G.A.UTEGENOVA, SH.DJ.TAJİBAEV

MATERÍALLAR QARSÍLÍǴÍ

ÓZBEKSTAN RESPUBLIKASÍ JOQARÍ HÁM ORTA ARNAWLÍ BÍLÍM MÍNÍSTRLÍGÍ

G.A.UTEGENOVA, SH.DJ.TAJİBAEV

MATERÍALLAR QARSÍLÍǴÍ

1 ta

Joqarı oqıw ornı arxitektura hám qurılıs tálim tarawı studentleri ushın oqıw qollanba

Bilim tarawı: 340000 – «Arxitektura hám qurılısı»
5340200 –Imaratlar hám inshaatlar qurılısı
5340400 – Qala qurılısı hám xojalıǵı
5340500- Qurılıs materiyalları, buyımları hám konstrukciyaların
islep shıǵarıw
5340400- Injenerlik kommunikaciyalar qurılısı hám montajı

«Excellent Polygraphy»
Tashkent – 2020

UQK: 539.3/.6:72+69(075.8)
KBK: 82.3 (5O'zb-6Qor)
U 90

G.A.Utegenova, Sh.Dj.Tajibaev. Materíallar qarsílígí. Joqarı oqıw ornı arxitektura hám qurılıs tálim tarawı studentleri ushın oqıw qollanba. –Tashkent. «Excellent Polygraphy» baspası. 2020-jıl. 272 bet.

Bul oqıw qollanba joqarı oqıw orınlarınıń 340000 – Arxitektura hám qurılıs bilim tarawı jáne basqa da joqarı texnikalıq oqıw orınları studentleri ushın Materiallar qarsılıǵı páninen tereń hám tıyanaqlı teoriyalıq bilim iyelew ushın mólsherlengen. Oqıw qollanba 12 baptan ibarat bolıp, olarda materiallar qarsılıǵı páni boyınsha tiykarǵı túsinikler, sozılıw hám qısılıw deformaciyası, kernewlilik jaǵdayı teoriyası, jıljıw deformaciyası, tegis kesimlerdiń geometriyalıq xarakteristikaları, buralıw deformaciyası, dúziw iyiliw deformaciyası, jılısıwlardı anıqlawdıń ulıwma usılları, statikalıq anıq emes sistemalar, quramalı qarsılıq, deformaciyalanǵan sistemalardıń turaqlılıǵı, kúshlerdiń dinamikalıq tásiri haqqında tolıq maǵlıwmatlar berilgen.

Pikir bildiriwshiler:
1. TashMAU NF «Awıl xojalıǵın mexanizaciyalastırıw» kafedrası professorı, texnika ilimleri doktorı O.P. Awezov

2. QMU «Arxitektura hám qala qurılısı» kafedrası docenti, ekonomika ilimleri kandidatı R.N. Eshniyazov

UQK: 539.3/.6:72+69(075.8)
KBK: 82.3 (5O'zb-6Qor)

ISBN 978-9943-5336-7-7

KIRISIW

Ilim hám texnika tez pát penen rawajlanǵan, islep shıǵarıw processleri mexanizaciya hám avtomatizaciyalasıp atırǵan házirgi waqıtta materiallar qarsılıǵı pánin puxta úyretiw áhmiyetli másele bolıp esaplanadı.

Házirgi waqıtta ilimiy-texnikalıq progresstiń tez pát penen rawajlanıwı qurılıp atırǵan imarat hám inshaatlardıń, shıǵarılıp atırǵan mashinalardıń sapasınıń artıwın hámde uzaq waqıt xızmet etiwin talap etedi. Usı talapqa baylanıslı texnikalıq joqarı oqıw orınlarında injenerlik tayarlıqtıń fundamental tiykarı bolǵan materiallar qarsılıǵı kursın oqıtıwdıń sapasın asırıw júdá úlken áhmiyetke iye.

Hár qıylı konstrukciyalardı joybarlaǵanda (imarat hám inshaatlardı, mashinalardı, ásbap hám úskenelerdi, h.t.b.) bekkemlilikke esaplaw zárúr boladı. Birinshi kóz qarasta onsha kózge túspeytuǵın kishkene bir detaldı qáte esaplawdıń ózi barlıq konstrukciyanıń buzılıwına, yaǵnıy isten shıǵıwına alıp keliwi múmkin.

Materiallar qarsılıǵında konstrukciya elementlerin bekkemlilikke, qattılıqqa, turaqlılıqqa esaplaw máseleleri qaraladı.

Materiallar qarsılıǵınıń tiykarın salıwshı bolıp belgili italiya ilimpazı Galileo Galiley (1564-1642) esaplanadı. Denege qoyılǵan júk penen deformaciya arasındaǵı baylanıstı eń dáslep 1660-jılı Robert Guk degen alım tájiriybe jolı menen anıqlaǵan.

Bul pánniń rawajlanıwına kóplegen belgili rus hám ózbek alımları óz úleslerin qosqan.

Bul oqıw qollanba texnikalıq joqarı oqıw orınları oqıw dásturi tiykarında jazılǵan bolıp, onda materiallar qarsılıǵı pánine tiyisli tiykarǵı maǵlıwmatlar bayan etilgen.

I BAP. TÍYKARǴÍ TÚSÍNÍKLER

1.1. «Materiallar qarsılıǵı» páni haqqında tiykarǵı túsinikler

«Materiallar qarsılıǵı» páni ulıwma injenerlik pán esaplanıp, konstrukciya, inshaatlar, mashina hám mexanizm bóleklerin bekkemlilikke, qattılıqqa hám turaqlılıqqa esaplaw usılların úyretedi.

