotasi ν = 10 MHz. Ionlarning aylanish davri T potensiallar farqining o'zgarish davri bilan mos kelishi uchun magnit maydonning indsuksiyasi B qanday bo'lishi kerak?

23.30. Agar proton har bir aylanishda siklotron duantlari orasidagi U=30kV potensiallar farqini o'tsa, T=100 MeV kinetik energiya olishi uchun

protonning siklotron magnit maydonida sodir qilishi mumkin bo'lgan aylanishlar soni N aniqlansin.

23.31. Elektron bir jinsli magnit maydonida aylana bo'ylab ϑ =0,8c (c-yorug'likning vakuumdagi tezligi) tezlik bilan harakatlanmoqda. Maydonning magnit induksiyasi B=0,01 Tl. Quyidagi ikki hol uchun aylana radiusi aniqlansin: 1) massa tezlikka bog'liq emas; 2) massa tezlikka bog'liq.

23.32. Elektron magnit maydonida R=2 cm radiusli aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Maydonning magnit induksiyasi B=0,1Tl. Elektronning kinetik energiyasi T aniqlansin*[35].

23.33. Vilson kamerasiga uchib kirgan elektron R=10 cm radiusli aylananing yoyi ko'rinishida iz qoldirdi. Kamera B=10 T induksiyali bir jinsli magnit maydonida turibdi. Elektronning kinetik energiyasi T aniqlansin*.

23.34. α-zarraning kinetik energiyasi T=500 MeV. Zarra bir jinsli magnit maydonida R=80 cm radiusli aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Maydonning magnit induksiyasi B aniqlansin*.

23.35. T=1,5 MeV kinetik energiyaga ega bo'lgan elektron bir jinsli magnit maydonida aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Maydonning magnit induksiyasi B=0,02 T. Aylanish davri τ aniqlansin*.

Zaryadlangan zarralarning elektromagnit maydonidagi harakati

23.36. B=0,1 T induksiyali magnit maydoniga tik ravishda E=100 kV/m kuchlanganlikli elektr maydoni uyg'otilgan. Zaryadlangan zarra har ikkala maydoniga ham tik yo'nalishda, o'zining to'g'ri chiziqli trayektoriyasidan og'masdan harakatlanmoqda. Zarraning tezligi ϑ hisoblansin.

23.37. Zaryadlangan zarra o'zaro to'g'ri burchak ostida joylashgan elektr (E=400 kV/m) va magnit (B=0,25 Tl) maydonlarga tik yo'nalishda ma`lum bir $\vartheta$ tezlikda o'z harakat trayektoriyasidan og'masdan harakatlanishda. Shu tezlik va agar, elektr hamda magnit maydonlarning qiymatlari o'zgarishida 0,2% dan oshmaygan aniqlik ta`minlansa, bu tezlikdan ehtimoliy chetlashish $\Delta\vartheta$ aniqlansin.

23.38. Proton U=800 V tezlashtiruvchi potensiallar farqidan o'tib, bir jinsli, to'g'ri burchak ostida kesishadigan magnit (B=50 mTl) va elektr maydonlarga uchib kiradi. Agar proton bu elektromagnit maydonida to'g'ri chiziq bo'ylab harakat qilsa, elektr maydon kuchlanganligi E aniqlansin.

---

[35] *23.32-23.35 masalalarni yechishda zarra massasining uning tezligiga bog'liq ravishda o'zgarishi hisobga olinsin

23.39. Zaryadlangan zarra B=0.1 Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida radiusi R=1 cm bo'lgan aylana bo'ylab harakatlanmoqda. Magnit maydoniga parallel ravishda E=100V/m kuchlanganlikli elektr maydoni hosil qilingan. Zarraning kinetik energiyasi ikki marta ortishi uchun elektr maydon ta'sir qilishi kerak bo'lgan Δt vaqt oralig'i hisoblansin.

23.40. ϑ =100 km/s tezlikka ega bo'lgan proton fazoning elektr (E=210 V/m) va magnit (B=3.3 mTl) maydonlar bo'lgan sohasiga uchib kiradi. Elektr maydon kuchlanganligi E va magnit induksiyasi B larning yo'nalishlari o'zaro mos tushadi. Agar proton ϑ tezligi vektorining yo'nalishi: 1) $\vec{E}$ va $\vec{B}$ vektorlarning umumiy yo'nalishi bilan mos kelsa, 2) bu yo'nalishga perpendikulyar bo'lsa, maydonidagi harakatning boshlang'ich oni uchun protonning tezlanishi aniqlansin.

24-§. TO'LA TOK QONUNI (AMPER QONUNI). MAGNIT OQIMI. MAGNIT ZANJIRLARI

Asosiy formulalar

• Magnit induksiya vektori $\vec{B}$ ning yopiq kontur bo'ylab uyurmasi

$$\oint B_l dl,$$

bu yerda B_l – magnit induksiya vektorining L kontur bo'ylab dl elementar ko'chish yo'nalishidagi proyeksiyasi.

Kuchlanganlik vektori H ning yopiq kontur bo'ylab uyurmasi:

$$\oint H_l dl.$$

• To'liq tok qonuni (vakuumdagi magnit maydon uchun):

$$\oint B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i,$$

bu yerda μ_0 – magnit doimiysi; $\sum_{i=1}^{n} I_i$ – kontur qamrab olgan toklarning algebraik yig'indisi; n–toklarning soni.

To'liq tok qonuni (ixtiyoriy muhit uchun):

$$\oint H_l dl = \sum_{i=1}^{n} I_i.$$

S yuzali yassi kontur orqali o'tayotgan magnit oqimi Φ:

a) bir jinsli maydon holida:

$$\Phi = BS\cos\alpha \text{ yoki } \Phi_n = B_n S,$$

bu yerda α – kontur tekisligining normal vektori $\vec{n}$ va magnit induksiya vektori $\vec{B}$ lar orasidagi burchak; B_n – $\vec{B}$ vektorning normal n ga proyeksiyasi ($B_n = B\cos\alpha$):

b) bir jinsli bo'lmagan maydon holida:

$$\Phi = \int_S B_n dS,$$

bu yerda integrallash butun S sirt bo'yicha bajariladi.

• Oqim ilashuvi, ya'ni solenoid yoki toroidning barcha o'ramlariga ilashgan to'liq magnit oqimi:

$$\psi = N\Phi,$$

bu yerda Φ – bitta o'ram orqali o'tuvchi magnit oqimi; N – solenoid yoki toroiddagi o'ramlar soni.

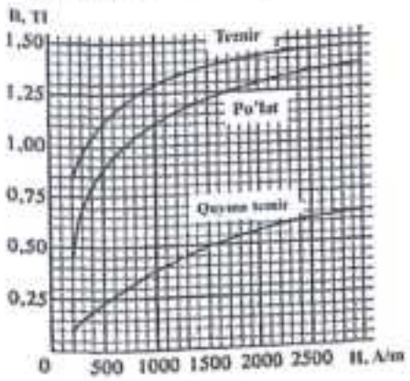
O'zagi magnit kirituvchanliklari turlicha bo'lgan moddalardan yasalgan ikki qismdan iborat bo'lgan toroidning magnit maydoni:

a) toroidning o'q chizig'idagi magnit induksiya:

$$B = \frac{IN}{l_1/(\mu_1\mu_0) + l_2/(\mu_2\mu_0)},$$

bu yerda I – toroid chulg'amidagi tok kuchi; N – uning o'ramlar soni; l_1 va l_2 – toroid o'zagining birinchi va ikkinchi qismlarining uzunliklari; μ_1 va μ_2 – toroid o'zagining birinchi va ikkinchi qismlari moddalarining magnit singdiruvchanliklari; μ_0 – magnit doimiysi;

b) o'zakning birinchi va ikkinchi qismlarida toroidning o'q chizig'idagi magnit maydon kuchlanganligi:



24.1-rasm

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1\mu_0}, \quad H_2 = \frac{B}{\mu_2\mu_0};$$

v) toroid o'zagida magnit oqimi:

$$\Phi = \frac{I \cdot N}{l_1/(\mu_1\mu_0 S) + l_2/(\mu_2\mu_0 S)},$$

yoki Om qonuniga o'xshash (Gopkinson formulasi)

$$\Phi_m = F_m R_m,$$

bu yerda F_m – magnit yurituvchi kuch; R_m–zanjirning to'liq magnit qarshiligi;

g) zanjir qismining magnit qarshiligi:

$$R_m = l/(\mu\mu_0 S).$$

• Ferromagnetiklarning magnit singdiruvchanligi μ undagi maydonning magnit induksiyasi B va magnitlovchi maydonning kuchlanganligi H bilan

$$\mu = B/(\mu_0 H),$$

munosabat orqali bog'langan.

• Ferromagnetikdagi maydonning magnit induksiyasi B va magnitlovchi maydonning kuchlanganligi H orasidagi bog'lanish grafik usulda ifodalanadi (24.1-rasm).

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. I=50A tok oqayotgan cheksiz uzun to'g'ri sim bilan bir tekislikda, uzunliklari l=65cm li ikkita katta tomoni simga parallel bo'lgan to'g'ri to'rtburchakli ramka joylashgan bo'lib, simdan to bu tomonlarning yaqindagisigacha bo'lgan masofa uning kengligiga teng. Ramkaga kiradigan magnit oqimi Φ qanday?

Yechish: S yuzali tekislik orqali o'tuvchi magnit oqimi:

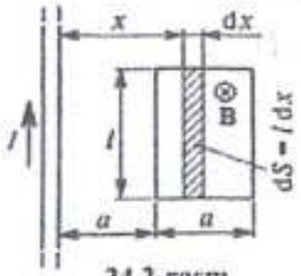
$$d\Phi = SB_n dS,$$

ifoda bilan aniqlanadi. Bizning holimizda magnit induksiya vektori $\vec{B}$ ramka tekisligiga tik yo'nalgan. Shuning uchun ramkaning hamma nuqtalari uchun $B_n = B$. Tokli cheksiz uzun to'g'ri o'tkazgich hosil qiladigan magnit induksiyasi quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x},$$

bu yerda x – simdan B aniqlanayotgan nuqtagacha bo'lgan masofa. Magnit oqimini hisoblash uchun, B kattalik x ga bog'liq bo'lishini nazarda tutsak, elementar oqim Φ ham x ga bog'liq bo'ladi, demak

$$d\Phi = B(x)dS.$$



24.2-rasm

Ramka yuzasini uzunligi l, kengligi dx va yuzasi $dS=ldx$ bo'lgan torgina elementar yuzachalarga bo'lamiz (24.2-rasm). Shu yuzachalar chegarasida magnit induksiyani o'zgarmas deb hisoblash mumkin, chunki yuzachalarning barcha qismlari simdan teng (x masofaga) uzoqlikda joylashgan.

Yuritilgan mulohazalar asosida elementar magnit oqimini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$d\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} ldx.$$

Olingan ifodani $x_1=a$ dan to $x_2=2a$ gacha chegarada integrallab quyidagini topamiz:

$$d\Phi = \frac{\mu_0 Il}{2\pi}\int_a^{2a}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln x\Big|_a^{2a}.$$

Chegara qiymatlarni qo'ysak,

$$d\Phi = \frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln 2. \qquad (1)$$

Olingan tenglikning o'ng tomoni magnit oqimining birligini berishiga ishonch hosil qilamiz:

$$[\mu_0][I][l] = 1\text{H/m}\cdot 1\text{N}\cdot 1\text{m} = 1\text{Vb}.$$

(1) formulaga asosan hisoblashni bajaramiz:

$$\Phi = 4{,}5\,\mu\text{Vb}.$$

2-masala. N=200 ta o'ramdan iborat chulg'amidan I=5 A tok oqayotgan o'zaksiz toroidning o'qidagi magnit maydon induksiyasi B va kuchlanganligi H aniqlansin. Toroidning tashqi va ichki diametrlari mos ravishda d_1=30 cm va d_2=20 cm.

Yechish: Toroid ichidagi magnit maydon kuchlanganligini aniqlash uchun H vektorning magnit maydon induksiyasi chizig'i bo'ylab uyurmasini hisoblaymiz:

$$\oint Hdl.$$

Simmetriklik shartiga ko'ra toroidning magnit induksiya chiziqlari aylanalardan iborat va bu chiziqning hamma nuqtalarida kuchlanganliklar bir xil. Shuning uchun ham uyurmaning ifodasida kuchlanganlik H integral belgisidan tashqariga chiqarilib, integrallash noldan to $2\pi r$ gacha chegaralarda bajariladi (bunda r-induksiya chizig'i bilan mos keluvchi uyurma hisoblanayotgan aylananing radiusi), ya'ni

$$\oint_l Hdl = H\int_0^{2\pi r} dl = 2\pi rH. \qquad (1)$$

Boshqa tomondan, to'liq tok qonuniga muvofiq, magnit maydon kuchlanganligi vektorning uyurmasi uyurma hisoblanayotgan kontur qamrab olgan toklarning yig'indisiga teng:

$$\oint_l H_l dl = \sum_{i=1}^{n} I_i. \qquad (2)$$

(1) va (2) tengliklarning o'ng tomonlarini tenglashtirib quyidagini olamiz

$$2\pi rH = \sum_{i=1}^{n} I_i. \qquad (3)$$

Toroid bo'ylab o'tadigan chiziq toroid o'ramlarining soniga teng bo'lgan miqdordagi toklarni qamrab oladi. Barcha o'ramlardagi tok kuchi bir xil. Shuning uchun (3) formula $2\pi rH = NI$ ko'rinishni oladi, bundan

$$H = \frac{NI}{2\pi r}. \qquad (4)$$

Toroidning o'rta chizig'i uchun $r = \frac{1}{2}(R_1 + R_2) = \frac{1}{4}(d_1 + d_2)$.

r ning bu ifodasini (4) formulaga qo'ysak,

$$H = \frac{2NI}{\pi(d_1 + d_2)}. \qquad (5)$$

Bo'shliqdagi magnit induksiyasi B_0 maydon kuchlanganligi bilan $B_0 = \mu_0 H$ munosabat orqali bog'langan. Demak,

$$B_0 = \frac{2\mu_0 NI}{\pi(d_1 + d_2)}.$$

Kattaliklarning qiymatlarini (5) va (6) ifodalarga qo'yib, natijani olamiz:

$$H = 1{,}37 \text{ kA/m}; \quad B_0 = 1{,}6 \text{ mTl}.$$

3-masala: Cho'yan halqada eni $l_0 = 5$mm bo'lgan havo tirqishi bor. Halqa o'rta chizig'ining uzunligi $l = 1$ m. Agar $I = 4$ A tok kuchida havo tirqishidagi magnit maydon induksiyasi $B = 0{,}5$ Tl bo'lsa, halqadagi chulg'am nechta N o'ramdan iborat bo'ladi. Havo tirqishida magnit oqimining sochilishini hisobga olmasiik mumkin. Gisterezis hodisasi hisobga olinmasin.

Yechish: Magnit oqimining sochilishini hisobga olmay, havo tirqishidagi maydon induksiyasi cho'yandagi maydon induksiyasiga teng deb qabul qilishimiz mumkin. To'liq tok qonuniga asosan yozamiz:

$$IN = H \cdot l + H_0 l_0.$$

Grafikdan (24.1-rasmga q.) $B = 0{,}5$ Tl da cho'yandagi magnit maydoni kuchlanganligi $H = 1{,}2$ kA/m ni topamiz. Havo uchun $\mu = 1$ bo'lganligi tufayli, havo tirqishidagi maydon kuchlanganligi

$$H_0 = B / \mu_0 = 0{,}4 \text{ MA/m}.$$

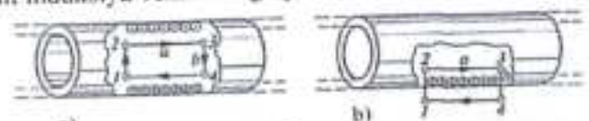
Qidirilayotgan o'ramlar soni

$$N = (Hl + H_0 l_0) / I = 800.$$

Masalalar

To'liq tok qonuni

24.1. Uzunligi $l = 1$m bo'lgan, $N = 10^3$ ta o'ramga ega o'zaksiz solenoiddan $I = 20$ A tok oqmoqda. 24.3a,b-rasmlarda tasvirlangan kontur bo'ylab magnit induksiya vektorining uyurmasi aniqlansin.



a) b)

24.3-rasm

24.2. Bir tomonga oquvchi $I_1 = 10$ A, $I_2 = 15$ A va qarama-qarshi tomonga oquvchi $I_3 = 20$ A toklarni qamrab olgan kontur bo'ylab induksiya vektorining uyurmasi hisoblansin.

24.3. $j = 2\text{MA/m}^2$ zichlikli tok o'tkazgich kesimi bo'ylab bir tekis taqsimlangan. O'tkazgich ichidan o'tuvchi va tekisligi tok zichligi vektori bilan $\alpha = 30°$ burchak hosil qiluvchi $R = 5$ mm radiusli aylana bo'ylab kuchlanganlik vektorining uyurmasi topilsin.

24.4-rasm

24.4. O'zaksiz toroidning o'rta chiziq bo'ylab diametri $D = 30$ cm. Toroidning kesimida $r = 5$ cm radiusli doira bor. $N = 2000$ ta o'ramdan iborat toroid chulg'amidan $I = 5$ A tok oqadi (24.4-rasm). To'la tok qonunidan foydalanib toroiddagi magnit induksiyasi B ning maksimal va minimal qiymatlari aniqlansin.

Magnit oqimi

24.5. Agar solenoid uzunligining har bir santimetrida $n = 10$ ta o'ram bo'lsa, kesimi $S = 10$ cm^2 bo'lgan solenoidning $I = 20$ A tok kuchida hosil qiladigan magnit oqimi Φ topilsin.

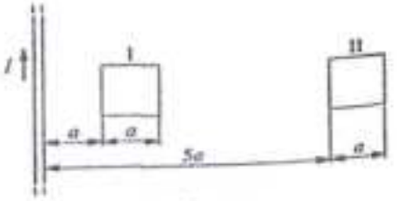
24.6. Yuzasi $S = 25$ cm^2 bo'lgan yassi kontur $B = 0{,}04$ Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida turibdi. Agar kontur tekisligi induksiya chiziqlari bilan $\beta = 30°$ burchak tashkil qilsa, konturga kiradigan magnit oqimi Φ aniqlansin.

24.7. Magnit qutbini $I = 100$ A tokli o'tkazgich atrofidan ikki marta aylantirishda $A = 1$ mJ ish bajarildi. Magnit qutbi hosil qilgan magnit oqimi Φ topilsin.

24.8. Uzunligi $l = 1$ m va kesimi $S = 16$ cm^2 bo'lgan solenoid $N = 200$ ta o'ramga ega. Chulg'amdagi tok kuchi $I = 10$ A bo'lganda oqim ilashuvi ψ hisoblansin.

24.9. Tomoni a=20 cm dan bo'lgan yassi kvadrat ramka I=100 A tok oqayotgan cheksiz uzun to'g'ri o'tkazgich bilan bir tekislikda yotibdi. Ramka shunday joylashganki, uning simga yaqin tomoni unga parallel va simdan l=10 cm masofada turibdi. Ramka orqali o'tadigan magnit oqimi Φ aniqlansin.

24.10. Ramka orqali o'tadigan magnit oqimlari uning 24.5-rasmda tasvirlangan tokli to'g'ri o'tkazgichga nisbatan ikki xil holatida necha marta farq qilishi aniqlansin.



24.5-rasm

24.11. Tomonining uzunligi a=20 cm bo'lgan kvadrat ramka to'g'ri cheksiz uzun tokli sim bilan bir tekislikda joylashgan. Simdan ramkaning o'rtasigacha bo'lgan masofa l=1 m. Agar ramka chegaralarida maydonni bir jinsli, magnit induksiyasini esa uning ramka markazidagi qiymatiga teng deb hisoblansa, ramka orqali o'tadigan magnit oqimini hisoblashda yo'l qo'yiladigan nisbiy xatolik topilsin.

24.12. Kvadrat kesimli toroid N=1000 ta o'ramdan iborat. Toroidning tashqi diametri D=40 cm, ichkisi esa d=20 cm. Agar chulg'amdan oqayotgan tok kuchi I=10 A bo'lsa, toroiddagi magnit oqimi Φ topilsin.

Ko'rsatma. Toroid magnit maydonining bir jinsli emasligi hisobga olinsin.

Ferromagnetikda magnit induksiyasi

24.13. Temir o'zak H=1 kA/m kuchlanganlikli bir jinsli magnit maydonida turibdi. O'zakdagi magnit maydon induksiyasi B va temirning magnit singdiruvchanligi μ aniqlansin[36].

24.14. Temir halqaga N=500 ta sim o'rami bir qatlam qilib o'ralgan. Halqaning o'rta diametri d=25 cm. Agar chulg'amdagi tok kuchi I: 1) 0,5 A; 2) 2,5 A bo'lsa, temirdagi magnit induksiya B va temirning magnit singdiruvchanligi μ aniqlansin.

24.15. Po'lat o'zakli yopiq solenoid (toroid) uzunligining har bir santimetrida n=10 ta o'ram bor. Solenoiddan I=2 A tok oqadi. Agar o'zakning kesimi $S = 4\ \text{cm}^2$ bo'lsa, undagi magnit oqimi Φ hisoblansin.

[36] Magnit singdiruvchanlikni aniqlash uchun grafikdan foydalanilsin (24.1-rasmga q.). Gisterezis hodisasi hisobga olinmasin.

24.16. Yopiq solenoidning (toroidning) temir[37] o'zagida Φ=0,3 mVb magnit oqimi olish uchun zarur bo'lgan magnit yurituvchi kuch F_m aniqlansin. O'zak o'rta chizig'i uzunligi l=120 cm, kesimi yuzasi $S = 2{,}5\text{cm}^2$.

24.17. Solenoid kesimi $S = 5\text{cm}^2$ bo'lgan cho'yan halqaga o'ralgan. I=1A tok kuchida magnit oqimi Φ=250 μVb. Solenoidning halqa o'rta chizig'ining uzunligi 1 cm bo'lgan kesmasiga to'g'ri keluvchi o'ramlari soni n aniqlansin.

Magnit zanjirlari

24.18. Elektromagnit toroid ko'rinishida tayyorlangan. O'rtacha diametri d=51cm bo'lgan toroid o'zagi l_0=2 mm uzunlikli vakuumli tirqishga ega. Toroid chulg'ami uning butun uzunligi bo'ylab bir tekis taqsimlangan. Agar chulg'amdagi tok kuchi o'zgartirilmasdan tirqish n=3 marta orttirilsa, tirqishdagi magnit maydon induksiyasi necha marta kamayadi? Tirqish yonida magnit maydonning sochilishi hisobga olinmasin. O'zakning magnit singdiruvchanligi μ doimiy va 800 ga teng deb qabul qilinsin.

24.19. Elektromagnit uzunligi l=90 cm bo'lgan temir o'zak va b=5 mm havo oralig'iga ega. Elektromagnitda B=1,4Tl induksiyali magnit maydon hosil qilish uchun zarur bo'lgan magnit yurituvchi kuch F_m aniqlansin. Havo oralig'ida magnit oqimining sochilishi inobatga olinmasin.

24.20. Solenoidning temir o'zagida induksiya B=1,3 Tl. Temir o'zak po'lat bilan almashtirildi. O'zakdagi induksiya o'zgarmay qolishi uchun solenoid chulg'amidagi tok kuchini necha marta o'zgartirish kerakligi aniqlansin.

24.21. O'rta chiziqli bo'yicha uzunligi l=1 m bo'lgan toroid po'lat o'zagining l_0=4 mm uzunlikli tirqishi mavjud. Chulg'amning har bir santimetri n=8 ta o'ramga ega. Tok kuchi I ning qanday qiymatida tirqishdagi induksiya B=1 Tl bo'ladi?

24.22. Tor bo'sh tirqishli po'lat o'zakka ega bo'lgan toroid chulg'ami N=1000 ta o'ramdan iborat. Chulg'amdan I=1 A tok oqib o'tmoqda. Bo'sh tirqishning qanday l_0 uzunligida undagi magnit maydoni induksiyasi B=0,5 Tl bo'ladi? Toroidning o'rta chiziq bo'yicha uzunligi l=1 m.

24.23. Temir[38] o'zakli toroidning l_0=3,6 mm uzunligi tor bo'sh tirqishdagi magnit induksiyasi B=1,4 Tl bo'lgan hol uchun magnit yurituvchi kuch aniqlansin. Toroidning o'rta chiziq bo'ylab uzunligi l=0,8 m.

[37] Avvalgi izohga qarang.
[38] Avvalgi izohga qarang.

24.24. Cho'yan toroidning o'rta chiziq bo'ylab uzunligi $l=1{,}2$ m, kesimi $S=20$ cm^2. Toroid chulg'amidan uning tor bo'sh tirqishida $\Phi=0{,}5$ mVb magnit oqimi hosil qiladigan tok oqib o'tmoqda. Tirqishning uzunligi $l_0=8$ mm. Tok kuchining shu qiymatida tirqishdagi magnit oqimi ikki marta ortishi uchun tirqishning uzunligi qanday bo'lishi kerak?

25-§. MAGNIT MAYDONIDA TOKLI O'TKAZGICHNI KO'CHIRISHDA BAJARILGAN ISH. ELEKTROMAGNIT INDUKSIYA. INDUKTIVLIK

Asosiy formulalar

• Magnit maydonida tokli konturni ko'chirishda bajarilgan ish:

$$A = I\cdot\Delta\Phi = I(\Phi_2-\Phi_1),$$

bu yerda $\Delta\Phi$ – kontur bilan chegaralangan sirtga singuvchi magnit oqimining o'zgarishi; I – konturdagi tok kuchi.

• Elektromagnit induksiyaning asosiy qonuni (Faradey – Maksvell qonuni):

$$\xi_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\psi}{dt},$$

bu yerda ξ_i – induksiya elektr yurituvchi kuch; N – konturning o'ramlar soni; ψ – oqim ilashuvi.

Elektromagnit induksiyaning asosiy qonuni qo'llaniladigan xususiy hollar:

a) bir jinsli magnit maydonida ϑ tezlik bilan harakatlanayotgan l uzunlikli o'tkazgich uchlaridagi potensiallar farqi

$$U = Bl\vartheta\sin\alpha,$$

bu yerda α – tezlik vektori $\vec{\vartheta}$ va magnit induksiya vektori $\vec{B}$ orasidagi burchak:

b) S yuzali N ta o'ramdan iborat ramkaning B induksiyali bir jinsli magnit maydonida ω burchak tezlik bilan aylanishida ramkada vujudga keladigan induksiya elektr yurituvchi kuch:

$$\xi_i = BNS\omega\sin\omega t,$$

bunda $\omega t-\vec{B}$ vektor va ramka tekisligiga normal vektor $\vec{n}$ lar orasidagi burchakning oniy qiymati.

• Konturdan oqayotgan elektr miqdori:

$$Q = \Delta\psi / R,$$

bu yerda R – konturning qarshiligi; $\Delta\psi$ – oqim ilashuvining o'zgarishi

• Yopiq konturda undagi tok kuchining o'zgarishi natijasida vujudga keladigan o'zinduksiya elektr yurituvchi kuchi:

$$\xi_i = -L\frac{dI}{dt} \text{ yoki } \xi_i = -L\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

bu yerda L – konturning induktivligi.

• Konturning oqim ilashuvi:

$$\psi = LI,$$

bu yerda L – konturning induktivligi.

• Solenoidning (toroidning) induktivligi:

$$L = \mu_0\mu n^2 V.$$

Keltirilgan formulaga asosan, o'zakli solenoid (toroid) induktivligini hisoblashning barcha hollarida magnit kirituvchanlikni aniqlash uchun $\vec{B}$ ning $\vec{H}$ ga bog'liqlik grafigidan (24.1-rasmga q) so'ngra esa

$$\mu = B/(\mu_0 H)$$

formuladan foydalanish kerak.

• R aktiv qarshilik va L induktivlikka ega bo'lgan zanjirdagi tok kuchi I ning oniy qiymati:

a) zanjir ulanganidan keyin

$$I = \frac{\xi}{R}\left(1-\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right),$$

bu yerda ξ – tok manbaining EYUK; t –zanjir ulangandan keyin o'tgan vaqt;

b) zanjir uzilganidan keyin

$$I = I_0\exp\left(-\frac{R}{L}t\right),$$

bu yerda I_0 – $t=0$ vaqt momentida zanjirdagi tok kuchi; t –zanjir uzilgandan keyin o'tgan vaqt.

Masalalar yechishga doir namunalalar

1-masala. $I=20$ A tok oqayotgan halqa $B=16$ mTl induksiyali bir jinsli magnit maydonida erkin o'rnashgan. Halqaning diametri $d=10$ cm. Halqani diametri bilan mos keluvchi o'qqa nisbatan asta-sekin $\alpha=\frac{\pi}{2}$ burchakka burish uchun qanday ish bajarish kerak?

Yechish: magnit maydonidagi konturni sekin burishda induksion toklarni hisobga olmaslik va konturdagi tokni o'zgarmas deb hisoblash mumkin. Bunday holda maydon kuchlarining ishi quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

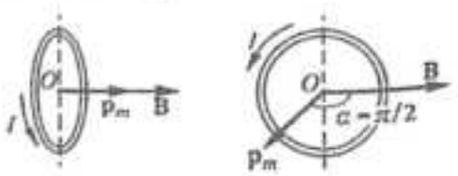
$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

bu yerda Φ_2 va Φ_1 – boshlang 'ich va oxirgi holatlarda konturga singuvchi magnit oqimlari.

Tashqi kuchlarning ishi moduli bo'yicha maydon kuchlarining ishiga teng va ishorasi bo'yicha unga qarama-qarshidir, ya'ni:

$$A_{tash} = I(\Phi_2 - \Phi_1). \quad (1)$$

Boshlang'ich holatda kontur erkin o'rnashganligidan (turg'un muvozanat holati), konturga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar momenti nolga teng bo'ladi. Bu holatda kontur magnit momentining vektori $\vec{p}_m, \vec{B}$ vektor bilan bir tomonga yo'nalgan (25.1a-rasm) va magnit oqimi Φ_1 maksimal bo'ladi ($\alpha = 0, \cos\alpha = 1$), ya'ni $\Phi_1 = BS$ (bunda S – kontur yuzasi). Oxirgi holatda (25.1b-rasm) $\vec{p}_m$ vektor $\vec{B}$ vektorga tik yo'nalgan $(\alpha = \pi/2, \cos\alpha = 0)$ va magnit oqimi $\Phi_2 = 0$. Yuritilgan mulohazalarni hisobga olib, (1) ifodani qayta yozamiz:



25.1-rasm

$$A_{tash} = I\Phi_1 = I \cdot B \cdot S.$$

Konturning yuzasi $S = \frac{\pi d^2}{4}$ bo'lganligidan ish:

$$A_{tash} = \frac{\pi}{4} I \cdot B \cdot d^2.$$

Tenglikning o'ng tomoni ish birligi (J) ni berishiga ishonch hosil qilamiz:

$$[I][B][d^2] = 1\,\text{A} \cdot 1\,\text{T} \cdot 1\,\text{m}^2 = \frac{1\,\text{A} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2}{1\,\text{A} \cdot \text{s}^2} = 1\,\text{N} \cdot \text{m} = 1\,\text{J}.$$

Hisoblaymiz:

$$A_{tash} = \frac{3{,}14}{4} \cdot 20 \cdot 16 \cdot 10^{-4} (0{,}1)^2\ \text{J} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{J} = 2{,}5\ \text{mJ}.$$

2-masala. $N = 1000$ ta o'ramdan iborat ramka $B = 0{,}1$ Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida $\nu = 10\ \text{s}^{-1}$ chastota bilan bir tekis aylanmoqda. Ramkaning yuzasi $S = 150\ \text{cm}^2$. Ramkaning 30 burilish burchagiga mos keluvchi EYUK ning oniy qiymati ξ aniqlansin.

Yechish: Induksiya EYUK ning oniy qiymatli ξ Faradey – Maksvellning elektromagnit induksiyaning asosiy tenglamasi:

$$\xi = -\frac{d\psi}{dt}, \quad (1)$$

bilan aniqlanadi. Oqim ilashuvi $\psi = N\Phi$, bunda N – magnit oqimi Φ singadigan o'ramlar soni. ψ ning ifodasini (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$\xi = -N\frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

Ramka aylanganda, vaqtning t momentida ramkaga singuvchi Φ magnit oqimi $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\omega t$ qonun bilan o'zgaradi, bunda B – magnit induksiya; S – ramkaning yuzasi; ω – burchak chastota. Φ ning ifodasini (2) formulaga qo'yib va vaqt bo'yicha differensiallab induksiya EYUKning oniy qiymatini topamiz:

$$\xi = NBS\omega \cdot \sin\omega t, \quad (3)$$

Burchak chastota ω aylanish chastotasi ν bilan $\omega = 2\pi\nu$ munosabat orqali bog'langan. ω ning ifodasini (3) formulaga qo'yib va ωt ni α burchak bilan almashtirib quyidagini olamiz:

$$\xi = 2\pi\nu \cdot NBS \cdot \sin\omega t. \quad (4)$$

Olingan tenglikning o'ng tomoni EYUK birligi (V) ni berishiga ishonch hosil qilamiz. $2\pi, N$ va $\sin\omega t$ lar birliksiz va nomlanmagan kattaliklar ekanligini hisobga olib, ushbuni hosil qilamiz:

$$[n][B][S] = 1\,\text{s}^{-1} \cdot T \cdot 1\,\text{m}^2 = \frac{1\,\text{kg} \cdot 1\,\text{m}^2}{1\,\text{A} \cdot 1\,\text{s}^2 \cdot 1\,\text{s}} = \frac{1\,\text{J}}{1\,\text{C}} = 1\,\text{V}.$$

(4) formulaga asosan hisoblab, natijani topamiz:

$$\xi = 47{,}1\ \text{V}.$$

3-masala. Solenoiddan I=2 A tok oqmoqda. Solenoidning ko'ndalang kesimiga singuvchi magnit oqimi $\Phi = 4\,\mu\text{Vb}$. Agar solenoid N = 800 o'ramga ega bo'lsa, uning indukutivligi L aniqlansin.

Yechish: Solenoidning induktivligi oqim ilashuvi ψ bilan $\psi = LI$ munosabat orqali bog'langan, bundan $L = \psi / I$. Bu yerda oqim ilashuvi ψ

ni uning magnit oqimi Φ va solenoiddagi o'ramlar soni N orqali ifodasi $(\psi = N\Phi)$ bilan almashtirib, quyidagini olamiz:

$$L = \Phi N / I. \quad (1)$$

(1) formulaga asosan hisoblab, natijani topamiz:

$$L = 1{,}6\,\text{mH}.$$

4-masala. Solenoiddagi tok kuchining o'zgarish tezligi $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 50\frac{\text{A}}{\text{s}}$ bo'lganda, uning uchlarida $\xi_s = 0{,}08$ V o'zinduksiya EYUK vujudga keladi. Solenoidning induktivligi L aniqlansin.

Yechish: Solenoidning induktivligi o'zinduksiya EYUK va uning chulg'amidagi tok kuchining o'zgarishi tezligi bilan:

$$\xi_s = -\frac{\Delta\psi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(LI)}{\Delta t},$$

munosabat orqali bog'langan[39]. O'zgarmas kattalik L ni orttirma belgisidan tashqariga chiqarib quyidagini olamiz:

$$\xi_s = -L\left(\frac{\Delta I}{\Delta t}\right).$$

Bu tenglikdagi manfiy ishorani tushirib qoldirib (EYUK ning yo'nalishi mazkur holda ahamiyatsiz) va bizni qiziqtirayotgan kattalik – induktivlikni ifodalab, ushbuni olamiz:

$$L = \frac{\xi_s}{\Delta I / \Delta t}.$$

Shu formulaga binoan natijani hisoblaymiz:

$$L = 1{,}6\,\text{mH}.$$

5-masala. Solenoidning chulg'ami $d = 0{,}2$ mm diametrli mis simlarning bir-biriga qattiq jipslashib turgan bir qatlamidan iborat. Solenoidning diametri D = 5 cm. Solenoiddan $I = 1$ A tok oqmoqda. Agar chulg'am uchlari qisqa tutashtirilsa, u orqali oqadigan elektr miqdori aniqlansin.

Yechish: Yechishning ikki xil usuli mavjud. 1-usul. Tok kuchi I ga teng bo'lganda dt vaqtda o'tkazgichdan oqadigan elektr miqdori dQ quyidagi tenglik bilan aniqlanadi:

$$dQ = Idt. \quad (1)$$

[39] Avvalgi misol bilan solishtiring

t vaqtda o'tkazgich orqali oqadigan to'la elektr miqdori $Q = \int_0^t Idt$ bo'ladi. Mazkur holda tok kuchi vaqt bo'yicha eksponensial ravishda kamayadi va

$$I = I_0 e^{\left(-\frac{R}{L}t\right)},$$

formula bilan ifodalanadi. Tok kuchi I ning ifodasini integral ishorasi ostiga kiritib va 0 dan ∞ gacha integrallab ($t \to \infty$ da $1 \to 0$) quyidagini olamiz:

$$Q = \int_0^\infty I_0 e^{-\frac{R}{L}t} dt = I_0 \int_0^\infty e^{-\frac{R}{L}t} dt = I_0\left(-\frac{L}{R}\right) I^{-\frac{R}{L}t}\Big|_0^\infty.$$

Integrallash chegaralarini qo'yamiz va chulg'am orqali oquvchi elektr miqdorini aniqlaymiz:

$$Q = I_0(-L/R)(0-1) = I_0 L/R. \quad (2)$$

2-usul. (1) formuladagi tok kuchi I ning o'rniga uning induksiya EYUK ξ_s va solenoid qarshiligi R orqali ifodasini, ya'ni $I = \frac{\xi_s}{R}$ ni qo'yib, ushbuni topamiz:

$$dQ = \frac{\xi_s}{R} dt.$$

Biron ξ_s oqim ilashuvi ψ ning o'zgarish tezligi bilan Fradey-Maksvell qonuni bo'yicha bog'langan: $\xi_s = -d\psi / dt$, u holda

$$dQ = -\text{d}\psi / R.$$

Integrallab quyidagini olamiz:

$$Q = -(\psi_2 - \psi_1)/R. \quad (3)$$

Oqim ilashuvi ψ solenoiddagi tok kuchiga proporsional. Binobarin, $\psi_1 = LI_0$; ψ_2 zanjirdagi tok nolga teng bo'lgan momentga mos kelganligidan $\psi_2 = 0$. ψ_1 va ψ_2 larning ifodalarini (3) formulaga qo'yib, $Q = \psi_1 / R$ ni olamiz yoki

$$Q = I_0 L / R,$$

bu (2) formula bilan mos keladi.

Solenoid chulg'amidan oqayotgan zaryadni aniqlash uchun solenoidning induktivligi va solenoid chulg'amining qarshiligi R larni topish kerak. Ular quyidagi formulalar bilan ifodalanadi:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l_1} S_1 = \frac{\mu_0 \pi d_1^2 N^2}{4l_1}; \; R = \rho\frac{l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2},$$

bu yerda μ_0 – magnit doimiysi; N – o'ramlar soni; l_0 – solenoidning uzunligi; S_0 solenoid kesimining yuzasi; ρ – simning solishtirma qarshiligi; l –simning uzunligi; S – sim kesimining yuzasi; d – simning diametri; d_0 – solenoid diametri.

L va R larning topilgan qiymatlarini (2) formulaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$Q = I_0 \frac{L}{R} = \frac{\mu_0 N^2 \pi d_0}{4l\, 4\rho l} \cdot \pi d^2 I_0 .$$

Simning uzunligi l solenoidning diametri d_0 orqali $l = \pi d_0 N$ munosabat bilan ifodalanishi mumkinligini nazarda tutamiz, bunda N – o'ramlar soni. Unda (4) formulaga

$$Q = \frac{\mu_0 N^2 \pi d_0^2 \pi d^2}{16 l_0 \rho \pi d_0 N} I_0 = \frac{\pi \mu_0 N d_0^2 d^2}{16 \rho l_0} I_0 ,$$

ko'rinishni berish mumkin.

Lekin, o'ramlar bir-biriga qattiq jipslashib turganligidan $\frac{l_0}{N}$ simning diametriga teng bo'ladi. Binobarin

$$Q = \frac{\pi \mu_0 d_0 d^2}{16 \rho d} \cdot I_0 = \frac{\pi \mu_0}{16 \rho} d d_0 I_0 . \qquad (5)$$

(5) formula bo'yicha hisoblab, natijani olamiz $Q = 363\,\mu C$.

Masalalar

O'tkazgichni magnit maydonida ko'chirishda[20] bajarilgan ish

25.1. $B = 0{,}01$ Tl induksiya bir jinsli magnit maydonida induksiya chiziqlariga tik joylashgan uzunligi $l = 8$ cm bo'lgan to'g'ri sim turibdi. Simdan $I = 2$ A tok oqmoqda. Maydon kuchlari ta'sirida sim $S = 5$ cm masofaga siljidi. Maydon kuchlarining bajargan ishi A topilsin.

25.2. Yuzasi $S = 300$ cm^2 bo'lgan yassi kontur $B = 0{,}01$ Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida turibdi. Kontur yuzasi induksiya chiziqlariga tik joylashgan. Konturdagi $I = 10$ A tok o'zgarmas qilib tutib turiladi. Tokli konturni fazoning magnit maydoni bo'lmagan sohasiga ko'chirishdagi tashqi kuchlarning ishi A aniqlansin.

25.3. Tomonining uzunligi $a = 10$ cm bo'lgan, kvadrat shaklida bukilgan simdan o'zgarmas saqlab turilgan $\Delta I = 20$ A tok oqib o'tmoqda. Kvadratning

[20] Tokli o'tkazgich yoki konturning magnit maydonidagi ko'chishi shunchalik sekin hisoblanadiki, vujudga keladigan induksion toklarni inobatga olmaslik mumkin

tekisligi bir jinsli magnit maydoni ($B = 0{,}1$ Tl) induksiya chiziqlari bilan $\alpha = 20^\circ$ burchak hosil qiladi. Simni maydonidan tashqariga chiqarish uchun bajarish kerak bo'lgan A ish hisoblansin.

25.4. Ingichka elastik simdan yasalgan $R = 10$ cm radiusli halqadan $I = 100$ A tok oqmoqda. Halqa tekisligiga tik ravishda, yo'nalishi halqaning xususiy magnit maydonining induksiyasi B bilan mos keluvchi $B = 0{,}1$ Tl induksiyali magnit maydon hosil qilingan. Simga ta'sir qilib uning shaklini o'zgartirib, kvadrat shaklini beradigan tashqi kuchlar ishi A aniqlansin. Bunda tok kuchi o'zgarmas saqlanadi. Elastiklik kuchlariga qarshi bajarilgan ish hisobga olinmasin.

25.5. (1) $I = 20$ A tok oqayotgan halqa $B = 0{,}016$ Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida erkin o'rnashdi. Halqaning diametri $d = 10$ cm. Halqani uning diametri bilan mos keluvchi o'qqa nisbatan $\alpha = \pi/2$ burchakka burish uchun bajarilishi kerak bo'lgan A ish aniqlansin. Shuningdek $\alpha = 2\pi$ bo'lgan hol uchun ham.

25.5. (2) $I = 200$ A tok oqayotgan tomonlari $a = 10$ cm dan bo'lgan kvadrat ramka bir jinsli magnit maydonida ($B = 0{,}2$ Tl) erkin o'rnashgan. Ramkani ramka tekisligida yotuvchi va magnit induksiya chiziqlariga tik yo'nalgan o'q atrofida $\theta = 2\pi/3$ burchakka burish uchun bajarilishi kerak bo'lgan ish aniqlansin.

Induksiya elektr yurituvchi kuch

25.6. $\Phi = 40$ mVb magnit oqimi berk konturni kesib o'tadi. Agar magnit oqimi $\Delta t = 2$ ms vaqt mobaynida nolgacha kamaysa konturda yuzaga keladigan induksiya EYuK ning o'rtacha qiymatli $\langle \xi \rangle$ aniqlansin.

25.7. Uzunligi $l = 40$ cm bo'lgan to'g'ri sim $\vartheta = 5$ m/s tezlik bilan bir jinsli magnit maydonida induksiya chiziqlariga tik ravishda harakatlanmoqda. Sim uchlaridagi potensiallar farqi $U = 0{,}6$ V. Magnit maydoni induksiyasi B hisoblansin.

25.8. $B = 1$ Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida uchlari maydonidan tashqarida yopilgan, uzunligi $l = 20$ cm bo'lgan to'g'ri sim turibdi. Zanjirning to'liq qarshiligi $R = 0{,}1\,\Omega$. Simni induksiya chiziqlariga tik yo'nalishda $\vartheta = 2{,}5$ m/s tezlik bilan siljitish uchun simga qo'yilishi kerak bo'lgan F kuch topilsin.

25.9. Uzunligi $l = 10$ cm bo'lgan to'g'ri sim induksiyasi $B = 1$ Tl bo'lgan bir jinsli magnit maydoniga joylashtirilgan. Uning uchlari

maydonidan tashqarida turgan egiluvchan sim yordamida ulangan. Zanjirning to'liq qarshiligi $R = 0,4\Omega$. Simni induksiya chiziqlariga tik yo'nalishda $\vartheta = 20$ m/s tezlik bilan harakatlantirish uchun qanday P quvvat zarur bo'ladi?

25.10. EYUK $\xi = 0,5$ V va ichki qarshiligi juda kichik bo'lgan tok manbaiga bir-biriga parallel va gorizontal holatda joylashgan ikkita metall tayoqcha ulangan. Tayoqchalar orasidagi masofa $l = 20$ cm. Tayoqchalar vertikal yo'nalgan magnit induksiyasi $B = 1,5$ Tl bo'lgan bir jinsli magnit maydonida turishibdi. Qarshiligi R = 0,02Ω bo'lgan to'g'ri sim $\vartheta = 1$ m/s tezlik bilan maydon kuchlari ta'sirida tayoqchalar ustida sirpanmoqda. Tayoqchalarning qarshiliklari e'tiborga olmaydigan darajada kichik. 1) induksiya EYUK ξ 2) simga maydon tomonidan ta'sir etayotgan F kuch: 3) zanjirdagi tok kuchi I; 4) simni harakatlantirish uchun sarf qilinadigan P_1 quvvat; 5) simni qizdirish uchun sarf qilinadigan P_2 quvvat: 6) tok manbaining zanjiriga beriladigan P_3 quvvat aniqlansin.

25.11. Uzunligi $l = 10$ cm bo'lgan sterjen $B = 0,4$ T induksiyali bir jinsli magnit maydonida, maydon induksiya chiziqlariga tik tekislikda aylanmoqda. Aylanish o'qi sterjenning biror uch orqali o'tadi. Agar sterjen $\nu = 16$ s^{-1} bilan aylanayotgan bo'lsa, uning uchlaridagi potensiallar farqi U aniqlansin.

25.12. Yuzasi $S = 200$ cm^2 bo'lgan ramka o'z tekisligida yotuvchi bir jinsli magnit maydon ($B = 0,2$ Tl) induksiya chiziqlariga tik yo'nalgan o'qqa nisbatan $n = 10$ s^{-1} chastota bilan bir tekis aylanmoqda. sterjen magnit oqimining noldan maksimal qiymatigacha o'zgarish vaqtida induksiya EYUK ning o'rtacha qiymati $\langle \xi_i \rangle$ qanday bo'ladi?

25.13. $B = 0,35$ Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida $N = 500$ ta o'ramga ega, $S = 50$ cm^2 yuzali ramka $n = 480$ min^{-1} chastota bilan bir tekis aylanmoqda. Aylanish o'qi ramka tekisligida yotibdi va induksiya chiziqlariga tik yo'nalgan. Ramkada hosil bo'ladigan maksimal induksiya EYUK ξ_{max} aniqlansin.

25.14. S=100 cm^2 yuzali ramka $R_1 = 120\Omega$ qarshilikli $N = 10^3$ ta sim o'ramiga ega. Chulg'amning uchlariga $R_2 = 20\Omega$ tashqi qarshilik ulangan. Ramka bir jinsli magnit maydonida (B = 0,1 Tl) $\nu = 8$ s^{-1} chastota bilan bir tekis aylanmoqda. O'zgarmas tokning zanjirdagi maksimal quvvati P_{max} aniqlansin.

25.15. Ikki qutbli generatorning qutblari orasidagi magnit maydoni induksiyasi $B = 0,8$ Tl. Rotor $S = 400$ cm^2 yuzali $N = 100$ ta o'ramga ega. Agar induksiya EYUK ning maksimal qiymatli $\xi = 200$ V bo'lsa, yakorning aylanish chastotasi ν aniqlansin.

25.16. $N = 1000$ ta o'ramli kalta g'altak induksiyasi $B = 0,04$ Tl bo'lgan bir jinsli magnit maydonida g'altakning diametri bilan mos keluvchi va maydon induksiya chiziqlariga tik yo"nalgan o'qqa nisbatan $\omega = 5$rad/s burchak tezlik bilan bir tekis aylanmoqda. Vaqtning galtak tekisligi maydon induksiya chiziqlari bilan $\alpha = 60^\circ$ burchak tashkil qilgan momentlari uchun induksiya EYUKning oniy qiymati ξ aniqlansin. G'altakning yuzasi $S = 100$ cm^2.

Magnit oqimi o'zgarishida[1] konturda oqib o'tadigan elektr zaryadi

25.17. $R = 0,01\Omega$ qarshilikka ega bo'lgan $r = 4$ cm radiusli sim halqa induksiyasi B = 0,04 Tl bo'lgan bir jinsli magnit maydonida joylashgan. Halqa tekisligi maydon induksiya chiziqlari bilan $\alpha = 30^\circ$ burchak tashkil qiladi. Agar magnit maydon yo'qolsa, halqadan qancha elektr zaryadi Q oqib o'tadi?

25.18. $r = 10$ cm radiusli sim halqa stolda yotibdi. Agar halqa bir tomonidan boshqa tomoniga ag'darilsa, undan qancha miqdorda elektr zaryadi Q oqib o'tadi? Halqaning qarshiligi $R = 1\Omega$. Yer magnit maydoni induksiyasi B ning vertikal tashkil etuvchisi 50μTl ga teng.

25.19. Ballistik galvanometrga ulangan sim halqaning ichiga to'g'ri magnit qo'ydilar. Zanjirdan $Q = 10\mu C$ miqdorda elektr zaryadi oqib o'tdi. Agar galvanometr zanjirining qarshiligi $R = 30\Omega$ bo'lsa, halqa kesib o'tgan magnit oqimi Φ aniqlansin.

25.20. Elektromagnit qutblari orasida ballastik galvanometrga ulangan g'altak joylashtirilgan. G'altak o'qi induksiya chiziqlariga parallel. $R_1 = 4\Omega$ qarshilikli g'altak $S = 2$ cm^2 yuzali $N = 15$ ta o'ramga ega. Galvanometrning qarshiligi $R_2 = 46\Omega$. Elektromagnit chulg'ami tok manbaidan uzilganda galvanometr zanjiridan $Q = 90\mu C$ elektr zaryadi oqib o'tdi. Elektromagnit maydonining magnit induksiyasi B hisoblansin.

25.21. $R = 0,01\Omega$ qarshilikli simdan yasalgan ramka induksiyasi $B = 0,5$ Tl bo'lgan bir jinsli magnit maydonida bir tekis aylanmoqda.

[1] Bu bo'limdagi masalalarni yechishda konturning sxemasi magnit oqimini hisobga olmasligi mumkin

Aylanish o'qi ramka tekisligida yotibdi va induksiya chiziqlariga tik yo'nalgan. Ramkaning yuzasi $S = 100\ \text{cm}^2$. Quyidagi uch holda ramkani $\alpha = 30$ burchakka burish vaqtida ramka orqali qancha miqdorda Q elektr zaryadi oqib o'tadi:1) $\alpha_1 = 0$ dan $\alpha_2 = 30$ gacha; 2) α_1 dan $\alpha_2 = 60$ gacha; 3) α_1 dan $\alpha_2 = 90$ gacha?

25.22. $m = 1$ g massali ingichka mis sim kvadrat shaklida bukilib, uchlari tutashtirilgan. Kvadrat bir jinsli magnit maydonida ($B = 0,1$ Tl) tekisligi maydon induksiya chiziqlariga tik o'rnatilgan. Agar kvadratning qarama-qarshi uchlaridan tortib sim to'g'ri chiziq ko'rinishiga keltirilsa, o'tkazgichdan oqib o'tadigan elektr zaryadi Q aniqlansin.

25.23. $I = 1$kA tokli uzun to'g'ri o'tkazgichdan $a = 1$ m masofada $r = 1$ cm radiusli halqa turibdi. Halqa shunday joylashtirilganki, u orqali o'tadigan magnit oqimi maksimal. O'tkazgichdagi tok uzilganda halqadan oqib o'tadigan elektr zaryadi Q aniqlansin. Halqaning qarshiligi $R = 10\Omega$.

Ko'rsatma. Halqa chegarasida maydon bir jinsli deb hisoblansin

25.24. Uzun to'g'ri simdan tok oqib o'tmoqda. Sim yonida qarshiligi $R = 0,02\Omega$ bo'lgan ingichka simdan yasalgan kvadrat ramka joylashgan. Sim ramka tekisligida yotibdi va ramkaning ikki tomoniga parallel, simdan bu tomonlargacha bo'lgan masofalar mos ravishda $a_1 = 10$ cm va $a_2 = 20$cm. Agar tok ulanganda ramka orqali $Q = 693\mu$C elektr zaryadi oqib o'tgan bo'lsa, simdagi tok kuchi I topilsin.

O'zinduksiya va o'zaroinduksiya

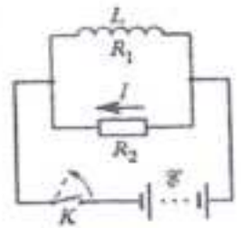
25.25. Induktivligi L=0,03 mH bo'lgan g'altakdan I=0,6 A tok oqib o'tmoqda. Zanjir uzilgandan keyin tok kuchi $\Delta t = 120\mu$s vaqt mobaynida nolgacha kamayadi. Konturda yuzaga keladigan o'zinduksiya EYUK ning o'rtacha qiymatli $\langle \xi_s \rangle$ aniqlansin.

25.26. Reostat yordamida g'altakdagi tok kuchi 1 s mobaynida $\Delta I = 0,1$ A dan bir tekis orttirib borildi. G'altakning induktivligi $L = 0,01$ H bo'lsa o'zinduksiya EYUK ning o'rtacha qiymati $\langle \xi_s \rangle$ topilsin.

25.27. G'altakning induktivligi $L = 2$mH. G'altakdan oqadigan $\nu = 50$ Hz chastotali tok sinusoidal qonun bo'yicha o'zgaradi. G'altakdagi tok minimal qiymatdan to maksimal qiymatgacha o'zgaradigan Δt vaqt

mobaynida yuzaga ga keladigan o'zinduksiya EYUK ning o'rtacha qiymati ξ aniqlansin. Tok kuchining amplitudaviy qiymati $I_0 = 10$ A.

25.28. Qarshiligi $R_1 = 0,5\Omega$ va induktivligi $L = 4$mH bo'lgan g'altak $I = 1$ A o'zgarmas tok oqayotgan $R_2 = 2,5\Omega$ qarshilikli o'tkazgichga parallel ulangan. Tok manbai K kalit yordamida ajratilganda (25.2-rasm) g'altakda induksiyalanadigan elektr zaryadi Q aniqlansin.



25.2-rasm

25.29. Uzunligi $l = 50$ cm va kesimining yuzasi $S = 4\ \text{cm}^2$ bo'lgan karton karkasga diametri $d = 0,2$ mm bo'lgan sim o'ramlari bir-biriga qattiq jipslashtirilgan holda (ajratgichning izolyatsiya qalinligi hisobga olinmasin) bir qatlam qilib o'ralgan. Hosil bo'lgan solenoidning induktivligi L hisoblansin.

25.30. Magnit bo'lmagan karkasga bir qatlam qilib o'ralgan uzunligi $l = 1$ m bo'lgan solenoidning induktivligi $L = 1.6$ mH. Solenoid kesimining yuzasi $S = 20\text{cm}^2$. Solenoidning uzunlik birligidagi o'ramlar soni n aniqlansin.

25.31. Indiktuvligi $L = 1$mH bo'lgan bir qatlamli g'altak hosil qilish uchun diametri $D = 2$ cm bo'lgan karton silindrga izolyatsiyasi qalinligi juda kichik bo'lgan $d = 0.4$ mm diametrli simdan necha o'ram o'rash kerak? O'ramlar bir-biriga qattiq jipslashib turadi.

25.32. Nomagnit silindr karkasga o'ralgan $N_1 = 750$ ta o'ramli g'altak $L_1 = 25$mH induktivlikka ega. G'altak induktivligini $L_2 = 36$mH gacha orttirish uchun chulg'amni g'altakdan oldilar va g'altak uzunligi oldingidek qoladigan qilib yanada ingichkaroq simdan qilingan chulg'am bilan almashtirdi. Qayta o'rashdan keyin g'altakdagi o'ramlar soni N_2 aniqlansin.

25.33. Ikki simli liniyaning uzunligi $l = 1$ km bo'lgan qismidagi induktivligi L aniqlansin. Simning R radiusi 1 mm ga teng bo'lib, o'q chiziqlari orasidagi masofa $d = 0,4$ m.

Ko'rsatma: Faqat ichki magnit oqim, ya'ni simlar bilan chegaralangan konturga singuvchi oqimgina hisobga olinsin.

25.34. Induktivligi L=4 mH bo'lgan solenoidda $N = 600$ ta o'ram bor. Agar chulg'amdan oqib o'tayotgan tok kuchi $I = 12$ A bo'lsa, magnit oqimi Φ aniqlansin.

25.35. O'zaksiz g'altakning induktivligi $L = 0{,}02\,\text{H}$. Chulg'amdan $I = 5\,\text{A}$ tok oqqanda qanday magnit oqimi ψ hosil qilinadi?

25.36. Nomagnit karkasga o'ralgan uzun to'g'ri solenoid $N = 100$ ta o'ram va $L = 3\,\text{mH}$ induktivlikka ega. $I = 1$ A tok kuchida solenoid qanday magnit oqimi Φ va qanday oqim ilashuvi ψ hosil qiladi?

25.37. Kesimning yuzasi $S = 5\,\text{cm}^2$ bo'lgan solenoidda $N = 1200$ ta o'ram bor. $I = 2$ A tok kuchida solenoid ichidagi magnit maydoni induksiyasi $B = 0.01$ Tl. Solenoidning induktivligi L aniqlansin.

25.38. Solenoidda $N = 1000$ ta o'ram bor. O'zak kesimining yuzasi $S = 10\,cm^2$. Chulg'amdan $B = 1.5$ Tl induksiyali maydon hosil qiladigan tok oqadi. Agar tok $t = 500\,\mu\text{s}$ vaqtda nolgacha kamaysa, solenoidda vujudga keladigan induksiya EYUK ning o'rtacha qiymatli $\langle \xi_s \rangle$ topilsin.

25.39. Temir o'zakli solenoid chulg'amida $N = 500$ ta o'ram bor. O'zakning uzunligi $l = 50$ cm. Agar chulg' amdan oqayotgan tok kuchi $I_1 = 0.1$ A dan $I_2 = 1$ A gacha o'shsa, solenoidning induktivligi L qanday va necha marta o'zgaradi (24.1-rasmga q.)

25.40. Ikkita g'altak bir-biridan uncha katta bo'lmagan masofada joylashgan. Birinchi g'altakdagi tok kuchi $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 5\frac{\text{A}}{\text{s}}$ tezlik bilan o'zgarganda ikkinchi g'altakda $\xi_s = 0{,}1$ V induksiya EYUK yuzaga keladi. G'altaklarning o'zaro induksiya koeffitsiyenti L aniqlansin.

25.41. Nomagnit o'zakli toroid chulg'amida $N_1 = 251$ ta o'ram bor. Toroidning o'rtacha diametri $< D >= 8$ cm, o'ramning diametri $d = 2$ cm. Toroidga $N_2 = 100$ ta o'rami bor ikkilamchi chulg'am o'ralgan. Birlamchi chulg'am tutashtirilganda unda $t = 1$ ms vaqt mobaynida $I = 3\,\text{A}$ tok kuchi qaror topadi. Ikkilamchi chulg'amda yuzaga keladigan induksiya EYUKning o'rtacha qiymati $\langle \xi_s \rangle$ topilsin.

Manbaning ulanish va uzilish vaqtlarida yuzaga keladigan ekstratoklar

25.42. Zanjirdan $I_0 = 50$ A tok oqmoqda. Zanjirni ajratmasdan turib tok manbaini uzish mumkin. Zanjirni tok manbaidan uzgandan $t = 0{,}01$ s keyin undagi tok kuchi I aniqlansin. Zanjirning qarshiligi $R = 20\,\Omega$, induktivligi $L = 0{,}1\,\text{H}$.

25.43. Tok manbaini qarshiligi $R = 10\,\Omega$ va induktivligi $L = 1\,\text{H}$ bo'lgan g'altakka tutashtirdilar. Qancha vaqt o'tgandan so'ng ulanish toki o'z chegaraviy qiymatning 0,9 qismiga yetadi?

25.44. Induktivligi $L = 1\,\text{H}$ va qarshiligi $\text{R} = 10\,\Omega$ bo'lgan g'altakdan iborat. Tok manbaini zanjirni uzmasdan ajratish mumkin. Tok kuchi qancha t vaqtdan keyin boshlang 'ich qiymatining 0,001 qismigacha kamayadi?

25.45. Ichki qarshiligi $R = 2\,\Omega$ bo'lgan tok manbaiga induktivligi $L = 0{,}5\,\text{H}$ qarshiligi $R = 8\,\Omega$ bo'lgan g'altak ulanadi. G'altakdagi tok kuchi qancha t vaqt davomida o'sib maksimal qiymatidan 1% farq qiladigan qiymatga erishishi topilsin.

25.46. Zanjirda (25.2-rasmga q.) $R_1 = 5\,\Omega, \text{R}_2 = 95\,\Omega$, $L = 0{,}34\,\text{H}$, $\xi = 38$ V. Tok manbaining ichki qarshiligi e'tiborga olinmaydigan darajada kichik. R_2 qarshilikli rezistordagi tok kuchi quyidagi uchta hol uchun aniqlansin: 1) zanjir K kalit bilan ajratilguncha; 2) ajratish onida ($t_1 = 0$); 3) ajratilgandan $t_2 = 0{,}01$ s dan keyin.

Betatron

25.47. Betatrondagi magnit oqimining $T = 60\,\text{MeV}$ energiya uchun mo'ljallangan $\Delta\Phi/\Delta t$ o'rtacha o'zgarish tezligi 50 Wb/s ni tashkil qiladi. Agar orbitaning radiusi $r = 20$ cm bo'lsa: 1) tezlanuvchan harakat vaqtida elektronning orbitadagi aylanishlar soni N; 2) elektron o'tgan yo'l l aniqlansin.

25.48. Betatrondagi magnit induksiyaning o'zgarish tezligi $\frac{d\langle B \rangle}{dt} = 60\frac{T}{s}$;[1] 1) Agar elektron orbitasining radiusi $r = 0{,}5$ m bo"lsa, unda shu orbitadagi uyurmaviy elektr maydonning kuchlanganligi E; 2) elektronga ta'sir etuvchi kuch F aniqlansin.

25.49. Elektron betatronda $r = 0{,}4$ m radiusli orbita bo'ylab harakatlanadi va bir aylanishda $T = 20\,\text{eV}$ kinetik energiya oladi. Bizni qiziqtirayotgan vaqt oralig'ida magnit induksiyasining o'zgarish tezligi o'zgarmay qoladi deb hisoblab, bu tezlik $\frac{d\langle B \rangle}{dt}$ hisoblansin.

[1] «B» elektronning orbitasi o'rab turgan doira chegarasidagi magnit induksiyasining o'rtacha qiymati.

26-§. MAGNIT MAYDONINING ENERGIYASI

Asosiy formulalar

• Tok induktivlikli yopiq konturda hosil qiladigan magnit maydonining energiyasi:

$$W = \frac{1}{2} LI^2,$$

bu yerda I – konturdagi tok kuchi.

Bir jinsli magnit maydonning (masala uchun, uzun solenoid maydonining) hajmiy fazoviy) energiya zichligi:

$$\omega = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}.$$

• Tomson formulasi. Aktiv qarshiligi bo'lmagan konturdagi xususiy tebranishlar davri:

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

bu yerda L – konturning induktivligi; C – uning sig'imi.

• Elektromagnit to'lqinlar uzunligining davr T va tebranish chastotasi ν bilan bog'lanishi:

$$\lambda = cT \quad \text{yoki} \quad \lambda = \frac{c}{\nu},$$

bu yerda c - elektromagnit to'lqinning vakuumdagi tezligi ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

• Elektromagnit to'lqinlarning muhitdagi tezligi:

$$\vartheta = c / \sqrt{\varepsilon\mu}$$

bunda ε – muhitning dielektrik singdiruvchanligi; μ - magnit singdiruvchanligi.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Uzunligi $l = 50$ cm bo'lgan nomagnit materialdan yasalgan tayoqchaga uning uzunligining har bir santimetriga 20 ta o'ram to'g'ri keladigan qilib bir qatlam sim o'ralgan. Agar chulg'amdagi tok kuchi $I = 0,5$ A bo'lsa, solenoid ichidagi magnit maydonining energiyasi W aniqlansin. Tayoqcha kesimining yuzasi $S = 2$ cm^2.

Yechish: Chulg'amidan I tok oqayotgan L induktivlikli solenoid magnit maydonining energiyasi quyidagi formula bilan ifodalanadi

$$W = \frac{1}{2} LI^2 \qquad (1)$$

O'zagi nomagnit bo'lgan holda solenoidning induktivligi faqat uzunlik birligidagi o'ramlar soniga va o'zakning hajmiga bog'liq bo'ladi: $L = \mu_0 n^2 V$ bunda μ_0 – magnit doimiysi. Induktivlik L ning ifodasini (1) formulaga qo'yib $W = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 V I^2$ ni olamiz.

$V = lS$ ekanligini hisobga olib, ushbuni yozamiz

$$W = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 l^2 SI \qquad (2)$$

(2) formula bo'yicha hisoblab, natijani topamiz

$$W = 126 \text{ μJ}.$$

2-masala. Po'lat o'zakli uzun solenoidning chulg'amidan $I = 2$ A tok oqmoqda. Agar solenoid uzunligining har bir santimetriga to'g'ri keluvchi o'ramlar soni $n = 7$ cm^{-1} bo'lsa O'zakdagi magnit maydoni energiyasining hajmiy zichligi ω aniqlansin.

Yechish: Magnit maydoni energiyasining hajmiy zichligi quyidagi formula bilan aniqlanadi

$$\omega = \frac{BH}{2\mu_0} \qquad (1)$$

Magnit maydonining kuchlanganligi H ni H=nI formulaga binoan topamiz. Bunga n ning ($n = 7$cm^{-1} = 700 m^{-1}) va I ning qiymatlarini qo'ysak.

$$H = 1400 \text{ A/m}$$

Magnit induksiyasi B ni B ning H ga bog'liqlik grafigidan (24.1-rasmga q.) topamiz. $H = 1400$ A/m kuchlanganlikka $B = 1,2$ Tl magnit induksiyasi mos kelishini topamiz. (1) formulaga binoan hisoblab energiyaning hajmiy zichligini topamiz:

$$\omega = 840 \text{ J/m}^3.$$

3-masala: Uzunligi $l = 20$ cm bo'lgan kichik kesimli ($d << l$) temir o'zakka N=2000 ta o'ram o'ralgan. $I = 0,4$ A tok kuchida temirning magnit singdiruvchanligi μ aniqlansin.

Yechish: Magnit singdiruvchanlik μ magnit induksiya B va magnit maydoni kuchlanganligi H bilan quyidagi munosabat vositasida bog'langan

$$B = \mu_0 \mu H. \qquad (1)$$

Bu ifoda B ning H ga chiziqli bog'liqligini ifodalamaydi, chunki μ kattalik H ning funksiyasidir. Shuning uchun ham magnit singdiruvchanlikni aniqlashda odatda $B(H)$ bog'lanishning grafigidan foydalaniladi (24.1-rasmga q.) (1) formuladan magnit singdiruvchanlikni ifodalaymiz:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} \qquad (2)$$

Magnit maydoni kuchlanganligi H ni $H = nI$ formula bo'yicha hisoblaymiz (kichik kesimli g'altakni solenoid sifatida qabul qilish mumkin): bunda n – g'altakning 1 m uzunlikli bo'lagiga to'g'ri keluvchi o'ramlar soni. Bu formuladagi n ni g'altakdagi o'ramlar soni N va uning uzunligi l orqali ifodalab quyidagini olamiz:

$$H = \frac{N}{l} I$$

N, l va I larning qiymatlarini qo'yib va hisoblashlarni amalga oshirib H ni topamiz

$$H = 400 \text{ A/m}$$

Grafikdan H=400 A/m kuchlanganlikka B=1.05 Tl magnit induksiyasi mos kelishini topamiz. B va H larning topilgan qiymatlarini va shuningdek μ_0 ning qiymatini (2) formulaga qo'yib magnit singdiruvchanlikni hisoblaymiz:

$$\mu = 2.09 \cdot 10^3.$$

4-masala. Qoplamalarining har birining yuzasi S =100 cm² dan bo'lgan ikki qoplamali havo kondensatoridan va induktivligi L=1 μH bo'lgan g'altakdan tashkil topgan tebranish konturi uzunligi λ=10 m bo'lgan to'lqinga rezonans beradi. Kondensator qoplamalari orasidagi d masofa aniqlansin.

Yechish: Kondensator qoplamalari orasidagi masofani yassi kondensatorning elektr sig'imi formulasi $C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d$ dan topish mumkin, bunda ε–kondensatorni to'ldirib turgan muhitning dielektrik singdiruvchanligi, bundan

$$d = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{C}. \qquad (1)$$

Elektr konturidagi tebranish davrini aniqlovchi Tomson formulasi $T = 2\pi\sqrt{LC}$ dan elektr sig'imni topamiz.

$$C = T^2/(4\pi^2 L). \qquad (2)$$

Masala shartida berilmagan tebranish davrini kontur rezonans beradigan to'lqin uzunligi λ ni bilgan holda aniqlash mumkin. $\lambda = cT$ munosabatdan quyidagini olamiz:

$$T = \lambda/c.$$

T davrning ifodasini (2) formulaga, keyin esa elektr sig'im C ni (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$d = \varepsilon\varepsilon_0 \pi^2 c^2 \frac{4\pi^2 \varepsilon_0 SL}{\lambda^2},$$

hisoblashni bajarsak

$$d = 3.14 \text{ mm}$$

5-masala. Tebranish konturi induktivligi L =1.2 mH bo'lgan g'altakdan elektr sig'imi C_1 =12pF ham C_2 =80pF gacha o'zgaradigan kondensatordan tashkil topgan. Bu konturda rezonans uyg'otilishi mumkin bo'lgan elektromagnit to'lqinlar uzunligining diapazoni aniqlansin. Konturning aktiv qarshiligi nolga teng deb qabul qilinsin.

Yechish: Tebranish konturida rezonans vujudga keltiradigan elektromagnit to'lqinning uzunligi λ konturning tebranish davri T bilan quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$\lambda = cT. \qquad (1)$$

Tebranish davri o'z navbatida tebranish konturidagi g'altakning induktivligi L va kondensatorning elektr sig'imi C bilan $T = 2\pi\sqrt{LC}$ munosabat (Tomson formulasi) vositasida bog'langan. Binobarin

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}. \qquad (2)$$

Masalaning shartiga ko'ra konturning induktivligi o'zgarmas konturning elektr sig'imi esa c_1 dan c_2 gacha chegarada o'zgaradi. Elektr sig'imlarning bu qiymatlariga rezonans vujudga keltirilishi mumkin bo'lgan to'lqin uzunliklari diapazonini belgilovchi λ_1 va λ_2 to'lqin uzunliklari mos keladi. (2) formulaga binoan hisoblashlarni bajarsak:

$$\lambda_1 = 226 \text{ m}; \quad \lambda_2 = 585 \text{ m}.$$

Masalalar

Solenoid va toroid magnit maydonining energiyasi

26.1. Induktivligi L=0,2 H bo'lgan solenoidning chulg'amidan I=10 A tok oqmoqda. Solenoid magnit maydonining energiyasi aniqlansin.

26.2. G'altakning (o'zaksiz) induktivligi L=0.1 mH. Tok kuchi I ning qanday qiymatida magnit maydonining energiyasi W=100 μJ bo'ladi?

26.3. Solenoidda N=1000 ta o'ram bor. Uning chulg'amidagi tok kuchi I=1A. ko'ndalang kesimi orqali o'tadigan magnit oqimi Φ=0,1 mVb. Magnit maydoni energiyasi W hisoblansin.

26.4. Temir halqaga N=200 ta o'ram bir qatlam qilib o'ralgan. Agar I=2,5A tok kuchida temirdagi magnit oqimi Φ=0,5 Vb bo'lsa, magnit maydonining energiyasi W aniqlansin.

26.5. Toroid chulg'amidan I=0,6 A tok oqmoqda. d=0,4mm diametrli sim o'ramlari bir-biriga zich jipslashgan (izolyatsiya qalinligi hisobga olinmasin). Agar kesimining yuzasi $S = 4\text{cm}^2$, o'rta chizig'ining diametri D=30 cm[43] bo'lsa, toroidning po'lat o'zagidagi magnit maydon energiyasi W topilsin.

Energiyaning hajmiy zichligi

26.6. Maydon induksiyasi B=1 Tl bo'lganda temirdagi magnit maydoni energiyasining zichligi $\omega = 200\ \text{J/m}^3$. Shu shartlarda temirning magnit singdiruvchanligi μ aniqlansin*[44].

26.7. Agar magnit maydon induksiyasi B=0,5 Tl bo'lsa, po'lat o'zakdagi magnit maydoni energiyasining hajmiy zichligi ω aniqlansin*.

26.8. Po'lat o'zakli toroid magnit maydonining induksiyasi B_1=0,5 Tl dan B_2=1 Tl gacha ortdi. Magnit maydoni energiyasining hajmiy zichligi ω necha martaga o'zgarganligi topilsin*.

26.9. Agar magnitlantiruvchi maydonning kuchlanganligi H=1,2 kA/m bo'lsa, yopiq solenoidning temir o'zagidagi magnit maydoni energiyasining hajmiy zichligi ω hisoblansin*.

26.10. Po'lat o'zakli toroid magnit maydonining kuchlanganligi $H_1 = 200\ \text{A/m}$ dan $H_2 = 800\ \text{A/m}$ gacha ortdi. Magnit maydoni energiyasining hajmiy zichligi ω necha martaga o'zgarganligi aniqlansin*.

26.11. Tok kuchi I ning muayyan qiymatida solenoid (o'zaksiz) magnit maydoni energiyasining zichligi $\omega = 0{,}2\ \text{J/m}^3$. Agar solenoidning temir o'zagi bo'lsa, tok kuchining shu qiymatida maydon energiyasining zichligi necha martaga ortadi?

26.12. Agar magnitlovchi maydonning kuchlanganligi H=1,6 kA/m bo'lsa, solenoidning temir o'zagidagi magnit maydoni energiyasining zichligi ω topilsin*.

26.13. Nomagnit o'zakli toroid chulg'ami uzunligining har bir santimetriga n=10 ta dan o'ram to'g'ri keladi. Agar chulg'amdan I=16 A tok oqayotgan bo'lsa, maydon energiyasining zichligi ω aniqlansin.

[43] Magnit singdiruvchanlikni aniqlash uchun 24.1-rasmdagi grafikdan foydalanish mumkin. Gisterezis hodisasi hisobga olinmasin.

[44] * Avvalgi misolga qarang.

26.14. Toroid chulg'ami uzunligining har bir santimetriga n=10 tadan o'ram to'g'ri keladi. O'zak nomagnit. Chulg'amdagi tok kuchi I ning qanday qiymatida magnit maydoni energiyasining zichligi $\omega = 1\ \text{J/m}^3$ bo'ladi.

26.15. Induktivligi L=1 mH bo'lgan g'altak va diametrlari D=20 cm dan bo'lgan ikkita aylanma qoplamadan iborat havo kondensatori parallel ulangan. Qoplamalar orasidagi masofa d=1 cm. Tebranish davri T aniqlansin.

26.16. Elektr sig'imi C=500 pF bo'lgan kondensator uzunligi l=40cm va kesimining yuzasi $S = 5\text{cm}^2$ bo'lgan N=1000 ta o'ramli g'altak bilan parallel ulangan. O'zak nomagnit. Tebranish davri T topilsin.

26.17. Tebranish konturi induktivligi L=20 μH bo'lgan g'altak va C=80 nF elektr sig'imli kondensatordan iborat. Sig'imning kattaligi ko'rsatilgan qiymatdan 2% ga farq qilishi mumkin. Konturda rezonans sodir qiladigan to'lqin uzunligi qanday chegaralarda o'zgarishi mumkinligi hisoblansin.

26.18. Tebranish konturi L=1,6 mH induktivlik, C=40 μF elektr sig'imi va qisqichlarida 200 V ga teng maksimal kuchlanish U_{max} ga ega. Konturdagi maksimal tok kuchi I_{max} aniqlansin. Konturning qarshiligi hisobga olinmaydigan darajada kichik.

26.19. Tebranish konturi C=8 pF sig'imli kondensator va L=0,5 mH induktivlikli g'altakka ega. Agar maksimal tok kuchi I_{max}=40 mA bo'lsa, kondensator qoplamalaridagi maksimal kuchlanish U_{max} qanday bo'ladi?

26.20. Uzunligi l=50 cm va kesimining yuzasi $S_1 = 3\ \text{cm}^2$ bo'lgan g'altak (o'zaksiz) N=1000 ta o'ramga ega bo'lib, kondensator bilan parallel ulangan. Kondensator har birining yuzasi $S_2 = 75\ \text{cm}^2$ dan bo'lgan ikkita qoplamadan iborat. Qoplamalar orasidagi masofa d=5 mm. Dielektrik-havo. Konturning tebranish davri T aniqlansin.

26.21. Tebranish konturi parallel ulangan C=1 μF elektr sig'imli kondensator va L=1 mH induktivlikli g'altakdan tashkil topgan. Konturning qarshiligi hisobga olinmaydigan darajada kichik. Tebranishlar chastotasi ν topilsin.

26.22. Tebranish konturining induktivligi L=0,5 mH. λ=300 m to'lqin uzunligida rezonans sodir bo'lishi uchun konturning elektr sig'imi qanday bo'lishi kerak?

26.23. L=4 μH induktivlikli g'altak va C=1,11 nF elektr sig'imli kondensatordan tashkil topgan konturda qanday to'lqin λ uzunligida rezonans hodisasi ro'y beradi?

26.24. Elektromagnit to'lqinlarning sinishi bilan bog'liq bo'lgan Gers tajribalarini namoyish qilish uchun ba'zan parafindan yasalgan katta prizmani olishadi. Agar parafinning dielektrik singdiruvchanligi $\varepsilon = 2$ va magnit singdiruvchanligi $\mu = 1$ bo'lsa, uning sindirish ko'rsatkichi aniqlansin.

26.25. Glitseringa botirilgan ikkita parallel sim $\nu = 420$ MHz chastotali elektromagnit tebranishlar generatori bilan induksiya yo'li orqali bog'langan. Simlardagi turg'un to'lqinlarning yo'nalishlari orasidagi masofa $l = 7$ cm. Glitserinning dielektrik singdiruvchanligi ε topilsin. Magnit singdiruvchanlik $\mu = 1$ deb qabul qilinsin.

27-§. MODDANING MAGNIT XOSSALARI

Asosiy formulalar

• Magnitlanganlik $\vec{J}$ moddaning kichik hajmi ΔV dagi magnit momentining shu hajmga nisbatiga teng kattalikdir:

$$\vec{J} = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{N} \vec{\mu}_i ,$$

bu yerda $\vec{\mu}_i$ – alohida (i-chi) molekulaning magnit momenti; N – muayyan ΔV hajmdagi molekulalar soni.

• Izotrop magnetikda magnitlanganlik $\vec{J}$ magnit maydoni kuchlanganligi $\vec{H}$ ga proporsional:

$$\vec{J} = \chi \vec{H} ,$$

bu yerda χ – magnit qabul qiluvchanlik (o'lchamsiz).

• Solishtirma magnit qabul qiluvchanlik χ_{sol} magnit qabul qiluvchanlik χ bilan

$$\chi_{sol} = \chi / \rho$$

munosabat orqali bog'langan, bunda ρ – moddaning zichligi.

$$\chi_{sol} = \frac{\mu}{\rho}\chi .$$

• Molyar magnit qabul qiluvchanlik χ_m magnit qabul qiluvchanlik χ bilan munosabat orqali bog'langan.

Bor magnetoni μ_B – elementar magnit moment:

$$\mu_B = eh/(2m_e),$$

formula bilan aniqlanadi, bunda e –elementar zaryad; m_e – elektronning massasi.

• Magnit induksiya $\vec{B}$, kuchlanganlik $\vec{H}$ va izotrop magnetikdagi magnitlanganlik $\vec{J}$:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}),$$

munosabat orqali bog'langan, bunda μ_0 – magnit doimiysi.

Izotrop paramagnetikning magnitlanganligi (Lanjeven nazariyasiga muvofiq):

$$J = n\mu_m L(a),$$

bu yerda n–molekulalarning konsentratsiyasi; μ_m–alohida olingan molekulaning magnit momenti; $L(a)$ – Lanjevan funksiyasi.

• Lanjevan funksiyasi:

$$L(a) = \frac{e^a + e^{-a}}{e^a - e^{-a}} - \frac{1}{a},$$

bunda $a = \mu_m B/(kT)$.

Lanjevan funksiyasining taqribiy qiymatini ishorasi almashuvchi qator ko'rinishida tasvirlash mumkin:

$$L(a) = \frac{1}{3}a - \frac{1}{45}a^3 + \frac{2}{945}a^5 - \ldots$$

$a \ll 1$ bo'lganda, ($\mu_m B \ll kT$) $L(a) = \frac{1}{3}$ va magnitlanganlik:

$$J = \frac{n\mu_m}{3kT} \text{ yoki } J = \mu_0 \frac{n\mu_m^2}{3kT}.$$

• $\mu_m B \ll kT$ bo'lganda paramagnit moddalarning magnit qabul qiluvchanligi

$$\chi = \mu_0 \frac{n\mu_m^2}{3kT}.$$

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Agar vismutning solishtirma magnit qabul qiluvchanligi $\chi_{sol} = -1{,}3 \cdot 10^{-9}$ m^3/kg bo'lsa, uning magnit qabul qiluvchanligi χ molyar qabul qiluvchanligi χ_m aniqlansin.

Yechish: Magnit qabul qiluvchanlik χ

$$\chi = J / H$$

munosabat bilan aniqlanadi, bunda J – magnitlanganlik, H – magnit maydoni kuchlanganligi.

O'z navbatida magnitlanganlik J quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$J = |\vec{J}| = \frac{|\sum \vec{\mu}_m|}{V}$$

bu yerda $\sum \vec{\mu}_m$ – V hajmdagi barcha molekulalarning yig'indi magnit momenti (magnetik bir jinsli deb faraz qilinadi). Shuningdek, $\chi_m = J_m / H$; $J_m = \Sigma \mu_0 / \nu$, bunda ν– modda miqdori (berilgan moddadagi mollar soni) va

$$\chi_{sol} = J_{sol} / H;\ J_{sol} = \Sigma \mu_m / m\ \chi_{sol} = J_{sol} / H;\ J_{sol} = \Sigma \mu_{0l} / \nu,$$

bunda m — modda massasi.

1. Solishtirma magnit qabul qiluvchanlikni aniqlash uchun quyidagi nisbatni topamiz

$$\chi / \chi_m = J / J_m = m / V = \rho,$$

bundan,

$$\chi = \rho \chi_m,$$

bu yerda ρ – zichlik.

Tenglikning o'ng tomoni χ kabi o'lchamsiz (nomsiz) kattalik ekanligiga ishonch hosil qilamiz:

$$[\rho][\chi_m] = 1\ \text{kg/mol} \cdot 1\ \text{m}^3/\text{kg} = 1\ \text{m}^3/\text{mol}.$$

Oldin vismutning nisbiy molekulyar massasini topamiz: $M_r = 209$. Nisbiy molekulyar massa son jihatdan g/mol larda ifodadangan molyar massa M ga teng, u holda M=209 g/mol=0,209 kg/mol, bu esa molyar massaning SI dagi ifodasiga mos keladi.

Hisoblashni bajarsak:

$$\chi_m = 0,209\left(-1,3 \cdot 10^{-9}\right) \approx -2,7 \cdot 10^{-10}\ \text{m}^3/\text{mol}.$$

2-masala. Bir jinsli magnit maydonida ($B=T$) turgan atomdagi elektron orbitasi lormor prosessiyasining chastotasi ω_L aniqlansin

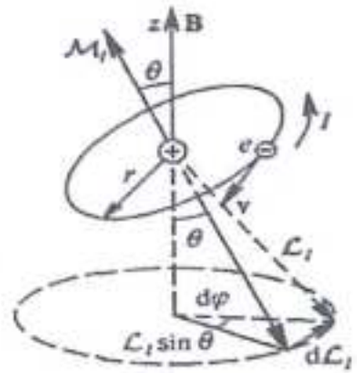
Yechish: Elektron r radiusli aylanma orbita bo'ylab ϑ tezlik bilan 27.1-rasmda strelka bilan ko'rsatilgan yo'nalishda harakatlanayotgan bo'lsin. Vint qoidasiga muvofiq elektron orbital harakatining impuls momeli $\vec{L}_e$, rasmda ko'rsatilganidek, orbita tekisligiga tik yo'nalgan. $\vec{\mu}_e$ orbital magnit moment $\vec{Z}_e$ vektorga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi. Or o'qi bo'ylab hosil qilingan tashqi magnit maydoni ($\vec{B}$) ta'sirida elektron orbitasiga yo'nalishi $\vec{\mu}_e$ va $\vec{B}$ vektorlar yotgan tekislikka tik bo'lgan $\vec{M} = [\vec{\mu}_e \cdot \vec{B}]$ kuch momenti ta'sir qiladi. Bu moment ta'sirida $\vec{J}_e$ vektor $\vec{M}$ bilan mos yo'nalishida $d\vec{J} = \vec{M}dt$

orttirma oladi, buning natijasida $\vec{\mu}_e$ va $\vec{B}$ vektorlar yotgan tekislik dφ burchakka buriladi. 27.1-rasmdan ko'rinib turibdiki,

$$d\varphi = \frac{dJ_e}{J_e \sin\theta}.$$

U holda presessiyaning burchak tezligi (Larmor chastotasi):

$$\omega_L = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dJ_e}{J_e \sin\theta\, dt},$$



27.1-rasm

$dZ_e = \mu_e dt$ hamda $M = \mu_e B \sin\theta$ ekanligidan,

$$\omega_L = \frac{\mu_e B \sin\theta\, dt}{Z_e \sin\theta\, dt} = \frac{\mu_e}{Z_e} B.$$

Giromagnit nisbat $\frac{\mu_e}{Z_e} = \frac{1}{2}\frac{|e|}{m}$ dan foydalanib, quyidagini olamiz:

$$\omega_L = \frac{1}{2}\frac{|e|}{m} B.$$

Tenglikning o'ng tomoni burchak tezlik birligi (s^{-1}) ni berishiga ishonch hosil qilamiz:

$$\frac{eB}{m} = \frac{1C \cdot 1Tl}{1\ \text{kg}} = \frac{1C \cdot 1N}{1\ \text{kg} \cdot 1A \cdot \text{m}} = \frac{1N \cdot s}{1\ \text{kg} \cdot \text{m}} = \frac{1\text{kg} \cdot \text{m} \cdot s}{1\text{kg} \cdot s^2 \cdot \text{m}} = 1s^{-1}.$$

Hisoblashni bajaramiz:

$$\omega_L = \frac{1}{2}\frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot 1s^{-1} = 8,8 \cdot 10^{11}\ s^{-1}.$$

3-masala: NO molekulasi $\mu_e = 1,8\mu_0$ magnit momentga ega. Normal sharoitda gazsimon azot oksidining solishtirma paramagnit qabul qiluvchanligi χ_{sol} aniqlansin.

Yechish: Lanjeven nazariyasiga binoan paramagnit moddalarning magnit qabul qiluvchanligi quyidagi ifoda bilan aniqlanadi

$$\chi = \mu_0 \frac{n \cdot \mu}{3kT}, \qquad (1)$$

bunda μ_0–magnit doimiysi ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m), n–molekulalar konsentratsiyasi (hajm birligidagi molekulalar soni); μ – atomning magnit momenti: k – Bolsman doimiysi; T – termodinamik temperatura.

Solishtirma magnit qabul qiluvchanlik χ_{sol} magnit qabul qiluvchanlik χ bilan quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$\chi_{sol} = \chi / \rho$$

Bu ifodada χ ni (1) ga asosan almashtirib, quyidagini olamiz

$$\chi_{sol} = \mu_0 \frac{\mu_i^2}{3kT} \frac{n}{\rho},$$

molekulalarning konsentratsiyasini va gazning zichligini quyidagicha ifodalash mumkinligini ta'kidlaymiz:

$$n = N_A / V_m \text{ va } \rho = M / V_m,$$

bunda N_A —Avogadro doimiysi; M— molyar massa; V_m— molyar hajm. U holda $\frac{n}{\rho} = \frac{N_A}{M}$ va

$$\chi_{sol} = \mu_0 \frac{N_A \cdot \mu_i^2}{3kTM}$$

Tenglnkning o'ng tomoni solishtirma magnit qabul qiluvchanlik birligini (m^3/kg) berishiga ishonch hosil qilamiz:

$$\frac{[\mu_0][N_A][\mu_i^2]}{[k][T][M]} = \frac{1\frac{H}{m} \cdot 1\,mol^{-1} \cdot A^2 \cdot m^4}{\frac{1J}{K} \cdot 1K \cdot \frac{1kg}{mol}} = \frac{1H \cdot 1\,A^2 \cdot m^2}{1J \cdot kg} = 1\,m^3/kg.$$

Hisoblashni bajaramiz ($1\mu_B = 9{,}27 \cdot 10^{-24}$ A·m² va $M = 30 \cdot 10^{-3}$ kg/mol ekanligini hisobga olamiz):

$$\chi_{sol} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot \left(1{,}8 \cdot 9{,}27 \cdot 10^{-24}\right)^2}{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 276 \cdot 30 \cdot 10^{-3}} \frac{m^3}{kg} = 6{,}2 \cdot 10^{-7} \frac{m^3}{kg}.$$

Masalalar

Magnitlanganlik. Magnit qabul qiluvchanlik

27.1. Agar har bir atomning magnit momenti Bor magnetoni μ_B ga va atomlarning konsentratsiyasi $6 \cdot 10^{28}$ m^{-3} ga teng bo'lsa, to'yinishda jismning magnitlanganligi J aniqlansin.

27.2. Marganetsning magnit qabul qiluvchanligi $\chi = 1{,}21 \cdot 10^{-3}$. Kuchlanganligi H=100 kA/m bo'lgan magnit maydonidagi marganetsning magnitlanganligi J, solishtirma magnitlanganligi J_{sol} va molyar magnitlanganligi J_m hisoblansin. Marganetsning zichligini ma'lum deb hisoblansin.

27.3. Agar AgBr ning molyar magnit qabul qiluvchanligi $\chi_m = 7{,}5 \cdot 10^{-9}$ m^3/mol bo'lsa, uning magnit qabul qiluvchanligi χ topilsin.

27.4. Agar platinaning solishtirma magnit qabul qiluvchanligi $\chi = 1{,}30 \cdot 10^{-9}$ bo'lsa, uning magnit qabul qiluvchanligi χ va molyar magnit qabul qiluvchanligi χ_m aniqlansin.

27.5. Alyuminiyning magnit qabul qiluvchanligi $\chi = 2{,}1 \cdot 10^{-5}$. Uning solishtirma χ_{sol} va molyar χ_m qabul qiluvchanliklari aniqlansin.

27.6. R=1 cm radiusli vismut sharcha bir jinsli magnit maydoniga joylashtirilgan (B=0,5 Tl). Agar vismutning magnit qabul qiluvchanligi $\chi = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ bo'lsa, sharcha olgan magnit moment p_m aniqlansin.

27.7. Misdagi magnit maydonining kuchlanganligi H=1 MA/m. Agar misning solishtirma magnit qabul qiluvchanligi $\chi_{sol} = 1{,}1 \cdot 10^{-8}$ m^3/kg bo'lsa, uning magnitlanganligi J va magnit induksiyasi B aniqlansin.

Dia- va paramagnetizm

27.8. Yerning magnit maydonida turgan (B=50 μTl) atomdagi elektron orbitasi Larmor pretsessiyaning chastotasi aniqlansin.

27.9. Vodorod atomi B=1 Tl induksiyali magnit maydonida turibdi. Elektron orbitasining pretsessiyasi vujudga keltirgan magnit moment μ_{Bl} hisoblansin.

Yadrodan elektrongacha bo'lgan masofa kvadratining o'rtacha qiymati $\langle r^2 \rangle = \frac{2}{3} r_1^2$ deb qabul qilinsin (r_1 – birinchi bor orbitasning radiusi).

27.10. Xrom oksidi Cr_2O_3 ning molyar magnit qabul qiluvchanligi $\chi_m = 5{,}8 \cdot 10^{-9}$ m^3/mol. Agar temperatura T=300 K bo'lsa, Cl_2O_3 molekulasining magnit momenti μ_m (Bor magnetonlarida) aniqlansin.

27.11. t = 17°C da vannadiy uch oksidi (V_2O_3) ning solishtirma paramagnit qabul qiluvchanligi $\chi_{sol} = 1{,}89 \cdot 18^{-6}$ m^3/kg. Agar vannadiy uch oksidining zichligi $\rho = 4{,}87 \cdot 10^3$ kg/m^3 bo'lsa, V_2O_3 ning bitta molekulasiga to'g'ri keluvchi magnit moment μ_{Bl} (Bor magnetonlarida) aniqlansin.

27.12. Kislorodning molekulasi $\mu_M = 2.8\mu_B$ magnit momentiga ega (bunda μ_B – Bor magnetoni). Normal sharoitda kuchsiz magnit maydonidagi (B_0 = 10 mTl) va juda kuchli maydondagi gazsimon kislorodning magnitlanganligi J aniqlansin.

27.13. Hisoblashdagi xatoliklar 1% dan oshmasligi uchun magnit induksiyasi B ning qanday eng katta qiymatidan boshlab, Lanjevan

funksiyasining taxminiy ifodasi $L(a)\approx a/3$ emas, balki aniq qiymatidan foydalanish kerakligi aniqlansin. Hisoblashlarda molekulalarning magnit momenti Bor magnetoniga teng deb qabul qilinsin. Temperatura $T=300$ K.

27.14. Lanjevan funksiyasining aniq ifodasini taxminiy ifoda $L(a)=a/3$ bilan almashtirish natijasida vujudga keladigan xatolik 1% dan oshmasligi uchun a kattalikning eng katta qiymatli qanday bo'lishi kerakligi aniqlansin.

27.15. Berilgan molekulaning tashqi magnit maydoni yo'nalishiga nisbatan manfiy magnit momenti proyeksiyasiga ega bo'lishining ehtimolligi 10^{-3} ga teng bo'ladigan temperatura T aniqlansin. Molekulaning magnit momenti bir Bor magnetoniga teng deb hisoblansin. maydonning magnit induksiyasi esa $B=8$ Tl.

27.16. Quyidagi ikki holda: tashqi maydon magnit induksiyasi ($B=1$ Tl) yo'nalishida musbat magnit momenti proyeksiyasiga ega bo'lgan molekulalar soni manfiy proyeksiyaga ega bo'lgan molekulalar sonidan necha marta ko'p: 1) $T_1=300$ K; 2) $T_2=1$ K. Molekulaning magnit momenti Bor magnetoniga teng deb qabul qilinsin.

27.17. $T_1=300$ K temperatura va $B=0,5$ Tl magnit induksiyasida paramagnetikning ma'lum magnitlanganligi J ga erishildi. Temperatura $T_2=450$ K gacha ko'tarilganda shu magnitlanganlik saqlanib qolishi uchun zarur bo'lgan magnit induksiyasi B_2 aniqlansin.

Ferromagnetizm

27.18. Po'lat parchasini kuchlanganligi $H=1600$ A/m bo'lgan magnit maydoniga kiritdilar. Po'latning magnitlanganligi aniqlansin.

Ko'rsatma. 24.1-rasmdagi grafikdan foydalanish kerak.

27.19. Hajmi $V=10$ cm^3 bo'lgan to'g'ri burchakli to'rt qirrali ferromagnit jism kuchlanganligi $H=800$ A/m bo'lgan magnit maydonida $p_m=0,8$ A·m^2 magnit momenti oldi. Ferromagnetikning magnit singdiruvchanligi μ aniqlansin.

27.20. Agar to'yinishda temirning magnitlanganligi 1,84 MA/m ga teng bo'lsa, temirning bitta atomiga to'g'ri keluvchi Bor magnetonlarining o'rtacha soni $\langle n\rangle$ hisoblansin.

27.21. Temirning bitta atomida to'ldirilmagan $3d$-qobig'iga to'rtta juftlashmagan elektron to'g'ri keladi. To'yinishda temir magnitlanganligining nazariy qiymatli J_{max} aniqlansin.

27.22* Radiusi $r=10^{-10}$ m bo'lgan yassi perpendikulyar elektron orbitasida magnit maydoni uyg'otildi ($B=0,2$ Tl). 1) elektronning orbita bo'ylab aylanish chastotasi $\Delta\nu$; 2) induksiyalangan ekvivalent aylanma tok I_{ind}; 3) induksiyalangan magnit momenti $p_{m\,ind}$ aniqlansin.

27.23* Bir jinsli magnit maydoniga ($B=0,5$ Tl) joylashtirilgan geliyning molyar magnitlanish vektori J_m hisoblansin. Hisoblashlarda elektronning geliy atomi yadrosidan o'rtacha kvadratik masofasi $\langle r^2\rangle$ ning qiymati $3,4\cdot10^{-11}$ m^2 ga teng deb olinsin.

27.24* χ_m molyar magnit kiruvchanlikka asosiy hissani atomning tashqi qobig'idagi elektronlar qo'shadi. Ichki elektronlar qo'shadigan hissalarni e'tiborga olmagan holda, tashqi elektron qobiqning o'rtacha radiusi $\langle r\rangle$ aniqlansin. Hisoblashlarda $\sum_{i=1}^{Z}\langle r_i^2\rangle \approx \sum_{i=1}^{Z_{tash}}\langle r_{tash\,i}^2\rangle = Z_{tash}\langle r\rangle^2$, bu yerda Z_{tash}–atomning tashqi qobig'idagi elektronlar soni, tarkibiy tengliklardan foydalanilsin. Hisoblashlar quyidagi atomlar uchun amalga oshirilsin: 1) neon ($\chi_m=-9,05\cdot10^{-11}$ m^3/mol); 2) argon ($\chi_m=-2,44\cdot10^{-11}$ m^3/mol).

6-BOB. OPTIKA

28-§. GEOMETRIK OPTIKA

Asosiy formulalar

•Sferik ko'zguning fokus masofasi:

$$f = \frac{R}{2}$$

bu yerda R-ko'zguning egrilik radiusi.

Sferik ko'zguning optik kuchi:

$$D = 1/f;$$

Sferik ko'zgu formulasi:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

bu yerda a va b–mos ravishda ko'zguning qutbidan buyum va tasvirgacha bo'lgan masofalar.

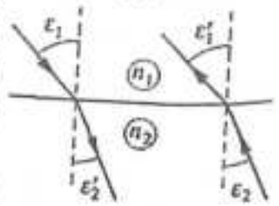
Agar buyumning tasviri mavhum bo'lsa, unda b kattalik manfiy ishora bilan olinadi. Agar sferik ko'zguning fokusi mavhum (ko'zgu qavariq) bo'lsa, u holda f kattalik manfiy ishora bilan olinadi.

•Yorug'likning sinish qonuni:

$$\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon_2'} = n_{21},$$

bu yerda ε_1– tushish burchagi; ε_2– sinish burchagi; $n_{21} = n_2/n_1$–ikkinchi muhitning birinchi muhitga nisbatan nisbiy sindirish ko'rsatkichi; n_1 va n_2 –mos ravishda birinchi va ikkinchi muhitlar absolyut sindirish ko'rsatkichlari.

Burchaklarni belgilashdagi quyi ko'rsatkichlar nur qaysi muhitda (birinchi yoki ikkinchi) tarqalayotganligini ko'rsatadi. Agar nur bo'linish sirtiga $\varepsilon_2 = \varepsilon_2'$ burchak ostida tushib ikkinchi muhitdan birinchisiga o'tsa, unda yorug'lik nurlarining qaytish prinsipiga asosan ε_1' sinish burchagi ε_1 burchakka teng bo'ladi (28.1-rasm). Yorug'likning optik zichroq muhitdan optik zichligi kamroq bo'lgan muhitga o'tishidagi to'la qaytishning chegaraviy burchagi



28.1-rasm

$$\varepsilon_{1.0} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (n_2 < n_1)$$

•Yupqa linzaning optik kuchi:

$$D = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_l}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

bu yerda f– linzaning fokus masofasi; n_l– linza moddasining absolyut sindirish ko'rsatkichi; n_m– linzani o'rab turgan muhitning (linzaning har ikkala tomonidan ham bir xil) absolyut sindirish ko'rsatkichi.

Keltirilgan formulada *qavariq* sirtlarning radiuslari (R_1 va R_2) musbat ishora bilan, *botiqlariniki* esa manfiy ishora bilan olinadi.

•Bir-biriga yopishtirib qo'yilgan ikkita yupqa linzaning optik kuchi:

$$D = D_1 + D_2.$$

•Yupqa linza formulasi:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

bu yerda a– linzaning optik markazidan buyumgacha bo'lgan masofa; b– linzaning optik markazidan tasvirgacha bo'lgan masofa. Agar fokus mavhum bo'lsa (sochuvchi linza), u holda f manfiy kattalik bo'ladi. Agar tasvir mavhum bo'lsa b– manfiy kattalik bo'ladi.

• Lupaning burchak kattalashtirishi

$$\Gamma = D/f.$$

bu yerda D–eng yaxshi ko'rish masofasi (D=25 cm).

• Teleskopning burchak kattalashtirishi

$$\Gamma = f_{ob}/f_{ok}$$

bu yerda f_{ob} va f_{ok}–mos ravishda obyektiv va okulyarning fokus masofalari.

Teleskopning obyektividan to okulyarigacha bo'lgan masofa

$$L = f_{ob} + f_{ok}$$

Bu formulalarni teleskopdan juda uzoqdagi buyumlarni kuzatgandagina qo'llash mumkin.

• Mikroskopning burchak kattalashtirishi

$$\Gamma = D\delta/(f_{ob}/f_{ok}),$$

bu yerda δ–obyektivning orqa fokusi bilan okulyarning old fokusi orasidagi masofa.

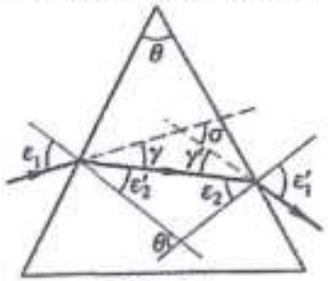
Mikroskopning obyektividan okulyarigacha bo'lgan masofa

$$L = f_{ob} + \delta + f_{ok}$$

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. $\theta = 50^\circ$ sindirish burchagiga ega bo'lgan shisha-prizmaga $\varepsilon_1 = 50^\circ$ burchak ostida yorug'lik nuri tushmoqda. Agar shishaning sindirish ko'rsatkichi $n = 1{,}56$ bo'lsa, nurning prizmadan otish burchagi aniqlansin.

Yechish. Bu masalani odatdagidek umumiy ko'rinishda emas, balki barcha oraliq hisoblashlarni bajarish orqali yechish maqsadga muvofiqdir. Bu holda biz hisoblash aniqligi bo'yicha bir oz yutqizsak ham, lekin hisoblashlarning yaqqolligi va soddaligidan yutamiz.



28.2-rasm

28.2-rasmdan ko'rinib turibdiki, og'ish burchagi

$$\sigma = \gamma + \gamma' \qquad (1)$$

γ va γ' burchaklar esa ε_1, ε_2, ε_1' va ε_2' burchaklar orqali soddagina ifodalanadi va bularni ketma-ket hisoblaymiz:

1) Sinish qonuni $\sin\varepsilon_1 / \sin\varepsilon_2' = 1/n$ dan quyidagini olamiz: $\varepsilon_2' = \arcsin\left(\dfrac{\sin\varepsilon_1}{n}\right) = 18{,}7^\circ$

2) 28.2-rasmdan ko'rinib turibdiki, prizmaning ikkinchi qirrasiga nurning tushish burchagi

$$\varepsilon_2 = \theta - \varepsilon_2' = 31{,}3^\circ .$$

ε_2 burchak chegaraviy burchakdan kichik $\left(\varepsilon_{2,ch} = \arcsin(1/n) = 39{,}9^\circ\right)$. Shuning uchun nur ikkinchi qirrada sinadi va prizmadan tashqariga chiqadi;

3) $\dfrac{\sin\varepsilon_2}{\sin\varepsilon_1'} = \dfrac{1}{n}$ ekanligidan $\varepsilon_1' = \arcsin(n\sin\varepsilon_2) = 54{,}1^\circ$.

Endi γ va γ' burchaklarni topamiz:

$$\gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_1' = 11{,}3^\circ \text{ va } \gamma = \varepsilon_1' - \varepsilon_2 = 22{,}8^\circ$$

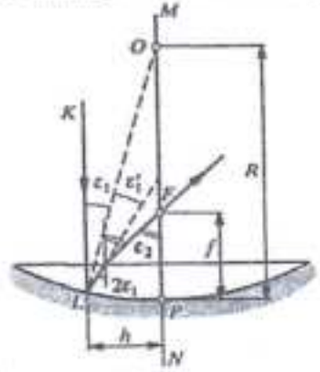
(1) formulaga binoan:

$$\sigma = \gamma + \gamma' = 34{,}1^\circ$$

2-masala. Optik sistema qavariq sirti kumushlangan yupqa yassi qavariq shisha linzadan iborat. Agar linza sferik sirtining egrilik radiusi $R = 60\,\text{cm}$ bo'lsa, bunday sistemaning bosh fokus masofasi f aniqlansin.

Yechish. Linzaga uning bosh optik o'qi MN ga parallel bo'lgan paraksial KL nur tushayotgan bo'lsin (28.3-rasm). KL linzaning yassi sirtiga tik bo'lganligi tufayli undan sinmasdan o'tadi. Nur kumushlangan qavariq sirtga L nuqtada burchak ostida tushadi va undan $\varepsilon_1' = \varepsilon_2$ burchak ostida qaytadi. Qaytgan nur linzaning yassi sirtining chegarasiga $2\varepsilon_1$ burchak ostida tushadi va linzadan chiqishi bilan F nuqtada bosh optik o'qni o'q bilan ε_2 burchak hosil qilib kesishadi. Bunda hosil bo'lgan FP kesmaning uzunligi qurilayotgan optik sistemaning izlanayotgan fokus masofasiga teng. Agar KL nurning paraksialligini hisobga olsak, ε_1 va ε_2 burchaklar kichik, ularning sinus va tangenslari esa amalda radianlarda ifodalangan burchaklarning o'ziga teng, u holda 28.3-rasmdan

$$f = \frac{h}{\varepsilon_2} = \frac{R\cdot\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = R\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \qquad (1)$$



28.3-rasm

(1) formulaga kiruvchi $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ burchaklar nisbatini bizning holimizda ushbu ko'rinishda $2\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 1/n$ yoziladigan yorug'likning sinish qonunidan foydalanib topamiz, bundan

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{1}{2n}$$

Burchaklarning bu nisbati (1) formulaga qo'yib, quyidagini topamiz.

$$f = R/(2n). \qquad (2)$$

Shunday natijani rasmiy mulohazalar asosida ham olish mumkin. KL nur ketma-ket ravishda linzadan o'tishi, qavariq ko'zgudan qaytishi va yana bir marta linzadan o'tishi tufayli mazkur optik sistemani bir -biriga jipslashgan ikkita yassi qavariq linza va yumaloq ko'zgudan tashkil topgan markazlashgan sistema sifatida qarash mumkin. Optik sistemaning fokus masofasi quyidagi formulaga binoan topilishi mumkin

$$f = 1/D,$$

bu yerda D–sistemaning optik kuchi.

Ma'lumki sistemaning optik kuchi sistemani tashkil etuvchilar optik kuchlarining algebraik yig'indisiga teng. Bizning holimizda

$$D = (n-1)\frac{1}{R} + \frac{2}{R} + (n-1)\frac{1}{R} = \frac{2n}{R}, \text{ ya'ni } f = 1/D = R/(2n),$$

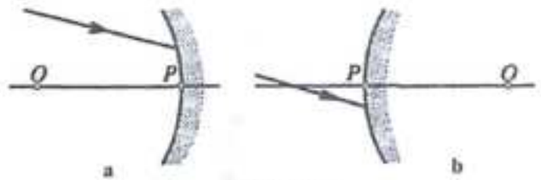
bu esa (2) formulada ifodalangan natijaga mos keladi.

Masalalar

Yorug'likning qaytishi va sinishi

28.1. Ikkita yassi to'g'ri to'rtburchakli ko'zgu ikki qirrali $\varphi = 179^\circ$ burchak hosil qiladi. Ko'zgular bir-biriga tegib turgan chiziqdan $l = 10$ cm masofada va har bir ko'zgudan bir xil masofada nuqtaviy yorug'lik manbai joylashgan. Manbaning ko'zgulardagi mavhum tasvirlari orasidagi d masofa aniqlansin.

28.2. Sferik ko'zguga yorug'lik nuri tushmoqda. Quyidagi ikki hol uchun nurning qaytgandan keyingi yo'li topilsin: a) botiq ko'zgudan (28.4a-rasm); b) qavariq ko'zgudan (28.4, b-rasm). Chizmada: P–ko'zguning qutbi; O–optik markaz.

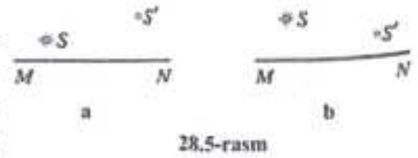


28.4-rasm

28.3. Botiq sferik ko'zgu ekranda buyum tasvirini $\Gamma = 4$ marta kattalashtirib beradi. Buyumdan ko'zgugacha bo'lgan masofa $a = 25$ cm. Ko'zguning egrilik radiusi R aniqlansin.

28.4. Botiq ko'zguning fokus masofasi $f = 15$ cm. Ko'zgu buyumning haqiqiy tasvirini uch marta kichraytirib beradi. Buyumdan ko'zgugacha bo'lgan a masofa aniqlansin.

28.5 Quyidagi 28.5a,b-rasmlarda sferik ko'zguning bosh optik o'qi MN ning o'rni, nurlanuvchi nuqta S va uning tasviri S' ko'rsatilgan. Chizmani chizish yo'li bilan ko'zguning optik markazi O, uning qutblari P va bosh fokusi F ning o'rni topilsin. Berilgan ko'zgu botiq yoki qavariqligi aniqlansin. Tasvir haqiqiy bo'ladimi yoki mavhummi?

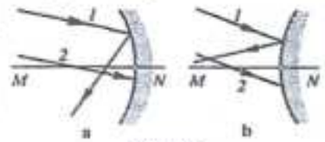


28.5-rasm

28.6. Botiq ko'zgu ekranda quyoshning tasvirini $d = 28$ mm li doira ko'rinishida beradi. Osmondagi quyoshning diametri burchak o'lchagichda $\beta = 32'$. Ko'zguning egrilik radiusi R aniqlansin.

28.7. Qavariq ko'zguning egrilik radiusi $R = 50$ cm. Balandligi $h = 15$ cm bo'lgan buyum ko'zgudan $a = 1$ m masofada turibdi. Ko'zgudan tasvirgacha bo'lgan masofa b va uning balandligi H aniqlansin.

28.8. Quyidagi 28.6a,b-rasmlarda yumaloq ko'zguning bosh optik o'qi MN ning o'rni va 1-nurning yo'li ko'rsatilgan. Ko'zgudan qaytgan 2-nurning yo'li chizilsin.



28.6-rasm

28.9. Stolda qog'oz varag'i yotibdi. Qog'ozga $\varepsilon = 30^\circ$ burchak ostida tushayotgan yorug'lik nuri unda yorug' dog' hosil qiladi. Agar qog'oz ustiga $d = 5$ cm qalinlikdagi yassi parallel shisha plastinka qo'yilsa bu dog' qanchaga siljiydi?

28.10. Nur $d = 30$ mm qalinlikdagi shisha plastinkaga $\varepsilon = 60^\circ$ burchak ostida tushadi. Plastinkadan chiqqandan keyin nurning yon tomonga siljishi Δx aniqlansin.

28.11. Parallel nurlar dastasi $\varepsilon = 60^\circ$ burchak ostida qalin shisha plastinkaga tushadi va sinib shishaga o'tadi. Dastaning havodagi kengligi $a = 10$ cm. Dastaning shishadagi kengligi b aniqlansin.

28.12. Yorug'lik nuri sindirish ko'rsatkichi n_1 bo'lgan muhitdan sindirish ko'rsatkichi n_2 bo'lgan muhitga o'tadi. Agar qaytgan va singan nurlar orasidagi burchak $\pi/2$ ga teng bo'lsa, $tg\varepsilon_1 = n_2/n_1$ (ε_1–tushish burchagi) shart bajarilishi ko'rsatilsin.

28.13. Yorug'lik nuri sindirish ko'rsatkichi n bo'lgan prizma qirrasiga kichik burchak ostida tushadi. Agar prizmaning sindirish burchagi θ kichik bo'lsa, u holda nurlarning og'ish burchagi σ ning tushish burchagiga bog'liq bo'lmasligi va $\theta(n-1)$ ekanligi ko'rsatilsin.

28.14. $\theta = 60^\circ$ sindirish burchagiga ega bo'lgan shisha prizmaga yorug'lik nuri tushadi. Agar nur prizma ichida simmetrik yurganda og'ish burchagi $\sigma = 40^\circ$ bo'lsa, shishaning sindirish ko'rsatkichi n aniqlansin.

28.15. Shisha prizmaning sindirish burchagi $\theta = 30^\circ$. Yorug'lik nuri prizma qirrasiga uning sirtiga tik ravishda tushadi va dastlabki yo'nalishdan $\sigma = 20^\circ$ burchakka og'gan holda, boshqa qirrasidan havoga chiqadi. Shishaning sindirish ko'rsatkichi n aniqlansin.

28.16. Yorug'lik nuri shisha prizma qirrasiga uning sirtiga tik ravishda tushadi va dastlabki yo'nalishidan $\sigma = 25^\circ$ burchakka og'gan holda qarama-qarshi qirrasidan chiqadi. Prizmaning sindirish burchagi θ aniqlansin.

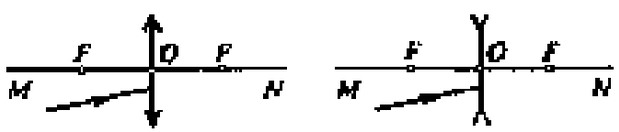
28.17. Sindirish burchagi $\theta = 60^\circ$ bo'lgan shisha prizmaning qirrasiga $\varepsilon_1 = 45^\circ$ burchak ostida yorug'lik nuri tushadi. Nurning prizmadan chiqishdagi sinish burchagi ε_1' va nurning dastlabki yo'nalishidan og'ish burchagi σ topilsin.

28.18. Prizmaning sindirish burchagi $\theta = 60^\circ$. Nurning dastlabki yo'nalishidan eng kam og'ish burchagi $\sigma = 30^\circ$. Prizma yasalgan shishaning sindirish ko'rsatkichi n aniqlansin.

28.19. O'tkir uchli pona shaklidagi prizmaning sindirish burchagi $\theta = 2^\circ$. Agar prizma shishasining nur sindirish ko'rsatkichi $n = 1{,}6$ bo'lsa, nurning prizma orqali o'tishdagi eng kam og'ish burchagi aniqlansin.

Optik sistemalar

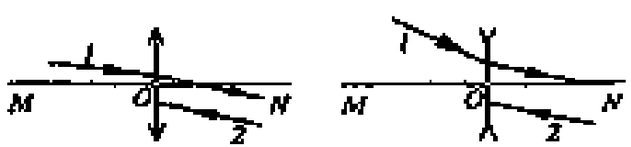
28.20. Yupqa linzaga yorug'lik nuri tushmoqda. Nurning: a) yig'uvchi (28.7a-rasm); b) sochuvchi linzada (28.7b-rasmda) sinishidan keyingi yo'li yasash usuli bilan topilsin. Chizmada: O–linzaning optik markazi; F–bosh fokusi.



a b

28.7-rasm

28.21. Quyidagi 28.8a, b-rasmda linzaning bosh optik o'qi MN ning o'rni va nurning 1-yo'li ko'rsatilgan. Nurning linzada singandan keyingi 2-yo'li chizilsin[*].



a b

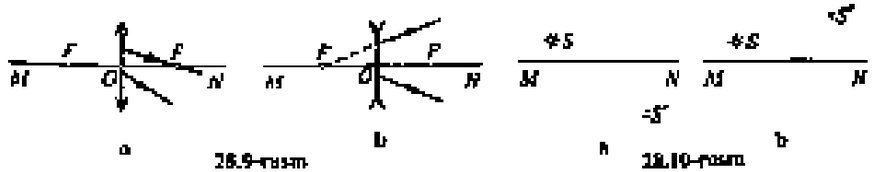
28.8-rasm

28.22. Agar nurning a) yig'uvchi (28.9a-rasm); b) sochuvchi (28.9b-rasm) linzalarda singandan keyingi yo'li ma'lum bo'lsa, tuzish yo'li bilan yorug'lik

[*] Linzaning har ikkala tomonidagi muhit ham bir xil deb hisoblansin.

tarqatuvchi nuqtaning o'rni topilsin. Chizmada: O–linzaning optik markazi; F–uning bosh optik o'qi.

28.23. Quyidagi 28.10a, b-rasmda yupqa linza bosh optik o'qining, yorug' nuqta S va uning tasviri S' larning o'rinlari ko'rsatilgan. Chizmani chizish yo'li bilan[*] linzaning optik markazi O va uning fokuslari F topilsin. Berilgan linza yig'uvchi yoki sochuvchi ekanligi ko'rsatilsin. Tasvir haqiqiy bo'ladimi yoki mavhummi?



a b

28.9-rasm

a b

28.10-rasm

28.24. Lampochka va ekranning o'rtasidagi optik kursida joylashtirilgan linza ekranda lampochkaning keskin kattalashgan tasvirini beradi. Lampochkaning ekranga $\Delta l = 40$ cm ga yaqinlashtirganlarida ekranda lampochkaning keskin kichraytirilgan tasviri payda bo'ldi. Agar lampochkadan ekrangacha bo'lgan masofa $l = 80$ cm bo'lsa, linzaning fokus masofasi f aniqlansin.

28.25. Buyum va uning bosh fokus masofasi $f = 12$ cm bo'lgan yig'uvchi linza hosil qiladigan haqiqiy tasviri orasidagi mumkin bo'lgan eng kichik masofa l qanday bo'ladi?

28.26. Odam fotoapparat obyektivining bosh optik o'qi bo'ylab $\vartheta = 5$ m/s tezlik bilan harakatlanmoqda. Undagi odam tasviri doimo yorqin bo'lib qolishi uchun fotoapparatning xira oynasini qanday u tezlik bilan siljitish kerak? Obyektivning bosh fokus masofasi $f = 20$ cm. Hisoblashlar odam fotoapparatdan $a = 10$ m masofada turgan hol uchun bajarilsin.

28.27. Shishadan optik kuchi $D = 5$ dptr bo'lgan yassi qavariq linza tayyorlash talab qilinadi. Linza qavariq sirtining egrilik radiusi R aniqlansin.

28.28. Ikki yoqlama qavariq linza sirtlarining egrilik radiuslari bir xil. Linza sirtlari egrilik radiusi R ning qanday qiymatida uning bosh fokus masofasi $f = 20$ cm bo'ladi?

28.29. Linza sirtlari egrilik radiuslarining nisbati $k = 2$. Qavariq sirtining egrilik radiusi R ning qanday qiymatida linzaning optik kuchi $D = 10$ dptr bo'ladi?

[*] Linzaning har ikkala tomonidagi muhit bir xil deb hisoblansin.

28.30. Agar linza sirtlari egrilik radiuslarining nisbati $k = 3$, uning optik kuchi $D = -8$ dptr bo'lsa, linza qavariq sirtining egrilik radiusi R aniqlansin.

28.31. Egrilik radiuslari bir xil, $R = 0{,}5$ m bo'lgan ikkita soat shishasidan ikki yoqlama botiq «havo» linzasi bir-biriga yopishtirib yasalgan. Shunday linza suvda qanday D optik kuchga ega bo'ladi?

28.32. Linza qizil nur uchun sindirish ko'rsatkichi $n_q = 1{,}50$ va binafsha nur uchun sindirish ko'rsatkichi $n_b = 1{,}52$ bo'lgan shishadan tayyorlangan. Linzaning har ikkala sirti egrilik radiuslari bir xil va $R = 1$ m ga teng. Linzaning qizil va binafsha nurlar uchun fokuslari orasidagi Δf masofa aniqlansin.

28.33. Diametri $d = 10$ cm bo'lgan yassi qavariq linzaning bosh fokus masofasi f aniqlansin. Linzaning markazidagi qalinligi $h = 1$ cm, chekkalaridagi qalinligini nolga teng deb hisoblansin.

28.34. Agar meniskning[1] qavariq va botiq sirtlari egrilik radiuslari mos ravishda $R_1 = 1$ m va $R_2 = 40$ cm bo'lsa, uning optik kuchi D aniqlansin.

28.35. Havoda yig'uvchi linzaning bosh fokus masofasi $f = 10$ cm. Uning: 1) suvda; 2) disulfid uglerodda nimaga tengligi aniqlansin.

28.36. Havoda turgan linzaning fokus masofasi $f_1 = 5$ cm, shakar eritmasiga botirilganidiki esa $f_2 = 35$ cm. Eritmaning sindirish ko'rsatkichi n aniqlansin.

28.37. Havodagi yupqa linza $D_1 = 5$ dptr, biror suyuqlikka botirilganda esa $D_2 = -0{,}48$ dptr optik kuchga ega. Agar linza yasalgan shishaning sindirish ko'rsatkichi $n_1 = 1{,}52$ bo'lsa, suyuqlikning sindirish ko'rsatkichi n_2 aniqlansin.

28.38. Jipslashtirilgan ikkita yupqa linzadan iborat sistemaning optik kuchi D shu linzalarning har birining optik kuchlari D_1 va D_2 lar yig'indisiga tengligi isbotlansin.

28.39. $R = 20$ cm radiusli botiq yumaloq ko'zguga yupqa glitserin qatlami quyilgan. Bunday sistemaning bosh fokus masofasi f aniqlansin.

28.40. Yassi qavariq linzaning optik kuchi $D_1 = 4$ dptr. Linzaning qavariq sirti kumushlandi. Shunday sferik ko'zguning optik kuchi D_2 topilsin.

[1] Menisk deb bir xil egrilik yo'nalishiga ega ikkita sferik sirt bilan chegaralangan linzaga aytiladi.

28.41. Egrilik radiusi $R = 20$ cm bo'lgan qavariq sferik ko'zguning ustiga yupqa suv qatlami quyildi. Shunday sistemaning bosh fokus masofasi f aniqlansin.

28.42. Odam o'zidan $a = 12{,}5$ cm masofada joylashtirilgan kitobni ko'zoynaksiz o'qimoqda. U optik kuchi D qanday bo'lgan ko'zoynak taqishi kerak?

28.43. Yaqinni ko'ruvchi kishi ko'zining ko'zoynaksiz ko'rishga moslashuv chegaralari $a_1 = 16$ cm va $a_2 = 80$ cm oralig'ida yotadi. Ko'zoynak bilan u uzoqdagi buyumlarni yaxshi ko'radi. Ko'zoynak taqib o'qiganda u kitobni qanday eng kichik d masofada tutib turishi kerak?

28.44. Ikki yoqlama qavariq linzadan iborat lupa sindirish ko'rsatkichi $n = 1{,}6$ bo'lgan shishadan tayyorlangan. Linzalar sirtlarining egrilik radiuslari bir xil va $R = 12$ cm ga teng. Lupaning kattalashtirishi Γ aniqlansin.

28.45. Lupa $\Gamma = 2$ marta kattalashtirib beradi. Unga zich qilib optik kuchi $D_1 = 20$ dptr bo'lgan yig'uvchi linzani qo'ydilar. Bunday qo'shma lupa qanday kattalashtirish Γ_2 ni beradi?

28.46. Teleskop obyektivining optik kuchi $D = 0{,}5$ dptr. Okulyar $\Gamma_1 = 10$ kattalashtirish beradigan lupadek ishlaydi. Teleskop qanday Γ_2 kattalashtirish beradi?

28.47. Fokus masofasi $f = 50$ mm bo'lgan okulyarda teleskop $\Gamma_1 = 60$ burchak kattalashtirish beradi. Agar okulyar olinib va oddiy ko'z bilan eng yaxshi ko'rish masofasidan obyektiv hosil qilgan haqiqiy tasvir qaralsa, obyektivning o'zi qanday Γ_2 burchak kattalashtirishni beradi?

28.48. Teleskop obyektivining fokus masofasi $f_1 = 1$ m. Teleskopda $a_1 = 1$ km masofada turgan bino kuzatilmoqda. Quyidagi ikki holda aniq tasvirni olish uchun okulyarni, qaysi yo'nalishda va qancha siljitish kerak: 1) agar binodan keyin oy qaralsa; 2) agar oyning o'rniga $a_2 = 100$ m masofada turgan yaqinroq buyumlar qaralsa?

28.49. Teleskop Quyoshga to'g'rilangan. Teleskop obyektivining fokus masofasi $f_1 = 3$ m. Fokus masofasi $f_2 = 50$ mm bo'lgan okulyar obyektiv hosil qilgan haqiqiy Quyosh tasvirini okulyardan $b = 60$ cm masofada joylashgan ekranga tushiradi. Ekran tekisligi teleskopning optik o'qiga tik yo'nalgan. Agar osmonda Quyoshning diametri oddiy ko'z bilan $\alpha = 32'$ burchak ostida ko'rinsa, ekrandagi Quyosh tasvirining chiziqli diametri d aniqlansin.

28.50. Mikroskop obyektivining fokus masofasi $f_1 = 8$ mm, okulyariniki $f_2 = 4$ cm. Buyum obyektivdan bosh fokusga nisbatan $\Delta x = 0.5$ mm uzoqlikda turibdi. Mikroskopning kattalashtirishi Γ aniqlansin.

28.51. Mikroskop obyektivining fokus masofasi $f_1 = 1$ cm, okulyariniki $f_2 = 2$ cm. Obyektivdan okulyargacha bo'lgan masofa $L = 23$ cm. Mikroskop qanday Γ kattalashtirish beradi? Buyum obyektivdan qanday a masofada turibdi?

28.52. Mikroskop ichida obyektiv va okulyar fokuslari orasidagi Δ masofa 16 cm ga teng. Obyektivning fokus masofasi $f_1 = 1$ mm. $\Gamma = 500$ kattalashtirish olish uchun qanday fokus masofali okulyar olish kerak?

29-§. FOTOMETRIYA

Asosiy formulalar

• Biror Ω fazoviy burchak ichida, shu burchak chegarasida turgan nuqtaviy izotrop[28] yorug'lik manbai tarqatadigan yorug'lik oqimi:

$$\Phi_v = I \cdot \Omega.$$

bu yerda I – manbaning yorug'lik kuchi; $\Omega = 2\pi(1-\cos\theta)$; Ω – konus o'qi va uning tashkil etuvchisi orasidagi burchak.

• Izotrop nuqtaviy yorug'lik manbai tarqatadigan to'la yorug'lik oqimi:

$$\Phi_v = 4\pi I.$$

• Sirtning yoritilganligi:

$$E_v = \Phi_v / S,$$

bu yerda S –yorug'lik oqimi Φ_v bir tekis taqsimlanib tushuvchi tekislikning yuzasi.

Izotrop nuqtaviy yorug'lik manbai hosil qiladigan yoritilganlik:

$$E_v = \frac{I}{r^2}\cos\varepsilon,$$

bunda r sirtdan yorug'lik manbaigacha bo'lgan masofa; ε –nurlarning tushish burchagi.

• Kosinusoidal tarqatuvchi sirt istalgan elementining yorug'lik kuchi

$$I = I_0\cos\varphi$$

bu yerda φ –sirt elementiga o'tkazilgan normal va kuzatish yo'nalishi orasidagi burchak; I_0 - sirt elementining shu element normali yo'nalishidagi yorug'lik kuchi.

• Yorug'lik tarqatuvchi sirtning ravshanligi:

$$L_v = I/\sigma',$$

bu yerda I –kuzatish yo'nalishidagi yorug'lik kuchi; σ' – yorug'lik tarqatuvchi sirtning yorug'lik yo'nalishiga tik bo'lgan tekislikdagi proyeksiyasining yuzasi.

•Yoritiuvchanlik:

$$M_v = \frac{\Phi_{v_1}}{S},$$

bu yerda Φ_{v_1} – sirt chiqarayotgan yorug'lik oqimi; S – shu sirtning yuzasi.

Kosinusoidal yorug'lik tartarqatuvchi manbalarning yoritiuvchanligi:

$$M_v = \pi L_v.$$

Eslatma. GOST 26148-84 ga binoan yorug'lik kattaliklari, ularga mos keluvchi nurlanishning energetik kattaliklari bilan bir xil harflar orqali belgilanadi. Belgilashlar faqat ko'rsatkichlari bilan farq qilishadi: e–energetik va ϑ –yorug'lik kattaliklari uchun. Ammo tushunmovchilikka olib kelmaydigan hollarda yorug'lik kattaliklarini belgilashdagi ϑ ko'rsatkichni tashlab yuborishga ruxsat beriladi (masalan, energetik ravshanlik–L_e, ravshanlik L_v yoki L).

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Yaqindan yoritiuvchi projektor $2\theta_0 = 40$ ochilish burchagi bilan kesik konus ko'rinishidagi yorug'lik dastasini beradi. Projektorning yorug'lik oqimi $\Phi_v = 80$ klm. Yorug'lik oqimi konus ichida tekis taqsimlangan deb faraz qilib, projektorning yorug'lik kuchi I aniqlansin.

Yechish. Izotropik manbaning I yorug'lik kuchi Φ_v yorug'lik oqimining yorug'lik oqimi tarqaladigan chegaradagi Ω fazoviy burchakga nisbatiga teng, ya'ni

$$I = \Phi_v/\Omega \qquad (1)$$

Fazoviy burchakni θ ochilish burchagi orqali ifodalaymiz. Fazoviy burchak ta'rifiga ko'ra

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2}$$

bu yerda dA –r radiusli elementar sfera sirti: $dA = (rd\theta)(r\sin\theta d\varphi)$.

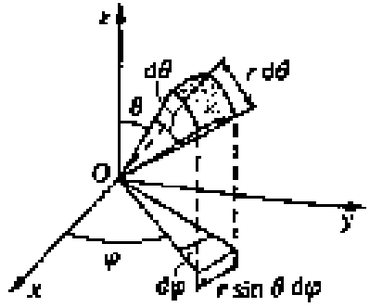
[28] Agar manba yorug'ligining kuchi hamma yo'nalishlarda bir xil bo'lsa, bunday manba izotroplik deyiladi.

29.1-rasmdan ko'rinib turibdiki, elementar fazoviy burchak $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$. Konusning 2θ ochilish burchagiga mos keluvchi fazoviy burchak quyidagi integral orqali ifodalanadi:

$$\Omega = \int_0^{\theta_0} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

yoki

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta_0) = 4\pi \sin^2(\theta_0/2)$$



29.1-rasm

Ω ning ifodasini (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz

$$I = \frac{\Phi_v}{4\pi \sin^2(\theta_0/2)} \qquad (2)$$

(2) formula bo'yicha hisoblab, quyidagi natijani olamiz:

$$I = 211 \text{ kkd}.$$

2-masala: Diametri $d = 2.5$ cm va uzunligi $l = 40$ cm bo'lgan silindrik lyuminessent lampa o'z tik yo'nalishida $r = 5$ m masofada $E_n = 2$ lk yoritilganlik hosil qiladi. Lampani kosinusoidal tarqatuvchi sifatida qarab: 1) berilgan yo'nalishdagi yorug'lik kuchi I; 2) ravshanlik L; 3) lampaning yorqinligi M aniqlansin.

Yechish: 1. Lampaning ikkita o'lchamidan kattasi uzunlik bo'lib, u yoritilganlik o'lchangan masofadan 12 marta kichik. Demak, berilgan yo'nalishdagi yorug'lik kuchini hisoblashda lampani nuqtaviy manba deb qabul qilish va quyidagi formuladan foydalanish mumkin:

$$E = I/r^2 \text{ bundan } I = Er^2.$$

Kattaliklarning qiymatlarini bu formulaga qo'yib, hisoblasak,

$$I = 25 \text{ kd}$$

kelib chiqadi.

2. Ravshanlikni hisoblash uchun

$$L = I/\sigma$$

formulani qo'llaymiz, bu yerda σ – cho'zilgan yorug'lik manbaining kuzatish yo'nalishiga tik tekislikdagi proyeksiyasining yuzasi.

Silindrik lyuminessentsiyaga asoslangan lampa holida proyeksiya uzunligi l va kengligi d bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shakliga ega bo'ladi. Binobarin

$$L = I/(ld)$$

Bu formulaga binoan hisoblab, L ni topamiz:

$$L = 2.5 \text{ kd/m}^2$$

3. Lyuminessent lampani kosinusoidal tarqatuvchi deb hisoblash mumkin bo'lganligidan, uning yorqinligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$M = \pi L \approx 7.9 \text{klk}.$$

Masalalar*

Yorug'lik oqimi va yorug'lik kuchi

29.1. To'la yorug'lik oqimi $\Phi = 1$ lm bo'lgan nuqtaviy manbaining yorug'lik kuchi I aniqlansin.

29.2. $P = 75$ Vt quvvat iste'mol qiladigan lampochka $r = 3$ cm masofada yorug'lik nuri normal tushganda $E = 8$ lk yoritilganlik hosil qiladi. Lampochkaning solishtirma quvvati p (vatt taqsim kandelalarda) va lampochkaning yorug'lik berishi η (lyumen taqsim vattlarda) hisoblansin.

29.3. Konus bo'ylab $\Phi = 76$ lm yorug'lik oqimi hosil qiladigan nuqtaviy yorug'lik manbai aylanma konusning uchida turibdi. Manbaning yorug'lik kuchi $I = 120$ kd. Fazoviy burchak Ω va konusning ochilish burchagi 2θ aniqlansin.

29.4. Agar selenli fotoelementdan $r = 75$ cm masofada to'la yorug'lik oqimi $\Phi = 1.2$ klm bo'lgan lampochka joylashtirilgan bo'lsa, fotoelementga ulangan galvanometr qanday I tok kuchini ko'rsatadi? Fotoelementning ishchi sirti yuzasi 10 cm^2, sezgirligi esa $i = 300 \mu\text{A/lm}$.

Yoritilganlik

29.5. Yorug'lik kuchi $I = 80$ kd bo'lgan lampochka diametri $d = 12$ cm va bosh fokus masofasi $f = 40$ cm bo'lgan yig'uvchi linzadan $a = 2$ m masofada joylashgan. Linza o'zidan $b = 30$ cm masofada joylashgan ekranda yumaloq yorug' dog' hosil qiladi. Ekranning shu dog' hosil bo'lgan joyidagi yoritilganlik E topilsin. Yorug'likning linzada yutilishi hisobga olinmasin.

29.6. Fotosuratni chiqarishda negativ $r_1 = 50$ cm masofadan yorug'lik kuchi $I_1 = 15$ kd bo'lgan lampochka bilan $t_1 = 3$ s davomida yoritib turildi. Qoralik darajasi birinchi holdagidek bo'lgan suratni chiqarish uchun negativ $r_2 = 2$ m masofadan yorug'lik kuchi $I_2 = 60$ kd bo'lgan lampochka bilan qancha t_2 vaqt davomida yoritilishi kerak?

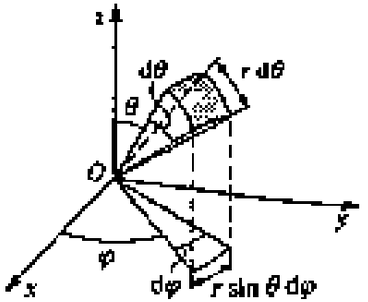
* Barcha misol va masalalarni ishlashda yorug'lik manbaining o'lchamlari hisobga olinmasin.

29.1-rasmdan ko'rinib turibdiki, elementar fazoviy burchak $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$. Konusning 2θ ochilish burchagiga mos keluvchi fazoviy burchak quyidagi integral orqali ifodalanadi:

$$\Omega = \int_0^{\theta_0} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

yoki

$$\Omega = 2\pi(1-\cos\theta_0) = 4\pi\sin^2(\theta_0/2)$$



29.1-rasm

Ω ning ifodasini (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz

$$I = \frac{\Phi_0}{4\pi\sin^2(\theta_0/2)} \qquad (2)$$

(2) formula bo'yicha hisoblab, quyidagi natijani olamiz:

$$I = 211 \text{ kkd}.$$

2-masala: Diametri $d = 2.5$ cm va uzunligi $l = 40$ cm bo'lgan silindrik lyumenessent lampa o'z tik yo'nalishda $r = 5$ m masofadu $E_0 = 2$ lk yoritilganlik hosil qiladi. Lampani kosinusoidal tarqatuvchi sifatida qarab: 1) berilgan yo'nalishdagi yorug'lik kuchi I; 2) ravshanlik L; 3) lampaning yorqinligi M aniqlansin.

Yechish: 1. Lampaning ikkita o'lchamidan kattasi uzunlik bo'lib, u yoritilganlik o'lchangan masofadan 12 marta kichik. Demak, berilgan yo'nalishdagi yorug'lik kuchini hisoblashda lampani nuqtaviy manba deb qabul qilish va quyidagi formuladan foydalanish mumkin:

$$E = I/r^2 \text{ bundan } I = Er^2.$$

Kattaliklarning qiymatlarini bu formulaga qo'yib, hisoblasak.

$$I = 25 \text{ kd}$$

kelib chiqadi.

2. Ravshanlikni hisoblash uchun

$$L = I/\sigma$$

formulani qo'llaymiz, bu yerda σ – cho'zilgan yorug'lik manbaining kuzatish yo'nalishiga tik tekislikdagi proyeksiyasining yuzasi.

Silindrik lyuminessenstiyaga asoslangan lampa holida proyeksiya uzunligi l va kengligi d bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shakliga ega bo'ladi. Binobarin

$$L = I/(ld)$$

Bu formulaga binoan hisoblab, L ni topamiz:

$$L = 2.5 \text{ kd/m}^2$$

3. Lyuminessent lampani kosinusoidal tarqatuvchi deb hisoblash mumkin bo'lganligidan, uning yorqinligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$M = \pi L = 7.9 \text{ klk}.$$

Masalalar[19]

Yorug'lik oqimi va yorug'lik kuchi

29.1. To'la yorug'lik oqimi $\Phi = 1$ lm bo'lgan nuqtaviy manbaining yorug'lik kuchi I aniqlansin.

29.2. $P = 75$ Vt quvvat iste'mol qiladigan lampochka $r = 3$ cm masofada yorug'lik nuri normal tushganda $E = 8$ lk yoritilganlik hosil qiladi. Lampochkaning solishtirma quvvati p (vatt taqsim kandelalarda) va lampochkaning yorug'lik berishi η (lyumen taqsim vattlarda) hisoblansin.

29.3. Konus bo'ylab $\Phi = 76$ lm yorug'lik oqimi hosil qiladigan nuqtaviy yorug'lik manbai aylanma konusning uchida turibdi. Manbaning yorug'lik kuchi $I = 120$ kd. Fazoviy burchak Ω va konusning ochilish burchagi 2θ aniqlansin.

29.4. Agar selenli fotoelementdan $r = 75$ cm masofada to'la yorug'lik oqimi $\Phi = 1.2$ klm bo'lgan lampochka joylashtirilgan bo'lsa, fotoelementga ulangan galvanometr qanday I tok kuchini ko'rsatadi? Fotoelementning ishchi sirti yuzasi 10 cm², sezgirligi esa $i = 300$ μA/lm.

Yoritilganlik

29.5. Yorug'lik kuchi $I = 80$ kd bo'lgan lampochka diametri $d = 12$ cm va bosh fokus masofasi $f = 40$ cm bo'lgan yig'uvchi linzadan $a = 2$ m masofada joylashgan. Linza o'zidan $b = 30$ cm masofadu joylashgan ekranda yumaloq yorug' dog' hosil qiladi. Ekranning shu dog' hosil bo'lgan joyidagi yoritilganlik E topilsin. Yorug'likning linzada yutilishi hisobga olinmasin.

29.6. Fotosuratni chiqarishda negativ $r_1 = 50$ cm masofadan yorug'lik kuchi $I_1 = 15$ kd bo'lgan lampochka bilan $t_1 = 3$ s davomida yoritib turildi. Qoralik darajasi birinchi holdagidek bo'lgan suratni chiqarish uchun negativ $r_2 = 2$ m masofadan yorug'lik kuchi $I_2 = 60$ kd bo'lgan lampochka bilan qancha t_2 vaqt davomida yoritilishi kerak?

19. Fizika masalalari to'plami / Yo.I. Abdullayev, A.A. Abdumalikov, A.A. Abdushukurov va boshq. – Toshkent: O'qituvchi, 1994. – 416 b.

29.7. Yerdan $h=3$ m balandlikda va devordan $r=4$ m masofada yorug'lik kuchi $I=100$ kd bo'lgan lampa osilib turibdi. Devorning E_1 va yerning gorizontal sirti bilan kesishgan chiziqdagi E_2 yoritilganliklari aniqlansin.

29.8. Balandligi $h=8$ m bo'lgan simyog'ochga yorug'lik kuchi $I=1$ kkd bo'lgan lampa osilgan. Lampani nuqtaviy yorug'lik manbai deb hisoblab, simyog'och asosidan qanday l masofada yer sirtidagi yoritilganlik $E=1$ lk bo'lishi aniqlansin.

29.9. Doiraviy maydoncha ustida lampa osilib turibdi. Maydonchaning o'rtasidagi yoritilganlik $E_1=40$ lk, chekkasidagi yoritganlik $E_2=5$ lk. Nur maydoncha chekkasiga qanday ε burchak ostida tushmoqda?

29.10. Radiusi $r=80$ cm bo'lgan doiraviy stol markazining ustida $h=60$ cm balandlikda yorug'lik kuchi $I=100$ kd bo'lgan lampa osilib turibdi. Quyidagilar aniqlansin: 1) stol markazidagi yoritilganlik E_1; 2) stol chekkasidagi yoritilganlik E_2; 3) stolga tushayotgan yorug'lik oqimi Φ; 4) stolning o'rtacha yoritilganligi $\langle E\rangle$.

29.11. Stol chekkasidagi yoritilganlik maksimal bo'lishi uchun lampani radiusi $r=1$ m bo'lgan doiraviy stol markazidan qanday h balandlika osish mumkin?

Ravshanlik va yorituvchanlik

29.12. Fonar qobig'idagi tirqish o'lchamlari 10×15 cm bo'lgan yassi xira shisha bilan yopilgan. Fonarning normal bilan $\varphi=60^\circ$ burchak tashkil qiladigan yo'nalishidagi yorug'lik kuchi $I=15$ kd. Shishaning ravshanligi L aniqlansin.

29.13. Diametrlari mos ravishda $d_1=2$ mm va $d_2=20$ cm bo'lgan $L_1=3\cdot10^6$ kd/m^2 ravshanlikli qizib cho'g' bo'lib turgan metall sharcha va $L_2=5\cdot10^3$ kd/m^2 ravshanlikli sharsimon chiroqlarning yorug'lik kuchlari hisoblansin va o'zaro solishtirilsin.

29.14. Xira shishali chiroq diametri $d=20$ cm bo'lgan shar shakliga ega. Chiroqning yorug'lik kuchi $I=80$ kd. Chiroqning to'la yorug'lik oqimi Φ, yorqinligi M va ravshanligi L aniqlansin.

29.15. Zenit yaqinidagi Quyosh gorizontal sirtda $E=0.1$ Mlk yoritilganlik hosil qiladi. Quyoshning diametri $\alpha=32'$ burchak ostida ko'rinadi. Quyoshning ko'zga ko'rinadigan ravshanligi L aniqlansin.

29.16. Oppoq cho'g' bo'lguncha qizdirilgan metall tolaning uzunligi $l=30$ cm, diametri $d=0.2$ mm. Tolaning unga tik yo'nalishdagi yorug'lik kuchi $I=24$ kd. Tolaning ravshanligi L aniqlansin.

29.17. Yorug'lik tarqatuvchi kubning ravshanligi L hamma yo'nalishlarda bir xil bo'lib, 5 kd/m^2 ga teng. Kubning qirrasi $a=20$ cm. Qaysi yo'nalishda kubning yorug'lik kuchi I maksimal bo'ladi. Kubning maksimal yorug'lik kuchi I_{max} aniqlansin.

29.18. Nur tarqatuvchi konus hamma yo'nalishlarda bir xil $B=2$ kkd/m^2 ravshanlikka ega. Konusning asosi nur tarqatmaydi. Asosining diametri $d=20$ cm va balandligi $h=15$ cm. Quyidagi yo'nalishlarda konusning yorug'lik kuchi I aniqlansin:1) konus o'qi bo'ylab; 2) konus o'qiga tik.

29.19. Gorizontal tekislik ustida $h=1$ m balandlikda unga parallel ravishda uncha katta bo'lmagan yorug'lik tarqatuvchi disk joylashgan. Diskning o'z o'qi yo'nalishidagi yorug'lik kuchi $I_0=100$ kd. Diskni yorug'lik kuchi kosinusoidal qonun bo'yicha taqsimlanuvchi nuqtaviy manba deb hisoblab, gorizontal tekislikning disk markazining ostida joylashgan nuqtadan $r=3$ m masofada joylashgan A nuqtadagi yoritilganligi E topilsin.

29.20. A nuqtadagi yoritilganlik maksimal bo'lishi uchun nur tarqatuvchi diskni gorizontal tekislikdan qanday h balandlikda joylashtirish kerak (oldingi masalaga qarang)?

29.21. Agar kinoapparat (kinolentasiz) obyektividan ekranga tushayotgan yorug'lik oqimi $\Phi=1.75$ klm bo'lsa, yorug'likni hamma yo'nalishlarda bir tekisda sochadigan kinoekrandagi yoritilganlik E, yorituvchanlik M va ravshanlik L aniqlansin. Ekranning kattaligi 5×3.6 m va qaytarish koeffisiyenti $\rho=0.75$.

29.22. Agar yaltiramaydigan oq qog'ozning qaytarish koeffisiyenti $\rho=0.8$ bo'lsa, uning ravshanligi $L=1$ kd/m^2 bo'lishi uchun yorug'lik kuchi $I=10$ kd bo'lgan lampochkani qog'oz varag'i ustida qanday balandlikda osish kerak?

29.23. Qorakuya qurumi bilan qoplangan sirtning yoritilganligi $E=150$ lk, ravshanligi L hamma yo'nalishlarda bir xil bo'lib, 1 kd/m^2 ga teng. Qurumning qaytarish koeffisiyenti ρ aniqlansin.

30-§. YORUG'LIK INTERFERENSIYASI

Asosiy formulalar

• Yorug'likning muhitdagi tezligi:

$$\vartheta = c/n,$$

bu yerda c–yorug'likning vakuumdagi tezligi: n–muhitning absolyut sindirish ko'rsatkichi.

•Yorug'lik to'lqini optik yo'li uzunligi:

$$L = n \cdot l,$$

bu yerda l–yorug'lik to'lqinining sindirish ko'rsatkichi n bo'lgan muhitdagi geometrik yo'li uzunligi.

•Ikkita yorug'lik to'lqinining optik yo'llar farqi:

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

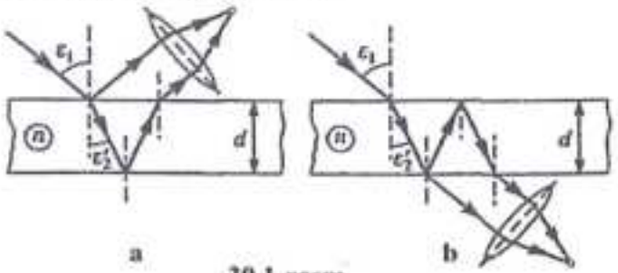
• Havoda turgan yupqa yassi parallel plastinka yoki yupqa pardaning yuqori va quyi sirtlaridan qaytgan yorug'lik to'lqinlarining optik yo'llari farqi (30.1a-rasm):

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon_1} + \lambda/2 \quad \text{yoki} \quad \Delta = 2dn\cos\varepsilon_2' + \lambda/2,$$

bu yerda d–plastinkaning (yupqa pardaning) qalinligi; ε_1–tushish burchagi; ε_2'– sinish burchagi.

Bu formulalardagi ikkinchi had yorug'lik to'lqinining optik zichroq muhitdan qaytishida uning optik yo'li uzunligining $\lambda/2$ ga o'zgarishini hisobga oladi.

O'tuvchi yorug'likda (30.1b-rasm) yorug'lik to'lqinining qaytishi optik zichligi kamroq bo'lgan muhitdan amalga oshadi va yorug'lik nurlarining qo'shimcha yo'l farqi vujudga kelmaydi.



a b

30.1-rasm

•Tebranishlarning faza farqi $\Delta\varphi$ ning to'lqinlarning optik yo'llari farqi bilan quyidagicha bog'langan:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}.$$

•Interferensiyada yorug'lik intensivligining maksimumlar sharti:

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 0,1,2,3,\ldots).$$

•Interferensiyada yorug'lik intensivligining minimumlar sharti:

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

•Qaytgan yorug'lik uchun Nyutonning yorug' (yoki o'tgan nurlardagi qorong'u halqalar uchun) halqalar radiuslari:

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}},$$

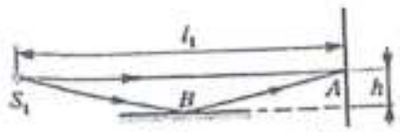
bu yerda k–halqa tartib raqami ($r = 1,2,3,\ldots$); R–yassi parallel shisha plastinkaga tegib turuvchi linza sirtining egrilik radiusi.

Qaytgan yorug'lik uchun qorong'u (yoki o'tgan nurlardagi yorug' halqalar uchun) halqalar radiuslari:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

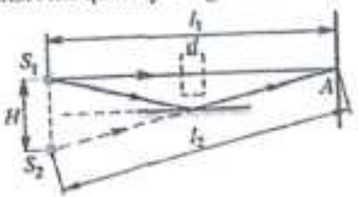
Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala: Ekranning A nuqtasiga to'lqin uzunligi $\lambda = 0{,}5\,\mu m$ bo'lgan monoxromatik yorug'lik tarqatuvchi S_1 manbadan ikkita nur keladi: bevosita manbadan ekranga tik yo'nalishda S_1A nur va S_1A nurga parallel ko'zguning B nuqtasidan qaytgan S_1BA nur (30.2-rasm). Manbadan ekrangacha bo'lgan masofa $l = 1$ m, S_1A nurdan ko'zgu tekisligigacha bo'lgan masofa $h = 2$ mm. Quyidagilar aniqlansin: 1) ekranning A nuqtasida nima kuzatiladi-intensivlikning kuchayishimi yoki susayishi?; 2) agar S_1A nurning yo'liga unga tik ravishda qalinligi $d = 6\,\mu m$ bo'lgan yassi parallel shisha ($n = 1{,}55$) plastinka joylashtirilsa, A nuqtadagi intensivlik qanday o'zgaradi?



Ko'zgu Ekran

30.2-rasm



30.3-rasm

Yechish: S_1 manbaning ko'zgudagi mavhum tasviri S_2 ni yasaymiz (30.3-rasm). S_1 va S_2 manbalar kogerent bo'ladi, shu sababli bu manbalardan ekranga keladigan to'lqinlarning qo'shilishida interferension manzara yuzaga keladi. Ekranning u yoki bu nuqtasida intensivlikning ortishi yoki kamayishi interferensiyaga kirishuvchi nurlarning optik yo'llarining farqi Δ ga, boshqacha qilib aytganda optik yo'l farqida joylashadigan yarim to'lqinlar soni m ga bog'liq bo'ladi:

$$m = \frac{\Delta}{\lambda/2}. \qquad (1)$$

Agar m –butun juft son bo'lsa, intensivlik maksimal, agar m –butun toq son bo'lsa, intensivlik minimal bo'ladi. m kasr son bo'lganda yoki qisman kuchayish (agar m juft songa yaqin bo'lsa) yoki qisman susayish (agar m toq, songa yaqin bo'lsa) ro'y beradi.

1. Optik yo'llar farqi geometrik farq $l_2 - l_1$ (ikkala nur ham havoda yuradi) bilan tebranish fazasining optik zichroq muhitdan qaytishida vujudga keladigan π ga o'zgarishiga bog'liq bo'lgan qo'shimcha yo'l farqi $\lambda/2$ ning qo'shilishidan hosil bo'ladi. Shunday qilib

$$\Delta_1 = l_1 - l_2 + \lambda/2. \qquad (2)$$

$l_2 = \sqrt{l_1^2 + H^2}$ ekanligidan (30.3-rasm)

$$l_2 - l_1 = l_1\sqrt{1+(H/l_1)^2} - l_1 = l_1\left[\sqrt{1+(H/l_1)^2} - 1\right].$$

$H/l_1 << 1$, shuning uchun ildizni hisoblashda taxminiy formuladan foydalanish mumkin (3-jadvalga qarang): $a << 1$ va $\sqrt{1+a} \approx 1 + \frac{1}{2}a$. Uni qo'llab, quyidagini olamiz:

$$l_2 - l_1 = l_1\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{H}{L}\right)^2 - 1\right] = \frac{H}{2l_1}.$$

$l_2 - l_1$ ning olingan ifodasini (2) formulaga qo'ysak,

$$\Delta_1 = \frac{H^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2}.$$

Δ_1 ni bilgan holda (1) formulaga binoan m_1 ni topamiz:

$$m_1 = \frac{H^2/(2l_1) + \lambda/2}{\lambda/2} = \frac{H^2}{\lambda l_1} + 1.$$

$H = 2h$ ekanligidan, uzil-kesil ravishda quyidagini olamiz

$$m_1 = 4\frac{h^2}{\lambda l_1} + 1.$$

Hisoblashni bajarsak,

$$m_1 = 33.$$

Yo'l farqiga toq sondagi yarim to'lqinlar joylashganligidan A nuqtada intensivlikning minimumi kuzatiladi.

2. S_1A nurning yo'liga qo'yilgan A qalinlikdagi shisha plastina optik yo'l uzunligini o'zgartiradi (30.3-rasm). Endi optik yo'l uzunligi L geometrik yo'l uzunligi $l_1 - d$ va nurning plastinaning o'zidagi optik yo'lning uzunligi nd lar yig'indisidan iborat bo'ladi, ya'ni

$$L = (l_1 - d) + nd = l_1 + (n-1)d.$$

Nurlarning optik yo'l farqi

$$\Delta_2 = l_2 - L + \lambda/2 = l_2 - \left[l_1 + (n-1)d\right] + \lambda/2,$$

yoki

$$\Delta_2 = \Delta_1 - (n-1)d.$$

(1) formuladan foydalanib, quyidagini topamiz:

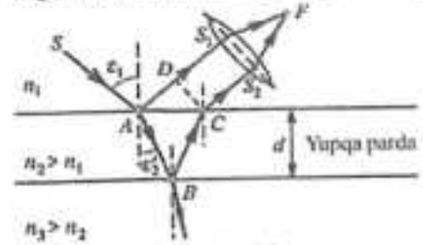
$$m_2 = \frac{\Delta_2}{\lambda/2} = \frac{\Delta_1 - (n-1)d}{\lambda/2} = m_1 - 2\frac{d(n-1)}{\lambda}.$$

Hisoblashlarni bajarsak,

$$m_2 = 19{,}8.$$

Yarim to'lqinlar soni kasr bo'lib chiqdi. 19,8 soni butun toq 19 sonidan ko'ra butun juft 20 soniga yaqin bo'lganligi uchun A nuqtada qisman kuchayishi bo'ladi.

2-masala. Sindirish ko'rsatkichi $n = 1{,}4$ bo'lgan moddadan juda yupqa parda qoplangan qalin shisha plastinkaga monoxromatik yorug'likning ($\lambda = 0{,}6\,\mu m$) parallel dastasi normal tushadi. Qaytayotgan yorug'lik interferensiya natijasida maksimal susaygan. Yupqa pardaning qalinligi d aniqlansin.



30.4-rasm

Yechish. Yupqa parda tushadigan yorug'lik to'lqinidan ingichka SA dastani ajratamiz. Tushish burchagi $\varepsilon_1 \neq 0$ bo'lgan hol

uchun bu nurning yo'li 30.4-rasmda ko'rsatilgan. A va B nuqtalarga tushayotgan dasta qisman qaytadi va qisman sinadi. Yorug'likning qaytgan AS_1 va BCS_2 dastalari yig'uvchi L linzaga tushadi, uning F fokusida kesishishadi va o'zaro interferensiyaga kirishadi.

Havoning sindirish ko'rsatkichi ($n_1 = 1,00029$) yupqa parda moddasining sindirish ko'rsatkichi ($n_2 = 1,4$) dan kichik, u esa o'z navbatida shishaning sindirish ko'rsatkichi ($n_3 = 1,5$) dan kichik bo'lganligidan, har ikkala holda ham qaytish tushayotgan to'lqin yurayotgan muhitdan ko'ra optik jihatdan zichroq muhitda ro'y beradi.

Ma'lumki, yupqa pardalardagi interferensiyaga yorug'likning maksimal susayishi sharti interferensiyaga kiruvchi to'lqinlarning optik yo'l farqi toq sonidagi yarim to'lqinlarga teng bo'lishi kerakligidan iboratdir:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

30.4-rasmdan ko'rinib turibdiki, optik yo'l farqi

$$\Delta = l_2 n_2 - l_1 n_1 = (|AB| + |BC'|)n_2 - |AD|n_1.$$

Binobarin, yorug'lik intensivligining minimumlik sharti quyidagi ko'rinishni oladi:

$$(|AB| + |BC'|)n_2 - |AD|n_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Agar ε_1 burchak nolga intilgan holda kamayib borsa, unda $AD \to 0$ va $|AB| + |BC'| \to 2d$, bunda d –yupqa pardaning qalinligi $\varepsilon_1 = 0$ chegarada quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\Delta = 2dn_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

bundan qidirilayotgan yupqa pardaning qalinligi

$$d = \frac{(2k+1)\lambda}{4n}.$$

$k = 0,1,2,3,...$ deb olib, yupqa parda qalinligining mumkin bo'lgan qator qiymatlarini olamiz:

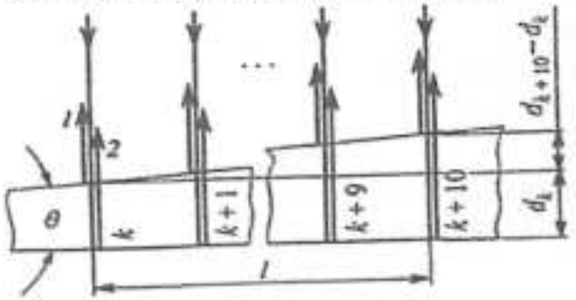
$$d_0 = \frac{\lambda}{4n_2} = 0,111\mu m;\ d_2 = \frac{3\lambda}{4n_2} = 3d_0 = 0,333\mu m$$

va hokazo.

3-masala. Shisha ponaga, uning qirrasiga normal ravishda to'lqin uzunligi $\lambda = 0,6\mu m$ bo'lgan monoxromatik yorug'lik tushadi. Bunda vujudga

keladigan interferension manzaraning 1 cm li kesmasida 10 ta soha ko'rinadi. Ponaning sindirish burchagi θ aniqlansin.

Yechish. Pona qirrasiga tushayotgan yorug'likning parallel dastasi yuqori qirradan ham pastki qirradan ham qaytadi. Bu dastalar kogerent va shuning uchun barqaror interferensiya manzarasi kuzatiladi. Interferensiya sohalari ponaning kichik burchaklarida kuzatilishi tufayli yorug'likning qaytgan 1 va 2 dastalari amalda parallel bo'ladi (30.5-rasm).



30.5-rasm

Qorong'u sohalar yo'l farqi tok sonli yarim to'lqin uzunligiga karrali bo'lgan joylardagina ko'rinadi:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \text{ bunda } k = 0,1,2,... \quad (1)$$

Ikkita to'lqinning yo'l farqi bu to'lqinlarning optik yo'llari uzunliklarining farqi ($2dn\cos\varepsilon_2'$) va yarim to'lqin uzunligi ($\lambda/2$) ning yig'indisidan iborat. ($\lambda/2$) kattalik to'lqinning optik zichroq muhitdan qaytishi natijasida vujudga keladigan qo'shimcha yo'l farqini ko'rsatadi. Yo'l farqi Δ ning qiymatini (1) formulaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$2d_k n\cos\varepsilon_2' + \lambda/2 = (2k+1)\frac{1}{2}, \quad (2)$$

bu yerda n– shishaning sindirish ko'rsatkichi ($n = 1,5$); dk – ponaning k – raqamga mos keluvchi qora yo'l ko'rinadigan joydagi qalinligi; ε_2'– sinish burchagi.

Shartga ko'ra tushish burchagi nolga teng, demak sinish burchagi ham nolga teng hamda $\cos\varepsilon_2' = 1$. (2) tenglikning o'ng tomonidagi qavsni ochib, qisqartirishdan keyin quyidagini olamiz:

$$2d_k n = k\lambda. \quad (3)$$

Aytaylik k–raqamli ixtiyoriy qorong'u yo'lga ponaning shu joydagi ma'lum d_k qalinligi mos kelsin, $k+10$–raqamli qorong'u yo'lga esa ponaning d_{k+10} qalinligi mos kelsin. Masalaning shartiga ko'ra $l=1$ cm kesmaga 10 ta soha joylashadi. U holda qidirilayotgan burchak (30.5-rasm) quyidagiga teng bo'ladi:

$$\theta=(d_{k+10}-d_k)/l, \qquad (4)$$

bu yerda sindiruvchi burchakning kichikligidan sin burchak radianlarda ifodalangan.

(3) formuladan d_k va d_{k+10} larni hisoblab, ularni (4) formulaga qo'yib va almashtirish o'tkazib, ushbu ifodani topamiz:

$$\theta=5\lambda/(nl).$$

Hisoblashni bajaramiz: $\theta=2\cdot10^{-4}$ rad.

θ ni graduslarda ifodalaymiz. Buning uchun radian va sekund orasidagi munosabatdan foydalanamiz (6-jadvalga q.): $1\text{rad}=2{,}06''\cdot10^5$, ya'ni

$\theta=2\cdot10^{-4}\cdot2{,}06''\cdot10^5=41{,}2''$

yoki radiandan gradusga o'tishning umumiy qoidasiga muvofiq

$$\theta_{grad}=\frac{180}{\pi}\theta_{rad},\ \theta=\frac{180}{3{,}14}\cdot2\cdot10^{-4}=1{,}15\cdot10^{-2}=0{,}668'=41{,}2''$$

Qidirilayotgan burchak $41{,}2''$ ga teng.

Masalalar

Ikki kogerent manba to'lqinlarining interferensiyasi

30.1. Uzunligi $l=1{,}2$ mm bo'lgan yo'lga tebranish chastotasi $\nu=5\cdot10^{13}$ Hz bo'lgan monoxromatik yorug'likning nechta to'lqin uzunligi joylashadi: 1) vakuumda; 2) shishada?

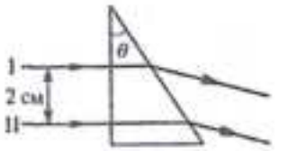
30.2. Suvda $l_2=3$ mm kesmada qancha to'lqin uzunligi joylashsa, vakuumda shuncha to'lqin uzunligi joylashishi uchun lozim bo'lgan kesmaning uzunligi l_1 aniqlansin.

30.3. Monoxromatik yorug'likning to'lqin fronti suvda uzunligi $l_2=1$ m bo'lgan yo'lni o'tgan vaqtga teng vaqt ichida vakuumda qanday l_1 yo'lni bosib o'tadi?

30.4. Havoda harakatlanayotgan yorug'lik to'lqinining yo'liga qalinligi $h=1$ mm bo'lgan shisha plastinka qo'yildi. Agar to'lqin plastinkaga: 1) normal; 2) $\varepsilon=30$ burchak ostida tushsa, optik yo'l uzunligi qanchaga o'zgaradi?

30.5. To'lqin uzunligi $\lambda=0{,}6$ μm bo'lgan monoxromatik yorug'likning yo'lida qalinligi $d=0{,}1$ mm bo'lgan yassi parallel shisha plastinka turibdi. Yorug'lik plastinkaga normal tushadi. L optik yo'l uzunligi $\lambda/2$ ga o'zgarishi uchun plastinkani qanday φ burchakka burish kerak?

30.6. Yorug'lik to'lqinining ikkita I va II parallel dastasi $\theta=30$ sindirish burchagiga ega bo'lgan shisha prizmaga tushadi va sinib undan chiqadi (30.6-rasm). Yorug'lik to'lqinlarining ular prizmada singandan keyingi optik yo'l farqlari Δ topilsin.



30.6-rasm

30.7. Monoxromatik yorug'likning interferensiyalanuvchi ikkita to'lqinlari orasidagi optik yo'llar farqi $\Delta=0{,}3\lambda$ ga teng. fazalar farqi $\Delta\varphi$ aniqlansin.

30.8. Interferensiyalanuvchi to'lqinlarning optik yo'llar farqi $\Delta=1{,}8$ μm bo'lganda ko'rinadigan yorug'likning (0,76 dan 0,38 μm gacha): 1) maksimal kuchaygan; 2) maksimal susaygangandagi barcha to'lqin uzunliklari topilsin.

30.9. Ikkita kogerent yorug'lik ($\lambda=0{,}3$ μm) manbalari orasidagi masofa $d=0{,}1$ mm. Interferensiya manzarasining o'rta qismida ekrandagi interferensiya yo'llari orasidagi masofa $b=1$ cm. Manbalardan ekrangacha bo'lgan l masofa aniqlansin.

30.10. Yung tajribasida ikkita tirqish orasidagi masofa $d=1$ mm, tirqishlardan ekrangacha bo'lgan masofa $l=3$ m. Agar ekrandagi interferension yo'llarning kengligi $b=1{,}5$ mm bo'lsa, monoxromatik yorug'lik manbai chiqarayotgan to'lqin uzunligi λ aniqlansin.

30.11. Yung tajribasida tirqishlar orasidagi masofa $d=0{,}8$ mm. Interferension yo'llarning kengligi $b=2$ mm bo'lishi uchun ekranni tirqishdan qanday l masofada joylashtirish kerak?

30.12. Frenel ko'zgulari bilan o'tkazilgan tajribada yorug'lik manbaining mavhum tasvirlari orasidagi d masofa 0,5 mm ga, ulardan ekrangacha bo'lgan l masofa esa 3 m ga teng. To'lqin uzunligi $\lambda=0{,}6$ μm. Ekrandagi interferension yo'llarning kengligi b aniqlansin.

30.7-rasm

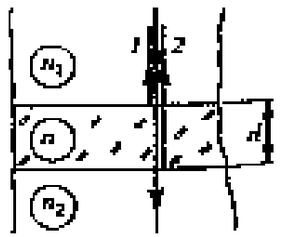
30.13. Yorug'lik ($\lambda=0{,}6$ μm) manbai S va yassi ko'zgu M 30.7-rasmda

ko'rsatilgandek joylashtirilgan (Lloyd ko'zgusi). Agar $|SI| \; r = 2$m, $a = 0,55$mm. $|SM| = |MP|$ bo'lsa, ekranning SP va SMP nurlar uchrashadigan P nuqtada nima kuzatiladi, yorug'likmi yoki qorong'ilikmi?

Yupqa pardalarda yorug'lik interferensiyasi

30.14. Lloyd ko'zgusining biror vaziyatida joylashishida ekrandagi interferensiya yo'lining kengligi $b = 1$ mm bo'ldi. Ko'zgoni o'ziga parallel ravishda $\Delta d = 0,3$ mm masofaga siljitganlaridan keyin interferension yo'llarning kengligi o'zgardi. Interferension yo'llarning kengligi oldingidek qolishi uchun ekranni qaysi yo'nalishda va qancha Δl masofaga siljitish kerak? Monoxromatik yorug'likning to'lqin uzunligi $\lambda = 0,6$ μm.

30.15. Qalinligi $d = 1,2$μm va sindirish ko'rsatkichi $n = 1,5$ bo'lgan yassi parallel shisha plastinka sindirish ko'rsatkichlari n_1 va n_2 bo'lgan ikkita muhit orasiga joylashtirilgan (30.8-rasm). To'lqin uzunligi $\lambda = 0,6$μm bo'lgan yorug'lik plastinkaga normal tushadi. Plastinkaning yuqori va quyi sirtlaridan qaytgan 1-va 2-to'lqinlarning optik yo'llar farqi aniqlansin va quyidagi hollar uchun interferensiya natijasida yorug'lik intensivligining kuchayishi yoki susayishi ro'y berishi ko'rsatilsin: 1) $n_1 < n < n_2$; 2) $n_1 > n > n_2$; 3) $n_1 < n > n_2$; 4) $n_1 > n < n_2$.



30.8-rasm

30.16. Havoda turgan sovun pardasiga ($n = 1,33$) oq yorug'lik nurlari dastasi normal tushadi. Pardaning qanday eng kichik d qalinligida to'lqin uzunligi $\lambda = 0,55$μm bo'lgan qaytgan yorug'lik interferensiya natijasida maksimal kuchaygan bo'ladi?

30.17. Monoxromatik yorug'lik to'lqinlari dastasi $\lambda = 0,6$μm havoda turgan sovun pardasi ($n = 1,3$) ga $\varepsilon_1 = 30°$ burchak ostida tushadi. Pardaning qanday eng kichik qalinligida interferensiya natijasida qaytgan yorug'lik to'lqinlari: a) maksimal susaygan; b) maksimal kuchaygan bo'ladi?

30.18. Yupqa shisha ponaga ($n = 1,55$) monoxromatik yorug'lik normal tushadi. Pona sirtlari orasidagi ikki qirrali burchak $\alpha = 2'$. Agar qaytgan yorug'lik uchun qo'shni interferension maksimumlar orasidagi masofa $b = 0,3$ mm bo'lsa, yorug'lik to'lqinining uzunligi λ aniqlansin.

30.19. Shisha ponaning sirtlari o'zaro $\theta = 0,2°$ burchak tashkil qiladi. Ponaga uning sirtiga normal ravishda to'lqin uzunligi $\lambda = 0,55$μm bo'lgan monoxromatik yorug'lik nurlari dastasi tushadi. Interferension yo'lning kengligi b aniqlansin.

30.20. Yupqa shisha ponaga uning sirtiga normal yo'nalishda monoxromatik yorug'lik ($\lambda = 600$ nm) tushadi. Agar qaytgan yorug'lik uchun qo'shni interferension minimumlar orasidagi masofa $b = 4$ mm bo'lsa, pona sirtlari orasidagi burchak aniqlansin.

30.21. Ikkita yassi parallel shisha plastinka orasiga plastinkalar tutashgan chiziqqa parallel va undan $l = 75$ mm masofada juda ingichka simchani qo'ydilar. Qaytgan yorug'likda ($\lambda = 0,5$μm) yuqoridagi plastinkada qo'ydilar. Qaytgan yorug'likda ($\lambda = 0,5$μm) yuqoridagi plastinkada interferension yo'llar ko'rinadi. Agar $a = 30$ mm masofada $m = 16$ ta yorug' polosa sanalsa, simcha ko'ndalang kesimining diametri d aniqlansin.

30.22. Ikkita yassi parallel shisha plastinkalar bir-birining ustiga shunday qo'yilganki, ular orasida $\theta = 30'$ burchakli havo ponasi vujudga kelgan. Plastinkalardan biriga monoxromatik yorug'lik ($\lambda = 0,6$μm) normal tushadi. Qaytgan yorug'likda birinchi va ikkinchi yorug' yo'llar (interferension maksimumlar) plastinkalarning tutash chiziqlaridan qanday l_1 va l_2 masofalarda kuzatiladi?

30.23. Ikkita yassi parallel shisha plastinka $\theta = 30'$ burchakli pona hosil qiladi. Plastinkalar orasidagi fazo glitserin bilan to'ldirilgan. Ponaga uning sirtiga normal ravishda to'lqin uzunligi $\lambda = 500$ nm bo'lgan monoxromatik yorug'lik dastasi tushadi. Qaytgan yorug'likda interferension manzara kuzatiladi. Ponaning 1 cm uzunligiga nechta N qorong'u interferension yo'llar to'g'ri keladi?

30.24. Qaytgan yorug'likdagi Nyutonning ikkinchi va birinchi qora halqalari orasidagi $\Delta r_{2,1}$ masofa 1 mm ga teng. O'ninchi va to'qqizinchi halqalar orasidagi $\Delta r_{10,9}$ masofa aniqlansin.

30.25. Yassi qavariq linza qavariq tomoni bilan shisha plastinka ustida yotibdi. Qaytgan yorug'likda ($\lambda = 0,6$μm) birinchi yorug' Nyuton halqasi ko'rinadigan joydagi havo qatlamining qalinligi d aniqlansin.

30.26. Qaytgan yorug'likda ($\lambda = 0,6$μm) kuzatiladigan ikkinchi yorug' Nyuton halqasining diametri $d_2 = 1,2$ mm. Tajriba uchun olingan yassi qavariq linzaning optik kuchi D aniqlansin.

30.27. Optik kuchi $D = 2$ dptr bo'lgan yassi qavariq linza yassi tomoni bilan shisha plastinkada yotibdi. O'tayotgan yorug'likda to'rtinchi qorong'u Nyuton halqasining radiusi r_4 0,7 mm. Yorug'lik to'lqin uzunligi aniqlansin.

30.28. Ikkita yorug' Nyuton halqalarining diametrlari mos ravishda $d_1 = 4$ va $d_2 = 4{,}8$ mm. Halqalarning tartib raqamlari aniqlanmagan, lekin ikkita o'lchangan halqalar orasida yana uchta yorug' halqa joylashganligi ma'lum. Halqalar qaytgan yorug'likda kuzatilgan ($\lambda = 500$ nm). Tajriba uchun olingan yassi qavariq linzaning egrilik radiusi topilsin.

30.29. Shisha plastinka va uning ustida yotgan yassi qavariq shishа linzа orasiga sindirish ko'rsatkichi shishaning sindirish ko'rsatkichidan kichik bo'lgan suyuqlik quyilgan. Qaytgan yorug'likda ($\lambda = 700$ nm) kuzatilayotgan sakkizinchi qora Nyuton halqasining radiusi $r_8 = 2$ mm. Linza qavariq sirtining egrilik radiusi $R = 1$ m. Suyuqlikning sindirish ko'rsatkichi n topilsin.

30.30. Nyuton halqalari kuzatiladigan qurilmada qaytgan yorug'likda uchinchi qorong'u halqaning ($k = 3$) radiusi o'lchandi. Yassi parallel plastina va linza orasidagi bo'shliqni suyuqlik bilan to'ldirganlarida shu radiusga tartib raqami bittaga katta bo'lgan halqa ega bo'ldi. Suyuqlikning sindirish ko'rsatkichi n aniqlansin.

30.31. Nyuton halqalarini kuzatishga mo'ljallangan qurilmada egrilik radiusi $R_2 = 2$ m bo'lgan yassi botiq linzaning botiq sirtiga qavariq tomoni bilan qo'yilgan $R_1 = 1$ m egrilik radiusli yassi qavariq linzaga to'lqin uzunligi $\lambda = 0{,}5$μm bo'lgan yorug'lik normal ravishda tushadi. Qaytayotgan yorug'likda kuzatilayotgan uchinchi qora Nyuton halqasining radiusi r_3 aniqlansin.

30.32. Nyuton halqalari egrilik radiuslari $R = 1$ m dan bo'lgan qavariq tomonlari bilan jipslab qo'yilgan (linzalarning yassi sirtlari parallel) ikkita bir xil yassi qavariq linza yordamida kuzatilmoqda. Yorug'lik yuqoridagi linzaning sirtiga normal tushganida qaytayotgan yorug'likda ($\lambda = 660$ nm) kuzatilayotgan ikkinchi yorug' Nyuton halqasining radiusi r_2 aniqlansin.

Interferension qurilmalar

30.33. Ekranda to'lqin uzunligi $\lambda = 480$ nm bo'lgan ikkita kogerent yorug'lik manbaining interferension manzarasi kuzatiladi. Yorug'lik dastalaridan birining yo'liga sindirish ko'rsatkichi $n = 1{,}46$ bo'lgan eritilgan

kvarsdan yasalgan yupqa plastinkani joylashtirganlarida interferension manzara $m = 69$ ta yo'lga siljidi. Kvars plastinkaning qalinligi d aniqlansin.

30.34. Jamen interferometrida har ikkala yorug'lik dastasiga ham uzunliklari $l = 10$ cm bo'lgan, ikkala uchi ham yassi parallel shaffof plastinkalar bilan yopilgan silindr shaklidagi trubkalar joylashtirilgan bo'lib, trubkalardagi havo so'rib olingan. Shu holda yorug' va qorong'u yo'llar ko'rinishidagi interferension manzara kuzatildi. Trubkalardan biriga vodorod kiritilgandan keyin interferension manzara $m = 23{,}7$ ta yo'lga siljidi. Vodorodning sindirish ko'rsatkichi n topilsin. Yorug'lik to'lqin uzunligi $\lambda = 590$ nm.

30.35. Jamen interferometrida uzunliklari $l = 15$ cm dan bo'lgan ikkita bir xil trubka havo bilan to'ldirilgan. Havoning sindirish ko'rsatkichi $n_1 = 1{,}000292$. Trubkalardan biridagi havoni atsetilen bilan almashtirilganda interferension manzara $m = 80$ ta yo'lga siljidi. Agar interferometrda to'lqin uzunligi $\lambda = 0{,}590$μm bo'lgan monoxromatik yorug'lik manbaidan foydalanilgan bo'lsa, atsetilenning sindirish ko'rsatkichi n_2 aniqlansin.

30.36. Agar interferenson manzara $n = 100$ ta yo'lga siljigan bo'lsa, Maykelson interferometridagi ko'zgunung qanchaga siljiganligi aniqlansin. Tajriba to'lqin uzunligi $\lambda = 546$ nm bo'lgan yorug'lik bilan o'tkazilgan.

30.37. Argonning sindirish ko'rsatkichini o'lchash uchun Maykelson inferometrining yelkalaridan biriga uzunligi $l = 12$ cm, yon tomonlari yassi parallel sirtlardan iborat bo'lgan bo'sh shisha trubkani joylashtirdilar. Trubka argon bilan to'ldirilganda (normal sharoitda) interferension manzara $m = 106$ ta yo'lga siljidi. Agar yorug'likning to'lqin uzunligi $\lambda = 639$ nm bo'lsa, argonning sindirish ko'rsatkichi n aniqlansin.

30.38. Maykelson interferometrida interferensiyalanuvchi yorug'lik ($\lambda = 590$ nm) dastalaridan birining yo'liga ikkala tomonidan ham berkitilgan uzunligi $l = 10$ cm bo'lgan yuqori vakuumgacha havosi so'rib olingan shisha trubkani joylashtirdilar. Trubkani vodorod xlorid bilan to'ldirganlarida trubkani joylashtirdilar. Trubkani vodorod xlorid bilan to'ldirganlarida interferenson manzaraning siljishi ro'y berdi. Vodorod xloridni vodorod bromid bilan almashtirganlarida esa interferenson manzaraning siljishi $\Delta m = 42$ ta yo'lga ortdi. Vodorod bromid va vodorod xloridlar sindirish ko'rsatkichlari farqi Δn aniqlansin.

31-§. YORUG'LIK DIFRAKSIYASI

Asosiy formulalar

• Frenel k –zonasining radiusi:

Sferik to'lqinlar uchun:

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b} k\lambda},$$

bu yerda a –nuqtaviy yorug'lik manbaidan yumaloq tirqishli diafragmagacha bo'lgan masofa; b –difraksion manzara kuzatiluvotgan ekrandan diafragmagacha bo'lgan masofa; k –Frenel zonasining tartib raqami; λ - to'lqin uzunligi;

yassi to'lqin uchun:

$$r_k = \sqrt{bk\lambda}$$

• Nurlar tikka tushganda bitta tirqishdagi yorug'lik difraksiyasi. Yorug'lik intensivligining minimumlari sharti:

$$a\sin\varphi = +2k\frac{\lambda}{2} = +k\lambda, \quad k = 1,2,3,...$$

bu yerda a–tirqishning kengligi; φ–difraksiya burchagi; k –minimumning tartib raqami, λ – to'lqin uzunligi.

Yorug'lik intensivligi maksimumlari kuzatilishi sharti:

$$a\sin\varphi' = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 1,2,3,...,$$

bu yerda φ'–difraksiya burchagining taxminiy qiymati.

• Nurlar tikka tushganda difraksion panjaradagi yorug'lik difraksiyasi. Intensivlik bosh maksimumlari kuzatilishi sharti:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda,$$

bu yerda d –panjara davri (doimiysi); k –bosh maksimumning tartib raqami; φ – panjara sirtiga o'tkazilgan normal va difraksiyalangan to'lqinlar yo'nalishi orasidagi burchak.

• Difraksion panjaraning ajrata olish kuchi (qobiliyati)

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

bu yerda $\Delta\lambda$ – shu panjara yordamida olingan spektrda alohida ko'rinishi mumkin bo'lgan ikkita qo'shni spektral chiziqlar (λ va $\lambda+\Delta\lambda$) to'lqin uzunliklarining eng kam farqi; N – panjaradagi shtrixlar soni; k – difraksion maksimumning tartib raqami.

• Difraksion panjaraning burchak dispersiyasi:

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi}.$$

difraksion panjaraning chiziqli dispersiyasi:

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda}.$$

Difraksiyaning kichik burchaklari uchun:

$$D_l \approx fD_\varphi = f\frac{k}{d},$$

bu yerda f - difraksiyalanuvchi to'lqinlarni ekranda to'playdigan linzaning bosh fokus masofasi.

• Teleskop obyektivining ajrata olish kuchi (qobiliyati)

$$R = \frac{1}{\beta} = \frac{D}{1,22\lambda},$$

bu yerda β–obyektivning fokal tekisligidagi tasvirlari boshqa – boshqa ko'rinishi mumkin bo'lgan ikkita yorug' nuqtalar orasidagi eng kichik burchak masofasi; D –obyektivning diametri; λ –to'lqin uzunligi.

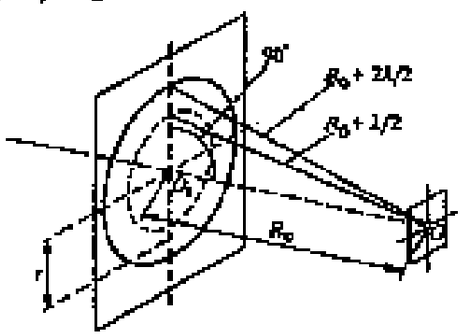
• Vulf-Bregg formulasi:

$$2d\sin\theta = k\lambda,$$

bu yerda d – kristallning atom tekisliklari orasidagi masofa; θ–sirpanish burchagi (kristallga tushayotgan parallel nurlar dastasining yo'nalishi va kristallning qirrasi orasidagi burchak) bo'lib, nurlarning ko'zgu qaytishi (difraksion maksimum) ro'y beradigan yo'nalishini aniqlaydi.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Radiusi $r = 1$ mm bo'lgan yumaloq tirqishli diafragmaga to'lqin uzunligi $\lambda = 0.005$ μm bo'lgan yorug'likning parallel dastasi tikka tushadi. Tirqishdan o'tgan nurlar yo'liga ekran joylashtirildi. Difraksion manzaraning markazida qora dog' ko'rinishi uchun tirqish markazidan ekrangacha bo'lishi kerak bo'lgan maksimal masofa b_{max} aniqlansin.



31.1-rasm

Yechish: Qora dog' ko'rinadigan masofa tirqishda joylashadigan Frenel zonalarining

soni bilan aniqlanadi. Agar zonalar soni juft bo'lsa, unda difraksion manzara markazida qora dog' hosil bo'ladi. Tirqishda joylashadigan Frenel zonalarining soni ekran tirqishdan uzoqlashgan sari kamaya boradi. Eng kam juft zonalar soni ikkiga teng. Demak, ekranning markazida qora dog' kuzatiladigan maksimal masofa tirqishda Frenelning ikkita zonasi joylashish shartidan aniqlanadi. 31.1-rasmdan ko'rinib turibdiki, kuzatish nuqtasi O dan tirqishning chekkasigacha bo'lgan masofa $R_0 = b_{max}$ masofadan $2(\lambda/2)$ ga katta.

Pifagor teoremasiga binoan, quyidagini olamiz

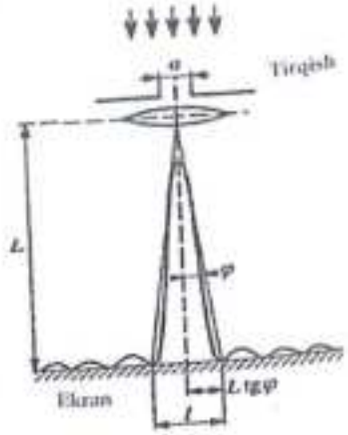
$$r^2 = \left(b_{max} + 2\frac{\lambda}{2}\right)^2 - b_{max}^2 = 2\lambda b_{max} + \lambda^2$$

$\lambda << b_{max}$ ekanligini hisobga olib va λ^2 ni o'z ichiga olgan hadni hisobga olmaslik mumkinligidan, oxirgi tenglikni quyidagi ko'rinishda qayta yozamiz $r^2 = 2\lambda b_{max}$, bundan $b_{max} = r^2/(2\lambda)$.

Oxirgi formula asosida hisoblashlarni amalga oshirib, quyidagi natijani olamiz:

$$b_{max} = 1 \text{ m}.$$

2-masala. Kengligi $a = 0.1$ mm bo'lgan tirqishga monoxromatik manbadan ($\lambda = 0{,}6\mu$m) parallel nurlar dastasi tik ravishda tushadi. Bevosita tirqishdan keyin joylashgan linza yordamida, linzadan $L = 1$ m masofada turgan ekranga proyeksiyalanadigan difraksion manzaradagi markaziy maksimumning kengligi l aniqlansin.



31.2-rasm

Yechish. Yorug'lik intensivligining markaziy maksimumi undan o'ng va chap tomonlardagi eng yaqin intensivliklar minimumi orasidagi sohani egallaydi. Shuning uchun intensivlikning markaziy maksimumi kengligini shu ikki intensivlik minimumlari orasidagi masofaga teng deb hisoblaymiz (31.2-rasm).

Bir tirqishdagi difraksiyada yorug'lik intensivligining minimumi φ burchak ostida kuzatiladi va

$$a\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad (1)$$

shart orqali aniqlanadi, bu yerda k –minimumning tartibi (biz ning holimizda birga teng).