Bekkemlilik – konstrukciya, inshaat, mashina hám mexanizm bókleriniń sırtqı kúshler tásirinde buzılıwǵa (qáwipli jaǵdayǵa) qarsılıq kórsetiw qásiyeti. Konstrukciya bókleriniń sırtqı kúshler tásirinde formasınıń hám ólshemleriniń ózgeriwi deformaciya dep ataladı.

Tábiyatta absolyut qattı, yaǵnıy deformaciyalanbaytuǵın hám jemirilmeytuǵın denelerdiń bolmaytuǵınlıǵı málim. Máselen, awırlıǵı 75 kg bolǵan kishi ápiwayı qurılıs gerbishin bassa, onıń biyikligi 1/20.000 sm ge kemeyedi. Bunda gerbishtiń eki qońsı atomı bir – birine shama menen 1/500000 Å (angstrem) ǵa jaqınlasadı ($2{\cdot}10^{-14}$ sm).

1 A=1/10000 mikron=$1{\cdot}10^{-8}$ sm ekenligi málim.

Shotlandiyadaǵı Fort qoltıǵındaǵı uzınlıǵı 3 km bolǵan aspa kópirdi uslap turıwshı polat arqanlardıń turaqlı deformaciyası shama menen 0,1 procentti, yaǵnıy 3 m di quraydı. Júklenbegen jaǵdayda polat atomları arasındaǵı aralıq derlik 2Å dı quraytuǵın bolsa,demek olar shama menen 2/1000 Å ǵa uzaqlasadı eken.

İnjenerlik konstrukciyalardıń normada jumıs islewin támiyinlew ushın olardıń bókleriniń deformaciyasın, yaǵnıy sırtqı kúshler tásirinde forma hám ólshemleriniń ózgeriwin shegaralaw zárúr boladı.

Qattılıq - injenerlik konstrukciya bókleriniń sırqı kúshler tásirinde deformaciyalanıwǵa qarsılıq kórsetiw qásiyeti. Qattılıqqa esaplaw nátiyjesinde konstrukciya bókleriniń deformaciyaǵa shıdamlı razmerleri anıqlanadı.

Turaqlılıq - injenerlik konstrukciya bókleriniń sırtqı kúshler tásirinde ózleriniń dáslepki teń salmaqlılıq jaǵdayın saqlaw qásiyeti bolıp esaplanadı. Konstrukciya bóleginiń sırtqı kúshler tásirinde óziniń dáslepki teń salmaqlılıq formasın hám

deformaciyalanıw túriniń sıpatın ózgertpesligi onıń normada jumıs islewi ushın júdá áhmiyetli.

İnjenerlik konstrukciyalarǵa qoyılatuǵın bekkemlilik, qattılıq hám turaqlılıq talapları ekonomikalıq talaplar menen baylanıslı sheshimlerge iye. Sebebi, birinshi úsh talaplardı qanaatlandırıw ushın materialdı kóbirek sarıplaw talap etilse, ekonomikalıq talaplar qárejetlerdi kemeytiw ushın materialdıń sarıplanıwın azaytıwdı názerde tutadı. «Materiallar qarsılıǵı» nıń esaplaw usılları járdeminde bul óz ara baylanıslı talaplar kesilisiwshi sheshimlerge keltiriledi.

«Materiallar qarsılıǵı» pánine tiyisli dáslepki ilimiy jumıslardı tariyxta 1638 jıldaǵı G. Galileydiń (İtaliyanıń Padue qalasındaǵı joqarı oqıw ornınıń matematika professorı) jumısları menen baylanıstıradı. Gey bir ádebiyatlarda İtaliya alımı Leonardo Da Vinchi (1452-1519) diń de bazı bir esaplawlardı orınlaǵanlıǵı kórsetiledi. Pánniń qáliplesiwi hám rawajlanıwında R. Guk, E. Mariott, Dyugamelp, Sh. Kulon, Ya. Bernulli, T. Yung, O. Koshi, A. Sen-Venan, O. Mor, L. Eyler, D.Juravskiy, F. Yasinskiy, S. Timoshenko, A. Belyaev, S. Ponomarev, V. Feodospev, ózbek alımlarınan M. Wrazboev, X. Raxmatullin, K. Mansurov, T. Rashidov, Q. Abdurashidov hám basqalardıń izertlewleri hám jaratqan ádebiyatları úlken áhmiyetke iye boldı.

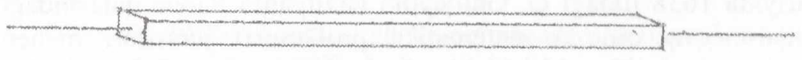
Materiallar qarsılıǵı boyınsha birinshi kitap Franciyada 1826 jılı baspadan shıqtı. Házirgi waqıtta da bul pánniń sheshiwi zárúr bolǵan máseleler elede kóp.

Bul pán óz máselelerin basqa pánlerge tiykarlanıp, olar menen úzliksiz baylanısta sheshedi. Materiallar qarsılıǵı páni, ásirese teoriyalıq mexanika páni menen baylanıslı. Sonıń menen birge olar arasında bazı bir máselelerge ayırmashılıqka iye kóz qaras ta bar. Máselen, teoriyalıq mexanikada deneler absolyut qattı dep esaplanılsa, materiallar qarsılıǵı páninde olardıń deformaciyalanıwları da názerde tutıladı. Usı tiykarǵı qaǵıydaǵa baylanıslı teoriyalıq mexanikanıń toplanǵan kúshti tásir sızıǵı boyınsha, jup kúshti óz tásir etiw tegisliginde kóshiriw qaǵıydaların deformaciyalanıwshı deneler mexanikasında qollanıwǵa bolmaydı.