Ekrandagi ikkita minimum orasidagi masofani bevosita chizma bo'yicha aniqlaymiz: $l = 2L\,tg\varphi$. Kichik burchaklarda $tg\varphi \approx \sin\varphi$ ekanligini nazarda tutib, bu formulani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$l = 2L\sin\varphi. \qquad (2)$$

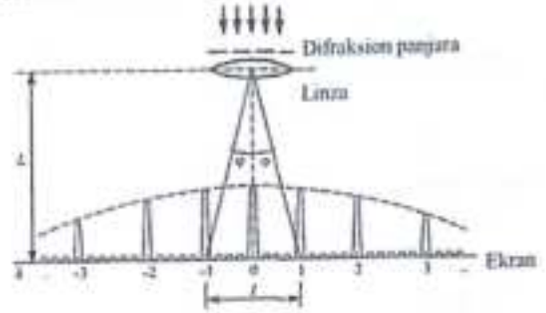
(1) formuladan $\sin\varphi$ ni topamiz va uni (2) tenglikka qo'yamiz:

$$l = 2Lk\lambda/a. \qquad (3)$$

(3) formula formula asosida hisoblashlarni amalga oshirib, quyidagi natijani olamiz:

$$l = 1{,}2 \text{ cm}.$$

3-masala. Difraksion panjaraga, uning sirtiga tik ravishda to'lqin uzunligi $\lambda = 0.5\mu$m bo'lgan parallel nurlar dastasi tushadi. Panjara yaqinida joylashtirilgan linza undan $L = 1$ m uzoqlashtirilgan yassi ekranga difraksion manzarani proyeksiyalaydi. Ekranda kuzatilayotgan ikkita birinchi tartibli intensivlik maksimumlari orasidagi masofa $l = 20{,}2$ cm (31.3-rasm). Quyidagilar aniqlansin: 1) difraksion panjara doimiysi d; 2) 1 cm dagi shtrixlar soni n; 3) difraksion panjara beradigan maksimumlar soni; 4) oxirgi difraksion maksimumga mos keluvchi nurlarning maksimal og'ish burchagi φ_{max}.



31.3-rasm

Yechish. 1. Difraksion panjara doimiysi d, to'lqin uzunligi λ va k – difraksion maksimumga mos keluvchi nurlarning og'ish burchagi φ

$$d\sin\varphi = k\lambda \qquad (1)$$

munosabat bilan bog'langan, bu yerda k –spektrning tartibi, yoki monoxromatik yorug'lik holida maksimumning tartibi.

Mazkur holda $k = 1$, $\sin\varphi \approx tg\varphi$ ($l/2 << L$ bo'lganligi uchun),

$$tg\varphi = \left(\frac{l}{2}\right)L.$$

(31.3-rasmdan ko'rinib turibdi). Oxirgi uchta tenglik hisobga olinganda (1) tenglik quyidagi ko'rinishni oladi:

$$d\frac{l}{2L} = \lambda.$$

bundan panjara doimiysi

$$d = 2L\lambda/l,$$

kelib chiqadi. Berilganlarni o'rniga olib borib qo'ysak,

$$d = 4{,}95\ \mu\text{m}$$

natijani olamiz.

2. 1 cm dagi shtrixlar sonini

$$n = 1/d$$

formuladan topamiz. Son qiymatlarini o'rniga qo'ysak,

$$n = 2{,}02 \cdot 10^{3}\ \text{cm}^{-1}$$

kelib chiqadi

3. Difraksion panjara beradigan maksimumlar sonini aniqlash uchun nurlarning panjarada og'ish burchagi 90° dan oshishi mumkin emasligiga asoslanib, oldin maksimal qiymat k_{max} ni hisoblaymiz.

(1) formuladan quyidagini olamiz:

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda}\sin\varphi. \qquad (2)$$

(2) formulaga kattaliklarning qiymatlarini qo'yib, hisoblaymiz:

$$k_{max} = 9{,}9.$$

k son albatta butun bo'lishi lozim. Shu bilan birga u 10 ga teng qiymatni qabul qila olmaydi, chunki bu qiymatda $\sin\varphi$ birdan katta bo'ladi, bu esa mumkin emas. Demak, $k_{max} = 9$.

Difraksion panjara yordamida hosil qilingan difraksion manzaradagi maksimumlarning umumiy sonini aniqlaymiz. Markaziy maksimumdan o'ngda va chapda bir xil sondagi k_{max} ga teng maksimumlar kuzatiladi, ya'ni hammasi bo'lib $2k_{max}$ ta. Agar shuningdek markaziy nolinchi maksimumni ham hisobga olsak, maksimumlarning umumiy sonini

$$N = 2k_{max} + 1.$$

ga teng bo'ladi. k_{max} ning qiymatini qo'yib, qidirilayotgan natijani olamiz:

$$N = 2 \cdot 9 + 1 = 19.$$

4. Oxirgi difraksion maksimumga mos keluvchi nurlarning maksimal og'ish burchagini aniqlash uchun (2) munosabatdan shu burchakning sinusini aniqlaymiz:

$$\sin\varphi_{max} = k_{max} \cdot \lambda/d.$$

bundan

$$\varphi_{max} = \arcsin\left(\frac{k_{max} \cdot \lambda}{d}\right),$$

olingan ifodaga λ, d, k_{max} kattaliklarning qiymatlarini qo'yib hisoblasak, $\varphi_{max} = 65{,}4°$ kelib chiqadi.

Masalalar

Frenel zonalari

31.1. Sferik to'lqinlar uchun Frenel k-zonasi radiusi formulasini bilgan holda ($\rho_k = \sqrt{abk\lambda/(a+b)}$), yassi to'lqin uchun mos formula chiqarilsin.

31.2. Agar tasvir vaziyatini yasash to'lqin frontidan $b = 1$ m masofada turgan kuzatish nuqtasi uchun bajarilgan bo'lsa, yassi to'lqin fronti uchun ($\lambda = 0{,}5\ \mu\text{m}$) beshinchi Frenel zonasining radiusi ρ_5 hisoblansin.

31.3. Yassi to'lqin uchun to'rtinchi Frenel zonasi radiusi $\rho_4 = 3$ mm. Oltinchi Frenel zonasining radiusi aniqlansin.

31.4. $d = 4$ mm diametrli dumaloq tirqishli diafragmaga monoxromatik yorug'lik ($\lambda = 0{,}5\ \mu\text{m}$) nurlarining parallel dastasi tik ravishda tushadi. Kuzatish nuqtasi tirqish o'qida va undan $b = 1$ m masofada joylashgan. Tirqishda necha Frenel zonasi joylashadi? Agar kuzatish nuqtasiga ekran joylashtirilsa, difraksiya manzarasining markazida qanday dog' hosil bo'ladi, qorami yoki yorug'mi?

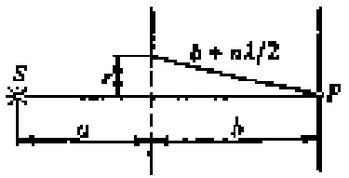
31.5. Yassi yorug'lik to'lqini ($\lambda = 0{,}5\ \mu\text{m}$) $d = 1$ cm diametrli dumaloq tirqishli diafragmaga tik ravishda tushadi. Tirqish: 1) Frenelning bitta zonasini; 2) Frenelning ikkita zonasini ochishi uchun kuzatish nuqtasi tirqishdan qanday b masofada turishi kerak?

31.6. Yassi yorug'lik to'lqini dumaloq tirqishli diafragmaga tik ravishda tushadi. Difraksiya natijasida tirqish o'qining diafragma markazidan b masofalarda turgan ba'zi nuqtalarida intensivlik maksimumlari kuzatiladi. 1) $b = f(r, \lambda, n)$ funksiyaning ko'rinishi olinsin, bu yerda r – tirqish radiusi; λ – to'lqin uzunligi; n – tirqish o'qining shu nuqtasi uchun ochadigan Frenel zonalari soni; 2) shu vazifa tirqish o'qining minimum intensivlikka kuzatilayotgan nuqtalari uchun ham bajarilsin.

31.7. Yassi yorug'lik to'lqini ($\lambda = 0{,}7\ \mu\text{m}$) radiusi $r = 1{,}4$ mm bo'lgan dumaloq tirqishli diafragmaga tik ravishda tushadi. Diafragmadan eng uzoqda joylashgan va intensivlik minimumlari kuzatiladigan ushta nuqtagacha bo'lgan b_1, b_2, b_3 masofalar aniqlansin.

31.8. Nuqtaviy yorug'lik manbai S ($\lambda = 0{,}5\ \mu\text{m}$), radiusi $r = 1$ mm bo'lgan dumaloq tirqishli yassi diafragma va ekran 31.4-rasmda

ko'rsatilgandek joylashtirilgan ($a = 1$ m). P nuqtada uchta Frenel zonasini ochadigan diafragmaga tirqishdan ekrangacha bo'lgan b masofa aniqlansin.



31.4-rasm

31.9. Agar diafragma olinsa P nuqtadagi intensivlik qanday o'zgaradi (31.8-masalaga qarang)?

Yakka tirqishdagi difraksiya. Difraksion panjara

31.10. Kengligi $a = 0.05$ mm bo'lgan tirqishga monoxromatik yorug'lik ($\lambda = 0.6\,\mu$m) tik tushadi. Yorug'lik dastasining dastlabki va to'rtinchi qorong'u difraksion polosa yo'nalishlari orasidagi burchak φ aniqlansin.

31.11. Tor tirqishga monoxromatik yorug'lik tik ravishda tushadi. Ikkinchi yorug' difraksion polosaga mos keluvchi yorug'lik dastasining og'ish burchagi $\varphi = 1^\circ$. Tirqish kengligi nechta kelib tushayotgan yorug'lik to'lqin uzunligiga teng?

31.12. Kengligi $a = 0{,}1$ mm bo'lgan tirqishga monoxromatik yorug'lik ($\lambda = 0{,}5\,\mu$m) tik tushadi. Tirqishning orqa tomoniga fokal tekisligida ekran joylashgan yig'uvchi linza qo'yilgan. Agar difraksiya burchagi φ: 1) 17'; 2) 43' ga teng bo'lsa, ekranda nima kuzatiladi?

31.13. Agar monoxromatik yorug'lik ($\lambda = 0{,}6\,\mu$m) holida kuzatilganda beshinchi tartibli maksimum $\varphi = 18^\circ$ burchakka og'gan bo'lsa, difraksion panjaraning har bir millimetrida nechtadan shtrix bor?

31.14. 1 mm ida $n = 100$ ta shtrix bo'lgan difraksion panjaraga monoxromatik yorug'lik tik tushadi. Spektrometrning ko'rish trubkasi uchinchi tartibli maksimumga to'g'rilangan. Trubkani shu tartibdagi boshqa maksimumga to'g'rilash uchun uni $\Delta\varphi = 20^\circ$ burchakka burish kerak. Yorug'lik to'lqin uzunligi λ aniqlansin.

31.15. Difraksion panjara tik ravishda tushayotgan monoxromatik yorug'lik bilan yoritilgan. Difraksion manzarada ikkinchi tartibli maksimum $\varphi_1 = 14^\circ$ ga og'gan. Uchinchi tartibli maksimum qanday φ_2 burchakka og'gan?

31.16. Difraksion panjaraning 1 mm ida $n = 200$ ta shtrix bor. Panjaraga monoxromatik yorug'lik ($\lambda = 0{,}6\,\mu$m) tik ravishda tushadi. Bu panjara qanday eng yuqori tartibli maksimumni beradi?

31.17. 1 mm ida $n = 400$ ta shtrix bo'lgan difraksion panjaraga monoxromatik yorug'lik ($\lambda = 0{,}6\,\mu$m) tik ravishda tushadi. Shu panjara beradigan difraksion maksimumlarning umumiy soni topilsin. Oxirgi maksimumga mos keluvchi difraksiya burchagi φ aniqlansin.

31.18. Difraksion panjarani oq yorug'lik bilan yoritilganda ikkinchi va uchinchi tartibli spektrlar bir-birini qisman yopadi. Uchinchi tartibli spektrning binafsha chegarasi ($\lambda = 0{,}4\,\mu$m) ikkinchi tartibli spektrdagi qanday to'lqin uzunligi bilan ustma-ust tushadi?

31.19. 1 mm ida $n = 500$ ta shtrix bo'lgan difraksion panjara sirtiga tik yo'nalishida oq yorug'lik tushadi. Spektr panjara yonida joylashgan linza yordamida ekranda proyeksiyalanadi. Agar linzadan ekrangacha bo'lgan masofa $L = 3$ m bo'lsa, ekrandagi birinchi tartibli spektrning kengligi aniqlansin. Spektrning ko'rinish chegaralari $\lambda_q = 780$ nm va $\lambda_b = 400$ nm.

31.20. Davri $d = 10\,\mu$m bo'lgan difraksion panjaraga $\alpha = 30^\circ$ burchak ostida to'lqin uzunligi $\lambda = 600$ nm bo'lgan monoxromatik yorug'lik tushadi. Ikkinchi bosh maksimumga mos keluvchi difraksiya burchagi φ aniqlansin.

31.21. Difraksion manzara uzunligi $l = 1.5$ cm va davri $d = 5\,\mu$m bo'lgan difraksion panjara yordamida hosil qilingan. Agar to'lqin uzunliklarining farqi $\Delta\lambda = 0{,}1$ nm bo'lgan ikkita spektral chiziqlar spektrning chekka qizil qismida yotsa ($\lambda \approx 760$ nm), bu manzaraning qanday eng kichik tartibli spektrida mazkur chiziqlarning ajralgan tasvirlari hosil bo'ladi?

31.22. Kaliyning ikkita spektral chizig'ini ($\lambda_1 = 578$ nm va $\lambda_2 = 580$ nm) ajrata olishi uchun difraksion panjara qanday eng kichik R ajrata olish kuchiga ega bo'lishi kerak? Ajratish ikkinchi tartibli spektrda mumkin bo'lishi uchun bu panjara qanday eng kam N sondagi shtrixga ega bo'lishi shart?

31.23. Davri $d = 20\,\mu$m bo'lgan difraksion panjara yordamida natriyning ikki chizig'ini ($\lambda_1 = 589$ nm va $\lambda_2 = 589{,}6$ nm) ikkinchi tartibli spektrda ajratish talab qilinadi. Difraksion panjaraning qanday eng kichik l uzunligida buni amalga oshirish mumkin?

31.24. Biror nurlanish to'lqin uzunligi uchun (kichik difraksiya burchaklarida) difraksion panjaraning D_φ burchak dispersiyasi 5 min/nm ni tashkil qiladi. Agar panjaraning l uzunligi 2 cm ga teng bo'lsa, o'sha to'lqin uzunlikdagi nurlanish uchun bu panjaraning ajrata olish kuchi aniqlansin.

31.25. $\varphi = 30^\circ$ difraksiya burchagi va $\lambda = 600$ nm to'lqin uzunligi uchun difraksion panjaraning D_φ burchak dispersiyasi aniqlansin. Javob SI birliklarida va minut taqsim nanometrlarda ifodalansin.

31.26. 1 mm ida $n = 500$ ta shtrix bo'lgan difraksion panjaraga to'lqin uzunligi $\lambda = 700$ nm bo'lgan monoxromatik yorug'lik tik ravishda tushadi. Panjara orqasida bosh fokus masofasi $f = 50$ cm bo'lgan yig'uvchi linza joylashtirilgan. Linzaning fokal tekisligiga ekran qo'yilgan. Bunday sistemaning uchinchi tartibli maksimum uchun chiziqli dispersiyasi D_l aniqlansin. Javob millimetr taqsim nanometrlarda ifodalansin.

31.27. Yorug'lik dastasi difraksion panjara sirtiga tik tushadi. Panjara orqasiga optik kuchi $D = 1$ dptr bo'lgan yig'uvchi linza o'rnatilgan. Linzaning fokal tekisligida ekran joylashgan. Agar difraksiyaning kichik burchaklarida chiziqli dispersiya $D_l = 1$ mm/nm bo'lsa, panjaraning 1 mm idagi shtrixlar soni n aniqlansin.

31.28. Difraksion panjaraga sirtiga tik ravishda monoxromatik yorug'lik ($\lambda = 650$ nm) tushadi. Panjara orqasida esa fokal tekisligida ekran joylashtirilgan linza turibdi. Ekranda $\varphi = 30^\circ$ difraksiya burchagi ostida difraksion manzara kuzatiladi. Linzaning qanday f bosh fokus masofasida chiziqli dispersiya $D_l = 0{,}5$ mm/nm bo'ladi?

Kristall panjaradagi difraksiya

31.29. Osh tuzi kristallining qirrasiga rentgen nurlarining ($\lambda = 147$ pm) parallel dastasi tushadi. Agar ikkinchi tartibli difraksion maksimum nurlar kristall sirtiga $\theta = 31^\circ 30'$ burchak ostida tushganida kuzatilsa, kristallning atom tekisliklari orasidagi masofa d aniqlansin.

31.30. Agar birinchi tartibli difraksion maksimum tushayotgan nur yo'nalishi va kristall yuzasi orasidagi burchak $\theta = 3^\circ$ bo'lganda kuzatilsa, kalsiy kristalliga tushayotgan monoxromatik rentgen nurlarining to'lqin uzunligi λ qanday bo'ladi? Kristallning atom tekisliklari orasidagi d masofa 0,3 nm ga teng deb olinsin.

31.31. Rentgen nurlarining parallel dastasi kristall yuzasiga tushadi. Yuza tekisligiga $\theta = 65^\circ$ burchak ostida birinchi tartibli maksimum kuzatiladi. Kristallning atom tekisliklari orasidagi masofa $d = 280$ pm. Rentgen nurlarining to'lqin uzunligi λ aniqlansin.

Teleskop obyektivining ajrata olish kuchi

31.32. Teleskop obyektivining diametri $D = 8$ cm. Obyektivning fokal tekisligidagi difraksion tasvirlari boshqa boshqa bo'ladigan ikkita yulduz orasidagi eng kichik burchak masofasi β qanday bo'ladi? Kam yoritilganlikda odamning ko'zi to'lqin uzunligi $\lambda = 0{,}5$ μm bo'lgan yorug'likka eng sezgir bo'ladi.

31.33. Baland binoning gumbaziga ustma-ust qilib ikkita qizil lampa ($\lambda = 640$ nm) mahkamlangan. Lampalar orasidagi masofa $d = 20$ cm. Binoga tunda $r = 15$ km masofadan teleskop orqali qarashmoqda. Obyektivning fokal tekisligida ajratilgan difraksion tasvir hosil bo'ladigan eng kichik diametri D_{min} aniqlansin.

32-§. YORUG'LIKNING QUTBLANISHI

Asosiy formulalar

• Beyuster qonuni:

$$tg\varepsilon_0 = n_{21},$$

bu yerda ε_0 –qaytgan yorug'lik to'lqini to'la qutblangan holdagi tushish burchagi; n_{21} –nisbiy sindirish ko'rsatkichi.

• Malyus qonuni:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha .$$

bu yerda I - analizator orqali o'tgan yassi qutblangan yorug'lik intensivligi; I_0–analizatorga tushayotgan yassi qutblangan yorug'lik intensivligi; α – analizatorga tushayotgan to'lqinlar yorug'lik vektorining tebranish yo'nalishi va analizatorning o'tkazish tekisligi orasidagi burchak.

• Yorug'likning qutblanish darajasi:

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} .$$

bu yerda I_{max} va I_{min}–analizator o'tkazadigan qisman qutblangan yorug'likning maksimal va minimal intensivligi.

• Optik faol modulalarning qutblanish tekisligini burish burchagi φ quyidagi munosabatlar orqali aniqlanadi:

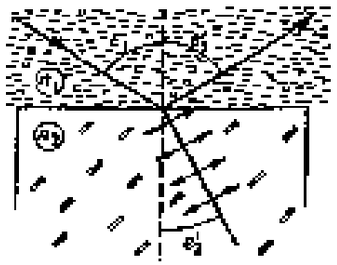
a) qattiq jismlarda $\varphi = \alpha d$. bu yerda α– burish doimiysi, d - yorug'likning optik faol modda o'tgan yo'li uzunligi;

b) toza suyuqliklarda $\varphi = [\alpha] \rho d$, bu yerda $[\alpha]$–solishtirma burish; ρ – suyuqlikning zichligi;

c) eritmalarda $\varphi = [\alpha]cl$, bu yerda c -optik faol moddaning eritmadagi massaviy konsentrasiyasi.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Tabiiy yorug'lik dastasi suyuqlikka botirilgan shisha plastinkaning sayqallangan sirtiga tushadi. Plastinadan qaytayotgan yorug'lik dastasi tushayotgan dasta bilan $\varphi = 97^\circ$ burchak hosil qiladi (32.1-rasm). Agar qaytayotgan yorug'lik to'la qutblangan bo'lsa, suyuqlikning sindirish ko'rsatkichi n aniqlansin.



32.1-rasm

Yechish: Bryuster qonuniga binoan tushish burchagining tangensi

$$tg\varepsilon_{1,n} = n_2,$$

shartni qanoatlantirgan holda dielektrikdan qaytgan yorug'lik to'la qutblangan bo'ladi, faol n–ikkinchi muhit (shisha) ning birinchisi (suyuqlik) ga nisbatan nisbiy sindirish ko'rsatkichi.

Nisbiy sindirish ko'rsatkichi shu muhitlarning absolyut sindirish ko'rsatkichlari nisbatiga teng. Demak,

$$tg\varepsilon_{1,n} = n_2/n_1.$$

Masala shartiga binoan, qaytgan nur tushayotgan nurga nisbatan φ burchakka burilgan. Tushish burchagi qaytish burchagiga teng bo'lganligidan $\varepsilon_1 = \varphi/2$ va demak,

$$tg(\varphi/2) = (n_2/n_1).$$

bundan

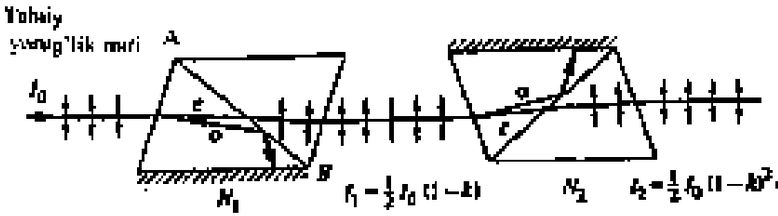
$$n_1 = \frac{n_2}{tg(\varphi/2)}$$

Son qiymatlari qo'yib, natijani olamiz.

$$n_1 = 1{,}33.$$

2-masala. Ikkita N_1 va N_2 nikol prizmalari shunday joylashganki, ularning o'tkazish tekisliklari orasidagi burchak 60° ga teng. Quyidagilar aniqlansin: 1) bitta (N_1) nikoldan o'tgandan keyin yorug'likning intensivligi necha marta kamayadi; 2) har ikkala nikoldan o'tgandan keyin yorug'likning intensivligi necha marta kamayadi? Har bir nikoldan o'tishda qaytish va yutilish natijasida yorug'likning yo'qotilishi 5% ni tashkil qiladi.

Yechish. 1. Tabiiy yorug'lik dastasi N_1 nikolining yuzasiga tushib (32.2-rasm), yorug'likning ikkiga ajralib sinishi natijasida ikkita nurga ajraladi: oddiy va g'ayrioddiy. Har ikkala nurning ham intensivliklari bir xil va to'la qutblangan. G'ayrioddiy nurning tebranish tekisligi chizma tekisligidu yotadi (bosh kesim tekisligi). Oddiy nurning tebranish tekisligi chizma tekisligiga tik. Oddiy (o) nur AB chegaradan to'la qaytishi natijasida prizmaning qoraytirilgan sirtiga tomon buriladi va u tomonidan yutiladi. G'ayrioddiy nur (e) nikol orqali o'tadi. Bunda nikol moddasida yutilishi natijasida yorug'likning intensivligi kamayadi.



32.2-rasm

Shunday qilib N_1 nikol orqali o'tgan yorug'likning intensivligi

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1-k).$$

bu yerda $k = 0{,}05$ yorug'lik intensivligining nikoldagi nisbiy yo'qotilishi; I_0 –nikol N_1 ga tushayotgan tabiiy yorug'lik intensivligi.

Yorug'lik intensivligining nisbiy kamayishini tabiiy yorug'lik intensivligi I_0 ni qutblangan yorug'lik intensivligi I_1 ga bo'lib olamiz:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{\frac{1}{2} I_0 (1-k)} = \frac{2}{1-k} \qquad (1).$$

Son qiymatlarini qo'ysak, $\frac{I_0}{I_1} = 2{,}10$.

Shunday qilib, N_1 nikoldan o'tishda yorug'lik intensivligi 2,10 marta kamayar ekan.

2. I_1 intensivlikli yassi qutblangan yorug'lik dastasi N_2 nikolga tushadi va oldingidek oddiy va g'ayrioddiy nurlarga ajraladi. Oddiy nur nikolda to'la

yutiladi. Nikoldan chiqqan g'ayrioddiy yorug'lik dastasining intensivligi esa Malyus qonuni bilan aniqlanadi (bu nikoldagi yutilishni hisobga olmagan holda):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha .$$

bu yerda α – qutblangan dastadagi tebranish tekisligi va V_2 nikolning o'tkazish tekisligi orasidagi burchak.

Ikkinchi nikoldagi intensivlikning yo'qotilishini hisobga olgan holda quyidagini topamiz,

$$I_2 = I_1(1-k)\cos^2 \alpha .$$

Qidirilayotgan, yorug'lik intensivligining har ikkala nikoldan buri o'tishdagi kamayishini tabiiy yorug'lik intensivligi I_0 ni ikkita nikoldan iborat sistemadan o'tgan yorug'lik intensivligi I_2 ga bo'lib topamiz:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1-k)\cos^2 \alpha}$$

I_0/I_1 ni (1) formuladagi ifodasi bilan almashtirib, quyidagini olamiz

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \alpha} .$$

Berilganlarni o'rniga qo'yib hisoblasak:

$$\frac{I_0}{I_2} = 8{,}86$$

Shunday qilib, yorug'lik har ikkala nikoldan o'tganda uning intensivligi 8,86 marta kamayadi.

3-masala. Qisman qutblangan yorug'lik dastasi nikol orqali qaraladi. Dastlab nikol shunday o'rnatilibdiki, uning o'tkazish tekisligi chiziqli qutblangan yorug'likning tebranish tekisligiga parallel bo'ladi. Nikol $\varphi = 60$ ga burilganda u o'tkazayotgan yorug'lik intensivligi $k = 2$ marta kamaydi. Berilgan qisman qutblangan yorug'likning tashkil etuvchilari bo'lmish tabiiy va chiziqli-qutblangan yorug'liklar intensivliklarining nisbati I_t/I_q hamda yorug'lik dastasining qutblanish darajasi aniqlansin.

Yechish . Tabiiy yorug'lik intensivligi I_t ning qutblangan yorug'lik intensivligi I_q ga nisbatini quyidagi mulohazalardan topamiz. Nikolning dastlabki holatida u chiziqli-qutblangan yorug'likni to'la va tabiiy yorug'likning yarmini o'tkazadi. Bunda o'tkazilgan yorug'likning to'la intensivligi

$$I_1 = I_q + \frac{1}{2} I_t .$$

Nikolning ikkinchi holatida esa o'tkazilgan qutblangan yorug'lik intensivligi Malyus qonuni orqali aniqlanadi, o'tkazilgan tabiiy yorug'lik intensivligi esa, birinchi holdagidek, nikolga tushayotgan tabiiy yorug'lik intensivligining yarmiga teng. Ikkinchi holda to'la intensivlik

$$I_2 = I_q \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} I_t .$$

Masalaning shartiga ko'ra $I_1 = kI_2$ yoki

$$I_q + \frac{1}{2} I_t = k\left(I_q \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} I_t \right).$$

Olingan ifodaga burchak φ, k larning qiymatlarini qo'yib va hisoblab, ushbu ifodani olamiz

$$I_t / I_q = 1 \text{ yoki } I_t = I_q$$

Ya'ni berilgan dastada tabiiy va qutblangan yorug'lik intensivliklari o'zaro teng.

Qisman qutblangan yorug'likning qutblanish darajasi

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \qquad (1) .$$

munosabat bilan aniqlanadi, bu yerda I_{max} va I_{min} nikoldan o'tkazilgan yorug'likning mos ravishda maksimal va minimal intensivliklari.

Maksimal intensivlik $I_{max} = I_t = I_q + \frac{1}{2} I_t$ yoki $I_t = I_q$ ekanligi hisobga olinsa,

$$I_{max} = \frac{3}{2} I_q .$$

Minimal intensivlik nikolning o'tkazish tekisligi chiziqli qutblangan yorug'likning tebranish tekisligiga tik yo'nalgan holatiga mos keladi. Nikolning bunday holatida qutblangan yorug'lik to'la yutiladi va nikol orqali faqat tabiiy yorug'lik intensivligining yarmigina o'tadi. To'la intensivlik quyidagi tenglik bilan ifodalanadi:

$$I_{min} = \frac{1}{2} I_t = \frac{1}{2} I_q .$$

I_{max} va I_{min} larning topilgan ifodalarini (1) formulaga qo'yib natijani olamiz

$$P=\frac{\frac{3}{2}I_0-\frac{1}{2}I_0}{\frac{3}{2}I_0+\frac{1}{2}I_0}=\frac{1}{2}.$$

Shunday qilib, yorug'lik dastasining qutblanish darajasi

$$P=1/2.$$

4-masala. Optik o'qiga tik ravishda kesilgan kvars kristallining $d_1=1$ mm qalinlikdagi plastinkasi ma'lum to'lqin uzunlikli monoxromatik yorug'likning qutblanish tekisligini $\varphi_1=20^\circ$ burchakka buradi. Quyidagilar aniqlansin: 1) yorug'lik to'la so'nishi uchun ikkita «parallel» nikollar o'rtasiga joylashtirilgan kvars plastinkasining qalinligi d_2 qanday bo'lishi kerak; 2) xuddi shunday natijani olish uchun nikollar orasiga $C=0,4\,\text{kg/l}$ massaviy konsentratsiyali qand eritmasi solingan qanday l uzunlikdagi naycha joylashtirilishi kerak? Qand eritmasining solishtirma burilishi $[\alpha]=0,665\,\text{grad}/(\text{m}\cdot\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$

Yechish: 1. Kvars plastinkasining qutblanish tekisligi burilish burchagi $\varphi=\alpha d$ munosabat bilan aniqlanadi. Shu formuladan foydalanib plastinkaning qidirilayotgan d qalinligini ifodalaymiz:

$$d_2=\frac{\varphi_2}{\alpha},$$

bunda φ_2–qutblanish tekisligining, yorug'lik to'la so'nadigan burilish burchagi ($\varphi_2=90^\circ$).

Kvars uchun buralish doimiysi α ni ham $\varphi=\alpha d$ formuladan, unga d_1 va F_1 larning masalaning shartida berilgan qiymatlarini qo'yib topamiz:

$$\alpha=\varphi_1/d_1.$$

α ning bu qiymatini (1) formulaga qo'yib, ushbuni olamiz:

$$d_2=\left(\frac{\varphi_2}{\varphi_1}\right)d_1.$$

Bu formula bo'yicha hisoblab plastinkaning qalinligini topamiz:

$$d_2=4,5\text{ mm}.$$

2. Qand eritmasi solingan naycha uzunligini qand eritmasining qutblanish tekisligini burish burchagini ifodalovchi $\lambda_2=[\alpha]Cd$ munosabatdan topamiz, bunda d–qand eritmasining qalinligi (naychaning uzunligi l ga teng deb qabul qilinadi). Bundan quyidagini olamiz

$$l=\varphi_2/([\alpha]C).$$

Bunga $\varphi_2[\alpha],C=0,4\,\text{kg/l}=400\,\text{kg/m}^3$ qiymatlarni qo'yib va hisoblab, natijani topamiz

$$l=3,8\text{ dm}.$$

Masalalar

Bryuster qonuni. Malyus qonuni

32.1 Havoda tarqalayotgan yorug'lik dastasi suyuqlik sirtiga $\varepsilon_1=54^\circ$ burchak ostida tushadi. Agar qaytgan yorug'lik to'la qutblangan bo'lsa, dastaning sinish burchagi ε_2' aniqlansin.

32.2. Suv sirtidan qaytgan Quyosh nuri to'la qutblangan bo'lishi uchun Quyosh gorizontdan qanday φ burchak balandlikda turgan bo'lishi kerak?

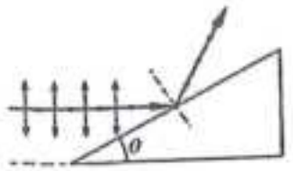
32.3. Suvda tarqalayotgan tabiiy yorug'lik dastasi suvga botirilgan yoqutning yuzasidan qaytadi. Tushish burchagi ε_B ning qanday qiymatida qaytgan yorug'lik to'la qutblangan bo'ladi?

32.4. Yorug'likning havodan osh tuzi kristalliga tushishidagi Bryuster burchagi $\varepsilon_B=57^\circ$. Bu kristalldagi yorug'lik tezligi aniqlansin.

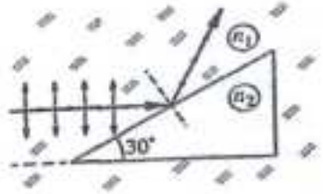
32.5. Yorug'lik dastasining suyuqlik bilan havo chegarasidagi to'la qaytish chegaraviy burchagi $\varepsilon_1'=43^\circ$. Nurning havodan shu suyuqlik sirtiga tushishi uchun Bryuster burchagi ε_B qanday bo'lishi lozimligi aniqlansin.

32.6. Tabiiy yorug'lik dastasi shisha ($n=1,6$) prizmaga tushadi (32.3-rasm). Agar qaytgan dasta maksimal qutblangan bo'lsa, prizmaning ikki qirrali burchagi θ aniqlansin.

32.7. Yoqut prizma sindirish ko'rsatkichi n_1 bo'lgan qandaydir muhitda turibdi. Tabiiy yorug'lik dastasi prizmaga 32.4-rasmda ko'rsatilgandek tushadi. Agar qaytayotgan dasta maksimal qutblangan bo'lsa, muhitning sindirish ko'rsatkichi n_1 aniqlansin.



32.3-rasm

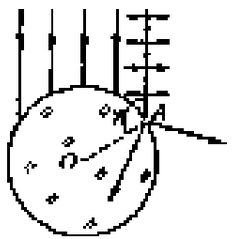


32.4-rasm

32.8. Tabiiy yorug'likning parallel dastasi sferik suv tomchisiga tushmoqda. A nuqtaga tushayotgan va qaytayotgan dastalar orasidagi φ burchak topilsin (32.5-rasm).

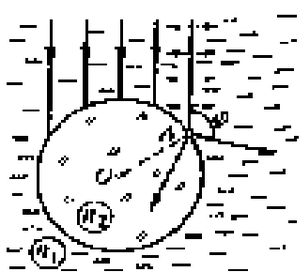
32.9. Tabiiy yorug'lik dastasi shisha ($n = 1.54$) sharga tushadi. A nuqtada singan va tushgan dastalar orasidagi burchak topilsin (32.6-rasm).

32.5-rasm



32.6-rasm

32.10. Tabiiy yorug'lik dastasi suvda ichidagi shishа sharga tushadi. A nuqtada qaytayotgan va tushayotgan dastalar orasidagi burchak topilsin (32.7-rasm). Shishaning sindirish ko'rsatkichi $n = 1.58$.



32.7-rasm

32.11. Analizator qutblagichdan kelayotgan yorug'lik intensivligini $k = 2$ marta kamayтiradi. Qutblagich va analizatorning o'tkazish tekisliklari orasidagi burchak aniqlansin. Analizatorda yorug'lik intensivligining yo'qotilishi hisobga olinmasin.

32.12. Qutblagich va analizatorning o'tkazish tekisliklari orasidagi burchak $\alpha = 45^\circ$. Agar burchak 60° gacha orttirilsa, analizatordan chiqayotgan yorug'lik intensivligi necha marta kamayadi?

32.13. Agar har bir nikolda unga tushayotgan yorug'likning 10% yo'qotilsa, o'tkazish tekisliklari $\alpha = 30^\circ$ burchak hosil qiladigan ikkita nikol orqali o'tayotgan yorug'lik intensivligi necha marta kamayadi?

32.14. Fotometrda bir paytning o'zida ko'rish maydonining ikki teng yarmiga qaralmoqda: birida avshanligi $L_1 = 5$ kkd/m^2 bo'lgan etalon nurlanuvchi sirt, boshqasida yorug'ligi ikkita nikol orqali o'tuvchi tekshirilayotgan sirt ko'rinmoqda. Agar ikkinchi nikol $\alpha = 45^\circ$ ga burilsa, ko'rish maydonining har ikki yarimlari orasidagi chegara yo'qoladi. Agar nikollarning har birida tushayotgan yorug'lik intensivligining 8% ga kamayishi ma'lum bo'lsa, tekshirilayotgan sirtning ravshanligi L_2 topilsin.

Yorug'likning qutblanish darajasi.

32.15. Qisman qutblangan yorug'likda yorug'likning maksimal intensivligiga mos keluvchi yorug'lik vektori amplitudasi minimal intensivlikka mos keluvchi amplitudadan 2 marta katta. Yorug'likning qutblanish darajasi P aniqlansin.

32.16. Qisman qutblangan yorug'likning qutblanish darajasi $P = 0.5$ ga teng. Analizator orqali o'tkazilayotgan yorug'likning maksimal intensivligi minimal intensivlikdan necha marta farq qiladi?

32.17. Qutblanish darajasi $P = 0.6$ bo'lgan, qisman qutblangan yorug'likning yo'liga analizator undan o'tadigan yorug'lik intensivligi maksimal bo'ladigan qilib qo'ydilar. Agar analizatorning o'tkazish tekisligi $\alpha = 30^\circ$ burchakka burilsa, yorug'lik intensivligi necha marta kamayadi?

32.18. Nikolga qisman qutblangan yorug'lik dastasi tushmoqda. Nikolning biror vaziyatida undan o'tadigan yorug'lik intensivligi minimal bo'ladi. Nikolning o'tkazish tekisligini $\beta = 45^\circ$ burchakka burganlarida yorug'lik intensivligi $k = 1.5$ marta ortdi. Yorug'likning qutblanish darajasi P aniqlansin.

Qutblanish tekisligining burilishi

32.19. Optik o'qiga tik ravishda kesilgan kvars kristallining $d_1 = 2$ mm qalinlikdagi plastinkasini parallel nikollar orasiga joylashtirdilar. Natijada yorug'likning qutblanish tekisligi $\varphi = 53^\circ$ burchakka burildi. Ushbu monoxromatik yorug'lik analizator orqali o'tmasligi uchun plastinkaning qalinligi d_2 qanday bo'lishi kerakligi aniqlansin.

32.20. Uzunligi $l = 8$ cm bo'lgan shisha naychadagi nikotin (toza suyuqlik) natriy sariq yorug'ligi qutblanish tekisligini $\varphi = 137^\circ$ burchakka buradi. Nikotinning zichligi $\rho = 1.01 \cdot 10^3$ kg/m^3. Nikotinning solishtirma burishi $[\alpha]$ aniqlansin.

32.21. Massaviy konsentratsiyasi $C_1 = 280$ kg/m^3 bo'lgan shisha naychada suqlanayotgan glyukoza eritmasi shu eritma orqali o'tayotgan monoxromatik yorug'lik qutblanish tekisligini $\varphi_1 = 32^\circ$ burchakka buradi. Agar xuddi shunday uzunlikdagi naychaga solingan boshqa glyukoza eritmasi

qutblanish tekisligini $\varphi_2 = 24°$ burchakka bursa, undagi glyukozaning massaviy konsentratsiyasi aniqlansin.

32.22. Qand eritmasi solingan naychadan o'tganda natriy sariq yorug'ligi qutblanish tekisligining burilish burchagi $\varphi = 40°$. Naychaning uzunligi $d = 15$ cm. Qandning solishtirma burishi $[\alpha] = 1.17 \cdot 10^{-2}$ rad·m^2/(m·kg). Eritmaning zichligi ρ aniqlansin.

33-§. HARAKATLANUVCHI JISMLAR OPTIKASI

Asosiy formulalar

• Relyativistik hol uchun Doppler effekti:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta\cos\theta},$$

bu yerda ν–kuzatuvchi qabul qiladigan elektromagnit nurlanishning chastotasi; ν_0–harakatsiz manba chiqaradigan elektromagnit nurlanishlarning xususiy chastotasi; $\beta = \vartheta/c$ – elektromagnit nurlanish manbaining kuzatuvchiga nisbatan tezligi; c –elektromagnit nurlanishlarning vakuumda tarqalish tezligi; θ– kuzatuvchiga bog'liq sanoq sistemasida $\vec{\beta}$ vektor bilan kuzatish yo'nalishi orasidagi burchak.

Yorug'lik manbai kuzatuvchi va manbani tutashtiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanganida quyidagi ikki hol bo'lishi mumkin:

a) manba kuzatuvchidan uzoqlashadi ($\vartheta = 0$):

$$\nu = \nu_0\sqrt{(1-\beta)(1+\beta)};$$

b) manba kuzatuvchiga yaqinlashadi ($\vartheta = \pi$):

$$\nu = \nu_0\sqrt{(1-\beta)(1+\beta)}.$$

• Norelyavistik hol uchun Doppler effekti:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\vartheta}{c}\cos\theta,$$

bu yerda $\Delta\nu$–chastotaning o'zgarishi ($\Delta\nu = \nu - \nu_0$).

• Vavilov-Cherenkov effekti. Zaryadlangan zarracha biror muhitda yorug'likning shu muhitdagi fazaviy tezligidan ko'ra kattaroq ϑ tezlik bilan harakatlansa, yorug'lik nurlanishi vujudga keladi. Bu yorug'lik zarracha trayektoriyasi bilan o'tkir θ burchak hosil qiladigan yo'nalishlar bo'ylab, ya'ni o'qi zarracha tezligining yo'nalishi bilan mos keluvchi konusning yasovchisi bo'ylab tarqaladi. θ burchak quyidagi munosabatdan aniqlanadi:

$$\cos\theta = \vartheta/(nc) \text{ yoki } \cos\theta = 1/(\beta n)$$

bu yerda n– zaryadlangan zarracha harakatlanayotgan muhitning sindirish ko'rsatkichi.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. To'lqin uzunligi $\lambda = 600$ nm bo'lgan monoxromatik yorug'lik manbai kuzatuvchi tomonga $\vartheta = 0{,}1c$ tezlik bilan harakatlanmoqda (c–elektromagnit to'lqinlarning vakuumda tarqalish tezligi). Kuzatuvchining spektral asbobi qayd etadigan nurlanish to'lqin uzunligi λ aniqlansin.

Yechish. Kuzatuvchiga bog'liq sanoq sistemasidagi spektral asbob quyidagi elektromagnit nurlanish chastotasini qayd etadi

$$\nu = \nu_0\sqrt{1-\beta^2}/(1+\beta\cos\theta), \qquad (1)$$

bunda ν_0–manba monoxromatik nurlanishning xususiy chastotasi; $\beta = \vartheta/c$, θ– kuzatuvchiga bog'liq sanoq sistemasida $\vec{\beta}$ vektor va kuzatish yo'nalishi orasidagi burchak. ν va ν_0 chastotalarni λ va λ_0 to'lqin uzunliklari orqali ifodalaymiz: $\nu = c/\lambda$ va $\nu_0 = c/\lambda_0$. Bizning holimizda $\theta = \pi$ ($\cos\theta = -1$) ekanligini e'tiborga olib, (1) formulani qayta yozamiz:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0}\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta},$$

bundan

$$\lambda = \lambda_0\sqrt{(1-\beta)(1+\beta)}$$

β ($\beta = \vartheta/c = 0{,}1$) va λ_0 larning qiymatlarini olingan ifodaga qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$\lambda = 542 \text{ nm}.$$

2-masala. Suvda Vavilov-Cherenkov effektini kuzatish mumkin bo'lishi uchun elektron qanday minimal p_{min} (MeV/s birliklarda) impulsga ega bo'lishi kerak?

Yechish: Vavilov-Cherenkov effekti zaryadlangan zarrachaning yorug'lik to'lqinlarining shu muhitda tarqalish tezligidan (fazaviy tezlik) kattaroq ϑ tezlik bilan harakatlanishi natijasida vujudga keladigan yorug'lik nurlanishidir.

Yorug'likning fazaviy tezligi $\vartheta_f = c/n$ bo'lganligidan (c–elektromagnit nurlanishining vakuumda tarqalish tezligi; n–muhitning sindirish ko'rsatkichi). Vavilov-Cherenkov effektining vujudga kelish sharti quyidagicha bo'ladi:

$$\vartheta > \vartheta_t \text{ yoki } \vartheta > c/n$$

Odatda bu shartni boshqacha yozishadi. $\beta = \vartheta/c$ ekanligini hisobga olib:

$$\beta n > 1 \qquad (1)$$

Cherenkov nurlanishi relyativistik zarralar uchun kuzatilganligidan, oldiniga relyativistik impuls uchun ifodani yozib olamiz:

$$p = m\vartheta = m_0\vartheta/\sqrt{1-\beta^2} \text{ yoki } p = m_0 c\beta/\sqrt{1-\beta^2}$$

bu yerda $\vartheta = \beta c$ ekanligi hisobga olingan.

Minimal impulsga minimal β_{min} qiymat mos keladi, uni (1) shartdan topamiz:

$$\beta_{min} = 1/n$$

U holda impulsning minimal qiymati

$$p_{min} = m_0 c/\sqrt{n^2-1} \qquad (2)$$

Hisoblashni birliklar sistemasiga kirmaydigan MeV/s birliklarda amalga oshiramiz. (c-elektromagnit nurlanishlarning vakuumda tarqalish tezligi). Buning uchun quyidagicha ish tutamiz. Ma'lumki, $m_0c^2 = 0,511$ MeV, bundan $m_0c = 0,511$ MeV/c ni yozamiz. (2) ga $n = 1,33$ va m_0c ning qiymatini qo'yib, hisoblasak,

$$p_{min} = 0,583\,\text{MeV/s}.$$

kelib chiqadi.

Masalalar

Doppler effekti

33.1. Agar chastotani aniqlashdagi xatolik 1% dan oshmasligi kerak bo'lsa, manba tezligi ϑ ning qanday chegaraviy qiymatida (yorug'lik tezligi ulushlarida) Doppler effekti uchun $\nu = \nu_0\sqrt{(1-\beta)(1+\beta)}$ relyativistik formula o'rniga taxminiy $\nu = \nu_0(1-\beta)$ ifodadan foydalanish mumkin bo'ladi?

33.2. Quyosh gardishining aylanish burchak tezligini aniqlash uchun Quyoshning sharqiy va g'arbiy chekkalaridagi spektral chiziqlarning nisbiy siljishi $\Delta\lambda/\lambda$ ni o'lchashdilar. U $1,5\cdot10^{-6}$ ga teng bo'lib chiqdi. Quyosh gardishining aylanish burchak tezligi ω aniqlansin. Quyosh radiusi R ma'lum deb hisoblansin.

33.3. Fazoviy kema Yerdan $\vartheta = 10$ km/s tezlik bilan uzoqlashmoqda. Kema antennasi tarqatadigan elektromagnit to'lqinlarning chastotasi $\nu_0 = 300$ MHz. Priyomnik qabul qiladigan chastotaning Doppler siljishi $\Delta\nu$ aniqlansin.

33.4. Qandaydir tumanlikning spektral nurlanishi o'rganilganda vodorodning nurlanish chizig'i ($\lambda_0 = 656,3$ nm) uzun to'lqinlar sohasi tomonda $\Delta\lambda = 2,5$ nm ga siljigan bo'lib chiqdi (qizil siljish). Tumanlikning Yerga nisbatan harakat tezligi ϑ topilsin va uning yerdan uzoqlashayotganligi yoki yaqinlashayotganligi ko'rsatilsin.

33.5. Temperaturasi $T = 300$ K bo'lgan atomar vodorod spektral nurlanish chiziqlarining Doppler effekti natijasida kengayishi $\Delta\lambda/\lambda$ aniqlansin.

33.6. Doppler effekti natijasida yadro γ-nurlanish chiziqlarining kengayishi ro'y beradi. Quyidagi temperaturalarda: 1) xona temperaturasi ($T = 290$ K); 2) yadro portlashi temperaturasi ($T = 10$ MK) kobalt yadrosi γ-nurlanishi chiziqlarining kengayishi baholansin.

33.7. Ikkita fazoviy kema bir to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanmoqda. Biror sanoq sistemasida ularning ϑ_1 va ϑ_2 tezliklari mos ravishda 12 va 8 km/s ga teng. Agar birinchi kemaning antennasi $\nu_0 = 1$ MHz chastotali elektromagnit to'lqinlar chiqarsa, ikkinchi fazoviy kema qabul qiladigan elektromagnit to'lqinlar signali chastotasi ν aniqlansin. Quyidagi hollar qarab chiqilsin: 1) fazoviy kemalar bir-biriga tomon harakatlanmoqda; 2) fazoviy kemalar bir-biridan qarama-qarshi yo'nalishlarda uzoqlashmoqda; 3) birinchi fazoviy kema ikkinchisini quvib yetmoqda; 4) birinchi fazoviy kema, xuddi shu yo'nalishda harakatlanayotgan ikkinchisidan uzoqlashmoqda.

33.8. $\lambda = 600$ nm to'lqin uzunlikli monoxromatik yorug'lik qarama-qarshi yo'nalishda tez aylanayotgan ko'zgularga tushmoqda (A.A.Belopolskiy tajribasi). Ko'zgulardan $N = 10$ marta qaytgandan so'ng yorug'lik dastasi spektrografga tushadi. Ko'zgular sirtiga tik tushuvchi yorug'lik to'lqin uzunligining o'zgarishi aniqlansin. Ko'zgularning chiziqli tezligi $\vartheta = 0,67$ km/s. Yorug'lik ko'zgulardan qaytayotgan quyidagi ikki hol qaralsin: 1) biri ikkinchisiga tomon harakatlanmoqda; 2) biri ikkinchisidan uzoqlashmoqda.

33.9. Yassi ko'zgu kuzatuvchidan ko'zgu tekisligining normali bo'ylab ϑ tezlik bilan uzoqlashmoqda. Ko'zguga $\lambda_0 = 500$ nm to'lqin uzunlikli yorug'lik dastasi yo'naltiriladi. 1) $0,2c$ (c-vakuumdagi tezlik); 2) 9 km/s

tezlik bilan harakatlanayotgan ko'zgudan qaytgan yorug'likning to'lqin uzunligi aniqlansin.

33.10. Radiolokator priyomniqi peredatchik uzatgan signal va harakatlanuvchi obektdan qaytgan signal chastotalari orasidagi tepki chastotasini qayd etadi. Agar lokator $\nu_0 = 600$ MHz chastotada ishlasa va tepkili tebranish chastotasi $\nu_t = 4$ kHz bo'lsa, lokator tomonga yaqinlashayotgan raketaning tezligi ϑ aniqlansin.

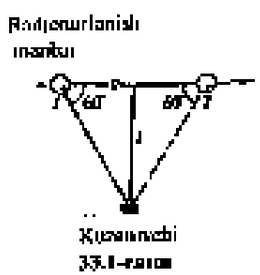
33.11. Aytishlaricha, mashhur fizik Robert Vud bir gal avtomashinada svetofoming qizil chirog'ida o'tayotib, yo'l qoidasi nazoratchisi tomonidan to'xtatilgan. Robert Vud Doppler effektidan foydalanib, o'zining juda tez kelganligi tufayli svetofoming qizil chirog'i uning uchun yashilga o'zgarganligiga nazoratchini ishontirgan.

Svetoforning qizil signali ($\lambda_1 = 650$ nm) yashil ($\lambda_2 = 550$ nm) bo'lib tuyulishi uchun avtomashina qanday ϑ tezlik bilan harakatlanishi kerakligi baholansin.

33.12. Kuzatuvchiga tomon harakatlanayotgan relyatistik atomlar nurlanishining to'lqin uzunligi norelyativistik atomlarning mos to'lqin uzunliklaridan ikki marta kichik bo'lib tuyuldi. Relyatistik atomlarning tezligi ϑ (yorug'lik tezligi ulushlarida) aniqlansin.

33.13. Vodorod nurlanish spektridagi eng qisqa to'lqin uzunligi $\lambda_1 = 410$ nm. Doppler effekti natijasida vodorod atomlari to'dasining nurlanish spektri ko'rinish chegarasidan tashqarida bo'lishi uchun atomlar to'dasi bizdan qanday ϑ tezlik bilan uzoqlashishi kerak? Spektr ko'rinish qismining chegarasi $\lambda_2 = 760$ nm to'lqin uzunligiga mos keladi.

33.14. Kuzatuvchidan qandaydir l masofada (33.1-rasm) xususiy chastotasi $\nu_0 = 4$ GHz bo'lgan radionurlanishlar manbai $\vartheta = 0{,}6c$ tezlik bilan to'g'ri chiziqli harakat qilmoqda. Agar kuzatish manbaining 1 holatdan 2 holatgacha to'la harakat vaqti davomida olib borilsa, kuzatuvchi qabul qilayotgan signal chastotasi ν qanday chegarada o'zgaradi? Burchaklar kuzatuvchiga bog'liq sanoq sistemasida ko'rsatilgan.



33.1-rasm

Vavilov–Cherenkov hodisasi

33.15. Sindirish ko'rsatkichi $n = 1{,}60$ bo'lgan muhitda Cherenkov nurlanishi vujudga kelishi uchun elektron qanday eng kichik ϑ tezlikka ega bo'lishi kerak?

33.16. Elektronlarning qanday ϑ tezligida (yorug'lik tezligi ulushlarida) sindirish ko'rsatkichi $n = 1{,}80$ bo'lgan muhitda ularning harakat yo'nalishiga nisbatan $\theta = 20°$ burchak ostida Cherenkov nurlanishi ro'y beradi?

33.17. Sindirish ko'rsatkichi $n = 1{,}50$ bo'lgan muhitda Cherenkov nurlanishi vujudga kelishi uchun elektron o'tishi kerak bo'lgan eng kichik tezlantiruvchi potensiallar farqi U_{min} topilsin.

33.18. Ma'lumki, kosmik nurlar tarkibiga kiruvchi katta tezlikli zarralar havoda ($n = 1{,}00029$) Vavilov-Cherenkov effektini vujudga keltirishi mumkin. Elektronlarni shunday zarralar deb hisoblab, ularning minimal kinetik energiyasi aniqlansin.

33.19. $T = 0{,}51$ MeV kinetik energiyali elektron suvda harakatlanmoqda. Cherenkov nurlanishining elektronning harakat yo'nalishi bilan hosil qiladigan θ burchagi aniqlansin.

33.20. Relyatistik elektronning impulsi m_0c ga teng. Muhitning qanday eng minimal n_{min} sindirish ko'rsatkichidan boshlab Vavilov-Cherenkov effektini kuzatish mumkin?

33.21. Myu va pi mezonlar bir xil $p = 100$ MeV/s impulsga ega. μ-mezonlar uchun Cherenkov nurlanishi kuzatilishi, π-mezonlar uchun esa kuzatilmasligi uchun muhitning sindirish ko'rsatkichi n ning qiymati qanday chegaralarda bo'lishi kerak?

7-bob. KVANTOOPTIK HODISALAR. ATOM FIZIKASI

34 - §. ISSIQLIK NURLANISHI QONUNLARI

Asosiy formulalar

• Stefan- Bolsman qonuni:

$$M_e = \sigma T^4,$$

bu yerda M_e –qora jismning energetik yorituvchanligi; T – termodinamik temperatura; σ – Stefan–Bolsman doimiysi ($\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W/m^{2}K^4)

• Kulrang jismning energetik yorituvchanligi:

$$M_e = a\sigma T^4,$$

bu yerda a - kulrang jismning issiqlik nurlanish koeffitsiyenti (qoralik darajasi).

• Vin siljish qonuni:

$$\lambda_m = b / T,$$

bu yerda λ_m – maksimal nurlanish energiyasiga to'g'ri keluvchi to'lqin uzunligi, b – Vin doimiysi ($b = 2.90 \cdot 10^{-3}\, m \cdot K$).

• Plank formulasi:

$$M_{\lambda,T} = \frac{4\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{2\pi hc}{\lambda kT}\right) - 1}; \quad M_{\omega,T} = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1},$$

bu yerda $M_{\lambda,T}$, $M_{\omega,T}$ – qora jism energetik yorituvchanligining spektral zichligi; λ - to'lqin uzunligi; ω – siklik chastota; c – yorug'likning vakuumdagi tezligi; k – Bolsman doimiysi; T – termodinamik temperatura; h – Plank doimiysi; $\hbar = h/(2\pi)$ –2π ga bo'lingan Plank doimiysi.

• Energetik yorituvchanlik spektral zichligi maksimumining temperaturaga bog'liqligi:

$$(M_{\lambda,T})_{max} = CT^5,$$

bu yerda C – doimiy kattalik ($C = 1.30 \cdot 10^{-5}$ W/(m^3·K^5)).

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Quyoshning nurlanish spektrini tekshirish energetik yorituvchanlik spektral zichligining maksimumi $\lambda = 500$ nm to'lqin uzunligiga to'g'ri kelishini ko'rsatadi. Quyoshni absolyut qora jism sifatida qabul qilib: 1) quyoshning energetik yorituvchanligi M_e; 2) quyosh sochadigan energiya oqimi Φ_e; 3) quyoshning 1 s da sochadigan elektromagnit to'lqinlari (barcha uzunliklardagi) massasi m aniqlansin.

Yechish: 1. Absolyut qora jismning energetik yorituvchanligi M_e Stefan-Bolsman formulasi bilan aniqlanadi:

$$M_e = \sigma T^4. \qquad (1)$$

Nur sochayotgan sirtning temperaturasini Vin siljish qonunidan aniqlanishi mumkin: $\lambda_m = b/T$. Bundan T temperaturani topib (1) formulaga qo'ysak, quyidagini olamiz:

$$M_e = \sigma (b/\lambda_m)^4. \qquad (2)$$

(2) formula bo'yicha hisoblaymiz:

$$M_e = 64\,\text{MW/m}^2.$$

2. Quyosh sochadigan energiya oqimi Φ_e quyoshning energetik yorituvchanligi bilan uning S sirti ko'paytmasiga teng:

$$d\Phi_e = M_e \cdot S \text{ yoki } \Phi_e = 4\pi r^2 M_e, \qquad (3)$$

bu yerda r - Quyosh radiusi.

(3) formulaga π, r va M_e larning qiymatlarini qo'yib hisoblasak:

$$\Phi_e = 3.9 \cdot 10^{26}\,\text{W}.$$

kelib chiqadi.

3. $t = 1$ s da Quyosh sochayotgan elektromagnit to'lqinlarning (hamma uzunliklardagi) massasini $E = mc^2$ Eynshteyn tenglamasidan foydalanib aniqlaymiz. t vaqt davomida sochiladigan elektromagnit to'lqinlar energiyasi energiya oqimi Φ (nur sochish quvvati) ning vaqtga ko'paytmasiga teng: $E = \Phi \cdot t$. Binobarin, $\Phi t = mc^2$, va bu ifodadan m ni topamiz:

$$m = \Phi_e t / c^2.$$

Kattaliklarning qiymatlarini qo'yib hisoblasak:

$$m = 4.3 \cdot 10^9\,\text{kg}.$$

2 - masala. Absolyut qora jism nurlanish spektrining maksimal energiyasiga to'g'ri keluvchi to'lqin uzunligi $\lambda_m = 0{,}58$ μm yaqinida to'lqin uzunliklarning $\Delta\lambda = 1$ nm intervali uchun hisoblangan energetik yorituvchanlikning maksimal spektral zichligi $(M_{\lambda,T})_{max}$ aniqlansin.

Yechish: Energetik yorituvchanlikning maksimal spektral zichligi Kelvin temperaturasining beshinchi darajasiga proporsional bo'lib,

$$(M_{\lambda,T})_{max} = CT^5 \qquad (1)$$

formula bilan ifodalanadi.

Temperaturani Vin siljish qonuni $\lambda_m = b/T$ dan aniqlaymiz, ya'ni $T = b/\lambda_m$.

Temperaturaning olingan ifodasini (1) formulaga qo'yib, ushbuni topamiz:

$$(M_{\lambda T})_{max} = C(b/\lambda_m)^5. \qquad (2)$$

24-jadvalda C ning qiymati SI birliklarida, ya'ni to'lqin uzunliklarining birlik oralig'i $\Delta\lambda = 1$ m bo'lgan hol uchun berilgan. Masalaning shartiga ko'ra esa to'lqin uzunliklarining 1 nm oralig'i uchun hisoblangan energetik yorituvchanlikning spektral zichligini hisoblash talab qilinadi, shu sababli C ning SI birliklaridagi qiymatini yozamiz va uni to'lqin uzunliklarining berilgan oralig'i uchun qayta hisoblaymiz:

$$C = 1{,}30\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Vt}}{\text{m}^2\cdot\text{K}^5} = 1{,}30\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Vt}}{\text{m}^2\cdot\text{m}\cdot\text{K}^5} = 1{,}30\cdot 10^{-14}\,\frac{\text{Vt}}{\text{m}^2\cdot\text{nm}\cdot\text{K}^5}.$$

(2) formula bo'yicha hisoblash quyidagini beradi:

$$(M_{\lambda T})_{max} = 40{,}6\ \text{kVt}/(\text{m}^2\cdot\text{nm}).$$

Masalalar

Stefan–Bolsman qonuni

34.1 Absolyut qora jismning energetik yorituvchanligi $M_e = 10\,\text{kVt/m}^2$ bo'ladigan temperatura T aniqlansin.

34.2 Eritish pechining ko'rish tuynugidan sochilayotgan energiya oqimi $\Phi_e = 34$ Vt. Agar tuynukning yuzasi $S = 6\ \text{cm}^2$ bo'lsa, pechning temperaturasi T aniqlansin.

34.3. Agar pechning temperaturasi $T = 1200$ K bo'lsa, yuzasi $S = 8\,\text{cm}^2$ bo'lgan eritish pechining tuynugidan $t = 1$ min vaqt ichida sochiladigan W energiya aniqlansin.

34.4. Sirius yulduzining yuqori qatlamlaridagi temperatura $T \approx 10^4$ K. Shu yulduzning $S = 1\,\text{km}^2$ yuzali sirtidan sochilayotgan energiya oqimi Φ_e aniqlansin.

34.5. Absolyut qora jismning temperaturasi 1% ga ortganda uning energetik yorituvchanligi nisbiy ortishi $\Delta M_e / M_e$ aniqlansin.

34.6. Absolyut qora jismning energetik yorituvchanligi M_e ikki marta o'rtishi uchun uni termodinamik temperaturasi necha marta orttirish kerak?

34.7. Quyosh absolyut qora jismdek nur sochadi deb qabul qilib, uning energetik yorituvchanligi M_e va sirtidagi T temperatura hisoblansin. Quyoshning gardishi Yerdan $\theta = 32'$ burchak ostida ko'rinadi. Quyosh doimiysi[30] $C = 1{,}4\,\text{kJ}/(\text{m}^2\cdot\text{s})$

34.8. Yer atmosferasidan tashqarida, yerdan Quyoshgacha bo'lgan o'rtacha masofada Quyosh nurlariga tik joylashgan, qoraytirilgan metall plastinkaning qaror topgan temperaturasi T aniqlansin. Quyosh doimiysining qiymati oldingi masalada keltirilgan.

34.9. $T = 600$ K temperaturada ko'mirning issiqlik nurlanish koeffitsiyentini $\varepsilon = 0.8$ deb qabul qilib: 1) ko'mirning energetik yorituvchanligi M_e; 2) $t = 10$ min vaqt davomida ko'mirning $S = 5\,\text{cm}^2$ yuzali sirtidan sochilayotgan W energiya aniqlansin.

34.10. $T = 400$ K temperaturada $t = 5$ min vaqt mobaynida qorakuyaning $S = 2\,\text{cm}^2$ yuzali sirtidan $W = 83$ J energiya sochiladi. Qorakuyaning issiqlik nurlanish koeffitsiyenti ε aniqlansin.

34.11. Muffel pechi $P = 1$ kVt quvvat iste'mol qiladi. Uning ichki sirti temperaturasi $s = 25\,\text{cm}^2$ yuzali tirqish ochiq bo'lganda $T = 1200$ K ga teng. Pechning tirqishi absolyut qora jismdek nurlanadi deb hisoblab, quvvatning qanday ulushi devorlar tomonidan sochilishi aniqlansin.

34.12. Shartli ravishda Yerni $T = 280$ K temperaturada nur sochayotgan kulrang jism sifatida qabul qilish mumkin. Agar Yer sirtining energetik yorituvchanligi $M_e = 325\,\text{kJ}/(\text{m}^2\cdot\text{soat})$ bo'lsa, Yerning issiqlik nurlanish energiyasi ε aniqlansin.

34.13 Biror o'zgarmas T temperaturada $R = 10$ cm radiusli sharning nurlanish quvvati $P = 1$ kVt. Sharni issiqlik nurlanish koeffitsiyenti $\varepsilon = 0.25$ bo'lgan kulrang jism deb hisoblab, uning temperaturasi T topilsin.

Vin qonuni. Plank formulasi

34.14. $t = 0$ temperaturada absolyut qora jism energetik yorituvchanligi spektral zichligining maksimumi $(M_{\lambda T})_{max}$ qanday to'lqin uzunligiga mos keladi?

34.15. Quyoshning yuqori qatlamlari temperaturasi 5,3 kK ga teng. Quyoshni absolyut qora jism deb hisoblab, Quyosh energetik yorqinligi spektral zichligi maksimumi $(M_{\lambda T})_{max}$ ga mos keluvchi to'lqin uzunligi λ_m aniqlansin.

[30] Quyosh doimiysi deb, Yer atmosferasidan tashqarida, Yerdan Quyoshgacha bo'lgan o'rtacha masofada Quyosh nurlanishi energiya oqimining sirt zichligiga teng bo'lgan kattalikka aytiladi.

34.16. Energetik yorqinlik spektral zichligi maksimumi $(M_{\lambda,T})_{max}$ ko'rish spektrining qizil chegarasiga ($\lambda_1 = 750\,nm$); binafsha chegarasiga ($\lambda_2 = 380\,nm$) to'g'ri kelganda, absolyut qora jismning temperaturasi T qanday bo'ladi?

34.17. Arktur yorqin yulduzi energetik yorituvchanligi spektral zichligining maksimumi $(M_{\lambda,T})_{max}$ $\lambda_m = 580\,nm$ to'lqin uzunligiga to'g'ri keladi. Yulduz absolyut qora jismdek nur sochadi deb hisoblab, uning sirti temperaturasi T aniqlansin.

34.18. Absolyut qora jism temperaturasining o'zgarishi natijasida spektral zichlik $(M_{\lambda,T})_{max}$ maksimumi $\lambda_1 = 2,4\,\mu m$ dan $\lambda_2 = 0,8\,\mu m$ ga siljidi. Jismning energetik yorituvchanligi M_e va energetik yorituvchanlik spektral zichligi maksimumi necha marta va qanday o'zgargan?

34.19. Absolyut qora jismning termodinamnk temperaturasi T ikki marta ortganida energetik yorituvchanlik spektral zichligi maksimumiga to'g'ri keluvchi λ_m to'lqin uzunligi $\Delta\lambda = 400$ nm ga kamaydi. Boshlang'ich va oxirgi temperaturalar T_1 va T_2 aniqlansin.

34.20. Yorug'lik kuchi birligi - kandelaning etaloni - sirtining yuzasi $S = 0,5305\,mm^2$ bo'lgan va temperaturasi $t = 1063°C$ ga teng platinaning qotish temperaturasiga ega, to'la nur sochishidan iboratdir (barcha uzunlikdagi to'lqinlarni sochuvchi). Nur sochuvchini absolyut qora jism deb hisoblab, uning quvvati P aniqlansin.

34.21. Absolyut qora jism energetik yorituvchanligi spektral zichligining maksimum $(M_{\lambda,T})_{max} = 4,16 \cdot 10^{11}\,Vt/m^2$. U qanday λ_m to'lqin uzunligiga to'g'ri keladi?

34.22. Absolyut qora jismning temperaturasi $T = 2$ kK; quyidagilar aniqlansin: 1) $\lambda_1 = 600\,nm$ to'lqin uzunligi uchun energetik yorqinlikning spektral zichligi M_e; 2) $\lambda_1 = 590\,nm$ dan $\lambda_2 = 610\,nm$ gacha to'lqin uzunliklar oralig'idagi energetik yorituvchanlik M_e. Bu oraliqda jism energetik yorituvchanligi o'rtacha spektral zichligining qiymati $\lambda = 600\,nm$ to'lqin uzunligi uchun topilgan qiymatga teng deb olinsin.

34.23* Vin tomonidan absolyut qora jism nurlanishi spektrida energiya taqsimoti uchun quyidagi $M_{\lambda,T} = C_1\lambda^{-5}\exp(-C_2/(\lambda T))$, bu yerda C_1 va C_2 - doimiylar ($C_2 = 1,43 \cdot 10^{-2}\,m \cdot K$) empirik formula olingan. Keltirilgan

formuladan foydalanib, Vin siljish qonuni va siljish qonunidagi b doimiylikni aniqlang.

34.24* Vin tomonidan empirik ravishda absolyut qora jism nurlanish spektridagi energiya taqsimoti (chastotalar bo'yicha) $M_{\omega,T} = \dfrac{\alpha\omega^3}{\exp(\beta\omega/T)}$ ko'rinishida aniqlandi, bu yerda α va β- doimiylar ($\beta = 7,61 \cdot 10^{-12}\,s \cdot K$). Bu olingan formuladan foydalanib $T = 1000\,K$ temperaturadagi nurlanish energiyasi maksimumiga to'g'ri keladigan ω_m chastota topilsin.

34.25* Issiqlik o'tkazuvchanlik hisobiga yuzaga keladigan issiqlik yo'qotishlarini hisobga olmagan holda, nakal temperaturasini $T = 3000\,K$ gacha ko'tarish uchun, uzunligi $d = 0.5$ mm bo'lgan volfram tolasiga beriladigan elektr toki quvvati P topilsin. Tola absolyut qora jism deb oling.

34.26* Tomoni $a = 10\,cm$ bo'lgan qora yupqa devorli kub $T_1 = 80°C$ temperaturali suv bilan to'ldirilgan. Agar u qoraytirilgan vakuum kamerasiga joylashtirilsa, kubning temperaturasi $T_2 = 30°C$ gacha tushgunga qadar qancha τ vaqt ketishi aniqlansin. Kamera temperaturasi absolyut nol temperaturaga yaqin.

34.27* Havosi yuqori vakuumgacha so'rib olingan vakuum kamerasining devorlari absolyut nol temperaturaga yaqin temperaturalarda ushlab turilmoqda. Kamera ichiga boshlang'ich temperaturasi $T_1 = 400\,K$ bo'lgan $d = 1cm$ diametrli rux sharcha joylashtirilgan. Sharchaning temperaturasi $n = 2$ marta kamayishi uchun ketgan vaqt hisoblansin. Ruxning atom massasi $A_r = 65.4$ va zichligi $\rho = 6.92\,g/cm^3$ ga teng. Bunday sharoitlar uchun Dyulong va Pti qonuni o'rinli, hamda sharchani absolyut qora jism deb hisoblansin.

34.28* Yadro portlashi epitsentrida P issiqlik nurlanishi bosimini baholang. Epitsentrda (portlash markazida) T temperatura 10^8 K ga teng.

34.29* Qanday T temperaturada issiqlik nurlanishi bosimi P atmosfera bosimi $P_{atm} = 1,013 \cdot 10^5\,Pa$ ga teng bo'ladi?

34.30* 300 K temperatura ostida turgan ideal gaz molekulalarining konsentratsiyasi n qanday bo'lganda, uning bosimi xuddi shu temperaturadagi muvozanatli issiqlik nurlanishi bosimiga teng bo'ladi?

34.31* O'zgarmas hajmli idish ichidagi gaz holidagi neon muvozanatli issiqlik nurlanishi holatida turibdi. Neon gazining P bosimi qanday

bo'lganda uning issiqlik sig'imi $C_{1\ mol}$ gazning $T = 500\,K$ temperaturadagi issiqli sig'imi $C_{r,mol}$ ga teng bo'ladi?

35–§. FOTOEFFEKT HODISASI

Asosiy formulalar

• Eynshteyn formulasi:

a) umumiy holda:

$$\varepsilon = h\nu = A + T_{max} \text{ yoki } \hbar\omega = A + T_{max},$$

bu yerda $\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$ – metall sirtiga tushayotgan fotonning energiyasi; A – elektronning metalldan chiqish ishi; T_{max} – fotoelektronning maksimal kinetik energiyasi;

b) fotonning energiyasi chiqish ishidan juda katta bo'lgan holda ($h\nu >> A$).

$$h\nu = T_{max} \quad \text{yoki} \quad \hbar\omega = T_{max}.$$

Fotoelektronlarning maksimal kinetik energiyasi ikki (norelyativistik va relyativistik) hol uchun turli xil formulalar bilan ifodalanadi:

a) agar fotoeffektni energiyasi uncha katta bo'lmagan foton amalga oshirsa ($h\nu = \hbar\omega = 5 keV$), u holda

$$T_{max} = \frac{1}{2} m_0 \vartheta^2_{max},$$

bu yerda m_0 – elektronning tinchlikdagi massasi;

b) agar fotoeffektni katta energiyaga ega bo'lgan foton amalga oshirsa ($h\nu = \hbar\omega >> 5\ keV$), u holda

$$T_{max} = (m - m_0)c^2 \text{ yoki } T_{max} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right),$$

bu yerda $\beta = \vartheta_{max} / c$, m – elektronning relyativistik massasi.

• Fotoeffektning qizil chegarasi:

$$\lambda_0 = hc / A \text{ yoki } \lambda_0 = 2\pi\hbar c / A; \quad \nu_0 = A / h \text{ yoki } \omega_0 = A / \hbar,$$

bu yerda λ_0 – fotoeffekt ro'y berishi mumkin bo'lgan nurlanishning eng katta to'lqin uzunligi (ν_0 va ω_0 mos ravishda minimal chastota va siklik chastota).

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala: Kumush sirtidan: 1) to'lqin uzunligi $\lambda_1 = 0{,}155\,\mu m$ ultrabinafsha nurlar bilan; 2) to'lqin uzunligi $\lambda_2 = 2{,}47\,pm$ bo'lgan γ- nurlar bilan urib chiqariladigan fotoelektronlarning maksimal tezligi aniqlansin.

Yechish. Fotoelektronlarning maksimal tezligini fotoeffekt uchun Eynshteyn formulasidan aniqlaymiz:

$$\varepsilon = A + T_{max}. \tag{1}$$

Fotonning energiyasi $\varepsilon = hc / \lambda$ formuladan hisoblanadi, chiqish ishi A esa 20 - jadvalda keltirilgan bo'lib, kumush uchun $A = 4{,}7\,eV$ ga teng.

Fotoelektronlarning kinetik energiyasi uning qanday tezlik bilan chiqishiga bog'liq ravishda klassik:

$$T = \frac{1}{2} m_0 \vartheta^2, \tag{2}$$

yoki relyativistik:

$$T = (m - m_0)c^2, \tag{3}$$

formulalar orqali ifodalanishi mumkin.

Fotoelektronning tezligi fotoeffektni amalga oshiradigan fotonning energiyasiga bog'liq bo'ladi: agar fotonning energiyasi ε elektronning tinchlikdagi energiyasi E_0 dan ko'p marta kichik bo'lsa, u holda (2) formula qo'llanilishi mumkin; agar ε kattaligi bo'yicha E_0 ga yaqin bo'lsa, u holda (2) formula bo'yicha hisoblash qo'pol xatolikka olib keladi, bu holda fotoelektronning kinetik energiyasini (3) formulaga muvofiq ifodalash kerak.

1) Fotonning energiyasi formulasi $\varepsilon = hc/\lambda$ ga h, c va λ kattaliklarning qiymatlarini qo'yamiz va hisoblab ultrabinafsha nurlanish uchun quyidagini topamiz:

$$\varepsilon_1 = 1{,}28 \cdot 10^{-18}\,J = 8\,eV.$$

Foton energiyasining bu qiymati elektronning tinchlikdagi energiyasi (0,511 MeV) dan ko'p marta kichik. Demak, mazkur hol uchun (1) formuladagi fotoelektronlarning maksimal kinetik energiyasi (2) klassik formula bilan ifodalanishi mumkin:

$$\varepsilon_1 = A + \frac{1}{2} m_0 \vartheta^2_{max}$$

bundan

$$\vartheta_{max} = \sqrt{2(\varepsilon_1 - A) / m_0} \tag{4}$$

(4) formulaga kiruvchi kattaliklarni yozamiz: $\varepsilon_1 = 1,28 \cdot 10^{-13}$ J (yuqorida hisoblangan); $A = 4,7\,\text{eV} = 4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{J} = 0,75 \cdot 10^{-18}\,\text{J}$; $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$ (24-jadvalga q.)

Son qiymatlarni (4) formulaga qo'yib maksimal tezlikni topamiz:

$$\upsilon_{max} = 1,08\,\text{Mm/s}.$$

2) Endi γ- nurlanishdagi foton energiyasini hisoblaymiz:

$$\varepsilon_2 = 8,04 \cdot 10^{-14}\,\text{J} = 0,502\,\text{MeV}.$$

Elektronning chiqish ishi ($A = 4,7\,\text{eV}$) γ-fotonning energiyasiga nisbatan juda kichik, shuning uchun ham elektronning maksimal kinetik energiyasini fotonning energiyasiga teng deb qabul qilish mumkin:

$$T_{max} = \varepsilon_2 = 0,502\,\text{MeV}.$$

Bu holda elektronning kinetik energiyasi uning tinchlikdagi energiyasi bilan taqqoslaydigan darajada bo'lganligidan, elektronning tezligini hisoblash uchun kinetik energiyaning $T_{max} = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$ (bunda $E_0 = m_0c^2$) relyavistik formulasini olish kerak.

Ba'zi o'zgartirishlarni bajarib quyidagini topamiz:

$$\beta = \sqrt{(2E_0 + T_{max})T / (E_0 + T_{max})}.$$

Hisoblashni bajarsak,

$$\beta = 0,755.$$

Shunday qilib, γ-nurlar urib chiqaradigan fotoelektronlarning maksimal tezligi:

$$\vartheta_{max} = c\beta = 226\,\text{Mm/s}.$$

2 - masala. Seziyning sirti to'lqin uzunligi $\lambda = 400\,\text{nm}$ bo'lgan binafsha yorug'lik bilan nurlantirilganda fotoelektronlarning maksimal tezligi $\vartheta_{max} = 0,65$ Mm/s bo'lsa, seziy uchun foto-effektning qizil chegarasi λ_0 aniqlansin.

Yechish. To'lqin uzunligi λ_0 fotoeffektning qizil chegarasiga mos kelgan yorug'lik bilan nurlantirilganda fotoelektronlarning tezligi va demak, kinetik energiyasi ham nolga teng bo'ladi. Shu tufayli fotoeffekt uchun Eynshteyn formulasi $\varepsilon = A + T$ qizil chegara holida quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\varepsilon = A \text{ yoki } hc / \lambda_0 = A.$$

Bundan

$$\lambda_0 = hc / A. \qquad (1)$$

Seziy uchun chiqish ishini Eynshteyn formulasi yordamida hisoblaymiz:

$$A = \varepsilon - T = \frac{hc}{\lambda} - \frac{m\vartheta^2}{2}. \qquad (2)$$

Kattaliklarning son qiymatlarini SI tizimida ifodalab yozamiz: $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $\lambda = 400\,\text{nm} = 40 \cdot 10^{-8}$ m; $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg; $\vartheta = 6,5 \cdot 10^5$ m/s. Kattaliklarning bu qiymatlarini (2) formulaga qo'yib, hisoblashlarni bajarsak,

$$A = 3,05 \cdot 10^{-19}\,\text{J} = 0,305 \cdot 10^{-18}\,\text{J}.$$

Fotoeffektning qizil chegarasini aniqlash uchun A, h va c larning qiymatlarini (1) formulaga qo'yib hisoblasak,

$$\lambda_0 = 651\,\text{nm}.$$

Masalalar

35.1. Agar natriy uchun fotoeffektning qizil chegarasi $\lambda_0 = 500\,\text{nm}$ bo'lsa, elektronlarning natriydan chiqish ishi A aniqlansin.

35.2. Agar kumushning sirtiga to'lqin uzunligi $\lambda_0 = 300\,\text{nm}$ bo'lgan ultrabinafsha nurlar tushayotgan bo'lsa, fotoeffekt kuzatiladimi?

35.3. Agar fotoeffektning qizil chegarasi $\lambda_0 = 307\,\text{nm}$ va fotoelektronlarning maksimal kinetik energiyasi $T_{max} = 1\,\text{eV}$ bo'lsa, foton energiyasining qanday qismi fotoelektronni urib chiqarishga sarflangan?

35.4. Litiy sirtiga monoxromatik yorug'lik tushadi ($\lambda = 310\,\text{nm}$). Elektronlar emissiyasini to'xtatish uchun 1,7 V dan kam bo'lmagan tutuvchi potensiallar farqini qo'yish kerak. Chiqish ishi A aniqlansin.

35.5. Platina plastinkasini ultrabinafsha yorug'lik bilan nurlantirishda vujudga kelgan fotoeffektni to'xtatish uchun $U = 3,7\,\text{V}$ tutuvchi potensiallar farqi qo'yilishi kerak. Agar platina plastinka boshqa plastinka bilan almashtirilsa, unda tutuvchi potensiallar farqini 6 V gacha ko'paytirish kerak bo'ladi. Elektronlarning shu plastinka sirtidan chiqish ishi A aniqlansin.

35.6. Rux plastinkaga to'lqin uzunligi $\lambda = 220\,\text{nm}$ bo'lgan monoxromatik yorug'lik tushadi. Fotoelektronlarning maksimal tezligi aniqlansin.

35.7. Fotoelektronlarning maksimal tezligi 10 Mm/s ga teng bo'lganda biror metallning sirtiga tushayotgan ultrabinafsha nurlanishning to'lqin uzunligi λ aniqlansin. Elektronlarning metalldan chiqish ishi hisobga olinmasin.

35.8. To'lqin uzunligi $\lambda = 0{,}3$ nm bo'lgan γ-nurlanish ta'sirida metalldan urib chiqarilgan fotoelektronlarning maksimal tezligi ϑ_{max} aniqlansin.

35.9. $E = 1{,}53$ MeV energiyali γ-fotonlar bilan nurlantirilganda metalldan uchib chiqqan fotoelektronlarning maksimal tezligi ϑ_{max} aniqlansin.

35.10. γ-fotonlar bilan nurlantirilgan metaldan uchib chiqayotgan fotoelektronlarning maksimal tezligi $\vartheta_{max} = 291$ Mm/s, γ-fotonlarning energiyasi ε aniqlansin.

36-§. YORUG'LIK BOSIMI. FOTONLAR

Asosiy formulalar

• Normal tushayotgan yorug'lik hosil qilayotgan bosim:

$$P = \frac{E_e}{c}(1+\rho) \text{ yoki } P = \omega(1+\rho),$$

bu yerda E_e – sirtning nurlantirilganligi; c – elektromagnit nurlanishning vakuumdagi tezligi; ω – nurlanish energiyasining hajmiy zichligi; ρ – qaytarish koeffitsiyenti.

• Fotonning energiyasi:

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda \text{ yoki } \varepsilon = \hbar\omega,$$

bu yerda h – Plank doimiysi; $\hbar = h/(2\pi)$; ν – yorug'lik chastotasi; ω – siklik chastota; λ – to'lqin uzunligi.

• Fotonning massasi va impulsi mos ravishda quyidagicha aniqlanadi:

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}; \quad P = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

Masalalar yechishga doir namunalar

1 - masala. To'lqin uzunligi $\lambda = 663$ nm bo'lgan monoxromatik yorug'lik dastasi yarqiroq yassi sirtga normal tushadi. Energiya oqimi $\Phi_e = 0{,}6$ W. Bu sirtga ta'sir etayotgan bosim kuchi F hamda $\Delta t = 5$ s vaqt mobaynida unga tushayotgan fotonlar soni N aniqlansin.

Yechish. Sirtga ta'sir etadigan bosim kuchi yorug'lik bosimi P ning sirt yuzasi S ga ko'paytmasiga teng:

$$F = P \cdot S. \qquad (1)$$

Yorug'lik bosimi quyidagi formula yordamida topilishi mumkin:

$$P = E_e(\rho+1)/c. \qquad (2)$$

Yorug'lik bosimining (2) ifodasini (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$F = \frac{E_e \cdot S}{c}(\rho+1). \qquad (3)$$

Nurlantirilganlik E_e ning sirtning yuzasi S ga ko'paytmasi nurlanish energiyasining sirtga tushayotgan oqimi Φ_e ga tengligidan (3) munosabatni

$$F = \frac{\Phi_e}{c}(1+\rho)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Φ_e va c larning qiymatlarini o'rniga qo'yib va $\rho = 1$ ekanligini (sirt yarqiroq) hisobga olib, F ni topamiz:

$$F = 4 \text{ nN}.$$

Δt vaqtda sirtga tushayotgan fotonlarning soni:

$$N = \Delta W/\varepsilon = \Phi_e \cdot \Delta t/\varepsilon,$$

formula bilan aniqlanadi; bunda $\Delta W = \Delta t$ vaqtda sirtga tushadigan nurlanish energiyasi. Bu formuladagi foton energiyasini to'lqin uzunligi orqali ifodalab ($\varepsilon = hc/\lambda$) quyidagini olamiz:

$$N = \Phi_e \lambda \cdot \Delta t/(hc).$$

Bu formulaga kattaliklarning son qiymatlarini qo'yib, natijani topamiz:

$$N = 10^{17} \text{ ta foton}.$$

2 - masala. To'lqin uzunligi $\lambda = 500$ nm bo'lgan yorug'likning parallel dastasi $P = 10$ μPa bosim hosil qilib qoraytirilgan sirtga normal tushadi. 1) Dastadagi fotonlar konsentratsiyasi n; 2) $t = 1$ s vaqtda 1 m^2 yuzali sirtga tushayotgan fotonlar soni n_1 aniqlansin.

Yechish. 1. Dastadagi fotonlar konsentratsiyasi n energiyaning hajmiy zichligi ω ning bitta fotonning energiyasi ε ga nisbati kabi topilishi mumkin:

$$n = \omega/\varepsilon. \qquad (1)$$

Yorug'likning bosimini aniqlovchi $P = \omega(1+\rho)$ formuladan (bunda ρ - qaytarish koeffitsiyenti) ω ni topamiz:

$$w = P/(\rho + 1). \qquad (2)$$

w ning (2) tenglamadagi ifodasini (1) formulaga qo'ysak.

$$n = \frac{P}{(\rho+1)hc}. \qquad (3)$$

Fotonning energiyasi chastota ν ga va demak, yorug'lik to'lqinining uzunligi λ ga ham bog'liq:

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda. \qquad (4)$$

Fotonning energiyasi uchun topilgan ifodani (3) formulaga qo'yib, qidirilayotgan fotonlar konsentratsiyasini topamiz:

$$n = \frac{P\lambda}{(\rho+1)hc}. \qquad (5)$$

Qoraytirilgan sirt uchun qaytarish koeffitsiyenti ρ ni nolga teng deb qabul qilamiz. Son qiymatlarni (5) formulaga qo'yib hisoblasak.

$$n = 2{,}25 \cdot 10^{11}\ \text{m}^{-3}.$$

2. 1 s vaqtda $1\ \text{m}^2$ yuzali sirtga tushayotgan fotonlar soni n_1 ni $n_1 = N/(St)$ munosabatdan topamiz (bunda N - t vaqtda S yuzali sirtga tushayotgan fotonlar soni). Ammo $N = ncSt$, binobarin:

$$n_1 = \frac{nc \cdot S \cdot t}{St} = nc.$$

Bunga n va c larning qiymatlarini qo'yib natijani olamiz

$$n_1 = 7{,}56 \cdot 10^{21}\ \text{m}^{-2}\ \text{s}^{-1}.$$

Masalalar

36.1. Quyosh nurlarining ularning yo'liga tik va Yer atmosferasidan tashqarida, Yerdan Quyoshgacha bo'lgan o'rtacha masofada joylashtirilgan qoraytirilgan plastinkaga ko'rsatadigan P bosimi aniqlansin (34.7-masalaga tegishli izohga. q.)

36.2. Nurlarning tik tushishida yorug'likning bosimi $P = 10\ \mu\text{Pa}$ bo'lsa. yarqiroq sirtga tushayotgan nurlanish energiya oqimining sirtiy zichligi I aniqlansin.

36.3. Elektr lampasi tarqatayotgan Φ_e energiya oqimi 600 W ga teng. Lampadan $r = 1\ \text{m}$ masofada tushayotgan nurlarga tik ravishda diametri $d = 2\ \text{cm}$ bo'lgan yassi doiraviy oynacha joylashgan. Lampaning nurlanishi hamma yo'nalishlarda bir xil va oynacha yuziga tushayotgan yorug'likni to'la qaytaradi deb hisoblab, oynachaga ko'rsatilayotgan yorug'lik bosim kuchi F aniqlansin.

36.4. Yorug'lik elektr yoyidan yuzasi $S = 5\ \text{cm}^2$ bo'lgan ideal qaytaruvchi sirtli oynachaga normal tushadi. Agar oynachaga tushayotgan nurlanish oqimining sirt zichligi $\varphi = 0{,}1\ \text{MVt/m}^2$ bo'lsa. oynachaga berilayotgan impuls P aniqlansin. Nurlantirish $t = 1\ \text{s}$ davom etadi.

36.5. Shar shaklidagi yo'ldosh Yer atrofida shunday balandlikda harakatlanmoqdaki, Quyosh nurining atmosferada yutilishini hisobga olmaslik mumkin, Yo'ldoshning diametri $d = 40\ \text{m}$. Quyosh doimiysini bilgan holda (34.7-masalaga qarang) va yo'ldoshning sirti yorug'likni to'la qaytaradi deb hisoblab. yorug'lik nurining yo'ldoshga ko'rsatayotgan bosim kuchi F aniqlansin.

36.6. $\lambda = 380\ \text{nm}$ to'lqin uzunligiga to'g'ri keluvchi (ko'rish spektrining binafsha chegarasi) fotonning energiyasi ε. massasi m va impulsi p aniqlansin.

36.7. $\varepsilon = 1\ \text{MeV}$ energiyali fotonning to'lqin uzunligi λ, massasi m va impulsi p aniqlansin. Bu foton massasi elektronning tinchlikdagi massasi bilan taqqoslansin.

36.8. Impulsi. $\vartheta = 10\ \text{Mm/s}$ tezlikka ega bo'lgan elektronning impulsiga teng bo'lgan fotonning to'lqin uzunligi λ aniqlansin.

36.9. Massasi: 1) elektronning; 2) protonning tinchlikdagi massasiga teng bo'lgan fotonning to'lqin uzunligi λ aniqlansin.

36.10. Monoxromatik yorug'likning (λ=600 nm) tushayotgan nurlarga tik joylashgan absolyut qora sirtga bosimi $P = 0{,}1\ \mu\text{Pa}$. $S = 1\ \text{cm}^2$ yuzali sirtga $t = 1\ \text{s}$ vaqt ichida tushayotgan fotonlar soni N aniqlansin.

36.11. To'lqin uzunligi λ=500 nm bo'lgan monoxromatik nurlanish yassi yaltiroq sirtga normal tushadi va uni $F = 10\ \text{nN}$ kuch bilan bosadi. Shu sirtga har sekundda tushayotgan fotonlar soni N_1 aniqlansin.

36.12. Monoxromatik yorug'likning ($\lambda = 662\ \text{nm}$) parallel dastasi qoraytirilgan sirtga tushmoqda va unga $P = 0{,}3\ \mu\text{Pa}$ bosim bilan ta'sir ko'rsatmoqda. Yorug'lik dastasidagi fotonlar konsentratsiyasi n aniqlansin.

37-§. KOMPTON EFFEKTI

Asosiy formulalar

• Fotonning elektronda θ burchakka sochilishi natijasida to'lqin uzunligining o'zgarishi:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi h}{m_0 c}(1-\cos\theta) \text{ yoki } \Delta\lambda = 2\frac{2\pi h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

bu yerda m_0 – sochuvchi elektronning massasi; λ va λ' – to'lqin uzunliklari.

• Kompton to'lqin uzunligi:

$$\lambda_c = 2\pi h / m_0 c.$$

(Foton elektronda sochilganida $\lambda_c = 2.436\,\text{pm}$).

Masalalar yechishga doir namunalar

1 - masala. Kompton effekti natijasida foton elektron bilan to'qnashishda $\theta = 90°$ burchakka sochilgan. Sochilgan fotonning energiyasi $\varepsilon' = 0,4\,\text{MeV}$. Fotonning sochilgungacha bo'lgan ε energiyasi aniqlansin.

Yechish. Birlamchi fotonni aniqlash uchun Komptonning

$$\lambda' - \lambda = 2\frac{2\pi h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2} \qquad (1)$$

ko'rinishdagi formulasidan foydalanamiz. (1) formulani quyidagidek qilib o'zgartiramiz: 1) $\varepsilon = 2\pi hc/\lambda$ munosabatdan foydalanib, λ' va λ to'lqin uzunliklarni mos fotonlarning ε' va ε energiyalari orqali ifodalaymiz; 2) formula o'ng qismining surat va maxrajini c ga ko'paytiramiz. Natijada quyidagini olamiz:

$$\frac{2\pi hc}{\varepsilon'} - \frac{2\pi hc}{\varepsilon} = \frac{2\pi hc}{m_0 c^2}\cdot 2\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

$2\pi hc$ ga qisqartirib, bu formuladan energiyaning izlanayotgan formulasini topamiz:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon' m_0 c^2}{m_0 c^2 - \varepsilon'\cdot 2\sin^2(\theta/2)} = \frac{\varepsilon' E_0}{E_0 - 2\varepsilon'\cdot\sin^2(\theta/2)}, \qquad (2)$$

bunda $E_0 = mc^2$ – elektronning tinchlikdagi energiyasi.

(2) formula bo'yicha hisoblashni sistemaga kirmaydigan birliklarda hisoblash qulaydir. 22-jadvaldan elektronning tinchlikdagi energiyasining qiymatini mega elektronvoltlarda olib va son qiymatlarini qo'yib, natijani topamiz:

$$\varepsilon = 1,85\,\text{MeV}.$$

2 - masala. Energiyasi $\varepsilon = 0,75\,\text{MeV}$ bo'lgan foton erkin elektronda $\theta = 60°$ burchak ostida sochildi. Foton bilan urilishgacha elektronning kinetik energiyasi va impulsi hisobga olmaydigan darajada kichik bo'lgan deb hisoblab, quyidagilar aniqlansin: 1) sochilgan fotonning energiyasi ε'; 2) sochilgan elektronning kinetik energiyasi T; 3) uning harakat yo'nalishi.

Yechish: 1. Sochilgan fotonning energiyasini Kompton formulasidan foydalanib topamiz:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi h}{m_0 c}(1-\cos\theta).$$

λ' va λ to'lqin uzunliklarini mos fotonlarning ε' va ε energiyalari orqali ifodalab, quyidagini olamiz:

$$\frac{2\pi hc}{\varepsilon'} - \frac{2\pi hc}{\varepsilon} = \frac{2\pi h}{m_0 c}(1-\cos\theta).$$

Bu tenglikning har ikkala tomoni $2\pi hc$ ga bo'lamiz: $\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1-\cos\theta}{m_0 c^2}$.

Bundan, qisqalik uchun elektronning tinchlikdagi energiyasi mc^2 ni E_0 orqali ifodalab, ushbuni topamiz:

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{(\varepsilon / E_0)(1-\cos\theta)+1}. \qquad (1)$$

Kattaliklarning son qiymatlarini o'rniga qo'ysak,

$$\varepsilon' = 0,43\,\text{MeV}.$$

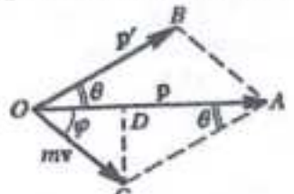
2. Sochilgan elektronning kinetik energiyasi energiyaning saqlanish qonuniga asosan, tushunadigan foton energiyasi ε bilan sochilgan foton energiyasi ε' orasidagi farqqa teng:

$$T = \varepsilon - \varepsilon' = 0,32\,\text{MeV}.$$

3. Sochilgan elektronning yo'nalishini impulsning saqlanishi qonunini qo'llab topamiz, unga binoan tushayotgan fotonning impulsi $\vec{p}$ sochilgan foton $\vec{p}'$ va sochilgan elektron $m_0\vec{\vartheta}$ impulslarining vektor yig'indisiga teng:

$$\vec{p} = \vec{p}' + m_0\vec{\vartheta}.$$

Impulslarning vektor diagrammasi 37.1-rasmda tasvirlangan. Hamma vektorlar elektron foton bilan to'qnashish paytida bo'lgan O nuqtadan o'tkazilgan. F burchak sochilgan elektronning harakat yo'nalishini aniqlaydi.



37.1-rasm

OCD uchburchakdan:

$$tg\varphi = \frac{|CD|}{|OD|} = \frac{|CA|\sin\theta}{|OA| - |CA|\cos\theta},$$

yoki

$$tg\varphi = \frac{p'\sin\theta}{p - p'\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{p\frac{c}{\varepsilon'} - \cos\theta}.$$

$p = \varepsilon / c$ va $p' = \frac{\varepsilon'}{c}$ bo'lganligidan:

$$tg\varphi = \frac{\sin\theta}{\varepsilon/\varepsilon' - \cos\theta}. \qquad (2)$$

(2) formulani shunday o'zgartiramizki, unda φ burchak masala shartida ε va θ lar orqali bevosita ifodalansin. (1) formuladan quyidagini hosil qilish mumkin:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon}{E_0}(1 - \cos\theta) + 1. \qquad (3)$$

(2) formuladagi ε/ε' munosabatni (3) formulaga hisobga olib almashtiramiz:

$$tg\varphi = \frac{\sin\theta}{(1 + \varepsilon / E_0)(1 - \cos\theta)}.$$

$\sin\theta = 2\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)$ va $1 - \cos\theta = 2\sin^2(\theta/2)$ ekanligini hisobga olib, mos o'zgartirishlardan keyin quyidagini olamiz:

$$tg\varphi = \frac{ctg(\theta/2)}{1 + \varepsilon / E_0}. \qquad (4)$$

(4) formulaga binoan hisoblab $tg\varphi = 0,701$ ni topamiz, bundan:

$$\varphi = 35^\circ.$$

Masalalar

37.1. To'lqin uzunligi $\lambda = 55,8$ pm bo'lgan rentgen nurlari grafit plitkasidan sochiladi (Kompton effekti). Tushayotgan yorug'lik dastasining yo'nalishiga nisbatan $\theta = 60^\circ$ burchak ostida sochilgan yorug'lik to'lqin uzunligi λ' aniqlansin.

37.2. 1) Erkin elektronlarda; 2) erkin protonlarda Kompton sochilishida to'lqin uzunligining maksimal o'zgarishi aniqlansin.

37.3. Agar sochilishda to'lqin uzunligining o'zgarishi $\Delta\lambda = 3,62$ pm bo'lsa, erkin elektron bilan to'qnashgan fotonning sochilish burchagi θ aniqlansin.

37.4. $\varepsilon = 0,4$ MeV energiyali foton erkin elektronda $\theta = 90^\circ$ burchak ostida sochiladi. Sochilgan fotonning energiyasi ε' va sochuvchi elektronning kinetik energiyasi T aniqlansin.

37.5. Kompton effektida energiyasi elektronning tinchlikdagi energiyasiga teng bo'lgan foton $\theta = 180^\circ$ burchak ostida sochilgan bo'lsa elektron olgan p impuls aniqlansin.

37.6. Agar energiyasi elektronning tinchlikdagi energiyasiga teng bo'lgan foton Kompton effektida $\theta = 180^\circ$ burchak ostida sochilgan bo'lsa, tushayotgan foton energiyasining qancha qismi sochuvchi elektronga beriladi? Sochilishdan oldin fotonning energiyasi $\varepsilon = 0,255$ MeV bo'lgan.

37.7. $\varepsilon = 0,25$ MeV energiyali foton erkin elektronda sochildi. Sochilgan foton energiyasi $\varepsilon' = 0,2$ MeV. Sochilish burchagi θ aniqlansin.

37.8. Fotonning sochilish burchagi $\theta = 90^\circ$. Elektron to'qnashuvdan so'ng $\varphi = 30^\circ$ burchak ostida harakatlanadi. Tushayotgan fotonning energiyasi ε aniqlansin.

37.9. Foton ($\lambda = 1$ nm) erkin elektronda $\theta = 90^\circ$ burchak ostida sochildi. Foton o'z energiyasining qancha qismini elektronga bergan?

37.10. Fotonning to'lqin uzunligi λ elektronning Kompton to'lqin uzunligi λ_c ga teng. Fotonning energiyasi ε va impulsi P aniqlansin.

37.11. Tushayotgan fotonning energiyasi ε elektronning tinchlikdagi energiyasiga teng. Agar sochilish burchagi θ: 1) 60°; 2) 90°, 180° ga teng bo'lsa, tushayotgan foton energiyasining qanday ω_1 qismini sochilgan foton o'zida saqlashi va qanday ω_2 qismini sochuvchi elektron olishi aniqlansin.

38-§. BOR NAZARIYASI BO'YICHA VODOROD ATOMI

Asosiy formulalar

• Turg'un orbitalardagi elektronning impuls momenti:

$$L = m\vartheta r = n\hbar, \ (n = 1, 2, 3, \ldots),$$

bu yerda m – elektronning massasi; r – orbitaning radiusi; ϑ – elektronning orbitadagi tezligi; n – bosh kvant soni; h – Plank doimiysi.

• n – orbitada turgan elektronning energiyasi:

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 n^2},$$

bu yerda ε_0 – elektr doimiysi.

• Bir statsionar holatdan boshqasiga o'tishida vodorod atomi chiqaradigan va yutadigan yorug'likning to'lqin uzunligi λ yoki chastotasi ν ni aniqlovchi seriya formula:

$$\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \quad \nu = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

bu yerda R' va R–Ridberg doimiysi ($R' = 1{,}097 \cdot 10^7\ \text{m}^{-1}$; $R = cR' = 3{,}90 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1}$); n_1 va n_2 – butun sonlar; n_2 – spektral chiziqlar seriyasining tartib raqami ($n_1 = 1$ Layman seriyasi; $n_1 = 2$ – Balmer seriyasi; $n_1 = 3$ – Pashen seriyasi va h.k.). Mazkur seriya uchun $n_2 = n_1 + 1$, $n_1 + 2$, $n_1 + 3$ va h.k.

• Bir statsionar orbitadan boshqasiga o'tishda vodorod atomi chiqradigan fotonning energiyasi:

$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

bu yerda E_i – vodorodning ionlanish energiyasi $E_i = 2\pi^2 Rh = 13{,}6\ \text{eV}$.

Masalalar yechishga doir namunalar

1 - masala. Vodorod atomi birinchi orbitasining radiusi (Bor radiusi) va elektronning shu orbitadagi tezligi hisoblansin.

Yechish. Bor nazariyasiga binoan elektron orbitasining radiusi r va elektronning undagi tezligi ϑ ushbu $m\vartheta r = nh$ tenglik orqali bog'langan. Masalada birinchi orbitaga taalluqli kattaliklarni aniqlash talab qilinganligidan, bosh kvant soni $n = 1$ va yuqorida keltirilgan tenglik

$$m\vartheta r = h \qquad (1)$$

Ikkita noma'lum kattalik r va ϑ ni aniqlash uchun yana bitta tenglama zarur. Ikkinchi tenglama sifatida elektronning harakat tenglamasidan foydalanamiz. Bor nazariyasiga asosan elektron yadro atrofida aylanadi. Bunda yadrodagi elektr zaryadlari va elektron orasidagi o'zaro ta'sir kuchi elektronga markazga intilma tezlanish beradi. Nyutonning ikkinchi qonuniga asosan quyidagini yozishimiz mumkin:

$$\frac{m\vartheta^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r^2},$$

(e va m elektronning zaryadi va massasi) yoki

$$m\vartheta^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r}. \qquad (2)$$

(1) va (2) tengliklarni r ga nisbatan birgalikda yechish quyidagi ifodani beradi:

$$r = 4\pi\varepsilon_0 h^2/(me^2).$$

Bunga h, ε_0, m larning qiymatlarini qo'yib va hisoblab Bor radiusini topamiz:

$$r_1 = a = 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m}.$$

(1) tenglikdan elektronning birinchi orbitadagi tezligi ifodasini olamiz:

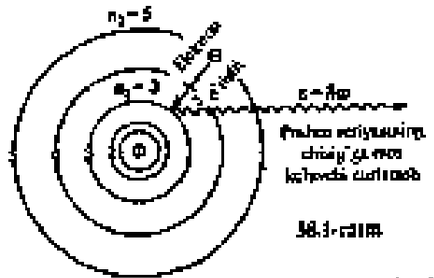
$$\vartheta = h/(mr).$$

Shu formula bo'yicha hisoblab, natijani topamiz: $\vartheta = 2{,}18\ \text{Mm/s}$.

2 - masala. Vodorod atomi birinchi infraqizil seriyasidagi (Pashen seriyasi) ikkinchi chiziqqa mos keluvchi foton energiyasi ε aniqlansin.

Yechish. Elektronning bir orbitadan boshqasiga o'tishida vodorod atomi chiqaradigan foton energiyasi:

$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$



38.1-rasm

bunda E_i – vodorod atomining ionlanish energiyasi; $n_1 = 1, 2, 3$ – elektron o'tadigan orbitaning tartib raqami (38.1-rasm); $n_2 = n_1 + 1; n_2 = n_1 + 2 \ldots; n_1 + m$ – elektron turk etadigan orbitaning tartib raqami; m – mazkur seriyadagi spektral chiziqning tartib raqami. Pashen seriyasi uchun $n_1 = 3$; shu seriyadagi ikkinchi chiziq uchun $n_2 = 2$. $n_2 = n_1 + n_2 = 3 + 2 = 5$. Son qiymatlarni qo'yib fotonning energiyasini topamiz: $\varepsilon = 0{,}97\ \text{eV}$.

Masalalar

38.1. Vodorod atomidagi ikkinchi va uchinchi orbitalarning radiuslari, r_2 va r_3 lar hisoblansin.

38.2. Elektronning vodorod atomi ikkinchi orbitasidagi tezligi ϑ aniqlansin.

38.3. Elektronning vodorod atomi ikkinchi orbitasida aylanish chastotasi aniqlansin.

38.4. Vodorod atomining birinchi orbitasida turgan elektronning potensial Π, kinetik T va to'la E energiyalari aniqlansin.

38.5. Bulmer seriyasidagi uchinchi spektral chiziqqa mos keluvchi to'lqin uzunligi λ aniqlansin.

38.6. Vodorod spektri birinchi infraqizil seriyasining (Pashen seriyasi) eng katta λ_{max} va eng kichik λ_{min} to'lqin uzunliklari topilsin.

38.7. Elektronning vodorod atomidagi uchinchi energetik sathdan birinchisiga o'tishida chiqariladigan foton energiyasi ε hisoblansin.

38.8. Vodorod spektrining ultrabinafsha seriyasidagi (Layman seriyasi) fotonning eng kichik ε_{min} va eng katta ε_{max} energiyasi aniqlansin.

38.9. Ma'lum to'lqin uzunlikli yorug'lik bilan g'alayonlantirilgan vodorod atomi asosiy holatga o'tganida faqat uchta spektral chiziq chiqardi. Shu chiziqlarning to'lqin uzunliklari aniqlansin va ular qaysi seriyalarga taalluqli ekanliklari ko'rsatilsin.

38.10. $\varepsilon = 16.5$ eV energiyali foton g'alayonlanmagan vodorod atomidan elektronni urib chiqardi. Atom yadrosidan uzoqda elektron qanday ϑ tezlikka ega bo'ladi?

38.11. He^+ geliy ionining ikkinchi energetik sathdan birinchisiga o'tishida chiqaradigan fotonining to'lqin uzunligi hisoblansin. Shunday hisob-kitob litiy ioni Li^{++} uchun ham bajarilsin.

38.12. He^+ va Li^{++} ionlarining ionlanish energiyasi E_i va potensiali U_i topilsin.

38.13. Elektronning vodorod atomidagi ikkinchi va uchinchi orbitalarida aylanish chastotalari f_2 va f_3 lar hisoblansin. Bu chastotalar elektronning uchinchi orbitadan ikkinchi orbitaga o'tishidagi nurlanish chastotasi ν bilan taqqoslansin.

38.14. Asosiy holatdagi vodorod atomi to'lqin uzunligi $\lambda = 121.5$ nm bo'lgan yorug'lik kvantini yutdi. G'alayonlangan vodorod atomidagi elektron orbitasining radiusi r aniqlansin.

38.15. Vodorod atomi g'alayonlanishining birinchi potensiali U_1 aniqlansin.

38.16* Bor postulatlaridan foydalanib vodorodsimon atomda elektron bor orbitasi radiusi r_n ifodasini keltirib chiqaring. Asosiy holatdagi vodorod atomi H va geliy ioni He^+ uchun bor radiuslari nisbati r_{1H} / r_{1He} topilsin. Orbitalarning tartib nomerlari n bir xil bo'lganda xuddi shu atomlarning uyg'otilgan holatlari uchun bu nisbat qanday bo'ladi? O'zgaradimi?

38.17* Bor postulatlari asosida asosiy holatda turgan vodorodsimon atomlarning to'la energiyasi E_n ni ifodalovchi formulani keltirib chiqaring. Asosiy holatda turgan vodorod atomi H va geliy ioni He^+ uchun uchun to'la energiyalarni, shuningdek ular ionlashish potensiallari φ_i ni hisoblang.

38.18* Vodorod spektrida Bulmer seriyasi va ionlashgan litiy Li^{++} spektridagi xuddi shunday seriyalar uchun bu seriyalarni cheguralovchi to'lqin uzunliklari λ_H va λ_{Li} lar aniqlansin.

38.19* Vodorod atomi asosiy holatdan $n=3$ xarakteristik kvant soniga ega uyg'otilgan holatga o'tkazildi. Atomning uyg'otilish energiyasi ΔE (eV larda) va vodorod atomi nurlanish spektrida kuzatilishi mumkin bo'lgan chiziqlar to'lqin uzunliklari λ lar aniqlansin. Bu spektral chiziqlar qaysi seriyalarga mos keladi?

38.20* Vodorod atomi asosiy holatdan to'lqin uzunligi $\lambda = 100$ nm bo'lgan ultrabinafsha nurlanish yordamida uyg'otilgan holatga o'tkazildi. Vodorod atomining nurlanish spektrida kuzatiladigan to'lqin uzunliklari aniqlansin. Ular qaysi seriyalarga mos keladi? Energetik sathlarda mos o'tishlarni tasvirlang (ko'rsating).

38.21* Asosiy holatdagi vodorod atomini $\varepsilon = 12.75$ eV energiyali elektronlar bilan uyg'otishda uning spektrida hosil bo'ladigan chiziqlarning butun soni N ni aniqlang. Ulardan Balmer seriyasiga mos keladiganlarining to'lqin uzunliliklari aniqlansin.

38.22* Elektron qanday minimal ϑ_{min} tezlikka ega bo'lganda, uyg'otilmagan vodorod atomi bilan noelastik to'qnashib, vodorod spektrida faqatgina bitta nurlanish chizig'ini hosil qilishi mumkin? Ushbu spektral chiziq to'lqin uzunligi λ hisoblansin.

38.23* Uyg'otilgan vodorod atomiga ($n=2$) foton kelib tushib, atomdan kinetik energiyasi $\varepsilon = 4$ eV bo'lgan elektronni uzib oladi. Tushayotgan foton energiyasini E_f (eV larda) aniqlang.

38.24* Tinch turgan uyg'otilmagan geliy ioni He^+ dan to'lqin uzunligi $\lambda = 18$nm bo'lgan elektromagnit nurlanish chiqarib yuborishi mumkin bo'lgan fotoelektronlarning ϑ tezliklari aniqlansin.

38.25* Agar asosiy holatga o'tish jarayonida He^+ geliy ioni ketma-ket, to'lqin uzunliklari mos ravishda $\lambda_1 = 108.5$nm va $\lambda_2 = 30.4$nm bo'lgan ikkita foton nurlayotgan bo'lsa, geliy ionining uyg'otilgan holatidagi to'la energiyasi $E_{n,n}$ topilsin.

39-§. RENTGEN NURLANISHI

Asosiy formulalar

• Tutash rentgen spektrining qisqa to'lqinli chegarasi:

$$\lambda_{min} = \frac{2\pi\hbar c}{|e|U},$$

bu yerda e – elektronning zaryadi; U–rentgen trubkasiga qo'yilgan potensiallar farqi; h–Plank doimiysi.

- Mozli qonuni:

a) umumiy holda:

$$\omega = C'R(z-\delta)^2,$$

bu yerda ω – rentgen spektri chizig'i chastotasi; z – shu spektrni chiqaradigan elementning atom tartib raqami; R – Ridberg doimiysi ($R = 2,02 \cdot 10^{15} s^{-1}$); δ – ekranlash doimiysi; C' – doimiy.

b) K_α – chiziq uchun ($\delta = 1$, $C' = 3/4$):

$$\omega_{K_\alpha} = \frac{3}{4}R(z-1)^2 \text{ yoki } \frac{1}{\lambda_{K_\alpha}} = \frac{3}{4}R'(z-1)^2,$$

bu yerda R' – Ridbergning shartixlangan doimiysi $\left(R' = 1,10 \times 10^7 m^{-1}\right)$. $1/\lambda = \omega/(2\pi c)$, – to'lqin soni.[*1]

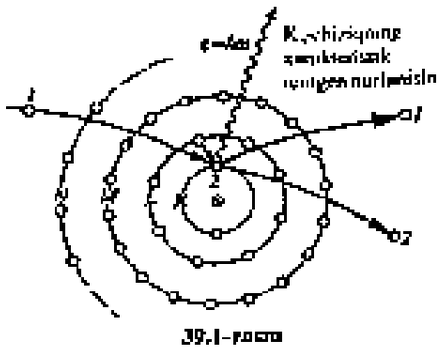
- Rentgen nurlanishi K_α – chizig'i fotonining energiyasi:

$$\varepsilon_{K_\alpha} = \frac{3}{4}E_i(z-1)^2,$$

bu yerda E_i – vodorod atomining ionlanish energiyasi.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Tez elektronlar bilan bombardimon qilinishi natijasida volfram chiqaradigan rentgen spektri K_α chizig'i fotonining to'lqin uzunligi λ_{K_α} va energiyasi ε_{K_α} aniqlansin.



39.1-rasm

Yechish. Volframni tez elektronlar bilan bombardimon qilish natijasida chiziqli spektrga ega rentgen nurlanishi vujudga keladi. Tez elektronlar atomining elektron qobiqlari ichiga kirib borib, elektron qatlamlariga tegishli elektronlarni urib chiqaradilar. Yadroga eng yaqin elektron qatlami (K-qatlam) ikkita elektronga ega. Agar bu elektronlardan biri atomdan tashqariga urib chiqarilgan bo'lsa, undu bo'shagan joyga yuqorida turgan (L, M, N) qatlamlardan elektron o'tadi. Bunda K seriyaning mos chizig'i vujudga keladi.

Elektronning L-qatlamdan K - qatlamga o'tishida rentgen spektrining eng katta intensivlikka ega bo'lgan K_α - chizig'i nurlanadi (39.1-rasm).

Bu chiziqning to'lqin uzunligi Mozli qonuniga muvofiq aniqlanadi:

$$\frac{1}{\lambda_{K_\alpha}} = \frac{3}{4}R'(z-1)^2.$$

Bundan

$$\lambda_{K_\alpha} = \frac{4}{3R'(z-1)^2}.$$

Olingan ifodaga z (volfram uchun z=74) va R' larning qiymatlarini qo'yib λ ni topamiz: $\lambda_{K_\alpha} = 2,28 \cdot 10^{-11}$ m = 22,8 pm.

To'lqin uzunligini bilgan holda foton energiyasini:

$$\varepsilon_{K_\alpha} = 2\pi\hbar c / \lambda_{K_\alpha},$$

formuladan topamiz. Bu formulaga $\hbar$, c, λ_{K_α} larning qiymatlarini qo'yib, hisoblasak: $\varepsilon_{K_\alpha} = 54,4$ keV kelib chiqadi. Rentgen nurlanishi K - seriyasi α-chizig'i fotonining energiyasini bevosita paragrafning boshida keltirilgan:

$$\varepsilon_{K_\alpha} = \frac{3}{4}E_i(z-1)^2,$$

formula yordamida ham topish mumkinligini ta'kidlaymiz.

2-masala. Rentgen tormoz nurlanishi spektridagi qisqa to'lqinli chegara $\lambda_{min} = 15,5$ pm bo'lsa, rentgen trubkasining qanday kuchlanish ostida ishlayotganligi aniqlansin.

Yechish. Rentgen tormoz nurlanishi elektronning tormozlanishda yo'qotadigan energiyasi hisobiga vujudga keladi. Rentgen trubkasida elektron tezlantiruvchi potensiallar farqi U bilan quyidagi munosabat:

$$T = |e|U \qquad (1)$$

orqali bog'langan T kinetik energiya oladi, bu yerda e-elektronning zaryadi.

Energiyaning saqlanish qonuniga muvofiq fotonning energiyasi elektronning kinetik energiyasidan ko'p bo'la olmaydi ($\hbar\omega \le T$). Bu holda fotonning maksimal energiyasi

$$\hbar\omega_{max} = T = |e|U \qquad (2)$$

[*1] $\nu = \omega/\lambda$ to'lqin sonini oddiy to'lqin soni $\lambda = 2\pi/\nu$ bilan adashtirmaslik kerak.

tenglik bilan aniqlanadi.

Maksimal burchak chastota ω_{max}, minimal to'lqin uzunligi λ_{min} bilan $\lambda_{min} = 2\pi c / \omega_{max}$ munosabat orqali bog'langanligi tufayli (1) va (2) tengliklardan quyidagini topamiz:

$$U = \frac{2\pi\hbar c}{|e|\lambda_{min}}.$$

Hisoblashni bajaramiz:

$$U = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}05 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}55 \cdot 10^{-11}}\ \text{V} = 7{,}98 \cdot 10^{4}\ \text{V} = 79{,}8\ \text{kV}.$$

Masalalar

39.1. Agar tutash rentgen nurlanishi spektrining minimal to'lqin uzunligi $\lambda_{min} = 1$ nm bo'lsa, rentgen trubkasining antikatodiga tushayotgan elektronlarning tezligi ϑ aniqlansin.

39.2. Agar Rentgen trubkasi $U = 30$ kV kuchlanish ostida ishlasa, tutash rentgen nurlanishi spektrini qisqa to'lqinli chegarasi λ_{min} aniqlansin.

39.3. Skandiy xarakteristik rentgen spektrining K - seriyasidagi eng katta to'lqin uzunligi λ_{max} hisoblansin.

39.4. Biror elementning chiziqli rentgen spektrini tekshirish natijasida K_α-chiziqni to'lqin uzunligi λ=76 pm ekanligi aniqlandi. Bu qaysi element?

39.5. Rentgen nurlanishi spektrida vannadiy K - seriyasining barcha chiziqlari paydo bo'lishi uchun antikatodi vannadiy (Z=23) bilan qoplangan rentgen trubkasiga qanday eng kichik potensiallar farqini qo'yish kerak? Vannadiy K - seriyasining chegarasi λ=226 pm.

39.6. Marganes (Z=25) xarakteristik spektrining chiziig'iga mos keluvchi foton energiyasi ε aniqlansin.

39.7. Volfram atomida elektron M - qatlamdan L - qatlamga o'tdi. Ekranlash doimiysi σ ni 5,5 ga teng deb hisoblab, chiqarilgan fotonning to'lqin uzunligi λ aniqlansin.

39.8. Rentgen trubkasi U = 1 mV kuchlanish ostida ishlaydi. Rentgen nurlanishining eng kichik to'lqin uzunligi λ_{min} aniqlansin.

39.9. Platina xarakteristik rentgen nurlanishi spektridagi K_α chiziqqa tegishli fotonning to'lqin uzunligi λ_α va energiyasi ε_α hisoblansin.

39.10. Rentgen trubkasidagi qanday U_{min} eng kichik kuchlanishda mis K_α seriyasining chiziqlari paydo bo'la boshlaydi?

8-bob. ATOM YADROSI VA ELEMENTAR ZARRALAR FIZIKASI

40-§. ATOMLAR YADROSINING TUZILISHI

Asosiy formulalar

Yadro ham xuddi neytral atomniki kabi ramzlar bilan belgilanadi:

$${}^{Z}_{A}X,$$

bu yerda X – kimyoviy elementning belgisi; Z–zaryad soni (atom raqami; yadrodagi protonlar soni); A–massa soni (yadrodagi nuklonlar soni).

Yadrodagi neytronlar soni:

$$N = A - Z$$

Yadroning radiusi:

$$r = r_0 A^{1/3},$$

munosabat orqali aniqlanadi, bu yerda r_0 – barcha yadrolar uchun o'zgarmas va $1{,}4 \cdot 10^{-15}$ m ga teng deb hisoblash mumkin bo'lgan proporsionallik koeffitsiyenti.

Masalalar yechishga doir namunalar

1 – masala. Vodorod deyteriy bilan to'yintirilgan. Agar shunday vodorodning nisbiy atom massasi $A_r = 1{,}122$ bo'lsa, protiyning ω_1 va deyteriyning ω_2 massaviy ulushlari aniqlansin.

Yechish. Protiy ω_1 va deyteriyning ω_2 massa ulushlari quyidagi munosabatlar bilan ifodalanishi mumkin:

$$\omega_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}; \quad \omega_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

bu yerda m_1 va m_2 – mos ravishda aralashmadagi protiy va deyteriylarning massalari. Bu tengliklardan m_1 va m_2 massalarni ifodalaymiz:

$$m_1 = \omega_1 (m_1 + m_2); \quad m_2 = \omega_2 (m_1 + m_2),$$

va ularni aralashmaning molyar massasi M ni aniqlovchi (8-§ ga 9) formulaning maxrajiga qo'yamiz:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}},$$

bu yerda M_1 va M_2 – aralashma tarkibiy qismlarining molyar massalari.

Shunday qilib oddiy o'zgartirishlardan keyin, quyidagini olamiz:

$$M = \frac{M_1 M_2}{\omega_1 M_2 + \omega_2 M_1}, \qquad (1)$$

Protiy va deyteriyning molyar massalari ularning nisbiy atom massalariga proporsional bo'lganligidan (1) tenglikni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$A = \frac{A_r A_r}{\omega_1 A_r + \omega_2 A_r}, \quad (2)$$

bu yerda A_r va A_r - mos ravishda protiy va deyteriylarning nisbiy atom massalari.

Barcha tarkibiy qismlarning massa ulushlari yig'indisi birga teng bo'lishi kerakligini ta'kidlaymiz, ya'ni

$$\omega_1 + \omega_2 = 1. \quad (3)$$

(2) va (3) tenglikларni birgalikda yechib, quyidagilarni topamiz:

$$\omega_1 = \frac{A_r A_r - A_r A}{A_r (A_r - A_r)}, \quad \omega_2 = \frac{A_r A_r - A_r A_r}{A_r (A_r - A_r)}. \quad (4)$$

21-jadvaldan A_r =1,00783; A_r =2,01410 larni olamiz. Kattaliklarning son qiymatlarini (4) va (5) formulalarga qo'yib, qyidagi natijani olamiz:

$$\omega_1 = 0,796 \text{ va } \omega_2 = 0,204.$$

2-masala. Vismut $^{209}_{83}$Bi va alyuminiy $^{27}_{13}$Al yadrolari kesimlarining nisbati aniqlansin.

Yechish. Yadroni r radiusli shar sifatida qaraymiz. U holda uning ko'ndalang kesim yuzasi, ya'ni yadro kesimi:

$$\sigma = \pi r^2,$$

formulaga binoan topilishi mumkin. Yadroning radiusi yadrodagi nuklonlar soni (massa soni A) ga bog'liq va

$$r = r_0 A^{1/3}$$

munosabat orqali aniqlanadi, bu yerda r_0 - amalda barcha yadrolar uchun bir xil bo'lgan proporsionallik koeffitsiyenti. U holda:

$$\sigma = \pi r_0^2 A^{2/3}.$$

Bu ifodadan foydalanib massa sonlari A_1 va A_2 bo'lgan vismut va alyuminiy yadrolarining kesimlari σ_1 va σ_2 larni topamiz:

$$\sigma_1 = \pi r_0^2 A_1^{2/3} \text{ va } \sigma_2 = \pi r_0^2 A_2^{2/3}.$$

σ_1 ni σ_2 ga bo'lib kesimlarning nisbatini topamiz:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{2/3}.$$

Son qiymatlarni (A_2=209 va A_1=27) qo'yib, quyidagi natijani olamiz:

$$\sigma_1 / \sigma_2 = 3,91.$$

3 - masala. Neptuniy yadrosi $^{234}_{93}$Np atomning K-qobig'idagi elektronni tutib oldi (K-qamrash) va α-zarrani chiqardi. Bu o'zgarishlar natijasida qaysi elementning yadrosi hosil bo'ladi?

Yechish. Atomning yadroga eng yaqin bo'lgan elektron qobig'idan (K - qobiq) K-qamrashda elektron yadro tomonidan tutiladi. Buning natijasida yadrodagi proton neytronga aylanadi[3]. Yadrodagi nuklonlarning umumiy soni o'zgarmaydi, zaryad soni esa birtaga kamayadi. Shuning uchun oraliq yadro 93-1=92 zaryad soniga ega bo'ladi; massa soni esa oldingidek 234 bo'lib qolaveradi. D.I.Mendeleyev jadvalidan oraliq yadro uranning $^{234}_{92}$U izotopi ekanligini aniqlaymiz.

Oraliq yadro α-zarrani chiqaradi. α-zarra (geliy $^4_2$He izotopining yadrosi) ikkita proton va ikkita neytrondan iborat bo'lganligidan, oraliq $^{234}_{92}$U yadro α - zarra chiqarishi natijasida zaryad sonini ikki birlikka va massa sonini to'rt birlikka kamaytiradi. Shunday qilib oxirgi yadro Z=90 va A=230 ga ega bo'lib u toriyning $^{230}_{90}$Th izotopidir.

Savollar va masalalar

Yadroning massasi

40.1. Avogadro doimiysi N_A ni bilgan holda neytral uglerod atomi ^{12}C ning massasi m_1 va uglerod massa birligiga mos keluvchi massa m aniqlansin.

40.2. Massa soni yadroning nisbiy massasidan nimasi bilan farq qiladi?

40.3. Xlor nisbiy atom massalari A_{r1} = 34,469 va A_{r2} = 36,966 bo'lgan ikkita izotop aralashmasidan iborat. Agar birinchi va ikkinchi izotoplarning massa ulushlari ω_1 va ω_2 lar mos ravishda 0,754 va 0,246 ga teng bo'lsa, xlorning nisbiy atom massasi A_r hisoblansin.

40.4. Bor nisbiy atom massalari A_{r1}=10,013 va A_{r2}=11,009 bo'lgan ikkita izotop aralashmasidan iborat. Tabiiy bor tarkibidagi birinchi va ikkita izotop aralashmasidan iborat. Tabiiy bor tarkibidagi birinchi va

[3] K - qamrashda yadrodan neytrino chiqib ketadi, biroq bu masalani yechishda u ahamiyatga ega emas.

ikkinchi izotoplarning massa ulushlari ω_1 va ω_2 aniqlansin. Borning nisbiy atom massasi $A_r = 10{,}811$.

40.5. Plutoniy neytral atomi massasining qanday qismini uning elektron qatlami tashkil etadi?

40.6. Agar neytral litiy atomining massasi 7,01601 *m.a.b* ga teng bo'lsa, litiy yadrosining massasi aniqlansin.

Yadroning tarkibi. Yadroning o'lchamlari

40.7. Ushbu: 1) $^{3}_{2}$He; 2); $^{10}_{5}$B;3) $^{23}_{11}$Na; 4) $^{54}_{26}$Fe; 5) $^{104}_{47}$Ag;6) $^{235}_{92}$U yadrolar tarkibida nechtadan nuklon, proton, neytronlar borligi ko'rsatilsin.

40.8. Vodorod izotoplari yadrolarining ramziy belgilarini yozing va ularning nomlarini ayting.

40.9. Massa soni A=3 bo'lgan nechta izobar mavjudligi ko'rsatilsin. Yadrolarning ramziy belgilarini yozing.

40.10. Qaysi izotoplarda ikkita neytron bor? (Yadrolarning ramziy belgisi yozilsin.)

40.11. $^{3}_{2}$He, $^{7}_{4}$Be, $^{15}_{8}$O yadrolarida protonlar neytronlar bilan, neytronlar esa protonlar bilan almashtirilganda hosil bo'ladigan ko'zgu yadrolarining atom raqami, massa soni va kimyoviy ramziy belgisi aniqlansin. Hosil bo'lgan yadrolarning ramziy yozuvi keltirilsin.

40.12. Quyidagi yadrolarning diametrlari aniqlansin:

1) $^{6}_{3}$Li; 2) $^{24}_{13}$Al; 3) $^{64}_{29}$Cu; 4) $^{125}_{50}$Sn; 5) $^{210}_{84}$Po

40.13. Yadrodagi nuklonlarining konsentratsiyasi aniqlansin.

40.14. Kobalt atomi hajmining qancha qismini uning yadrosi hajmi tashkil qilishi baholansin. Kobaltning zichligi $\rho = 4{,}5 \cdot 10^{3}\ \text{kg/m}^3$.

40.15. Barcha yadrolar uchun yadro moddasining o'rtacha zichligi $\langle\rho\rangle$ bir xil ekanligi ko'rsatilsin. Uning qiymati (kattalik tartibi bo'yicha) baholansin.

40.16. Ko'pchilik yengil yadrolar uchun o'rinli bo'lgan $Z = A/2$ munosabatdan foydalanib yadro zaryadning o'rtacha hajmiy zichligi aniqlansin.

40.17. Ikkita $^{10}_{5}$B yadrosi yadro diametriga teng bo'lgan masofagacha yaqinlashtirildi. Massasi va zaryadi yadro hajmi bo'yicha tekis taqsimlangan deb hisoblab, o'zaro tortishish kuchi F_1. Kulon itarishish kuchi F_2 va bu kuchlarning nisbati (F_1/F_2) aniqlansin.

Yadroning spini va magnit momenti

40.18. Nuklon spinining qiymati qanday ($\hbar$ birliklarida)?

40.19. Yadroning spini deb nimaga aytiladi? U nimalardan tashkil topgan?

40.20. Yadroning spini qanday qiymatlarni qabul qilishi mumkin ($\hbar$ birliklarida)?

40.21. Quyidagi yadrolar spinining nazariy jihatdan qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari qanday ($\hbar$ birliklarida):

1) $^{2}_{1}$H; 2) $^{3}_{1}$H; 3) $^{3}_{2}$He; 4) $^{4}_{2}$He?

40.22. Quyidagi yadrolarning spini qanday qiymatlarni qabul qilishi mumkin ($\hbar$ birliklarida): 1) juft-juft; 2) juft-toq; 3) toq-juft; 4) toq-toq?

40.23. Yadroning dastlabki modelida yadro proton va elektronlardan tashkil topgan deb faraz qilingan. Masalan, $^{14}_{7}$N azot yadrosi uchun bu faraz o'rinli emasligi ko'rsatilsin (azot halokati). Azot yadrosining spini $\hbar$, protonniki $1/2\hbar$ va elektronniki $1/2\hbar$ ga teng.

40.24. Asosiy holatdagi deytronning spini $\hbar$ ga teng. Protonning spin kvant soni 1/2 ga tengligini bilgan holda neytron spinining nazariy jihatdan mumkin bo'lgan qiymatlari aniqlansin.

40.25. Yadro magnetoni nima va u qanday ifodalanadi?

40.26. Yadro magnetoni va Bor magnetoni orasidagi munosabat qanday?

40.27. Yadroning magnit momenti qanday ifodalanadi?

40.28. Spektral chiziqlarning o'ta nozik yoyilishiga sabab nima? O'ta nozik yoyilishning nozik yoyilishidan farqi nimada?

Yadro modellari

40.29. Yadro tomchi modelining mohiyati nimada?

40.30. Yadroning tomchi modeli qanday hodisalarni tushuntirib bera oladi?

40.31. Yadro qobiq modelining mohiyati nimada?

40.32. Yadroning qobiq modeli qanday hodisalarni tushuntirib bera oladi?

40.33. Elektronlar yadroda bo'lishi mumkinmi? Javob asoslab berilsin.

40.34. Qanday yadrolar "sehrli" deyiladi? Qandaylari ikki karra "sehrli" deyiladi?

Yadro kuchlari

40.35. Yadro kuchlari o'zaro ta'sirning qaysi turiga kiradi?

40.36. Yadro kuchlarining qisqa ta'sir etuvchanlik tabiati nimada namoyon bo'ladi?

40.37. Zaryad mustaqilligi nima?

40.38. Yadro kuchlarining nomarkaziy tabiati nimada namoyon bo'ladi?

40.39. Yadro kuchlarining to'yinish xususiyati nimani bildiradi?

40.40. Virtual zarralar deb nimalarga aytiladi va ular yadro kuchlarini tushuntirishda qanday rol o'ynaydi?

Yadrolarning o'zgarishi

40.41 $^{226}_{88}$Ra radiy yadrosi α - zarra chiqardi (geliy atomining $^{4}_{2}$He yadrosi). Yangi hosil bo'lgan yadroning massa soni A va zaryad soni Z topilsin. D.I.Mendeleyev davriy jadvalidan bu yadro qaysi elementga mos kelishi aniqlansin.

40.42. Azot $^{14}_{7}$N yadrosi α - zarrani tutib oldi va proton chiqardi. Bu jarayon natijasida hosil bo'lgan yadroning massa soni A va zaryad soni Z aniqtansin. Bu yadro qaysi elementga mos kelishi ko'rsatilsin.

40.43. Rux yadrosi $^{65}_{30}$Zn atomning K- qobig'idagi elektronni tutib oldi (K-qamrash). Rux yadrosi qaysi elementning yadrosiga aylanganligi ko'rsatilsin (elementning kimyoviy ramziy belgisi, massa va zaryad soni yozilsin)

40.44. $^{7}_{4}$Be berilliy yadrosi atomning K - qobig'idan elektronni tutib oldi. K - tutilish natijasida qanday yadro hosil bo'ladi?

40.45. Uglerod izotopi yadrosidagi neytronlardan biri protonga aylandi (β-yemirilish). Bunday aylanish natijasida qanday yadro hosil bo'ldi?

40.46. Ikkita geliy ($^{4}_{2}$He) yadrosi bitta yadroga birlashdi va bunda proton chiqarildi. Bunday o'zgarish natijasida qaysi elementning yadrosi hosil bo'lishi ko'rsatilsin (yadroning ramziy belgisi keltirilsin).

40.47. Kremniy $^{27}_{14}$Si izotopi yadrosidagi protonlardan biri neytronga aylandi (β^{+}-yemirilish). Bunday aylanish natijasida qanday yadro hosil bo'ldi?

40.48. $^{62}_{30}$Zn rux yadrosi K-qobiqdan elektronni tutib oldi va bir oz vaqtdan keyin pozitron chiqardi. Bunday aylanishlar natijasida qanday yadro hosil bo'ldi?

40.49. Plutoniy yadrosi $^{239}_{94}$Pu ketma-ket olti marta α - yemirilishga duchor bo'ldi. Oraliq yadrolari va oxirgi yadroning kimyoviy ramziy belgisi, massa va zaryad sonlarini ko'rsatgan holda yadroviy o'zgarishlar zanjiri yozilsin.

40.50. Tinch holatdagi $^{220}_{86}$Rn radon yadrosi $\vartheta = 16$ Mm/s tezlik bilan α - zarra chiqardi. Radon yadrosi qanday yadroga aylandi? Tepki natijasida u qanday ϑ_1 tezlik oldi?

41-§. RADIOAKTIVLIK

Asosiy formulalar

• Radioaktiv yemirilishning asosiy qonuni

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

bu yerda N–vaqtning t momentida yemirilmagan atomlar soni; N_0 – boshlang'ich deb qabul qilingan moment $t=0$ da yemirilmagan atomlar soni; e – natural logarifmning asosi; λ – radioaktiv yemirilish doimiysi.

• Yarim yemirilish davri $T_{1/2}$ – yemirilmagan atomlar soni ikki marta kamayadigan vaqt oralig'i. Yarim yemirilish davri yemirilish doimiysi bilan quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

• t- vaqtda yemirilgan atomlar soni:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Agar vaqt oralig'i $\Delta t \ll \Delta T_{1/2}$ bo'lsa, unda yemirilgan atomlar sonini aniqlash uchun

$$\Delta N \approx \lambda N \Delta t$$

taqribiy formulani qo'llash mumkin.

Radioaktiv yadroning o'rtacha yashash vaqti τ – yemirilmagan yadrolar soni e marta kamayadigan vaqt oralig'idir:

$$\tau = 1/\lambda.$$

• Radioaktiv izotopdagi atomlar soni:

$$N = \frac{m}{M} N_A,$$

bu yerda m izotopning massasi; M – uning molyar massasi; N_A – Avogadro doimiysi.

• Radioaktiv manbadagi nuklidning aktivligi A (izotopning aktivligi) dt vaqt oralig'ida izotopda yemirilgan yadrolar soni dN ning shu yemirilish ro'y bergan vaqt dt ga nisbatiga teng bo'lgan kattalikdir. Aktivlik quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

yoki N ni radioaktiv yemirilishning asosiy qonuni asosida almashtirgandan keyin

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Boshlang'ich moment ($t=0$) da izotopning aktivligi:

$$A_0 = \lambda N_0.$$

Izotopning aktivligi vaqt o'tishi bilan yemirilmagan yadrolar sonining o'zgarish qonuniga muvofiq o'zgaradi:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

• Radioaktiv manbaning massaviy aktivligi a uning aktivligi A ning shu manbaning massasi m ga nisbatiga teng bo'lgan kattalikdir, ya'ni

$$a = \frac{A}{m}.$$

• Agar biri boshqasidan hosil bo'ladigan radioaktiv izotoplar qatorining aralashmasi ko'riladigan bo'lsa va agar qatorning birinchi hadining yemirilish doimiysi λ qatorning boshqa qolgan hadlarining doimiylaridan ko'p marta kichik bo'lsa, u holda aralashmada qatorning barcha hadlarining aktivligi o'zaro teng bo'lgan radioaktiv muvozanat holati vujudga keladi:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \ldots = \lambda_i N_i.$$

Masalalar yechishga doir namunalar

1 – masala. Massasi $m = 0,2$ μkg bo'lgan radioaktiv magniy ^{27}Mg ning boshlang'ich aktivligi A_0 hamda $t = 1$ soat o'tgandan keyingi aktivligi A aniqlansin. Izotopning barcha atomlari radioaktiv deb faraz qilinadi.

Yechish: Izotopning dastlabki aktivligi

$$A_0 = \lambda N_0 \qquad (1)$$

bu yerda λ – radioaktiv yemirilish doimiysi; N_0 – boshlang'ich vaqt momentida ($t=0$) izotopdagi atomlar soni.

Agar $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, $N_0 = \frac{m}{M} N_A$ ekanligini hisobga olsak (1) formula:

$$A_0 = \frac{m \cdot N_A}{M \cdot T_{1/2}} \ln 2. \qquad (2)$$

ko'rinishni oladi. Bu formulaga kiruvchi kattaliklarni SI da ifodalaymiz va hisoblaymiz:

$$A_0 = 5,15 \cdot 10^{12}\,\text{Bk} = 5,15\ \text{TBk}.$$

Izotopning aktivligi vaqt o'tishi bilan

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \qquad (3)$$

qonun bo'yicha o'zgaradi.

(3) formuladagi yemirilish doimiysi λ ni uning ifodasi bilan almashtirib quyidagini olamiz

$$A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = A_0 \left(e^{\ln 2}\right)^{-t/T_{1/2}}.$$

$e^{\ln 2} = 2$ ekanligidan,

$$A = A_0 / 2^{t/T_{1/2}},$$

ga ega bo'lamiz.

Son qiymatlarni qo'yib, hisoblasak:

$$A_0 = 8,05 \cdot 10^{10}\,\text{Bk} = 80,5\ \text{GBk}.$$

2 masala. Qisqa yashovchi radioaktiv izotopning yarim yemirilish davri $T_{1/2}$ ni aniqlashda impulslar sanagichidan foydalanilgan. $\Delta t = 1$ min vaqt mobaynida kuzatish boshlanishida ($t = 0$) $\Delta n_1 = 250$ ta impuls, $t = 1$ soat vaqt o'tgandan so'ng oxirgi minutda esa $\Delta n_2 = 92$ ta impuls sanalgan. Radioaktiv yemirilish doimiysi λ va izotopning yarim yemirilish davri $T_{1/2}$ aniqlansin.

Yechish: Δt vaqt davomida sanagich qayd qilgan Δn impulslar soni yemirilgan atomlar soni ΔN ga proporsional. Shunday qilib, birinchi o'lchashda:

$$\Delta n_1 = \Delta N_1 = k N_1 \left(1 - e^{-\lambda \Delta t}\right), \qquad (1)$$

bu yerda N_1 radioaktiv atomlarning sanoq boshlanishidan oldingi soni; k – proporsionallik koeffitsiyenti (shu asbobning va asbobning radioaktiv izotopga nishatan joylashishining doimiysi). Qayta o'lchashda asboblarning joylashuvi oldingidek qoladi deb faraz qilinadi:

$$\Delta n_2 = \Delta N_2 = k N_2 \left(1 - e^{-\lambda \Delta t}\right). \qquad (2)$$

bu yerda N_2 ikkinchi o'lchash boshlanishidan oldin radioaktiv atomlar soni.

(1) munosabatni (2) ifodaga bo'lib va masalaning shartiga ko'ra har ikkala holda ham Δt (bir xilligini, shuningdek N_1 va N_2 lar o'zaro $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$ munosabat orqali bog'langanligini e'tiborga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = e^{\lambda t}. \qquad (3)$$

bu yerda t – birinchi o'lchashdan ikkinchisigacha o'tgan vaqt. λ ni hisoblash uchun (3) ifodani logarifmlash kerak:

$$\ln\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = \lambda t,$$

bundan

$$\lambda = \frac{1}{t}\ln\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}.$$

Son qiymatlarni qo'yib radioaktiv yemirilish doimiysini, so'ngra esa yarim yemirilish davrini olamiz:

$$\lambda = \frac{1}{1}\ln\frac{250}{92}\text{ soat}^{-1} = 1\text{ soat}^{-1};$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}93}{1}\text{ soat} = 0{,}693\text{ soat} = 41{,}5\text{ min}.$$

Masalalar

Radioaktiv yemirilish qonuni

41.1. Radioaktiv yod ^{131}I izotopi tarkibidagi atomning dastlabki sekundlarda parchalanish ehtimoli W qanday?

41.2. Radiyning $^{231}_{88}$Ra va $^{226}_{88}$Ra izotoplarning yemirilish doimiysi λ aniqlansin.

41.3. ^{87}Rb rubidiyning yemirilish doimiysi $\lambda = 0{,}00077\ \text{s}^{-1}$. Uning yarim yemirilish davri $T_{1/2}$ aniqlansin.

41.4. Bir yilda toriy ^{234}Th radioaktiv izotopi atomlari boshlang'ich sonining qancha qismi parchalanadi?

41.5. 5 sutkadan keyin radioaktiv aktiniy ^{225}Ac atomlari boshlang'ich sonining qancha qismi qoladi? 15 sutkadan keyinchi?

41.6. Bir yil davomida radioaktiv izotopning boshlang'ich miqdori uch marta kamaydi. Ikki yil davomida u necha marta kamayadi?

41.7. Agar radioaktiv izotopning yarim yemirilish davri $T_{1/2} = 24$ soat bo'lsa, uning boshlang'ich miqdorining 1/4 qismi qancha t vaqtda yemiriladi?

41.8. $t = 8$ sutka davomida radioaktiv izotop boshlang'ich yadrolari miqdorining $R = 3/4$ qismi yemiriladi. Yarim yemirilish davri $T_{1/2}$ aniqlansin.

41.9. Radioaktiv poloniy ^{210}Po ning yemirilishida $t = 1$ soat davomida normal sharoitda $V = 89{,}5\ \text{cm}^3$ hajmni egallagan geliy ^{4}He hosil bo'ldi. Poloniyning yarim yemirilish davri $T_{1/2}$ aniqlansin.

41.10. Radioaktiv nuklidning yarim yemirilish davri $T_{1/2} = 1$ soat. Bu nuklidning o'rtacha yashash vaqti τ aniqlansin.

41.11. Nuklidning o'rtacha yashash vaqti τ ga teng bo'lgan vaqtda radioaktiv nuklid boshlang'ich miqdorining qancha qismi yemiriladi?

Aktivlik. Radioaktiv muvozanat

41.12. Agar radioaktiv izotopning aktivligi A=0,1 MBk bo'lsa, 10 soat vaqtda parchalanadigan atomlar soni N aniqlansin. Ko'rsatilgan vaqt davomida aktivlik doimiy deb hisoblansin.

41.13. Moddaning aktivligi $k = 250$ marta kamaydi. O'tgan vaqt oralig'i t nechta yarim yemirilish davri $T_{1/2}$ ga teng?

41.14. $t = 1$ sutkada izotopning aktivligi $A_1 = 118$ GBk dan $A_2 = 7{,}4$ GBk gacha kamaydi. Bu nuklidning yarim yemirilish davri $T_{1/2}$ aniqlansin.

41.15. $t = 30$ sutkada ^{192}Ir iridiy izotopining aktivligi A necha foizga kamayadi?

41.16. Qanday t vaqt oralig'ida ^{90}Sr stronsiy izotopining aktivligi A: a) $k_1 = 10$ marta, b) $k_2 = 100$ marta kamayishi aniqlansin.

41.17. Kumush radioaktiv izotopining yaqinigu o'rnatilgan Geyger sanagichi β–zarralar oqimini qayd etadi. Birinchi o'lchashda zarralar oqimi $N_1 = 87\ \text{s}^{-1}$ bo'lgan. $t = 1$ sutka vaqt o'tgandan keyin esa $N_2 = 22\ \text{s}^{-1}$ bo'ldi. Izotopning yarim yemirilish davri $T_{1/2}$ aniqlansin.

41.18. Massasi $m = 1$ mg bo'lgan ^{32}P fosforning aktivligi A aniqlansin.

41.19. Kobalt ^{60}Co ning solishtirma aktivligi a hisoblansin.

41.20. ^{90}Sr stronsiyning massa aktivligi a_1, ning radiy ^{226}Ra ning massaviy aktivligi a_2, ga nisbatt topilsin.

41.21. β-aktivligi $m_2 = 1$ mg massali ^{90}Sr stronsiyning aktivligiga teng bo'lgan ^{238}U uranning massasi m_1 topilsin.

41.22. Massasi $m = 1$ g bo'lgan ^{226}Ra radiy bilan radioaktiv muvozanatda bo'lgan ^{222}Rn radonning massasi m_2 aniqlansin.

41.23. ^{235}U uran eng ko'p tarqalgan uran izotopi ^{239}U yemirilishining mahsulidir. Agar tabiiy ^{238}U uran tarkibida ^{235}U uranning massa ulushi $\omega = 6 \cdot 10^{-3}$ bo'lsa, ^{238}U uranning yarim yashash davri $T_{1/2}$ aniqlansin.

41.24. $^{22}_{11}Na$ radioaktiv izotop $\varepsilon = 1,28$ MeV energiyali γ kvant chiqaradi. Massasi $m = 5$ g bo'lgan natriy izotopining $t = 5$ min vaqt ichida chiqaradigan gamma nurlarning quvvati P va energiyasi W aniqlansin. Har bir yemirilishda ko'rsatilgan energiyali bitta γ foton nurlanadi deb hisoblansin.

41.25. Nuqtaviy izotrop radioaktiv manba $r = 1$ m masofada intensivligi $I = 1,6$ mW/m^2 bo'lgan gamma-nurlanish hosil qiladi. Har bir yemirilishda yadro $\varepsilon = 1,33$ MeV energiyali bitta γ foton chiqaradi deb hisoblab, manbaning aktivligi A aniqlansin.

41.26. Aktivligi $A = 148$ GBk bo'lgan nuqtaviy izotrop radioaktiv manbadan $r = 5$ cm masofada gamma-nurlanishning intensivligi I aniqlansin. Har bir yemirilishda har biri $\varepsilon = 0,51$ MeV energiyali o'rtacha $n = 1,8$ γ-foton chiqariladi deb hisoblansin.

42-§. IONLANTIRUVCHI NURLANISHLARNING DOZIMETRIYA ELEMENTLARI

Asosiy formulalar

Monoenergetik γ–nurlar ingichka dastasining yutuvchi modda orqali o'tishda so'nish qonuni:

a) ionlantiruvchi zarralar yoki fotonlar oqimi zichligining susayishi:

$$J = J_0 \exp(-\mu x),$$

bu yerda J_0 – modda sirtiga tushayotgan zarralar oqimining zichligi; J–zarralar oqimining x qalinlikdagi modda qatlamdan o'tgandan keyingi zichligi; μ – susayishning chiziqli koeffitsiyenti (42.1-rasm).

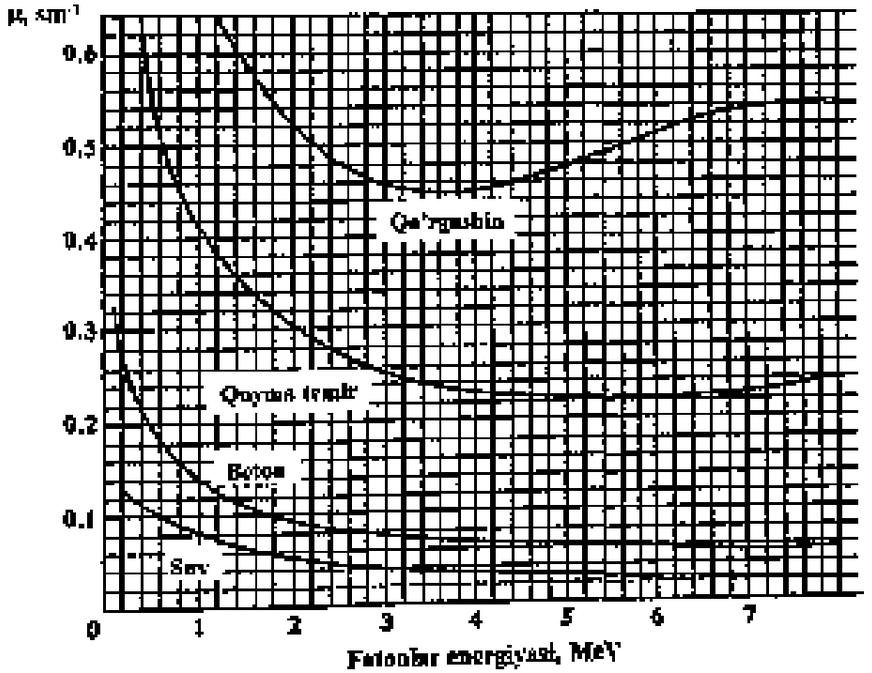
b) nurlanish intensivligining susayishi:

$$I = I_0 \exp(-\mu x),$$

bu yerda I–γ nurlanishning moddaning x chuqurligidagi intensivligi; I_0– modda sirtiga tushayotgan γ – nurlanishning intensivligi.

• Yarim susaytirish qatlami deb undan o'tuvchi γ – nurlanishning intensivligi ikki marta kamayadigan, qalinligi $x_{1/2}$ bo'lgan qatlamga aytiladi:

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0,693}{\mu}.$$



42.1-rasm

• Nurlanish dozasi (yutilgan nurlanish dozasi):

$$D = \Delta W / \Delta m,$$

bu yerda ΔW–nurlantirilayotgan modda elementiga berilgan ionlantiruvchi nurlanish energiyasi; Δm – shu elementning massasi.

Nurlanish dozasi greylarda o'lchanadi (1 Gr=1 J/kg).

Nurlanish dozasining quvvati (yutilgan nurlanish dozasining quvvati):

$$D = \Delta D / \Delta t,$$

bu yerda Δt – nurlantiriluvchi elementning ΔD – nurlanish dozasini yutib turish vaqti. Nurlanish dozasining quvvati grey taqsim sekundlarda o'lchanadi (Gr/s).

• Foton nurlanishining ekspozitsion dozasi (gamma va rentgen nurlanishining ekspozitsion dozasi) deb elektronlarning ionlantiruvchi imkoniyatlaridan to'la foydalanilganda elektronlar hosil qiladigan, nurlantirilgan havoda bo'shalgan bir xil zaryadli barcha ionlar elektr zaryadlar yig'indisi ΔQ ning shu havo massasi Δm ga nisbatiga aytiladi:

$$X = \Delta Q / \Delta m .$$

Ekspozitsion dozaning birligi – Kulon taqsim kilogramm (C/kg).

• Foton nurlanishi ekspozitsion dozasining quvvati $\dot{X}$ deb foton nurlanishi ekspozitsion dozasi ΔX ning shu doza olingan vaqt oralig'i Δt ga nisbatiga teng kattalikka aytiladi, ya'ni

$$\dot{X} = \Delta X / \Delta t .$$

Ekspozitsion dozaning quvvati amper taqsim kilogrammlarda ifodalanadi (A/kg).

• x qalinlikdagi himoya qatlami bilan to'silgan obyektga tushayotgan rentgen va γ – nurlanishning ekspozitsion dozasi

$$X = X_0 e^{-\mu x},$$

bu yerda X_0 – himoya qatlami bo'lmagan holdagi ekspozitsion doza.

• Nuqtaviy manbadan R masofada havoda turgan obyektga t vaqt davomida tushayotgan γ – nurlanishning ekspozitsion dozasi.

$$X = \dot{X} t / R^2 ,$$

bu yerda $\dot{X}$ – bir birlikka teng masofadagi ekspozitsion dozaning quvvati. γ – nurlanishning havoda yutilishini hisobga olmaymiz.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Agar susayishning chiziqli koeffitsiyenti $\mu = 0{,}047\ \text{cm}^{-1}$ bo'lsa, suv uchun γ – nurlar parallel dastasining yarim susaytirish qatlamining qalinligi $x_{1/2}$ hisoblansin.

Yechish. γ – nurlanishning modda qatlami orqali o'tishidagi yutilishi uchta omil: fotoeffekt, Kompton hodisasi va juftlik (elektron-pozitron) hosil bo'lishi hisobiga ro'y beradi. Bu uchta omilning ta'siri natijasida γ – nurlanishning intensivligi qatlamning qalinligiga bog'liq holda eksponensial ravishda kamayadi.

$$I = I_0 e^{-\mu x} . \qquad (1)$$

γ–nurlanishining dastasi qalinligi yarim susaytirish qatlamining qalinligi $x_{1/2}$ ga teng qatlamdan o'tib $I = I_0 / 2$ intensivlikka ega bo'ladi. I va x larning qiymatlarini (1) formulaga qo'yib, $I_0/2 = I_0 e^{-\mu x_{1/2}}$ ni olamiz yoki I_0 ga qisqartirgandan keyin:

$$\frac{1}{2} = \exp\left(-\mu x_{1/2}\right).$$

Oxirgi ifodani logarifmlab, qidirilayotgan yarim susaytirish qatlamning qalinligini olamiz:

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} . \qquad (2)$$

(2) formulaga μ va ln2 larning qiymatlarini qo'yib $x_{1/2}$ ni topamiz:

$$x_{1/2} = 14{,}7\,\text{cm} .$$

Shunday qilib, 14,7 cm suv qalinlikdagi qatlami γ- nurlanishning intensivligini ikki marta kamaytirar ekan.

2 - masala. Nuqtaviy radioaktiv manba ^{60}Co devorlarining qalinligi x=1 cm va tashqi radiusi $R = 20\,\text{cm}$ bo'lgan yumaloq qo'rg'oshin idishda saqlanadi. Agar γ–fotonlarning idishdan chiqishdagi oqimi zichligining mumkin bo'lgan qiymati $J_{mk} = 8 \cdot 10^6\,\text{s}^{-1}\text{m}^{-2}$ bo'lsa, idishda saqlanishi mumkin bo'lgan manbaning maksimal aktivligi A_{max} aniqlansin. ^{60}Co yadrosining har bir yemirilishida o'rtacha energiyasi $\langle \varepsilon \rangle = 1{,}25$ MeV ga teng bo'lgan n=2 ta dan γ–foton chiqariladi deb qabul qilinsin.

Yechish. Radioaktiv manbaning aktivligi A–fotonlarning nurlanish oqimi bilan $\Phi = A \cdot n$ munosabat orqali bog'langan, bunda n - bir yemirilish davrida chiqariladigan γ – fotonlar soni, bundan

$$A = \Phi / n . \qquad (1)$$

Bu formulaga kiruvchi oqim Φ ni, oqim zichligi orqali ifodalaymiz. Nuqtaviy nurlanish manbaidan R masofadagi oqimning zichligi

$$J_1 = \Phi / \left(4\pi R^2\right). \qquad (2)$$

Nurlanish idishning qo'rg'oshin devorlari orqali o'tgandan keyin oqim zichligi kamayadi va $J_2 = J_1 e^{-\mu x}$ munosabat orqali ifodalanadi. Bundan J_1 ni ifodalab va (2) formulaga qo'yib quyidagini topamiz

$$J_2 e^{\mu x} = \Phi / \left(4\pi R^2\right),$$

bundan

$$\Phi = 4\pi R^2 J_2 e^{\mu x} .$$

Φ ning ifodasini (1) ga qo'yib ushbuni olamiz:

$$A = \frac{4\pi R^2 J_m e^{\mu x}}{n} .$$

Agar olingan formulada $J_2 = J_{mk}$ deb qabul qilinsa, bu formula idishda saqlanishi mumkin bo'lgan manbaning maksimal aktivligini ifodalaydi:

$$A_{max} = \frac{4\pi R^2 J_{max} e^{\mu x}}{n}. \quad (3)$$

42.1-rasmdagi grafikdan $\varepsilon = 1.25$ MeV energiyali γ – fotonlar uchun susayishning chiziqli koeffitsiyenti $\mu = 0.64$ sm^{-1} ekanligini topamiz.

(3) formulaga kiruvchi kattaliklarni SI birliklarida ifodalaymiz va hisoblab, natijani olamiz:

$$A = 3.8 \text{ MBk}.$$

3 - masala. Kosmik nurlanishlar ekvatorda dengiz sathida $t_1 = 1$ soat vaqtda $V = 1$ cm^3 hajmli havoda o'rtacha N 24 ta ionlar juftini hosil qiladi. $t_2 = 1$ yil vaqtda odam oladigan ekspozitsion doza X aniqlansin.

Yechish. Odam oladigan ekspozitsion dozani

$$X = \dot{X} t_2 \quad (1)$$

formula bilan ifodalash mumkin, bunda $\dot{X}$ –ekspozitsion nurlanish dozasining quvvati.

Doza quvvati $\dot{X} = Q/(mt_1)$ bunda Q -nurlanishning m massali havoda t_1 vaqtda hosil qilgan bir xil ishorali ionlarining zaryadi. Havoning massasini havo zichligining uning hajmi V ga ko'paytmasi sifatida topish mumkin: $m = \rho V$. Bir xil ishorali barcha ionlarning zaryadini elementar zaryadni ionlar soniga ko'paytirib topamiz: $Q = eN$.

(1) formuladi X, m va Q larning ifodalarini hisobga olganda

$$X = \dot{X} t_2 = \frac{Q}{mt_1} t_2 = \frac{eNt_2}{\rho V t_1}, \quad (2)$$

ko'rinishni oladi.

(2) formulaga kiruvchi kattaliklarni SI birliklarida ifodalaymiz va natijani hisoblaymiz.

$$X = 9.41 \text{ μC/kg}.$$

Masalalar

Gamma–nurlanishlarning yutilishi[2]

42.1. γ-nurlanish ingichka dastasining intensivligi I ni $k = 100$ marta kamaytiradigan yarim susaytiruvchi qatlamlar soni N aniqlansin.

42.2. Fotonlarining energiyasi $\varepsilon = 0.6$ MeV bo'lgan γ - nurlanishning ingichka dastasini yarim susaytiruvchi beton qatlami qalinligi $x_{1/2}$ aniqlansin.

[2] 42.2-42.7-misolalarni yechishda 42.1-rasmda tasvirlangan grafikdan foydalanilsin.

42.3. Suvdan chiqayotgan dastaning I intensivligi $k = 1000$ marta kamaytirilishi uchun γ-nurlanish ingichka dastasi manbai (gamma fotonlarning energiyasi $\varepsilon = 1.6$ MeV) qanday chuqurlikda suv ostida joylashtirilishi kerak?

42.4. Qalinligi $x = 4$ sm bo'lgan qo'rg'oshin qatlamidan o'tgandan so'ng γ-nurlanish ingichka dastasining I intensivligi $k = 8$ marta kamaydi. Gamma fotonlarning energiyasi ε va yarim susayish qatlamining qalinligi $x_{1/2}$ aniqlansin.

42.5. γ-nurlanishining ingichka dastasi qo'rg'oshin orqali o'tadi. Gamma fotonlar energiyasi ε ning qanday qiymatlida yarim susaytirish qatlamining qalinligi $x_{1/2}$ maksimal bo'ladi? Qo'rg'oshin uchun yarim susaytirish qatlamining maksimal qalinligi x_{max} aniqlansin.

42.6. γ-nurlanishning ingichka dastasi (gamma-fotonlarning energiyasi $\varepsilon = 2.4$ MeV) qalinligi $x_1 = 1$ m bo'lgan beton taxta orqali o'tadi. γ-nurlanishning shu dastasi holida shunday susayishni berishi uchun cho'yandan yasalgan plitaning qalinligi x_2 qanday bo'lishi kerak?

42.7. Cho'yan plita γ-nurlanish ingichka dastasi (gamma-fotonlarning energiyasi $\varepsilon = 2.8$ MeV) intensivligi I ni $k = 10$ $k = 10$ marta kamaytiradi. Shunday qalinlikdagi qo'rg'oshin plita shu dasta intensivligini necha marta kamaytiradi?

Dozimetriya elementlari

42.8. $X = 258$ μC/kg ekspozitsion dozada normal sharoitdagi barcha havo molekulalarining qancha ω qismi rentgen nurlari tomonidan ionlashtiriladi?

42.9. Havo normal sharoitda γ-nurlanish bilan nurlantirilmoqda. $X = 258$ μC/kg ekspozitsion nurlanish dozasida $m = 5$ g massali havo tomonidan yutiladigan energiya W aniqlansin.

42.10. Kosmik nurlanishlar ta'sirida dengiz sathida, $\Delta t = 1$ min vaqt oralig'ida hajmi $V = 1$ cm^3 bo'lgan havoda o'rtacha $N = 120$ juft ion hosil bo'ladi. $t = 1$ sutka vaqt mobaynida odamga ta'sir qiladigan nurlanishning ekspozitsion dozasi X aniqlansin.

42.11. Cho'ntak dozimetri ionlantiruvchi kamerasining effektiv sig'diruvchanligi $V = 1$ cm^3, elektr sig'imi $C = 2$ pF. Kamera normal sharoitdagi havoni saqlaydi. Dozimetr $\varphi_1 = 150$ V potensialgacha

zaryadlangan edi. Nurlanish ta'sirida potensial $\varphi_2 = 110$ V gacha kamaydi. Nurlanishning ekspozitsion dozasi X aniqlansin.

42.12. Fotonlarining energiyasi $\varepsilon = 2$ MeV bo'lgan, uzoqlashtirilgan γ–nurlanish manbai hosil qiladigan ekspozitsion dozaning quvvati $\dot{X} = 0{,}86\ \mu$A/kg. Ekspozitsion doza quvvatining mumkin bo'lgan chegara qiymatini $\dot{X} = 0{,}86$ nA/kg gacha (42.1-rasmga qarang) kamaytira oladigan qo'rg'oshin to'siqning qalinligi x aniqlansin.

42.13. γ–nurlanish nuqtaviy manbaidan $l = 10$ cm masofada ekspozitsion dozaning quvvati $\dot{X} = 0{,}86\ \mu$A/kg. Manbadan qanday eng kichik l_{min} masofada $t = 6$ soat davom etadigan ish kunida nurlanishning ekspozitsion dozasining $\dot{X}$ mumkin bo'lgan chegara qiymati 5,16 μC/kg dan oshmaydi? γ- nurlanishning havoda yutilishi hisobga olinmasin.

42.14. Nuqtaviy manbadan $r_1 = 40$ cm masofada gamma nurlanish ekspozitsion dozasining quvvati $\dot{X} = 4{,}30\ \mu$A/kg. Agar ekspozitsion dozaning mumkin bo'lgan chegara qiymatini $X = 5{,}16\ \mu$C/kg deb qabul qilinsa, manbadan $r_2 = 6$ m masofada qancha t vaqt davomida turish mumkinligi aniqlansin. γ–nurlanishning havoda yutilishi hisobga olinmasin.

43-§ MASSA DEFEKTI VA ATOM YADROLARINING BOG'LANISH ENERGIYASI

Asosiy formulalar

• Relyativistik mexanikaga asosan o'zaro bog'langan zarralar turg'un sistemasining tinchlikdagi massasi m erkin holatda olingan shu zarralarning tinchlikdagi massalari yig'indisidan kichik. Bu farq:

$$\Delta m = \left(m_1 + m_2 + \ldots + m_n\right) - m. \qquad (1)$$

zarralar sistemasining *massa defekti* deb ataladi.

• Bog'lanish energiyasi zarralar sistemasining massa defektiga to'g'ri proporsional:

$$E_{bog'} = c^2 \Delta m,$$

bu yerda c–yorug'likni vakuumdagi tezligi ($c^2 = 8{,}987 \cdot 10^{16}$ m^{2}s^{-2} = $= 8{,}987 \cdot 10^{16}$ J/kg)

Agar energiya megaelektron–voltlarda, massa esa atom birliklarida ifodalanadigan bo'lsa, u holda

$$c^2 = 931{,}4\ \text{MeV/m.a.b.}$$

• Atom yadrosining massa defekti[35] Δm deb erkin proton va neytronlar massalari yig'indisi va ulardan hosil bo'lgan yadro massasi orasidagi farqqa aytiladi:

$$\Delta m = \left(Zm_p + Nm_n\right) - m_{yd},$$

bu yerda Z–zaryad soni (yadrodagi protonlar soni); m_p va m_n – mos ravishda proton va neytronlarning massasi; m_{yd} – yadroning massasi.

Agar

$$m_{yd} = m_a - Zm_e;\ m_p + m_e = m_{1H};\ N = \left(A - Z\right)$$

ekanligi hisobga olinsa, yadroning massa yetishmovchiligi formulasini:

$$\Delta m = Zm_{1H} + \left(A - Z\right)m_n - m_a,$$

ko'rinishda tasvirlash mumkin, bu yerda A – massa soni (yadrodagi nuklonlar soni).

• Solishtirma bog'lanish energiyasi (bitta nuklonga to'g'ri keluvchi bog'lanish energiyasi):

$$E_s = E_b / A.$$

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. $^{11}_{5}$B yadrosining massa yetishmovchiligi Δm va bog'lanish energiyasi E_b hisoblansin.

Yechish. Yadroning massa yetishmovchiligini:

$$\Delta m = Zm_{1H} + \left(A - Z\right)m_n - m_a, \qquad (1)$$

formula orqali aniqlaymiz.

Massa defektini hisoblashni sistemaga kirmaydigan birliklarda (m.a.b) bajaramiz. $^{11}_{5}$B yadrosi uchun $Z = 5$, $A = 11$. Vodorod ($^{1}_{1}$H) va bor ($^{11}_{5}$B) neytral atomlari va shuningdek neytronning (n) massalarini 21-jadvaldan topamiz.

Topilgan massalarni (1) ifodaga qo'yamiz va hisoblaymiz:

---

[35] "Massa defekti" atamasini ba'zan boshqa ma'noda ham qo'llashadi, ayrim massa defekti Δ deb berilgan elementning nisbiy massasi A_r va uning massa soni A orasidagi farqqa aytishadi: $\Delta = A_r - A$. Demak, massa defekti Δ nisbiy atom massaning butun sonli qiymatidan chetlanishini ko'rsatadi. Bu kattalik to'g'ridan-to'g'ri fizik ma'noga ega emas, lekin undan foydalanish ba'zi hollarda hisoblashni sezilarli darajada soddalashtiradi.

Mazkur qo'llanmada hamma joyda (1) umumiy formula bilan aniqlanuvchi Δm massa yetishmovchiligi (defekti) nazarda tutilndi.

$$\Delta m = \left[5 \cdot 1,00783 + (11-5) \cdot 1,00867 - 11,00931\right] \text{m.a.b.},$$

yoki

$$\Delta m = 0,08186 \text{ m.a.b.}$$

Yadroning bog'lanish energiyasi:

$$E_{bog'} = \Delta m \cdot c^2, \qquad (2)$$

munosabat orqali aniqlanadi. Yadroning bog'lanish energiyasini ham sistemaga kirmaydigan birliklarda (MeV) hisoblaymiz. Buning uchun massa yetishmovchiligini (2) ifodaga *m.a.b* da, proporsionallik koeffitsiyenti (c^2) ni MeV (m.a.b.) da qo'yamiz, ya'ni

$$E_{bog'} = 931,4 \cdot 0,08186 \text{ MeV} = 76,24 \text{ MeV},$$

olingan natijani uch xonagacha yaxlitlaymiz:

$$E_{bog'} = 76,24 \text{ MeV}.$$

2-masala. $^{7}_{3}$Li yadrosining solishtirma bog'lanish energiyasi aniqlansin.

Yechish. Solishtirma bog'lanish energiyasi yadroning bitta nukloniga to'g'ri keluvchi bog'lanish energiyasidir:

$$E_1 = E_{bog'} / A.$$

yoki

$$E_1 = \frac{c^2}{A}\left[Zm_{1_1} + (A-Z)m_n - m_x\right].$$

Bu formulaga kattaliklarning qiymatlarini qo'yamiz (21.22-jadvallarga q.) va hisoblaymiz:

$$E_1 = \frac{931,4}{7}\left[3 \cdot 1,00783 + (7-3) \cdot 1,00867 - 7,01601\right]\frac{\text{MeV}}{\text{nuklon}} = 5,61\frac{\text{MeV}}{\text{nuklon}}.$$

3-masala. $^{23}_{11}$Na yadrosidan neytronni ajratib olish uchun zarur bo'lgan energiya E aniqlansin.

Yechish: Neytron ajratib olingandan keyin yadrodagi nuklonlar soni A bitta kamayadi, protonlar soni Z esa o'zgarmay qoladi; ^{22}Na yadrosi hosil bo'ladi. ^{23}Na yadrosi ^{22}Na yadro erkin neytronni tutishi natijasida hosil bo'lgan turg'un sistema sifatida qarash mumkin. ^{23}Na yadrodan neytronni ajratib olish energiyasi neytronning ^{22}Na yadro bilan bog'lanish energiyasiga teng: $\left(E = E_{bog'}\right)$

Neytronning bog'lanish energiyasini sistemasining massa defekti orqali ifodalab, quyidagini olamiz

$$E = E_{bog'} = c^2 \cdot \Delta m = c^2\left(m_{^{22}\text{Na}} + m_n - M_{^{23}\text{Na}}\right).$$

Son qiymatlarni qo'yganda yadrolar massasini neytral atomlarning massalari bilan almashtiramiz. Chunki ^{23}Na va ^{22}Na atomlarning qobiqlaridan elektronlarning soni bir xil bo'lganligidan ^{23}Na va ^{22}Na atomlari massalarining farqi bunday almashtirish natijasida o'zgarmaydi

$$E = 931,4 \text{ MeV/m.a.b.} \cdot 0,01334 \text{ m.a.b.} = 12,42 \text{ MeV}.$$

Yaxlitlasak

$$E = 12,4 \text{ MeV}$$

Masalalar

43.1. $^{1}_{1}$H, $^{2}_{1}$H, $^{12}_{6}$C neytral atomlari va elektron massalarining ma'lum qiymatlaridan foydalanib protonning m_p, deytronning m_d, $^{12}_{6}$C yadrosining massalari aniqlansin.

43.2. Alfa-zarraning ($^{4}_{2}$He geliy yadrosi) massasi $m_\alpha = 4,00150$ m.a.b. Neytral geliy atomining massasi m_a aniqlansin.

43.3. Litiy izotopi $^{7}_{3}$Li neytral atomining m_a massasini bilgan holda (21-jadvalga qarang) bir zaryadli $\left(^{7}_{3}\text{Li}\right)^{+}$, ikki zaryadli $\left(^{7}_{3}\text{Li}\right)^{++}$ va uch zaryadli $\left(^{7}_{3}\text{Li}\right)^{+++}$ litiy ionlarining massalari m_1, m_2 va m_3 aniqlansin.

43.4. Og'ir vodorod atomi yadrosining massa defekti Δm va bog'lanish energiyasi $E_{bog'}$ aniqlansin.

43.5. Bitta proton va ikkita neytron atom yadrosiga birlashganda ajralib chiqadigan energiya $E_{bog'}$ aniqlansin.

43.6. $^{12}_{6}$C yadrosining solishtirma bog'lanish energiyasi aniqlansin.

43.7. Ikkita proton va bitta neytrondan tashkil topgan yadroning bog'lanish energiyasi $E_{bog'} = 7,72 \text{ MeV}$. Shunday yadroga ega bo'lgan neytral atomning massasi m_a aniqlansin.

43.8. Agar atom yadrosi uchta proton va ikkita neytrondan iborat va bu yadroning bog'lanish energiyasi $E_{bog'} = 26,3 \text{ MeV}$ bo'lsa, neytral atomning massasi m_a aniqlansin.

43.9. γ-foton ($\lambda = 0,47$ pm) yutgan atom yadrosi g'alayonlangan holatga o'tdi va turli tomonlarga uchib ketgan alohida nuklonlarga parchalandi.

Nuklonlarning yig'indi kinetik energiyasi $T = 0{,}4\,\text{MeV}$. Yadroning bog'lanish energiyasi $E_{bog'}$ aniqlansin.

43.10. $^{7}_{3}\text{Li}$ va $^{9}_{4}\text{Be}$ yadrolarini alohida nuklonlarga ajratish uchun qanday eng kam E energiya sarflanishi kerak? Nimaga bu energiya berilliy yadrosi uchun litiy yadrosinikiga qaraganda kam?

43.11. Protonlardan va neytronlardan massasi m 1 g bo'lgan geliy yadrosini hosil qilishda ajraladigan E energiya aniqlansin.

43.12. $^{14}_{7}\text{N}$ azot yadrosidan bitta protonni ajratib olish uchun qanday eng kam E energiya sarflash kerak?

43.13. $^{14}_{7}\text{N}$ azot yadrosidan bitta protonni chiqarib yuborish uchun zarur bo'lgan minimal energiya E topilsin.

43.14. $^{16}_{8}\text{O}$ kislorod yadrosining $E_{bog'}$ bog'lanish energiyasi 139,8MeV ga teng, $^{19}_{9}F$ ftor yadrosiniki 147,8 MeV. Ftor yadrosidan bitta protonni ajratib olish uchun qanday minimal energiya E sarflash lozimligi aniqlansin.

43.15. $^{4}_{2}\text{He}$ yadrosini ikkita teng bo'lakka ajratish uchun qanday eng kam bog'lanish energiyasi E sarflanishi kerak?

43.16. $^{12}_{6}C$ uglerod yadrosini uchta bir xil bo'lakka ajratish uchun zarur bo'lgan eng kam E energiya aniqlansin.

44-§. YADRO REAKSIYALARI

Asosiy formulalar

• Yadro reaksiyalarining ramziy yozuvi yoyiq, masala uchun ko'rinishda yoki qisqartirilgan:

$$^{9}_{4}\text{Be}+^{1}_{1}\text{H}\rightarrow ^{2}_{1}\text{H}+^{8}_{3}\text{Li};$$

yoki qisqacha

$$^{9}\text{Be}(p,\alpha)^{8}\text{Li},$$

ko'rinishda berilishi mumkin.

Qisqartirilgan yozuvda atomning tartib raqami yozilmaydi, chunki u atomning kimyoviy ramziy belgisi bilan aniqlanadi. Qavs ichida birinchi o'rinda bombardimonlovchi zarraning belgisi qo'yiladi, ikkinchi o'rinda esa tarkibiy yadrodan uchib chiqqan zarra va qavsdan tashqarida mahsuliy yadroning kimyoviy ramzi yoziladi.

Zarralarni belgilash uchun quyidagi ramzlar qabul qilingan: p – proton, n – neytron, d – deytron, t – triton, α – alfa zarra; γ – gamma foton.

• Saqlanish qonunlari:

a) nuklonlar soni uchun $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$;

b) zaryad uchun $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$;

c) to'liq relyativistik energiya uchun $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$;

d) impuls uchun $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$.

Agar reaksiya natijasida hosil bo'lgan yadrolar va zarralarning umumiy soni ikkitadan ko'p bo'lsa, unda yozuv mos ravishda to'ldiriladi.

• Yadro reaksiyasining energiyasi:

$$Q = c^2\left[(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)\right],$$

bu yerda m_1 va m_2 yadro-nishon va bombardimon qiluvchi zarralarning tinchlikdagi massalari; $m_3 + m_4$ -reaksiya mahsuli bo'lgan yadrolarning tinchlikdagi massalari yig'indisi.

Agar $m_1 + m_2 > m_3 + m_4$ bo'lsa, u holda energiya ajraladi, energetik samaradorlik musbat, reaksiya ekzotermik.

Agar $m_1 + m_2 < m_3 + m_4$ bo'lsa, u holda energiya yutiladi, energetik samaradorlik manfiy, reaksiya endotermik.

Yadro reaksiyasining energiyasi quyidagi ko'rinishda ham yozilishi mumkin:

$$Q = (T_3 + T_4) - (T_1 + T_2).$$

bu yerda T_1 va T_2 mos ravishda yadro-nishon va bombardimon qiluvchi zarraning kinetik energiyalari: T_3 va T_4 uchib chiqqan zarra va reaksiya mahsuli bo'lgan yadroning kinetik energiyalari.

Ekzotermik reaksiyada $T_3 + T_4 > T_1 + T_2$, endotermik reaksiyada $T_3 + T_4 < T_1 + T_2$.

Masalalar yechishga doir namunalar

1 - masala. Agar protonning kinetik energiyasi $T_p = 5{,}45\,\text{MeV}$, geliy yadrosiniki $T_\alpha = 4\,\text{MeV}$ va geliy yadrosi protonning harakat yo'nalishiga 90° burchak ostida uchib chiqqanligi ma'lum bo'lsa,

$$^{7}_{4}\text{Be}+^{1}_{1}\text{H}\rightarrow ^{4}_{2}\text{H}+^{4}_{3}\text{Li},$$

reaksiya energiyasi topilsin. $^{7}_{4}\text{Be}$ yadro-nishon tinch turibdi.

Yechish. Reaksiya energiyasi Q reaksiya mahsuli bo'lgan yadrolarning kinetik energiyalari yig'indisi va uchib kelayotgan yadro kinetik energiyasi orasidagi farqqa teng:

$$Q = T_{Li} + T_{He} - T_p. \qquad (1)$$

Bu ifodada litiyning kinetik energiyasi T_{Li} noma'lum. Uni aniqlash uchun impulsning saqlanish qonunidan foydalanamiz:

$$\vec{p}_p = \vec{p}_{He} + \vec{p}_{Li}. \qquad (2)$$

Masalaning shartiga ko'ra $\vec{p}_{Li}$ va $\vec{p}_{He}$ vektorlar o'zaro tik va demak $\vec{p}_p$ vektor bilan birgalikda to'g'ri burchakli uchburchak tashkil qiladilar. Shuning uchun

$$p_p^2 = p_{He}^2 + p_{Li}^2. \qquad (3)$$

Bu tenglikdagi yadrolarning impulslarini ularning kinetik energiyalari orqali ifodalaymiz. Masalaning shartiga ko'ra yadrolarning kinetik energiyalari, shu yadrolarning tinchlikdagi energiyalaridan yetarlicha kichikligidan (21-jadvalga qarang)

$$p^2 = 2mT, \qquad (4)$$

klassik formuladan foydalanish mumkin. (3) tenglamadagi yadrolar impulslari kvadratlarini ularning (4) ifodalari bilan almashtirib, qisqartirgandan keyin quyidagi ifodani olamiz:

$$m_p T_p = m_{He} T_{He} + m_{Li} T_{Li},$$

bundan

$$T_{Li} = \frac{m_p T_p + m_{He} T_{He}}{m_{Li}} = 3{,}58 \text{ MeV}.$$

Son qiymatlarni (1) formulaga qo'yib, ushbu qiymatni olamiz:

$$Q = T_{Li} + T_{He} - T_p = 2{,}13 \text{ MeV}.$$

2-masala. Oldingi masalada yadrolarning kinetik energiya va harakat yo'nalishlari noma'lum deb hisoblab, uni yeching.

Yechish: Relyativistik to'liq energiyaning saqlanish qonunini qo'llaymiz:

$$E_p + E_{He} = E_{Li} + E_{Li}. \qquad (1)$$

Yadroning relyavistik to'liq energiyasi tinchlikdagi energiya va kinetik energiyalarning yig'indisiga teng:

$$E = mc^2 + T. \qquad (2)$$

(2) formulada soddalik uchun tinchlikdagi massa m_0 bilan emas, balki m bilan belgilangan.

"Be yadro-nishon tinch turganligi sababli, (2) formulaga asosan (1) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$m_p c^2 + m_p c^2 + T = m_{Li} c^2 + T_{Li} + m_{He} c^2 + T_{He}. \qquad (3)$$

Reaksiya energiyasini aniqlaymiz:

$$Q = T_{Li} + T_{He} - T_p = c^2 \left[(m_{Li} - m_p) + (m_{He} - m_p) \right]. \qquad (4)$$

Son qiymatlarni qo'yib hisoblaganda yadrolar massasini neytral atomlarning massalari bilan almashtiramiz. Bunday almashtirish hisoblash natijasiga ta'sir qilmasligiga osongina ishonch hosil qilish mumkin. Haqiqatan ham, yadroning massasi m neytral atomning massasi m_a va elektronlar qobig'ini hosil qiluvchi elektronlar massasi Zm_e larning farqiga tengligidan:

$$Q = c^2 \left[(m_{Li} + 4m_e + m_H - m_e) - (m_{Li} - 2m_e + m_{He} - 3m_e) \right]. \qquad (5)$$

(5) tenglamani soddalashtirib quyidagini olamiz:

$$Q = c^2 \left[(m_{Li} + m_H) - (m_{Li} + m_{He}) \right]. \qquad (6)$$

Proporsionallik koeffitsiyenti c^2 ning (MeV/m.a.b) son qiymati va neytral atomlarning massalarini (m.a.b) qo'yib, 1-masalada olingan natija bilan mos keluvchi quyidagi qiymatni olamiz:

$$Q = 2{,}13 \text{ MeV}.$$

3 - masala: Magniyning radioaktiv yadrosi ^{21}Mg pozitron va neytrino chiqarib, Yadro β^+ yemirilishining energiyasi Q aniqlansin.

Yechish. Magniy yadrosi β^+ yemirilish reaksiyasini quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$^{21}_{12}Mg \to {}^{21}_{11}Na + {}^{0}_{1}e + {}^{0}_{0}\nu.$$

Magniy yadrosini tinch turibdi va neytrinoning tinchlikdagi massasi nolga teng deb hisoblab, energetik balans tenglamasini yozamiz. Relyativistik to'liq energiyaning saqlanish qonuniga asosan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$c^2 m_{Mg} = c^2 m_{Na} + T_{Na} + c^2 m_e + T_e + T_\nu.$$

Yemirilish energiyasi

$$Q = T_{Na} + T_e + T_\nu = c^2 \left(m_{Mg} - m_{Na} - m_e \right) \qquad (2)$$

Magniy va natriy yadrolari massalarini neytral atomlarning mos massalari orqali ifodalaymiz:

$$Q = c^2 \left[(m_{Mg} - 12m_e) - (M_{Na} - 11m_e) - m_e \right].$$

Elektron va pozitronning tinchlikdagi massalari bir xil bo'lganligi sababli, soddalashtirishlardan keyin ushbu ifodani olamiz:

$$Q = c^2\left(M_{Be} - M_{A,Z} - 2m_e\right).$$

Son qiymatlarini o'rniga qo'yib quyidagi natijani olamiz:

$$Q = 3.05\ \text{MeV}.$$

Masalalar

Yadro reaksiyalarida saqlanish qonunlari

44.1. ${}^{11}_{6}C + {}^{4}_{2}He \to {}^{17}_{8}O + X$ yadro reaksiyasining ramziy yozuvida X harfi bilan belgilangan zarraning tartib raqami Z va massa soni A aniqlansin.

44.2. Xuddi shu vazifa ${}^{27}_{13}Al + X \to {}^{1}_{1}H + {}^{27}_{12}Mg$ reaksiya uchun ham bajarilsin.

44.3. Quyidagi yadro reaksiyalarining energiyalari Q aniqlansin:

1) ${}^{9}_{4}Be + {}^{2}_{1}H \to {}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n$;

2) ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \to {}^{7}_{4}Be + {}^{1}_{0}n$;

3) ${}^{6}_{3}Li + {}^{2}_{1}H \to {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He$;

4) ${}^{40}_{20}Ca + {}^{1}_{1}H \to {}^{37}_{19}K + {}^{4}_{2}He$;

5) ${}^{7}_{3}Li + {}^{4}_{2}He \to {}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n$.

Ko'rsatilgan reaksiyalarning har birida energiya ajraladimi yoki yutiladimi?

44.4. Yadro reaksiyalarining energiyalari Q topilsin:

1) ${}^{1}H(p,\gamma){}^{2}He$; 2) ${}^{2}H(d,\gamma){}^{4}He$; 3) ${}^{2}H(n,\gamma){}^{3}H$; 4) ${}^{17}F(p,\alpha){}^{14}O$.

44.5. γ-fotonning deytron bilan to'qnashishida deytron ikkita nuklonga parchalanib ketishi mumkin. Yadro reaksiyasining tenglamasi yozilsin va shunday parchalanishni amalga oshira oladigan γ-fotonning minimal energiyasi aniqlansin.

44.6. Agar ${}^{9}Be$ yadrosi uchun $E_{bog'}$ bog'lanish energiyasi 58,16 MeV, ${}^{10}Be$ yadrosi uchun esa 64,98 MeV ga tengligi ma'lum bo'lsa, ${}^{9}Be(n,\gamma){}^{10}Be$ reaksiyasi energiyasi Q aniqlansin.

44.7. Agar ${}^{13}N$ yadrosi uchun E_b bog'lanish energiyasi 104,66 MeV, ${}^{13}C$ yadrosi uchun 105,29 MeV ga teng bo'lsa, ${}^{13}N(n,p){}^{13}C$ yadro reaksiyasi energiyasi Q topilsin.

44.8. Agar deytronning kinetik energiyasi $T_1 = 1.5$ MeV bo'lsa, ${}^{11}C(d,\alpha){}^{11}B$ reaksiya natijasida hosil bo'lgan yadrolar kinetik energiyalari yig'indisi aniqlansin. ${}^{11}C$ yadro-nishon tinch turibdi deb hisoblansin.

44.9. ${}^{9}Be(\alpha,n){}^{12}C$ yadro reaksiyasida $Q = 5,70$ MeV energiya ajraladi. Berilliy va geliy yadrolari kinetik energiyalarini hisobga olmay va ularning yig'indi impulslarini nolga teng deb hisoblab, reaksiya mahsulotlarining kinetik energiyalari T_1 va T_2 aniqlansin.

44.10. Deyteriy yadrolarining kinetik energiyalarini hisobga olmay va ularning yig'indi impulslarini nolga teng deb hisoblab,

$${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \to {}^{3}_{2}He + {}^{1}_{0}n$$

reaksiya mahsulotlarining kinetik energiyalari T_1 va T_2, hamda impulslari p_1 va p_2 aniqlansin.

44.11. ${}^{6}Li(d,p){}^{7}Li$ reaksiyada $Q = 5,028$ MeV energiya ajraladi. ${}^{6}Li$ ning massasi m aniqlansin. Qolgan atomlarning massalari 21-jadvaldan olinsin.

44.12. ${}^{3}H(d,p){}^{4}H$ reaksiyada $Q = 4,033$ MeV energiya ajraladi. ${}^{3}H$ atomining massasi m aniqlansin. Qolgan atomlarning massalari 21-jadvaldan olinsin.

44.13. ${}^{3}He(d,p){}^{4}He$ yadro reaksiyasida $Q = 18,34$ MeV energiya ajraladi. Geliy ${}^{3}He$ izotopining nisbiy atom massasi A_r aniqlansin. Qolgan atomlarning massalari 21-jadvaldan olinsin.

Bo'linish reaksiyasi

44.14. Atrof-muhitning $T = 27°C$ temperaturasida issiqlik neytronining kinetik energiyasi T va tezligi ϑ aniqlansin.

44.15. Neytronning uglerod ${}^{12}C$ yadrosi bilan to'qnashishidan keyingi tezligi ϑ_1 ning o'zining dastlabki tezligi ϑ_0 ga nisbati topilsin. Neytronning kinetik energiyasi uchun ham shunday nisbat topilsin. To'qnashishgacha uglerod yadrosi tinch turibdi, urilish esa to'g'ri, markaziy va elastik deb hisoblansin.