1.2. İnjenerlik konstrukciya bólekleriniń esaplaw sxemaları

Quramalı formaǵa iye injenerlik konstrukciyalardıń elementleri sxemalastırılıp, ápiwayı formadaǵı deneler kórinisine keltiriledi. Olardıń qatarına tómendegiler kiredi:

1. **Brus** - kese kesiminiń eki ólshemi úshinshi ólshemi (uzınlıǵı) ne salıstırǵanda anaǵurlım úlken bolǵan dene. Bruslar dúziw hám iymek kósherli boladı. Kese kesimlerdiń awırlıq oraylarınıń brustıń uzınlıǵı boylap geometriyalıq ornı brustıń kósherin payda etedi (1.1-súwret).



1.1-súwret

Eger brus sozılıw yamasa qısılıwǵa jumıs islese - sterjen, buralıwǵa jumıs islese - val, iyiliske jumıs islese - balka dep ataladı.

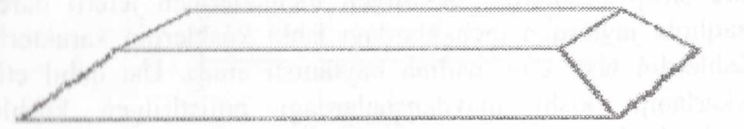
2. **Plastinka** - eki tegis bet penen shegaralanǵan hám usı tegis betler arasındaǵı aralıq, yaǵnıy deneniń qalıńlıǵı, basqa eki ólshemlerine salıstırǵanda kóp márte kishi bolǵan dene (1.2-súwret).

1.2-súwret

3. **Qabıq** - eki iymek bet penen shegaralanǵan bolıp, onıń qalıńlıǵı, yaǵnıy betler arasındaǵı aralıq, qalǵan eki ólshemine salıstırǵanda kóp mártebe kishi bolǵan dene (1.3- súwret).

1.3-súwret

4. **Massiv** - úsh ólshemi bir qıylı tártipte bolǵan dene (1.4-súwret).



1.4-súwret

5. Sterjenlerdi sharnirler járdeminde tutastırıp dúzilgen, forması geometriyalıq ózgermes sistema **ferma** dep ataladı. Fermanı qurawshı sterjenler tek ǵana sozılıw – qısılıwǵa jumıs isleydi.

6. Bruslardı qattı etip tutastırıp dúzilgen, forması geometriyalıq ózgermeytuǵın sistema **rama** dep ataladı.

1.3. Pánde qabıl etilgen tiykarǵı gipotezalar hám shekleniwler

«Materiallar qarsılıǵı» nıń usılları menen orınlanatuǵın esaplarda qaralatuǵın denelerdiń barlıq qásiyetlerin názerde tutıp bolmaydı. Esaplaw usılları ápiwayı hám esaplawlarda qollanılıwı qolaylı bolıwı kerek. Olar jeterli anıqlıqta hám konstrukciyaǵa qoyılatuǵın tiykarǵı talaplardı qanaatlandıratuǵın bolıwı zárúr.

Usı maqsetlerde tómendegi tiykarǵı ulıwma gipotezalar názerde tutıladı:

1 - gipoteza. Dene materialınıń dúzilisi úzliksiz. Bunda deneniń atomlarınıń dúzilisi esapqa alınbaydı, material deneniń kólemin boslıqsız toltıradı dep qaraladı.

2 - gipoteza. Deneniń materialı birgelkili, tutas hám izotroplı, yaǵnıy deneniń qásiyetleri onıń barlıq tochkalarında hám baǵdarlarında bir qıylı dep qaraladı.

3 - gipoteza. Denege sırttan kúsh tásir etpegenshe, onıń bólеksheleri arasında óz-ara tásir kúshleri payda bolmaydı (zorıqpağanlıq).

4 - gipoteza. Kúshler tásiriniń bir-birinen ǵárezsizlik qaǵıydası (principi). Bul qabıl etiwge kóre kúshler sistemasınıń denege tásir etiwleriniń ulıwma nátiyjesi hár bir kúshtiń bólek-bólek tásirleriniń nátiyjeleriniń jıyındısına teń.

5- gipoteza. Sen-Venan qaǵıydası (principi). Bul qabıl etiwge kóre sırtqı kúshlerdiń bekitilgen tochkalarınan jeterli dárejede uzaqlıqta jaylasqan tochkalardaǵı ishki kúshlerdiń xarakteri bul kúshlerdiń tásir etiw usılına baylanıslı emes. Usı qabıl etiwge tiykarlanıp, kishi maydanshalardaǵı bólistirilgen kúshlerdi, esaplawlardı ańsatlastırıw maqsetinde, toplanǵan kúsh penen almastırıwǵa boladı.

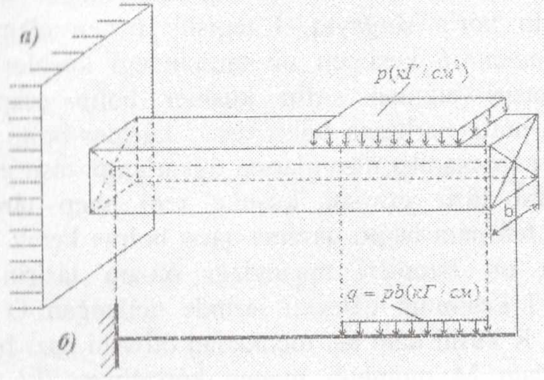
Usı tiykarǵı ulıwma qabıl etiwlerden basqa shekleniwler pánniń tiyisli bólimlerinde kórsetiledi.

1.4. Esaplaw sxemaları. Sırtqı kúshler

Injenerlik konstrukciya bólekleri jumıs processinde sırtqı tásirdi kúsh kórinisinde qabıl etedi hám olardı bir-birine jetkizip beredi. Konstrukciyaǵa tásir etiwshi kúshler oǵan salıstırǵanda sırtqı kúshler bolıp esaplanadı.