44.16. ${}^{235}_{92}U$ uran yadrosi bitta neytronni tutib olib, ikki bo'lakka bo'linadi, bunda ikkita neytron ajralib chiqdi. Bo'laklardan biri ${}^{139}_{54}Xe$ ksenon yadrosi bo'lib chiqdi. Ikkinchi bo'lakning tartib raqami Z va massa soni A aniqlansin.

44.17. Uran-235 ning bitta yadrosi bo'linishida $Q = 200$ MeV energiya ajraladi. Ajralgan energiya uran-235 yadrosining tinchlikdagi energiyasining qancha qismini tashkil qiladi?

$$Q = c^2\left(M_{ya} + M_{yr} - 2m_e\right).$$

Son qiymatlarini o'rniga qo'yib quyidagi natijani olamiz:

$$Q = 3{,}05\ \text{MeV}.$$

Masalalar

Yadro reaksiyalarida saqlanish qonunlari

44.1. ${}^{10}_{5}C + {}^{4}_{2}He \to {}^{13}_{7}O + X$ yadro reaksiyasining ramziy yozuvida X harfi bilan belgilangan zarraning tartib raqami Z va massa soni A aniqlansin.

44.2. Xuddi shu vazifa ${}^{27}_{13}Al + X \to {}^{1}_{1}H + {}^{27}_{12}Mg$ reaksiya uchun ham bajarilsin.

44.3. Quyidagi yadro reaksiyalarining energiyalari Q aniqlansin:

1) ${}^{9}_{4}Be + {}^{2}_{1}H \to {}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n$;

2) ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \to {}^{7}_{4}Be + {}^{1}_{0}n$;

3) ${}^{6}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \to {}^{3}_{2}He + {}^{4}_{2}He$;

4) ${}^{40}_{20}Ca + {}^{1}_{1}H \to {}^{41}_{19}K + {}^{1}_{2}He$;

5) ${}^{7}_{3}Li + {}^{4}_{2}He \to {}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n$.

Ko'rsatilgan reaksiyalarning har birida energiya ajraladimi yoki yutiladimi?

44.4. Yadro reaksiyalarining energiyalari Q topilsin:

1) ${}^{2}H(p,\gamma){}^{3}He$; 2) ${}^{2}H(d,\gamma){}^{4}He$; 3) ${}^{2}H(n,\gamma){}^{3}H$; 4) ${}^{10}T(p,\alpha){}^{10}O$.

44.5. γ-fotonning deytron bilan to'qnashishida deytron ikkita nuklonga parchalanib ketishi mumkin. Yadro reaksiyasining tenglamasi yozilsin va shunday parchalanishni amalga oshira oladigan γ-fotonning minimal energiyasi aniqlansin.

44.6. Agar ${}^{9}Be$ yadrosi uchun E_{sol} bog'lanish energiyasi 58,16 MeV; ${}^{10}Be$ yadrosi uchun esa 64,98 MeV ga tengligi ma'lum bo'lsa, ${}^{9}Be(n,\gamma){}^{10}Be$ reaksiyasi energiyasi Q aniqlansin.

44.7. Agar ${}^{14}N$ yadrosi uchun E_s bog'lanish energiyasi 104,66 MeV, ${}^{14}C$ yadrosi uchun 105,29 MeV ga teng bo'lsa, ${}^{14}N(n,p){}^{14}C$ yadro reaksiyasi energiyasi Q topilsin.

44.8. Agar deytronning kinetik energiyasi $T_1 = 1{,}5$ MeV bo'lsa, ${}^{13}C(d,\alpha){}^{11}B$ reaksiya natijasida hosil bo'lgan yadrolar kinetik energiyalari yig'indisi aniqlansin. ${}^{13}C$ yadro-nishon tinch turibdi deb hisoblansin.

44.9. ${}^{7}Be(\alpha,n){}^{10}C$ yadro reaksiyasida $Q = 5{,}70$ MeV energiya ajraladi. Berilliy va geliy yadrolari kinetik energiyalarini hisobga olmay va ularning yig'indi impulslarini nolga teng deb hisoblab, reaksiya mahsulotlarining kinetik energiyalari T_1 va T_2 aniqlansin.

44.10. Deyteriy yadrolarining kinetik energiyalarini hisobga olmay va ularning yig'indi impulslarini nolga teng deb hisoblab,

$${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \to {}^{3}_{2}He + {}^{1}_{0}n;$$

reaksiya mahsulotlarining kinetik energiyalari T_1 va T_2, hamda impulslari p_1 va p_2 aniqlansin.

44.11. ${}^{6}Li(d,p){}^{7}Li$ reaksiyada $Q = 5{,}028$ MeV energiya ajraladi. ${}^{6}Li$ ning massasi m aniqlansin. Qolgan atomlarning massalari 21-jadvaldan olinsin.

44.12. ${}^{1}H(d,p){}^{3}H$ reaksiyada $Q = 4{,}033$ MeV energiya ajraladi. ${}^{3}H$ atomining massasi m aniqlansin. Qolgan atomlarning massalari 21-jadvaldan olinsin.

44.13. ${}^{3}He(d,p){}^{4}He$ yadro reaksiyasida $Q = 18{,}34$ MeV energiya ajraladi. Geliy ^{4}He izotopining nisbiy atom massasi A_r aniqlansin. Qolgan atomlarning massalari 21-jadvaldan olinsin.

Bo'linish reaksiyasi

44.14. Atrof-muhitning $t = 27°C$ temperaturasida issiqlik neytronining kinetik energiyasi T va tezligi ϑ aniqlansin.

44.15. Neytronning uglerod ${}^{12}C$ yadrosi bilan to'qnashishidan keyingi tezligi v, ning o'zining dastlabki tezligi ϑ, ga nisbati topilsin. Neytronning kinetik energiyasi uchun ham shunday nisbat topilsin. To'qnashishgacha kinetik energiyasi uchun ham shunday nisbat topilsin. To'qnashish markaziy va elastik deb uglerod yadrosi tinch turibdi. urilish esa to'g'ri, markaziy va elastik deb hisoblansin.

44.16. ${}^{235}_{92}U$ urau yadrosi bitta neytronni tutib olib, ikki bo'lakka bo'lindi. bunda ikkita neytron ajralib chiqdi. Bo'laklardan biri ${}^{99}_{38}Xe$ ksenon yadrosi bo'lib chiqdi. Ikkinchi bo'lakning tartib raqami Z va massa soni A aniqlansin.

44.17. Uran-235 ning bitta yadrosi bo'linishida $Q = 200$ MeV energiya ajraladi. Ajralgan energiya uran-235 yadrosining tinchlikdagi energiyasining qancha qismini tashkil qiladi?

44.18. $m = 1$ g massali uran-235 tarkibidagi barcha yadrolarning bo'linishi natijasida ajraladigan E energiya aniqlansin.

44.19. Yadro reaktorining issiqlik quvvati $P = 1$ Vt bo'lishi uchun $t = 1$ sout vaqt mobaynida uran-235 ning qancha yadrosi parchalanishi kerak?

44.20. Atom elektrostansiyasidagi yadro reaktorida yadro yoqilg'isi ^{235}U ning massa sarfi m aniqlansin. Elektrostansiyaning issiqlik quvvati $P = 10$ MVt. Har bir bo'linishda ajraladigan energiya $Q = 200$ MeV deb hisoblansin. Elektrostansiyaning FIK 20% ni tashkil qiladi.

44.21. Agar stansiyaning FIK $\eta = 16\%$ bo'lsa, bir sutkada 0,1 kg uran-235 sarflaydigan atom elektrostansiyasining elektr quvvati P topilsin.

Yadroning radioaktiv yemirilish energiyasi

44.22. $^{210}_{84}Po$ poloniy yadrosi alfa yemirilishining energiyasi Q aniqlansin.

44.23. Tinch turgan $^{210}_{84}Po$ poloniy yadrosi kinetik energiyasi $T = 5.3$ MeV bo'lgan α-zarracha chiqardi. Yadroning tepki kinetik energiyasi T va α - yemirilish natijasida ajralib chiqqan Q to'liq energiya aniqlansin.

44.24. $^{14}_{6}C$ uglerod yadrosi manfiy zaryadlangan β-zarra va antineytrino chiqardi. Yadro beta yemirilishining to'liq energiyasi Q aniqlansin.

44.25. Tinch turgan $^{31}_{14}Si$ kremniy yadrosi $T = 0,5$ MeV kinetik energiyaga ega bo'lgan manfiy zaryadlangan β-zarra chiqardi. Yadroning tepki kinetik energiyasini inobatga olmasdan antineytrinoning kinetik energiyasi T aniqlansin.

44.26. Pozitron va neytrino chiqargan $^{11}_{6}C$ uglerod yadrosining yemirilish energiyasi Q aniqlansin.

44.27. Azot atomining yadrosi pozitron chiqardi. Pozitronning kinetik energiyasi $T = 1$ MeV. Yadroning tepki kinetik energiyasini hisobga olmay pozitron bilan birga chiqarilgan neytrinoning kinetik energiyasi T aniqlansin.

Elementar zarralar

44.28. Erkin neytron radioaktiv hisoblanadi. U elektron va antineytrino chiqarib protonga aylanadi. Neytronning o'zgarish jarayonida vujudga keladigan barcha zarralarning yig'indi kinetik energiyasi T aniqlansin. Neytronning kinetik energiyasi nolga teng va antineytrinoning tinchlikdagi massasi hisobga olmaydigan darajada kichik deb olinsin.

44.29. $\varepsilon = 3$ MeV energiyali foton og'ir yadro maydonida elektron-pozitron juftiga aylandi. Zarralarning kinetik energiyalarini bir xil deb hisoblab, har bir zarraning kinetik energiyasi T aniqlansin.

44.30. Bir xil 0,24 MeV ga teng kinetik energiyali elektron va pozitron to'qnashishida ikkita bir xil foton hosil bo'ladi. Fotonning energiyasi ε va unga mos keluvchi to'lqin uzunligi λ aniqlansin.

44.31. Neytral π-mezon (π^0) yemirilib ikkita bir xil fotonga aylanadi. Fotonning energiyasi ε aniqlansin. Mezonning kinetik energiyasi va impulsi hisobga olinmasin.

10-bob. QATTIQ JISMLAR FIZIKASI

49-§. KRISTALLOGRAFIYA ELEMENTLARI

Asosiy formulalar

• Kristallning molyar hajmi

$$V_\mu = M / \rho$$

bu yerda M – moddaning molyar massasi; ρ – kristallning zichligi.

• Kristallardagi elementar katakchaning hajmi V:

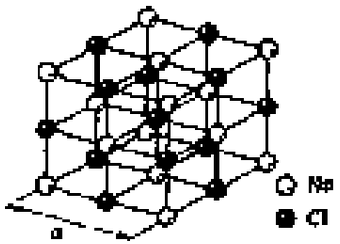
a) kub singoniyada $V = a^3$;

b) geksagonal singoniyada $V = \sqrt{3}a^2c/2$.

bu yerda a va c panjara parametrlari.

Agar geksagonal panjara uchun $c = \sqrt{8/3}a$ nazariy qiymatlar qabul qilinsa, u holda

$$V = \sqrt{2}a^3.$$



49.1-rasm

• Bir mol kristalldagi elementar katakchalar soni Z_n,

$$Z_n = V_\mu / V \text{ yoki } Z_n = kN_A / n.$$

bu yerda k – birikmaning kimyoviy ifodasidagi bir xil atomlar soni (masalan AgBr kristallida bir xil Ag yoki Br atomlarining birikma kimyoviy ifodasidagi soni birga teng); N_A – Avogadro doimiysi; n–elementar katakchaga to'g'ri keluvchi bir xil atomlar soni. 49.1 rasmda NaCl ning tuzilishi berilgan. KBr, AgBr, MnO va boshqa birikmalar ham shunday tuzilishga ega. Kristallning birlik hajmidagi elementar katakchalar soni Z yoki umumiy holda

$$Z = Z_n / V_\mu$$

$$Z = (\rho k N_A) / (nM)$$

bir xil atomlardan (k=1) tashkil topgan kristallar uchun

$$Z = (\rho N_A) / (nM)$$

• Kubsimon panjaraning a parametri

$$a = \sqrt[3]{nM / (k\rho N_A)}$$

Kubsimon panjaradagi qo'shni atomlar orasidagi d masofa:

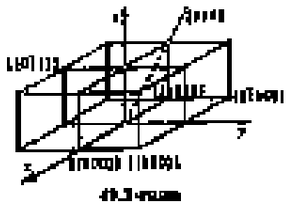
a) qirrasi markazlashgan kristall panjarada $d = a/\sqrt{2}$

b) hajmi markazlashgan kristall panjarada $d = \sqrt{3}a/2$.

• Panjaradagi tugunlar, yo'nalishlar va tekisliklarni belgilash uchun maxsus ko'rsatkichlar kiritiladi.

Tugunlarning ko'rsatkichlarini ikki kamrali kvadrat qavslarda yoziladi

[[mnp]]. Manfiy ko'rsatkichlar uchun harfining ustiga minus belgisi qo'yiladi, masalan $\bar{m}$ (49.2-rasm).


49.2-rasm

• Yo'nalishlarning ko'rsatkichlari bittali kvadrat qavslarda yoziladi [mnp]. Agar tugun orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq bir paytning o'zida sanoq sistemasining boshi [[000]] orqali ham o'tsa, yo'nalishning ko'rsatkichi tugunning ko'rsatkichi bilan mos keladi (49.2-rasm).

Yo'nalishlarning ko'rsatkichlari kristaldagi bitta to'g'ri chiziqni emas, balki parallel to'g'ri chiziqlar oilasini beradi. Barcha ko'rsatkichlar ishorasining teskarisiga o'zgarishi $[\bar{m}\bar{n}\bar{p}]$ kristaldagi oldingi yo'nalishning o'zini ko'rsataveradi.

Kubsimon panjarada [mnp] ko'rsatkichlar bilan berilgan to'g'ri chiziq bo'ylabo'xshashlik davri

$$l = a\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}$$

munosabat orqali ifodalanadi, bu yerda a–panjara parametri.

• Kubsimon panjaradagi $[m_1n_1p_1]$ va $[m_2n_2p_2]$ to'g'ri chiziqlar orasidagi φ burchak quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\cos\varphi = \frac{m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2}\sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}},$$

Tekisliklarning ko'rsatkichlari (Miller ko'rsatkichlari) oddiy qavslarda yoziladi (hkl). Barcha ko'rsatkichlarning teskarisiga o'zgarishi tekisliklarning oldingi oilasining o'zini ko'rsataveradi.

Miller ko'rsatkichlari tekislikning sanoq sistemasi o'qlaridan kesgan minimal kesmalari bilan bog'langan.

• Kesmalarni topish uchun Miller ko'rsatkichlariga teskari kattaliklarni olish $(1/h : 1/k : 1/l)$ va ularni olingan sonlarning har biriga karrali bo'lgan eng kichik butun songa keltirish kerak. Olingan natijalar (hkl) tekisligining sanoq sistemasi o'qlarida kesadigan eng kichik kesmalari bo'ladi.

Agar sanoq sistemasining o'qlarida kesiladigan kesmalar ma'lum bo'lsa, unda Miller ko'rsatkichlari ham xuddi shunday topiladi (4-masalaga qarang). Miller ko'rsatkichlari berilgan tekislikka normal vektorning yo'naltiruvchi kosinuslariga proporsional. Shuning uchun ham ba'zi tekisliklar oilasi uchun Miller ko'rsatkichlari shu tekisliklarga normal yo'nalishning ko'rsatkichlari

bilan mos keladi.

• $(h_1k_1l_1)$ va $(h_2k_2l_2)$ tekisliklar orasidagi burchak:

$$\cos\varphi = \frac{h_1h_2 + k_1k_2 + l_1l_2}{\sqrt{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2}\sqrt{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2}}$$

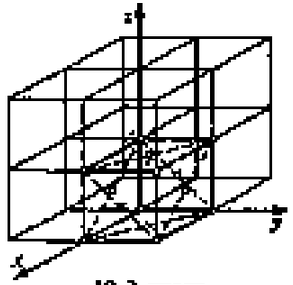
formuladan aniqlanadi, [mnp] to'g'ri chiziq va (hkl) tekislik orasidagi burchak esa quyidagi formuladan topiladi:

$$\cos\varphi = \frac{hm + kn + lp}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

Masalalar yechishga doir namunalar

1– masala. Qirrasi markazlashgan kubsimon panjaraning bitta eng sodda yacheykasiga to'g'ri keluvchi tugunlar soni n aniqlansin.

Yechish. Kubsimon panjarada eng sodda yacheykasini ajratamiz (49.3-rasm) va ajratilgan yacheykaning u yoki bu tuguni necha qo'shni eng sodda yacheykalarga qarashli ekanligini aniqlaymiz. Bu katakchada ikki turdagi tugunlar mavjud: A (kubning uchlarida turgan) va B (kubning qirralarida diagonallarning kesishish nuqtasida turgan).



49.3-rasm

A tugun bir paytning o'zida sakkizta elementar yacheykaga qarashli bo'ladi. Demak, A tugun mazkur yacheykasiga 1/8 hissa bilan kiradi. B tugun esa bir paytning o'zida faqat ikkita katakchaga qarashli bo'ladi va demak, mazkur katakchaga B tugun 1/2 hissa bilan kiradi. Agar A turdagi tugunlarningkatakchadagi soni 8 ga, B turdagi tugunlar soni 6 ga, ya'ni qirralar soniga tengligi hisobga olinsa, u holda qirrasi markazlashgan panjaraning bitta eng soddakatakchasiga to'g'ri keluvchi tugunlarning umumiy soni $n = \left(\frac{1}{8}\right)8 + \left(\frac{1}{2}\right)6 = 1 + 3 = 4$. Tugunlar soni atomlar soniga teng bo'lganligidan, ko'rilgan tuzilishda eng sodda katakchaga to'rtta atom to'g'ri keladi.

2- masala. Kalsiy kristallining panjara parametri a va eng yaqin qo'shni atomlar orasidagi masofa d aniqlansin (panjara qirrasi markazlashgan kubsimon singoniya). Kalsiy kristallining zichligi $\rho = 1{,}55 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$.

Yechish. Kubsimon panjaraning a parametri eng sodda yacheykaning hajmi bilan $V = a^3$ munosabat orqali bog'langan.

Boshqa tomondan, eng sodda yacheykaning hajmi molyar hajmining bir mol kristaldagi eng sodda yacheykalar soniga nisbatiga teng: $V = V_m / Z_m$. V uchun keltirilgan ifodalarning o'ng tomonlarini tenglashtirib quyidagini topamiz:

$$a^3 = V_m / Z_m \qquad (1)$$

Kalsiyning molyar hajmi $V_m = M/\rho$, bunda ρ – kalsiyning zichligi; M – uning molyar massasi. Bir moldagi eng sodda katakchalar soni

$$Z_m = N_A \cdot n,$$

bu yerda n – bitta katakchaga to'g'ri keluvchi atomlar soni.

V_m va Z_m lar uchun keltirilgan formulalarni (1) formulaga qo'yib quyidagini olamiz.

$$a^3 = nM / (\rho N_A).$$

Bundan

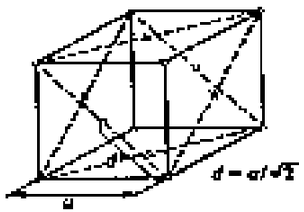
$$a = \sqrt[3]{nM / (\rho N_A)}. \qquad (2)$$

$n = 4$ ekanligini hisobga olib (oldingi masalaga q.) n, M, ρ va N_A kattaliklarning qiymatlarini (2) formulaga qo'yamiz. Hisoblab topamiz:

$$a = 556\ \text{pm}.$$

Eng yaqin qo'shni atomlar orasidagi d masala 49.4- rasmda ko'rinib turgan sodda geometrik mulohazalardan topiladi

$$d = a/\sqrt{2}.$$



49.4-rasm

Bu ifodaga a ning oldin topilgan qiymatini qo'ysak,

$$d = 393\ \text{pm}.$$

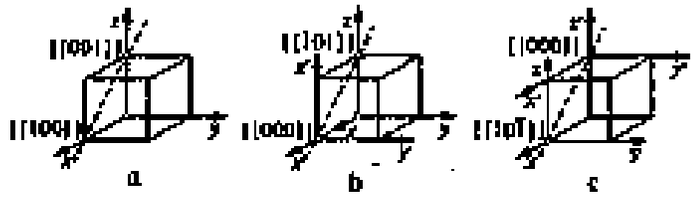
3- masala. Oddiy kubsimon panjaraning [[100]] va [[001]] tugunlari orqali o'tadigan to'g'ri chiziqning yo'nalish ko'rsatkichlari yozilsin.

Yechish. Bu masalani ikki xil usulda yechish mumkin:

1-usul. Oddiy kubsimon yacheykani tasvirlaymiz, unda [[100]] va [[001]] ko'rsatkichli tugunlarni belgilaymiz va bu tugunlar orqali to'g'ri chiziqni o'tkazamiz (49.5a-rasm).

Agar to'g'ri chiziq sanoq sistemasining boshidan o'tganda edi uning yo'nalishining ko'rsatkichlari to'g'ri chiziq o'tadigan va sanoq sistemasining boshiga eng yaqin bo'lgan tugunning ko'rsatkichlari bilan mos kelgan bo'lardi.

Berilgan to'g'ri chiziq sanoq sistemasining boshi orqali o'tmaydi. Lekin sanoq sistemasining boshini to'g'ri chiziq o'tgan tugunlardan biriga ko'chirib bunga erishish mumkin.



49.5-rasm

Agar sanoq sistemasining boshi [[100]] tugunga ko'chirilsa (49.5b-rasm), unda shu to'g'ri chiziqning o'zida yotuvchi va tanlangan sanoq sistemasining boshiga eng yaqin bo'lgan tugun [[101]] ko'rsatkichlarga ega bo'ladi. Qidirilayotgan yo'nalish esa bu holda [101] ko'rsatkichlar bilan aniqlanadi. Agar sanoq sistemasining boshi [[001]] tugunga ko'chirilsa (49.5c-rasm), unda mos ravishda qidirilayotgan yo'nalishning ko'rsatkichlari [101] bo'ladi. Shunday qilib kristaldagi qidirilayotgan yo'nalishning ko'rsatkichlari [101] yoki [101].

2-*usul*. Sanoq sistemasining boshini ko'chirganda tugunlarning ko'rsatkichlari qanday o'zgarishini aniqlash har doim ham oson bo'lavermaydi. Shuning uchun analitik usulda yechishni ham ko'rib o'tamiz.

Tugunlarining ko'rsatkichi $[[m_1n_1p_1]]$ va $[[m_2n_2p_2]]$ bo'lgan fazodagi ikkita nuqta orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasining umumiy ko'rinishini yozamiz:

$$\frac{x-m_1}{m_2-m_1}=\frac{y-n_1}{n_2-n_1}=\frac{z-p_1}{p_2-p_1} \qquad (1)$$

Maxrajda turgan kattaliklar to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi kosinuslariga proporsional. Bu kattaliklar butun sonlar bo'lganligidan, ularning o'ziyo'nalishning ko'rsatkichlari bo'ladi. (1) ifodaning maxrajiga tugunlar ko'rsatkichlarining qiymatlari $m_1=1,\ n_1=0,\ p_1=0$ va $m_2=0,\ n_2=0,\ p_2=1$ ni qo'yib quyidagilarni olamiz:

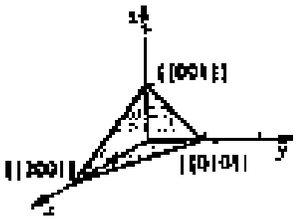
$$m_2-m_1=0-1=-1;\ n_2-n_1=0-0=0;\ p_2-p_1=1-0=1.$$

Shunday qilib yo'nalishning qidirilayotgan ko'rsatkichlari [101].

4-masala. [[200]], [[010]] va [[001]] ko'rsatkichli tugunlarga ega bo'lgan tekislik uchun Miller ko'rsatkichlari yozilsin. Panjara oddiy kubsimon.

Yechish. Masalani ikki xil usulda yechish mumkin.

1-*usul*. Tekislikka taalluqli tugunlar bir paytning o'zida sanoq sistemasining o'qlarida ham yotgan, ya'ni tekislikning sanoq sistemasining o'qlaridan ajratadigan kesmalari ma'lum bo'lgan hol uchun qo'llanilishi mumkin. Mazkur holda tekislikka qarashli tugunlar son o'qlarida yotadi va bu tekislik son o'qlaridan ajratadigan kesmalari (panjara doimiysi birliklarida) mos ravishda (49.6-rasm) 2, 1, 1 bo'ladi.



49.6-rasm

Miller ko'rsatkichlarini topishning umumiy qoidasiga binoan olingan sonlarning teskari qiymatlarini yozamiz $\frac{1}{2},\frac{1}{1},\frac{1}{1}$ va ularni karrali bo'lgan eng kichik butun sonlarga keltiramiz. Buning uchun sonlarni ikkiga ko'paytiramiz. Olingan qiymatlar to'plamining kichik qavslar bilan o'ralgani qidirilayotgan Miller ko'rsatkichlaridir: (1, 2, 2).

2-*usul* (analitik) ayniqsa ma'lum tugunlar son o'qlarida yotmagan hollar uchun qulaydir. Bu usul umumiy hisoblanadi va barcha hollar uchun qo'llanilishi mumkin.

Ma'lumki, Miller ko'rsatkichlari tekislik tenglamasidagi o'zgaruvchilarning eng kichik butun koeffitsiyentlariga tengdir. Shuning uchun ham Miller ko'rsatkichlarini topish masalasi tekislikning tenglamasini topish masalasiga keltiriladi.

Vaziyati $[[m_1n_1p_1]]$, $[[m_2n_2p_2]]$, $[[m_3n_3p_3]]$ bo'lgan uchta nuqtadan o'tuvchitekislikning tenglamasi uchinchi tartibli aniqlovchi bilan aniqlanadi:

$$\begin{vmatrix} x-m_1 & y-n_1 & z-p_1 \\ m_2-m_1 & n_2-n_1 & p_2-p_1 \\ m_3-m_1 & n_3-n_1 & p_3-p_1 \end{vmatrix} = 0$$

Bizning holda: $m_1=2, n_1=0, p_1=0$; $m_2=0, n_2=0, n_2=1, p_2=0$; $m_3=0, n_3=0, p_3=0$. Tugunlar ko'rsatkichlarining qiymatlarini aniqlovchiga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-0 & z-0 \\ 0-2 & 1-0 & 0-0 \\ 0-2 & 0-0 & 1-0 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{yoki} \quad \begin{vmatrix} x-2 & y & z \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Bu aniqlovchini birinchi ustun elementlari bo'yicha yozamiz:

$$(x-2)\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}-y\begin{vmatrix}-2&0\\-2&1\end{vmatrix}+z\begin{vmatrix}-2&1\\-2&0\end{vmatrix}=0$$

Ikkinchi tartibli aniqlovchilarni ochib quyidagini olamiz

$$(x-2)(+1)-y(-2)+z(+2)=0 \text{ yoki } x+2y+2z=2.$$

x, y, z larning oldilaridagi koeffitsiyentlarni yozib olib va ularni kichik qavslar bilan o'rab, Miller ko'rsatkichlarini olamiz: (1,2, 2).

Ko'rsatkichlarning bu qiymatlari, kutilganidek, birinchi usul bilan olingan qiymatlar bilan mos keladi.

Masalalar

Eng sodda kataklar. Panjara parametrlari

49.1. Quyidagi hollarda bitta elementar yacheykaga nechta atom to'g'ri keladi: 1) kubsimon singoniyali oddiy panjara; 2) hajmiy markazlashtgan rombsimon singoniyali panjara; 3) qirrasi markazlashgan kubsimon singoniyali panjara; 4) asosi markazlashgan kubsimon singoniyali panjara;5) geksagonal singoniyali oddiy panjara; 6) zich joylashgan geksonal tuzilishli panjara.

49.2. Quyidagi hollarda $V=1m^3$ hajmli kristaldagi eng sodda yacheykalar soni aniqlansin: 1) seziy xlorid (hajmiy markazlashgan kubsimon singoniyali panjara); 2) mis (qirrasi markazlashgan kubsimon singoniyali panjara); 3) zich joylashgan geksogonal tuzilishga ega kobalt.

49.3. Agar neon kristalining panjarasi qirrasi markazlashgan kubsimon singoniyali ekanligi ma'lum bo'lsa, uning zichligi ρ (20 K da) topilsin. Shu temperaturada panjara doimiysi $a=0,452$ nm.

49.4. Agar stronsiy kristallining panjarasi qirrasi markazlashgan kubsimon singoniyali ekanligi va eng yaqin qo'shni atomlari orasidagi d masofa 0,43 nm ga tengligi ma'lum bo'lsa, uning zichligi ρ topilsin.

49.5. Agar eng yaqin qo'shni atomlari orasidagi d masofa 0.304 nm ga teng bo'lsa, kristallning nisbiy atom massasi aniqlansin. Hajmiy markazlashgan kubsimon singoniyali panjara kristallini zichligi $\rho=534$ kg/m^3.

49.6. Quyidagi kristallarning panjara doimiysi a va eng yaqin qo'shni atomlari orasidagi d masofa topilsin: 1) alyuminiy (qirrasi markazlashgan kubsimon singoniyali panjara); 2) volfram (hajmiy markazlashgan kubsimon singoniyali panjara).

49.7. Sharlarni joylashtirish usulidan foydalanib juda zich joylashtirilgan geksonal panjara parametrlarining nisbati c/a topilsin. Hisoblangan qiymatning real kristall holida bu kattalik uchun topilgan qiymatdan farq

qilishining sabablari ko'rsatilsin.

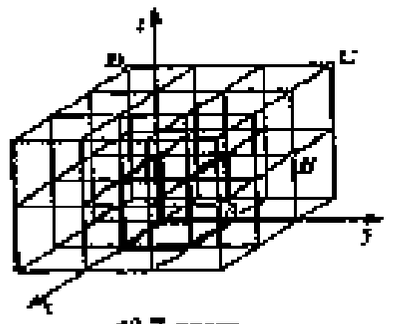
49.8. Zich joylashgan geksogonal tuzilishga ega bo'lgan magniy kristallining panjara doimiylari a va c lar aniqlansin. Magniy kristallining zichligi $\rho=1.74\cdot10^3$ kg/m^3.

49.9. Zich joylashgan geksogonal tuzilishga ega bo'lgan berilliy kristalli panjara doimiysi a hisoblansin. Panjara parametri $a=0,359$ nm. Berilliy kristallining zichligi $\rho=1.82\cdot10^3$ kg/m^3.

49.10. Zich joylashgan geksogonal tuzilishga ega bo'lgan geliy kristallining($T=2$ K temperaturada) zichligi ρ topilsin. Shu temperaturada aniqlangan panjara doimiysi $a=0,397$ nm.

Tugunlar, yo'nalishlar va tekisliklarning ko'rsatkichlari

49.11. 49.7-rasmda A, B, C, D harflari bilan belgilangan uguntarning ko'rsatkichlari aniqlansin.

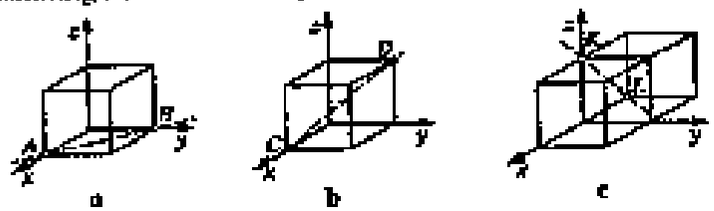


49.7-rasm

49.12. Kub panjarada sanoq sistemasining boshi va kristallografik ko'rsatkichlari: 1) [[242]]; 2) [[112]] bo'lgan ugun orqali o'tuvchi to'g'ri chiziqlar yo'nalishlarining ko'rsatkichlari yozilsin.

49.13. 49.8*a*, *b*, *c* - rasmlarda tasvirlangan AB, CD, KL to'g'ri chiziqlar yo'nalishlarining ko'rsatkichlari topilsin.

49.14. Kristallografik ko'rsatkichlari (ikkita hol uchun): 1) [[123]] va [[321]]; [[121]] va [[201]] bo'lgan ikkita tugun orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq yo'nalishining ko'rsatkichlari yozilsin.



a b c

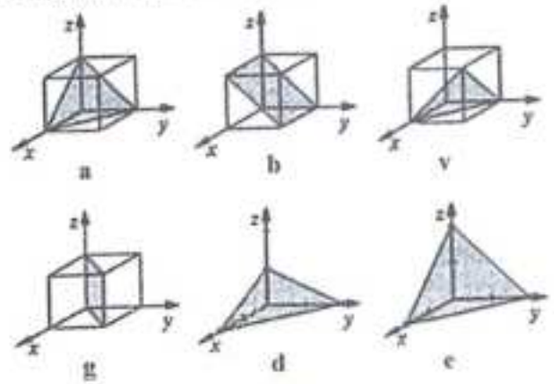
49.8-rasm

49.15. Agar NaCl kristallining zichligi $\rho=2.17\cdot10^3$ kg/m^3 bo'lsa, [[111]] to'g'ri chiziq bo'ylab kristall panjaradagi o'xshashlik davri l hisoblansin.

49.16. [[110]] va [[111]] kristallografik ko'rsatkichlar bilan berilgan

kristallning kub panjarasidagi ikkita yo'nalishlar orasidagi φ burchak hisoblansin.

49.17. .Quyidagi 49.9*a-e*-rasmlarda tasvirlangan sodda kub panjaradagi tekisliklar uchun Miller ko'rsatkichlari yozilsin.



49.9-rasm

49.18. Tekislik kubsimon panjaraning [[100]], [[010]], [[001]] tugunlari orqali o'tadi. Bu tekislik uchun Miller ko'rsatkichlari yozilsin.

49.19. Oddiy kubsimon panjaradagi tekisliklar sistemasi (221) Miller ko'rsatkichlari bilanberilgan. Koordinata o'qlarida tekislik bilan kesiladigan eng kichik kesmalar topilsin va bu tekislik grafik ravishda tasvirlansin.

49.20. Kubsimon panjara tekisliklaridan birining normali [110] ko'rsatkichlar bilan berilgan. Bu tekisliklar uchun Miller ko'rsatkichlari yozilsin va tekislikning o'qlardan ajratuvchi eng kichik kesmalari ko'rsatilsin.

49.21. Quyidagi ikki holda: 1) $\left[\left[111\right]\right]$, $\left[\left[1\bar{1}2\right]\right]$, $\left[\left[\bar{1}01\right]\right]$; 2) $\left[\left[1\bar{1}1\right]\right]$, $\left[\left[010\right]\right]$, $\left[\left[\bar{1}\bar{1}1\right]\right]$ kristallografik ko'rsatkichli tugunlarga ega bo'lgan tekisliklar uchun Miller ko'rsatkichlari yozilsin. Shu tekisliklarning koordinata o'qlarini kesishidan hosil bo'lgan kesmalar topilsin.

49.22. Oddiy kubsimon panjaraning tekisliklar sistemasi (111) ko'rsatkichlar bilan berilgan. Agar panjara doimiysi a=0,3 nm bo'lsa, qo'shni tekisliklar orasidagi d masofa aniqlansin.

49.23. Agar (212) Miller ko'rsatkichlari bilan berilgan tekisliklar sistemasi tuzilishini rentgen nurlari yordamida o'lchash usulida tekisliklararo masofa d=0,12 nm olingan bo'lsa, sodda kubsimon panjara parametri a aniqlansin.

49.24. Sodda kub panjarada uchta tekisliklar sistemasi quyidagi Miller ko'rsatkichlari bilan berilgan: a) (111); b) (110); v) (100). Qaysi sistema uchun tekisliklararo masofa d minimal va qaysi sistema uchun maksimal bo'lishi ko'rsatilsin. Tekisliklararo masofalarning $d_{111}:d_{110}:d_{100}$ nisbatlari aniqlansin.

49.25. (111) va (111) Miller ko'rsatkichlari bilan berilgan tekisliklarning (kub panjarada) normallari orasidagi φ burchak hisoblansin.

49.26. Kub panjaradagi ikkita tekislik (010) va (011) Miller ko'rsatkichlari bilan berilgan. Tekisliklar orasidagi φ burchak aniqlansin.

49.27. Kub panjarada to'g'ri chiziqning yo'nalishi [011] ko'rsatkichlar bilan berilgan. Shu to'g'ri chiziq va (111) tekislik orasidagi φ burchak aniqlansin.

49.28. Kub panjarada [111] to'g'ri chiziq va (111) tekislik orasidagi φ burchak aniqlansin.

49.29. Kub panjarada tekislik (011) Miller ko'rsatkichlari bilan, to'g'ri chiziqning yo'nalishi esa [111] ko'rsatkichlar bilan berilgan. To'g'ri chiziq va tekislik orasidagi φ burchak aniqlansin.

50-§. ISSIQLIK XOSSALARI

Asosiy formulalar

• Issiqlik sig'imining klassik nazariyasida kimyoviy jihatdan oddiy (bir xil atomlardan tashkil topgan) qattiq jismlarning molyar ichki energiyasi

$$U_m = 3RT$$

formula bilan ifodalanadi, bu yerda R–molyar universal gaz doimiysi, T – termodinamik temperatura.

• Jismning o'zgarmas hajmidagi issiqlik sig'imi C ichki energiya U dan temperatura bo'yicha olingan hosila kabi aniqlanadi, ya'ni

$$C = dU / dT.$$

• Dyulong va Pti qonuni. Kimyoviy jihatdan oddiy qattiq jismlarning molyar issiqlik sig'imi

$$C_m = 3R.$$

ga teng

• Neyman–Kopp qonuni. Kimyoviy jihatdan murakkab jismlarning (turli atomlardan tashkil topgan) molyar issiqlik sig'imi:

$$C_m = 3nR,$$

bu yerda n–birikmaning kimyoviy formulasidagi zarralarning umumiy soni.

• Eynshteynning kvant nazariyasida kvant ossillyatorining bitta erkinlik darajasiga to'g'ri keladigan energiyaning o'rtacha qiymati

$$\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon_0 + \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)-1}$$

formula bilan ifodalanadi, bu yerda ε_0– nolinchi energiya ($\varepsilon_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$); $\hbar$–Plank doimiysi, ω–ossillyator tebranishining siklik chastotasi; k– Bolsman doimiysi; T–termodinamik temperatura.

• Eynshteynning issiqlik sig'imi uchun kvant nazariyasiga binoan kristallning molyar energiyasi

$$\langle U_m \rangle = U_{0,m} + 3R\frac{\theta_E}{\exp(\theta_E / T)-1}$$

formula bilan aniqlanadi, bu yerda $U_{0,m} = \frac{3}{2}R\theta_E$ – Eynshteyn nazariyasi bo'yicha molyar nolinchi energiya; $\theta_E = \hbar\omega / k$–Eynshteynning xarakteristik temperaturasi.

Eynshteynning issiqlik sig'imi uchun kvant nazariyasiga binoan kristallningmolyar issiqlik sig'imi

$$C_m = 3R\left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \frac{\exp(\theta_E / T)}{\left(\exp(\theta_E / T)-1\right)^2}$$

Past temperaturalarda $(T << \theta_E)$

$$C_m = 3R(\theta_E / T)\exp(-\theta_E / T).$$

• Debayning issiqlik sig'mi uchun kvant nazariyasiga binoan tebranishlarning chastotaviy spektri chastotalarning taqsimot funksiyasi $g(\omega)$ bilan beriladi. Chastotalarning ω dan ω+dω gacha intervalga to'g'ri keluvchi jism xususiy chastotalarining soni

$$dZ = g(\omega)d\omega$$

ifoda bilan aniqlanadi.

N ta atomga ega bo'lgan uch o'lchovli kristall uchun

$$dZ = (9N\omega^2 / \omega_{max}^3)d\omega,$$

bu yerda ω_{max} – tebranishlar spektrini chegaralovchi maksimal chastota.

• Qattiq jismning energiyasi U kvant ossilyatorining o'rtacha energiyasi $\langle \varepsilon \rangle$ va chastotalarning taqsimot funksiyasi $g(\omega)$ bilan

$$U = \int_0^{\omega_{max}} \langle \varepsilon \rangle g(\omega)d\omega$$

munosabat orqali bog'langan.

• Debay nazariyasi bo'yicha kristallning molyar ichki energiyasi

$$U_m = U_{0,m} + 3RT \cdot 3\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^{\theta_D / T} \frac{x^3}{\exp(x)-1}dx$$

bu yerda $U_m = 9/8R\theta_D$–Debay nazariyasi bo'yicha kristallning molyar nolinchi energiyasi; $\theta_D = \hbar\omega_{max} / k$ – xarakteristik Debay temperaturasi.

• Debay nazariyasi bo'yicha kristallning molyar issiqlik sig'imi

$$C_m = 3R\left[12\left(\frac{\theta_D}{T}\right)^3 \int_0^{\theta_D / T} \frac{x^3 dx}{\exp(x)-1} - \frac{3(\theta_D / T)}{\exp(\theta_D / T)-1}\right].$$

Debayning chegaraviy qonuni. Past temperaturalar sohasida[56] ($T<<\theta_D$) oxirgi formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$C_m = \frac{12\pi^3}{5}R\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$$

• Fononning energiyasi[57] ε klassik to'lqinlar tebranishining siklik chastotasi ω bilan quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$\varepsilon = \hbar\omega.$$

• Fononning kvazi impulsi

$$p = 2\pi\hbar / \lambda.$$

• Fononning tezligi tovush to'lqinlarining kristaldagi guruhiy (gruppaviy) tezligidir:

$$u = d\varepsilon / dp$$

Fonon energiyasining kichik qiymatlarida to'lqin dispersiyasini inobatga olmaslik mumkin va bunda guruhiy hamda fazaviy tezliklar mos keladi:

$$u = \vartheta = \varepsilon / p$$

Bo'ylama (ϑ_l) va ko'ndalang (ϑ_t) to'lqinlarning kristalldagi tezligi

$$\vartheta_l = \sqrt{E / \rho}, \quad \vartheta_t = \sqrt{G / \rho}$$

formulalar orqali aniqlanadi, bu yerda E va G – mos ravishda bo'ylama va ko'ndalang elastiklik modullari.

Tovush tezligining o'rtachalashtirilgan ϑ qiymati ϑ_l va ϑ_t lar bilan

[56] Masalalarni yechishda agar $T/\theta_D<0,1$ bo'lsa, $T<<\theta_D$ deb hisoblansin.
[57] Fonon-kristall panjara tebranish maydonining kvanti hisoblanadi.

quyidagimunosabat orqali bog'langan:

$$\frac{3}{\vartheta^3} = \frac{2}{\vartheta_t^3} + \frac{1}{\vartheta_l^3}$$

• Fure qonuni. dt vaqtda issiqlik oqimi yo'nalishiga tik bo'lgan S yuzali sirt orqali o'tgan dQ issiqlik miqdori

$$dQ = -\lambda\left(dT / dx\right)Sdt,$$

bu yerda λ – issiqlik o'tkazuvchanlik; dT/dx – temperatura gradiyenti. formuladagi manfiy ishora issiqlik oqimining yo'nalishi temperatura gradiyenti vektoriga qarama-qarshi yo'nalganligini ko'rsatadi.

• Issiqlik o'tkazuvchanlik λ, birlik hajm uchun hisoblangan issiqlik sig'imi $\breve{C}$, tovush tezligi υ (o'rtachalashtirilgan qiymat) va fononlarning o'rtacha erkin yugurish yo'li Λ quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$\lambda = \left(1/3\right)\breve{C}\vartheta\Lambda$$

• Doppler effekti natijasida chastotaning nisbiy o'zgarishi

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\vartheta}{c}\cos\theta \ (\vartheta \ll c),$$

bu yerda ϑ– atomning tezligi. c – elektromagnit nurlanishining tarqalish tezligi; θ–V vektor va kuzatish yo'nalishi (atomdan kuzatuvchiga) orasidagi burchak.

• Gamma–foton chiqarilganda yadroga beriladigan turtki energiyasi

$$R = \left(\hbar\omega\right)^2 / (2m_y c^2),$$

bu yerda $\hbar\omega$ – gamma-fotonning energiyasi; m_y – yadroning massasi.

• Spektral chiziqning tabiiy kengligi

$$\Gamma = \hbar / \tau,$$

bu yerda τ–yadroni (atomni) g'alayonlangan holatdagi o'rtacha yashash vaqti.

• Angarmonik (nogarmonik) tebranishlarda zarrani muvozanat holatiga qaytaruvchi kuch

$$F(x) = -\beta x + \gamma x^2$$

ifoda bilan aniqlanadi, bu yerda β–garmoniklik koeffitsiyenti bo'lib, kristall atomlari orasidagi muvozanat masofasi r_0 va bo'ylama elastiklik moduli E bilan

$$\beta = r_0 E$$

munosabat orqali bog'langan; γ–qattiq jismdagi atomlar tebranishining asimmetrikligini xarakterlovchi angarmoniklik koeffitsiyenti. Kattalikning

tartibini baholash uchun

$$\gamma = \frac{1}{2}\frac{\beta}{r_0}$$

deb qabul qilish mumkin. Ta'rifga ko'ra chiziqli kengayish koeffitsiyenti

$$\alpha = \frac{1}{l}\frac{dl}{dT}$$

Nazariy jihatdan u β va γ koeffitsiyentlar bilan quyidagicha ifodalanadi

$$\alpha = \frac{\gamma k}{\beta^2 r_0} \text{ yoki, taxminan } \alpha = \frac{1}{2}\frac{k}{r_0^2\beta}$$

bu yerda k–Bolsman doimiysi

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. Agar isitish: 1) $T_1=\theta_D$; 2) $T_2=2$ K temperaturalardan boshlansa, unda shu ikki hol uchun $m=20$ g massali NaCl kristallini $\Delta T=2$ K ga isitish uchun zarur bo'lgan issiqlik miqdori ΔQ aniqlansin. NaCl uchun θ_D – Debay xarakteristik temperaturasi 320 K ga teng deb qabul qilinsin.

Yechish. Jismni T_1 temperaturadan T_2 gacha isitish uchun berilishi zarur bo'lgan ΔQ issiqlik miqdori

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} C dT \qquad (1)$$

formula yordamida hisoblanishi mumkin, bu yerda C-jismning (sistemaning) issiqlik sig'imi.

Jismning issiqlik sig'imi molyar issiqlik sig'imi C_m bilan $C=(m/\mathrm{M})C_m$ munosabat orqali bog'langan, bu yerda m – jismning massasi; M – molyar massa. C ning bu ifodasini (1) formulaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$\Delta Q = \left(m / M\right)\int_{T_1}^{T_2} C_m dT \qquad (2)$$

Umumiy holda C_m temperatura funksiyasidir, shuning uchun uni integral belgisidan tashqariga chiqarish mumkin emas. Lekin birinchi holda issiqlik sig'imining o'zgarishini uning T_1 temperaturadagi qiymatiga nisbatan inobatga olmaslik va uni temperaturalarning barcha ΔT oralig'ida o'zgarmas va $C_m(T_1)$ ga teng deb olish mumkin. Shuni nazarda tutganda (2) formula

$$Q = \left(m / M\right)C_m\left(T_1\right)\Delta T \qquad (3)$$

ko'rinishni oladi. Debay nazariyasiga muvofiq molyar issiqlik sig'imi $C_m(T_1)$ quyidagi formula orqali ifodalanadi

$$C_v(T) = 3R\left[12(T/\theta_D)^3\int_0^{\theta_D/T}\frac{x^3dx}{\exp(x)-1} - \frac{3(\theta_D/T)}{\exp(\theta_D/T)-1}\right]$$

Birinchi holda $T=\theta_D$ da integral

$$\int_0^{\theta_D/T}\frac{x^3dx}{e^x-1} = \int_0^1\frac{x^3dx}{e^x-1} = 0.225$$

bo'ladi (2–jadvalga qarang) va demak,

$$C_v \approx 2.87R$$

C_v ning bu topilgan qiymatini (3) formulaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$\Delta Q \approx 2.87(m/M)R\Delta T \qquad (4)$$

(4) formula yordamida hisoblashlarni amalga oshirib, ΔQ ni topamiz:

$$\Delta Q \approx 16.3\ \text{J}.$$

Ikkinchi ($T<<\theta_D$) holda ΔQ ni topish, Debay chegaraviy qonunidan foydalanish mumkinligi bilan osonlashadi. Unga ko'ra issiqlik sig'imi absolyut temperaturaning uchinchi darajasiga proporsional. Bu holda issiqlik sig'imi temperaturaning berilgan oralig'ida keskin o'zgaradi va uni (2) formulada integral belgisidan tashqariga chiqarish bo'lmaydi.

Debayning chegaraviy qonuni

$$C_v = (12\pi^4/5)R(T/\theta_D)^3$$

ifodasidan foydalanib, quyidagini olamiz:

$$\Delta Q = (12\pi^4/5)(m/M)\left(R/\theta_D^3\right)\int_{T_1}^{T_2} T^3dT$$

Integrallash amalini bajaramiz:

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5}\cdot\frac{m}{M}\cdot\frac{R}{\theta_D^3}\left[\frac{(T_2+\Delta T)^4}{4} - \frac{T_2^4}{4}\right]$$

$T_1+\Delta T=2T_2$ ekanligini hisobga olsak, (5) ifoda quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\Delta Q = \frac{3\pi^4}{5}\cdot\frac{m}{M}\cdot\frac{R}{\theta_D^3}15T_2^4 \text{ yoki } \Delta Q = 9\pi^4\frac{m}{M}R\frac{T_2^4}{\theta_D^3}$$

Oxirgi formulaga π, m, M, R, T va θ_D kattaliklarning qiymatlarini qo'yib, hisoblashlarni amalga oshirsak quyidagi natijani olamiz:

$$\Delta Q = 1{,}22\ \text{mJ}.$$

Masalalar

Issiqlik sig'imining klassik nazariyasi

50.1. Issiqlik sig'imining klassik nazariyasiga asoslanib alyuminiy va mis

kristallarining solishtirma issiqlik sig'imlari c hisoblansin.

50.2. Klassik nazariyadan foydalanib NaCl va $CaCl_2$ kristallarining solishtirma issiqlik sig'imlari c hisoblansin.

50.3. Issiqlik sig'imining klassik nazariyasi yordamida $V=1\ m^3$ hajmli alyuminiy bromid $AlBr_3$ kristallining issiqlik sig'imi c hisoblansin. Alyuminiy bromid kristallining zichligi $\rho=3{,}01\cdot10^3\ kg/m^3$.

50.4. t_1 0°C dan $t_2=200°C$ gacha isitishda nikel kristallining ichki kristallining o'zgarishi ΔU aniqlansin. Kristallning massasi m=20 g. Issiqlik sig'imi C hisoblansin.

50.5. Issiqlik muvozanatida bo'lgan klassik chiziqli garmonik ossillyatorning o'rtacha energiyasi $\langle\varepsilon\rangle$ uchun formulani keltirib chiqaring. T=300 K temperaturada $\langle\varepsilon\rangle$ ning qiymati hisoblansin.

50.6. $N=10^{25}$ ta klassik uch o'lchovli erkli garmonik ossilyatorlardan tashkil topgan sistemaning energiyasi U va issiqlik sig'imi S aniqlansin. Temperatura T=300 K.

Ko'rsatma: 50.5-masala yechimining natijalaridan foydalanilsin.

Eynshteynning issiqlik sig'imi nazariyasi

50.7. 1) $T=\theta_1$ ($\theta_1 = 200K$) temperaturadagi chiziqli bir o'lchamli kvant ossilyatorining o'rtacha energiyasi $\langle\varepsilon\rangle$; 2) $T=\theta_2$ ($\theta_2 = 300K$) temperaturadagi $N=10^{25}$ ta uch o'lchamli o'zaro bog'liq bo'lmagan kvant ossilyatorlardan tashkil topgan sistema energiyasi U aniqlansin.

50.8. Agar kumush uchun θ_E=165 K xarakteristik temperatura bo'lsa, Eynshteynning issiqlik sig'imi nazariyasiga muvofiq kumush atomlarining tebranish chastotasi ν topilsin.

50.9. Temperatura $T_1=\theta_E/2$ dan $T_2=\theta_E$ gacha ortganda kvant ossilyatorining bitta erkinlik darajasiga to'g'ri keluvchi o'rtacha energiyasi necha marta o'zgaradi? Nolinchi energiya hisobga olinsin.

50.10. $T=\theta_E$ temperaturada kvant ossillyatori o'rtacha energiyasining ideal gaz molekulalarining issiqlik harakati o'rtacha energiyasiga nisbati $\langle\varepsilon\rangle/\langle\varepsilon_k\rangle$ aniqlansin.

50.11. Eynshteynning issiqlik sig'imi kvant nazariyasidan foydalanib kristallni $T=\theta_E/2$ temperaturadan $\Delta T=2$ K gacha qizdirishda uning molyar ichki energiyasining o'zgarishi ΔU_m hisoblansin.

50.12. Eynshteynning issiqlik sig'imi nazariyasidan foydalanib kristallni noldan to $T_1=0{,}1\theta_E$ gacha qizdirishda uning molyar ichki energiyasi o'zgarishi ΔU_m aniqlansin. Mazkur kristall uchun Eynshteynning xarakteristik

temperaturasi $\theta_D = 300\ K$ deb olinsin.

50.13. Agar C_v issiqlik sig'imi ni hisoblashda Eynshteyn nazariyasi asosida olinadigan ($T=\theta_E$ sharoitdada) qiymat o'rniga Dyulong va Pti qonuni asosida olinadigan qiymatdan foydalanilsa, u holda yo'l qo'yiladigan nisbiy xatolik aniqlansin.

50.14. Eynshteyn nazariyasiga asoslanib rux kristallining nolinchi molyar energiyasi $U_{0,m}$ hisoblansin. Rux uchun xarakteristik temperatura $\theta_E = 250$ K.

Debayning issiqlik sig'imi nazariyasi

50.15. Debay yaqinlashishida qattiq jismni bo'ylama va ko'ndalang turg'un to'lqinlardan iborat sistema sifatida qarab, uch o'lchovli kristall panjarali kristall uchun chastotalarning taqsimot funksiyasi $g(\omega)$ aniqlansin. Ifodani keltirib chiqarishdaxususiy tebranishlar soni z cheklangan va $3N$ ga teng deb qabul qilinsin (N - qaralayotgan hajmdagi atomlar soni).

50.16. Uch o'lchovli kristall panjara uchun chastotalarning taqsimot funksiyasi $g(\omega) = \frac{9N}{\omega_{max}^3}\omega^2$ ni bilgan holda N ta (Avogadro doimiysiga teng) sondagi atomga ega kristallning energiyasi uchun formula chiqarilsin.

50.17. Uch o'lchamli kristallning energiyasi uchun yozilgan $U_m = 3RT \cdot 3\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$ formuladan foydalanib molyar issiqlik sig'imi ifodasi keltirib chiqarilsin.

50.18. Uch o'lchamli kristallning molyar issiqlik sig'imi $C_m = 3R\left[12(T/\theta_D)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{3(\theta_D/T)}{e^{(\theta_D/T)} - 1}\right]$ ga teng. Past temperaturalarda ($T \ll \theta_D$) molyar issiqlik sig'imining chegaraviy ifodasi topilsin.

50.19. Debay nazariyasi asosida mis kristallining molyar nolinchi energiyasi $U_{0,m}$ hisoblansin. Mis uchun Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=320 K.

50.20. Debay nazariyasi asosida oltin kristalidagi xususiy tebranishlarning maksimal chastotasi aniqlansin. Oltin uchun Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=180 K.

50.21. Agar T=20 K temperaturada kumushning molyar issiqlik sig'imi (C=1,7 J/mol·K) ma'lum bo'lsa, Debayning maksimal chastotasi ω_{max} hisoblansin.

50.22. Kristallni noldan to T=0,1 θ_D gacha qizdirganda uning ichki

energiyasi o'zgarishi ΔU ning nolinchi energiya U_0 ga nisbati topilsin. $T \ll \theta_D$ deb hisoblansin.

50.23. Debayning issiqlik sig'imi nazariyasidan foydalanib kristallni noldan to $T = 0,1\theta_D$ gacha qizdirishda uning molyar ichki energiyasining o'zgarishi ΔU_m aniqlansin. Mazkur kristall uchun Debayning xarakteristik temperaturasi θ_D=300 K deb olinsin. $T \ll \theta_D$ deb hisoblansin.

50.24. Debayning issiqlik sig'imi uchun kvant nazariyasidan foydalanib kristallni $T = \theta_D/2$ temperaturadan ΔT=2 K ga qizdirishda uning molyar ichki energiyasi o'zgarishi ΔU_m hisoblansin.

50.25. Massasi m = 10 g bo'lgan kumushni T_1= 10 K dan T_2=20 K gacha qizdirishda unga ΔU 0,71 J issiqlik berildi. Kumushning Debay xarakteristik temperaturasi θ_D aniqlansin. $T = \theta_D$ deb hisoblansin.

50.26. Agar Debay nazariyasi beradigan ($T = \theta_D$ sharoitdada) qiymat o'rniga, Dyulong va Pti qonuni beradigan qiymatdan foydalanilsa, u holda kristallning issiqlik sig'imini hisoblashda yo'l qo'yiladigan nisbiy xatolik aniqlansin.

50.27. Eynshteyn va Debay xarakteristik temperaturalarining nisbati θ_E/θ_D topilsin.

Korsatma: Nolinchi energiyalar uchun Eynshteyn va Debay nazariyalari bo'yicha hisoblangan ifodalardan foydalanilsin.

50.28. Debay yaqinlashishida qattiq jismni bo'ylama va ko'ndalang turg'un to'lqinlardan iborat sistema sifatida qarab, ikki o'lchovli panjarali kristall (ya'ni o'zaro ta'sirlashmaydigan qatlamlardan iborat kristall) uchun chastotalarning taqsimot funksiyasi $g(\omega)$ aniqlansin. Ifodani keltirib chiqarishda xususiy tebranishlar soni Z cheklangan va $3N$ ga teng deb qabul olinsin (N – qaralayotgan hajmdagi atomlar soni)

50.29. Ikki o'lchovli panjarali kristall uchun chastotalarning taqsimot funksiyasini $g(\omega) = \frac{6N}{\omega_{max}^2}\omega$ bilgan holda N ta (Avogadro doimiysiga teng) atomga ega kristallning ichki energiyasi U uchun formula keltirib chiqarilsin.

50.30. Ikki o'lchovli panjarali kristallning molyar ichki energiyasi uchun

$$U_m = 3RT \cdot 2\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^2 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^2 dx}{e^x - 1}$$

formuladan foydalanib c_v molyar issiqlik sig'imi ifodasi keltirib chiqarilsin.

50.31. Ikki o'lchovli panjarali kristallning molyar issiqlik sig'imi

$$C_m = 3R\left[6(T/Q_D)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{3(\theta_D/T)}{e^{(\theta_D/T)} - 1}\right]$$

formula bilan ifodalanadi. Past temperaturalarda ($T<<\theta_D$) kristall molyar issiqlik sig'imining chegaraviy ifodasi keltirib chiqarilsin.

50.32. Agar Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=350 K bo'lsa, ikki o'lchovli panjarali kristallning molyar ichki energiyasi U_m hisoblansin.

50.33. Debay yaqinlashishida qattiq jismni bo'ylama va ko'ndalang turg'un to'lqinlardan iborat sistema sifatida qarab, bir o'lchovli panjarali kristall uchun (ya'ni, atomlari bir-birlari bilan o'zaro ta'sirlashmaydigan zanjir hosil qiladigan kristall) chastotalar taqsimot funksiyasi g(ω) aniqlansin. Ifodani keltirib chiqarishda xususiy tebranishlar soni z cheklangan va $3N$ ga teng deb olinsin (N - qaralayotgan hajmdagi atomlar soni).

50.34. Bir o'lchovli panjarali kristall uchun chastotalar taqsimoti funksiyasi $g(\omega)=3N/\omega_{max}$ ni bilgan holda, N ta (Avogardro doimiysiga teng) atomga ega kristallning ichki energiyasi uchun formula keltirib chiqarilsin.

50.35. Bir o'lchovli panjarali kristallning molyar ichki energiyasi uchun $U_m = 3RT(T/\theta_D)\int_0^{\theta_D/T} \frac{xdx}{e^x - 1}$ formuladan foydalanib, molyar issiqlik sig'imi uchun ifoda keltirib chiqarilsin.

50.36. Bir o'lchovli panjarali kristallning molyar issiqlik sig'imi $C_m = 3R\left[2(T/Q_D)\int_0^{\theta_D/T} \frac{xdx}{e^x - 1} - \frac{(\theta_D/T)}{e^{(\theta_D/T)} - 1}\right]$ formula orqali ifodalanadi. Past temperaturalarda ($T<<\theta_D$) kristall molyar issiqlik sig'imining chegaraviy ifodasi topilsin.

50.37. Agar Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=300 K bo'lsa, bir o'lchovli panjarali kristallning molyar nolinchi energiyasi $U_{0,m}$ hisoblansin.

Nometallarning issiqlik o'tkazuvchanligi. Fononlar

50.38. Suv t_1=0°C temperaturada h=50 cm qalinlikdagi muz qatlami bilan qoplangan. Havoning temperaturasi t_1=30 °C. τ=1 soat vaqt mobaynida S=1 m^2 yuzali muz sirti orqali suv uzatgan issiqlik miqdori Q aniqlansin. Muzning issiqlik o'tkazuvchanligi λ=2,2 Vt/(m·K).

50.39. Sirtining yuzasi S=1,5 m^2, ajratuvchi qatlamining qalinligi h=2 cm bo'lgan termostatda tashqi temperatura t=20°C bo'lganda, t_1=100°C temperaturani saqlab turish uchun qanday quvvat talab qilinadi?

50.40. Agar Debay xarakteristik temperaturasi θ_D = 250 K bo'lsa, Debay

maksimal chastotasi ω_{max} ga mos keluvchi fononning energiyasi ε topilsin.

50.41. Fononning $\omega=0,1\omega_{max}$ chastotaga mos keluvchi kvaziimpulsi p aniqlansin. Tovushning kristalldagi o'rtachalashtirilgan tezligi ϑ=1380 m/s, Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=100 K. Tovush to'lqinlarining kristalldagi dispersiyasi inobatga olinmasin.

50.42. $\omega=0,01\omega_{max}$ chastotaga mos keluvchi fononning to'lqin uzunligi λ=52 nm. Agar tovushning kristalldagi o'rtachalashtirilgan tezligi ϑ =4,8 km/s bo'lsa, tovush to'lqinlarining dispersiyasini inobatga olmay, Debay xarakteristik temperaturasi θ_D aniqlansin.

50.43. Fononlarning kumushdagi o'rtachalashtirilgan tezligi ϑ (tovush tezligi) hisoblansin. Bo'ylama E va ko'ndalang G elastiklik modullari, shuningdek kumushning zichligi ρ ma'lum deb hisoblansin.

50.44. Volfram uchun Debay xarakteristik temperaturasi θ_D =310 K, $\nu=0,1\nu_{max}$ chastotaga mos keluvchi fononlarning to'lqin uzunligi λ aniqlansin. Tovushning volframdagi o'rtachalashtirilgan tezligi hisoblansin. Kristalldagi to'lqin dispersiyasi inobatga olinmasin.

50.45 Bir o'lchovli kristall (atomlari bir-birlari bilan o'zaro ta'sirlashmaydigan zanjir hosil qiluvchi kristall) panjarasining davri d=0,3 nm. Atomlarning shu zanjiri bo'ylab tarqaluvchi fononlarning maksimal energiyasi ε_{max} aniqlansin. Tovushning kristalldagi o'rtachalashtirilgan tezligi $\vartheta = 5$ km/s.

50.46. Xarakteristik temperaturasi θ=300 K bo'lgan kristallda tovushning o'rtachalashtirilgan tezligi ϑ aniqlansin. Kristalldagi atomlararo masofa d=0,25 nm.

50.47. Agar ma'lum temperaturada kvars SiO_2 ning issiqlik o'tkazuvchanligi λ=13 W/(m·K), molyar issiqlik sig'imi C_m=44 J/(mol·K) va tovushningo'rtachalashtirilgan tezligi ϑ=5 km/s bo'lsa, shu temperaturada fononlarning kvarsdagi o'rtacha erkin yugurish yo'li $\langle l \rangle$ hisoblansin. Kvarsning zichligi $\rho = 2,65 \cdot 10^3$ kg/ m^3.

50.48. Agar xona temperaturasida NaCl kristallining issiqlik o'tkazuvchanligi λ=71 Vt/(m·K.) bo'lsa, shu temperaturada fononlarning o'rtacha erkin yugurishyo'li $\langle l \rangle$ ning panjara parametri d ga nisbati topilsin. Issiqlik sig'imi Neyman- Kopp qonuni bo'yicha hisoblansin. Nisbiy atom massalari mos ravishda A_{Na}=23 va A_{Cl}=35,5, kristallning zichligi $\rho = 2,17 \cdot 10^3$ kg/ m^3. Tovushning o'rtachalashtirilgan tezligi ϑ=5 km/s deb olinsin.

$$C_m = 3R\left[6(T/Q_D)^3\int_0^{\theta_D/T}\frac{x^3dx}{e^x-1} - \frac{2(\theta_D/T)}{e^{(\theta_D/T)}-1}\right]$$

formula bilan ifodalanadi. Past temperaturalarda ($T<<\theta_D$) kristall molyar issiqlik sig'imining chegaraviy ifodasi keltirib chiqarilsin.

50.32. Agar Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=350 K bo'lsa, ikki o'lchovli panjarali kristallning molyar ichki energiyasi U_m hisoblansin.

50.33. Debay yaqinlashishida qattiq jismni bo'ylama va ko'ndalang turg'un to'lqinlardan iborat sistema sifatida qarab, bir o'lchovli panjarali kristall uchun (ya'ni, atomlari bir-birlari bilan o'zaro ta'sirlashmaydigan zanjir hosil qiladigan kristall) chastotalar taqsimot funksiyasi g(ω) aniqlansin. Ifodani keltirib chiqarishda xususiy tebranishlar soni z cheklangan va $3N$ ga teng deb olinsin (N - qaralayotgan hajmdagi atomlar soni).

50.34. Bir o'lchovli panjarali kristall uchun chastotalar taqsimoti funksiyasi $g(\omega)=3N/\omega_{max}$ ni bilgan holda, N ta (Avogardro doimiysiga teng) atomga ega kristallning ichki energiyasi uchun formula keltirib chiqarilsin.

50.35. Bir o'lchovli panjarali kristallning molyar ichki energiyasi uchun $U_m = 3RT(T/\theta_D)\int_0^{\theta_D/T}\frac{xdx}{e^x-1}$ formuladan foydalanib, molyar issiqlik sig'imi uchun ifoda keltirib chiqarilsin.

50.36. Bir o'lchovli panjarali kristallning molyar issiqlik sig'imi $C_m = 3R\left[2(T/Q_D)\int_0^{\theta_D/T}\frac{xdx}{e^x-1} - \frac{(\theta_D/T)}{e^{(\theta_D/T)}-1}\right]$ formula orqali ifodalanadi. Past temperaturalarda ($T<<\theta_D$) kristall molyar issiqlik sig'imining chegaraviy ifodasi topilsin.

50.37. Agar Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=300 K bo'lsa, bir o'lchovli panjarali kristallning molyar nolinchi energiyasi $U_{0,m}$ hisoblansin.

Nometallarning issiqlik o'tkazuvchanligi. Fononlar

50.38. Suv t_1=0°C temperaturada h=50 cm qalinlikdagi muz qatlami bilan qoplangan. Havoning temperaturasi t_1=30 °C. τ=1 soat vaqt mobaynida S=1 m² yuzali muz sirti orqali suv uzatgan issiqlik miqdori Q aniqlansin. Muzning issiqlik o'tkazuvchanligi λ=2,2 Vt/(m·K).

50.39. Sirtining yuzasi S=1,5 m², ajratuvchi qatlamining qalinligi h=2 cm bo'lgan termostatda tashqi temperatura t=20°C bo'lganda, t_1=100°C temperaturani saqlab turish uchun qanday quvvat talab qilinadi?

50.40. Agar Debay xarakteristik temperaturasi θ_D = 250 K bo'lsa, Debay

maksimal chastotasi ω_{max} ga mos keluvchi fononning energiyasi ε topilsin.

50.41. Fononning $\omega=0,1\omega_{max}$ chastotaga mos keluvchi kvaziimpulsi p aniqlansin. Tovushning kristalldagi o'rtachalashtirilgan tezligi ϑ=1380 m/s, Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=100 K. Tovush to'lqinlarining kristalldagi dispersiyasi inobatga olinmasin.

50.42. $\omega=0,01\omega_{max}$ chastotaga mos keluvchi fononning to'lqin uzunligi λ=52 nm. Agar tovushning kristalldagi o'rtachalashtirilgan tezligi ϑ =4,8 km/s bo'lsa, tovush to'lqinlarining dispersiyasini inobatga olmay, Debay xarakteristik temperaturasi θ_D aniqlansin.

50.43. Fononlarning kumushdagi o'rtachalashtirilgan tezligi ϑ (tovush tezligi) hisoblansin. Bo'ylama E va ko'ndalang G elastiklik modullari, shuningdek kumushning zichligi ρ ma'lum deb hisoblansin.

50.44. Volfram uchun Debay xarakteristik temperaturasi θ_D =310 K. $\nu=0,1\nu_{max}$ chastotaga mos keluvchi fononlarning to'lqin uzunligi λ aniqlansin. Tovushning volframdagi o'rtachalashtirilgan tezligi hisoblansin. Kristalldagi to'lqin dispersiyasi inobatga olinmasin.

50.45 Bir o'lchovli kristall (atomlari bir-birlari bilan o'zaro ta'sirlashmaydigan zanjir hosil qiluvchi kristall) panjarasining davri d=0,3 nm. Atomlarning shu zanjiri bo'ylab tarqaluvchi fononlarning maksimal energiyasi ε_{max} aniqlansin. Tovushning kristalldagi o'rtachalashtirilgan tezligi ϑ = 5 km/ s.

50.46. Xarakteristik temperaturasi θ=300 K bo'lgan kristallda tovushning o'rtachalashtirilgan tezligi ϑ aniqlansin. Kristalldagi atomlararo masofa d=0,25 nm.

50.47. Agar ma'lum temperaturada kvars SiO_2 ning issiqlik o'tkazuvchanligi λ=13 W/(m·K), molyar issiqlik sig'imi C_m=44 J/(mol·K) va tovushningo'rtachalashtirilgan tezligi ϑ =5 km/s bo'lsa, shu temperaturada fononlarning kvarsdagi o'rtacha erkin yugurish yo'li $\langle l\rangle$ hisoblansin. Kvarsning zichligi $\rho = 2,65\cdot10^3$ kg/ m³.

50.48. Agar xona temperaturasida NaCl kristallining issiqlik o'tkazuvchanligi λ=71 Vt/(m·K.) bo'lsa, shu temperaturada fononlarning o'rtacha erkin yugurishyo'li $\langle l\rangle$ ning panjara parametri d ga nisbati topilsin. Issiqlik sig'imi Neyman- Kopp qonuni bo'yicha hisoblansin. Nisbiy atom massalari mos ravishda A_{Na}=23 va A_{Cl}=35,5, kristallning zichligi $\rho = 2,17\cdot10^3$ kg/ m³. Tovushning o'rtachalashtirilgan tezligi ϑ =5 km/s deb olinsin.

50.49. T=42 K temperaturada qo'rgoshindagi fonon bosimi P hisoblansin. Qo'rgoshinning Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=85 K.

50.50. Agar θ_D=320 K bo'lsa, $T=\theta_D$ temperaturada misdagi fonon bosimi P aniqlansin.

Doppler effekti

50.51. Energiya va impulsl saqlanish qonunlaridan foydalanib norelyativistik harakatlanayotgan atom foton chiqarayotgan hol uchun $\Delta\omega/\omega$ Doppler siljishi formulasini keltirib chiqaring.

50.52. Quyidagi uch hol uchun turtki natijasida atom oladigan energiya R hisoblansin: 1) spektrning ko'zga ko'rinadigan qismidagi nurlanishda (λ=500 nm); 2) rentgen nurlanishida (λ=0,5 nm); 3) gamma-nurlanishda ($\lambda=5\cdot10^{-3}$ nm). Hamma hollarda atomning massasi m_a ni bir xil va 100 m.a.b ga teng deb hisoblansin.

50.53. Atom nurlanishi spektral chizig'ining kengayishi Doppler effekti va noaniqliklar munosabati natijasida hosil bo'ladi. Bundan tashqari, atomga tepki berish natijasida spektral chiziqlarning siljishi ro'y beradi. Vodorod atomi uchun bu uch sababning har biri natijasida nurlanish to'lqin uzunligining nisbiy o'zgarishi $\Delta\lambda/\lambda$ baholansin. Atomning issiqlik harakat o'rtacha tezligi $\langle\vartheta\rangle$=3 km/soat, g'alayonlangan holatda yashash vaqti τ=10 ns, nurlanish energiyasi esa ε=10 eV deb olinsin.

50.54. Erkin atom tomonidan γ-foton chiqarilganda spektral chiziqning siljishi va kengayishi ro'y beradi. Kengayish Doppler effekti va noaniqliklar munosabati, siljish esa tepki hodisasi natijasida ro'y beradi. ^{57}Fe yadrosi uchun uchta sababning har biri natijasida ro'y beradigan nurlanish chastotasining nisbiy o'zgarishi ($\Delta\nu/\nu$) baholansin. Hisoblashlarda yadroning o'rtacha tezligi (issiqlik harakati natijasidagi) $\langle\vartheta\rangle$=300 m/s, yadroning g'alayonlangan holatda yashash vaqti τ=100 ns va gamma nurlanishning energiyasi ε_γ=15 keV deb deb olinsin.

50.55. Massasi m_r bo'lgan erkin tinch holatdagi yadro ε energiyali gammafotonni tutib olishi natijasida ega bo'ladigan g'alayonlanish energiyasi topilsin.

50.56. Erkin ^{40}K yadrosi ε_γ=30 keV energiyali gamma-foton chiqardi. Yadroga tepki berish natijasida yuzaga keladigan spektral chiziqning nisbiy siljishi $\Delta\lambda/\lambda$ aniqlansin.

50.57. ΔE=93 keV g'alayonlanish energiyasiga ega bo'lgan ^{67}Zn yadrosi gamma-foton chiqarib asosiy holatga o'tdi. Erkin yadroda tepki natijasida yuzaga keladigan gamma foton energiyasining nisbiy o'zgarishi $\Delta\varepsilon_\gamma/\varepsilon_\gamma$

topilsin.

50.58. Kristall panjaraning tugunida turgan atomning Ebog' bog'lanish energiyasi 20 eV ni tashkil qiladi. Atomning massasi m0=80 m.a.b. Gamma-foton chiqarilishidagi tepki natijasida atom panjara tugunidan uzilishi mumkin bo'lgan gamma fotonning minimal energiyasi ε_γ aniqlansin.

50.59. ^{191}Ir yadrosining g'alayonlanish energiyasi ΔE=129 keV. Manba va yutuvchining (erkin ^{191}Ir yadrolariga ega) qanday υ tezlik bilan yaqinlashishida tepki natijasida vujudga keladigan yutish va nurlanish sohalarining siljishi Doppler effekti natijasida qoplanishi mumkin?

50.60. Manba va yutuvchi ^{83}Kr erkin yadrolariga ega. Yadrolarning g'alayonlanish energiyasi ΔE=9,3 keV. Gamma fotonning rezonans yutilishi ro'y berishi uchun manba va yutuvchining bir-biriga yaqinlashish tezligi υ aniqlansin.

50.61. Manba va yutuvchi ^{161}Dy yadrolariga ega. Yadrolarning g'alayonlanish energiyasi ΔE=26 keV, yarim yemirilish davri $T_{1/2}$=28 ns. Manba va yutuvchi bir-biriga qanday υ_{min} minimal tezlik bilan yaqinlashganda gamma-fotonning Myossbauer yutilishi buziladi?

50.62. Manba va yutuvchining (^{193}Er erkin yadrolariga ega) ϑ=10 mm/s tezlik bilan yaqinlashishida ε_γ=98 keV energiyali gamma fotonning Myossbauer yutilishi buziladi. Shu berilganlar asosida ^{153}Er yadrosining o'rtacha yashash vaqti τ baholansin.

50.63. Gamma fotonlar manbai detektor-yutuvchi ustida l=20 m masofada joylashgan. Detektorning joylashish o'rnida Yer bilan o'zaro tortishish ta'siri natijasida gamma fotonlar energiyasining o'zgarishini to'la qoplash maqsadida manbani qanday ϑ tezlik bilan yuqoriga qarab harakatlantirish kerak?

Qattiq jismlarning issiqlikdan kengayishi

50.64. Uchta o'zaro tik yo'nalishlar bo'yicha chiziqli kengayish koeffitsiyentlari $\alpha_1=1,25\cdot10^{-5}$ K^{-1}; $\alpha_2=1,10\cdot10^{-5}$ K^{-1}; $\alpha_3=1,5\cdot10^{-5}$ K^{-1} ni tashkil qiladigan anizotrop kristall uchun hajmiy kengayishi koeffitsiyenti β topilsin.

50.65. Agar garmoniklik koeffitsiyenti β=50 N/m, angarmoniklik koeffitsiyenti esa γ=500 GPa bo'lsa, qattiq jism atomini muvozanat holatiga qaytaruvchi F_{max} maksimal kuch hisoblansin.

50.66. Agar ma'lum temperaturada, issiqlik tebranishlari amplitudasi atomlararo o'rtacha masofaning 5 % ni tashkil qilsa, atomni muvozanat holatiga qaytaruvchi (maksimal siljishga mos keluvchi) F kuch aniqlansin. Hisoblashlarda garmoniklik koeffitsiyenti β=50 N/m, angarmoniklik

koeffitsiyenti γ=500 GPa,atomlararo o'rtacha masofa r_0 0.4 nm deb olinsin.

50.67. Agar issiqlik tebranishlari amplitudasi atomlararo o'rtacha masofaning 5% ni tashkil qilsa, garmonik tebranishlarda qattiq jism kristall panjara atomlari potensial energiyasining maksimal o'zgarishi ΔP_{max} qanday bo'ladi? Atomlar orasidagi o'rtacha masofa r_0=0.3 nm. Yung moduli E=100 GPa deb olinsin.

50.68. Agar zarraning qattiq jism kristall panjarasidagi siljishi $F(x)=-\beta x$ Guk qonuniga bo'ysunsa, unda issiqlik kengayishi bo'lmasligi ko'rsatilsin.

50.69. Agar zarrachalar orasidagi muvozanat masofasi r_0=0.3 nm. Yung moduli E=200 GPa bo'lsa. qattiq jism zarrachalarining tebranish tenglamasidagi garmoniklik koeffitsiyenti aniqlansin.

50.70. Angarmoniklik koeffitsiyentini $\gamma=\beta/(2r_0)$ deb hisoblab, qattiq jism kengayishi termik koeffitsiyenti α baholansin. Baholashda Yung moduli E=100 GPa, atomlararo masofa r_0 0.3 nm deb olinsin.

50.71. Agar temir uchun chiziqli kengayishning termik koeffitsiyenti $\alpha=1{,}2\cdot10^{-5}$ K^{-1}, atomlararo masofa r_0=0,25 nm va Yung moduli E=200 GPa bo'lsa, uning uchun angarmoniklik koeffitsiyenti γ hisoblansin.

50.72. Qattiq jismdagi atomlararo masofaning (uni T=400 K gacha qizdirganda) minimum potensial energiyaga to'g'ri keluvchi r_0 0,3 nm muvozanat masofasiga nisbatan necha foizga o'zgarishi aniqlansin. Hisoblashlarda $\gamma=\beta/(2r_0)$. Yung moduli esa E=10 GPa deb olinsin.

50.73. Qattiq jismning fononlar bosimi ($T<<\theta_D$ sohada) sutayli yuzaga keladigan kengayishining termik koeffitsiyenti α baholansin. Baholashda kristallning zichligi $\rho=10^3$ kg/m^3, Yung moduli E=100 Gpa va nisbiy atom massasi A_r=60 deb olinsin.

50.74* Issiqlik sig'imlari uchun Eynshteynning kvant nazariyasi va klassik nazariya (Dyulong va Pti qonunlari) lardan foydalanib, T_1=170 K temperaturadagi m=20 gr massali nikel kristallini ΔT=2 K ga qizdirish uchun zarur bo'lgan issiqlik miqdori Q topilsin. Eynshteyn xarakteristik temperaturasi θ_E=340 K.

50.75* Bir mol oltin kristallini $T_1=\theta_E$ temperaturadan $T_2=2\theta_D$ temperaturagacha qizdirish uchun zarur bo'lgan issiqlik miqdori topilsin. Hisoblashlar issiqlik sig'imini klassik (Dyulong va Pti qonuni) va Eynshteynning kvant nazariyalaridan foydalanib amalga oshirilsin. Eynshteyn xarakteristik temperaturasi θ_E=125 K ga teng. Qaralayotgan temperatura intervalida klassik nazariya bo'yicha amalga oshiriladigan hisoblashlarning

nisbiy xatoligi topilsin.

50.76* Uncha-lik kichik bo'lmagan past temperaturalarda issiqlik sig'imining Eynshteyn nazariyasi tajriba natijalarini yaxshi tushuntirib beradi. Eynshteyn nazariyasi asosida m=30 g massali germaniy kristallini $T_1=\frac{1}{2}\theta_E$ temperaturagacha, bu yerda θ_E 280 K, qizdirish jarayonida uning ichki energiyasi o'zgarishi ΔU ni aniqlang. ΔU ichki energiya o'zgarishi ning bu olingan qiymati klassik nazariya (Dyulong va Pti qonuni) bo'yicha hisoblangan qiymatidan necha marta kichik?

50.77* Massasi m=104 gr bo'lgan xrom kristallining T_1 =50 K va T_2=60 K temperaturalardagi issiqlik sig'imlari mos ravishda C_1=194 $\frac{J}{K}$ va C_2=3.36 $\frac{J}{K}$. Xromning T= 30 K temperaturada xromning molyar issiqlik sig'imi C_m va Debay xarakteristik temperaturasi θ_D topilsin.

50.78* m =50 gr massali nikel kristallini T_1 =45 K temperaturadan T_2=30 K temperaturagacha sovutishda kristall ichki energiyasining ΔU o'zgarishini aniqlang. Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=450 K.

50.79* Massasi m= 20 gr bo'lgan berilliy kristalli kalorimetrga joylashtirildi. Agar uning temperaturasi T_1=72 K dan T_2=96 K gacha o'zgargan bo'lsa, unga berilgan issiqlik miqdori aniqlansin. Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=1440 K.

50.80* m= 50 gr massali berilliy kristalli T_1=140 K temperaturada kalorimetrga joylashtirildi. Agar uning sovushi uchun undan Q=124 kJ issiqlik miqdori olingan bo'lsa. kristallning oxirgi temperaturasi T_2 aniqlansin. Debay xarakteristik temperaturasi θ_D =1440 K.

50.81* Magniy kristalli ikki marta ΔT=10 K ga qizdirildi. Qizdirish birinchi marta T_1=30 K, ikkinchi marta esa T_2=400 K dan boshlandi. Har ikkala holdagi berilgan issiqlik miqdorlari nisbati $\frac{Q_2}{Q_1}$ topilsin. Ikkinchi marta kristallga berilgan issiqlik, birinchi marta berilgan issiqlikdan necha marta katta?

50.82* m=10.8 gr massali kumush kristallini T_1=15 K temperaturada kalorimetrga joylashtirishdi, Kalorimetr atrofiga o'ralgan spiral orqali τ=25 s vaqt mobaynida U= 6 V kuchlanishda I= 4 mA tok o'tkazildi. Kristallning oxirgi temperaturasi T_2. Issiqlik isrofi hisobga olinmasin va $T_2<<\theta_D$ shart bajariladi deb hisoblansin. Debay xarakteristik temperaturasi θ_D=225 K.

51-§. QATTIQ JISMLARNING ELEKTR VA MAGNIT XOSSALARI

Asosiy formulalar

Metalldagi elektronlar (kvant statistikasi bo'yicha)

• Metalldagi erkin elektronlarning energiyalar bo'yicha Fermi taqsimoti:

$$T \neq 0 \quad da \quad dn(\varepsilon) = \left(\frac{1}{2\pi^2}\right)\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{\varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{\exp\left[\left(\varepsilon - \varepsilon_f\right)/kT\right] + 1};$$

$$T = 0 \quad \text{da} \quad dn(\varepsilon) = \left(\frac{1}{2\pi^2}\right)\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon \quad \left(\varepsilon < \varepsilon_f \; da\right).$$

bu yerda $dn(\varepsilon)$ – energiyalari ε dan $\varepsilon + d\varepsilon$ gacha qiymatlar oralig'ida bo'lgan elektronlarning konsentratsiyasi; m va ε – elektronning massasi va energiyasi; ε_f – Fermi sathi energiyasi.

• T=0 da metalldagi Fermi sathi energiyasi (Fermi energiyasi):

$$\varepsilon_f = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}.$$

Aynish kritik temperaturasi:

$$T_{kr} = \frac{2\pi\hbar^2}{km} n^{2/3}.$$

Yarimo'tkazgichlar

• Yarim o'tkazgichlarning xususiy solishtirma o'tkazuvchanligi:

$$\gamma = en\left(b_n + b_p\right),$$

bu yerda e–elektronning zaryadi; n–zaryad tashuvchilarning (elektronlarning va kovaklarning) konsentratsiyasi; b_n va b_p elektronlarning va kovaklarning harakatchanligi.

Xoll effekti natijasida namunaning yon yoqlarida vujudga keladigan U_H kuchlanish:

$$U_H = R_H B j l,$$

bu yerda R_H – Xoll doimiysi; B – magnit maydoni induksiyasi; l – namunaning kengligi; j – tok zichligi.

Faqat bir xil ko'rinishdagi zaryad tashuvchilarga, n yoki p tipdagi o'tkazuvchanlikka, ega bo'lgan yoqut, kremniy, germaniy va boshqalar kabi yarim o'tkazgichlar uchun Xoll doimiysi:

$$R_n = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{en},$$

bu yerda n – zaryad tashuvchilarning konsentratsiyasi.

Magnit rezonansi

• Yadroning magnit momenti[58]:

$$\mu_I = g\mu_N \sqrt{I(I+1)},$$

bu yerda g– Landening yadroviy faktori (g-faktori); μ_N–yadro magnetoni $\mu_N = e\hbar/\left(2m_p\right)$; m_p – protonning massasi; I – yadroning spin kvant soni (yadroning spini).

• Yadro magnit momentining yadroning impuls momenti L_I bilan bog'lanishi:

$$M_I = \gamma L_I,$$

bu yerda γ – gidromagnit munosabat $\left(\gamma = g\mu_N/\hbar\right)$ va

$$L_I = \hbar\sqrt{I(I+1)}.$$

Yadro magnit momentining tashqi magnit maydoni induksiya vektorining yo'nalishidagi proyeksiyasi:

$$M_z = g\mu_N m_I,$$

bu yerda m_I – yadroning spin magnit kvant soni $m_I = I, I-1, \ldots, -I$.

• Rezonans energiya yutilishi ro'y beradigan o'zgaruvchan magnit maydonning siklik chastotasi:

$$\omega_0 = \gamma B_0,$$

bu yerda B_0 – doimiy tashqi magnit maydoni induksiyasi.

Energetik sathlar bandliklarining nisbati (yuqori chastotali maydon bo'lmaganda):

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}.$$

bu yerda N_1 – E_1 energetik sathning bandligi; N_2 – E_2 energetik sathning bandligi; $E_2 > E_1$.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. V=20 cm^3 hajmli metall parchasi T=0 K temperaturada turibdi. Impulslari maksimal impuls p_{max} dan 0,1 p_{max} dan ko'p farq qilmaydigan erkin elektronlar soni ΔN aniqlansin. Fermi energiyasi $\varepsilon_f = 5\text{eV}$.

Yechish. Metalldagi erkin elektronlarning impulslar bo'yicha

[58] Yadroning magnit momenti deb yadro magnit momentining tashqi maydon magnit induksiyasi vektori yo'nalishidagi proyeksiyaning maksimal qiymatiga ham aytiladi, ya'ni $\mu = \mu_{max} = g\mu_N I$.

51-§. QATTIQ JISMLARNING ELEKTR VA MAGNIT XOSSALARI

Asosiy formulalar

Metalldagi elektronlar (kvant statistikasi bo'yicha)

• Metalldagi erkin elektronlarning energiyalar bo'yicha Fermi taqsimoti:

$$T \neq 0 \quad da \quad dn(\varepsilon) = \left(\frac{1}{2\pi^2}\right)\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{\varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{\exp\left[\left(\varepsilon - \varepsilon_f\right)/kT\right] + 1};$$

$$T = 0 \text{ da } \quad dn(\varepsilon) = \left(\frac{1}{2\pi^2}\right)\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon \quad \left(\varepsilon < \varepsilon_f \; da\right).$$

bu yerda dn(ε) – energiyalari ε dan $\varepsilon+d\varepsilon$ gacha qiymatlar oralig'ida bo'lgan elektronlarning konsentratsiyasi; m va ε – elektronning massasi va energiyasi; ε_f – Fermi sathi energiyasi.

• T=0 da metalldagi Fermi sathi energiyasi (Fermi energiyasi):

$$\varepsilon_f = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}.$$

Aynish kritik temperaturasi:

$$T_{kr} = \frac{2\pi\hbar^2}{km} n^{2/3}.$$

Yarimo'tkazgichlar

• Yarim o'tkazgichlarning xususiy solishtirma o'tkazuvchanligi:

$$\gamma = en\left(b_n + b_p\right),$$

bu yerda e–elektronning zaryadi; n–zaryad tashuvchilarning (elektronlarning va kovaklarning) konsentratsiyasi; b_n va b_p elektronlarning va kovaklarning harakatchanligi.

Xoll effekti natijasida namunaning yon yoqlarida vujudga keladigan U_H kuchlanish:

$$U_H = R_H B j l,$$

bu yerda R_H – Xoll doimiysi; B – magnit maydoni induksiyasi; l – namunaning kengligi; j – tok zichligi.

Faqat bir xil ko'rinishdagi zaryad tashuvchilarga, n yoki p tipdagi o'tkazuvchanlikka, ega bo'lgan yoqut, kremniy, germaniy va boshqalar kabi yarim o'tkazgichlar uchun Xoll doimiysi:

$$R_n = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{en},$$

bu yerda n – zaryad tashuvchilarning konsentratsiyasi.

Magnit rezonansi

• Yadroning magnit momenti[58]:

$$\mu_I = g\mu_N \sqrt{I(I+1)},$$

bu yerda g– Landening yadroviy faktori (g-faktori); μ_N–yadro magnetoni $\mu_N = e\hbar/\left(2m_p\right)$; m_p – protonning massasi; I – yadroning spin kvant soni (yadroning spini).

• Yadro magnit momentining yadroning impuls momenti L_I bilan bog'lanishi:

$$M_I = \gamma L_I,$$

bu yerda γ – gidromagnit munosabat $\left(\gamma = g\mu_N/\hbar\right)$ va

$$L_I = \hbar\sqrt{I(I+1)}.$$

Yadro magnit momentining tashqi magnit maydoni induksiya vektorining yo'nalishidagi proyeksiyasi:

$$M_z = g\mu_N m_I,$$

bu yerda m_I – yadroning spin magnit kvant soni $m_I = I, I-1, \ldots, -I$.

• Rezonans energiya yutilishi ro'y beradigan o'zgaruvchan magnit maydonning siklik chastotasi:

$$\omega_0 = \gamma B_0,$$

bu yerda B_0 – doimiy tashqi magnit maydoni induksiyasi.

Energetik sathlar bandliklarining nisbati (yuqori chastotali maydon bo'lmaganda):

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}},$$

bu yerda N_1 – E_1 energetik sathning bandligi; N_2 – E_2 energetik sathning bandligi; $E_2 > E_1$.

Masalalar yechishga doir namunalar

1-masala. V=20 cm^3 hajmli metall parchasi T=0 K temperaturada turibdi. Impulslari maksimal impuls p_{max} dan 0,1 p_{max} dan ko'p farq qilmaydigan erkin elektronlar soni ΔN aniqlansin. Fermi energiyasi $\varepsilon_f = 5\text{eV}$.

Yechish. Metalldagi erkin elektronlarning impulslar bo'yicha

[58] Yadroning magnit momenti deb yadro magnit momentining tashqi maydon magnit induksiyasi vektori yo'nalishidagi proyeksiyasining maksimal qiymatiga ham aytiladi, ya'ni $\mu = \mu_{max} = g\mu_N I$.

taqsimotini hosil qilish uchun $T=0$ da erkin elektronlar uchun Fermi taqsimotidan foydalanamiz:

$$dn(\varepsilon)=\left(\frac{1}{2\pi^2}\right)\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\varepsilon^{1/2}d\varepsilon \qquad (1)$$

$dn(\varepsilon)$ birlik hajmdagi energiyalari ε dan $\varepsilon+d\varepsilon$ gacha ($\varepsilon<\varepsilon_f$) qiymatlar intervalida bo'lgan elektronlar soni bo'lganligidan, u impulslari p dan $p+dp$ gacha qiymatlar oralig'ida bo'lgan birlik hajmdagi elektronlar soni $dn(p)$ ga teng bo'lishi kerak, ya'ni

$$dn(p)=dn(\varepsilon). \qquad (2)$$

Bunda quyidagi shart bajarilishi kerak. Berilgan ε energiyaga ma'lum impuls $p\left(\varepsilon=p^2/(2m)\right)$ mos keladi va energiyalarning $d\varepsilon$ intervaliga $dp\left(d\varepsilon=\frac{p}{m}dp\right)$ impulslar intervali mos keladi. $\varepsilon^{1/2}=p/(2m)^{1/2}$ ekanligini nazarda tutib, (2) tenglikning o'ng tomonidagi $dn(\varepsilon)$ o'rniga yuqorida olingan munosabatlarga muvofiq ε ni p bilan va $d\varepsilon$ ni dp bilan almashtirib (1) ifodaga qo'yamiz, ya'ni

$$dn(p)=\left(\frac{1}{2\pi^2}\right)\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\frac{p}{(2m)^{1/2}}\frac{p}{m}dp$$

Qisqartirishlardan keyin metalldagi erkin elektronlarning T=0 da impulslar bo'yicha qidirilayotgan taqsimotini olamiz:

$$dn(p)=\frac{1}{\pi^2\hbar^3}p^2dp$$

Impulslari p_{max}-$0,1p_{max}$ dan p_{max} gacha oraliqda bo'lgan birlik hajmdagi elektronlar sonini mos chegaraviy qiymatlarda integrallash bilan topamiz:

$$\Delta n=\frac{1}{\pi^2\hbar^3}\int_{0,9p_{max}}^{p_{max}}P^2dp=\frac{1}{3\pi^2\hbar^3}p^3_{max}\left[1-(0,9)^3\right] \text{ yoki } \Delta n=\frac{0,271}{3\pi^2}\cdot\frac{p^3_{max}}{\hbar^3}$$

Metalldagi elektronlarning maksimal impulsi p_{max} va maksimal energiyasi ε ushbu $p^2_{max}=2m\varepsilon_f$ munosabat orqali bog'langanligini hisobga olib (T=0 da) metalldagi erkin elektronlarning qidirilayotgan ΔN sonini topamiz:

$$\Delta N=\frac{0,271}{3\pi^2\hbar^3}\left(2m\varepsilon_f\right)^{3/2}\cdot V \text{ yoki } \Delta N=\frac{0,271}{3\pi^2}\left(\frac{3m\varepsilon_f}{\hbar^2}\right)^{3/2}\cdot V$$

Olingan ifodaga π, m, ε_f, $\hbar$ va V kattaliklarning qiymatlarini qo'yib va hisoblashlarni amalga oshirib, quyidagi natijani olamiz (5eV=$8\cdot10^{-19}$ J):

6.1 2s; 36° **6.2** 0,8s; 1,25Hz; π rad **6.3** 1) $\pi/3$ rad; 2) $3\pi/4$ rad; 3) $5\pi/3$ rad; 4) $7\pi/6$ rad **6.4** 1) $5\pi/6$ rad; 2) $\pi/3$ rad; 3) $5\pi/4$ rad; 4) $5\pi/3$ rad **6.6** $x=A\cos(\omega t+\varphi)$, *bunda* $A=4$cm, $\omega=2\pi/T=\pi$ rad/s, $\varphi=\pi/2$ rad; 1) $5\pi/3$ rad; 2) 0.842π rad **6.7** $x=A\cos(\omega t+\varphi)$, *bunda* $A=d/2=10$cm, $\omega=\pi/3$ rad/s, $\varphi=\pi/2$ rad; $x=-8,66$cm; $\dot{x}=-5,24$cm/s, $\ddot{x}=9,50$cm/s^2 **6.8** 4,71cm/s; 7,4 cm/s^2 **6.9** $|\ddot{x}|=\omega\sqrt{(\omega^2A^2-\dot{x}^2)}=12$cm/s^2 **6.10** 2s^{-1}; 40cm/s^2 **6.11** 10s^{-1}; 0,628s; 1cm; $x=A\cos\omega t$ **6.12** $A=2x_1^2/\sqrt{4x_1^2-x_2^2}=8,33$cm **6.13** $\omega=\sqrt{-\ddot{x}/x}=4$s^{-1}; $T=2\pi/\omega=1,57$s; $A=\sqrt{\dot{x}^2+\omega^2x^2}=7,07$cm; $\omega t+\varphi=\arccos(x/A)=\pi/4$ rad **6.14** $\pi/3$ rad **6.15** $2\pi/3$ rad *yoki* $4\pi/3$ rad **6.16** $A=1,41$cm; $\varphi=\pi/4$ rad; $x=A\cos(\omega t+\varphi)$. bunda $\omega=\pi$ s^{-1} **6.17** $A=2,24$cm; $\nu=0,159$Hz; $\varphi=0,353\pi$ rad; $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ bunda $\omega=1$s^{-1} **6.18** $A=3,86$cm; $\varphi=0,417\pi$ rad; $x=A\cos(\omega t+\varphi)$. bunda $\omega=2\pi/T=4,19$s^{-1} **6.19** $A=6$cm; $\varphi=\pi/3$ rad; $x=A\cos(\omega t+\varphi)$. bunda $\omega=2\pi/T=\pi$s^{-1} **6.20** 1) $A=2,24$cm, $\varphi=0,686\pi$ rad; 2) $A=1,41$cm, $\varphi=0,917\pi$ rad; **6.21** 2s **6.22** $y=-(A_2/A_1)x$, yoki $y=-1/2x$ **6.23** $y=-(A_2/A_1)x$ yoki $y=-2x$ **6.24** 1) $y=x$; 2) $y=(A_2/A_1)x$, $y=\frac{3}{2}x$; 3) $x^2+y^2=A^2$, $x^2+y^2=4$; 4) $y=-(A_2/A_1)x$, $y=-2x$; 5) $x^2+y^2=A^2$, $x^2+y^2=9$; 6) $\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1$, $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$; 7) $y=(A_2/A_1)x$, $y=3x$; 8) $y=-(A_2/A_1)x$, $y=-2x$ **6.25** $\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1$, $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$ **6.26** $\frac{x^2}{0,25}+\frac{y^2}{4}=1$ **6.27** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{25}=1$, $\vartheta=13,7$m/s **6.28** $y=-2(A_2/A_1)x^2+A_2$, $y=-\frac{1}{2}x^2+1$ **6.29** 1) $y=A-2\frac{x^2}{A}$, $y=-x^2+2$; 2) $y=2\frac{x^2}{A}-A$, $y=x^2-2$; 3) $2Ay-A_1x^2=AA_1$, $y=\frac{3}{4}x^2+3/2$; 4) $x=2(A_1/A)y\sqrt{1-y^2/A^2}$, $x=\frac{3}{2}y\sqrt{4-y^2}$ **6.30** $y=\frac{A_2^2}{2A_1}(A_1-x)$, $x=\frac{9}{4}(2-x)$ **6.32** 1) $-62,5$mN; 2) -125mN **6.33** 2mN; 50μJ **6.34** 4,39 mN; 877μJ **6.35** 2 s; $\pi/3$ **6.36** 9,87 N/m **6.37** 0,6 s **6.38** 0,8 J **6.39** $\frac{l_1}{l_2}=-\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2=2.25$ **6.40** $T=2\pi\sqrt{l/(g+a)}=1,8$s **6.41**

L $\frac{l^2-2d(l-d)}{l-2d}=50\text{cm}$; $T=2\pi\sqrt{L/g}$ 1.42 s 6.42 $r=\frac{5}{6}l=25\text{cm}$; $T=2\pi\sqrt{L/g}=1\text{s}$ 6.43 $T=2\pi\sqrt{3l/g}=1.9\text{s}$ 6.44 $T=2\pi\sqrt{2R/g}=1.55\text{s}$ 6.45 $T=2\pi\sqrt{3R/(2g)}=1.35\text{s}$ 6.46 36 cm; 1.2 s 6.47 $T=2\pi\sqrt{\frac{3(R^2+r^2)(R+r)}{2g(R^2+Rr+r^2)}}=1.14\text{s}$ 6.48 10 cm; 30 cm 6.49 $a=l/(2\sqrt{3})=34.6\text{cm}$ 6.50 *a*) $T=\frac{8}{3}\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}=1.89\text{s}$; *b*) $T=2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$ 1.64 s; *v*) $T=\frac{4}{3}\pi\sqrt{\frac{l}{g}}=1.34\text{s}$; *g*) $T=2\pi\sqrt{\frac{7l}{3g}}=1.53\text{s}$; 6.51 *a*) $\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3g}{5l}}=0.386\text{Hz}$; *b*) $\nu=\frac{3}{\pi}\sqrt{\frac{g}{3l}}=0.537\text{Hz}$; *v*) $\nu=\frac{1}{5\pi}\sqrt{\frac{3g}{l}}=0.652\text{Hz}$; *g*) $\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{15g}{11l}}=0.582\text{Hz}$ 6.52 $I_1=\frac{mR^2T_1^2}{2(T_2^2-T_1^2)}=$ $=6.4\cdot10^{-2}\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 6.53 $T=\frac{4}{d}\sqrt{\frac{\pi m}{\rho g}}$ (ρ - zichlik) 6.54 $T=2\pi\sqrt{mI/(2\rho gS)}=$ $=0.86\text{s}$ ρ - simob zichligi 6.55 $l=gT^2/(4\pi^2)=0.21\text{m}$ 6.56 15 min 6.57 0.0023s^{-1} 6.58 $\theta=\frac{2\pi}{T}\sqrt{\frac{l}{g}}\ln\frac{A_1}{A_2}=2.31\cdot10^{-3}$ 6.59 $N=\frac{1}{\theta}\ln\frac{A_1}{A_2}=231$ 6.60 $N=\frac{1}{\theta}\ln\frac{A_1}{A_2}=173$; $t=2\pi n\sqrt{\frac{m}{k}}=2\text{min}32\text{s}$ 6.61 $9.16\cdot10^{-5}\text{kg}\cdot\text{m/s}$ 6.62 1,005 6.63 35 6.64 1) 0,025; 2) 1,59 Hz; 3) 0.0157; 4) 64 6.65 $n=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{h}}=16\text{s}^{-1}$ 6.66 $\vartheta=(l/\pi)\sqrt{k/m}=10.2\text{m/s}$ 6.67 1002 Hz 6.68 $\Delta\nu=\delta^2/(4\pi^2\nu_0)=4.05\text{Hz}$ 6.69 $\lambda=2\pi\sqrt{\Delta\nu/\varepsilon_0}=0.089$ 6.70 $\nu_{\text{ш}}=\sqrt{2}\cdot T^2-1/T_1^2=$ $=1.75\text{s}^{-1}$ 6.71 0,1 s^{-1}; 5 cm 6.72 $F_0=2\pi\nu_0\rho A_{\text{ш}}=0.314\text{mN}$ 6.73 510 Hz 6.74 1) 5,03 Hz; 2) 4,91 Hz; 3) 6.4 mm; 4) 3,2 6.75 1) 1.53; 2) 15,2

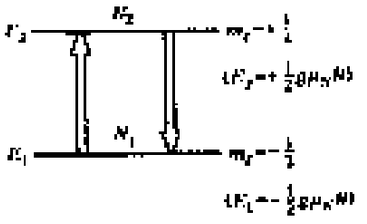
7.1 1) 100 Hz 3,14 m; 2) 314 m/s; 3) 3,14 m/s; $1.97\cdot10^3\text{m/s}^2$ 7.2 1) $\xi(0,t)=4\cos2\pi\nu t$; 2) $\xi=-2\mu\text{m}$ 7.4 1) 350 m/s; 2) 0,79 m/s 7.5 1) −0,1 mm; 2) 0,363 m/s, 0,439 km/s^2 7.6 5,88 cm 7.7 −1,73 cm 7.8 1,26 rad 7.9 1,57 rad 7.10 50 Hz 7.11 15 m/s 7.12 1) 5,05 km/s; 2) 3,31 km/s; 3) 4,44 km/s 7.13 21 m; 17 mm 7.14 350 m/s 7.15 339 m/s; 375 m/s 7.16 1,45 km/s 7.17 1,67 7.18 4,8 7.19 24,3 s 7.20 1,73 mm 7.21 1) $l_{\max}=(2n+1)\vartheta/(4\nu)$; $l_{\max}=2.5,\ 7.5,\ 12.5\text{cm},\ldots$; $l_{\min}=n\vartheta/(2\nu)$; $l_{\min}=0,\ 5,\ 10\text{ cm},\ldots$; 2) $l_{\max}=n\vartheta/(2\nu)$; $l_{\min}=0,\ 5,\ 10\text{ cm},\ldots$;

$$E_1=-(1/2)g\mu_yB \tag{2}$$

$m_z=\frac{1}{2}$ qiymat

$$E_2=+(1/2)g\mu_yB \tag{3}$$

yuqori energetik sathga mos keladi (51.2-rasm).



51.1-rasm

Magnit maydoni bo'lmaganda spinlari qarama-qarshi yo'nalgan yadrolarning soni bir xil va N/2 ga teng (N – yadrolarning umumiy soni). Magnit maydonida yadrolarning energetik sathlar bo'yicha qayta taqsimlanishi ro'y beradi. E_1 energiyali quyi sathda E_2 energiyali yuqori sathdagidan ko'ra ko'proq yadrolar mavjud. Quyi energetik sath E_1 da turgan yadrolarning N_1 soni (mazkur sathning bandligi) Bolsman formulasi asosida hisoblanishi mumkin:

$$N_1=\frac{N}{2}e^{-(1/2)g\mu_yB/(kT)}\text{ yoki }N_1=\frac{N}{2}e^{-\frac{1}{2}g\mu_yB/(kT)}$$

Xuddi shuningdek, yuqori energetik sathda turgan yadrolarning soni N_2 ni ham topishimiz mumkin:

$$N_2=\frac{N}{2}e^{-(1/2)g\mu_yB/(kT)}\text{ yoki }N_2=\frac{N}{2}e^{-\frac{1}{2}g\mu_yB/(kT)}$$

$(1/2)g\mu_yB\ll kT$ bo'lganligidan (bu keyinroq ko'rsatib beriladi), agar $x\ll1$ bo'lsa (3-jadvalga qarang), quyidagi $e^{-x}\approx1-x$ va $e^{+x}\approx1+x$ taqribiy tengliklardan foydalanish mumkin. U holda

$$N_1=\frac{N}{2}\left(1+\frac{1}{2}g\mu_yB/(kT)\right)\text{ va }N_2=\frac{N}{2}\left(1-\frac{1}{2}g\mu_yB/(kT)\right)$$

Energetik sathlarning bandligi farqi ΔN ni birinchi taqribiy tenglikdan ikkinchisini ayirib topamiz:

$$\Delta N=N-N_2=\frac{N}{2}g\mu_yB/(kT)$$

ΔN ni N ga bo'lib energetik sathlar bandligining nisbiy farqini olamiz:

$$\frac{\Delta N}{N}=\frac{1}{2}g\mu_yB/kT \tag{4}$$

Hamma kattaliklarni SI birliklarida ifodalaymiz: $g=5,58$ (proton uchun), $\mu_N=5,05\cdot10^{-27}\text{A}\cdot\text{m}^2$, $B=1$ Tl, $k=1,38\cdot10^{-23}$ J/K, $T=300$ K. Kattaliklarning bu

qiymatlarini (4) formulaga qo'yamiz va hisoblaymiz:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{5{,}58 \cdot 5{,}05 \cdot 10^{-27} \cdot 1}{2 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \approx 3{,}4 \cdot 10^{-4}.$$

Olingan natijalar bizning $\frac{1}{2} g\mu_n B \ll kT$ deb qabul qilgan farazimizning to'g'riligini ko'rsatadi.

2. Burchak chastotasi

$$\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar \qquad (5)$$

bo'lgan elektromagnit nurlanish ta'sirida E_1 va E_2 energiyali sathlar orasida o'tishlar ro'y beradi, bunda energetik sathlarning to'ldirilganligi bir xil bo'lsa, elektromagnit nurlanish $E_1 \to E_2$ va $E_2 \to E$ o'tishlarni teng ehtimolliklar bilan amalga oshiradi. Quyi sathning to'ldirilganligi yuqoridagisidan ko'p bo'lganligi sababli, elektromagnit nurlanishni yutish bilan ro'y beradigan ($E_2 \to E_1$) o'tishlar nurlanish bilan ro'y beradigan ($E_1 \to E_2$) o'tishga nisbatan ko'proq sodir bo'ladi.

Mana shu yadro magnetizmi (YAMR) natijasida ro'y beradigan elektromagnit nurlanishning rezonans yutilishidir.

(2) va (3) lardan E_1 va E_2 energiyalarning ifodalarini (5) ifodaga qo'yib va burchak chastota ω_0 ni ν_0 chastota bilan almashtirib ($\omega_0 = 2\pi\nu_0$), tashqi magnit maydoni B^{50} uchun rezonans chastota ν_0 ni topamiz:

$$\nu_0 = g\mu_n B/(2\pi\hbar).$$

Bu ifodaga fizik kattaliklarning son qiymatlarini qo'yamiz va hisoblaymiz: $\nu_0 = \frac{5{,}58 \cdot 5{,}05 \cdot 10^{-27}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}05 \cdot 10^{-34}} Hz = 4{,}27 \cdot 10^7 Hz$ yoki ν_0=42,7 MHz kelib chiqadi.

Masalalar

Metalldagi elektronlar. Fermi–Dirak taqsimoti

51.1. T=0°K temperaturada metalldagi erkin elektronlarning konsentratsiyasi n aniqlansin. Fermi energiyasi ε_F=1 eV deb olinsin.

51.2. Agar litiy va seziydagi Fermi sathlari energiyalari mos ravishda ε_{F1}=4,72 eV, ε_{F2}=1,53 eV ga teng ekanliklari ma'lum bo'lsa, T=0 K da ulardagi erkin elektronlar konsentratsiyalarining nisbati n_1/n_2 aniqlansin.

[50] Kuni xonasidagi yaklogn to'sin etuvchi magnit maydon B taxtagi doimiy magnitn B, dan yadroning turgan joyida xonasining barcha molekulalarining yadrolari va elektronlari, shuningdek shu yadroga qarashli bo'lgani ham, hosil qilayotgan maydonning B, qiymatiga farq qiladi. Mazkur masala holida B_1 maydonni inobatga olmaymiz.

51.3. T=0 K temperaturada natriyning bitta atomiga to'g'ri keluvchi erkin elektronlarning soni aniqlansin. Natriy uchun Fermi sathi energiyasi ε_F=3,12 eV. Natriyning zichligi ρ=970 kg/m³.

51.4. Agar Fermi sathlari energiyalari mos ravishda ε_{F1}=11,7 eV, ε_{F2}=7,0 eV bo'lsa, T=0 K da alyuminiy metalining bitta atomiga to'g'ri keluvchi erkin elektronlarning soni misdagiga nisbatan necha marta ko'p?

51.5. T=0 K temperaturada seziy kristallining V=1mm³ hajmidagi elektronlar uchun Fermi sathi yaqinida elektronlarning qo'shni sathlari orasidagi $\Delta\varepsilon$ energiya intervali aniqlansin. Hisoblashlarda har bir seziy atomiga bitta elektron to'g'ri keladi deb hisoblansin.

51.6. Agar Fermi sathi energiyasi ε_F=7 eV bo'lsa, T=0 K temperaturada metalldagi elektronlarning o'rtacha kinetik energiyasi $\langle\varepsilon\rangle$ hisoblansin.

51.7. Metall T=0 K temperaturada turibdi. Kinetik energiyasi ε_1 dan ε_2 gacha bo'lgan elektronlar soni energiyasi 0 dan ε_2 gacha bo'lgan elektronlar sonidan necha marta ko'pligi aniqlansin.

51.8. T=0 K temperaturadagi metalldа elektronlar bor. Kinetik energiyasi Fermi energiyasidan 2% dan ko'p farq qilmaydigan erkin elektronlarning nisbiy soni $\Delta N/N$ topilsin.

51.9. Agar har bir atomga bittadan erkin elektron to'g'ri keladi deb qabul qilinsa, kaliy uchun qaynash temperaturasi T_{kip} baholansin. Kaliyning zichligi ρ=860 kg/m³.

51.10. Metalldagi (T=0 K da) energiyasi maksimal energiyadan $\Delta\varepsilon$ dan ko'pga farq qilmaydigan elektronlar konsentratsiyasi n_{max} ning energiyasi $\varepsilon=\Delta\varepsilon$ qiymatdan oshmaydigan elektronlar konsentratsiyasi n_{min} ga nisbati aniqlansin. $\Delta\varepsilon$ ni 0,01 ε_F ga teng deb olinsin.

51.11. Metalldagi elektronlarning energiya bo'yicha taqsimoti $dn(\varepsilon)$ ni bilgan holda elektronlarning impulslar bo'yicha taqsimoti $dn(p)$ aniqlansin. T=0 K da taqsimotning xususiy holi topilsin.

51.12. Quyidagi temperaturalar uchun metalldagi elektronlarning impulslar bo'yicha taqsimot funksiyasi $dn(p)$ yordamida tezliklar bo'yicha taqsimot $dn(v)$ aniqlansin: 1) istalgan T temperaturada; 2) T=0 K da.

51.13. Agar Fermi sathi energiyasi ε_F=5 eV bo'lsa, T=0 K da metalldagi elektronlarning maksimal tezligi v_{max} aniqlansin.

51.14. T=0 K da metalldagi elektronlarning o'rtacha tezligi $\langle v\rangle$ maksimal tezlik v_{max} orqali ifodalansin. T=0 K da Fermi sathi energiyasi ε_F=6 eV bo'lgan metall uchun $\langle v\rangle$ hisoblansin.

51.15. Metall T=0 K temperaturada turibdi. Tezliklari $v_{max}/2$ dan v_{max}

gacha bo'lgan elektronlar soni tezliklari 0 dan $\upsilon_{max}/2$ gacha bo'lgan elektronlar sonidan necha marta ko'p ekanligi aniqlansin.

51.16. $T=0$ K da metalldagi elektronlarning o'rtacha kvadratik $\sqrt{\langle \vartheta^2 \rangle}$ tezligi elektronlarning maksimal tezligi ϑ_{max} orqali ifodalansin. Elektronlarni tezliklar bo'yicha taqsimot funksiyasi ma'lum deb hisoblansin.

51.17. Metalldagi elektronlarning tezliklar bo'yicha taqsimoti $dn(\vartheta)$ ni bilgan holda $<1/\vartheta>$-kattalik elektronlarning metalldagi maksimal tezligi orqali ifodalansin. Metalning temperaturasi T=0K.

Yarimo'tkazgichlar. Xoll hodisasi

51.18. Agar aktivasiya energiyasi ΔE_a=0,1 eV bo'lsa, xususiy elektr o'tkazuvchanlikli yarimo'tkazgichdagi Fermi sathi energiyasi ε_f aniqlansin. Elektronlar kinetik energiyalarini hisoblashning nolinchi sathi sifatida o'tkazish zonasining eng quyi sathi qabul qilinsin.

51.19. Xususiy elektr o'tkazuvchanlikli yarimo'tkazgich (germaniy) biror temperaturada ρ=0,48 Ω m solishtirma qarshilikka ega bo'ladi. Agar elektronlarning va kovaklarning harakatchanliklari b_n va b_p lar mos ravishda 0,36 va 0,16 $m^2/(V \cdot s)$ ga teng bo'lsa, zaryad tashuvchilarning konsentratsiyasi n aniqlansin.

51.20. Aralashmali kremniyning solishtirma o'tkazuvchanligi γ=112 Sm/m. Agar Xoll doimiysi $R_a=3{,}66 \cdot 10^{-4}$ m^3/C bo'lsa, kovaklarning harakatchanligi b_n va ularning konsentratsiyasi n_p aniqlansin. Yarimo'tkazgich faqat kovakli o'tkazuvchanlikka ega deb qabul qilinsin.

51.21. Germaniyda atomlarning bir qismi surma atomlari bilan almashtirilgan. Kiritilgan atomning qo'shimcha elektronini Bor modeli bo'yicha qarab uning bog'lanish energiyasi E va orbitasi radiusi r baholansin. Germaniyning dielektrik singdiruvchanligi ε=16.

51.22. Kengligi l=1 cm va uzunligi L=10 cm bo'lgan ingichka plastinka ko'rinishidagi yarimo'tkazgich B=0,2 Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida joylashtirilgan. Magnit induksiyasi vektori plastinka tekisligiga tik. Plastinka uchlariga (L yo'nalish bo'yicha) U=300 V doimiy kuchlanish qo'yilgan. Agar Xoll doimiysi R_a=0,1 m^3/C va solishtirma qarshilik ρ=0,5 Om·m bo'lsa, plastinkaning yon tomonlaridagi Xoll potensiallar farqi U_a aniqlansin.

Magnit rezonansi

51.24. Erkin elektron uchun giromagnit munosabat γ aniqlansin.

51.25. Erkin elektron doimiy magnit maydonida (B_0=1 Tl) turibdi.

Elektronning energiyani rezonans yutishi ro'y berishi uchun o'zgaruvchan magnit maydonning chastotasi ν_0 qanday bo'lishi kerakligi aniqlansin (erkin elektron uchun g -faktor 2 ga teng).

51.26. Elektron paramagnit rezonansi rezonans chastotasining siklotron chastotasiga nisbati $\omega_{EPR}/\omega_{sik}$ aniqlasin (g - faktor 2,00232 ga teng).

51.27. Elektron paramagnit rezonansini (EPR) kuzatishga mo'ljallangan standart spektrometrlar diapazonlaridan birida ν_0=9,9 GHz chastota qayd qilinishi mumkin. Erkin elektronlarni radio chastotali maydon energiyasini rezonans yutishi ro'y berishi uchun maydonning magnit induksiyasi B_0 qanday bo'lishi kerakligi aniqlansin (g-faktor 2 ga teng).

51.28. Erkin proton uchun giromagnit munosabat γ aniqlansin.

51.29. Doimiy magnit maydonida (B_0=1 Tl) erkin proton mavjud. Proton energiyani rezonans yutishi ro'y berishi uchun o'zgaruvchan magnit maydonning chastotasi ν_0 qanday bo'lishi kerakligi aniqlansin (g-faktor 5,53 ga teng).

51.30. Magnit rezonans usuli bilan asosiy holatdagi ^{25}Mg atomlarining magnit xossalarini o'rganish bo'yicha o'tkazilgan tajribalarda magnit maydon induksiyasi B_0=0,54 Tl va o'zgaruvchan magnit maydon chastotasi ν_0=1,4MHz bo'lganda energiyaning rezonans yutilishi aniqlansin. Yadroning g-faktori aniqlansin.

51.31. Magnit rezonans usuli bilan neytronning magnit momenti aniqlanmoqda. Rezonans yutilishi magnit maydon induksiyasi B_0=0,682 Tl va o'zgaruvchan magnit maydonning chastotasi ν_0=19,9 MHz bo'lganda kuzatildi. Neytronning yadro g-faktori va magnit momenti M_n hisoblansin. Spin mexanik va magnit momentlarining yo'nalishlari qarama-qarshiligi ma'lum. Neytronning spini I=1/2.

51.32. Asosiy holatdagi HD molekulasi uchun yadro magnit rezonansi kuzatildi: 1) proton uchun (I=1/2) o'zgarmas magnit maydonida (B_0=94 mTl) o'zgaruvchan magnit maydonning ν_0=4MHz chastotasida; 2) deyton uchun (I=1) mos ravishda B_0=0,37 Tl va ν_0=2,42 MHz larda shu berilganlar yordamida proton va deytonning g -faktorlari va magnit momentlari M_p , M_d (μ_N birliklarida) lar aniqlansin.

51.33. O'zgarmas maydonning magnit induksiyasi B_0=2,35 Tl bo'lsa, o'zgaruvchan magnit maydonning qanday ν_0 chastotasida ^{19}P (I=1/2; μ=2,63μ_N) yadrolarining YaMR kuzatiladi?

51.34. Li yadrolari (I=3/2 va g=2,18) bir jinsli magnit maydonida

gacha bo'lgan elektronlar soni tezliklari 0 dan $v_{max}/2$ gacha bo'lgan elektronlar sonidan necha marta ko'p ekanligi aniqlansin.

51.16. $T=0$ K da metalldagi elektronlarning o'rtacha kvadratik $\sqrt{\langle \vartheta^2 \rangle}$ tezligi elektronlarning maksimal tezligi ϑ_{max} orqali ifodalansin. Elektronlarni tezliklar bo'yicha taqsimot funksiyasi ma'lum deb hisoblansin.

51.17. Metalldagi elektronlarning tezliklar bo'yicha taqsimoti $dn(\vartheta)$ ni bilgan holda $<1/\vartheta>$-kattalik elektronlarning metalldagi maksimal tezligi orqali ifodalansin. Metalning temperaturasi T=0K.

Yarimo'tkazgichlar. Xoll hodisasi

51.18. Agar aktivasiya energiyasi $\Delta E_a=0,1$ eV bo'lsa, xususiy elektr o'tkazuvchanlikli yarimo'tkazgichdagi Fermi sathi energiyasi ε_f aniqlansin. Elektronlar kinetik energiyalarini hisoblashning nolinchi sathi sifatida o'tkazish zonasining eng quyi sathi qabul qilinsin.

51.19. Xususiy elektr o'tkazuvchanlikli yarimo'tkazgich (germaniy) biror temperaturada $\rho=0,48$ Ω m solishtirma qarshilikka ega bo'ladi. Agar elektronlarning va kovaklarning harakatchanliklari b_n va b_p lar mos ravishda 0,36 va 0,16 $m^2/(V \cdot s)$ ga teng bo'lsa, zaryad tashuvchilarning konsentratsiyasi n aniqlansin.

51.20. Aralashmali kremniyning solishtirma o'tkazuvchanligi $\gamma=112$ Sm/m. Agar Xoll doimiysi $R_n=3,66 \cdot 10^{-4}$ m^3/C bo'lsa, kovaklarning harakatchanligi b_n va ularning konsentratsiyasi n_p aniqlansin. Yarimo'tkazgich faqat kovakli o'tkazuvchanlikka ega deb qabul qilinsin.

51.21. Germaniyda atomlarning bir qismi surma atomlari bilan almashtirilgan. Kiritilgan atomning qo'shimcha elektronini Bor modeli bo'yicha qarab uning bog'lanish energiyasi E va orbitasi radiusi r baholansin. Germaniyning dielektrik singdiruvchanligi $\varepsilon=16$.

51.22. Kengligi $l=1$ cm va uzunligi $L=10$ cm bo'lgan ingichka plastinka ko'rinishidagi yarimo'tkazgich B=0,2 Tl induksiyali bir jinsli magnit maydonida joylashtirilgan. Magnit induksiyasi vektori plastinka tekisligiga tik. Plastinka uchlariga (L yo'nalish bo'yicha) $U=300$ V doimiy kuchlanish qo'yilgan. Agar Xoll doimiysi $R_n=0,1$ m^3/C va solishtirma qarshilik $\rho=0,5$ Om·m bo'lsa, plastinkaning yon tomonlaridagi Xoll potensiallar farqi U_n aniqlansin.

Magnit rezonansi

51.24. Erkin elektron uchun giromagnit munosabat γ aniqlansin.

51.25. Erkin elektron doimiy magnit maydonida ($B_0=1$ Tl) turibdi.

Elektronning energiyani rezonans yutishi ro'y berishi uchun o'zgaruvchan magnit maydonning chastotasi ν_0 qanday bo'lishi kerakligi aniqlansin (erkin elektron uchun g -faktor 2 ga teng).

51.26. Elektron paramagnit rezonansi rezonans chastotasining siklotron chastotasiga nisbati $\omega_{epr}/\omega_{sik}$ aniqlasin (g - faktor 2,00232 ga teng).

51.27. Elektron paramagnit rezonansini (EPR) kuzatishga mo'ljallangan standart spektrometrlar diapazonlaridan birida $\nu_0=9,9$ GHz chastota qayd qilinishi mumkin. Erkin elektronlarni radio chastotali maydon energiyasini rezonans yutishi ro'y berishi uchun maydonning magnit induksiyasi B_0 qanday bo'lishi kerakligi aniqlansin (g-faktor 2 ga teng).

51.28. Erkin proton uchun giromagnit munosabat γ aniqlansin.

51.29. Doimiy magnit maydonida ($B_0=1$ Tl) erkin proton mavjud. Proton energiyani rezonans yutishi ro'y berishi uchun o'zgaruvchan magnit maydonning chastotasi ν_0 qanday bo'lishi kerakligi aniqlansin (g-faktor 5,53 ga teng).

51.30. Magnit rezonans usuli bilan asosiy holatdagi ^{25}Mg atomlarining magnit xossalarini o'rganish bo'yicha o'tkazilgan tajribalarda magnit maydon induksiyasi $B_0=0,54$ Tl va o'zgaruvchan magnit maydon chastotasi $\nu_0=1,4$MHz bo'lganda energiyaning rezonans yutilishi aniqlansin. Yadroning g-faktori aniqlansin.

51.31. Magnit rezonans usuli bilan neytronning magnit momenti aniqlanmoqda. Rezonans yutilishi magnit maydon induksiyasi $B_0=0,682$ Tl va o'zgaruvchan magnit maydonning chastotasi $\nu_0=19,9$ MHz bo'lganda kuzatildi. Neytronning yadro g-faktori va magnit momenti M_n hisoblansin. Spin mexanik va magnit momentlarining yo'nalishlari qarama-qarshiligi ma'lum. Neytronning spini $I=1/2$.

51.32. Asosiy holatdagi HD molekulasi uchun yadro magnit rezonansi kuzatildi: 1) proton uchun ($I=1/2$) o'zgarmas magnit maydonida ($B_0=94$ mTl) o'zgaruvchan magnit maydonning $\nu_0=4$MHz chastotasida; 2) deyton uchun ($I=1$) mos ravishda $B_0=0,37$ Tl va $\nu_0=2,42$ MHz larda shu berilganlar yordamida proton va deytonning g -faktorlari va magnit momentlari M_p , M_d (μ_N birliklarida) lar aniqlansin.

51.33. O'zgarmas maydonning magnit induksiyasi $B_0=2,35$ Tl bo'lsa, o'zgaruvchan magnit maydonning qanday ν_0 chastotasida ^{19}P ($I=1/2$; $\mu=2,63\mu_N$) yadrolarining YaMR kuzatiladi?

51.34. Li yadrolari ($I=3/2$ va g=2,18) bir jinsli magnit maydonida

(B=2 Tl) joylashgan. Atrof-muhitning temperaturasi T=80 K. Mumkin bo'lgan energetik sathlardan har biri bandligining eng kichik energiyali sathning bandligiganisbati topilsin.

51.35* Ishqoriy metallarning xususiyatlari erkin elektronlar modeli (aynigan fermi-gazi) orqali yaxshi tushuntiriladi. Seziy uchun:

1) ε_F - Fermi energiyasi; 2) p_F - Fermi impulsi;

3) ϑ_F - Fermi tezligi; va 4) T_F - Fermi temperaturasi aniqlansin.

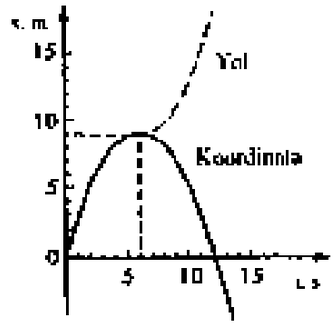
51.36* T=0 K temperaturada litiy uchun elektron gazining bosimi P aniqlansin. Hisoblashlarda bitta litiy atomiga bitta elektron to'g'ri keladi deb olinsin. Litiy uchun: zichlik ρ=534 kg/m^3, nisbiy atom massasi A_r=6.94 ga teng. Elektron gazi uchun klassik nazariyadagi ideal gaz tenglashmasi $P=\frac{3}{2}n<\varepsilon>$ o'rinli deb hisoblansin.

51.37* Erkin elektronlar modelidan (aynigan fermi gazi) foydalanib, mis uchun ikki qo'shni elektronlar o'zaro ta'sir potensial energiyasi $<\Pi>$ ning fermi energiyasi ε_F ga nisbati $\frac{<\Pi>}{\varepsilon_F}$ aniqlansin. Hisoblashlarda bitta mis atomiga bitta elektron to'g'ri keladi deb hisoblansin.

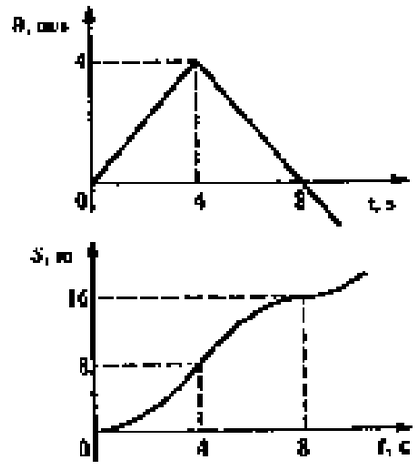
51.38* Erkin elektronlar modelidan (aynigan fermi gazi) foydalanib, oltin uchun bir jinsli magnit maydonida (B=0.01 Tl) elektron harakatlanayotgan vintsimon chiziqlarning maksimal diametri d_{max} ni aniqlang. Hisoblashlarda bitta oltin atomiga bitta elektron to'g'ri keladi deb hisoblang.

Javoblar

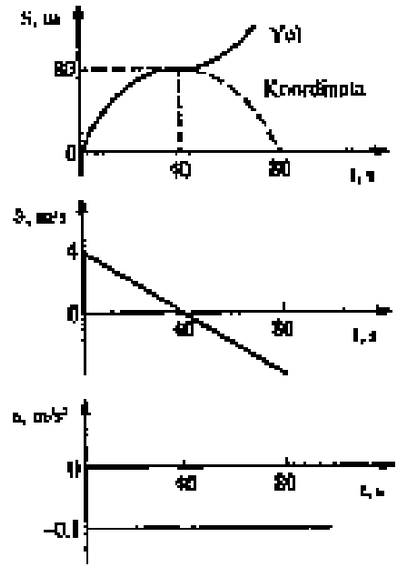
1.1. ϑ'=122km/soat; ϑ''=72,2km/soat. **1.2** 8,87m/s. **1.3** 64km/soat. **1.4** $<\vartheta>=2\vartheta_1\vartheta_2/(\vartheta_1+\vartheta_2)$=3,2m/s. **1.5** $<\vartheta>=s/(t_1+t_2)$=2m/s. **1.6** 3,93m/s



1.8-masala javobi



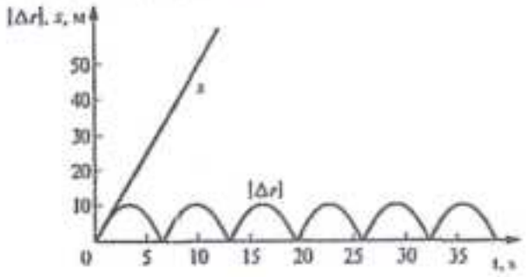
1.9-masala javobi



1.10-masala javobi

1.7 2m/s. **1.8** Grafiklar rasmda tasvirlangan. **1.9** Grafiklar rasmda tasvirlangan. **1.10** 40s;80m;-0,1m/s^2; grafiklar rasmda tasvirlangan. **1.11** a) $x=x_0+\vartheta_0 t+at^2/2$; b) $x=-x_0-\vartheta_0 t+at^2/2$; v) $x=x_0-\vartheta_0 t-at^2/2$; g) $x=-x_0+\vartheta_0 t-at^2/2$ **1.12** 1) $x=ltg\frac{2\pi}{T}t$; 2) $\vartheta=2\pi l/(T\cos^2\frac{2\pi}{T}t)$=48m/s. **1.13** 30s;3m/s;45m. **1.14** Ikki marta uchrashishadi: 3,4 s dan keyin 15 m masofada va 10,6 s dan keyin 123 m masofada. **1.15** 0; ϑ_1=2m/s; ϑ_2=2m/s;

$a_1 = -8\,\text{m/s}^2; a_2 = 1\,\text{m/s}^2$. **1.16** 0,235 s; $\vartheta_1 = 5{,}1\,\text{m/s}$; $\vartheta_2 = 0{,}286\,\text{m/s}$. **1.17** $H = (2s + gt^2)^2 / (8gt^2) = 5{,}61\,\text{m}$ bunda $s = 1$ m. **1.18** 150 m **1.19** 1s; 10 m/s. (yuqoriga harakatda); 3s; −10 m/s (pastga harakatda) **1.20** 19,2 m. **1.21** 19,6 m/s. **1.22** 9,62*m*; 14,6*m/s* **1.23** $x = h + \vartheta_0 t - gt^2 / 2$; 7,77 m/s. **1.24** 0,5 m/s. **1.25** 3 m/s. **1.26** $\vec{\vartheta} = 3At^2\vec{i} + 2Bt\vec{j}$; $\vec{a} = 6At\vec{i} + 2B\vec{j}$; **1.27** 2,5 m/s; 12,5 m/s^2. **1.28** 1) 14,1 m/s; 2) −10 m/s^2; 3) 7,07 m/s^2; 4) 7,07 m/s^2. **1.29** 1,42 m/s^2; **1.30** 1) 8 m; 2) 6,73 m; 3) 4 m/s; 4) 3,36 m/s **1.31** Grafiklarni rasmdan ko'ring.

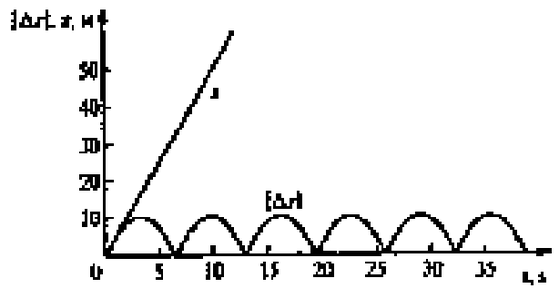


1.31-masala javobi

1.32 $\langle\vartheta\rangle = \pi R / \tau = 0{,}837\,\text{m/s}$; $|\langle\vartheta\rangle| = 2R / \tau = 0{,}267\,\text{m/s}$ **1.33** 2 m/s^2; 1 m/s^2; 2,24 m/s^2 **1.34** 7 m/s; 8,5 m/s^2 **1.35** 0,872 s; 14,8 m/s^2 **1.36** $y^2 - 8x = 0$; 2,77 m/s; 4,8 m/s^2 **1.37** $x(t) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{R}t\right) = \cos\left(\frac{\vartheta}{R}t - \frac{\pi}{2}\right)$. **1.38** 1) $y = Rt\cos(\vartheta / R)$, $x = Rt\sin(\vartheta / R)$; 2) $r = R, \varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{R}t$. **1.39** a holda 1) $x = \vartheta_0 t$, $y = -h - gt^2 / 2$; 2) $y = -h - \frac{gx^2}{2\vartheta_0^2}$; b holda 1) $x = \vartheta_0 t\cos\alpha$, $y = -h + \vartheta_0 t\sin\alpha - gt^2 / 2$; 2) $y = -h + x\,tg\alpha - \frac{gx^2}{2\vartheta_0^2\cos^2\alpha}$; v hol 1) $x = s + \vartheta_0 t$, $y = h - gt^2$; 2) $y = h - \frac{g(x-s)^2}{2\vartheta_0^2}$; g holda 1) $x = s + \vartheta_0 t\cos\alpha$, $y = h - \vartheta_0 t\sin\alpha - gt^2 / 2$; 2) $y = h - (x-s)\cdot tg\alpha - \frac{g(x-s)^2}{2\vartheta_0^2\cos^2\alpha}$ **1.40** 20 m/s; 28 m/s **1.41** $h = \vartheta^2 / (2g) = 20{,}4\,\text{m}$ **1.42** $\vartheta = l\sqrt{g/(2h)} = 210\,\text{m/s}$ **1.43** 24,5 s; 2,45 km **1.44** 45° **1.45** 1) $y = h + \vartheta_0 t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$, $x = \vartheta_0 t\cos\alpha$; $y = h + x\,tg\alpha - \frac{gx^2}{2\vartheta_0^2\cos^2\alpha}$; 2) 9,67 s, 136 m, 242 m, 57,3 m/s **1.46** $\vartheta_0 = \frac{g(t_1 + t_2)}{2\sin\alpha} = 588\,\text{m/s}$; $h = gt_1t_2 = 2{,}45\,\text{km}$ **1.47** $H = \frac{\vartheta_0^2\sin^2\alpha}{2g} = 1{,}53\,km$ $s = (2\vartheta_0^2\sin\alpha\cos\alpha)/g = 3{,}53\,\text{km}$; $R = (\vartheta_0^2\cos^2\alpha)/g = 1{,}02\,\text{km}$ **1.48** 3,58 m/s; 5,37 m/s^2; 8,22 m/s^2 **1.49** 4,9 m/s^2; 8,49 m/s^2 **1.50** $\vartheta = (2\pi / T)R\cos\varphi$, $a_{m_1} = \left(4\pi^2 / T^2\right)R\cos\varphi$ (T – Yerning aylanish davri); 1) 463 m/s; 3,37 cm/s^2; 2) 259 m/s, 1,88 cm/s^2. **1.51** $n = (\vartheta_1 - \vartheta_2) / 2\pi b = 1{,}59\,\text{s}^{-1}$, bunda $b = 10\,\text{cm}$ **1.52** 113 m/s; 35 μm **1.53** $\varepsilon = 2h / (rt^2) = 8{,}33\,\text{rad/s}^2$ **1.54** 5 cm/s^2; 10 cm/s^2; 11 cm/s^2 **1.55** 1,2 m/s^2; 168 m/s^2; 168 m/s^2 **1.56** $\varepsilon = 2\pi n / (\Delta t) = 3{,}14\,\text{rad/s}^2$; $N = \frac{1}{2}n\Delta t = 25$ **1.57** −0,523 rad/s^2; 150 **1.58** $\varepsilon = \pi(n_2^2 - n_1^2) / N = 1{,}26\,\text{rad/s}^2$ **1.59** $N = \pi(n_2^2 - n_1^2) / \varepsilon = 21{,}6$; $\Delta t = 2\pi(n_2 - n_1) / \varepsilon = 7{,}85\,\text{s}$ **1.60** $u = \sqrt{4\pi^2n^2R^2 + \vartheta^2} = 40{,}6\,\text{m/s}$ **1.61** $\vartheta = \pi dl / (h\Delta t) = 0{,}754\,\text{m/s}$

2.1 2,5 m/s^2 **2.2** $a = m_2g / (m_1 + m_2) = 1{,}96\,\text{m/s}^2$ **2.3** $F = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2}g = 39{,}2\,\text{N}$ **2.4** 2 m/s^2; 8 N; 2 N **2.5** $a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m} = 1{,}4\,\text{m/s}^2$; $T_1 = m_1(g + a) = 11{,}2\,\text{N}$; $T_2 = m_2(g - a) = 16{,}8\,\text{N}$; **2.6** $f = tg\alpha - \frac{2l}{gt^2\cos\alpha} = 0{,}35$ **2.7** $F_1 = -0{,}8\,\text{N}$; $F_2 = -8\,\text{N}$; $t = 1{,}67\,\text{s}$ da $F = 0$ **2.8** $\langle F\rangle = (m/t)\sqrt{2gh} = 626\,\text{kN}$ **2.9** 0,051 **2.10** 1,33 kg·m/s **2.11** 100 N·s; 100 kg·m/s **2.12** 1,4 N·s **2.13** $p_1 = 2m\vartheta_0\sin\alpha = 3\,\text{N·s}$ **2.14** 1,25 N·s; −1,25 N·s **2.15** $Q_m = m(g + a)/\vartheta = 24{,}5\,\text{kg/s}$ **2.16** $R = -Q_m\vartheta = -160\,\text{N}$; $a = -Q_m\vartheta / m = -4{,}57\,\text{cm/s}^2$ **2.17** $\vartheta = \frac{1}{d}\sqrt{\frac{4mg}{\pi\rho}} = 10{,}2\,\text{m/s}$ bunda ρ - havoning zichligi **2.18** $F_{max} = f(m_1 + m_2)g = 17{,}7\,N$ **2.19** $F_1 = f_1(m_1 + m_2)g = 19{,}6\,N$; $F_2 = (f_2 - f_1)(m_2 / m_1)(m_1 + m_2)g = 39{,}2\,\text{N}$ **2.20** $a = \frac{F}{M + m} - g = 73{,}5\,\text{m/s}^2$; $T = \frac{3}{4}\frac{m}{M + m}F = 625\,\text{N}$ **2.21** $a = \frac{g\sin\alpha}{1 - \cos\alpha} = 36{,}6\,\text{m/s}^2$ **2.22** 2,27 **2.23** $\approx 4°$ **2.24** 20,4 cm **2.25** $p = \sqrt{2}\rho\frac{Q_1^2}{S} = 3{,}54\,\text{kN}$ ρ - suvning zichligi. **2.26** $F = 2\rho S\vartheta^2\sin\varphi = 346\,\text{N}$ ρ - suvning zichligi. **2.27** $t = m\vartheta_{max}^2 / N = 25\,\text{s}$ **2.28** $t = \frac{m}{k}\ln\frac{mg + k\vartheta_0}{mg} = 44{,}5\,\text{s}$ **2.29** $\Delta t = (m/k)\ln 2 = 6{,}93\,\text{s}$ **2.30** $\vartheta =$

$a_1 = -8\,\text{m/s}^2$; $a_2 = 1\,\text{m/s}^2$. **1.16** 0,235 s; $\vartheta_1 = 5{,}1\,\text{m/s}$; $\vartheta_2 = 0.286\,\text{m/s}$. **1.17** $H = (2s + gt^2)^2 / (8gt^2) = 5{,}61\,\text{m}$ bunda $s = 1$ m. **1.18** 150 m **1.19** 1 s; 10 m/s (yuqoriga harakatda); 3 s; -10 m/s (pastga harakatda) **1.20** 19,2 m. **1.21** 19,6 m/s. **1.22** 9,62 m; 14,6 m/s **1.23** $x = h + \vartheta_0 t - gt^2/2$; 7,77 m/s. **1.24** 0,5 m/s. **1.25** 3 m/s. **1.26** $\vec{\vartheta} = 3At^2\vec{i} + 2Bt\vec{j}$; $\vec{a} = 6At\vec{i} + 2B\vec{j}$. **1.27** 2,5 m/s; 12,5 m/s^2. **1.28** 1) 14,1 m/s; 2) $-10\,\text{m/s}^2$; 3) 7,07 m/s^2; 4) 7,07 m/s^2. **1.29** 1,42 m/s^2; **1.30** 1) 8 m; 2) 6,73 m; 3) 4 m/s; 4) 3,36 m/s **1.31** Graflklarni rasmdan ko'ring.



1.31-masala javobi

1.32 $\langle \vartheta \rangle = \pi R / \tau = 0{,}837\,\text{m/s}$; $|\langle \vec{\vartheta} \rangle| = 2R/\tau = 0{,}267\,\text{m/s}$ **1.33** $2\,\text{m/s}^2$; $1\,\text{m/s}^2$; $2{,}24\,\text{m/s}^2$ **1.34** 7 m/s; $8{,}5\,\text{m/s}^2$ **1.35** 0,872 s; $14{,}8\,\text{m/s}^2$ **1.36** $y^2 - 8x = 0$; 2,77 m/s; $4{,}8\,\text{m/s}^2$ **1.37** $x(t) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{R}t\right) = \cos\left(\frac{\vartheta}{R}t - \frac{\pi}{2}\right)$. **1.38** 1) $y = R\cos(\vartheta / R)$, $v = R\omega\sin(\vartheta / R)$, 2) $r = R$, $\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{R}t$. **1.39** ω holda 1) $x = \vartheta_0 t$, $y = -h - gt^2/2$; 2) $y = -h - \frac{gx^2}{2\vartheta_0^2}$; h holda 1) $x = \vartheta_0 t\cos\alpha$, $y = -h + \vartheta_0 t\sin\alpha - gt^2/2$; 2) $y = -h + x\operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2\vartheta_0^2\cos^2\alpha}$; v holda 1) $x = s + \vartheta_0 t$, $y = h - gt^2$; 2) $y = h - \frac{g(x-s)^2}{2\vartheta_0^2}$; g holda 1) $x = s + \vartheta_0 t\cos\alpha$, $y = h - \vartheta_0 t\sin\alpha - gt^2/2$; 2) $y = h - (x-s)\operatorname{tg}\alpha - \frac{g(x-s)^2}{2\vartheta_0^2\cos^2\alpha}$ **1.40** 20 m/s; 28 m/s **1.41** $h = \vartheta^2/(2g) = 20{,}4\,\text{m}$ **1.42** $\vartheta = l\sqrt{g/(2h)} = 210\,\text{m/s}$ **1.43** 24,5 s; 2,45 km **1.44** 45° **1.45** 1) $y = h + \vartheta_0 t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$, $x = \vartheta_0 t\cos\alpha$; $y = h + x\operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2\vartheta_0^2\cos^2\alpha}$; 2) 9,67 s, 136 m, 242 m, 57,3 m/s **1.46** $\vartheta_0 = \frac{gl(t_1+t_2)}{2\sin\alpha} = 58\,\text{km/s}$; $h = gt/2 = 2{,}43\,\text{km}$ **1.47**

$H = \frac{\vartheta_0^2\sin^2\alpha}{2g} = 1{,}53\,\text{km}$ $s = (2\vartheta_0^2\sin\alpha\cos\alpha)/g = 3{,}33\,\text{km}$; $R = (\vartheta_0^2\cos^2\alpha)/g = 1{,}02\,\text{km}$ **1.48** 3,58 m/s; 5,37 m/s^2; 8,22 m/s^2 **1.49** 4,9 m/s^2; 8,49 m/s^2 **1.50** $\vartheta = (2\pi/T)R\cos\varphi$, $a_{m.t} = \left(4\pi^2/T^2\right)R\cos\varphi$ (T – Yerning aylanish davri); 1) 463 m/s; 3,37 cm/s^2; 2) 259 m/s; 1,88 cm/s^2. **1.51** $n = (\vartheta_1 - \vartheta_2)/2\pi b \approx 1{,}59\,\text{s}^{-1}$, bunda $b = 10$ cm **1.52** 113 m/s; 35 μm **1.53** $\varepsilon = 2h/(rt^2) = 8{,}33\,\text{rad/s}^2$ **1.54** 5 cm/s^2; 10 cm/s^2; 11 cm/s^2 **1.55** 1,2 m/s^2; 168 m/s^2; 168 m/s^2 **1.56** $\varepsilon = 2\pi n/(\Delta t) = 3.14\,\text{rad/s}^2$; $N = \frac{1}{2}n\Delta t = 25$ **1.57** $-0{,}523\,\text{rad/s}^2$; 150 **1.58** $\varepsilon = \pi(n_2^2 - n_1^2)/N = 1.26\,\text{rad/s}^2$ **1.59** $N = \pi(n_2^2 - n_1^2)/\varepsilon = 21{,}6$; $\Delta t = 2\pi(n_2 - n_1)/\varepsilon = 7.85\,\text{s}$ **1.60** $v = \sqrt{4\pi^2 n^2 R^2 + \vartheta^2} = 40.6\,\text{m/s}$ **1.61** $\vartheta = \pi dl/(h\Delta t) = 0{,}754\,\text{m/s}$

2.1 2,5 m/s^2 **2.2** $a = m_2 g/(m_1 + m_2) = 1{,}96\,\text{m/s}^2$ **2.3** $F = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2}g = 39{,}2\,\text{N}$ **2.4** 2 m/s^2; 8 N; 2 N **2.5** $a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m} = 1{,}4\,\text{m/s}^2$; $T_1 = m_1(g + a) = 11{,}2\,\text{N}$; $T_2 = m_2(g - a) = 16{,}8\,\text{N}$; **2.6** $f = \operatorname{tg}\alpha - \frac{2l}{gt^2\cos\alpha} = 0{,}35$ **2.7** $F_1 = -0{,}8\,\text{N}$; $F_2 = -8\,\text{N}$; $t = 1{,}67\,\text{s}$ da $F = 0$ **2.8** $\langle F \rangle = (m/t)\sqrt{2gh} = 626\,\text{kN}$ **2.9** 0,051 **2.10** 1,33 kg·m/s **2.11** 100 N·s; 100 kg·m/s **2.12** 1,4 N·s **2.13** $p_1 = 2m\vartheta_0\sin\alpha = 3\,\text{N·s}$ **2.14** 1,25 N·s; $-1.25\,\text{N·s}$ **2.15** $Q_m = m(\mu + \omega)/\vartheta = 24{,}5\,\text{kg/s}$ **2.16** $R = -Q_m\vartheta = -160\,\text{N}$; $a = -Q_m\vartheta/m = -4{,}57\,\text{cm/s}^2$ **2.17** $\vartheta = \frac{1}{d}\sqrt{\frac{4mgS}{\pi\rho}} = 10{,}2\,\text{m/s}$ bunda ρ - havoning zichligi **2.18** $F_{ish} = f(m_1 + m_2)g = 17{,}7\,N$ **2.19** $F_1 = f_1(m_1 + m_2)g = 19{,}6\,N$; $F_2 = (f_2 - f_1(m_2/m_1))(m_1 + m_2)g = 39{,}2\,\text{N}$ **2.20** $a = \frac{F}{M + m} - g = 73{,}5\,\text{m/s}^2$; $T = \frac{3}{4}\frac{m}{M + m}F = 625\,\text{N}$ **2.21** $a = \frac{g\sin\alpha}{1 - \cos\alpha} = 36{,}6\,\text{m/s}^2$ **2.22** 2,27 **2.23** $\approx 4°$ **2.24** 20,4 cm **2.25** $p = \sqrt{2}\rho\frac{Q^2}{S} = 3{,}54\,\text{kN}$ ρ - suvning zichligi. **2.26** $F = 2\rho S\vartheta^2\sin\varphi = 346\,\text{N}$ ρ - suvning zichligi. **2.27** $t = m\vartheta_{max}^2/N = 25\,\text{s}$ **2.28** $t = \frac{m}{k}\ln\frac{mg + k\vartheta_0}{mg} = 44{,}5\,\text{s}$ **2.29** $\Delta t = (m/k)\ln 2 = 6{,}93\,\text{s}$ **2.30** $\vartheta =$

$= \frac{F}{k}(1 - e^{-kt/m}) \approx 6{,}3$ m/s **2.31** $F = \frac{k\vartheta}{1 - e^{-kl/m\vartheta}} \approx 1.03$ kN **2.32** $k = \frac{m}{t}\ln\frac{\vartheta_0 - \vartheta}{\vartheta_1 - \vartheta} = 4{,}7 \cdot 10^{-5}$ kg/m **2.33** $\Delta t = (m/k)\ln 10 = 18{,}4$ s **2.34** 1) 6,3 m/s; 2) $-0{,}37$ m/s **2.35** 1) 1 m/s; 2) 3 m/s **2.36** $\vartheta = -\frac{m}{M+m}v = -0{,}75$ m/s **2.37** 1) 1,5 m; 2) 0,5 m; 3) 1,5 m. 0 **2.38** 0,4 m/s **2.39** $u_2 = 114$ m/s **2.40** $u_2 = 250$ m/s, $\varphi_2 = -36{,}6°$ **2.41** $u_1 \approx 0{,}385$ m/s; $u_2 \approx -0{,}615$ m/s **2.42** 0,5 s^{-1} **2.43** $\vartheta_{min} = 6{,}26$ m/s **2.44** 3 mg; 70°30′ **2.45** 6.1 marta **2.46** $\varphi = \arccos\frac{g}{4\pi^2 n^2 l} = 60{,}2°$ **2.47** 1,42 s **2.48** $F = m(g + 4\pi^2 n^2 r)$; $F_{max} = 1.02$ kN; $F_{min} = 942$ N **2.49** $\vartheta_{max} = \sqrt{(g/R - l/l)/f} = 13$ m/s. $\varphi = \arctg f = 31°$ **2.50** 39 kN **2.51** $\varphi = \arccos(4\pi^2 n^2 r/g) = 38°50'$ Ko'rsatma: Suyuqlikning muvozanat holatida uning sirtida turgan suyuqlik zarrasiga ta'sir etuvchi barcha kuchlarning teng ta'sir etuvchisi suyuqlik sirtiga normal bo'ylab yo'nalgan bo'ladi. **2.52** $\vartheta = \sqrt{fgR} = 14$ m/s **2.53** 12,1 m/s; 16°42′ **2.54** $\varphi = \arctg\frac{\vartheta^2}{gR} = 58{,}2°$; $F = mg\,/\cos\varphi \approx 66{,}2$ kN **2.55** 1) $F = 4\pi^2 n^2 mr = 12{,}7$ kN; 2) $M = 2Fr\cos\varphi = 88{,}3$ N·m **2.56** $\sigma = \rho\omega^2 R^2$; $\sigma = 8.9$ kN/m^2; **2.57** $A = fgmn + m\vartheta^2/2 = 996$ J **2.58** $A = mh(g + 2h/t^2) = 4{,}72$ kJ **2.59** 1,35 kJ 336 J **2.61** 2,94 kJ; 6 kJ **2.62** $T = (m/2)(\vartheta_0^2 + g^2t^2) = 633$ J **2.63** 5 J; 15 J **2.64** $N = \rho\omega d^2\vartheta^3/8 = 1{,}26$ kW ρ - suvning zichligi **2.65** $N = \frac{1}{2}\rho S\vartheta^3 = 2.84$ kW ρ - havoning zichligi. **2.66** $N = \frac{l}{d}\sqrt{\frac{m^3 g^3}{\pi\rho}}$; 1) 139 kW; 2) 313 kW **2.67** 0,32 W; 56 W **2.68** $h = 5R/2 = 10$ m **2.69** $\alpha = \arccos(2/3) = 0.268\pi$ rad **2.70** $\vartheta = \sqrt{5gR} = 14$ m/s **2.71** $T_2 = (m_1/m_2)T_1 = 30$ kJ **2.72** $T_2 = (m_1/m_2)T_1 = 1{,}2 \cdot 10^{24}$ J = 12 nJ **2.73** 390 J **2.74** $T_1 = nT/(n+1) = 24$ pJ; $T_2 = T/(n+1) = 8$ pJ; **2.75** $l = m_1^2 u_1^2/(2fg(m_1^2)) \approx 6{,}37$ m **2.76** $h = m^2\vartheta^2/(2g(m+M)^2) = 7{,}32$ cm **2.77** $\vartheta = \frac{M+m}{m}\sqrt{2gh} = 701$ m/s **2.78** $h = l(1 - \cos\varphi)(m_1/(m_1+m_2)^2) = 16$ cm **2.79** $\Delta U = \frac{m_1 m_2(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2}{2(m_1+m_2)}$; 1) 9,6 J; 2) 86,4 J **2.80** $u = m_1\vartheta_1/(m_1+m_2)$; $\omega = m_2/(m_1+m_2)$; 1) $u = 1$ m/s; $\omega = 0{,}8$; 2) $u = 4$ m/s; $\omega = 0{,}2$ **2.81** 1) $p_1' = (m_1 - m_2)/(m_1+m_2) = -6$ kg·m/s, $p_2' = 2m_2/(m_1+m_2) = 10$ kg·m/s.

2) $\Delta p_1 = -p_2' = 16$ kg·m/s; 3) $T_1' = \frac{p_2'^2}{2m_1}\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) = 9$ J. $T_2' = \frac{2m_2 p_1'^2}{(m_1+m_2)^2} = 16$ J; 4) $|\Delta T_1| = T_2' = 16$ J; 5) $\omega = \frac{|\Delta T_1|}{T_1} \cdot \frac{4m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2} = 0.64$ **2.82** $p_1' = m_1 p_1/(m_1+m_2) = -3$ kg·m/s. $p_2 = m_2 p_1/(m_1+m_2) = 2$ kg·m/s. 2) $\Delta p_1' = -p_2 = -2$ kg·m/s; 3) $T_1' = \frac{m_1 p_1'^2}{2(m_1+m_2)^2} = 0{,}75$ J; $T_2' = \frac{m_2 p_1'^2}{2(m_1+m_2)^2} = 0.5$ J $|\Delta T_1| = \frac{m_2(2m_1+m_2)p_1^2}{2(m_1+m_2)^2 m_1} = 1{,}33$ J; 5) $\omega_1 = \frac{T_1'}{T_1} = \frac{m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2} = 0.24$, $\omega_2 = \frac{T_2'}{T_1} = \frac{m_2^2}{(m_1+m_2)^2} = 0.36$; 6) $\Delta U = \frac{m_2 p_1'^2}{2m_1(m_1+m_2)} = 0{,}833$ J; 7) $\omega = \Delta U/T_1 = \frac{m_2}{(m_1+m_2)} = 0.4$ **2.83** $\eta = m_1/(m_1+m_2) = 0.952$ **2.84** $\eta = m_1/(m_1+m_2) = 0.833$ **2.85** $\eta = \frac{m_1}{m_1+m_2} = 0{,}95$ **2.86** -6 m/s, 4 m/s **2.87** $M = m(1 + \sqrt{1-\omega})^2/\omega = 16{,}2$ kg **2.88** $k = (1 + \sqrt{1-\omega})^2/\omega = 3$ **2.89** $p_2 = 4m_1 m_2/(m_1+m_2)^2 = 0.75$ **2.90** $p_2 = 2m_2 p_1/(m_1+m_2) = 8 \cdot 10^{-20}$ kg·m/s **2.91** $u_1 = \vartheta_1 \cos\alpha = 1{,}73$ m/s; $u_2 = \vartheta_1 \sin\alpha = 1$ m/s; $\beta = \pi/2 - \alpha = 60°$ **2.92** $\alpha = \arccos\frac{T_1 + 4T_2 - T_3 - (m_3/m_1)T_3}{2\sqrt{T_1(T_2 - T_3)}} = 144°$ **2.93** $T_2' = \frac{36}{25}T_1 = 144$ J; $\Delta U = \frac{1}{5}T_1 = 20$ J **2.94** $T_1' = \frac{1}{25}T_1 = 8$ J; $\Delta U = \frac{9}{5}T_1 = 360$ J **2.95** $\Delta T_1 = -\frac{1}{4}(3T_1 - T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2}) = -175$ J; $\Delta T_2 = -\frac{1}{4}(T_1 + 2\sqrt{T_1 T_2} - 3T_2) = 125$ J; $\Delta U = \frac{1}{2}(T_1 + T_2 - \sqrt{T_1 T_2}) = 50$ J **2.96** $\Delta T_1 = -\frac{1}{4}(3T_1 + 2\sqrt{T_1 T_2} - T_2) = -375$ J; $\Delta T_2 = -\frac{1}{4}(3T_2 + 2\sqrt{T_1 T_2} - T_1) = -75$ J; $\Delta U = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) + \sqrt{T_1 T_2} = 450$ J **2.97** $T_1' = \frac{1}{25}T_1 = 10$ J; $\Delta T_1 = -\frac{24}{25}T_1 = -240$ J; $T_2' = \frac{49}{25}T_1 = 490$ J; $\Delta T_2 = \frac{24}{25}T_1 = 240$ J **2.98** $T_1' = \frac{49}{25}T_1 = 490$ J; $\Delta T_1 = -\frac{24}{25}T_1 = -240$ J; $T_2' = \frac{1}{25}T_1 = 10$ J; $\Delta T_2 = -\frac{24}{25}T_1 = -240$ J **2.99** $p_1' = -\frac{1}{5}p_1$; $|p_1| = 2$ kg·m/s; $p_2' = \frac{11}{5}p_2$; $|p_2| = 22$ kg·m/s **2.100** $p_1' = -p_1$; $p_2' = -p_2$; $|p_1| = |p_2| = 10$ kg·m/s **2.101** $\tau = \frac{m}{k}\ln 2 = 10{,}4$ s **2.102** $S = \frac{m}{k}\vartheta(1 - e^{-(k/m)\tau}) =$

$= 45,7$ m **2.103** $\mu = \frac{m}{\tau}(1 - e^{-\vartheta_0/u}) = 1,68$ km/s **2.104** $\vartheta = u \ln \frac{1}{1-\eta} = 2,77$ km/s **2.105** $\frac{a}{a_0} = e^{\vartheta_0/u} = 2,72$ **2.106** $\frac{|\Delta m|}{m_0} = \frac{e^{\vartheta_0/u} - 1}{e^{\vartheta_0/u}} = 0,632$

3.1 0.012 kg·m^2 **3.2** $2 \cdot 10^{-6}$ kg·m^2 **3.3** *a)* $I = \frac{9}{4}ml^2 = 3,6 \cdot 10^{-3}$ kg·m^2; *b)* $I = \frac{3}{2}ml^2 = 2,4 \cdot 10^{-3}$ kg·m^2; **3.4** $I = ma^2$; 1) $4 \cdot 10^{-4}$ kg·m^2; 2) $2 \cdot 10^{-4}$ kg·m^2; **3.5** 1) $I_x = 1,05 \cdot 10^{-47}$ kg·m^2, $I_y = 1,96 \cdot 10^{-47}$ kg·m^2, $I_z = 3,01 \cdot 10^{-47}$ kg·m^2; 2) $I_x = 1,27 \cdot 10^{-46}$ kg·m^2, $I_y = 8,70 \cdot 10^{-46}$ kg·m^2, $I_z = 9,97 \cdot 10^{-46}$ kg·m^2; **3.6** 1) $I = \frac{1}{3}ml^2 = 3 \cdot 10^{-3}$ kg·m^2; 2) $I = \frac{1}{12}ml^2 = 0,75 \cdot 10^{-3}$ kg·m^2; 3) $I = \frac{1}{9}ml^2 = 10^{-3}$ kg·m^2; **3.7** $4 \cdot 10^{-3}$ kg·m^2; **3.8** $I = \frac{1}{2}\tau a^2(b + \frac{1}{3}a) = 1,44 \cdot 10^{-4}$ kg·m^2 **3.9** $I = (m_1/3 + m_2)l_1^2 = 0,112$ kg·m^2 **3.10** $I = \frac{1}{3}l_1^2(m_1 + 3m_2) + \frac{1}{12}m_2 l_2^2 = 0,114$ kg·m^2 **3.11** 1) $I = \frac{5}{12}ma^2 = 5 \cdot 10^{-5}$ kg·m^2; 2) $I = \frac{1}{6}ma^2 = 2 \cdot 10^{-5}$ kg·m^2 **3.12** *a)* $I = 3ml^2 = 0,3$ kg·m^2; *b)* $I = \frac{11}{9}ml^2 = 0,122$ kg·m^2; *v)* $I = \frac{5}{6}ml^2 = 0,0833$ kg·m^2; *g)* $I = \frac{7}{9}ml^2 = 0,0777$ kg·m^2; *d)* $I = \frac{5}{6}ml^2 = 0,0833$ kg·m^2; **3.13** $I = \frac{1}{2}mR^2$ **3.14** $I = \frac{3}{2}mR^2 = 7,5 \cdot 10^{-4}$ kg·m^2; **3.15** $I = \frac{3}{4}mR^2 = 6 \cdot 10^{-3}$ kg·m^2 **3.16** $I = \frac{1}{2}mR^2 - \frac{md^2}{32R^2}(d^2 + 8l^2) = 4,19 \cdot 10^{-2}$ kg·m^2 **3.17** $I = \frac{1}{3}ma^2 = 4,27 \cdot 10^{-2}$ kg·m^2 **3.18** $I = \frac{1}{12}\sigma a^3 b = 2 \cdot 10^{-5}$ kg·m^2 **3.19** 1) $\varepsilon = \frac{3}{2}\frac{g}{l} = 14,7$ rad/s^2, $a_\tau = g = 9,8$ m/s^2; 2) $\varepsilon = \frac{3}{2}\frac{g}{l}\sin\alpha = 12,7$ rad/s^2, $a_\tau = g\sin\alpha = 8,49$ m/s^2; 3) $\varepsilon = \frac{12}{7}\frac{g}{l}\sin\alpha = 14,6$ rad/s^2, $a_\tau = \frac{3}{7}g\sin\alpha = 3,64$ m/s^2. **3.20** 1) 65,3 rad/s^2, 9,8 m/s^2; 2) 32,7 rad/s^2, 4,9 m/s^2; 3) 59,9 rad/s^2, 7,99 m/s^2 (3.19 masalaga qarang.) **3.21** $M = \frac{1}{12}ml^2\varepsilon = 0,025$ N·m **3.22** $I = mR^2\left(\frac{gt^2}{2s} - 1\right) = 0,0235$ kg·m^2 **3.23** $f = \pi mRn/(Ft) = 0,31$ **3.24** *a)* $a = 2g/3$; *b)* $a = g/2$ **3.25** $a =$

$= \frac{2(m_2 - m_1)g}{(m + 2m_1 + 2m_2)} = 0,24$ m/s^2 **3.26** $a = \frac{(m_2 - fm_1)}{(m_1 + m_2 + m)}g = 1,96$ m/s^2, $T_1 = \frac{(f+1)m_1 + m}{m_1 + m_2 + m}m_1 g = 0,98$ N, $T_2 = \frac{(f+1)m_2 + m}{m_1 + m_2 + m}m_2 g = 1,18$ N **3.27** $T_1 = \frac{m_1(m + 2m_2)}{m + m_1 + m_2}g = 3,53$ N; $T_2 = \frac{m_2(m + 2m_1)}{m + m_1 + m_2}g = 3,92$ N **3.28** $M = \frac{4}{5}mR^2 \cdot (B + 3Ct) =$ $= -0,64$ N·m **3.29** 1) $\omega = \frac{6m_2\vartheta}{(3m_2 + m_1)l} = 2,61$ rad/s, $u = \frac{3m_2\vartheta}{3m_2 + m_1} = 1,3$ m/s; 2) $\omega = \frac{3m_2\vartheta}{(m_2 + m_1)l} = 1,43$ rad/s, $u = \frac{2m_2\vartheta}{m_2 + m_1} = 0,952$ m/s; 3) $\omega = \frac{4m_2\vartheta}{(m_2 + \frac{7}{3}m_1)l} = 0,839$ rad/s, $u = \frac{3m_2\vartheta}{m_2 + \frac{7}{3}m_1} = 0,629$ m/s **3.30** 1) 4,55 rad/s, 0,909 m/s; 2) 2,27 rad/s, 0,454 m/s; 3) 3,03 rad/s, 0,303 m/s; 4) 1,52 rad/s, 0,202 m/s (3.29 masalaning javoblariga qarang) **3.31** $\omega = m\vartheta r/(I + mr^2) = 1,02$ rad/s **3.32** $\omega = \frac{2m_2\sqrt{2gh}}{(m_1 + 2m_2)R} = 0,129$ rad/s **3.33** $\omega = \frac{2m_2\vartheta}{(m_2 + 2m_1)R} = 0,4$ rad/s **3.34** $\varphi = \frac{4\pi m_2}{m_1 + 2m_2} = 2\pi/3$ **3.35** $n_2 = (I + mR^2)n_1/I = 10$ min^{-1} **3.36** $n_2 = 12In_1/(12I + ml^2) = 0,61$ s^{-1} **3.37** $n_2 = 2mR^2 n_1/I = 0,4$ s^{-1} **3.38** $n_2 = (I_1/I_2)^2 n_1 = 4$ s^{-1} $A = 2\pi^2 mn_1(I_1/I_2)^2(I_1^2 - I_2^2) = 5,92$ J **3.39** 12,8 kW **3.40** $M = const = 200$ N·m; $N = D + Et$, bunda $D = 3,2$ kW; $E = -0,8$ kW/s; $N = 0,8$ kW **3.41** $M = N/(2\pi n) = 3,18$ N·m **3.42** $T_1 = 2N/(\pi nd) = 2,98$ kN; $T_2 = N/(\pi nd) = 1,49$ kN **3.43** $N = \pi nd(F - mg) = 214$ W **3.44** $A = \pi^2 nmR^2$; $A_1 = 7,11$ kJ; $A_2 = 28,4$ kJ **3.45** $M = T/(2\pi N) = 1,99$ N·m **3.46** $T = M^2(\Delta t)^2/(2I) = 500$ J **3.47** $T = (m/4)(2\vartheta^2 + \pi^2 n^2 d^2) = 3,21$ kJ **3.48** $T = 3m\vartheta^2/4 = 3$ J **3.49** $T_1 = m\vartheta^2 = 50$ J; $T_2 = 3m\vartheta^2/4 = 37,5$ J **3.50** $T_1 = 10$ J; $T_2 = 4$ J **3.51** $\vartheta = \sqrt{10/(7g/l)} = 3,74$ m/s **3.52** $t = 2l/\sqrt{gh} = 4,04$ s **3.53** $\vartheta = \sqrt{3gl(1 - \cos\varphi)} = 3,84$ m/s **3.54** 1) $\omega = \sqrt{3g/(2l)} = 3,83$ rad/s, $\vartheta = \sqrt{3gl/8} = 1,92$ m/s; 2) $\omega = \sqrt{3g/l} = 5,42$ rad/s, $\vartheta = \sqrt{gl/3} = 1,81$ m/s; 3) $\omega = 6\sqrt{g/(7l)} = 7,1$ rad/s, $\vartheta = \frac{9}{2}\sqrt{gR/7} = 5,32$ m/s **3.55** 1) 14 rad/s, 1,05 m/s; 2) 14 rad/s, 2,1 m/s (3.54 masalaga qarang). **3.56** 1) $\omega = 2\sqrt{g/(3R)} = 8,08$ rad/s, $\vartheta = 4\sqrt{gR/3} = 3,23$ m/s 2) $\omega = \sqrt{2g/(3R)} = 5,71$ rad/s, $\vartheta = \frac{1}{2}\sqrt{2gR/3} = 0,571$ m/s; 3) $\omega =$

$= \sqrt{\frac{12(2+\sqrt{3})g}{17R}} = 11,4\ \text{rad/s}$, $\vartheta = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{12(2+\sqrt{3})g}{17}} = 3,04\ \text{m/s}$; 4) $\omega =$

$= 3\sqrt{2g/(11R)} = 8,95\ \text{rad/s}$, $\vartheta = 4\sqrt{2gR/11} = 2,39\ \text{m/s}$ **3.57** 1) $u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vartheta_1 =$

$= -556\ \text{m/s}$, $p_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} m_1\vartheta_1 = -3,71 \cdot 10^{-24}\ \text{kg·m/s}$, $\Delta p_1 = -\frac{2m_2}{m_1 + m_2} m_1\vartheta_1 =$

$= 1,04 \cdot 10^{-23}\ \text{kg·m/s}$; 2) $\vartheta_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\vartheta_1 = 222\ \text{m/s}$, $p_2' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} m_1\vartheta_1 = 1,04 \cdot 10^{-23}\ \text{kg·m/s}$,

$\omega = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\frac{\vartheta_1}{d} = 4,08 \cdot 10^{12}\ \text{rad/s}$, $L_z = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\vartheta_1 d = 5,66 \cdot 10^{-34}\ \text{kg·m}^2/\text{s}$. **3.58**

1) $p_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\sqrt{2m_1 T_1} = 2,03 \cdot 10^{-24}\ \text{kg·m/s}$, $T_1' = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 T_1 = 6,17 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$,

$\Delta T_1 = -\frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} T_1 = -4,94 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$; 2) $\vartheta_2 = \frac{\sqrt{2m_1 T_1}}{m_1 + m_2} = 304\ \text{m/s}$; $p_2' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\sqrt{2m_1 T_1} =$

$= 1,63 \cdot 10^{-23}\ \text{kg·m/s}$, $T_{1,kv} = \frac{2m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} T_1 = 2,47 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$, $T_{2,kv} = \frac{2m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} T_1 = 2,47 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$,

$\omega = \frac{2\sqrt{2m_1 T_1}}{(m_1 + m_2)d} = 5,03 \cdot 10^{14}\ \text{rad/s}$, $L_z = \frac{m_1 d}{m_1 + m_2}\sqrt{2m_1 T_1} = 9,84 \cdot 10^{-34}\ \text{kg·m}^2/\text{s}$

3.59 *a*) $X_c = \frac{7}{12}l = 0,7\ \text{m}$; *b*) $X_c = 0$; *v*) $X_c = -\frac{3}{20}l = -0,18\ \text{m}$ **3.60** $X_c = 0$;

$Y_c = \frac{m_2}{2m_1 + m_2}$; 1) 52,4 pm; 2) 36,8 pm **3.61** $Z_c = \frac{m_2}{3m_1 + m_2}\frac{l}{\sqrt{3}}\sqrt{3\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}}$;

1) 32,2 pm; 2) 21,6 pm; 3) 68,3 pm **3.62** *a*) $X_c = 0$, $Y_c = \frac{2}{\pi}R = 6,37\ \text{cm}$;

b) $X_c = \frac{2}{\pi + 2}R = 3,89\ \text{cm}$, $Y_c = \frac{3}{\pi + 2}R = 5,83\ \text{cm}$; *v*) $X_c = \frac{\pi + 2}{\pi + 1}R = 12,4\ \text{cm}$,

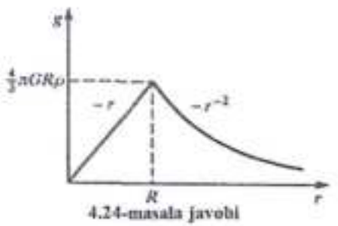
$Y_c = \frac{\pi}{\pi + 2}R = 6,11\ \text{cm}$; *g*) $X_c = R = 10\ \text{cm}$, $Y_c = \frac{\pi + 1}{\pi + 6}R = 4,53\ \text{cm}$. **3.63**

a) $X_c = R = 10\ \text{cm}$, $Y_c = \frac{4}{3\pi}R = 4,24\ \text{cm}$; *b*) $X_c = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}R = 2,76\ \text{cm}$, $Y_c = \frac{3}{2\pi}R = 4,77\ \text{cm}$;

v) $X_c = R = 10\ \text{cm}$, $Y_c = \frac{10 - 3\pi}{3(4 - \pi)}R = 2,23\ \text{cm}$; *g*) $X_c = R = 10\ \text{cm}$, $Y_c = \left(\frac{8}{3\pi} - \frac{1}{2}\right)R = 3,49\ \text{cm}$.

4.1 66,7 pN **4.2** 667 pN **4.3** $F = G(\pi\rho d^3/6)^2 = 1,78\ \mu\text{N}$ (ρ - temirning zichligi) **4.4** $h = R(\sqrt{g/g_0} - 1) = 13,6\ \text{Mm}$ **4.5** 2,18 m **4.6** 3,7 N/kg **4.7** $g_{10} = g/(kn) = 1,61\ \text{m/s}^2$ **4.8** $g = \frac{4}{3}\pi G\rho R = 0,21\ \text{m/s}^2$ **4.9** $r = \frac{l}{1 + 1/\sqrt{n}} = 54,3R$

4.10 6,33 km/s **4.11** 1,69 Mm **4.12** $7,27 \cdot 10^{-5}$ rad/s; 42,2 Mm **4.13** 164 yil **4.14** 7,92 km/s **4.15** 15 km/s **4.16** 1,22 yil **4.17** 65 sutka **4.18** 255 sutka **4.19** $\vartheta_1/\vartheta_2 = (1+\varepsilon)/(1-\varepsilon) = 3$, ϑ_1 - yo'ldoshning perigeydagi tezligi, ϑ_2 - apogeydagi). **4.20** 4 marta **4.21** $6,21 \cdot 10^{23}$ kg **4.22** $5,98 \cdot 10^{24}$ kg **4.23** 100 **4.24** $r \le R$ da $g(r) = \frac{4}{3}\pi G\rho r$, $r \ge R$ da $g(r) = 4\pi G\rho R^3/(3r^2)$, $g(r)$ - ning bog'liqlik grafigi rasmda berilgan.



4.24-masala javobi

4.25 1) $\Delta P = \frac{8}{3}\pi G\rho mh = 15,4\ \text{mN}$;

2) $\Delta P = \frac{4}{3}\pi G\rho mh = 7,71\ \text{mN}$ **4.26**

1) $A_1 = \frac{1}{2}mgR = 31,2\ \text{MJ}$; 1) $A_2 = mgR =$

$= 62,4\ \text{MJ}$ **4.27** $h = R$ **4.28**

$\varphi = -62,6\ \text{MJ/kg}$; $\varphi = -190\ \text{GJ/kg}$

4.29 1,68 km/s; 2,37 km/s **4.30** 436 km/s; 617 km/s **4.31** 130 m/s **4.32** $\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - gR} = 6,12\ \text{km/s}$ **4.33** $\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gR} = 10\ \text{km/s}$ **4.34**

$\vartheta = \sqrt{2GM/R} = 42,1\ \text{km/s}$ **4.35** 72,6 km/s **4.36** Raketa giperbola bo'ylab harakatlanadi. Ko'rsatma. Masalani yechishdan oldin 1-misol (62-bet) bilan tanishish tavsiya etiladi. Masalaning shartida berilgan $\vartheta = 10\ \text{km/s}$ tezlikni, oldindan hisoblab olingan berilgan balandlikdagi aylanma ϑ_{ayl} va parabolik ϑ_p tezliklar bilan solishtirilsin. Agar $\vartheta = \vartheta_{ayl}$ bo'lib chiqsa, unda raketa aylana bo'ylab harakat qiladi; agar $\vartheta_{ayl} < \vartheta < \vartheta_p$ bo'lsa, raketa ellips bo'ylab harakatlanadi. Agar $\vartheta_{ayl} = \vartheta_p$ bo'lsa, unda raketa parabola bo'ylab harakatlanadi; agar $\vartheta > \vartheta_p$ bo'lsa, unda raketaning trayektoriyasi –giperbola bo'ladi. **4.37** $\sigma = 4mg/(\pi d^2) = 3,12\ \text{MPa}$ **4.38** 1) $\sigma = 4mg/(\pi d^2) = 3,12\ \text{MPa}$

2) $\sigma = \frac{4mg}{\pi d^2} + \frac{-1}{2}\rho gl = \frac{g}{2}\left(\frac{8m}{\pi d^2} + \rho l\right) = 6,45\ \text{MPa}$ 3) $\sigma = \frac{4mg}{\pi d^2} + \rho gl = g\left(\frac{4m}{\pi d^2} + \rho l\right) =$

$= 9,78\ \text{MPa}$ **4.39** $P = \pi d^2\sigma_{elastik}/4 = 231N$; $\varepsilon = \sigma_{elastik}/E = 1,47 \cdot 10^{-3}$ **4.40** $l = \sigma_{bo'shatish}/(\rho g) = 111\ \text{m}$ (ρ - qo'rg'oshin zichligi). **4.41** $\sigma = 4\pi^2 n^2 ml/S = 948\ \text{MPa}$

4.42 $\sigma\max = \frac{F}{S} = \frac{4\pi^2 n^2 m}{lS}\int_a^l r dr = \frac{2\pi^2 n^2 ml}{S} = 4,74\ \text{MPa}$ **4.43** $E = mgl/(Sx) = 208\ \text{GPa}$

4.44 $\sigma = 4mg/(\pi d^2) = 78,5\ \text{MPa}$; $\varepsilon = mg/(ES) = 3,9 \cdot 10^{-4}$; $x = \varepsilon l = 1,2\ \text{mm}$

4.45 $E \approx \frac{mgl^3}{2\pi d^2 h^2} = 196\ \text{GPa}$ **4.46** $x_1 = (k_2/k_1)x_2 = 4\ \text{cm}$ **4.47** $k' = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = 1,5\ \text{kN/m}$;

$k'' = k_1 + k_2 = 8\ \text{kN/m}$ **4.48** 1) $\tau = F/S = 637\ \text{kPa}$; 2) $\gamma = \tau/G = 8,37\ \mu\text{grad}$;

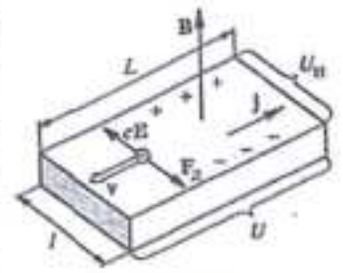
3) $x = h\gamma = 1{,}68\mu$ m **4.49** $\varphi = M/C = 8{,}34\ \mu$rad **4.50** $C = M/\varphi =$ $= 5{,}71$ mN·m/rad **4.51** $A = ES(x^2)/(2l) = 10$ J **4.52** $A = F(x_2)^2/(2x_1) = 5$ J **4.53** $A = Fx + \frac{1}{2}k(x)^2 = 2{,}5$ J **4.54** $A = \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = 15{,}4$ J **4.55** 16,3 mm **4.56** $l = \sqrt{m_1^2 g^2/(km_2)} = 4{,}25$ cm **4.57** $A = \frac{1}{2}\frac{k_2}{k_1}(k_1 + k_2)x_2^2 = 0{,}6$ J **4.58** 100 J (4.54 masalaga qarang) **4.59** $\Pi = \frac{Ex^2}{2}\frac{m}{\rho} = 50$ J (ρ - po'latning zichligi) **4.60** $\Pi = \frac{ES}{l}\left(\frac{x}{2}\right)^2 = 160$ J; $\omega = \Pi/(Sl) = 0{,}4$ MJ/m^3 **4.61** $\Pi = F^2 l/(2ES) = 2{,}5$ J; $\omega = \Pi/(Sl) = 6{,}25$ kJ/m^3 **4.62** $\Pi = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)x^2 = 5$ J **4.63** $\vartheta = x\sqrt{k/m} =$ $= 7{,}07$ m/s **4.64** $\vartheta = \sqrt{(k/m)(x_2^2 - x_1^2)} = 22{,}5$ m/s **4.65** $k = m\vartheta^2/x^2 =$ $= 1{,}2$ MN/m **4.66** $\omega = \sigma^2/(2E) = 225$ kJ/m^3 **4.67** 4,53 mm; 2) 453 mN/m^2

5.1 $u = c\sqrt{2\Delta l/l_0} = 134$ km/s **5.2** $u = c\sqrt{2\Delta\tau/\tau_0} = 1{,}34$ km/s **5.3** $\tau = \frac{1}{2}\frac{\vartheta_0^2}{c^2}\tau_0 = 0{,}57$ s **5.4** 1,25 **5.5** $l = l_0\sqrt{1 - \vartheta_0^2/c^2\cos^2\varphi} = 0{,}825$ m; $\varphi = arctg\frac{tg\varphi_0}{1 - \vartheta^2/c^2} = 59°$ **5.6** $\varphi = arctg\frac{1}{\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2}} = 72°66'$ **5.7** $\tau_0 = \left(\frac{l}{\vartheta}\right)\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2} = 25$ ns **5.8** $\beta =$ $= \frac{1}{\sqrt{1 + \tau_0^2 c^2/l^2}} = 0{,}995$ **5.10** 1) 0,195c; 2) 0,974c **5.11** 0,268c **5.12** c **5.13** 0,5c **5.14** 0,994c **5.15** 1,15 **5.16** 0,943c **5.17** $m = 2m_0$; 0,866c **5.18** 0,5% **5.20** $2{,}05\cdot10^{-22}$ kg·m/s **5.21** $c/\sqrt{2} = 0{,}707c$ **5.22** 1) $\frac{5}{3}m_0 = 1{,}67m_0$; 2) $\vartheta = \frac{1}{2}c$; 3) $2m_0/\sqrt{3} = 1{,}15m_0$ **5.23** $Vc = (3/13)c = 0{,}231c$ **5.24** 11,1 fg **5.25** 90 TJ **5.26** 1) 81,6 fJ yoki 0,511 MeV; 2) 150 pJ yoki 938 MeV; 3) 596 pJ yoki $3{,}73\cdot10^3$ MeV **5.27** $6{,}57\cdot10^{7}$ kg **5.28** 1) $1{,}37\cdot10^{17}$ kg; 2) $8{,}82\cdot10^{7}$ kg **5.29** 20,1; 1,01 **5.30** 1,94 **5.31** 0,341 MeV **5.32** 260 Mm/s **5.33** 1) 298 Mm/s; 2) 18,9 Mm/s **5.34** 1) 13,8 Mm/s; 2) 263 Mm/s **5.36** 1) 0,03; 2) 0,52 **5.37** 1) 0,866c; 2) 0,9897c; 3) $6m_0c^2$ **5.39** $1{,}73m_0c$ **5.40** $0{,}414m_0c^2$ **5.41** 2,82 **5.42** 1) 2,98; 2) 1,58 **5.43** 1) 0,707c; 2) $2{,}4142m_0$; 3) 0,414c; 4) $2{,}1973m_0$; 5) $0{,}414m_0c^2$ **5.44** $0{,}551m_0c^2$

$\Delta N = 2{,}9\cdot10^{25}$ ta elektron.

2-masala. Uzunligi $L = 10$ cm va kengligi $b = 6$ mm bo'lgan plastinka ko'rinishidagi n - tipdagi germaniy namunasi magnit unduksiya chiziqlariga tik ravishda bir jinsli magnit maydoniga (B=0,1 Tl) joylashtirilgan. Plastinkaning uchlariga U=250 V kuchlanish qo'yilganda $U_H = 8{,}8$ mV xoll potensiallar ayirmasi vujudga keladi. 1) Xoll doimiysi R_H; 2) tok tashuvchilar konsentratsiyasi n_0 aniqlansin. Germaniyning solishtirma o'tkazuvchanligi $\gamma = 80$ cm/m deb qabul qilinsin.

Yechish. 1. Yarimo'tkazgich magnit maydonida kiritilganida (51.1-rasm) unga qo'yilgan potensiallar farqi U ta'sirida siljiydigan tok tashuvchilar (n-tipdagi yarimo'tkazgichlarda ular elektronlar bo'ladi) ko'ndalang yo'nalishda og'adi.



51.1-rasm

Lorens kuchi ta'sirida vujudga keladigan bu chetlanish namunaning yon sirtlarida zaryadning «to'planishiga» olib keladi, shu bilan birga buning natijasida hosil bo'ladigan U_H kuchlanish (Xoll potensiallar farqi) o'z ta'siri bilan Lorens kuchini muvozanatlashtiradi. Xoll potensiallar farqi:

$$U_H = R_H Bjl$$

munosabat orqali aniqlanadi, bu yerda

$$R_H = \frac{U_H}{Bjl} \qquad (1)$$

Xoll doimiysi.

Tok zichligi j ni Om qonunining differensial ko'rinishi:

$$j = \gamma E.$$

dan foydalanib topamiz, bu yerda E - namunadagi elektr maydon kuchlanganligi.

Namunadagi maydonni bir jinsli deb hisoblab $E = U/L$ ni yozish mumkin va uholda

$$j = \gamma\frac{U}{L}.$$

Tok zichligini (1) ifodaga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$R_H = \frac{U_H L}{BU\gamma l}. \qquad (2)$$

(2) tenglikning o'ng tomoni Xoll doimiysining birligi (m^3/K) ni berishiga ishonch hosil qilamiz:

Barcha kattaliklarni SI birliklarida ifodalaymiz (U_H $8{,}8\cdot10^{-3}$V, l=0,1m; B=0,1 Tl;U=250 V, γ=80cm/m, $l=6\cdot10^{-3}$m) va hisoblaymiz:

$$R_H=\frac{8{,}8\cdot10^{-3}\cdot0{,}1}{0{,}1\cdot250\cdot80\cdot6\cdot10^{-3}}\,m^3/C=7{,}33\cdot10^{-5}\,m^3/C$$

2. Yarimo'tkazgichdagi biror tipdagi (bizning holimizda n - tip) tok tashuvchilarning konsentratsiyasi n ni quyidagi munosabatdan topish mumkin:

$$R_H=\frac{3\pi}{8}\frac{1}{en},$$

bu yerda e – elementar zaryad. Bundan

$$n=\frac{3\pi}{8R_He}.$$

Hisoblashlarni amalga oshirib quyidagi natijani olamiz:

$N=10^{23}$ elektron/m^3.