Konstrukciyaǵa tásir etiwshi kúshler esaplaw sxemaları járdeminde ámelge asırıladı.

Esaplaw sxemasın dúzgende brustıń júdá kishi maydanshasına túsetuǵın kúshlerdi toplanǵan kúsh penen ózgertedi. Toplanǵan kúsh deneniń júdá kishi maydanshasına qoyılǵanlıqtan, esaplardı jeńillestiriw maqsetinde tochka arqalı tásir etedi dep esaplanadı. Biraq úlken ólshemdegi maydanshaǵa túsetuǵın kúshlerdi toplanǵan kúshler menen ózgertip bolmaydı. Bunday kúshler bólistirilgen kúshler dep ataladı.



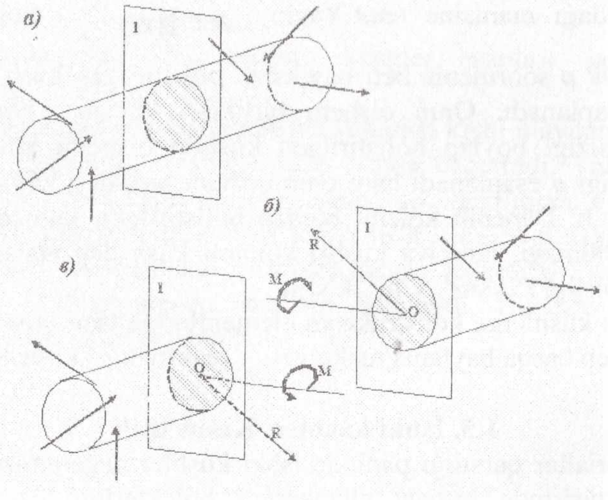
1.5-súwret

Mısalı 1.5-súwrette kórsetilgen brus beti boyınsha teń bólistirilgen tásir etiwshi r kúshi esaplaw sxemasında brus kósheri boylap teń bólistirilgen q kúshi menen ózgertiledi. Bet boyınsha tásir etiwshi teń bólistirilgen jayılǵan kúsh onıń intensivligi p menen xarakterlenedi. Intensivlik p deneniń júdá kishi maydanshasına túsetuǵın teń tásir etiwshi ΔP kúshiniń sol kishi maydansha ΔF ke qatnasınıń usı ΔF maydansha nolge umtılǵandaǵı mánisine teń. Yaǵnıy $p = \lim\limits_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta F}$. Solay etip, intensivlik p soorujenie beti boyınsha bólistirilgen kúsh ólshemi bolıp esaplanadı. Onıń ólshem birlikleri kG/sm^2, T/m^2 h.t.b. Kósher sızıǵı boylap bólistirilgen kúshtiń ólshemi bolıp, onıń intensivligi q esaplanadı hám onıń ólshem birlikleri kG/sm, T/m, kN/m h.t.b. Deneniń kólemi boylap bólistirilgen salmaq (mısalı inshaat salmaǵı, inerciya kúshi) kólemli kúsh dep ataladı. Onıń ólshem birligi kG/sm^3, T/m^3, kN/m^3.

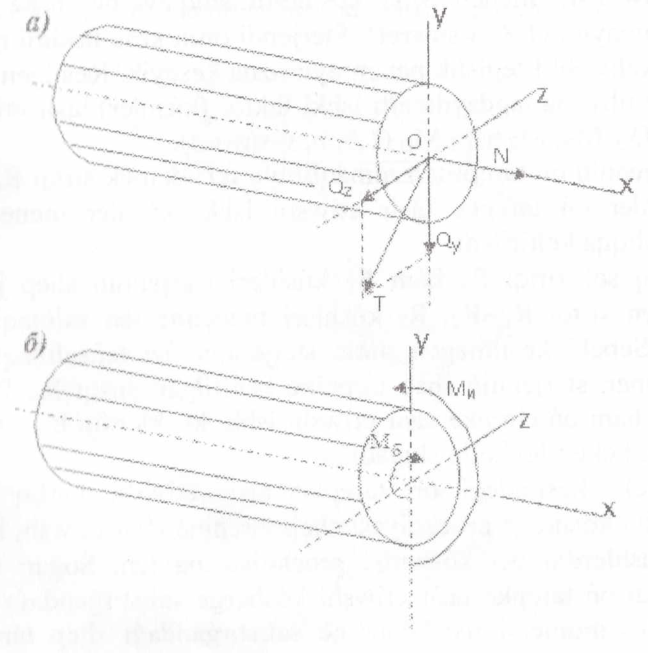
Sırtqı kúshlerge konstrukciya elementlerine tásir etiwshi aktiv kúshlerden basqa baylanıs reakciyası – reaktiv kúshlerde kiredi.