3-masala. Ekvivalent yadrolarga (protonlarga) ega bo'lgan moddadan yasalgan namuna bir jinsli tashqi magnit maydonida turibdi (B=1 Tl). 1) T=300 K temperaturada energetik sathlar bandligining nisbiy farqi; 2) yadroviy magnit rezonansi ro'y beradigan ν_0 chastota aniqlansin. Elektron qatlamlari va qo'shni yadrolarning ekranlovchi ta'siri inobatga olinmasin.

Yechish. 1. Yadrolar magnit maydonida

$$E=-M_zB \qquad (1)$$

munosabat bilan aniqlanuvchi qo'shimcha energiya oladilar, bu yerda M_z – yadro magnit momentining B vektor (OZ o'qi) yo'nalishidagi proyeksiyasi. Yadro magnit momentining proyeksiyasi

$$M_z=g\mu_N m_I$$

formula bilan ifodalanadi, bu yerda g–yadro uchun Lande faktori; μ_N–yadro magnetoni; m_I – yadroning spin magnit kvant soni.

Bu ifodani (1) formulaga qo'yib, quyidagini olamiz

$$E=-g\mu_N\cdot Bm_I.$$

Protonning spin magnit kvant soni m_I faqat ikkita qiymatni qabul qilishi mumkin: $m_I=\frac{1}{2}$ va $m_I=-\frac{1}{2}$. $m_I=\frac{1}{2}$ qiymat esa quyi energetik sathga mos keldi:

$l_{dan}=(2m+1)\vartheta/(4\nu)$; $l_{dan}=2{,}5;\ 7{,}5;\ 12{,}5$ cm, ... **7.22** 1) 5cm; 2) 10cm **7.23** 1) 144 Hz; 2) 72Hz **7.24** 343 m/s **7.25** 330 m/s **7.26** $\vartheta_1=(l/a)\vartheta=3{,}12$ km/s **7.27** 2,52 kHz **7.28** 1) 341 Hz; 2) 268 Hz **7.29** 366 Hz; 264 Hz **7.30** 120 km/h; 990 Hz **7.31** 0,09 **7.32** 4,1 m/s; rezonator yo'nalishida. **7.33** 1) 4,5 s; 2) 5,5 s **7.34** 636 Hz **7.35** 1) 699 Hz; 2) 517 Hz. O'zgaradi 1) 696 Hz; 2) 515 Hz **7.36** $u=\frac{\Delta\nu}{2\nu_0+\Delta\nu}\vartheta=3{,}74$ m/s **7.37** 23,7 μJ **7.38** 3,01 mJ/m^3 **7.39** 0,251 J/m^3 **7.40** 157 W; 60,2 μJ/m^2 **7.41** 428 Pa·s/m **7.42** 1,39 MPa·s/m **7.43** 0,472 mm/s **7.44** 25,7 kPa·s/m^3 **7.45** 475 nm **7.47** 5,98 W **7.48** 82,5 mPa **7.49** 430 Pa·s/m; 93 μPa **7.50** 27,2 pW/m^2 va 1,87 pW/m^2 **7.51** 1) 20 dB; 2) 100 dB **7.52** 35,5 dB **7.53** 10^3 *marta* **7.54** 1) 63 dB; 2) 70 dB **7.55** Birinchi ton eshitilmaydi; 20; 40. Ko'rsatma. – Betdagi grafikdan foydalaning. **7.56** 64 dB; 50 dB; 50 dB; 56 dB; 77 dB **7.57** 100 *marta* **7.58** 70 **7.59** *a*) 0,4 pW/m^2, 4 dB, 0; *b*) 0,5 W/m^2, 117 dB. 120 **7.60** 50 **7.61** 40 μW

8.1 1) 18; 2) 44; 3) 58,4 **8.2** $M=M_rk=98$ kg/mol (M_r – *nisbiy molekulyar massa*; $k=10^{-3}$ kg/mol) **8.3** $m_1=M_rk/N_A$; 1) $7{,}31\cdot10^{-26}$ kg; 2) $9{,}7\cdot10^{-26}$ kg **8.4** $\rho=M_rkv/V=3{,}2$ kg/m^3 (M_r – *nisbiy molekulyar massa* $k=10^{-3}$ kg/mol) **8.5** $\nu=7{,}14$ mol; $N=4{,}3\cdot10^{24}$ *molekula* **8.6** $\nu=0{,}125$ mol; $7{,}52\cdot10^{22}$ *molekula* **8.7** Ma'lumki, normal sharoitlarda istalgan gazning molyar hajmi $V_m=22{,}4$ l/mol. Shuning uchun $n=V/V_m=0{,}5$ mol; $m=M\nu=M_rk\nu=16$ g. **8.8** $\nu=\rho V/M=9{,}97\cdot10^{-4}$ mol **8.9** $N=N_AV/V_m=1{,}34\cdot10^{22}$ *molekula*(V_m – normal sharoitda ideal gazning molyar hajmi; $V_m=22{,}4\cdot10^{-3}$ m^3/mol) **8.10** 1) $1{,}5\cdot10^{23}$ *atom*; 2) $5{,}02\cdot10^{22}$ *atom*; 3) $3{,}17\cdot10^{22}$ *atom*; 4) $2{,}87\cdot10^{23}$ *atom* **8.11** Gazning turini aniqlash uchun uning nisbiy molekulyar massasini aniqlaymiz: $M_r=\rho V/(k\nu)=28$. Demak bu azot gazidir. **8.12** $N=\frac{4}{3}\frac{m}{M}N_A=2{,}87\cdot10^{20}$ *zarra* **8.13** Aytaylik, suyuqlik kubni to'ldiradi. Kubdagi molekulalar soni $N=(l/d)^3=V/d^3$ (1) (l – kub qirrasining uzunligi, d – molekulaning diametri). Shuningdek Molekulalar sonini quyidagicha ifodalash mumkin $N=\nu N_A=\frac{m}{M}N_A=\frac{\rho V}{M}N_A$ (2) (ν – kubdagi suyuqlikning modda miqdori; m – massa; ρ – zichlik; M – suyuqlikning molyar massasi). (1) va (2) larning o'ng tomonlarini tenglab, olingan ifodadan molekulaning diametri formulasini aniqlasak $d=\sqrt[3]{M/(\rho N_A)}$; $d_1=0{,}464$ nm; $d_2=0{,}290$ nm . **8.14** Suv

molekulasining diametri $d=\sqrt[3]{M/(\rho N_A)}$; (1) (8.13 masalaga q.) molekulalarning markazlari orasidagi o'rtacha masofa $<l>=\sqrt[3]{V_1}$ (V_1 - bitta molekulaga to'g'ri keladigan kub hajmi). Izlanayotgan nisbat: $<l>/d=\sqrt[3]{V_m\rho/M}=10,7$ **8.15** $\nu=V/V_m=50$ mmol (V_m – molyar hajm); $V_m=22,4\cdot10^{-3}$ m^3/mol; $\nu_{mol}=\nu(1-\alpha)=35$ mmol; $\nu_{at}=2\nu\alpha=30$ mmol; $\nu_{at}=65$ mmol **8.16** $F=\frac{l}{h}pS=32,3$ kN **8.17** $p=p_0\left(1-\frac{m}{\rho V}\right)=2,67$ kPa **8.18** $p=2\frac{(p_0+\rho g\Delta h)l}{2l+\Delta h_1-\Delta h}-\rho g\Delta h=47,2$ kPa **8.19** $p=\frac{(p_0-\rho g\Delta h_1)V_1}{V_1+\frac{\pi d^2}{8}(\Delta h_2-\Delta h_1)}=$ $=2,32$ kPa **8.20** $t_2=\frac{p_2}{p_1}(t_1+T_0)-T_0=473°C$ ($T_0=273°C$) **8.21** 350 K **8.22** $m=\rho V\frac{T_1-T_2}{T_1}=66,5$ g (ρ – suvning zichligi) **8.23** $\Delta F=(\rho_{02}-\rho_{01})gV\times$ $\times\frac{T_2-T_1}{T_2}=642$ N **8.24** $\Delta F=\frac{p_0gV_1(T-T_0)}{T_0}=1,39$kN ($T_0=273$ K; ρ_0 – normal sharoitdagi havoning zichligi) **8.25** $V=\frac{(l_2-l_1)ST_1}{T_2-T_1}-l_1S=106$ cm^3 **8.26**

Temperatura pasayguncha silindrsimon idishdagi havoning bosimi p_1 atmosfera bosimi p_0 bilan tenglashadi: $p_0=p_1$ (1) temperatura pasaygandan keyin esa atmosfera bosimi ikkita bosim: idishdagi havoning p_2 va Δh balandlikli suv sathi hosil qiladigan Δp larning yig'indisi bilan tenglashadi: $p_0=p_2+\Delta p=p_2+\rho g\Delta h$ (2). (1) va (2) formulalarning o'ng tomonlarini tenglashtirib va p_2 ni ifodalab quyidagini topamiz $p_2=p_1-\rho g\Delta h$ (3). Silindrdagi havoning bosimi, hajmi va temperaturasi gaz holati tenglamasi bilan o'zaro bog'langan. $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$, *yoki* $\frac{p_1Sh_1}{T_1}=\frac{p_2Sh_2}{T_2}$.

S ni qisqartirsak $\frac{p_1h_1}{T_1}=\frac{p_2h_2}{T_2}$. Bunga p_2 ning (3) bo'yicha ifodasini qo'yib, hamda $h_2=h_1-\Delta h$ ekanligini $\Delta h^2-\left(h_1+\frac{p}{\rho g}\right)\Delta h+\frac{p_1h_1}{\rho g}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)=0$. Bu kvadrat tenglamani yechib va fizik ma'noga ega bo'lmaganligi uchun Δh ning ikkinchi qiymatini tashlab yuborib, $\Delta h=4,5$ cm ni olamiz. **8.27** $m=MpV/(RT)=0,212$ kg **8.28** $V=\nu RT/p=3,32$ m^3 **8.29**

$p=mRT/(MV)=1,16$ MPa **8.30** $T=pMV/(mR)=275$ K **8.31** Nisbiy molekulyar massa M_r ni $M=M_rk$ (1) munosabatdan topamiz (bunda M – molyar massa); $k=10^{-3}$ kg/mol. Mendeleev-Klapeyron formulasidan ushbuni olamiz $M=mRT/(pV)=\rho RT/p=44$ kg/mol. (1) dan natijani topamiz $M_r=M/k=44$ **8.32** $\rho=MP/(RT)=2,56\cdot10^{-2}$ kg/m^3 **8.33** $F=(M_2-M_1)g\frac{pV}{RT}=10,9$ kN **8.34** $m=\frac{MV}{RT}\Delta p=8,3$ g **8.35** $\Delta m=M\frac{V}{R}\times$ $\times\left(k\frac{p_1}{T_1}-\frac{p_2}{T_2}\right)=6,16$ kg ($k=7/8$) **8.36** $V=(m_1/M_1+m_2/M_2)\frac{RT}{p}=6,42$ m^3 **8.37** $p_1=\frac{p_1V_1}{V_1+V_2}=0,76$ MPa; $p_2=\frac{p_2V_2}{V_1+V_2}=1,12$ MPa; $p=p_1+p_2=1,88$ MPa **8.38** $p=\left(\frac{m_1}{M_1}+\frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V}=175$ kPa **8.39** $\rho=\frac{9M_1M_2}{8M_1+M_2}\frac{p}{RT}=0,481$ kg/m^3 **8.40** $p_1=\frac{\omega_1M_2p}{(1-\omega_1)M_1+\omega_1M_2}=0,18$ MPa; $p_2=\frac{(1-\omega_1)M_1p}{(1-\omega_1)M_1+\omega_1M_2}=0,82$ MPa **8.41** $M_r=M/k$ (M – havoning molyar massasi; $k=10^{-3}$ kg/mol); $M_{havo}=\frac{\omega_1+\omega_2}{\omega_1/M_1+\omega_2/M_2}=28,9\cdot10^{-3}$ kg/mol; $M_r=M/k=28,9\cdot10^{-3}/10^{-3}=28,9$. **8.42** $m_1=\frac{M_1}{M_2-M_1}\left(M_2\frac{pV}{RT}-m\right)=16$g; $m_2=\frac{M_2}{M_2-M_1}\left(m-M_1\frac{pV}{RT}\right)=8$g **8.43** $m=\frac{pV}{\left[\frac{\omega_1}{M_1}+\frac{1-\omega_1}{M_2}\right]}=6,87$ g; $m_1=\omega_1m=4,81$ g; $m_2=(1-\omega_1)=2,06$ g **8.44** $T=\frac{pV}{\left(\frac{\omega_1}{M_1}+\frac{1-\omega_1}{M_2}\right)mR}=259$ K **8.45** $n=0,788$ mol; $\nu_1=67,5$ mmol; $\nu_2=0,72$ mol

9.1 $1,2\cdot10^{20}$ m^{-3} **9.2** 21 **9.3** $n=\nu N_A/V=4,52\cdot10^{28}$ m^{-3} **9.4** $n=N_A/V_m=2,69\cdot10^{25}$ m^{-3} (bunda V_m - normal sharoitlardagi gazning molyar hajmi) **9.5** $m=MnV/N_A=0,25$ g **9.6** $n=mN_A/(VM_rk)=7,5\cdot10^{25}$ ($k=10^{-3}$ kg/mol) **9.7** $\nu=nV/N_A=9,97\cdot10^{-19}$ mol **9.8** $n_1/n_2=M_{r2}/M_{r1}=16$ **9.9** $M_r=mN_A/(knV)=32$ ($k=10^{-3}$ kg/mol) mos ravishda bu kislorod gazi. **9.10** $N_A=knVM_r/m=6,02\cdot10^{23}$ mol^{-1} **9.11** $n_0=N_A/V_m=2,69\cdot10^{25}$ m^{-3};

$n_2 = n_1(1-\alpha) = 1{,}61\cdot10^{25}$ m^{-3}; $n_3 = 2n_1\alpha = 2{,}15\cdot10^{25}$ m^{-3} **9.12** $2{,}42\cdot10^{17}$ m^{-3} **9.13** 414 Pa; 138 kPa **9.14** $N = pV/(kT) = 3{,}62\cdot10^{23}$ *molekula* **9.15** $v = pV/(RT) = 4{,}98$ mmol; $n = vN_A/V = 1{,}25\cdot10^{27}$ m^{-3} **9.16** $\Delta p = \frac{N}{V}kT$ $= 4{,}14$ kPa **9.17** $v = 4{,}97$ mmol; $N = 2{,}99\cdot10^{21}$ *molekula* **9.18** 1) $T = 7{,}25$ K; 2) $<\varepsilon_o> = 1{,}5\cdot10^{-19}$ J **9.19** $<\varepsilon_o> = 1{,}24\cdot10^{-20}$ J; $<\varepsilon_n> = 2{,}48\cdot10^{-20}$ J; $W = <\varepsilon> vN_A = \frac{i}{2}kTvN_A = \frac{i}{2}RTv = 7{,}48$ MJ **9.20** $8{,}28\cdot10^{-21}$ J; $13{,}8\cdot10^{-21}$ J; $16{,}6\cdot10^{-21}$ J **9.21** $6{,}9\cdot10^{-21}$ J; $20{,}7\cdot10^{-21}$ J; $13{,}8\cdot10^{-21}$ J; $34{,}5\cdot10^{-21}$ J **9.22** $3{,}22\cdot10^{19}$ **9.23** $\Delta p = 3kT/(\sigma R) = 2{,}48$ Pa **9.24** $T = \frac{2}{3}\frac{W_o}{R} = 33{,}6$ kK **9.25** 1) 500 m/s, 462 m/s, 407 m/s; 2) 1,94 km/s, 1,79 km/s, 1,58 km/s; 3) 7,90 km/s, 7,30 km/s, 6,48 km/s **9.26** 20,1kK **9.27** 1,6kK **9.28** 2km/s 9.29 Geliy: 2,73 km/s va $2{,}48^{-20}$ J; Argon: 864 m/s va $2{,}48^{-20}$ J; **9.30** 352 μm/s **9.31** $1{,}37\cdot10^{7}$ marta **9.32** 0,92 km/s **9.33** 1,82 km/s

10.1 $e^{23{,}6}$ marta **10.2** 1,65 **10.3** $5{,}97\cdot10^{23}$ mol^{-1} **10.4** $4{,}14\cdot10^{-21}$ N **10.5** 1,18 kPa **10.6** 5,88km **10.7** 893m **10.8** 1) 8,75m; 2) 25,8m **10.9** 6,5m **10.10** $n = n_0 e^{mv^2r^2/(2kT)}$ (n_0 - rotor o'qidagi zarrachalar konsentratsiyasi) **10.11** 5,91 **10.12** 304 kPa **10.13** 84 (kripton) **10.14** 28%; 72% **10.15** $\vartheta = \sqrt{2kT/m}$ **10.16** $f(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}u^2du$ **10.17** $4{,}39\cdot10^{-3}$ **10.18** $6{,}63\cdot10^{-4}$ **10.19** $\omega = \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{3/2}\left(\frac{m}{kT}\right)^{3/2}\vartheta^3$ **10.20** $\omega = 7{,}52\cdot10^{-7}$ **10.21** $<\vartheta> = \sqrt{8kT/(\pi m)}$ **10.22** $\vartheta_{kv} = \sqrt{<\vartheta^2>} = \sqrt{3kT/m}$ **10.23** $\frac{\langle 1/\vartheta\rangle}{1/\langle\vartheta\rangle} = \frac{4}{\pi} = 1{,}27$ **10.24** $C = \frac{m^2}{2k^2T^2}$ **10.25** $\vartheta = \sqrt{3kT/m}$; $<\vartheta> = 3\sqrt{\pi kT/(8m)}$ **10.26** $6\cdot10^{7}$ **10.27** $p = \sqrt{2mkT}$ **10.28** 0 **10.29** $\langle p_x\rangle = \sqrt{mkT/(2\pi)}$ **10.30** 0,5% **10.31** $p = \sqrt{2mkT}$ **10.32** $<\varepsilon_{ii}> = \frac{3}{2}kT$ **10.33** $dN(\omega) = \frac{3^{3/2}N}{(2\pi)^{1/2}}e^{-3\omega^2/2}\omega^{1/2}d\omega$ **10.34** $9{,}3\cdot10^{-3}$ **10.35** $\omega = \frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}}\left(\frac{\varepsilon^3}{kT^3}\right)^2$ **10.36** $7{,}53\cdot10^{-4}$ **10.37** $\varepsilon_{ehtim} = \frac{\varepsilon}{kT} = \left(\frac{3\sqrt{\pi}}{4}\right)^{2/3}\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^{2/3} = 1{,}21\cdot10^{-2}$ **10.38** $\omega = \frac{\Delta N}{N} = \frac{2}{\pi^{1/2}}\left(\frac{\varepsilon_0}{kT}\right)^{1/2}e^{-\varepsilon_0/(kT)}$ **10.39** $\varepsilon_k = 10{,}5\,kT$ **10.40** $\varepsilon = \frac{1}{2}kT$ **10.41** $f(\theta)d\theta = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}}e^{-\theta^2/2}\theta^2d\theta$ **10.42** $4{,}84\cdot10^{-3}$ **10.43** $2{,}67\cdot10^{-4}$ **10.44** $\varepsilon = kT$ **10.45** Ikki marta kamayadi **10.46** Uch marta **10.47** 3,96 cm **10.48** 6,45 mPa **10.49** 1,55 nm **10.50** Mumkin, chunki erkin yugurish yo'li ($<l> = 60$ m) kolbaning diametri d dan ko'p marta katta **10.51** 0,954 mg/m^3 **10.52** $3{,}7\cdot10^{4}$ s^{-1} **10.53** $1{,}57\cdot10^{21}$ **10.54** $3{,}38\cdot10^{18}$ **10.55** 147 ns **10.56** 1) Bog'liq emas; 2) $<l> \sim 1/p$ **10.57** 1) Bog'liq emas; 2) $<l> \sim T$ **10.58** 1) $<z> \sim \sqrt{p}$; 2) $<z> \sim p$ **10.59** 1) $<z> \sim \sqrt{T}$; 2) $<z> \sim 1/\sqrt{T}$ **10.60** $7{,}23\cdot10^{-5}$ m^2/s **10.61** 135 nm **10.62** 1) $90\cdot10^{-6}$ m^2/s; 2) $0{,}061\cdot10^{-6}$ m^2/s **10.63** 6,61 **10.64** 1) $D \sim \sqrt{T^3}$; 2) $D \sim \sqrt{T}$ **10.65** 1) $D \sim 1/p$; 2) $D \sim \sqrt{p}$ **10.66** 18 μPa·s **10.67** 90 pm **10.68** 19 μPa·s **10.69** 1) $\eta \sim \sqrt{T}$; 2) $\eta \sim \sqrt{T}$ **10.70** 1) Bog'liq emas; 2) $\eta \sim \sqrt{p}$ **10.71** 1) 16,8 mN; 2) $3{,}17\cdot10^{-4}$ N·m **10.72** $M = \pi^2\eta nR^4/d = 0{,}58$ mN·m **10.73** $F = \frac{1}{3}\left(\frac{2\eta}{\pi RT}\right)^{1/2}pu = 0{,}89\,\mu$N **10.74** 38,6 mW/(m·K) **10.75** 1) 2,5, 2,41; 2) 1,9, 1,86; 3) 1,9, 1,9; 4) 1,75, 1,38 **10.76** 23,4 mW/(m·K) **10.77** 1) $\lambda \sim \sqrt{T}$; 2) $\lambda \sim \sqrt{T}$ **10.78** 1) Bog'liq emas; 2) $\lambda \sim \sqrt{p}$ **10.79** 1) 196 W/m^2; 2) 35 mW/m^2 **10.80** $N = (ik/(3\pi d^2))(RT/(\pi M))^{1/2} = 22{,}9$ mW/(m·K) **10.81** $\tau = \frac{(MRT)^{1/2}}{4\sqrt{\pi}d^2N_Ap} = 1{,}7$ s **10.82** $p = \frac{z(MRT)^{1/2}}{4\sqrt{\pi}d^2N_A\tau} = 19{,}7$ Pa **10.83** $\tau \approx \frac{3\pi^{3/2}}{2}L^2d^2n_{oo}\left(\frac{M}{RT}\right)^{1/2} \approx 25$ s **10.84** $\tau \approx \frac{3V^{1/3}}{\langle\vartheta\rangle\delta} \approx 4$ sutka **10.85** $\langle z\rangle = \frac{3L^2}{\lambda^2} = 6\left(\pi d^2L\frac{\rho}{M}N_A\right) \approx 2\cdot10^7$ **10.86** $\tau \approx \frac{1}{\sigma n_H\vartheta}$; bunda $n_H = N_H\frac{\rho}{M}N_A$ (n_H - vodorod atomlarining konsentratsiyasi; N_H - bir molekula tarkibidagi vodorod atomlar soni); 1) 1,7 ms; 2) 1,8 ms; 3) 1,4 ms; 4) 1,6 ms; 5) 1,6 ms

11.1 3,12 kJ/(kg·K), 5,19 kJ/(kg·K); 2) 10,4 kJ/(kg·K), 14,6 kJ/(kg·K); 3) 567 J/(kg·K), 756 kJ/(kg·K) **11.2** 0,032 kg/mol, 650 J/(kg·K), 910 J/(kg·K) **11.3** 715 J/(kg·K); 1,01 kJ/(kg·K) **11.4** 4,53 kJ/(kg·K) **11.5** 990 J/(kg·K) **11.6** 526 J/(kg·K) **11.7** 322 J/(kg·K) **11.8** 204 J/(kg·K) **11.9** 1,51 **11.10** 1,5 **11.11** 1,42 **11.12** 1,5 **11.13** 11,6 kJ/(kg·K) **11.14** 1,42 **11.15** 0,725 **11.16** Doimiy bosim ostida **11.17** 1,33 **11.18** 166 J **11.19** 400 J **11.20** 6,62 kJ

11.21 454 K **11.22** 416 J **11.23** $T_2 = T_1 n^{\gamma-1} = 754\,\text{K}$; $A = \frac{m}{M}\frac{i}{2}R(T_2 - T_1) = 674\,\text{J}$ **11.24** 1,81 kJ **11.25** 1) 556 kJ; 2) 556 kJ; 3) 0 **11.26** 1) 5 MJ; 2) 0; 3) 5 MJ **11.27** 62,5 J **11.28** 390 K; 520 kPa **11.29** 1) 0,4 MJ; 2) 160 kJ; 3) 560 kJ **11.30** 6 kJ; 15 kJ **11.31** 1) 3,25 MJ; 2) 0,4 MJ; 3) 3,65 MJ **11.32** 1) 520 J; 2) 208 J; 3) 312 J **11.33** 1) 0,6; 0,4; 2) 0,71; 0,29; 3) 0,75; 0,25 **11.34** 1 kJ **11.35** 1) 0; 2) 11,6 kJ; 3) 11,6 kJ **11.36** 1) 0; 2) 126 kJ; 3) 126 kJ **11.37** 20,8 kJ; 19,2 kJ **11.38** $A = Q = 1,28\,\text{kJ}$ **11.39** $A = Q = 2,06\,\text{kJ}$ **11.40** $V_2 / V_1 = e^{Q/(\nu RT_1)} = 2,23$ (ν - kislorodning modda miqdori) **11.41** 191 J; **11.42** 1) 21 kJ; 2) 6 kJ **11.43** $\Delta T = T_2\left[1 - \frac{T_1 p_0}{T_2 p_1}\right]^{(\gamma-1)/\gamma} = 76\,\text{K}$ **11.44** $m = \frac{M(\gamma-1)n^{\gamma-1}\Delta U}{RT_1(n^{\gamma-1}-1)} = 67,2\,\text{g}$ **11.45** −3,8 MJ **11.46** 157 K; −21 kJ **11.47** 1) $\Delta T = 2M\Delta U / (imR) = 616\,\text{K}$; 2) $p_2 = p_1(T_2 - T_1)^{(\gamma-1)} =$ $= 11,4\,\text{MPa}$; bunda $T_1 = T_2 - \Delta T$, **11.48** 2,52 MPa **11.49** 17,6 **11.50** 1) $\Delta U = 11,3\,\text{kJ}$; 2) $Q = 17,1\,\text{kJ}$; 3) $A = 5,8\,\text{kJ}$ **11.51** 1) −41,6 kJ; 2) −41,6 kJ; 3) 0 **11.52** $Q = \Delta U = 7,5\,\text{kJ}$ **11.53** 0,193 **11.54** 400 J **11.55** 296 K; 493 K; 986 K; 592 K; 8,9% **11.56** 1) 7,61 MJ; 2) 7,21 MJ; 3) 0,4 MJ; 4) 5,3% **11.57** $T_2 = T_3 = T_1\frac{p_2}{p_1} = 600\,\text{K}$; $\eta = \frac{T_2 \ln\frac{p_2}{p_1} - (T_2 - T_1)}{T_2 \ln\frac{p_2}{p_1} + \frac{i}{2}(T_2 - T_1)} = 0,099 = 9,9\%$ **11.58** 1) $T_1 = 600\,\text{K}$; $T_2 = 120\,\text{K}$; $V_2 = 1\,\text{m}^3$; $V_3 = 6,09\,\text{m}^3$; $p_3 = 5,56\,\text{MPa}$; 2) 2 MJ; 3) 1 MJ; 4) 1 MJ; 5) 50% **11.59** 0,11 **11.60** 420 K **11.61** 1,88 **11.62** 28 kJ **11.63** 0,404; 59,6 J **11.64** $\frac{1}{4}$ **11.65** 14%; 1,16 *marta* **11.66** 4 J **11.67** 0,74 m³ **11.68** 10,9% **11.69** $\theta = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 323\,\text{K}$; $\Delta S = c\left(m_1 \ln\frac{\theta}{T_1} + m_2 \ln\frac{\theta}{T_2}\right) = 0,3\,\text{kJ/K}$ (c – suvning solishtirma issiqlik sig'imi). **11.70** 7,2 J/K **11.71** 2,3 J/K **11.72** 291 J/K **11.73** $m_2 = \frac{m_1 r}{\lambda + c(t_2 - t_1)} = 251\,\text{g}$; $\Delta S = \frac{m_1 r}{T_1} - \frac{m_2 \lambda}{T_2} - cm_2 \ln\frac{T_2}{T_1} = 610\,\text{J/kg}$ (r – solishtirma bug'lanish issiqligi; λ – solishtirma erish issiqligi) **11.74** $\Delta S_1 = 836\,\text{J/K}$; $\Delta S_2 = 0$ **11.75** $\Delta S = \frac{m}{M}(C_p - C_v)\ln n = \frac{m}{M}R\ln n = 457$ **11.76** 1) 882 K; 2) 572 K. **11.77** 1) 2,30 kJ; 2) 340 K; 3) 1,25 kJ **11.78** 1) −1,73 kJ; −1,19 kJ; 2) 396 K; 3) 1,19 kJ **11.79** 1) $\Delta U = \nu\frac{i}{2}R\frac{\Delta p}{p}T = 56,1\,\text{kJ}$; 2) $\Delta H = \nu\frac{i+2}{2}R\frac{\Delta p}{p}T = 78,5\,\text{kJ}$; 3) $\Delta S = \nu\frac{i}{2}\ln\frac{p+\Delta p}{p} = 114\,\text{J/K}$. **11.80** 1) $\Delta U = \frac{m}{M}\times$

$\times\frac{i}{2}R(T_2 - T_1) = 5,19\,\text{kJ}$; 2) $\Delta H = \frac{m}{M}\frac{i+2}{2}R(T_2 - T_1) = 7,27\,\text{kJ}$; 3) $\Delta S = \frac{m}{M}\frac{i}{2}R\ln\frac{T_2}{T_1} = 14,9\,\text{J/K}$ **11.81** $\eta = 1 - \frac{\gamma}{2^\gamma - 1} = 0,236$ **11.82** $\eta = \frac{2\gamma}{2 + 3(\gamma-1)\ln 3} = 0,156$ **11.83** $\eta = 1 - \frac{\gamma}{2^\gamma - 1} = 0,236$ **11.84** $\Delta U = \frac{m}{M}(ML - RT_k) = 75,2\,\text{J}$ **11.85** $\Delta S = mC_{sol}\ln\frac{T_{kristl}}{T_1} + \frac{mr}{T_{kristl}} = 1,46\,\text{J}$ **11.86** $\Delta S = \frac{m}{M}C_v \ln\frac{T_k}{T_1} + \frac{m\lambda}{T_k} = 697\,\text{J/K}$

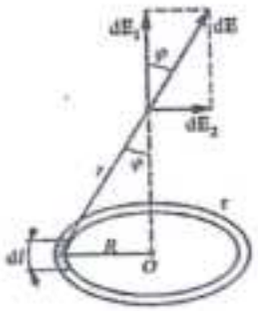
12.1 1) 108 kPa; 2) 86,2 cm³ **12.2** 4,78 MPa (4,99 MPa) **12.3** 1) 8,31 MPa; 2) 5,67 MPa **12.4** 1) 0,0264; 2) 0,272 **12.5** $p = \frac{\rho RT}{2M - \rho b} - \frac{\rho^2 a}{4M} = 544\,\text{MPa}$ (ρ - suvning zichligi, a va b – Van-der Vaals doimiylari), M - molyar massa. **12.6** $T = \frac{1}{R}\left(\frac{Mp}{\rho} - pb + \frac{a\rho}{M} - \frac{ab\rho^2}{M^2}\right) = 287\,\text{K}$ (M – *molyar massa*). **12.7** 1) 174 kPa; 2) 3,94 MPa; 3) 101 MPa **12.8** $a = \frac{27}{64}\frac{T_{kr}^2 R^2}{p_{kr}} = 0,136\,\text{N}\cdot\text{m}^4/\text{mol}^2$, $b = \frac{1}{8}\frac{T_{kr}R}{p_{kr}} = 3,86\cdot10^{-5}\,\text{m}^3/\text{mol}$ **12.9** 1) 150 K, 5 MPa; 2) 654 K, 22,6 MPa **12.10** $V_{min} = 3b = \frac{3}{8}\frac{T_{kr}}{p_{kr}}R = 96,8\,\text{cm}^3/\text{mol}$ **12.11** $z = \frac{M}{3b\rho} = 0,264$ **12.12** $V_{min} = V_{m.o}\nu = 3b\nu$; $V_{min} = 91,2\,\text{cm}^3$ **12.13** 197 kg/m³ **12.14** $p_{max} = p_{kr} = \frac{a}{27b^2} =$ $= 21,8\,\text{MPa}$ **12.15** 193 marta 12.16 1) 1,45 cm³; 2) 5 cm³ **12.17** 1,5 marta **12.18** $T = 10T_{kr}/3 = 600\,\text{K}$ **12.19** 2,45 marta ortadi **12.20** 5 marta **12.21** 1) 2,61 kJ; 2) 2,55 kJ; 3) 1,94 kJ; 4) 1,45 kJ **12.22** 1) $9,43\cdot10^{-3}$; 2) 0,103 **12.23** 1) 22,4 kJ; 2) 9,2 kJ **12.24** $U = \frac{m}{M}C_v T - \frac{m^2 a}{M^2 V} = 1,13\,\text{kJ}$ (bunda a – bunda Van-der Vaals doimiysi). **12.25** $\Delta U = \frac{a\Delta V}{V_1 V_2} = 104\,\text{J}$ **12.26** $A = \left(\frac{m}{M}\right)^2 \times$ $\times a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = 1,65\,\text{J}$ **12.27** $\Delta T = -\frac{ma}{MC_v}\frac{\Delta V}{V_1 V_2} = -20,9\,\text{K}$ **12.28** $Q = \left(\frac{m}{M}\right)^2 a\frac{\Delta V}{V_1 V_2} = 58,5\,\text{J}$ **12.29** 22,2 mN/m **12.30** 4,4 mm **12.31** 3 mJ **12.32** 0,648 μJ **12.33** 3,2 kg/m³ **12.34** 62,5 Pa **12.35** 73 N **12.36** 58,2 mN **12.37** 62 mN/m **12.38** $\Delta p = +399\,\text{Pa}$ **12.39** 22,5 mN/m **12.40** 22 mN/m **12.41** 23,1 mg **12.42**

6,37 cm **12.43** 26 kPa **12.44** 7,3 cm **12.45** 0,45 m/s **12.46** 4,33 m/s **12.47** $Q_1 = S_1\vartheta_1 = S_1S_2\sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_1^2 - S_2^2}} = 1{,}88\,l/s$ (ϑ_1 – suyuqlikning quvurning keng qismidagi tezligi) **12.48** 100 m/s; 5 MPa **12.49** 5 m/s **12.50** 8,8 m/s **12.51** 31,4 N **12.52** 1,4 m **12.53** $p = \frac{\rho g l^2}{4H}\left[1 - \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right] = 77{,}9\,\text{kPa}$ (ρ – suvning zichligi) **12.54** 1 m **12.55** $\text{Re} = \frac{\rho < \vartheta > d}{\eta} = 5000$ (η - dinamik qovushqoqlik); harakat turbulent bo'ladi, chunki olingan Reynolds soni $\text{Re} > \text{Re}_{kr}$ ($\text{Re}_{kr} = 2300$) **12.56** 1,94 cm/s **12.57** $Q_{min} = \frac{1}{4}\pi\eta\,\text{Re}_{kr}\,d = 54{,}2\,g/s$ (η – moyning dinamik qovushqoqligi; Re_{kr} – Reynoldsning kritik soni). **12.58** $\text{Re} = \rho_2(\rho_1 - \rho_2)gd^3/(18\eta^2) = 4{,}17$ (ρ_1 va ρ_2 – mis va moyning zichliklari; η – moyning dinamik qovushqoqligi); olingan Reynolds soni $\text{Re} > \text{Re}_{kr}$ bo'lganligidan harakat turbulent bo'ladi. **12.59** $\vartheta = (\rho_1 - \rho_2)gd^2/(18\eta) = 6{,}71\,\text{mm/s}$ (ρ_1 va ρ_2 – latun va glitserinni zichliklari; ; η – glitserinning dinamik qovushqoqligi); 2) sharni aylanib oqish laminar bo'ladi. **12.60** $\vartheta_2 = \frac{\rho_1 r_1 \eta_2}{\rho_2 r_2 \eta_1}\vartheta_1 = 27{,}7\,\text{cm/s}$ (ρ_1 va η_1 – kanakunjut moyining zichligi va dinamik qovushqoqligi; ρ_2 va η_2 – shu kattaliklar glitserin uchun).

13.1 9 GN **13.2** $Q = 4l\sin(\alpha/2)\sqrt{\pi\varepsilon_0 gmtg(\alpha/2)} = 50{,}1\,\text{nC}$ **13.3** $\varepsilon = \rho/(\rho - \rho_0) = 2$ **13.4** $Q = 2m\sqrt{\pi\varepsilon_0 G} = 86{,}7\,\text{fC}$ **13.5** $\vartheta = \frac{|e|}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr}} = 2{,}19\cdot10^6\,\text{m/s}$; $n = \vartheta/(2\pi r) = 6{,}58\cdot10^{15}\,\text{s}^{-1}$ (m – elektronning massasi; e – elektr zaryadi) **13.6** $F = \frac{Q_1 Q}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{1}{r_1^4} + \frac{1}{r_2^4}} = 287\,\text{mN}$ **13.7** $F = \frac{6Q^2}{4\pi\varepsilon_0\alpha^2} = 54\,\text{mN}$ **13.8** $Q_1 = 2r\sqrt{\pi\varepsilon_0}(\sqrt{F_2} + \sqrt{F_1 - F_2}) = 0{,}14\,\mu\text{C}$; $Q_2 = 2r\sqrt{\pi\varepsilon_0}(\sqrt{F_2} - \sqrt{F_2 - F_1}) = 20\,\text{nC}$ **13.9** 0,09 μC; –0,01 μC **13.10** zaryadlar orasida $4Q$ zaryaddan $x = 40$ cm; musbat. **13.11** Q_1 zaryaddan $l_1 = 20\,\text{cm}$ masofada; $-8\cdot10^{-8}$ C; noturg'un. **13.12** $Q_1 = Q\sqrt{3}/3 = -0{,}577\,\text{nC}$; turg'un bo'lmaydi. **13.13** $Q_1 = -\frac{1}{2}\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)Q = -287\,\text{nC}$ **13.14** $F = \frac{Q\tau l}{4\pi\varepsilon_0(l + a)a} = 1{,}5\,\text{mN}$ **13.15**

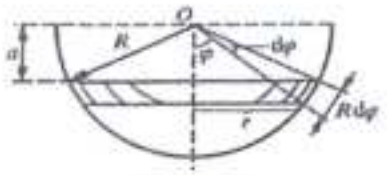
$F = Q\tau/(4\pi\varepsilon_0 a) = 4{,}5\,\text{mN}$ **13.16** $F = \sqrt{2}Q\tau/(4\pi\varepsilon_0 a) = 6{,}37\,\text{mN}$ **13.17** $F = \sqrt{2}Q\tau/(4\pi\varepsilon_0 a) = 1{,}27\,\mu\text{N}$ **13.18** 9 mN **13.19** $F = \sqrt{5}Q\tau/(4\pi\varepsilon_0 a) = 4{,}03\,\text{mN}$ **13.20** 1) $F_1 = \frac{QQ_1 a}{4\pi\varepsilon_0(R^2 + l_1^2)^{3/2}} = 0{,}16\,\text{mN}$; 2) $F_2 = \frac{QQ_1}{4\pi\varepsilon_0 l_2^2} = 2{,}25\,\mu\text{N}$ **13.21** $F = Q\tau/(2\pi\varepsilon_0 R) = 3{,}6\,\text{mN}$ **13.22** $F = Q\tau/(4\pi\varepsilon_0 R) = 35\,\mu\text{N}$

14.1 4,09 kV/m **14.2** 2,99 kV/m; 607 V/m **14.3** 280 V/m **14.4** 6 cm; 12 cm **14.5** Manfiy zaryad orqasida $d_1 = d(\sqrt{2} + 1)$ masofada. **14.6** 34 kV/m **14.7** $E = \frac{1}{2}\frac{\tau R\sqrt{r^2 - R^2}}{\varepsilon_0 r^3} = 2{,}71\,\text{kV/m}$ Yechish: rasmdan ko'rinib turibdiki, dl elementda turgan dQ zaryad elementi $dE = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, yoki $dE = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. kuchlanganlik hosil qiladi. dE ni ikkita tashkil etuvchiga ajratamiz: dE_1 halqa tekisligiga normal bo'ylab yo'nalgan hamda dE_2 – unga parallel va bu tashkil etuvchilarni halqaning barcha elementlari uchun qo'shib chiqamiz. Bunda halqa tekisligiga parallel tashkil etuvchilarning yig'indisi nolga teng bo'ladi. Tik tashkil etuvchilarning yig'indisi esa $E = \frac{\tau\cos\varphi}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int_0^l dl$. Integral yordamida ifodalanadi. cosφ ni r va R lar orqali ifodalab integrallashdan keyin yuqorida keltirilgan formulani olamiz. **14.8** $E = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0} = 28{,}3\frac{\text{V}}{\text{m}}$. **Yechish.** Yarim sferani $dQ = \sigma dS = 2\pi r\sigma R d\varphi$ zaryadli yupqa halqalarga bo'lib chiqamiz (rasm), unda bunday halqaning yarim sfera markazida hosil qiladigan kuchlanganligi dE, $dE = \frac{a dQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$ (14.7-masalaga q.) $r = R\sin\varphi$ va $a = R\cos\varphi$, integrallashdan so'ng $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi/2}\sin\varphi\cos\varphi d\varphi = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}$ **14.9** 1) 0; 2) 900 V/m; 3) 400 V/m; grafikni 8-rasmdan qarang. **14.10** $E_1 = 0$; $E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = 1{,}11\,\text{kV/m}$; $E_3 = \frac{Q - |Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2} = 200\,\text{V/m}$; grafikni rasmga qarang. **14.11** 5,55 nC/m **14.12** 43,2 MV/m **14.13** 64,3 kV/m **14.14** $E_1 = 0$; $E_2 = R\sigma/(\varepsilon_0 r_2) = 75{,}5\,\text{V/m}$;

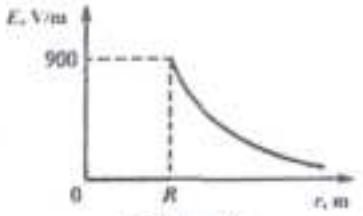


14.7-masala

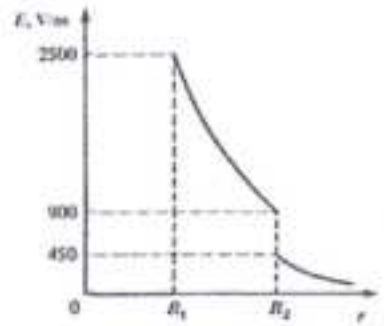
grafikni rasmdan qarang. **14.15** $E_1 = 0$; $E_2 = \tau / (2\pi\varepsilon_0 r_2) = 200$ V/ m; $E_3 = (\tau_1 + \tau_2) / (2\pi\varepsilon_0 r_3) = 180$ V/ m. grafikni rasmdan qarang. **14.16**



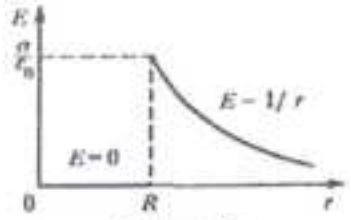
14.8-masala



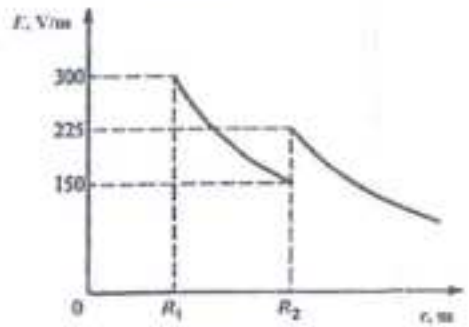
14.9-masala



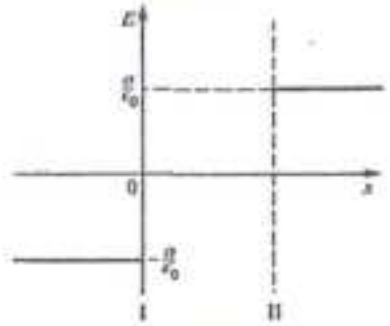
14.10-masala



14.14-masala

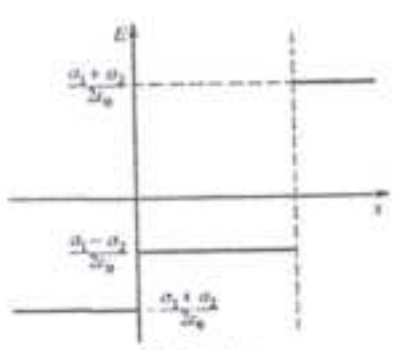


14.15-masala

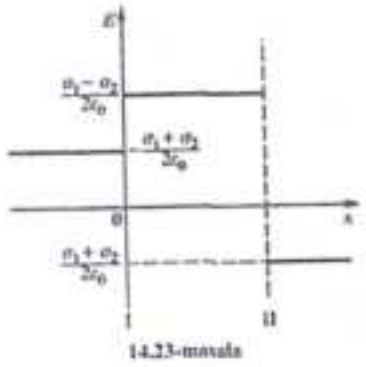


14.21-masala

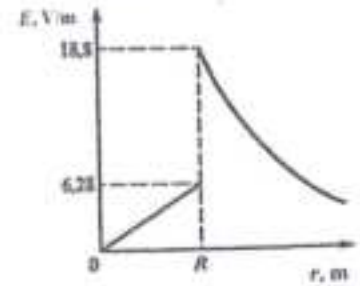
$E = \tau / (8\pi\varepsilon_0 l) = 135$ kV/ m **14.17** $E = \dfrac{\tau l}{2\pi\varepsilon_0 r\sqrt{4r^2 + l^2}} = 55,7$ kV/ m **14.18** 35,6 kV/ m **14.19** 60,2 kV/ m **14.20** 38 kV/ m **14.21** 1) $E = 0$; 2) $E = \sigma / \varepsilon_0 = 113$ V/ m; grafikni rasmdan qarang. **14.22** 1) $E_1 = \dfrac{1}{2}\dfrac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_0} = 113$ V/ m; 2) $E_2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{\sigma_2 + \sigma_1}{\varepsilon_0} = 226$ V/ m grafikni rasmdan qarang. **14.23** 1) 396 V/ m; 2) 170 V/ m; grafikni rasmdan qarang. **14.24**

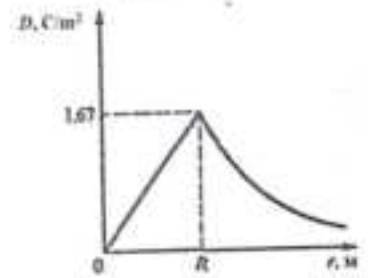


14.22-masala



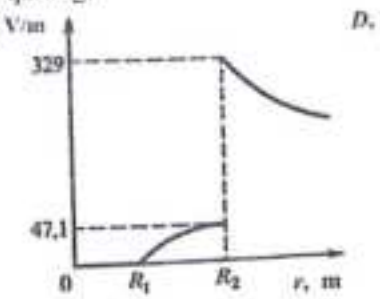
14.23-masala

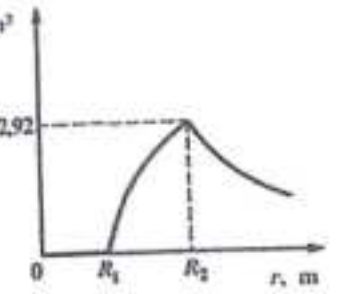




14.27-masala

$E = \dfrac{|Q_1 - Q_2|}{2\pi\varepsilon_0 ab} = 377$ kV/ m **14.25** $F = \dfrac{1}{2}\dfrac{\sigma_1\sigma_2}{\varepsilon_0}S = 16,9\,\mu$N **14.26** $|Q| = R\sqrt{2\pi\varepsilon_0 F} = 33,3$ nC **14.27** 1) $E_1 = \dfrac{1}{3}\dfrac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon}r_1 = 3,78$ V/ m; $D_1 = \dfrac{1}{3}\rho r_1 = 0,1$ nC/ m²; 2) $E_2 = \dfrac{1}{3}\dfrac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon}R = 6,28$ V/ m ($r \le R$ uchun) $E_2 = \dfrac{1}{3}\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}R = 18,8$ V/ m ($r \ge R$ uchun); $D_2 = \dfrac{1}{3}\rho R = 167$ pC/ m²; 3) $E_3 = \dfrac{1}{3}\dfrac{\rho R^3}{\varepsilon_0 r_2^2} = 4,72$ V/ m; $D_3 = \dfrac{1}{3}\dfrac{\rho R^3}{r_2^2} = 41,7$ pC/ m²; grafikni rasmdan qarang.

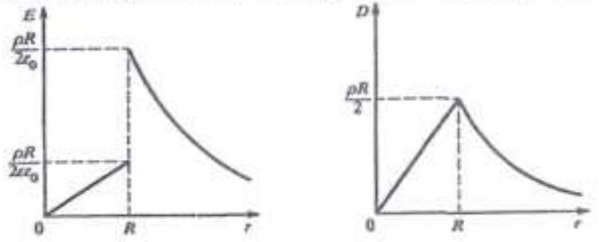




14.28-masala

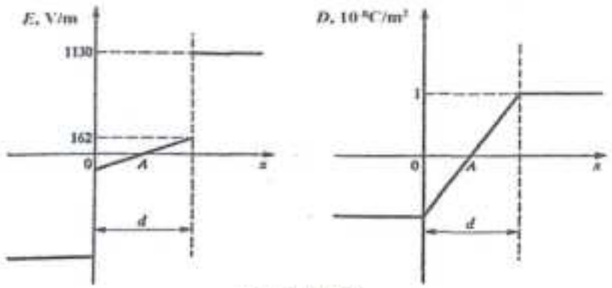
14.28 1) $E_1 = 0$; $D_1 = 0$; 2) $E_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon}\left(r_2 - \frac{R_1^3}{r_2^2}\right) = 13.6$ V/m; $D_2 = 843$ pC/m^2; 3) $E_3 = \frac{\rho(R_2^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0\varepsilon r_3^2} = 229$ V/m; $D_3 = 2.02$ nC/m^2; grafikni rasmdan qarang.

14.29 1) $E_1 = \frac{1}{2}\frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon}r_1 = 2.83$ V/m; $D_1 = 50$ pC/m^2; 2) $E_2 = \rho R^2/(2\varepsilon_0 r) = 7.55$ V/m; $D_2 = 66.7$ pC/m^2, grafikni rasmdan qarang. **14.30** $E = \rho d/(2\varepsilon_0\varepsilon) = 56.5$ V/m



14.29-masala

14.31 $E_A = 0$; $D_A = 0$; $E_B = \rho d/(4\varepsilon_0\varepsilon) = 80.8$ V/m; $D_B = \rho d/4 = 5$ nC/m^2; $E_C = \rho d/(2\varepsilon_0\varepsilon) = 162$ V/m $(x \le d)$; $E_C = \rho d/(2\varepsilon_0) = 1.13$ kV/m $(x \le d)$; $D_C = \rho d/2 = 10$ nC/m^2; grafikni rasmdan qarang. **14.32** Induksiyalangan zaryadning ta'siri Q zaryadning ko'zgu tasviri bo'lmish nuqtaviy zaryadning ta'siriga tengdir. $F = Q^2/(16\pi\varepsilon_0 a^2) = 0.9\,\mu$N **14.33** $E = \frac{Q}{32\pi\varepsilon_0 a^2} \times \sqrt{5-2\sqrt{2}} = 3.32$ kV/m (14.32 masalaga q.) **14.34** $E = \frac{3Q}{64\pi\varepsilon_0 a^2} = 750$ V/m



14.31-masala

14.35 $Q = 2(a - l\sin\varphi)\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mgtg\alpha} = 20$ nC **14.36** $F = Qr/(2\pi\varepsilon r^3) \approx 0.3$ **14.37** $F = Q\tau/(2\varepsilon_0) = 56.5\,\mu$N **14.38** $\sigma = 2\varepsilon_0 F/Q = 1.06\,\mu$C/m^2 **14.39** $F_2 = \varepsilon_0 F_1^2 S/(2Q^2) = 4.92$ mN **14.40** $F/l = \sigma\tau/(2\varepsilon_0\varepsilon) = 452$ nN/m **14.41** 1) 56.5 mN; 2) 0.9 μN **14.42** $p = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 = 27.9$ kPa **14.43** $F/l = \tau_1\tau_2/(2\pi\varepsilon_0 r) = 3.6$ mN/m **14.44** $F = \frac{\tau_1\tau_2}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_l^{2l}\frac{dr}{r} = \frac{\tau_1\tau_2}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln 2 = 1.25$ mN

14.45 $F = \frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}\int_{2R}^{3R}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{6}\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2} = 150\,\mu$N **14.46** $F = \frac{\tau_1\tau_2}{\pi\varepsilon_0} = 36$ mN **14.47** $F = \frac{\tau_1\tau_2}{\varepsilon_0} = 1.13$ mN **14.48** $F = \frac{\tau^2}{2\varepsilon_0} = 56.5$ mN **14.49** $\Phi_2 = \pi\sigma r^2/(2\varepsilon_0) = 1.78$ kV·m **14.50** $\Psi = \frac{1}{2}\sigma a^2\sin\beta = 2.5$ nC **14.51** $\Phi_2 = \frac{QS}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = 4.5$ V·m

14.52 $\Psi = Q\omega/(4\pi) = 1.19$ nC **14.53** $\Phi_2 = \frac{ahQ\sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = 2.7$ V·m **14.54** $\Psi = \frac{Qa}{2}\int_0^R\frac{rdr}{(a^2+r^2)^{3/2}} = \frac{Q}{2}\left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+R^2}}\right) = 10$ nC **14.55** $\langle E\rangle = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left(1 - \frac{\sqrt{r^2-R^2}}{r}\right) = 250\,kV/m$ **14.56** $\Psi = \frac{b\tau}{\pi}\arcsin\frac{a}{2r} = 20$ nC **14.57** $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l^2}(2-\sqrt{2})^{1/2} = 8.61$ kV/m; $\beta = arctg(\sqrt{2}+1) = 67°30'$ **14.58** $E = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\sqrt{5} = 26.8$ kV/m; $\beta = \arcsin(1/\sqrt{5}) = 26°34'$ **14.59** $E = \frac{3\sqrt{3}Q}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2} = 37.2$ kV/m **14.60** $E = \frac{Q}{3\pi^2\varepsilon_0 R^2}\ln 2 = 5.29$ kV/m **14.61** $E = \frac{\sigma\ln 2}{2\pi\varepsilon_0}\sin\frac{\theta}{2} = 936$ kV/m **14.62** $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cos\theta = 1.96$ kV/m

14.63 $E = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\sin^2\theta = 847$ kV/m **14.64** $E = \frac{\rho R}{4\varepsilon_0} = 16.9$ kV/m **14.65** $E = \frac{\rho R}{4\varepsilon_0} = 16.9$ kV/m **14.66** $E = \frac{\rho R}{4\varepsilon_0}\sin^2\theta = 2.82$ kV/m **14.67** 1) $E_I = 0$ $(r < R)$; $E_{II}(r) = -\frac{2\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}$ $(R \le r < 2R)$; $E_{III}(r) = \frac{2\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}$ $(r \ge 2R)$; 2) $E_A = \frac{2\sigma}{9\varepsilon_0} = 2.51$ kV/m; 3) rasmga qarang **14.68** 1) $E_I = 0$ $(r < R)$; $E_{II}(r) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}$ $(R \le r < 2R)$; $E_{III}(r) = -\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}$ $(r \ge 2R)$; 2) $E_A = -\frac{\sigma}{3\varepsilon_0} = -2.26$ kV/m; 3) rasmga qarang **14.69**

1) $E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$; $E_{II} = \frac{3\sigma}{\varepsilon_0}$; $E_{III} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$; 2) $E_1 = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = -1.52$ kV/m; 3) rasmga qarang.

14.70 $E_0 = \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R = 37.7$ kV/m; $E_1 = \frac{1}{3}\frac{\rho R}{\varepsilon_0}\sqrt{4 + \frac{1}{25} - \frac{8}{5\sqrt{5}}} = 68.6$ kV/m;

$E_2 = \frac{17}{27}\frac{\rho R}{\varepsilon_0} = 71.1$ kV/m. **14.71** $E_1 = \frac{1}{2}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R = 33.9$ kV/m; $E_2 = \frac{1}{2}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R\frac{\sqrt{13}}{5} = 34.3$ kV/m;

$E_3 = \frac{5}{6}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R = 56.5$ kV/m. **14.72** $E_{II} = \frac{1}{4}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R = 22.6$ kV/m; $E_1 = \frac{5}{3}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R\left(1 - \frac{1}{5\sqrt{5}}\right)$

$= 49.5$ kV/m. **14.73** $E_{II} = \frac{1}{4}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R = 16.9$ kV/m; $E_1 = \frac{5}{3}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R = 40.7$ kV/m. **14.74**

1) $E_1 = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}d = const$ $(x \le 0)$; 2) $E_2(x) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}(x - 4d)$ $(0 \le x \le d)$; $E_{max}(x) = \frac{3\rho}{\varepsilon_0}d$ $(const$

$(d \le x \le 2d)$; $E_3 = \frac{\rho}{\varepsilon_0}(x - 4d)$ $(2d \le x \le 5d)$; $E_4 = \frac{\rho}{\varepsilon_0}d = const$ $(x \ge 5d)$.

2) $E_4 = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}d = -22.6$ kV/m; 3) rasmga qaring. **14.75** 1) $E_1 = \frac{1}{2}\frac{\rho}{\varepsilon_0}d = const$

$(x \le 0)$; $E_2(x) = \frac{1}{2}\frac{\rho}{\varepsilon_0}(d + 4x)$ $(0 \le x \le d)$; $E_{max} = \frac{5}{2}\frac{\rho}{\varepsilon_0}d = const$ $(d \le x < 2d)$;

$E_3 = -\frac{1}{2}\frac{\rho}{\varepsilon_0}(9d - 2x)$ $(2d \le x \le 5d)$; $E_4 = -\frac{1}{2}\frac{\rho}{\varepsilon_0}d = const$ $(x > 5d)$; 2) $E_4 = \frac{3}{2}\frac{\rho}{\varepsilon_0}d =$

$= 33.9$ kV/m; 3) rasmga qaring.

15.1 1 kV **15.2** $A_1 = -A$ $-8\ \mu J$; $\Delta\varphi = A/Q$ 200 V **15.3** $\frac{A\Pi}{Q_2} =$

$= -\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = -162$ J/C **15.4** A $4.5\ \mu J$. $dA = Fdr = \frac{QQ_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr$ ifodani

r_1 dan r_2 gacha integrallab, $A = \frac{QQ_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$ ni topamiz. Potensial energiya

$\Delta\Pi = 4.5\ \mu J$ ga ortadi. **15.5** $\varphi = 45$ V **15.6** φ . 6 kV. $d_{min} = r_2 - r_1 = 10$ cm;

$d_{max} = r_1 + r_2 = 40$ cm **15.7** $E = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{1}{r^4} + \frac{1}{(r^2 + d^2)^2} - \frac{2}{r(r^2 + d^2)^{3/2}}} = 664$ kV/m;

$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + l^2}}\right) = 26.4$ kV **15.8** $\Pi = -\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} = 90\ \mu J$ **15.9** $\Pi = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a} \times$

$\times(Q_1Q_2 + Q_1Q_3 + Q_2Q_3) = -63\ \mu J$ **15.10** $\Pi = \frac{Q^2}{2\pi\varepsilon_0 a}\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 48.8\ \mu J$ **15.11**

$\Pi = -\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\sqrt{2} = -12.7\ \mu J$. agar bir xil ishrali zaryadlar kvadratining qarama-

qarshi uchlarida joylashgan bo'lsa. $\Pi = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\sqrt{2} = 12.7\ \mu J$, agar qarama-

qarshi uchlarda turli ishrali zaryadlar joylashgan bo'lsa. **15.12** $(x-10)^2 + y^2 = 8^2$

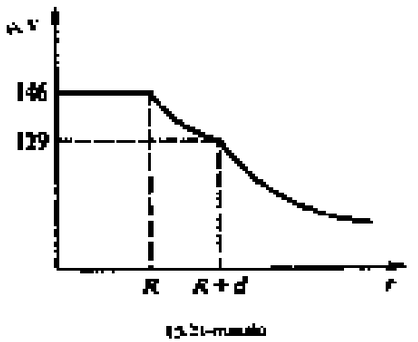
15.13 $A\Pi$ $\frac{Q_1Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 1\right) = -4.9$ J **15.14** $\varphi = \frac{\tau R}{2\varepsilon_0\sqrt{a^2 + R^2}} = 505$ V

15.15 φ $\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\ln 2 = 62.4$ V **15.16** $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{l + a}{a} = 36.5$ V **15.17** 33.6 V

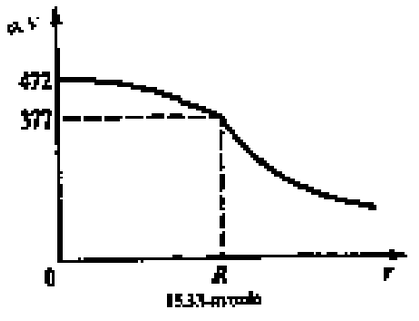
15.18 $\Delta\varphi = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1} = 125$ V **15.19** 1) $\varphi = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R} = 360$ V; 2) $\varphi = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2} \times$

$\times(\sqrt{R^2 + a^2} - a) = 149$ V **15.20** 1) 75 V; 2) 135 V; 3) 100 V **15.21** 1) 146 V;

2) 136 V; 3) 100 V; grafikni rasmdan qarang.



15.21-rasmlik



15.22-rasmlik

15.22 1) $\varphi_2 = \frac{R_2}{R_1}\varphi_1 = 200$ V; 2) $\varphi_2 = \frac{R_2 - R_1}{R_2}\varphi_1 = 100$ V **15.23** $\Delta\varphi = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}d = 56.6$ V

15.24 $\varphi = ER = 300$ kV; $\sigma = \varepsilon_0 E = 55.6\ \mu C/m^2$ **15.25** $U = \frac{1}{2}\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_0}d = 141$ V

15.26 170 V **15.27** $1.04 \cdot 10^4$ **15.28** 432 V **15.29** $U = \frac{d}{R}\sqrt{\frac{2F}{\pi\varepsilon_0}} = 1.2$ kV **15.30**

$\Delta\Pi = -\frac{\varepsilon\sigma R}{\varepsilon_0}\ln\frac{3}{2} = -229$ eV **15.31** $A_{12} = -\frac{1}{2}Q\varphi_1 = 6\ \mu J$ **15.32** $\Delta\varphi = \frac{1}{8}\frac{\rho d^2}{\varepsilon_0\mu} = 8.07$ V

15.33 $\varphi_1 = \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R^2\left(1 + \frac{1}{2\varepsilon}\right) = 472$ V; $\varphi_2 = \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R^2 = 377$ V; grafikni rasmdan

qarang. **15.34** 1) $\varphi_1 = \frac{(R_2^2 - R_1^2)\rho}{3\varepsilon_0 R_2} = 238$ V; 2) va 3) $\varphi_2 = \varphi_1 = 116$ V **15.35**

$grad\varphi = -E$; $|grad\varphi| = E = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 226$ V/ m; gradient tekislikka tomon unga tik ravishda yo'nalgan. **15.36** 0,6 V **15.37** 0,12 V **15.38** $|grad\varphi| = \varphi / r = 200$ V/ m; gradient zaryad tomonga yo'nalgan. **15.39** $|grad\varphi| = \tau / (2\pi\varepsilon_0 r) = 180$ V/ m; gradient kuch chizig'i bo'ylab tola tomonga yo'nalgan. **15.40** $\Delta\varphi = \frac{\rho R^2}{6\varepsilon_0\varepsilon} = 3{,}14$ V **15.41** $A_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = 8{,}91$ mJ; $A_2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_1} = 9$ mJ **15.42** $A_{12} = \frac{1}{3}Q_1\varphi_1 = 1\ \mu$J **15.43** $A_{12} = \frac{QQ_1}{8\pi\varepsilon_0 a} \times \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 659\ \mu$J **15.44** $A = \frac{\sigma Q l}{2\varepsilon_0}\cos(\pi/2 - \alpha) = 1{,}96\ \mu$J **15.45** 2,62 μJ; 154-betdagi 5-misolga qarang. **15.46** $A = Q\tau / (4\varepsilon_0) = 25{,}2\ \mu$J **15.47** $A = \frac{Q\tau}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{R}{\sqrt{R^2 + l^2}}\right) = 47\ \mu$J **15.48** $A_{12} = \frac{Q\tau}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}\right) = 165\ \mu$J **15.49** $A_{12} = \frac{1}{4}Q\varphi = 250\ \mu$J **15.50** $A_{12} = \frac{Q\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln 2 = 62{,}4\ \mu$J **15.51** $s = |e|Et^2 / (2m) = 1{,}76$ cm; $\vartheta = |e|Et / m = 35{,}2$ Mm/ s (m va e - elektronning massasi va zaryadi) **15.52** 1) 2,55 kV; 2) 4,69 MV **15.53** $1{,}58\cdot10^{16}$ m/ s^2; 5,63 Mm/ s; 0,356 ns **15.54** 15 MeV; 2,19 m/ s **15.55** 24,3 MC/ kg **15.56** $l = 3m\vartheta^2 / (2eE) = 5{,}19$ mm (m – proton massasi). **15.57** $l_{min} = l_0 - \frac{\varepsilon_0 T}{|e|\sigma} = 1$ cm **15.58** 2,24 Mm/ s; dastlabki yo'nalishdan 45° ga og'adi. **15.59** $\varphi_2 = \varphi_1 - \frac{3}{2}(m/e)\vartheta_1^2 = 289$ V (m va e – protonning massa va zaryadi) **15.60** $l = \frac{3}{8}\frac{m}{|e|}\frac{\vartheta_1^2}{E} = 2{,}13$ mm **15.61** $\vartheta_{min} = \sqrt{\frac{3|e|}{2m}}\varphi = 0{,}24$ Mm/ s (e/m – elektronning solishtirma zaryadi) **15.62** $\varphi_2 = \varphi_1 - \frac{3}{8}(m/|e|)\vartheta_1^2 = 23{,}3$ V (m – elektronning massasi) **15.63** $T = \frac{|e|\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln 10 = 828$ eV **15.64** $F = 2{,}4\cdot10^{-12}$ N; $a = 2{,}75\cdot10^{11}$ m/ s^2; $\vartheta = 4{,}07$ Mm/ s **15.65** 5,9 mm **15.66** 79,6 V **15.67** 22,5 V **15.68** $r_{min} = \frac{eQ(1 + m_1/m_2)}{2\pi\varepsilon_0 m_1(\vartheta_1 + \vartheta_2)^2} = 767$ pm (e-proton zaryadi, Q - α zarra faryadi).

$u_1 = u_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vartheta = 60$ km/ s **15.69** $r_{min} = \frac{3e}{4\pi\varepsilon_0 U} = 72$ fm **15.70** $r_{min} = \frac{e^2}{\pi\varepsilon_0 m\vartheta^2} = 10{,}1$ pm (m-elektron massasi). **15.71** $r_{min} = \frac{Q_1 Q_2(1 + m_1/m_2)}{2\pi\varepsilon_0 m_1(\vartheta_1 + \vartheta_2)^2}$; $r_{min1} = \frac{Q_1 Q_2}{\pi\varepsilon_0 m_1(\vartheta_1 + \vartheta_2)^2}$; $r_{min2} = \frac{Q_1 Q_2}{2\pi\varepsilon_0 m_2(\vartheta_1 + \vartheta_2)^2}$ **15.72** $T_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_0(1 + k)}$; 1) $T_1 = \frac{Q_1 Q_2}{8\pi\varepsilon_0 r_0}$; 2) $T_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}$; 3) $T_1 = 0$ **15.73** $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R} + \frac{q}{l}\right) = 900$ V **15.74** $\Pi = \frac{e^2}{2\pi\varepsilon_0 a}\left(2 - \frac{3}{\sqrt{2}}\right) = -1{,}86\cdot10^{-18}$ J **15.75** $\vartheta = \frac{e}{\sqrt{2\pi\varepsilon_0 ma}} = 1{,}66\cdot10^7$ m/ s **15.76** $\Pi = 2\pi\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0}R^2 = 7{,}1\ \mu$J **15.77** $\Pi = 2\pi\varepsilon_0 R\varphi^2 = 2{,}78\ \mu$J

16.1 50 nC·m **16.2** 6,75 kV/ m **16.3** $E_A = 1{,}08$ kV/ m; $\varphi_B = 0$; $E_B = 22$ kV/ m; $\varphi_B = 386$ V **16.4** $E_A = 9$ V/ m; $\varphi_A = 0$; $E_B = 18$ V/ m; $\varphi_B = 0{,}9$ V **16.5** 47,5 V/ m; 1,8 V **16.6** $\varphi = A\sin\omega t$, *bunda* $A = 90$ V, $\omega = 6{,}28\cdot10^3$ s^{-1} **16.7** $<\Pi> = \frac{Qp}{4\pi\varepsilon_0 r^2} <\sin\omega t>$; 1) $<\Pi> = \frac{Qp}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \times \frac{2}{T}\int_0^{T/2}\sin\frac{2\pi}{T}t = 14{,}3$ nJ; 2) $t \geq T$ $<\sin\omega T> \to 0$ va $<\Pi> = 0$ **16.8** $F = 3p_1p_2 / (2\pi\varepsilon_0 r^4) = 1{,}35\ \mu$N **16.9** $F = p_1p_2 / (2\pi\varepsilon_0 r^3) = 18$ nJ **16.10** $C = pE\sin\alpha / \alpha = 286$ nN·m/ rad **16.11** $C = pE = 300$ nN·m/ rad **16.12** $\Pi = -pE\cos\alpha = -500\ \mu$J **16.13** $A = 2pE = 30\ \mu$J **16.14** $\Delta\Pi = pE(1 - \cos\alpha) = 0{,}5\ \mu$J **16.15** $\omega = \sqrt{2pE/J} = 6$ rad/ s **16.16** $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{pE/J} = 239$ Hz **16.17** $F = p\frac{dE}{dx} = 0{,}2$ mN **16.18** $\frac{dE}{dr} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r^3} = 1{,}8$ MV/ m^2; $F = \frac{Qp}{2\pi\varepsilon_0 r^3} = 9\ \mu$N **16.19** $\frac{dE}{dr} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r^2} = 0{,}9$ MV/ m^2; $F = p\frac{dE}{dr} = 3{,}9\ \mu$N **16.20** 1) e; 2) e; 3) e; 4) e, a, a; 5) e, a, a; 6) e, a, a; 7) e, a; 8) e, a, a; 9) e, a **16.21** $0{,}695\cdot10^{-19}$ C; proton yaqinidagi elektron bulutlari ftor atomining yadrosiga tomon qismangina siljiydi. **16.22** 6; 47,7 μC/ m^2 **16.23** $\sigma_1' = -\frac{Q}{4\pi R^2}\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = -0{,}255\ \mu$C/ m^2; $\sigma_2' = \frac{Q}{4\pi(R + d)^2}\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = 0{,}130\ \mu$C/ m^2 **16.24** $\pm11{,}8\ \mu$C/ m^2 **16.25** 77,4 MV/ m **16.26** 555 kV/ m **16.27** 1,5 marta

16.28 1,015 **16.29** 1) 0,1%; 2) 25% **16.30** $P=\frac{3(\varepsilon-1)}{\varepsilon+2}\varepsilon_0 E_{ich}=152\ \mu C/m^2$ **16.31** 11,3 MV/m **16.32** $P=(\varepsilon-1)\varepsilon_0 E_0/\varepsilon=37{,}9\ \mu C/m^2$ **16.33** 142 kC/m^2 **16.34** 1) 1,44; 2) $6{,}3\cdot10^{-4}$ C·m **16.35** 0,03 **16.36** $\alpha n\le 0{,}183$ **16.37** $\alpha=3M(\varepsilon-1)/(\rho N_A(\varepsilon+2))=2{,}24\cdot10^{-29}$ m^3 **16.38** 1) $\chi=\alpha n=2{,}7\cdot10^{-4}$; 2) $\chi=3\rho N_A\alpha/(3M-\rho N_A\alpha)=0{,}23$ **16.39** $\varepsilon=\frac{3M-2\chi\rho V_{sm}}{3M-\chi\rho V_{sm}}$; $\varepsilon_1=1{,}51$; $\varepsilon_2=1{,}61$ **16.40** 1,13 cm^3 **16.41** $1{,}87\cdot10^{-30}$ m^3; $\varepsilon=1+\alpha n=1{,}00005$ **16.42** $1{,}65\cdot10^{-36}$ C·m; $1{,}03\cdot10^{-17}$ m **16.43** $2\cdot10^{29}$ m^3 **16.44** $6{,}6\cdot10^{-31}$ C·m **16.45** $4{,}6\cdot10^{-31}$ C·m **16.46** 11,7 mJ/m^3 **16.47** $1{,}04\cdot10^{29}$ m^3 **16.48** $2{,}02\cdot10^{29}$ m^3 **16.49** $\varepsilon=\frac{3M+2\rho(n^2-1)V_{sm}}{3M-\rho(n^2-1)V_{sm}}=2{,}02$ **16.50** 2,14 **16.51** $\alpha_e=3M(n^2-1)/\left[\rho N_A(n^2+2)\right]=1{,}05\cdot10^{-28}$ m^3 **16.52** $\varepsilon=(1+2\beta)/(1-\beta)=1{,}52$. bunda $\beta=\alpha\rho N_A/(3M)$; $n=\sqrt{\varepsilon}=1{,}23$ **16.53** $n_1=\sqrt{\frac{1+2\beta}{1-\beta}}=1{,}2$ bunda $\beta=\frac{n_2^2-1}{n_2^2+2}\frac{RT}{Mp}\rho_1$ **16.54** $3{,}38\cdot10^{-25}$ m^3 **16.55** 0,046 **16.56** 326 K **16.57** 1,27 *marta* **16.58** 1) $\Pi=\frac{Qp}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=1{,}35\cdot10^{-6}$ J; $F=\frac{Qp}{2\pi\varepsilon_0 r^3}=2{,}7\cdot10^{-11}$ N; 2) $\Pi=0$; $F=\frac{Qp}{4\pi\varepsilon_0 r^3}=1{,}35\cdot10^{-6}$ N **16.59** $\Pi=-\frac{p^2}{4\pi\varepsilon_0 l^3}\left(1-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)=-3{,}8\ \mu J$ **16.60** $\Pi=-\frac{p^2}{48\pi\varepsilon_0 l^3}=-7{,}5\cdot10^{-7}$ J $F=-\frac{13}{576}\frac{p^2}{\pi\varepsilon_0 l^4}=-3{,}25\cdot10^{-7}$ N **16.61** $\Pi=\frac{p^2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}=2{,}71\cdot10^{-24}$ J (16,9 μeV) **16.62** $l=\frac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0 E}{Zen}=1{,}9\cdot10^{-10}$ m **16.63** $p=\frac{\varepsilon-1}{n}\varepsilon_0 E=52{,}6\cdot10^{-30}$ D **16.64** $p=\left[\frac{3\varepsilon_0 kT(\varepsilon-1)}{n}\right]^{1/2}=1{,}9$ D **16.65** $p=2p_1\cos\frac{\alpha}{2}=1{,}85$ D

17.1 1,11 pF **17.2** 180 pF **17.3** 712 μF **17.4** $\sigma_1=49{,}8$ nC/m^2; $\sigma_2=16{,}6$ nC/m^2 **17.5** $\varphi=(R_1\varphi_1+R_2\varphi_2)/(R_1+R_2)=380$ V **17.6** 6,2 nF **17.7** 1) 88,5 pF; 2) $D_1=D_2=2{,}66\ \mu C/m^2$; $E_1=42{,}8$ kV/m; $E_2=100$ kV/m; $\Delta\varphi_1=\Delta\varphi_2=300$ V **17.8** $C=\varepsilon_0 S\left(\frac{d_1}{\varepsilon_1}+\frac{d_2}{\varepsilon_2}+\frac{d-(d_1+d_2)}{\varepsilon_3}\right)^{-1}=35{,}4$ pF (ε_3 – havoning dielektrik singdiruvchanligi) **17.9** $\Delta U=(\sigma/\varepsilon_0)(d_2-d_1)=45{,}2$ V

17.10 0,5 cm **17.11** 2,5 μF **17.12** 700 V **17.13** $C=4\pi\varepsilon_0\times R_1R_2/(R_2-R_1)=93{,}3$ pF **17.14** 4,41 kV **17.15** 5 **17.16** 1) 360 μC, 720 μC, 120 V; 2) 240 μC, 80 V, 40 V **17.17** $C_2=\frac{U-U_1}{U_2-U_1}C_1=0{,}32\ \mu F$

17.18 $\Delta Q=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(U_1-U_2)=36\ \mu C$ **17.19** 2,32 mm **17.20** $C=(C_1+C_2)(C_3+C_4)/(C_1+C_2+C_3+C_4)=0{,}21\ \mu F$ **17.21** $U_1=C_2U/(C_1+C_2)=240$ V; $U_2=C_1U/(C_1+C_2)=80$ V; $U_3=C_4U/(C_3+C_4)=120$ V; $U_4=C_3U/(C_3+C_4)=200$ V; $Q_1=Q_2=C_1C_2U/(C_1+C_2)=48\ \mu C$; $Q_3=Q_4=C_3C_4U/(C_3+C_4)=60\ \mu C$ **17.22** $C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}+\frac{C_3C_4}{C_3+C_4}=20\ pF$ **17.23** 200 μC; 120 μC; 120 μC; 100 μC; 110 V; 60 V; 40 V; 220 μC; 210 V **17.24** 2 pF. *Ko'rsatma.* Agar $C_1/C_2=C_3/C_4$ bo'lsa, unda $\varphi_A=\varphi_B$ ligini isbotlansin va natijada sxemadagi umumiy sig'imni aniqlashda C_5 sig'im ahamiyatga ega emas. **17.25** $C_4=C_2C_3/C_1=9$ pF

18.1 0,05 μJ **18.2** 30 μJ; 15 mN **18.3** 0,209 J **18.4** 2,5 J/m^3 **18.5** 50 μJ **18.6** 1500 V; 0,2 mJ **18.7** 0,27 mJ **18.8** 1) 0,18 J; 0,09 J, 0,06; 2) 0,605 J; 1,21 J, 1,82 J **18.9** 80 μJ **18.10** $A=\frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right)\left(\frac{2\varepsilon-1}{\varepsilon}\right)V=63{,}5$ nJ (ε – chinnining dielektrik singdiruvchanligi). **18.11** 1) $\sigma=\varepsilon_0 E(\varepsilon-1)/\varepsilon=5{,}9$ nC/m^2 (ε – ebonitning dielektrik singdiruvchanligi); 2) $W=\frac{1}{2}\varepsilon_0(E^2/\varepsilon)Sd=88{,}5$ pJ **18.12** $W=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right)^2 Sd=118$ pJ **18.13** 0,55 μJ **18.14** 450 μJ **18.15** 30 μJ **18.16** $W=Q^2/(16\pi\varepsilon\varepsilon_0 R)=225\ \mu J$ **18.17** 12 cm **18.18** $W_1=\frac{2\pi}{45}\frac{\rho^2}{\varepsilon\varepsilon_0}R^5=7{,}88$ nJ; $W_2=\frac{2\pi}{9}\frac{\rho^2}{\varepsilon_0}R^5=78{,}8$ nJ **18.19** $W_1/W_2=5\varepsilon=15$ (ε – shar turgan muhitning dielektrik singdiruvchanligi; 18.18. masalaga qarang). **18.20** $\Pi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{5}\frac{Q_1^2}{R_1}+\frac{3}{5}\frac{Q_2^2}{R_2}+\frac{Q_1Q_2}{l}\right)=1{,}62\ \mu J$ **18.21** $\vartheta_{max}=\frac{Q}{\sqrt{2\pi\varepsilon_0 mR}}=9$ m/s

19.1 15 C **19.2** 6,1 MA/m^2 **19.3** 34,2 mm^2 **19.4** 2,58 mOm **19.5** 18,8 Om **19.6** 5/6 Om **19.7** 3/4 Om **19.8** 7/12 Om **19.9** 250 Om; 20 % **19.10** 2 A **19.11**

16.28 1,015 **16.29** 1) 0,1%; 2) 25% **16.30** $P = \frac{3(\varepsilon-1)}{\varepsilon+2}\varepsilon_0 E_{ichki} = 152\ \mu C/m^2$ **16.31** 11,3 MV/m **16.32** $P = (\varepsilon-1)\varepsilon_0 E_{ich} / \varepsilon = 37,9\ \mu C/m^2$ **16.33** 142 kC/m^2 **16.34** 1) 1,44; 2) $6,3\cdot10^{-4}$ C·m **16.35** 0,03 **16.36** $\alpha n \le 0,183$ **16.37** $\alpha = 3M(\varepsilon-1)/(\rho N_A(\varepsilon+2)) = 2,24\cdot10^{-29}$ m^3 **16.38** 1) $\chi = \alpha n = 2,7\cdot10^{-4}$, 2) $\chi = 3\rho N_A\alpha/(3M-\rho N_A\alpha) = 0,23$ **16.39** $\varepsilon = \frac{3M-2\chi\rho V_{ion}}{3M-\chi\rho V_{ion}}$; $\varepsilon_1 = 1,51$; $\varepsilon_2 = 1,61$ **16.40** 1,13 cm^3 **16.41** $1,87\cdot10^{-30}$ m^3; $\varepsilon = 1+\alpha n = 1,00005$ **16.42** $1,65\cdot10^{-30}$ C·m; $1,03\cdot10^{-17}$ m **16.43** $2\cdot10^{-29}$ m^3 **16.44** $6,6\cdot10^{-33}$ C·m **16.45** $4,6\cdot10^{-33}$ C·m **16.46** 11,7 mJ/m^3 **16.47** $1,04\cdot10^{-28}$ m^3 **16.48** $2,02\cdot10^{-29}$ m^3 **16.49** $\varepsilon = \frac{3M+2\rho(n^2-1)V_{ion}}{3M-\rho(n^2-1)V_{ion}} = 2,02$ **16.50** 2,14 **16.51** $\alpha_e = 3M(n^2-1)/\left[\rho N_A(n^2+2)\right] = 1,05\cdot10^{-28}$ m^3 **16.52** $\varepsilon = (1+2\beta)/(1-\beta) = 1,52$, bunda $\beta = \alpha\rho N_A/(3M)$; $n = \sqrt{\varepsilon} = 1,23$ **16.53** $n_1 = \sqrt{\frac{1+2\beta}{1-\beta}} = 1,2$ bunda $\beta = \frac{n_2^2-1}{n_2^2+2}\frac{RT}{Mp}\rho_1$ **16.54** $3,38\cdot10^{-29}$ m^3 **16.55** 0,046 **16.56** 326 K **16.57** 1,27 *marta* **16.58** 1) $\Pi = \frac{Qp}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 1,35\cdot10^{-6}$ J; $F = \frac{Qp}{2\pi\varepsilon_0 r^3} = 2,7\cdot10^{-10}$ N; 2) $\Pi = 0$; $F = \frac{Qp}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = 1,35\cdot10^{-10}$ N **16.59** $\Pi = -\frac{p^2}{4\pi\varepsilon_0 l^3}\left(1-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = -3,8\ \mu J$ **16.60** $\Pi = -\frac{p^2}{48\pi\varepsilon_0 l^3} = -7,5\cdot10^{-3}$ J $F = -\frac{13}{576}\frac{p^2}{\pi\varepsilon_0 l^4} = -3,25\cdot10^{-3}$ N **16.61** $\Pi = \frac{p^2}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = 2,71\cdot10^{-30}$ J (16,9 μeV) **16.62** $l = \frac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0 E}{Zen} = 1,9\cdot10^{-10}$ m **16.63** $p = \frac{\varepsilon-1}{n}\varepsilon_0 E = 52,6\cdot10^{-3}$ D **16.64** $p = \left[\frac{3\varepsilon_0 kT(\varepsilon-1)}{n}\right]^{1/2} = 1,9$ D **16.65** $p = 2p_1\cos\frac{\alpha}{2} = 1,85$ D

17.1 1,11 pF **17.2** 180 pF **17.3** 712 μF **17.4** $\sigma_1 = 49,8$ nC/m^2; $\sigma_2 = 16,6$ nC/m^2 **17.5** $\varphi = (R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2)/(R_1+R_2) = 380$ V **17.6** 6,2 nF **17.7** 1) 88,5 pF; 2) $D_1 = D_2 = 2,66\ \mu C/m^2$; $E_1 = 42,8$ kV/m; $E_2 = 100$ kV/m; $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = 300$ V **17.8** $C = \varepsilon_0 S\left(\frac{d_1}{\varepsilon_1}+\frac{d_2}{\varepsilon_2}+\frac{d-(d_1+d_2)}{\varepsilon_3}\right)^{-1} = 35,4$ pF (ε_3 – havoning dielektrik singdiruvchanligi) **17.9** $\Delta U = (\sigma/\varepsilon_0)(d_2-d_1) = 45,2$ V

17.10 0,5 cm **17.11** 2,5 μF **17.12** 700 V **17.13** $C = 4\pi\varepsilon_0 \times R_1R_2/(R_2-R_1) = 93,3$ pF **17.14** 4,41 kV **17.15** 5 **17.16** 1) 360 μC, 720 μC, 120 V; 2) 240 μC, 80 V, 40 V **17.17** $C_2 = \frac{U-U_1}{U_2-U_1}C_1 = 0,32\ \mu F$ **17.18** $\Delta Q = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(U_1-U_2) = 36\ \mu C$ **17.19** 2,32 mm **17.20** $C = (C_1+C_2)(C_3+C_4)/(C_1+C_2+C_3+C_4) = 0,21\ \mu F$ **17.21** $U_1 = C_2U/(C_1+C_2) = 240$ V; $U_2 = C_1U/(C_1+C_2) = 80$ V; $U_3 = C_4U/(C_3+C_4) = 120$ V; $U_4 = C_3U/(C_3+C_4) = 200$ V; $Q_1 = Q_2 = C_1C_2U/(C_1+C_2) = 48\ \mu C$; $Q_3 = Q_4 = C_3C_4U/(C_3+C_4) = 60\ \mu C$ **17.22** $C = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}+\frac{C_3C_4}{C_3+C_4} = 20\ pF$ **17.23** 200 μC; 120 μC; 120 μC; 100 μC; 110 V; 60 V; 40 V; 220 μC; 210 V **17.24** 2 pF. *Ko'rsatma.* Agar $C_1/C_2 = C_3/C_4$ bo'lsa, unda $\varphi_A = \varphi_B$ ligini isbotlansin va natijada sxemadagi umumiy sig'imni aniqlashda C_5 sig'im ahamiyatga ega emas. **17.25** $C_x = C_2C_3/C_1 = 9$ pF

18.1 0,05 μJ **18.2** 30 μJ; 15 mN **18.3** 0,209 J **18.4** 2,5 J/m^3 **18.5** 50 μJ **18.6** 1500 V; 0,2 mJ **18.7** 0,27 mJ **18.8** 1) 0,18 J; 0,09 J, 0,06; 2) 0,605 J; 1,21 J, 1,82 J **18.9** 80 μJ **18.10** $A = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right)\left(\frac{2\varepsilon-1}{\varepsilon}\right)V = 63,5$ nJ (ε - chinnining dielektrik singdiruvchanligi). **18.11** 1) $\sigma = \varepsilon_0 E(\varepsilon-1)/\varepsilon = 5,9$ nC/m^2 (ε - ebonitning dielektrik singdiruvchanligi); 2) $W = \frac{1}{2}\varepsilon_0(E^2/\varepsilon)Sd = 88,5$ pJ **18.12** $W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right)^2 Sd = 118$ pJ **18.13** 0,55 μJ **18.14** 450 μJ **18.15** 30 μJ **18.16** $W = Q^2/(16\pi\varepsilon_0 R) = 225\ \mu J$ **18.17** 12 cm **18.18** $W_1 = \frac{2\pi}{45}\frac{\rho^2}{\varepsilon\varepsilon_0}R^5 = 7,88$ nJ; $W_2 = \frac{2\pi}{9}\frac{\rho^2}{\varepsilon_0}R^5 = 78,8$ nJ **18.19** $W_1/W_2 = 5\varepsilon = 15$ (ε – shar turgan muhitning dielektrik singdiruvchanligi; 18.18. masalaga qarang). **18.20** $\Pi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{5}\frac{Q_1^2}{R_1}+\frac{3}{5}\frac{Q_2^2}{R_2}+\frac{Q_1Q_2}{l}\right) = 1,62\ \mu J$ **18.21** $\vartheta_{max} = \frac{Q}{\sqrt{2\pi\varepsilon_0 mR}} = 9$ m/s

19.1 15 C **19.2** 6,1 MA/m^2 **19.3** 34,2 mm^2 **19.4** 2,58 mOm **19.5** 18,8 Om **19.6** 5/6 Om **19.7** 3/4 Om **19.8** 7/12 Om **19.9** 250 Om; 20 % **19.10** 2 A **19.11**

a sxema uchun a) 16,7%; 0,2%. *b sxema uchun b*) 0,2%; 20%. **19.12** 1,48 %. **19.13** 2,9 Om; 4,5 Om **19.14** 2 A **19.15** $n=\sqrt{NR/r_i}$; $R_t=R$ **19.16** har birida uchtadan ketma-ket ulangan elementlarning parallel ulangan to'rtta guruhi; 7,5 A. **19.17** a) I = 3 A, U = 0; *b*) I = 0, U = 1,2 V. **19.18** 0,5 A **19.19** 1,6 A; 0,2 A; 1,4 A. **19.20** 0 **19.21** $I_1=0; U_1=0$ **19.22** 3 A; 4 A; 1 A. **19.23** 0,8 A; 0,3 A; 0,5 A. **19.24** 3,6 V **19.25** 2 A **19.26** 15 W **19.27** 1) 0,5 Om; 2) 2 W **19.28** 0,4; 297 Om **19.29** $I_1=20$ A, $\eta_1=0,17$; $I_2=4$ A, $\eta_2=0,83$. **19.30** 45 min, 10 min **19.31** 12 V; 20 Om **19.32** $Q=\frac{I_{max}^2 r}{\tau^2}\int_0^{\tau} t^2dt=\frac{1}{3}I_{max}^2 R\tau=100$ kJ **19.33** 1 kJ (19.32 masalaga qarang) **19.34** $q=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3Q\tau}{R}}=20C$ Yechish. Tokning bir tekis o'sish shartidan $I=kt$ chiqadi yoki $dq/dt=kt$, bunda k – proporsionallik koeffitsiyenti, bundan $dq=ktdt$ va $q=k\int_0^{\tau} tdt=\frac{1}{2}k\tau^2$. k ning qiymatini o'tkazgichda ajralgan issiqlik miqdorining ifodasini topamiz. $dQ=I^2rdt=k^2rt^2dt$. Integrallab $Q=k^2r\int_0^{\tau} t^2dt=\frac{1}{3}k^2\tau^3r$ ni olamiz. Bundan $k=\sqrt{3Q/(\tau^3r)}$ qiymatlarini o'rniga qo'ygandan keyin ushbuni olamiz: $q=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3Q\tau}{R}}=20C$ **19.35** $\langle I\rangle=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3Q}{R\tau}}=10$ A (19.34 masalaga q.) **19.36** $\frac{dI}{dt}=\frac{1}{\tau}\sqrt{\frac{3Q}{R\tau}}=1$ A/s (19.34 masalaga q.)

20.1 0,05 mm/s **20.2** 3,7 μm/s **20.3** 0,1 mm/s **20.4** 0,05 V/m **20.5** $1,27\cdot10^{19}$ s^{-1} **20.6** 0,1 V/m **20.7** 568 pV/m. **20.8** 71 μV **20.9** 1,14 μC **20.10** 71 nm **20.11** $1,4\cdot10^{14}$ **20.12** 39 meV **20.13** 10 kW/m^3 **20.14** 90 °C **20.15** $4,4\cdot10^{-5}$ W/K **20.16** 65,4 **20.17** 3 **20.18** 0,83 g **20.19** 54 μm **20.20** 6,6 mg **20.21** $Z=Q/(\nu F)=2$ (F - Faradey doimiysi). **20.22** $\nu=\frac{It}{FZ}=3,12$ mmol; $N=N_A\nu=1,87\cdot10^{21}$ **20.23** $9,3\cdot10^{17}$ **20.24** 13,6 V **20.25** $2,3\cdot10^6$ m/s **20.26** 210 kK **20.27** 0,8 ms **20.28** 0,5 nCm **20.29** $1,52\cdot10^{14}$ m^{-3}. **20.30** $5\cdot10^7$ $(cm^3\cdot s)^{-1}$ **20.31** $1,6\cdot10^{-9}$ A **20.32** $2\cdot10^9$ $cm^{-3}\cdot s^{-1}$

21.1 0,1 T **21.2** 7,96 kA/m **21.3** 39,8 kA/m **21.4** 126 μT **21.5** 51 **21.6** 15,4 A/m. **21.7** $B=2Br^2/(\mu_0R^2)=21,5$ A **21.8** $I=2BR/(\mu_0\sin^3\beta)=305$ A

21.9 $B=\frac{\mu_0 NI}{2l}\left(\frac{a+l}{\sqrt{d^2+(a+l)^2}}-\frac{a}{\sqrt{a^2+d^2}}\right)=606\mu$T **21.10** 8 kA/m **21.11** 1 m **21.12** $\Delta l=68,4$ cm; maydonning chekkalari g'altakning uchlaridan 15,8 cm masofada. **21.13** 1) 349 μT; 2) 251 μT **21.14** 200 μT **21.15** 132 A/m **21.16** 200 A/m **21.17** $B=\frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2}+\frac{I_2^2}{r_2^2}-\frac{I_1I_2}{r_1^2r_2^2}(r_1^2+r_2^2-d^2)}=21,2\mu$T **21.18** $B=\frac{\mu_0}{2\pi r}\sqrt{I_1^2+I_2^2+I_1I_2}=87,2\mu$T **21.19** $B=\frac{\mu_0}{\pi d}\sqrt{I_1^2+I_2^2}=400\mu$T **21.20** 50$\mu$T (21.20 masalaga qarang) **21.21** 40μT **21.22** $B=\frac{\pi+4}{8\pi}\frac{\mu_0 I}{r}=357\mu$T **21.23** $B_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}(\sqrt{2}+1)=482\mu$T; $B_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}(\sqrt{2}-1)=82,8\mu$T **21.24** $B_1=\sqrt{3}\frac{\mu_0 I}{2\pi a}=346\mu$T $B_2=\mu_0 I/(2\pi a\sqrt{3})=116\mu$T **21.25** $B=9\mu_0 I/(2\pi a)=240\ \mu T$ **21.26** $\frac{2\mu_0 I}{\pi a}\sqrt{2}=282\ \mu T$ **21.27** $B=2\mu_0 I\sqrt{a^2+b^2}/(\pi ab)=200\ \mu T$ **21.28** $B=\sqrt{3}\mu_0 I/(\pi a)=173\ \mu T$ **21.29** 275 A/m; 250 A/m **21.30** $8\sqrt{2}/\pi^2=1,15$ **21.31** *a*) $B=\mu_0 I/(4R)=157\ \mu T$; *b*) $B=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\pi+2)=257\mu T$ $B=\frac{\mu_0 I}{8\pi R}=(3\pi+2)=286\ \mu$T; *g*) $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}(\pi-1)=214\ \mu T$; *d*) $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}(\pi+1)=414\ \mu T$; *e*) $B=\frac{\mu_0 I}{R}\left(\frac{1}{3}-\frac{2-\sqrt{3}}{2\pi}\right)=182\ \mu T$ **21.32** *a*) $B=\frac{3\mu_0 I}{8R}=236\ \mu T$; *b*) $B=\frac{\mu_0 I}{8R}=78,5\ \mu T$; *v*) $B=\frac{\mu_0 I}{3R}=209\ \mu T$; *g*) $B=\frac{\mu_0 I}{4R}(\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{\pi})=306\ \mu T$; *b*) $B=\frac{\mu_0 I}{8R}(3+\frac{\sqrt{2}}{\pi})=271\ \mu T$; *e*) $B=\frac{\mu_0 I}{2R}(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{\pi})=298\ \mu T$ **21.33** 1,1 mA; 10 MA/m. **21.34** 16 mT **21.35** 10^6 m/s

22.1 1 kN/m **22.2** $\pi/6$ rad **22.3** $F=\mu_0 I^2/(4\pi)=0,1$ N **22.4** $F=IBR\sqrt{3}=0,156$ N **22.5** 0,4 N **22.6** 0,125 N/m **22.7** 200 N **22.8** 7 A **22.9** $F_1=F_2=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}=20$ mN/m; $F_3=\sqrt{3}\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}=34,6$ mN/m. **22.10** $F=\mu_0 I^2 r/d=12,6$ mN **22.11** $F=2\mu_0 I^2 a/(\pi d)=8\ mN$ **22.12** 78,6 $mA\cdot m^2$ **22.13** 10 A·m^2 **22.14** 25,5 A **22.15** $I=\sqrt[3]{4H^2p_m/\pi}=37$ A; $R=\sqrt[3]{\frac{p_m}{2\pi H}}=9,27$ cm. **22.16**

$p_m = 2\pi d^3 B / \mu_0 = 50\ mA \cdot m^2$ **22.17** $9{,}4 \cdot 10^{-24}\ A \cdot m^2;\ 9{,}4 \cdot 10^{-25}\ N \cdot m$ **22.18** $\frac{p_m}{L} = \frac{1}{2}\frac{e}{m} = 87{,}9\ GC/kg$ **22.19** 1) $p_m = Qlr^2\omega / 24 = 4\ nA \cdot m^2$; 2) $p_m / L = Q / 2m =$ $= 10\ \mu C/kg$. **22.20** 1) $p_m = \pi qnR^2 = 3{,}14\ nA \cdot m^2$; 2) $500\ nC/kg$ **22.21** $p_m =$ $= (1/2)\pi qnR^2 = 1{,}57\ nA \cdot m^2$; 2) $500\ nC/kg$ **22.22** 1) $62{,}8\ nA \cdot m^2$; 2) $2\ \mu C/kg$. **22.23** 1) $1\ nA \cdot m^2$; 2) $1{,}5\ nC/kg$ **22.24** 1) $p_m = \frac{1}{5}qR^2\omega = 4\ nA \cdot m^2$; 2) $10\ nC/kg$ **22.25** $M = \mu_0 \pi IHR^2 \cos\alpha = 39{,}5\ \mu N/m$ **22.26** $M = \frac{1}{4}\pi B_g Id^2 =$ $= 6{,}28\ \mu$N·m (B_g – Yer magnit maydon induksiyasining gorizontal tashkil etuvchisi) **22.27** 1) $12\ \mu N/m$ 2) $120\ \mu A \cdot m^2$ **22.28** $p_m = 12\ A \cdot m^2$; $M = 0{,}1\ N \cdot m$ **22.29** $C = NISB\cos\alpha / \alpha = 332\ pN \cdot m/rad$ **22.30** $T = 2\pi\sqrt{m/(6IB)} = 1{,}05\ s$ **22.31** $B = 2\pi m/(IT^2) = 6{,}65\ mT$ **22.32** $M = \mu_0 p_m^2 / (2\pi d^3) = 160\ pN \cdot m$ **22.33** $3\mu_0 Ip_m d/(2R^3) = 5{,}89\ mN$ **22.34** $F = \mu_0 p_m I/(2\pi a^2) = 2\ \mu N$ **22.35** $\frac{dB}{dx} = \frac{F_{max}}{p_m} = 0{,}5\ T/m$ **22.36** $I = 2rB_g tg\alpha / \mu_0 = 1{,}01\ A$ (B_g – Yer magnit maydon induksiyasining gorizontal tashkil etuvchisi). **22.37** 8 **22.38** $55\ mA$ **22.39** $p_m = 2\pi r^3 B_g tg\alpha / \mu_0 = 1{,}32\ A \cdot m^2$ **22.40** 26,5° **22.41** 33,5° **22.42** $\Pi = -\frac{\mu_0 p_m^2}{2\pi r^3} = -4 \cdot 10^{-11}$ J; $F = \frac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi r^4} = 6 \cdot 10^{-11}$ N **22.43** $B = \frac{mg}{\pi Rl} tg\alpha = 6{,}69$ mT **22.44** $\alpha = arctg\frac{IB}{2\rho gS} = 29{,}8°$ **22.45** 1) $\varepsilon = 2\pi\frac{IB}{m} = 37{,}7\ rad/s^2$ 2) $\omega_{max} = 2\sqrt{\frac{\pi IB}{m}} = 8{,}68\ rad/s$ **22.46** 1) $\varepsilon = 6\frac{IB}{m} = 22{,}5\ rad/s^2$; 2) $\omega_{max} = 2\sqrt{\frac{3IB}{m}} = 6{,}71\ rad/s$ **22.47** 1) $\varepsilon = 3\sqrt{3}\frac{IB}{m} =$ $= 13{,}9\ rad/s^2$; 2) $\omega_{max} = (108)^{1/4}\sqrt{\frac{IB}{m}} = 5{,}26\ rad/s$ **22.48** $a = \frac{2\pi IBR}{m}\sin\alpha = 22{,}6\ m/s^2$

23.1 64 fN **23.2** 1,38 m **23.3** 0,61 Mm/s **23.4** $2{,}4 \cdot 10^{-22}$ kg·m/s **23.5** $L = B|e|R^2 = 3{,}2 \cdot 10^{-25}$ kg·m²/s **23.6** $T = B^2r^2l^2/(2m) = 0{,}563\ \Omega = 3{,}52$ keV (m - elektronning massasi). **23.7** $R_1/R_2 = \sqrt{T_1/T_2} = \sqrt{2}$ **23.8** $\Delta T/T = 1 - (R_1/R_2)^2 = 0{,}75$ **23.9** 12 mm **23.10** $Q/m = e/m = \vartheta/(RB) = 96{,}3\ MC/kg$; proton va antiproton. **23.11** $175\ GC/kg$; $26{,}5\ Mm/s$ **23.12** $2T/R = 0{,}32\ pN$ **23.13** $F = B^2e^2r/m = 1{,}4\ pN$ **23.14** 8,05 fN; 1,13 cm **23.15** $l = r = \sqrt{2mT}/(B|e|) = 14{,}5\ cm$ (r – maydonda harakatlanayotgan elektron yoy aylanasining radiusi) **23.16** $2{,}84\ ns$ **23.17** $n = B|e|/(2\pi m) = 562\ MHz$ (m - elektronning massasi). **23.18** $I = Be^2/(2\pi m) = 448\ pA$ **23.19** $p_m = Be^2R^2/(2m) = 7{,}04\ pA \cdot m^2$ (m -

elektronning massasi). **23.20** $m_2 = (R_2/R_1)m_1 = 27\ m.a.b$ **23.21** 4 **23.22** $\vartheta = \frac{B|e|}{m}\sqrt{R^2 + \frac{h^2}{4\pi^2}} = 1{,}04 \cdot 10^6$ m/s (m-elektronning massasi). **23.23** $3{,}97\ ns$; $25\ Mm/s$ **23.24** $T = (4\pi^2R^2 + h^2)B^2e^2/(8\pi^2m) = 580\ fJ$ (m - protonning massasi). **23.25** 1,96 mm; 7,1 mm; 14,2 mm. **23.26** $\varepsilon = 2|e|U\Lambda = 4{,}8\ MeV$; $\Delta m/m_0 = \Delta mc^2/(m_0c^2) = \varepsilon/E_0 = 0{,}5\%$; $\vartheta = \sqrt{2\varepsilon/m_p} = 30$ Mm/s. Ko'rsatma. Bir aylanishda proton siklotron duantlari orasidan ikki marta o'tishi hisobga olinsin. **23.27** $\vartheta = QBR/m = 41$ Mm/s; $T = QB\vartheta R/2 = 34{,}9$ MeV (m – α – zarraning massasi; Q – uning zaryadi) **23.28** $\nu = |e|B/(2\pi m) = 7{,}7\ MHz$ **23.29** $B = \pi mv/(e) = 1{,}3\ T$ **23.30** $N = T/(2|e|U) = 167$; (23.26 masalaga q.) **23.31** 1) 13,7 cm; 2) 22,8 cm **23.32** 0,28 MeV **23.33** 300 MeV **23.34** 4,2 T **23.35** $\tau = \frac{2\pi}{c^2}\frac{E_0 + T}{|e|B} = 7{,}02\ ns$ **23.36** $E/B = 1\ Mm/s$ **23.37** $\vartheta = E/B = 1{,}6\ Mm/s$; $\Delta\vartheta = \pm\left(\frac{\Delta E}{E} + \frac{\Delta B}{B}\right)\vartheta = \pm 6{,}4\ km/s$ **23.38** $E = B\sqrt{2QU/m} = 19{,}6\ kV/m$ **23.39** $\Delta t = BR/E = 10\ \mu s$ **23.40** 1) $a = |e|E/m = 20{,}1\ Gm/s^2$; 2) $a = \sqrt{(eE/m)^2 + (Be\vartheta/m)^2} =$ $= 37{,}5\ Gm/s^2$

24.1 a) $\oint B_l dl = 0$; b) $\oint B_l dl = \mu_0 NI/l = 25{,}2\ mT \cdot m$ **24.2** $\oint B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^{5} I_i = 6{,}28\ \mu$T·m **24.3** $\oint H_l \cdot dl = 2\pi r \cdot i$ $r = D/2$ 7 1 **24.4** $B_{min} = \frac{\mu_0 IN}{2\pi(D/2 - r)} = 20\ mT$; $B_{max} =$ $= \frac{\mu_0 IN}{2\pi(D/2 + r)} = 10$ mT **24.5** $\Phi = \mu_0 nlS = 25{,}2\ \mu Wb$ **24.6** $50\ \mu Wb$ **24.7** $5\ \mu Wb$ **24.8** $\Psi = \mu_0 I(N^2/l)S = 80{,}5\ mWb \cdot o'ram$ **24.9** $\Phi = \frac{\mu_0 Ia}{\pi}\ln\frac{l+a}{a} = 1{,}62\ \mu Wb$ **24.10** 3,81 **24.11** $\frac{\Delta\Phi}{\Phi} = \frac{1}{24}\left(\frac{a}{l}\right)^2 = 0{,}617\%$ **24.12** $\Phi = \frac{\mu_0 IN}{4\pi}(D-d)\ln\frac{D}{d} = 139\ \mu Wb$ **24.13** 1,29 T; $1{,}03 \cdot 10^{-3}$ **24.14** 1) 1T ; 2. 5 1'0 . 2) 1T4 ; ' **24.15** $0{,}53\ mVb$ **24.16** $840\ A$ **24.17** 15 **24.18** 2 *marta* **24.19** $7{,}1\ kA$ **24.20** 2,4 *marta* **24.21** 5 *A* **24.22** 2,25 *mm* **24.23** $5{,}8\ kA$ **24.24** 1,8 *mm*

25.1 $80\ \mu J$ **25.2** $3\ mJ$ **25.3** $6{,}84\ mJ$ **25.4** $A = \pi IBR^2(1 - \pi/4) = 67{,}5\ mJ$ **25.5** (2) $A = IBa^2(1 - \cos\theta) = 0{,}6\ J$ **25.6** $<\varepsilon_i> = \Delta\Phi/\Delta t = 20\ V$ **25.7** $0{,}3\ T$ **25.8** $F = B^2l^2\vartheta/R = 1\ N$ **25.9** $10\ W$ **25.10** 1) 0,3 V; 2) 3N; 3) 10 A; 4) 3 W; 5) 2 W; 6) 5 W **25.11** $U = \pi l^2 Bn = 201\ mV$ **25.12** $<\varepsilon_i> = 4nBS = 0{,}16\ V$

25.13 $\varepsilon_{max} = 2\pi nNBS = 132\,V$ **25.14** $P_{max} = (2\pi nBNS)^2 / (R_1 + R_2) = 79\,W$ **25.15** 600 min^{-1} **25.16** $\varepsilon_i = \omega BNS\cos\alpha = 1\,V$ **25.17** $Q = \frac{\pi Br^2}{R}\sin\alpha = 10\,\mu C$. **25.18** 3,14 μC **25.19** 0,3 mVb **25.20** 1,5 T **25.21** $Q = \Delta\Phi / R$; 1) $Q = BS(1-\cos\alpha_1)/R = 6{,}7\,mC$; 2) $Q = BS(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)/R = 18\,mC$; 3) $Q = BS(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)/R = 25\,mC$ **25.22** $Q = \frac{mB}{16}\rho D = 41{,}4\,\mu C$ (D – misning zichligi). **25.23** $Q = \mu_0 Ir^2 / (2aR) = 62{,}8\,\mu C$ **25.24** $I = \frac{2\pi RQ}{\mu_0(a_2 - a_1)\ln(a_2/a_1)} = 1\,kA$ **25.25** 0,15 V **25.26** 1 mV **25.27** 4 V **25.28** $Q = L\Delta I / (R_1 + R_2) = 1{,}33\,mC$ **25.29** 6,28 H **25.30** 1 cm ga 8 ta o'ram **25.31** 10^3 **25.32** 90 **25.33** $L = \frac{\mu_0 l}{\pi}\ln\frac{d-R}{R} = 2{,}4\,mH$ **25.34** 80 μVb **25.35** 0,1 Vb **25.36** 3 μVb; 3 mVb **25.37** 3 mH **25.38** $<\varepsilon_i> = NBS / t = 3\,kV$ **25.39** $L_2 / L_1 = \mu_2 / \mu_1 = 1/5{,}8$. 5,8 *marta kamayadi* **25.40** 20 mH **25.41** 118 mV **25.42** 6,75 A **25.43** 0,23 s **25.44** 0,69 s **25.45** $t = \frac{L\ln(I_0/\Delta I)}{R+r} = 0{,}23\,s$ **25.46** 1) 0,4 A; 2) 7,6 A; 3) 0,4 A **25.47** 5,03 ms; 1) $1{,}2\cdot10^{-5}$; 2) 1,51 Mm. **25.48** 1) 12 V/ m; 2) 1,92 aN. **25.49** 40 T/ s.

26.1 10 J **26.2** 1,4 A **26.3** 50 mJ **26.4** 0,15 J **26.5** $W = \pi DSIB / (2d) = 324\,mJ$ **26.6** $2\cdot10^3$ **26.7** 25 J/m^3 **26.8** $\omega_2 / \omega_1 = B_2H_2 / (B_1H) = 6{,}4$. 6,4 marta ortadi. **26.9** 800 J/m^3 **26.10** 10,5 marta ortadi **26.11** $1{,}6\cdot10^3$ marta **26.12** 1,1 kJ/m^3 **26.13** 161 J/m^3 **26.14** $I = (1/n)\sqrt{2\omega/\mu_0} = 1{,}26\,A$ **26.15** $T = \pi D\sqrt{\pi\varepsilon_0 L/d} = 33{,}2\,ns$ **26.16** $T = 2\pi N\sqrt{\varepsilon_0 SC/l} = 5{,}57\,\mu s$ **26.17** $\lambda = (2{,}38\cdot10^3 \pm 23{,}8)\,m$ **26.18** $I_{max} = 1\,A$ **26.19** $U_{max} = I_{max}\sqrt{L/C} = 317\,V$ **26.20** 628 ns **26.21** 5,05 kHz **26.22** 51 pF **26.23** 126 m **26.24** 1,4 **26.25** 26

27.1 556 kA/m **27.2** 12,1 A/m; 1,66 $mA\cdot m^2/kg$; 91 $\mu A\cdot m^2/mol$ **27.3** $-7{,}3\cdot10^{-5}$ **27.4** 10^{-5}; 10^{-10} m^3/mol **27.5** $7{,}8\cdot10^{-9}$ m^3/kg; $2{,}1\cdot10^{-10}$ m^3/mol **27.6** $\frac{4}{3}\pi\chi\frac{B_0}{\mu_0}R^3 = 250\,\mu A\cdot m^2$ **27.7** –9,8 A/m; 1,26 T **27.8** $4{,}4\cdot10^6\,s^{-1}$ **27.9** $1{,}31\cdot10^{-26}\,A\cdot m^2$ **27.10** $3{,}34\mu_B$ **27.11** $2{,}24\mu_B$ **27.12** 15,9 mA/m; 695 A/m **27.13** $B \geq 54\,T$ **27.14** $a \leq 0{,}387$ **27.15** 0,78 K **27.16** 1) 1,0022 *marta*;

2) 1,91 *marta* **27.17** 0,75 T **27.18** 991 kA/m **27.19** 101 **27.20** $2{,}36\mu_B$ **27.21** 3,13 MA/m **27.22** 1) $\Delta\nu = -\frac{eB}{4\pi m} = -2{,}80\cdot10^9\,s^{-1}$; 2) $I_{mol} = \frac{e^2B}{4\pi m} = 4{,}48\cdot10^{-10}\,A$; 3) $M_{mol} = -\frac{e^2B}{4m}r^2 = -1{,}41\cdot10^{-19}\,A\cdot m^2$ **27.23** $J_m = -\frac{e^2N_A}{3m}\langle r^2\rangle B = -4\,\mu C$ **27.24** $\langle\rho\rangle = \left(\frac{6m|\chi_m|}{\mu_0 e^2 N_A Z_{suvga}}\right)^{1/2}$: 1) $5{,}6\cdot10^{-11}\,m$; 2) $9{,}3\cdot10^{-11}\,m$

28.1 3,5 mm **28.3** 40 cm **28.4** 60 cm **28.6** 6 m **28.7** –20 cm; 3 cm **28.9** 1,1 cm **28.10** 15,4 mm **28.11** 16,3 cm **28.14** 1,53 **28.15** 1,63 **28.16** 35°30' **28.17** 53°38' **28.18** 1,41 **28.19** 1°12' **28.24** 15 cm **28.25** 48 cm **28.26** 2,08 mm/s **28.27** 10 cm **28.28** 7,5 cm **28.30** 12,5 cm **28.31** –1,32 $dptr$ **28.32** 3,84 cm **28.33** 26 cm **28.34** –0,75 $dptr$ **28.35** 1) 39 cm; 2) –80 cm **28.36** 1,4 **28.37** 1,6 **28.39** 8,1 cm **28.40** 24 $dptr$ **28.41** –8 cm **28.42** –4 $dptr$ **28.43** 20 cm **28.44** 2,5 **28.45** 7 **28.46** 80 **28.47** 12 **28.48** 1) *Obyektivga* 1 *mm*; 2) *Obyektivdan* 9 *mm* **28.49** 30,3 cm **28.50** 100 **28.51** 250, 10,5 mm **28.52** 2 cm

29.1 0,08 kd **29.2** 1 W/kd; 12,1 lm/W **29.3** $\Omega = 0{,}633\,sr$; $2\theta = 52°$. **29.4** 51 μA **29.5** 180 lk **29.6** 12 s **29.7** 3,2 lk; 2,4 lk **29.8** 18,3 m **29.9** 60° **29.10** 1) 278 lk; 2) 60 lk; 3) 251 lm; 4) 125 lk **29.11** 0,707 m Ko'rsatma. Differensial hisob qoidalariga binoan $E(h) = Ih^2 / (h^2 + r^2)^{3/2}$ funksiyaning maksimumi topilsin. **29.12** 2 kkd/m^2 **29.13** 9,4 kd; 157 kd **29.14** 2 klm; 8 klk; 2,5 kkd/m^2 **29.15** $B = \frac{E}{\pi tg^2(\alpha/2)} = 1{,}5\,Gkd/m^2$ **29.16** 400 kd/m^2 **29.17** kubning diagonali bo'ylab; $I_{max} = \sqrt{3}Ba^2 = 350\,kd$ **29.18** 1) 63 kd; 2) 30 kd **29.19** $E(h) = I_0h^2 / (h^2 + r^2)^2 = 1\,lk$ **29.20** 3 m. Ko'rsatma. Differensial hisob qoidalariga binoan $E(h) = I_0h^2 / (h^2 + r^2)^2$ funksiyaning maksimum topilsin. **29.21** 97 lk; 73 lk; 23 kd/m^2 **29.22** 1,6 m **29.23** 0,02

30.1 $2\cdot10^3$; $3\cdot10^3$. **30.2** 4 mm **30.3** 1,33 mm **30.4** 1) 0,5 mm; 2) 0,548 mm *ga ortadi* **30.5** $\varphi = \sqrt{n\lambda / 2d(n-1)} = 30\,mrad = 1{,}72°$ Ko'rsatma: Masalani yechishda plastinaning burilish burchagi kichik deb hisoblansin. **30.6** 1,73 cm **30.7** 0,6 π **30.8** 1) 0,6 *va* 0,45 μm; 2) 0,72; 0,51 *va* 0,4 μm **30.9** 2 m **30.10** 0,5 μm **30.11** $l = db/\lambda = 2{,}5\,m$ **30.12** 3,6 mm **30.13** Qorong'ulik; nurlarning geometrik yo'l farqi $\Delta_{geom} = \lambda = 0{,}6\,\mu m$. Optik yo'l farqi. $\Delta = \Delta_{geom} + \lambda/2$. **30.14** $\Delta l = 2(\Delta d/\lambda)b = 1\,m$; manbadan 1 m ga surilgan. **30.15**

1) 4,8 μm; 2) 4,8 μm; 3) 5,1 μm; 4) 5,1 μm; birinchi ikki holda kuchayish, keying ikkitasida susayish. **30.16** 0,1 μm **30.17** 0,25 μm; 0,125 μm **30.18** 541 nm **30.19** $b = \lambda / 2n\theta = 3{,}15\ mm$ **30.20** 10,3" **30.21** 10 μm **30.22** 3,1 mm; 5,2 mm **30.23** $N = 2n\theta / \lambda = 8{,}55\ cm^{-1}$ **30.24** 0,39 mm **30.25** 0,15 μm **30.26** 1,25 $dptr$ **30.27** 490 nm **30.28** 880 mm **30.29** 1,4 **30.30** $n = (k+1)k = 1{,}33$ **30.31** $r_4 = \sqrt{kR_1R_2\lambda / (R_2 - R_1)} = 1{,}73\ mm$ **30.32** $r_4 = \sqrt{(2k+1)R(\lambda / 4)} = 0{,}704\ mm$ **30.33** $d = m\lambda / (n-1) = 72\ \mu m$ **30.34** 1,00014 **30.35** $n_2 = n_1 + m\lambda / l = 1{,}000607$ **30.36** 27,3 μm **30.37** $n = 1 + k\lambda / (2l) = 1{,}000282$ **30.38** $\Delta n = \Delta m\lambda / (2l) = 0{,}000124$

31.2 1,58 mm **31.3** 3,69 mm **31.4** 8 *ta zona; qoron'gu dog'* **31.5** 1) 50 m; 2) 25 m **31.6** 1) $b = r^2 / (n\lambda)$, $n = 1, 3, 5 \ldots$; 2) $b = r^2 / (n\lambda)$, $n = 2, 4, 6 \ldots$ **31.7** $b_1 = 1{,}4\ m$; $b_2 = 0{,}7\ m$; $b_3 = 0{,}47\ m$ **31.8** $b = ar^2 / (ak\lambda - r^2) = 2\ m$ **31.9** 4 *marta kamayadi* **31.10** 2°45' **31.11** 143 **31.12** 1) Birinchi difraksion minimum; 2) k=2 ga mos keluvchi difraksion maksimum. **31.13** 103 **31.14** 580 nm **31.15** 21°17' **31.16** 8 **31.17** 9; 74°. **31.18** 0,6 μm **31.19** 66 cm **31.20** $\varphi = \arcsin(\sin\alpha + m\lambda / d) = 38{,}3°$ **31.21** 3 **31.22** $R = \lambda / \Delta\lambda = 290$; $N = R / k$ **31.23** $l = \lambda d / (k\delta\lambda) = 10\ nm$ **31.24** $R = D_\varphi l = 2{,}9 \cdot 10^4$ **31.25** $D_\varphi = (tg\varphi) / \lambda = 9{,}6210^5$ rad/ m = 3,31'/ nm **31.26** 1 mm / nm **31.27** 10^3 *shtrix / mm* **31.28** $f = D_1\lambda\cos^3\varphi / \sin\varphi = 21{,}1\ cm$ **31.29** 0,28 nm **31.30** 31 pm **31.31** 506 pm **31.32** 1,6" **31.33** 6 cm

32.1 36° **32.2** 37° **32.3** 61°12' **32.4** 194 Mm / s **32.5** 55°45' **32.6** 32° **32.7** 1,52 **32.8** 106° **32.9** 156° **32.10** 100° **32.11** 45° **32.12** 2 *marta* **32.13** 3,3 *marta* **32.14** 23,6 kkd / m^2 **22.15** 0,33 **32.16** 3 *marta* **32.17** 1,23 *marta* **32.18** 0,348 **32.19** 3,4 mm **32.20** 169 $grad \cdot cm^3 / (dm \cdot g)$ **32.21** 0,21 g / cm^3 **32.22** 0,4 g / cm^3

33.1 $\vartheta = 0{,}141c$ **33.2** $\omega = \dfrac{c}{2R}\dfrac{\Delta v}{v} = 3{,}2\ \mu rad / s$ **33.3** Qabul qilinayotgan chastota v_0 10 kHz ga kichik. **33.4** 1,1 Mm / s **33.5** $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = \dfrac{2}{c}\sqrt{\dfrac{3RT}{\mu}} = 1{,}8 \cdot 10^{-3}$ **33.6** 1) $2{,}3 \cdot 10^{-6}$; 2) $4{,}3 \cdot 10^{-4}$ **33.7** 1) 1000067 Hz; 2) 999933 Hz; 3) 1000013 Hz; 4) 999987 Hz **33.8** $\Delta\lambda = \mp\dfrac{2N\vartheta}{c}\lambda = \mp 26{,}8\ pm$ **33.9** $\lambda = \lambda_0\dfrac{1+\beta}{1-\beta} = \lambda_0\dfrac{c+\vartheta}{c-\vartheta} =$

$= 750$ nm; $\lambda = \lambda_0\left(1 + 2\dfrac{\vartheta}{c}\right) = 600{,}03\ nm$ **33.10** $\vartheta = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\Delta v}{v_0}\right)c = 1\ km / s$ **33.11** $\vartheta = \dfrac{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}c = 5 \cdot 10^4\ km / s$ **33.12** $\vartheta = 0{,}6c$ **33.13** $\vartheta = \dfrac{\lambda_2^2 - \lambda_1^2}{\lambda_2^2 + \lambda_1^2}c = 0{,}549c$ **33.14** chastota $v_1 = 4{,}57\ GHz$ dan $v_2 = 2{,}46\ GHz$ gacha o'zgaradi. **33.15** 1,88 m / s **33.16** $\vartheta = 0{,}591c$ **33.17** $U_{min} = \dfrac{m_0c^2}{|e|}\left(\dfrac{n}{\sqrt{n^2-1}} - 1\right) = 175\ kV$ **33.18** 29,5 MeV **33.19** 30° **33.20** 1,41 **33.21** $1{,}45 < n < 1{,}72$

34.1 648 K **34.2** 1 kK **34.3** 5,65 kJ **34.4** 56,7 GW **34.5** 4 % **34.6** 1,19 *marta* **34.7** 64,7 MW / m^2; 5,8 kK **34.8** 396 K **34.9** $R_e = a_T\sigma T^4 = 5{,}88$ kW/ m^2; $W = R_eST = 1{,}76$ kJ. **34.10** 0,953 **34.11** $\eta = 1 - \sigma T^4 S / p = 0{,}71$ **34.12** $a_T = R / (\sigma T^4) = 0{,}26$ **34.13** $T = \left(\dfrac{P}{4\pi a_T R^2\sigma}\right)^{1/4} = 866K$ **34.14** 10,6 μm **34.15** 547 nm **34.16** 3,8 kK; 7,6 kK **34.17** 4,98 kK **34.18** 81 va 243 marta ortadi **34.19** 3,62 kK; 7,24 kK **34.20** 95,8 mW **34.21** 1,45 μm **34.22** 1) 30 MW/ (m^2· mm); 2) 600 W/ m^2. **34.23** $\lambda_m = \dfrac{C_1}{5T}$; $b = \dfrac{C_1}{5} = 2{,}86 \cdot 10^{-3}\ m \cdot K$ **34.24** $\omega_m = \dfrac{3T}{\beta} = 3{,}94 \cdot 10^{14}\ s^{-1}$ **34.25** $P = \pi\sigma T^4 kl = 1{,}44\ kW$ **34.26** $\tau = \dfrac{\rho cd}{18\sigma}\left(\dfrac{1}{T_2^3} - \dfrac{1}{T_1^3}\right) = 1{,}51\ h$ **34.27** $\tau = \dfrac{1}{6}\dfrac{\rho Rd}{\sigma AT^3} \times$ $\times(n^3 - 1) = 47{,}1$ min. **34.28** $p = \dfrac{4}{3c}\sigma T^4 = 2{,}5 \cdot 10^7\ atm$ **34.29** $T = \left(\dfrac{3cp}{4\sigma}\right)^{1/4} = 142\ kK$ **34.30** $n = \dfrac{4\sigma T}{3cK} = 4{,}93 \cdot 10^{16}\ m^{-3}$ **34.31** $p = \dfrac{32}{3}\dfrac{\sigma T^2}{c} = 1{,}26 \cdot 10^{-4}\ Pa$

35.1 2,49 eV **35.2** Bo'lmaydi, chunki fotonning energiyasi (4,1 eV) chiqish ishi (4,7 eV) dan kichik. **35.3** 0,8 **35.4** 2,3eV **35.5** 4eV **35.6** 760km / s **35.7** 4,36nm **35.8** *Elektron relyativistik*; $\beta = 0{,}83$; $\vartheta = \beta c = 249 Mm / s$ **35.9** 291 Mm / s **35.10** 1,59MeV

36.1 4,6 μPa **36.2** 1,5 kW / m^2 **36.3** 0,1 nN **36.4** $10^{-5}\ kg \cdot m / s$ **36.5** 11,2 mN **36.6** 3,27 eV; $5{,}8 \cdot 10^{-36}\ kg$; $1{,}74 \cdot 10^{-27}\ kg \cdot m / s$ **36.7** 1,24 pm; $1{,}8 \cdot 10^{-30}$ kg; $5{,}3 \cdot 10^{-22}$ kg·m/ s; $m_f \approx 2m_e$ **36.8** 73 pm **36.9** 1) 2,42 pm; 2) 1,32 fm **36.10** $9 \cdot 10^{15}$ **36.11** $3{,}77 \cdot 10^{18}$ **36.12** $10^{12}\ m^{-3}$

37.1 57 *pm*. **37.2** 1) 4,84 *pm*; 2) 2,64 *fm* **37.3** 120° *yoki* 240° **37.4** 0,224 *MeV*; 0,176 *MeV* **37.5** $3{,}610^{-22}\ kg\cdot m/s$ Yechish. Elektron oladigan turtki kinetik energiyasi $T=\frac{2}{3}E_0$; elektron relyavistik $E^2=E_0^2+(pc)^2$ munosabatdan $p=4E_0/(3c)$ ni topamiz. **37.6** 0,5 **37.7** 60°40' *yoki* 299°20' **37.8** 0,37 *MeV* **37.9** 70 % **37.10** 0,511 *MeV*; $2{,}7\cdot10^{-22}\ kg\cdot m/s$ **37.11** 1) $\omega_1=0{,}67;\ \omega_2=33$; 2) $\omega_1=\omega_2=0{,}5$; 3) $\omega_1=0{,}33$; 3) $\omega_1=0{,}33;\ \omega_2=0{,}67$

38.1 $r_n=4\pi\varepsilon_0\hbar^2n^2/(me^2);\ r_2=212\ pm;\ r_3=477\ pm$ **38.2** $\vartheta=e^2/(4\pi\varepsilon_0\hbar n)=$ $=1{,}09$ Mm/s **38.3** $f=\vartheta/(2\pi r)=me^4/(32\pi^3\varepsilon_0^2\hbar^3n^3)=8{,}19\cdot10^{14}\ s^{-1}$ **38.4** $-27{,}2\ eV$; $13{,}6\ eV$; $-13{,}6\ eV$ **38.5** 434 *nm* **38.6** 1,87 *μm*; 820 *nm* **38.7** 12,1 *eV* **38.8** 10,2 *eV*; 13,6 *eV* **38.9** *Layman seriyasi*: 121,6 *nm*; 102,6 *nm*; *Balmer seriyasi*: 656,3 *nm*. **38.10** 10^6 m/s **38.11** 30,3 *nm*; 13,5 *nm* **38.12** *Geliy*: 8,64 *aJ* = 54 *eV*; 54 *V*; *litiy*: 19,5 *aJ* = 122 *eV*; 122 *V* **38.13** $8{,}2\cdot10^{14}\ s^{-1}$; $2{,}4\cdot10^{14}\ s^{-1}$, $4{,}6\cdot10^{14}$ Hz **38.14** 212 *pm* **38.15** 10,2 *V* **38.16** $\frac{r_{He^+}}{r_H}=\frac{Z_H}{Z_{He^+}}=0{,}5$; nisbat o'zgarmaydi. **38.17** $E_n=-\frac{m_ee^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{Z}{n}\right)^2$; $E_1=-13{,}6\ eV$, $\varphi_1=13{,}6\ V\ (H)$; $E_1=-54{,}4\ eV$, $\varphi_1=54{,}4\ V\ (He^+)$. **38.18** 365 *nm*, 656 *nm* (*H*); 41 *nm*, 73 *nm* (*Li*$^{++}$) **38.19** $\Delta E=\frac{8}{9}E_1=12{,}1\ eV$ **38.20** $\lambda_{3,1}=103\ nm$; $\lambda_{2,1}=122\ nm$; $\lambda_{3,2}=656\ nm$ **38.21** $N=6$; $\lambda_{4,2}=486\ nm$; $\lambda_{3,2}=656\ nm$ **38.22** $\vartheta_{min}=\left(\frac{3E_1}{2m_e}\right)^{1/2}=1{,}9\cdot10^6\ m/s$; $\lambda=122\ nm$ **38.23** $\varepsilon_{ion}=7{,}4\ eV$ **38.24** $\vartheta=2\left[\frac{\pi hc}{m_e}\left(\frac{1}{\lambda}-Z^2R\right)\right]^{1/2}=2{,}2\cdot10^6\ m/s$ **38.25** $E_n=$ $=-2\pi hcR\left(\frac{Z}{n}\right)^2=-2{,}18\ eV$, bunda $n=Z\left(\frac{R}{Z^2R-(\lambda_1+\lambda_2)/\lambda_1\lambda_2}\right)^{1/2}=5$

39.1 21 *Mm/s* **39.2** 41 *pm* **39.3** 304 *pm* **39.4** Niobiy ($Z=41$) **39.5** 5,5 *kV* **39.6** 5,9keV **39.7** 0,14 *nm* **39.8** 1,24 *pm* **39.9** 20,5 pm; 60,5 keV. **39.10** 8 kV

40.1 $19{,}9\cdot10^{-27}\ kg$;, $1{,}66\cdot10^{-27}\ kg$ **40.2** Massa soni-yadrodagi nuklonlar soni, shuning uchun u butun sondir. Yadroning nisbiy massasi uglerod ^{12}C izotopi yadro massasining 1/12 nisbati kabi aniqlanadi. Bu son butun bo'lishi mumkin emas. **40.3** 35,439 **40.4** 0,186; 0,814 **40.5** $2{,}16\cdot10^{-4}$ **40.6** 1,01436 *m.a.b* **40.7**

1) 3, 2, 1; 2) 10, 5, 5; 3) 23, 11, 12; 4) 54, 26, 28; 5) 104, 47, 57; 6) 238, 92, 146 **40.8** $^1_1H-proton;\ ^2_1H-deyton;\ ^3_1H-triton$ **40.9** *Ikki*; ^3_1H *va* ^3_2He **40.10** ^3_1H; ^4_2He **40.11** ^3_1H; ^7_3Li; $^{15}_7N$ **40.12** 1) 5,6 *fm*; 2) 8,4 *fm*; 3) 11,2 *fm*; 4) 14 *fm*; 5) 16,8 **40.13** $n=3/(4\pi r_0^3)=8{,}7\cdot10^{47}\ nuklon/m^3$ **40.14** $3\cdot10^{-17}$ **40.15** $2{,}7\cdot10^5$ *yil* $<\rho>=3m_1/(4\pi r_0^3)\approx1{,}4\cdot10^{17}\ kg/m^3$. **Ko'rsatma.** Yadroning massasini taqriban massa soni A ning (yadrodagi nuklonlar soni) atom massa birligiga ($1u=1{,}6610^{-27}\ kg$.)teng deb qabul qilish mumkin bo'lgan bitta nuklonning massasi m1ga ko'paytmasi sifatida ifodalash mumkin. **40.16** $\rho=3e/(8\pi r_0^3)=6{,}96\cdot10^{24}\ C/m^3$ (e – elementar zaryad) **40.17** $F_1=5{,}05\cdot10^{-25}\ N$; $F_2=735\ N$; $F_1/F_2=6{,}87\cdot10^{-28}$ **40.18** Nuklonning spini $\hbar$ birliklarida 1/2 ga teng **40.19** Yadroning spini deb yadroning xususiy impuls momentiga aytiladi. U nuklonlar spinlarining va ular orbital impuls momentlarining qo'shilmasidan iboratdir. Nuklonlarning orbital impuls momentlari doimo butun sonlardir. **40.20** Yadroning spini quyidagi qiymatlarni qabul qilishi mumkin 0, 1/2, 1, 3/2, *va h.k* **40.21** 1) 0, 1; 2) 1/2; 3/2; 3) 1/2, 3/2; 4) 0, 1, 2 **40.22** 1) 0, 2) 1/2, 3/2 *va h.k*; 3) 1/2, 3/2 *va h.k* 4) 0, 1, 2 **40.23** Agar yadroning proton – elektron modelini qabul qilinsa, unda $^{14}_7N$ azot yadrosining tarkibiga 14 ta proton (ular yadroning massasini aniqlaydi) va 7 ta elektron (ular protonlarning zaryadini 7 tagacha kompensatsiyalaydi; 14-7=7) kirishi kerak. hammasi bo'lib yadro tarkibiga 21 ta zarra kirmog'i kerak. Toq sondagi zarralar spinlarining yig'indisi doimo butunning yarmidek ($\hbar$ birliklarida) bo'ladi, lekin azotning yadrosi $\hbar$ ga teng butun spinga ega. Bu proton elektron modelining noto'g'riligini isbotlaydi. **40.24** $\frac{1}{2}\hbar$ **40.25** $\mu_N=eh/(2m_p)$ (m_p - protonning massasi). **40.26** $\mu_N/\mu_B=m_e/m_p=1/1836$ **40.27** $\mu_N=\mu_{Pmax}=g\mu_N I$ (g – Landening yadro faktori; μ_N – yadro magnetoni, I – yadroning spin kvant soni) **40.28** O'ta nozik ajralish yadro va elektron qobiqlari magnit momentlarining o'zaro ta'sirining natijasidir. Nozik ajralish esa atomdagi impulsning to'la spin momenti bilan impulsning to'la orbital momentining o'zaro ta'sirlarining natijasidir. **40.41** $A=222$; $Z=86$; $^{222}_{86}Rn$ **40.42** $A=17$; $Z=8$; $^{17}_8O$ **40.43** $^{65}_{29}Cu$ **40.44** ^7_3Li yadrosi hosil bo'ladi **40.45** $^{14}_7N$ **40.46** ^7_3Li **40.47** $^{27}_{13}Al$ **40.48** $^{62}_{28}Ni$ **40.49** $^{238}_{94}Pu\to{}^{234}_{92}U\to{}^{230}_{90}Th\to{}^{226}_{88}Ra\to{}^{222}_{86}Rn\to$ $\to{}^{218}_{84}Po\to{}^{214}_{82}Pb$ **40.50** $^{210}_{84}Po$; 296 *km/s*

41.1 10^{-6} **41.2** 700 s^{-1}; 13,6 ps^{-1} **41.3** 15 min **41.4** $9{,}5\cdot10^{-5}$ **41.5** 0,71; 0,36 **41.6** 9 marta **41.7** 10,5 soat **41.8** 4 kun **41.9** 138 sutka **41.10** 1,44 yil **41.11** 63,3 % **41.12** 10^6 *atom* **41.13** 8 **41.14** 6 soat **41.15** 24 % *ga* **41.16** 93 yil; 186 yil **41.17** **41.12** 10^6 *atom* **41.13** 8 **41.14** 6 soat **41.15** 24 % *ga* **41.16** 93 yil; 186 yil **41.17** 0,5 sutka **41.18** 10,5 TBq **41.19** 40,7 TBq/g **41.20** 145 **41.21**

$m_2 = mM_2T_2/(M_1T_1) = 42.5\ kg$ (M va T_1 – ^{14}Ne ning molyar massasi va yarim yemirilish davri; M_2 va T_2 – ^{24}U ning molyar massasi va yarim yemirilish davri) **41.22** 6,33 *μg* **41.23** $2.7\cdot10^5$ *yil* **41.24** $W = \ln 2\,\frac{CnN_AV}{M\eta_1} = 70.6\ kJ$ (M va $T_{1/2}$ – ^{22}Na ning molyar massasi va yarim yemirilish davri) **41.25** $A = 4\pi r^2 I/\varepsilon = 94{,}4\ GBq$ **41.26** $I = \frac{n\delta\varepsilon}{4\pi r^2} = 0{,}6\ W/m^2$

42.1 6,6 **42.2** 3,85 *cm* **42.3** 115 *cm* chuqurlikda **42.4** 2 MeV yoki 6,2 MeV; 1,33 cm. **42.5** 3,6 *MeV*; 1,57 *cm* **42.6** 28,6 *cm* **42.7** 59 *marta* **42.8** $\omega = \mu X/(n_0 e) = 7.73\cdot10^{-11}$ (ρ – havoning zichligi; n_0 – normal sharoitlarda havo molekulalarining konsentratsiyasi; e – elementar elektr zaryadi). **42.9** $W = Xmc/e = 8{,}77\ \mu J$ (e – elementar elektr zaryadi) **42.10** $X = \frac{n'}{\rho l' N}\,t \approx$ $\approx 21{,}4\ nC/kg$ (ρ – havoning zichligi; e – elementar elektr zaryadi). **42.11** 62 *μC/kg* **42.12** 13 *cm* **42.13** 6 *m* **42.14** 4,4 min

43.1 1,00728 *u*, 2,01355 *u*; 11,9967 *u* **43.2** 4,00260 *u* **43.3** 7,01546 *u*; 7,01491 *u*; 7,01436 *u* **43.4** 0,00240 *u*; 2,23 *MeV* **43.5** 8,49 *MeV* **43.6** 7,68 *MeV/nuklon* **43.7** 3,01604 *u* **43.8** 5,01358 *u* (*Litiy* ^7_3Li *atomi*) **43.9** 2,2 *MeV* **43.10** 39,2 *MeV*; 37,6 *MeV* **43.11** 682 *GJ* **43.12** 10,6 *MeV* **43.13** 7,55 *MeV* **43.14** 8 *MeV* **43.15** 23,8 *MeV* **43.16** 7,26 *MeV*

44.1 $A = 1; Z = 0$; *zarra – neytron* (^1_0n). **44.2** $A = 0; Z = 0$, zarra- foton **44.3** 1) 4,36 *MeV*, *ajraladi*; 2) 22,4 *MeV*, *ajiraladi*; 3) 2,8 *MeV*, *yutiladi*; 4) 1,64 *MeV*, *yutiladi*; 5) 1,05 *MeV*, *yutiladi* **44.4** 1) 19,8 *MeV*, *ajiraladi*; 2) 23,8 *MeV*, *ajiraladi*; 3) 6,26 *MeV*, *ajiraladi*; 4) 8,12 *MeV*, *ajiraladi* **44.5** 2,23 *MeV* **44.6** 6,82 *MeV* **44.7** 0,63 *MeV* **44.8** 6,7 *MeV* **44.9** 5,26 *MeV*; 0,44 *MeV* **44.10** 0,82 *MeV*; 2,44 *MeV*; $|p_\alpha| = |p_n| =$ $= 3.6\cdot10^{-20}\ kg\cdot m/s$ **44.11** 6,01514 *u* **44.12** 3,01604 *u* **44.13** 3,01604 **44.14** $6{,}22\cdot10^{-11}\ J$; 2,7 *km/s* **44.15** $\frac{v_1}{v_1} = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2} = 0{,}847$; $\frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2} = 0{,}716$ **44.16** $^{90}_{38}Sr$ **44.17** 0,00091 **44.18** 82 *GJ* **44.19** $3{,}1\cdot10^{11}$ **44.20** 53 *g* **44.21** 15 *MW* **44.22** 5,41 *MeV* **44.23** 0,104 *MeV*; 5,4 *MeV* **44.24** 0,156 *MeV* **44.25** 1 *MeV* **44.26** 2,6 *MeV* **44.27** 0,2 *MeV* **44.28** 0,78 *MeV* **44.29** 0,99 *MeV* **44.30** 0,75 *MeV*, 1,65 *pm* **44.31** 67,5 *MeV*

49.1 1) 1; 2) 2; 3) 4; 4) 2; 5) 1; 6) 2 **49.2** 1) $1{,}44\cdot10^{-25}$; 2) $2{,}1\cdot10^{-26}$; 3) $4{,}54\cdot10^{-26}$ **49.3** $1{,}46\cdot10^3\ kg/m^3$ **49.4** $2{,}6\cdot10^3\ kg/m^3$ **49.5** 6,95 (*litiy*) **49.6** 1) 0,404 *nm*; 0,286 *nm*; 2) 0,310 *nm*; 0,274 *nm* **49.7** 1,63 Cheetlanish real kristallarda atomlarning sfera simmetriklikka ega emasligining natijasidir. **49.8** 0,320 *nm*, 0,521 *nm* **49.9** 0,23 *nm* **49.10** 207 kg/m^3 **49.11** $A[[221]]; B[[021]]; C[[\bar{1}22]]; D[[\bar{1}\bar{1}2]]$. **49.12** 1) $[121]$; 2) $[112]$ **49.13** $[\bar{1}10]; [\bar{1}11]; [101]$ **49.14** 1) $[111]$; 2) $[\bar{1}2\bar{2}]$; *yoki* $[1\bar{2}\bar{2}]$. **49.15** 0,975 *nm* **49.16** 35°15′ **49.17** *a*) (111); *b*) (010); *v*) $(11\bar{1})$; *g*) $(1\bar{1}0)$; *d*) (112); *e*) (111) **49.18** (111) **49.19** *x*, *y*, *z* o'qlardan kesiladigan kesmalar mos ravishda 1, 1, 2 ga teng (32-rasm). **49.20** (110), o'qlardagi kesmalar 1, 1, ∞. **49.21** 1) $(\bar{1}24)$; o'qlardagi kesimlar 4, 2, 1; 2) (012); o'qlardagi kesimlar ∞, 2, 1. **49.22** 0,173 *nm* **49.23** 0,36 *nm* **49.24** (111) uchun minimal, (100) uchun maksimal: $d_{111} : d_{110} : d_{100} = \frac{1}{\sqrt{3}} : \frac{1}{\sqrt{2}} : 1$ **49.25** 70°20′ **49.26** $\pi/4$ **49.27** 0 (chiziq tekislikda yotadi) **49.28** $\pi/2$ **49.29** 54°40′

50.1 925 $J/(kg\cdot K)$; 390 $J/(kg\cdot K)$ **50.2** 825 $J/(kg\cdot K)$; 675 $J/(kg\cdot K)$ **50.3** 1,12 MJ/K **50.4** 1,7 *kJ* **50.5** $\langle E\rangle = kT$; $\langle E\rangle = 4.14\cdot10^{-21}\ J$ **50.6** 124 *kJ*; 414 J/K **50.7** $2{,}99\cdot10^{-21}\ J$; 134 *kJ* **50.8** 3,44 *THz* **50.9** 3,74 *marta* **50.10** 1,16 **50.11** 36 kJ/mol **50.12** 340 J/mol **50.13** 8,8 % **50.14** 2,87 MJ/mol **50.15** $g(\omega) = 6N\omega^2/\omega_m^3$ **50.16** $U = 3RT\cdot3\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3\int_0^{\Theta_D/T}\frac{x^3dx}{e^x-1}$, bunda $\Theta_D = \hbar\omega_{max}/k$ **50.17** $C = 3R\left[12\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3\int_0^{\Theta_D/T}\frac{x^3dx}{e^x-1} - \frac{3(\Theta_D/T)}{e^{\Theta_D/T}-1}\right]$. **50.18** $C = \frac{12}{5}\pi^4R\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3$ **50.19** 2,99 *MJ* **50.20** $2.36\cdot10^{33}\ m^{-3}$ **50.21** $2{,}75\cdot10^{13}\ s^{-1}$ **50.22** $5.2\cdot10^{-3}$ **50.23** 14,6 *kJ* **50.24** $\Delta E = 2{,}49\ R\Delta T = 41.4\ kJ$ **50.25** 212 *K* **50.26** 4,83 % **50.27** $^3/_4$ **50.28** $g(\omega) = 6N\omega/\omega^2$ **50.29** $U = 3RT\cdot3\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3\int_0^{\Theta_D/T}\frac{x^3dx}{e^x-1}$ **50.30** $C = 3R\left[6\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3\int_0^{\Theta_D/T}\frac{x^3dx}{e^x-1} - \frac{2(\Theta_D/T)}{e^{\Theta_D/T}-1}\right]$. **50.31** $C = 43.3R(T/\Theta_D)^3$ **50.32** 2,91 *MJ* **50.33** $g(\omega) = 3N/\omega_{max}$ **50.34**

$U = 3RT\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$ bunda $\Theta_D = \hbar\omega_{max}/k$ **50.35** $C = 3R \times$

$\times \left\{ 2\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{(\Theta_D/T)}{e^{\Theta_D/T} - 1} \right\}$. **50.36** $C = \pi R^2 (\Theta_D / T)$. **50.37** 1,87 MJ/mol

50.38 475 kJ **50.39** 600 W **50.40** $3{,}45 \cdot 10^{-23}$ J **50.41** 10^{-23} $N \cdot s$ **50.42** 443 K

50.43 1,5 km/s **50.44** 4,8 nm **50.45** $1{,}1 \cdot 10^{-21}$ J **50.46** 3,13 km/s **50.47** 4 nm

50.48 4,1 **50.49** 46 MPa **50.50** 77,7 MPa **50.51** $\Delta\omega/\omega \approx \vartheta \cos\vartheta / c$. **50.52**

$R = \frac{2}{m_0}\left(\frac{\pi\hbar}{\pi}\right)^2$: 1) 33 peV; 2) 33 meV; 3) 0,33 eV **50.53** $2 \cdot 10^{-3}$; $5 \cdot 10^{-4}$; $7 \cdot 10^{-5}$

50.54 $2 \cdot 10^{-6}$; $1{,}3 \cdot 10^{-3}$; $4{,}4 \cdot 10^{-11}$ **50.55** $\Delta E = \varepsilon_\gamma \left[1 - \varepsilon_\gamma / m_{0n}c^2\right]$ **50.56**

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\varepsilon_\gamma}{\pm 2 m_{0n} c^2} = 4 \cdot 10^{-4}$ **50.57** $\frac{\Delta\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\gamma} = \frac{\varepsilon_\gamma}{2 m_{0n} c^2} = 7{,}45 \cdot 10^{-4}$ **50.58** $\varepsilon_\gamma = \sqrt{2 m_0 c^2 E_{kin}} =$

$= 1{,}73$ MeV **50.59** $\vartheta = \Delta E / (m_{0n} c) = 218\ m/s$ **50.60** $\vartheta = \Delta E / (m_{0n} c) = 36\ m/s$

50.61 $\vartheta = \ln 2 hc / (T\varepsilon_\gamma) = 0{,}19\ mm/s$ **50.62** $\tau = hc / (\vartheta \varepsilon_\gamma) = 0{,}2\ ns$ **50.63**

$\vartheta = gl/c = 65\ \mu m/s$ **50.64** $3{,}4 \cdot 10^{-3}$ K^{-1} **50.65** 1,25 nN **50.66** Maksimal tortishish kuchi 0,8 nN, itarishish kuchi 1,2 nN **50.67** $3{,}4 \cdot 10^{-21}$ J **50.68** O'rtacha siljish $< x >$ asl garmonik tebranishlarda nolga intiladi. **50.69** 60 N/m

50.70 $2{,}5 \cdot 10^{-6}$ K^{-1} **50.71** 540 GPa **50.72** 1 % **50.73** $3 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}

51.1 $4{,}57 \cdot 10^{27}$ m^{-3} **51.2** 5,41 **51.3** 0,9 **51.4** 3 $marta$ **51.5**

1) 0,893 va 0,119; 2) 0,999955 va $4{,}5 \cdot 10^{-5}$ **51.6** $< \varepsilon >= \frac{3}{5}\varepsilon_f = 4{,}2\ eV$

51.7 1,83 $marta$ **51.8** 0,03 **51.9** 31,2 kK **51.10** 14,9 $marta$ **51.11**

$dn(p) = \frac{1}{\pi^2\hbar^3} \frac{p^2 dp}{\exp\left(\frac{p^2/2m - \varepsilon_f}{kT}\right)}$ $(T \neq 0K\ da)$; $dn(p) = \frac{1}{\pi^2\hbar^3} p^2 dp$ $(T = 0K\ da)$

51.12 $dn(\vartheta) = \frac{m}{\pi^2\hbar^3} \frac{\vartheta^2 d\vartheta}{\exp\left(\frac{m\vartheta^2 - 2\varepsilon_f}{2kT}\right)}$ $(T \neq 0K\ da)$; $dn(\vartheta) = \frac{m}{\pi^2\hbar^3} \vartheta^2 d\vartheta$ $(T = 0K\ da)$

51.13 $\vartheta_{max} = \sqrt{2\varepsilon_f / m} = 1{,}32\ Mm/s$ **51.14** $< \vartheta >= \frac{3}{4}\vartheta_{max} = 1{,}09\ Mm/s$

51.15 7 $marta$ **51.16** $< \vartheta_{kv} >= \sqrt{\frac{3}{5}\vartheta_{max}}$ **51.17** $\left\langle \frac{1}{\vartheta} \right\rangle = \frac{3}{2}\frac{1}{\vartheta_{max}}$ **51.18** −0,05

51.19 $2{,}5 \cdot 10^{19}$ m^{-3} **51.20** $3{,}5 \cdot 10^{-3}$ $m^2/(V \cdot s)$; $2 \cdot 10^{22}$ m^{-3} **51.21** 0,053 eV; 0,85 nm

51.22 1,2 V **51.23** $5{,}25 \cdot 10^{16}$ m^{-3} **51.24** $1{,}76 \cdot 10^{11}$ $(T \cdot s)^{-1}$ **51.25**

$\nu_0 = g\mu_0 B_0 / (2\pi\hbar) = 28\ GHz$ **51.26** $\omega_{spe}/\omega_{sob} = g/2 = 1{,}00116$ **51.27**

$B_0 = \frac{2\pi\hbar}{2\mu_B}\nu_0 = 0{,}353\ T$ **51.28** $2{,}68 \cdot 10^8$ $(T \cdot s)^{-1}$ **51.29** $\nu_0 = \gamma B_0 / (2\pi) = 42{,}6\ MHz$

51.30 $g = 2\pi\hbar\nu_0 / (\mu_N B_0) = 0{,}34$ **51.31** −3,82; −1,91 μ_N **51.32** Proton uchun

$g = 5{,}58$, $\mu_p = 2{,}79\mu_N$; Deyton uchun $g = 0{,}86$, $\mu_p = 0{,}86\mu_N$ **51.33**

$\nu_0 = \frac{\mu_i}{2\pi\hbar I} B_0 \sim 94\ MHz$ **51.34** $\frac{N(m_I)}{N(I)} = \exp\left\{-\frac{g\mu_N B_0}{kT}(I - m_I)\right\}$: $1 - 2 \cdot 10^{-6}$ $(m_I = 1/2)$;

$1 - 4 \cdot 10^{-6}$ $(m_I = -1/2)$; $1 - 6 \cdot 10^{-6}$ $(m_I = -3/2)$ **51.35** 1) $\varepsilon_f = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 \frac{\rho}{A} N_A\right)^{2/3} =$

$= 2{,}4 \cdot 10^{-19}$ J (1,5 eV); 2) $P_f = \hbar\left(3\pi^2 \frac{\rho}{A} N_A\right)^{1/3} = 7{,}61 \cdot 10^{-25}$ $kg \cdot m/s$; 3) $\vartheta_f = \frac{\hbar}{m} \times$

$\times \left(3\pi^2 \frac{\rho}{A} N_A\right)^{1/3} = 7{,}26 \cdot 10^5\ m/s$; 4) $T_f = \frac{\hbar^2}{2mk}\left(3\pi^2 \frac{\rho}{A} N_A\right)^{2/3} = 17{,}4\ kJ$ **51.36**

$p = \frac{1}{5}\frac{\hbar^2}{m}(3\pi^2)^{2/3}\left(\frac{\rho}{A} N_A\right)^{5/3} = 1{,}38 \cdot 10^{10}\ Pa$ **51.37** $\frac{\langle \Pi \rangle}{\varepsilon_f} = \frac{me^2}{2\pi\varepsilon_0\hbar^2(3\pi^2)^{2/3}}\left(\frac{A}{\rho N_A}\right)^{1/3} = 0{,}905$

51.38 $d_{min} = \frac{2h}{eB}\left(3\pi^2 \frac{\rho}{A} N_A\right)^{1/3} = 2{,}78\ mm$

ILOVALAR
MATEMATIKADAN BA'ZI MA'LUMOTLAR

1. Algebra va trigonometriya formulalari

Kvadrat tenglama

$$ax^2 + bx + c = 0$$

yechimi

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Keltirilgan kvadrat tenglama

$$x^2 + px + q = 0$$

yechimi

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Kompleks sonlar

$$Z = a + ib,$$

$$Z = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi),$$

$$Z = Z^* = \rho e^{i\varphi}$$

$$|Z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Kompeks sonlar qo'shmasi

$$Z^* = a - ib$$

$$Z^* = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

$$Z^* = \rho e^{-i\varphi}$$

$$ZZ^* = |Z|^2$$

Trigonometrik shakl almashtirish formulalari

$$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \sin y\cos x \qquad \sin(x-y) = \sin x\cos y - \sin y\cos x$$

$$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y \qquad \cos(x-y) = \cos x\cos y + \sin x\sin y$$

$$\sin 2x = 2\sin x\cos x \qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \qquad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$\sin\alpha x \sin bx = \frac{1}{2}\cos(a-b)x - \frac{1}{2}\cos(a+b)x$$

$$\sin\alpha x \cos bx = \frac{1}{2}\sin(a+b)x + \frac{1}{2}\sin(a-b)x$$

2.Differensial va integral hisob formulalari

Differensiallash qoidalari va jadvali

$$\frac{d(u\vartheta)}{dx} = \vartheta\frac{du}{dx} + u\frac{d\vartheta}{dx} \qquad \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{\vartheta\frac{du}{dx} - u\frac{d\vartheta}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{d(x^m)}{dx} = mx^{m-1} \qquad \frac{d(e^x)}{dx} = e^x$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x} \qquad \frac{d(a^x)}{dx} = a^x \ln a$$

$$\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x \qquad \frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x$$

$$\frac{d(ctgx)}{dx} = -\frac{1}{\sin^2 x} \qquad \frac{d(tgx)}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Aniqmas integrallar jadvaqli

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1};\ (n \neq -1\ da) \qquad \int \frac{dx}{e^2} = -\frac{1}{x} + C$$

C- integrallash doimiysi

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x = \sin x + C \qquad \int e^x\, dx = e^x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left|tg\frac{x}{2}\right| + C \qquad \int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left|tg\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + C$$

Aniq integrallar jadvali

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C \qquad \int \cos^2 x\, dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n! \qquad \int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2}a^{-2}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}} \qquad \int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}a^{-5/2}$$

$$\int_0^\infty x^{1/2} e^{-ax} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}a^{-3/2} \qquad \int_0^\infty \frac{xdx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^\infty x^{3/2} e^{-ax} dx = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}a^{-5/2} \qquad \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{15}$$

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \qquad \int_0^1 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0{,}225$$

$$\int_0^{\infty} xe^{-ax^2}dx = \frac{1}{2a} \qquad \int_0^{2} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 1{,}18$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4} a^{-3/2}$$

3.Taqribiy hisoblashlar uchun formulalar

Agar $a<<1$ bo'lsa, u holda birinchi yaqinlashishda quyidagilarni qabul qilish mumkin:

$$\frac{1}{1 \mp a} = 1 \mp a \qquad \frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2}a$$

$$(1 \mp a)^2 = 1 + 2a \qquad e^a = 1 + a$$

$$\sqrt{1 \pm a} = 1 \mp \frac{1}{2}a \qquad \ln(1 + a = a)$$

Agar a burchak kichik ($a<5^b$ yoki $a<0{,}1$ rad) va radianlarda berilgan bo'lsa, u holda birinchi yaqinlashishda quyidagilarni qabul qilish mumkin:

$$\sin\alpha \approx tg\alpha \approx \alpha \text{ va } \cos\alpha = 1.$$

II. Fizik kattaliklarning birliklari haqida ba'zi ma'lumotlar

4. Xususiy nomga ega bo'lgan fizik kattaliklarning SI dagi birliklari

Kattalik	Birlik	
	Nomi	Belgisi
Uzunlik	metr	m
Massa	kilogramm	kg
Vaqt	sekund	s
Yassi burchak	radian	rad
Fazoviy burchak	steradian	sr
Kuch, og'irlik (vazn)	Nyuton	N
Bosim	Paskal	Pa
Kuchlanish (mexanik)	Paskal	Pa
Elastiklik moduli	Paskal	Pa
Ish, energiya	Joul	J
Quvvat	Watt	Vt
Tebranishlar chastotasi	Gers	Gs
Termodinamik temperatura	Kelvin	K
Temperaturalar farqi	Kelvin	K
Issiqlik, issiqlik miqdori	Joul	J
Modda miqdori	mol	mol
Elektr zaryad	Kulon	Kl
Tok kuchi	Amper	A
Elektr maydonining potensiali, elektr kuchlanish	Volt	V
Elektr sig'imi	Farad	F
Elektr qarshilik	Om	Om
Elektr o'tkazuvchanlik	Simens	Cm
Magnit induksiya	Tesla	Tl
Magnit oqim	Veber	V

Induktivlik	Genri	Gn
Yorug'lik kuchi	kandela	Kd
Yorug'lik oqimi	lyumen	Lm
Yoritilganlik	lyuks	Lk
Nurlanish oqimi	Watt	Vt
Nurlanishning yutilishi dozasi (nurlanish)	Grey	Gr
Izotopning faolligi	Bekkerl	Bk

5. O'nga karrali va ulushli birliklarni hosil qilishning ko'paytuvchilari va old qo'shimchalari hamda ularning nomlari

Ko'paytuvchi	Old qo'shimcha	Old qo'shimchaning belgisi		Ko'paytuvchi	Old qo'shimcha	Old qo'shimchaning belgisi	
		Xalqaro	o'zbekcha			Xalqaro	o'zbekcha
10^{18}	eksa	E	E	10^{-1}	desi	d	d
10^{15}	peta	P	P	10^{-2}	santi	s	sm
10^{12}	tera	T	T	10^{-3}	milli	m	m
10^{9}	giga	G	G	10^{-6}	mikro	mk	μ
10^{6}	mega	M	M	10^{-9}	nano	n	n
10^{3}	kilo	K	K	10^{-12}	piko	p	p
10^{2}	gekto	h	G	10^{-15}	femto	f	f
10^{1}	deka	Da	da	10^{-18}	atto	a	a

Izoh. Gekto, deka, va santi qo'shimchalarini faqatgina allaqachonlar keng tarqalgan (gektar, dekalitr, desimetr, santimetr va boshqalar) karrali va ulushli birliklardagina qo'llashga ruxsat etiladi.

SI hosilaviy birligining nomi murakkab bo'lganida old qo'shimcha ko'paytmaga yoki kasrning suratiga kiruvchi birinchi birlikning nomiga qo'shiladi. Misol uchun, kPas/m, aslo Parks/m emas.

Asosli hollarda, vaqtincha, bu qoidadan istisno tariqasida, ya'ni keng tarqalgan hollarda old qo'shimcha kasrning maxrajiga kiruvchi birlikning

nomiga qo'shilishiga ruxsat etiladi. Misol uchun kV/cm, A/mm^2, Bk/ml, keV/nm.

SI birliklarining o'nga karrali va ulushli birliklarini tanlashni eng avvalo ularni qo'llashning qulayligi taqozo etadi. Old qo'shimchalar yordamida hosil qilish mumkin bo'lgan turli-tuman karrali va ulushli birliklar orasidan kattaliklarning amalda qo'llaniladigan son qiymatlariga olib keluvchi birliklargina tanlanadi. Asosan karrali va ulushli birliklarni kattaliklarning son qiymatlarini 0,1 dan 1000 gacha oraliqda bo'ladigan qilib tanlanadi.

Hisoblashda xatoga yo'l qo'yish ehtimolligini kamaytirish uchun unga karrali va ulushli birliklarni faqat oxirgi natijagagina qo'yish. hisoblash jarayonida esa old qo'shimchalarni 10 sonining darajalari bilan almashtirib. barcha kattaliklarni SI birliklarida ifodalash tavsiya qilinadi.

O'nga karrali va ulushli birliklardan tashqari vaqt, yassi burchak va nisbiy kattaliklarning ulushli bo'lmagan karrali va ulushli birliklarini qo'llashga ruxsat etilgan. Masalan, vaqt birliklari (minut. soat. sutka). yassi burchak birliklari (gradus. minut. sekund).

6. SI birliklari bilan teng ravishda qo'llashga ruxsat etilgan sistemadan tashqari birliklar

Kattalikning nomi	Birlik		SI birligi bilan bog'lanishi
	Nomi	Belgisi	
Massa	Tonna	T	10^3 kg
	atom massa birligi	u	$1,66 \cdot 10^{-27}$ g
Vaqt[1]	minut	min	60 s
	soat	h	3600 s
	sutka	d	86400 s
Yassi burchak	Gradus	°	$1,74 \cdot 10^{-2}$ rad
	minut	′	$2,91 \cdot 10^{-4}$ rad
	sekund	″	$4,85 \cdot 10^{-6}$ rad
	grad[1]	grad	(1/200) rad
Hajm, sig'im	litr[1]	l	10^{-3} m^3
Uzunlik	astronomik birlik	a.b.	$1,5 \cdot 10^{11}$ m
	yorug'lik yili	yor.y.	$9,46 \cdot 10^{15}$ m
	parsek	pk	$3,08 \cdot 10^{16}$ m
Optik kuchi	dioptriya	dptr	1 m^{-1}
Yuza	gektar	ga	10^4 m^2
Energiya	elektron-volt	eV	$1,60 \cdot 10^{-19}$ J

To'liq quvvat	volt-amper	VA	
Reaktiv quvvat	var	var	

[1]Shuningdek, keng tarqalgan boshqa birliklarni qo'llashga ham ruxsat etiladi. Masalan, hafta, oy, yil, asr, ming yil va hokazo.

[2]Ruscha «gon» nomi qo'llanilishiga ruxsat beriladi.

[3]Aniq o'lchashlarda qo'llash tavsiya etilmaydi. / belgisining 1 raqami bilan almashib ketishi mumkin bo'lganida l. bilan belgilashga ruxsat etiladi.

Izoh: Vaqt birliklari (minut, soat, sutka), yassi burchak (gradus, minut, sekund) astronomik birlik, yorug'lik yili, dioptriya va atom massa birliklarini old qo'shimchalar bilan qo'llashga ruxsat etilmaydi.

7. Sistemaga kirmaydigan birliklar va SI birliklari orasidagi bog'lanish

Fazo va vaqt birliklari. Mexanik, kattaliklarning birliklari

Uzunlik	1 angstrem (A)=10^{-10}m=10^{-8}m
Vaqt	1 d=86 400 s 1 yil=366,25 d=$3,16\cdot10^{7}$s
Yassi burchak	$1^{\circ}=\pi/180$ rad=$1,75\cdot10^{-2}$rad $1'=\pi/108\cdot10^{2}$rad=$2,91\cdot10^{-4}$rad $1''=\pi/(648\cdot10^{3})$rad=$4,85\cdot10^{-6}$rad
Hajm, sig'im	$1l=10^{-3}m^3=10^3cm^3$ 1 t=10^3kg
Massa	1 m.a.b=$1,66\cdot10^{-27}$kg
Kuch	1 kgk=9,81 H
Ish, energiya	1 kgk·m=9,81 J
Quvvat	1W·h=$3,6\cdot10^3$J 1eV=$1,60\cdot10^{-19}$ J 1o.k.=736 W
Bosim	1 kgk/cm^2=$9,81\cdot10^4$ Pa 1mm Hg.=133 Pa 1 bar=10^5 Pa
Kuchlanish (mexanik)	1 atm=$1,01\cdot10^5$ Pa
Aylanish chastotasi	1 kg kuch/mm^2=$9,81\cdot10^6$ Pa 1 ayl/s=1 s^{-1}
To'lqin soni	1 cm^{-1}=100 m^{-1}

Molekulyar fizika va termodinamika kattaliklarining birliklari

Zarralar konsentratsiyasi	1 cm^{-3}=10^6 m^{-3}
Issiqlik (issiqlik miqdori)	1 kal=4,19 J 1 kkal=$4,19\cdot10^3$ J

Elektr va magnit kattaliklarining birliklari

Dipolning elektr moment	1D=$3,34\cdot10^{-30}$C·m
Solishtirma elektr qarshilik	1Ω·mm^2/m=10^{-6} Ω·m.
Magnit induksiya	1 Hz=10^{-4}T
Magnit oqimi	$1\mu s = 10^{-8}$ Vb
Magnit maydonkuchlanganligi	$1E = \frac{10^3}{4\pi}\frac{A}{m} = 79{,}6\frac{A}{m}$

Yorug'lik kattaliklari va energetik fotometriya kattaliklarning birliklari

Yoritilganlik	$1fot = 10^4 Lk$

Ionlashtiruvchi nurlanishlar kattaliklarining birliklari

Nurlanish dozasi (yutilgan nurlanish dozasi)	1 rad.=0,01 Gr
Nurlanish dozasining quvvati (yutilgan nurlanish dozasining quvvati)	1 rad/s=0,01 Gr/s
Rentgen va gamma-nurlanishning ekspositsion dozasi	1 rad (h=$2,78\cdot10^{-4}$) Gr/s
Rentgen va gamma-nurlanishlar ekspositsion dozasining quvvati	1 P=$2,58\cdot10^{-4}$ C/kg 1 P/h=$7,17\cdot10^{-8}$ A/kg
Radioaktiv manbaidagi nuklidning faolligi (izotopning faolligi)	1 soch./s=1 Bk 1 Ki=$3,70\cdot10^{10}$ Bk
Ionlantiruvchi zarralar oqimining zichligi	1 zarra/(s·m^2)=1 $s^{-1}m^{-2}$

Vaqtincha qo'llashga ruxsat etilgan birliklar

Kattalikning nomi	Birlik: Nomi	Birlik: Belgisi: Xalqaro	Birlik: Belgisi: O'zbekcha	SI birliklari bilan bog'lanishi	Izoh
Uzunlik	dengiz milyasi	-	milya	1852 m (aniq)	Dengizda kemalar qatnovida
Massa	karat	-	kar	$2\cdot10^{-4}$ kg (aniq)	Qimmatbaho toshlar va marvarid uchun
Chiziqli zichlik	teks	tex	teks	10^{-6} kg/m (aniq)	To'qimachilik sanoatida
Tezlik	uzel	kn	Uz	0,514(4) m/s	Dengizda kemalar qatnovida
Aylanish chastotasi	sekundiga aylanish minutiga aylanish	-	ayl/s ayl/min	$1 s^{-1}$ 1 ayl/min = 0,016(6) s^{-1}	
Bosim	bar	-	bar	10^5 Pa	
Fizik kattalikning boshlang'ich deb qabul qilinadigan shu nomli fizik kattalikka ega bo'lgan o'lchamsiz nisbatining natural logarifmi	neper	Np	Np	-	1 p = 0,8686... B = 8,686 ... dB

*Jadvalda keltirilgan kattaliklar, ular bo'yicha tegishli xalqaro yechimga kelguncha qo'llashga ruxsat etilgan.

Ba'zi nisbiy logarifmik kattaliklarning ro'yxati va ularning birliklari

Kattalikning nomi	Birlik: Nomi	Belgisi: Xalq-aro	Belgisi: O'zbekcha	Ta'rifi	Izoh
Nisbiy kattalik (fizik kattalikning boshlang'ich sifatida qabul qilinadigan shu nomli fizik kattalikka bo'lgan o'lchamsiz nisbati). FIK nisbiy uzayish, nisbiy zichlik, nisbiy dielektrik va magnit singdiruvchanlik magnit qabul qiluvchanlik, massa ulushi, molyar ulush va boshqalar	Birlik 1 soni foiz promille milliondan bir ulush	- % ‰ 10^{-6}	- % ‰ mil^{-1}	1 10^{-2} 10^{-3} 10^{-6}	
Logarifmik kattalik (fizik kattalikning boshlang'ich sifatida qabul qilinadigan shu nomli fizik kattalikka bo'lgan o'lchamsiz nisbatining logarifmi: tovush bosimining darajasi, kuchaytirish, susaytirish va boshqalar)*	bel desibel	V V	B B	$P_2=10P_1$ da $B=\lg(P_2/P_1)$ $P_2=10P_1$ da $dB=2\lg(P_2/P_1)$	P_1P_2 - bir xil nomli energetikkattaliklar (quvvat, energiyava boshqalar) F_1F_2 - bir xil nomli "kuch" kattaliklari (kuchlanish, tok kuchi, bosim, maydon kuchlanganligi va boshqalar)

* "Xalqaro elektrotexnik komissiyaning (tsck) xotirasi bo'lganda boshlang'ich kattalikni ko'rsatish haqidagi 27-9 bildirishiga binoan, uning qiymatli logarifmik kattalikning belgisidan keyin qavslarda ko'rsatiladi, misol uchun tovush bosimining darajasi uchun: $L_p=(re20\mu Pa)=20$ dB; $L_p(re2\mu Pa)=20dB$ (re-reference, ya'ni boshlang'ich so'zining dastlabki harflari). Qisqa shaklda yozilganda boshlang'ich qiymat darajasining qiymatidan keyin qavslarda ko'rsatiladi, misol uchun 20 dB (re20μPa) yoki 20 dB (re 20 yozilgandan boshlang'ich qiymat darajasining qiymatidan keyin qavslarda ko'rsatiladi, misol uchun 20 dB (re20 μPa)

Shunday. qattiqlik darajasi	fon	fon	I fon-tovushining shunday qattiqlik darajasiga tengki, unga teng qattiqlik 1000 Gts chastotali tovushning tovush bosimining darajasi I dB ga teng.	
Shunday. chastotalar oralig'i	oktava	- -	$f_2:f_1=2$ bo'lganda I oktava $\log_2(f_2:f_1)$ ga teng. $f_2:f_1=10$ bo'lganda I dekada $\log(f_2:f_1)$ ga teng.	f_2-f_1 chastotalar

Radioaktivlik va ionlantiruvchi nurlanishlarning sistemasiga kirmaydigan birliklarining SI birliklari bilan bog'lanishi

Kattalikning nomi	Sistemaga kirmaydigan birliklar	Belgisi		SI birliklari bilan bog'lanishi
	Nomi	xalqaro	O'zbekcha	
Ionlantiruvchi zarralar oqimining zichligi	santimetrning minus ikkinchi darajasi-soatning minus birinchi darajasi	$cm^{-2} \times h^{-1}$	$cm^{-2} \times h^{-1}$	$2{,}778\ m^{-2} \cdot s^{-1}$
	erg-santimetrning minus ikkinchi darajasi -sekundning minus birinchi darajasi	$erg(cm^{-2} \times s^{-1})$	$erg(cm^{-2} \times s^{-1})$	$10^{-3}\ W/m^2$
Nurlanish intensivligi	erg-santimetrning minus ikkinchi darajasi -minutning minus birinchi darajasi	$erg(cm^{-2} \times min^{-1})$	$erg(cm^{-2} \times min^{-1})$	$1{,}667 \cdot 10^{-5}\ W/m^2$
	erg-santimetrning minus ikkinchi darajasi -soatning minus birinchi darajasi	$erg(cm^{-2} \times h^{-1})$	$erg(cm^{-2} \times h^{-1})$	$2{,}778 \cdot 10^{-7}\ W/m^2$
Yutilgan nurlanish dozasi	erg-grammning minus birinchi darajasi rad	$erg \cdot g^{-1} rad$	$erg \cdot g^{-1} rad$	10^{-4} J/kg 0,01 Gr
Yutilgan nurlanish dozasining quvvati	erg-grammning minus birinchi darajasi rad-sekundning minus birinchi darajasi rad-minutning minus birinchi darajasi rad-soatning minus birinchi darajasi	$erg \cdot (g^{-1} \cdot s^{-1})$ $rad \cdot s^{-1}$ $rad \cdot min^{-1}$ $rad \cdot h^{-1}$	$erg \cdot (g^{-1} \cdot s^{-1})$ $rad \cdot s^{-1}$ $rad \cdot min^{-1}$ $rad \cdot h^{-1}$	10^{-4} W/kg 0,01 Gr $1{,}667 \cdot 10^{-6}$ Gr/s 0,01 Gr/s $2{,}778 \cdot 10^{-6}$ Gr/s
Rentgen va gamma-nurlanishlarning ekspozitsion dozasi	Rentgen Rentgen taqsim sekund	R R/s	R R/s	$2{,}58 \cdot 10^{-4}$ C/kg $2{,}58 \cdot 10^{-4}$ A/kg
Rentgen va gamma-nurlanishlar ekspozitsion dozasining quvvati	Rentgen taqsim minut Rentgen taqsim soat	R/min R/h	R/min R/h	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$ A/kg $7{,}17 \cdot 10^{-5}$ A/kg

GOST 8.417-81 ga binoan qo'llashga tavsiya etilgan ba'zi karrali va ulushli birliklarning ro'yxati

Kattalikning nomi	Birlik		Qo'llashga tavsiya etilgan karrali va ulushli birliklarning belgilari
	Nomi	Belgisi	
Molyar massa	kilogramm taqsim mol	kg/mol	g/mol
Molyar hajm	Metr kub taqsim mol	m^3/mol	dm^3/mol, cm^3/mol
Molyar konsentratsiya	Mol taqsim metr kub	mol/m^3	mol/dm^3, mol/cm^3
Ichki energiya	Joul	J	TJ, GJ, kJ, mJ
Tok kuchi	Amper	A	kA, ma, μA, nA
Elektr zaryadi	Kulon	C	pC, kC, μC, nC, pC
Zaryadning hajmiy zichligi	Kulon taqsim metr kub	C/m^3	C/mm^3, MC/m^3, mC/m^3, μC/m^3
Zaryadning sirtiy zichligi	Kulon taqsim metr kvadrat	C/m^2	MC/m^2, C/mm^2, C/cm^2, kC/m^2, mC/m^2, μC/m^2
Elektr maydonining kuchlanganligi	Volt taqsim metr	V/m	MV/m, kV/m, V/mm, V/sm
Elektr kuchlanish, elektr potensial	volt	V	MV, kV, mV, μV, nV
Elektr siljish	Kulon taqsim metr kvadrat	C/m^2	C/cm^2, kC/cm^2, mC/m^2, μC/m^2
Elektr siljish oqimi	Kulon	C	MC, kC, mC
Elektr sig'im	Farad	F	MF, μF, nF, pF
Qutblanganlik	Kulon taqsim metr kvadrat	C/m^2	C/cm^2, kC/m^2
Elektr tokining zichligi	Amper taqsim metr kvadrat	A/m^2	MA/m^2, A/mm^2, A/cm^2, KA/m^2
Elektr tokining chiziqli zichligi	Amper taqsim metr	A/m	kA/m, A/mm, A/cm
Magnit maydoni kuchlanganligi	Amper taqsim metr	A/m	kA/m, A/mm, A/cm
Magnit induksiya	Tesla	T	mT, μT, nT

Induktivlik	Genre	Gn	mGn, μGn, nGn
To'lqin uzunligi	Metr	M	Mm, μm, nm, mm
Tovush bosimi	Paskal	Pa	MPa, μPa
Tovush energiyasining oqimi	Vat	W	kW, mW, μW, pW
Tovush intensivligi	Vat taqsim metr kvadrat	W/m^2	mW/m^2, μW/m^2, nW/m^2
Yutilgan nurlanish dozasi	Grey	Gr	TGr, GGR, MGr, kGr, mGr, μGr
Radioaktiv manbadagi nuklidning faolligi	bekkerel	Bk	EBk, PBk, TBk, GBk, MBk, kBk

III. FIZIK KATTALIKLARNING JADVALLARI

8. Ba'zi astronomik kattaliklar

Yerning radiusi	$6,37 \cdot 10^6$ m
Yerning massasi	$5,98 \cdot 10^{24}$ kg
Quyoshning radiusi	$6,95 \cdot 10^8$ m
Quyoshning massasi	$1,98 \cdot 10^{30}$ kg
Oyning radiusi	$1,74 \cdot 10^6$ m
Oyning massasi	$7,33 \cdot 10^{22}$ kg
Yerning markazidan quyoshning markazigacha bo'lgan masofa	$1,49 \cdot 10^{11}$ m
Yerning markazidan oyning markazigacha bo'lgan masofa	$3,84 \cdot 10^8$ m
Oyning Yer atrofida aylanish davri	27,3 sutka=$2,36 \cdot 10^6$ s

9. Qattiq jismlarning va suyuqliklarning zichliklari ρ (Mg/m^3 yoki G/cm^3)

Qattiq jismlar	
Alyuminiy	2,70
Vismut	9,80
Volfram	19,3
Temir (cho'yan, po'lat)	7,87
Oltin	19,3
Osh tuzi	2,20
Jez	8,55
Marganes	7,40
Mis	8,93
Nikel	8,80

Platina	21,4
Qo'rg'oshin	11,3
Kumush	10,5
Uran	18,7

Suyuqliklar (15°C da)

Suv (sof 4°C da)	1,00
Glitserin	1,26
Kerosin	0,8
Moy (zaytun moyi, moylash uchun ishlatiladigan)	0,9
Kanakunjut moyi	0,96
Simob	13,6
Uglerod sulfid	1,26
Spirt	0,8
Efir	0,7

10. Normal sharoitdagi gazlarning zichliklari (kg/m^3)

Azot	1,25
Argon	1,78
Vodorod	0,09
Havo	1,29
Geliy	0,18
Kislorod	1,43

11. Qattiq jismlarning elastiklik doimiysi (yaxlitlangan qiymatlarda)

Modda	Yung moduli E, GPa	Siljish moduli G, GPa
Alyuminiy	69	24
Volfram	380	140
Temir (po'lat)	200	76
Mis	98	44
Kumush	74	27

12. Normal sharoitlarda gazlarning dinamik elastikligi, issiqlik o'tkazuvchanligi va molekulalarning effektiv diametri

Modda	Effektiv diametr d, nm	Dinamik elastiklik η, μPa·s	Issiqlik o'tkazuvchanlik, λ,mW/(m·K)
Azot	0,38	16,6	24,3
Argon	0,35	21,5	16,2
Vodorod	0,28	8,66	168.
Havo	-	17,2	24,1
Geliy	0,22	-	-
Kislorod	0,36	19,8	24,4
Suv bug'lari	-	8,32	15,8

13. Kritik parametrlar va Van-der-Vaals tuzatmalari

Gaz	Kritik temperatura, T_{cr}, K	Kritik bosim p_{cr}, MPa	Van der-Vaals tuzatmalari	
			a, m^6Pa/mol^2	b,$10^{-4}m^3/mol$
Azot	126	3,39	0,135	3,86
Argon	151	4,86	0,134	3,22
Suv bug'i	647	22,1	0,545	3,04
Kislorod	155	5,08	0,136	3,17
Neon	44,4	2,72	0,209	1,70
Karbonat angidrid	304	7,38	0,361	4,28
Xlor	417	7,71	0,650	5,62

14. 20°C da suyuqliklarning dinamik qovushoqligi η (mPa·s)

Suv	1,00
Glitserin	62
Kanakunjut moyi	987
Mashina moyi	100
Simob	1,58

15. 20°C da suyuqliklarning sirt tarangliklari σ (mN/m)

Suv	73
Glitserin	62
Sovunli suv	40
Simob	$5,0 \cdot 10^2$
Spirt	22

16.Tovush tezligi c, m/s

Suvda	1450
Havoda (quruq normal sharoitlarda)	332

17. Dielektrik singdiruvchanlik , ε

Suv	81
Moy (transformator moyi)	2,2
Parafin	2,0
Slyuda	7,0
Shisha	7,0
Chinni	5,0
Ebonit	3,0

18.O'tkazgichlarning solishtirma qarshiligi ρ va temperatura koeffitsiyenti α

Modda	20°C da ρ, nΩ ·m	$\alpha, {}^oC^{-1}$
Temir	98	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Mis	17	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Alyuminiy	26	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Grafit	$3,9 \cdot 10^3$	$-0,8 \cdot 10^{-3}$

19. Sindirish ko'rsatkichlari *n*

Olmos 2,42
Suv 1,33
Dolchin 1,60
Uglerod sulfid 1,63
Shisha 1,50

Izoh. Shishaning sindirish ko'rsatkichi shishaning naviga va undan o'tayotgan nurlanishning to'lqin uzunligiga bog'liq bo'ladi. Shuning uchun ham bu yerda keltirilgan qiymatni shartli ravishda qabul qilish va undan sindirish ko'rsatkichi masala shartida berilmagan holdagina foydalanish kerak.

20. Elektronlarning metalldan chiqishi

Metall	A, eV	A, 10^{-19}, J
Kaliy	2,2	3,5
Litiy	2,3	3,7
Natriy	2,5	4,0
Platina	6,3	10,1
Kumush	4,7	7,5
Rux	4,0	6,4

21. Neytral atomlarning massasi

Element (unsur)	Tartib raqami	Izotopi	Massa, u
(Neytron)	0	N	1,00867
Vodorod	1	^1H ^2H ^3H	1,00783 2,01410 3,01605
Geliy	2	^3He ^4He	3,01603 4,00260
Litiy	3	^6Li	6,01513
		^7Li	7,01601
Berilliy	4	^7Be ^9Be ^{10}Be	7,01693 9,01219 10,01354
Bor	5	^9B ^{10}B ^{11}B	9,01333 10,01294 11,00931
Uglerod	6	^{10}C ^{12}C ^{14}C	10,00168 12,00000 14,00324
Azot	7	^{13}N ^{14}N ^{15}N	13,00574 14,00307 15,00011
Kislorod	8	^{16}O ^{17}O	15,99491 16,99913

		^{18}O	17,99916
Ftor	9	^{19}F	18,99840
Natriy	11	^{22}Na ^{23}Na	21,99444 22,98977
Magniy	12	^{23}Mg	22,99414
Alyuminiy	13	^{30}Al	29,99817
Kremniy	14	^{31}Si	30,97535
Fosfor	15	^{31}P	30,97376
Kaliy	19	^{41}K	40,96184
Kalsiy	20	^{44}Ca	43,95549
Qo'rg'oshin	82	^{206}Pb	205,97446
Poloniy	84	^{210}Po	209,98297

22.Ba'zi elementar zarrachalar va yengil yadrolarning tinchlikdagi massalari va energiyalari

Zarra	Massa		Energiya	
	m_0, kg	m_0, u	E_0,J	E_0, MeB
Elektron	$9,11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8,16\cdot10^{-14}$	0,511
Neytral mezon	$2,41\cdot10^{-28}$	0,14526	-	135
Proton	$1,67\cdot10^{-27}$kg	1,00728	$1,50\cdot10^{-10}$	938
Neytron	$1,68\cdot10^{-27}$kg	1,00867	$1,51\cdot10^{-10}$	939
Deyton	$3,35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3,00\cdot10^{-10}$	1876
α-zarra	$6,4\cdot10^{-27}$kg	4,00149	$5,96\cdot10^{-10}$	3733

23. Radioaktiv izotoplarning yarim yemirilish davri

Izotop	Izotopning belgisi	Parchalanish turi	Yarim yemirilish davri
Aktiniy	$^{225}_{89}Ac$	α	10 d
Yod	$^{131}_{53}I$	β-,γ	8 d
Irifiy	$^{192}_{77}Ir$	β-,γ	75d
Kobalt	$^{60}_{27}Co$	β-,γ	5,3 d
Magniy	$^{27}_{2}Mg$	β-	10 min.

Radiy	$^{219}_{88}Ra$	α	10^{-3}c
Radiy	$^{226}_{88}Ra$	α,β	$1,62\cdot10^{3}$ yil
Radon	$^{222}_{86}Rn$	A	3,8d
Stronsiy	$^{90}_{38}Sr$	β^-	28yil
Toriy	$^{220}_{90}Tn$	α,γ	$7\cdot10^{3}$yil
Uran	$^{238}_{92}Ur$	α,γ	$4,5\cdot10^{9}$yil
Fosfor	$^{32}_{15}P$	β^-	14,3d
Natriy	$^{22}_{11}Na$	γ	2,6yil

24. Asosiy fizik doimiylar

(uchta ahamiyatli raqamgacha aniqlikda yaxlitlangan)

Erkin tushishning normal tezlanishi ..... $g=9,81 m/s^2$

Gravitatsion doimiylik ..... $G=6,67\cdot10^{-11}m^3/kg\cdot s$

Avogadro doimiysi ..... $N_A=6,02\cdot10^{23}mol^{-1}$

Universal gaz doimiysi ..... $R=8,31 J/K\cdot mol$

Standart hajm* ..... $V_m=22,4\cdot10^{-3}m^3/mol$

Bolsman doimiysi ..... $k=1,38\cdot10^{-23}J/K$

Faraday doimiysi ..... $F=9,65\cdot10^{4}C/mol$

Elementar zaryad ..... $e=1,60\cdot10^{-19}C$

Elektronning massasi ..... $m_e=9,11\cdot10^{-31}kg$

Elektronning solishtirma zaryadi ..... $e/m=1,76\cdot10^{11}C/kg$

Yorug'likning vakuumdagi tezligi** ..... $c=2,90\cdot10^{-3}m\cdot K$

Stefan-Bolsman doimiysi ..... $\sigma=5,67\cdot10^{-8}W(m^2\cdot k^4)$

Vin siljish qonunining doimiysi ..... $c=2,90\cdot10^{-3}m\cdot K$

Plank doimiysi ..... $h=6,63\cdot10^{-34}J\cdot s$

$h=h/(2\pi)=1,05\cdot10^{-34}J\cdot s$

Ridberg doimiysi ..... $R'=1,10\cdot10^{7}m^{-1}$

$R=3,29\cdot10^{15}s^{-1}$

Birinchi bor orbitasining radiusi ..... $a=5,29\cdot10^{-11}m$

Elektronning Kompton to'lqin uzunligi ..... $\lambda_c=2,43\cdot10^{-12}m$

Bor magnetoni ..... $\mu_B=9,27\cdot10^{-24}J//T$

Vodorod atomining ionlanish energiyasi ..... $E_i=2,16\cdot10^{-18}J$

Atom massa birligi ..... $1u=1,66\cdot10^{-27}kg$

Yadro magnetoni ..... $\mu_N=5,05\cdot10^{-27}J/T$

*Normal sharoitlarda ideal gazning molyar hajmi.

** 1973 yilda o'tkazilgan o'lchashlarga binoan yorug'likning vakuumdagi tezligi (299,792,462 ± 0,018) km/s ga teng.

QAYDLAR UCHUN.

QAYDLAR UCHUN.

CHERTOV A.G., VOROBYEV A.A.

FIZIKADAN MASALALAR TO‘PLAMI

O‘QUV QO‘LLANMA

Muharrir Z.N.Buranov

Bosishga ruxsat etildi 08.08.2024y. Bichimi 60X84 $^{1}/_{16}$.
Bosma tabog‘i 38,25. Shartli bosma tabog‘i 38,25. Adadi 20 nusxa.
Buyurtma №118. Bahosi kelishilgan narxda.
“Ma’rifat” nashriyoti. Toshkent, Salorbo‘yi kochasi, 35A.
O‘zbekiston Milliy universiteti bosmaxonasida bosildi.
Toshkent, Talabalar shaharchasi, O‘zMU.

ISBN 978-9910-665-15-8