1.5. Ishki kúshler. Kesiw usılı

Materiallar qarsılıǵı páninde ishki kúshler degenimizde sırtqı kúshler tásirinde inshaat elementleri bólekleriniń óz-ara tásir etisiw kúshleri túsiniledi. 1.6-a, súwrette kórsetilgen sırtqı kúshler tásirinde bolǵan hám teń salmaqlılıqta turǵan konstrukciya elementlerin kórip shıǵayıq. I tegislik penen elementti kesip alayıq. Elementtiń kesilgen oń tárepindegi kúshler onıń shep tárepine tasiri jaǵınan sırtqı kúshler bolıp esaplanadı. Al elementtiń pútin barlıǵına bolsa, ishki kúshler bolıp esaplanadı. Bul kúshler (mexanika nızamlarına tiykarlanıp: tásir etiwshi kúsh qarama-qarsı tásir etiwshi kúshke teń) shep táreptiń ishki kúshlerine teń hám baǵıtı qarama-qarsı bolıwı kerek. Elementtiń shep hám oń tárepleri arasındaǵı óz-ara tásirin keńislikte esaplawdı I kesimniń qálegen jerinde tańlanǵan O tochkasına bekitilgen R kúshi hám usı tochkadan ótiwshi bazı bir kósherge salıstırǵandaǵı M momenti menen kórsetiwge (kóz aldımızǵa keltiriwge) boladı. Brustaǵı ishki kúshler onıń boylama kósherine perpendikulyar bolǵan kesimde anıqlanadı. (1.7-a, súwret). O tochkası brus kósherinde jaylasqan boladı hám onıń awırlıq orayına sáykes keledi. R vektorı bas vektor, al M momenti bolsa júrgizilgen kósher boyınsha tásir etiwshi ishki kúshler sistemasınıń bas momenti bolıp esaplanadı. Bas vektor R eki kúshke: yaǵnıy brus kósheri boylap baǵıtlanǵan N- boylama kúshke, hám kesim tegisliginde jatıwshı hámde kesim boylap baǵıtlanǵan T- kese kúshke jiklenedi.



1.6-súwret



1.7-súwret

M momenti eki momentke: kesim tegisligi boylap háreket etiwshi M_b – burawshı momentke hám kesim tegisligine perpendikulyar bolǵan tegislikte háreket etiwshi M_i – iyildiriwshi momentke jiklenedi. Hár bir N, T, M_b, M_i ishki kúshlerge brus deformaciyasınıń belgili bir túri sáykes keledi. N boylama kúshke sozılıw (yamasa qısılıw), T kese kúshke-jıljıw, M_b burawshı momentke-buralıw, M_i iyildiriwshi momentke iyiliw deformaciyaları sáykes keledi. T kese kúshti bir-birine perpendikulyar Q_Z hám Q_U kese kúshler arqalı ańlatqan maqul (1.7, a-súwret). M_i iyildiriwshi momentti z hám y kósherlerine salıstırǵandaǵı M_Z hám M_U momentleri arqalı ańlatqan maqsetke muwapıq boladı. Usı bas vektor R (N, Q_Z, Q_U) hám bas moment M (M_Z , M_x, M_U) niń altı qurawshısı ishki kúsh faktorları yamasa ishki kúshler dep ataladı. Olar kesiw usılı dep atalıwshı ulıwma usıl boyınsha anıqlanadı.

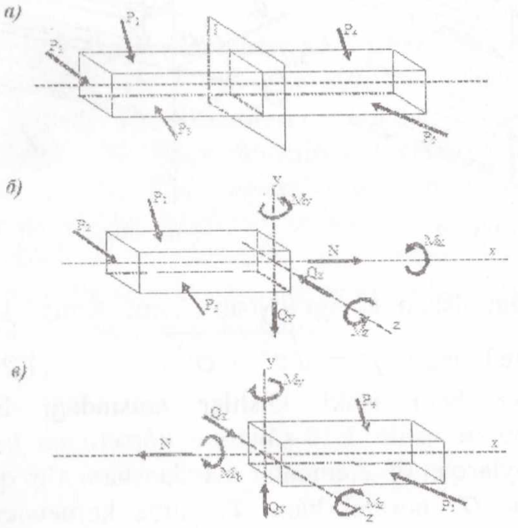
Kesiw usılı menen ishki kúshlerdi anıqlaw boyınsha mısal kórip shıǵayıq. (1.8, a-súwret). Sterjendi onıń kese kesimi menen sáykes keliwshi I tegislik penen oyımızda keseyik. Kesilgen kese-kesimde ulıwma jaǵdayda altı ishki faktor (kúshler) tásir etip tur: N, Q_Z , Q_U, M_B, M_Z hám M_U (1.8, b, v-súwret).

Sterjenniń oń tárepi teńsalmaqlılıqta tur: demek sırtqı R_4 hám R_5 kúshler oń tárepke tásir etiwshi ishki kúshler menen teń salmaqlılıqqa keltiriledi.

Biraq sol sırtqı R_4 hám R_5 kúshleri sterjenniń shep jaǵına bekitilgen sırtqı R_1, R_2, R_3 kúshleri menende teń salmaqlılıqta boladı. Sebebi kesilmegen pútin sterjenniń ózi teńsalmaqlılıqta tur. Bunnan sterjenniń shep tárepine bekitilgen sırtqı R_1, R_2, R_3 kúshleri hám oń tárepke tásir etiwshi ishki kúshlerdiń bir - birine ekvivalent ekenligi kelip shıǵadı.

Demek, kesimdegi oń tárepke tásir etiwshi barlıq ishki kúshlerdiń kósherge proekciyası shep tárepine tásir etiwshi barlıq sırtqı kúshlerdiń usı kósherge proekciyasına teń. Soǵan uqsas kesimdegi oń tárepke tásir etiwshi kósherge salıstırǵandaǵı ishki kúshlerdiń momenti usı kósherge salıstırǵandaǵı shep tárepine tásir etiwshi barlıq sırtqı kúshlerdiń momentlerine teń. Mısal retinde 1.8-súwrette kórsetilgen sterjenniń I kese kesimindegi N boylama kúshiniń mánisin anıklayıq. Eger proekciya ushın ońnan shepke qaraǵan baǵdardı oń baǵdar dep esaplasaq 1.8,v-súwretten oń tárepke tásir etiwshi barlıq ishki kúshlerdiń x kósherine proekciyası +N ǵa teń ekenligi kórinip turıptı. Sonlıqtan N kúshi sterjenniń shep tárepine tásir etiwshi sırtqı kúshlerdiń (R_1, R_2, R_3) x kósherge proekciyalarınıń summasına teń (1.8, b-súwret). Tap sonday sterjenniń kese kesimindegi M_B burawshı momenttiń mánisi x kósherine salıstırǵandaǵı R_1, R_2, R_3 kúshlerden alınǵan momentlerdiń summasına teń, eger x kósheriniń shep tárepinen oń tárepine qaraǵanda saat baǵdarı boyınsha baǵdarlanǵan momentlerdi oń baǵdar dep esaplasaq (1.8, b-súwret). Kese kesimde shep tárepten oń tárepke tásir etiwshi ishki kúshlerdi sterjenniń oń bólegine tásir etiwshi sırtqı kúshler arqalı tabıwǵa da boladı. Bunıń ushın sırtqı kúshlerdiń tańlanǵan kósher boyınsha alınǵan proekciyalarınıń hám usı kósherlerge

salıstırǵandaǵı momentlerdiń baǵdarın qarama-qarsı tárepke ózgertiw kerek.



1.8-súwret

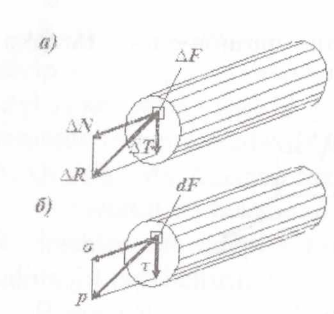
1.6. Kernewler

Deneniń júdá kishi maydanshasına tásir etetuǵın teń tásir etiwshisi ΔR ǵa teń ishki kúshlerdiń sol kishi maydansha ΔF ke qatnası ishki kúshlerdiń intensivligi p menen xarakterlenedi. Yaǵnıy:

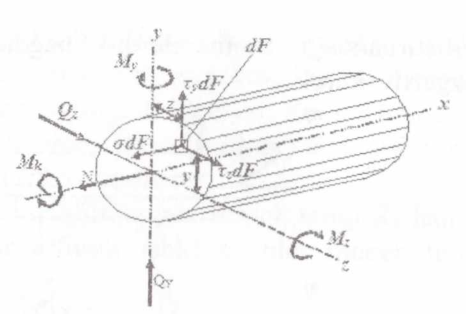
$$p = \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta R}{\Delta F} \quad (1.9, \text{a-súwret}).$$

ΔR kúshin bir-birine perpendikulyar jaylasqan urınba ΔT hám normal ΔN kúshlerge jikleyik. Berilgen tochkada urınba kúshlerdiń intensivligi urınba kernew dep hám ol τ (tau) háribi menen, al normal kúshlerdiń intensivligi normal kernew dep hám ol σ (sigma) háribi menen belgilenedi. τ hám σ kernewleri tómendegi formula menen beriledi:

$$\left.\begin{aligned} \tau &= \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta F}; \\ \sigma &= \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta F}; \end{aligned}\right\} \quad (1.1)$$



1.9-su'wret



1.10-su'wret

Kernewdiń ólshem birligi kN/sm^2, T/m^2, N/m^2. Tolıq kernew tómendegishe boladı: $p=\sqrt{\tau^2+\sigma^2}$. (1.2)

Kernewler hám ishki kúshler arasındaǵı baylanıslardı anıqlayıq. Bunıń ushın 1.10-súwrette kórsetilgen brustıń kese-kesiminde jaylasqan dF elementar maydanshanı alıp qarayıq.. Bul maydanshaǵa σ normal hám τ urınba kernewler tásir etip turǵan bolsın. Urınba τ kernewdi u hám z kósherlerine parallel τ_y hám τ_z urınba kernewlerge jikleyik. Elementar dF maydanshaǵa x, u, z kósherlerine parallel $\sigma dF, \tau_y dF$ hám $\tau_z dF$ elementar kúshler tasir etpekte. Barlıq elementar kúshlerdiń (F kesimdegi barlıq dF elementar maydanshalarǵa tásir etiwshi) x, u, z kósherlerge proekciyası hám usı kósherlerge salıstırǵandaǵı elementar kúshlerdiń momentleri tómendegishe ańlatıladı:

$$\left.\begin{array}{l} N=\int_F \sigma dF;\ \ Q_y=\int_F \tau_y dF;\ \ Q_z=\int_F \tau_z dF; \\ M_k=\int_F (\tau_z y-\tau_y z)dF;\ \ M_y=\int_F \sigma z dF;\ \ M_z=-\int_F \sigma y dF. \end{array}\right\} \quad (1.3)$$

Bul ańlatpalardıń shep jaǵında brustıń kese kesiminde tásir etip turǵan ishki kúshler kórsetilgen. Olarǵa: N – boylama kúsh, Q_U hám Q_Z – kese kúshler, M_B – burawshı moment, M_U – u kósherine salıstırǵandaǵı (xz tegisligi boylap) iyildiriwshi

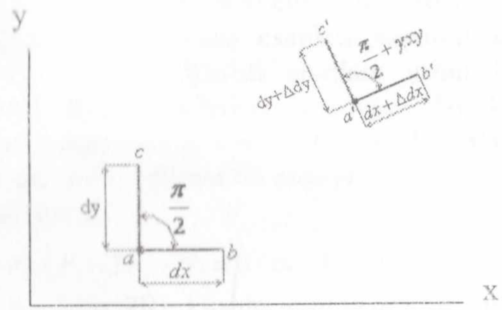
moment, M_Z – z kósherine salıstırǵandaǵı (xy tegisligi boylap) iyildiriwshi moment.

1.7. Deformaciyalar hám jılısıwlar

Eger konstrukciyaǵa kúsh tásir etse ol deformaciyalanadı, yaǵnıy onıń forması hám ólshemleri ózgeredi.

1.11-súwrette kórsetilgen deneniń *a* tochkası arqalı sheksiz kishi bolǵan *av* hám *as* kesindilerin júrgizeyik hám bul kesindilerdiń uzınlıqları dx hám dy bolsın.

Denege kúsh tásir etkennen keyin kesindiler uzınlıǵınıń ólshemleri Δdx hám Δdu ke ózgergen bolsın. (yaǵnıy *a,v,s* tochkaları *á,v',s'* jaǵdayına qozǵalsın).



1.11-su'wret

$\frac{\Delta dx}{dx}$ qatnası a tochkasında ε_x sızıqlı deformaciyanı beredi.

Yaǵnıy $\varepsilon_x=\frac{\Delta dx}{dx}$. Tap sonday $\varepsilon_y=\frac{\Delta dy}{dy}$ hám $\varepsilon_z=\frac{\Delta dz}{dz}$.

Kúsh tásir etkennen keyingi *av* hám *as* kesimleriniń arasındaǵı tuwrı múyeshtiń ózgeriwi $\gamma_{xy}-xy$ tegisliginiń *a* tochkasındaǵı múyeshli ózgeriwi dep ataladı. Soǵan uqsas γ_{yz} hám γ_{zx} - uz hám zx tegisliklerindegi múyeshli deformaciyanı anıqlaydı.

Tekseriw ushın soraw h'ám tapsırmalar

1. Mashina h'ám inshaat bóleklerine qanday konstruktivlik talaplar qoyıladı?
2. Materiallar qarsılıǵı páninde deformaciyalanıwshı qattı dene qanday toparlarǵa ajıratılıp úyreniledi?
3. Sırtqı kúshler qanday toparlarǵa ajıratıladı?
4. Deformaciyalardıń túrlerin túsindirip beriń.
5. İshki kúshler degende qanday kúshlerdi túsinesiz? Kesindiler usılınıń áh'miyeti neden ibarat?
6. Qanday maqsette kernew túsinigi kirgizilgen? Onıń ólshem birligi qanday?
7. Materiallar qarsılıǵı páninde qabıl etilgen shekleniw (gipoteza) lerdiń mazmunın túsindiriń.

II-BAP. SOZÍLÍW HÁM QÍSÍLÍW

2.1. Boylama kúshler

Eger brustıń kese kesiminde tek ǵana boylama kúshler payda bolıp, al qalǵan ishki faktorlardıń barlıǵı nolge teń bolsa, onda bunday deformaciya oraylıq sozılıw (yamasa qısılıw) deformaciyası dep ataladı.

Sozıwshı boylama kúshler oń, al qısıwshı boylama kúshler teris belgisi menen qabıl etilgen. 2.1,a-súwrette brus kósheri boylap baǵdarlanǵan R_1, R_2, kúshleri, kósherge parallel hám onnan teńdey qashıqlıqta c kese kesimine bekitilgen eki R_3 kúshleri hám kósherge α múyesh penen baǵdarlanǵan hámde d kese kesimine kósherden teńdey aralıqta bekitilgen eki R_4 kúshleri menen júklengen, shep ushı bekkemlengen brustı kórip shıǵayıq.

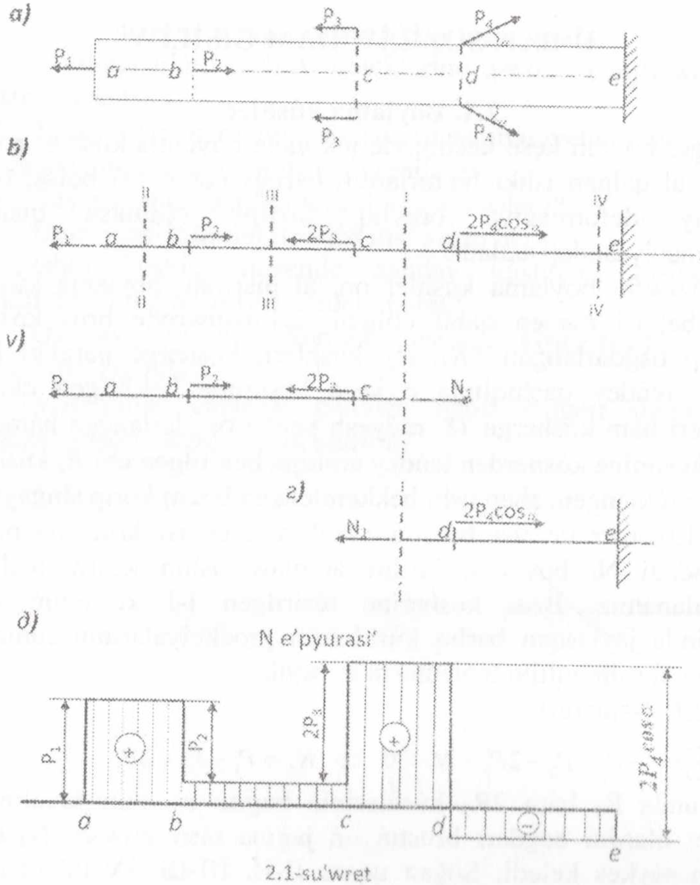
2.1,b-súwrette usı brustıń esaplaw sxeması kórsetilgen. I-I kesimdegi N_I boylama kúshti anıqlaw ushın kesiw usılınan paydalanamız. Brus kósherine túsirilgen I-I kesimniń shep tárepinde jaylasqan barlıq kúshlerdiń proekciyalarınıń summası arqalı teń salmaqlılıq teńlemesin dúzeyik
(2.1, v-súwret).

$$\sum x = -P_1 + P_2 - 2P_3 + N_I = 0 \quad \Rightarrow \; N_I = P_1 - P_2 + 2P_3$$

Bunda R_1 hám $2R_3$ kúshleriniń baǵıtı oń mániste alınǵan, sebebi olardıń baǵdarı brustıń oń jaǵına tásir etiwshi N_I kúsh penen sáykes keledi. Soǵan uqsas II-II, III-III, IV-IV (2.1, b-súwret) kese kesimlerdegi boylama kúshlerdi anıqlayıq:

$N_{II} = R_1$; $N_{III} = R_1 - P_2$; $N_{IV} = P_1 - P_2 + 2P_3 - 2P_4 \cos\alpha$.

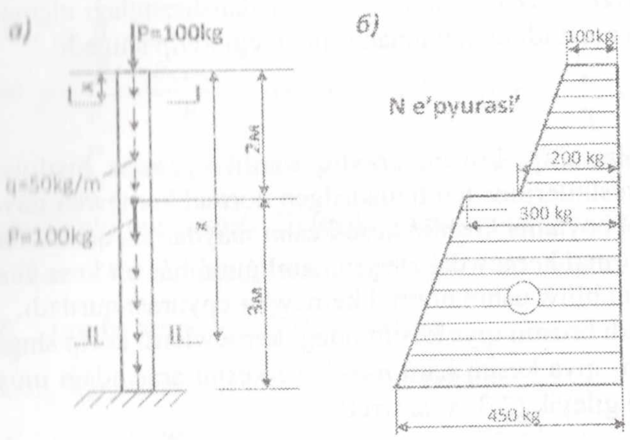
Boylama kúshlerdiń brustıń kósher uzınlıǵı boylap ózgeriwin kórsetiwshi hám boylama kúsh epyurası (N epyurası) dep atalıwshı grafikti dúzeyik (2.1, d-súwret). Buníń ushın brustıń kósherine parallel etip epyuranıń *ae* kósherin júrgizemiz, hám brus kósherine perpendikulyar etip brus kese-kesimlerindegi boylama kúshlerdiń mánisin beriwshi ordinatalar sızamız. Usı jol menen alınǵan epyuranı kósherge perpendikulyar sızıqlar menen shtrixlaymız. Hár bir sızıq brustıń sol kese-kesimdegi boylama kúshtiń mánisin beredi.



2.1-su'wret

Brusqa kósher boylap bólistirilgen sırtqı kúshler tásir etkende brus qatlamlarında boylama kúshler úzliksiz ózgeredi. Mısal ushın 2.2-súwrette kórsetilgen brustı kórip shıǵayıq. Bul brusqa eki R=100kG bolǵan kúshten basqa, intensivligi q=50kG/m bolǵan bólistirilgen kúsh (brustıń óz salmaǵı) tásir etedi.

N epyurası brustıń joqarǵı tárepinen baslap tómenge qarap x aralıqtaǵı kesimler ushın boylama kúshler teńlemesi boyınsha dúziledi:



2.2-su'wret

a) I-I kesim ushın $(0 \le x \le 2m)$

$$N_I = -P - qx = -100 - 50x$$

$x=0$ bolǵanda N_I=-100kG;

$x=2m$ bolǵanda N_I=-100-50·2=-200kG.

b) II-II kesim ushın $(2m \le x \le 5m)$

$$N_{II} = -P - qx - P = -200 - 50x$$

$x=2m$ bolǵanda N_{II}=-200-50·2=-300kG;

$x=5m$ bolǵanda N_{II}=-200-50·5=-450kG.

2.2. Brustıń kese hám qıya kesimlerindegi kernewler

Brustıń kese kesiminde payda bolatuǵın N boylama kúsh – bul kesim maydanshası boyınsha bólistirilgen ishki normal kúshlerdiń teń tásir etiwshisi bolıp esaplanadı hám usı kesimde payda bolatuǵın normal kernew menen tómendegishe baylanısqan:

$$N = \int_F \sigma dF \qquad (2.1)$$

Bul jerde σ – kese kesimniń qálegen dF elementar maydanshasında jaylasqan tochkadaǵı normal kernew.

F- brus kese kesiminiń maydanı.

$\sigma dF = dN$ ańlatpası dF maydanshasındaǵı elementar ishki kúshti ańlatadı hám bunnan tómendegi kelip shıǵadı:

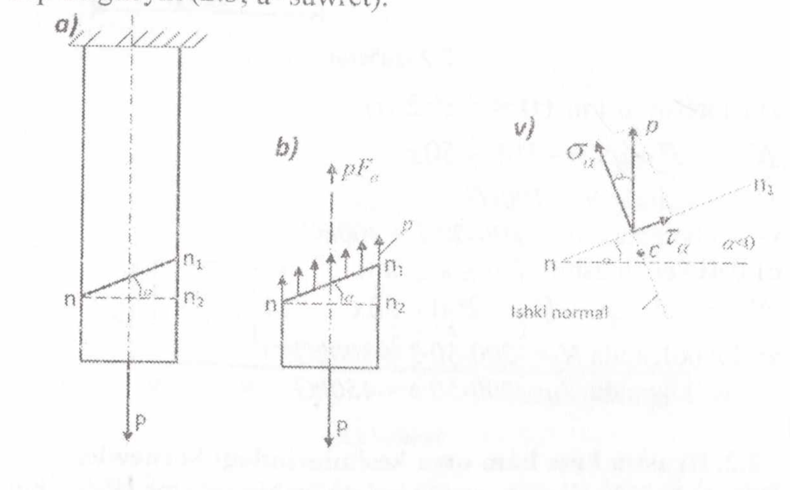
$$\sigma = \frac{N}{F} \quad (2.2)$$

Solay etip, brustıń oraylıq sozılıw yamasa qısılıwında onıń kese kesimlerinde teń bólistirilgen normal kernewler payda boladı hám ol boylama kúshtiń kese-kesim maydanına qatnasına teń.

Normal kernewdiń sterjen uzınlıǵınıń hár bir kese kesimindegi mánisin biliw ushın normal kernewler epyurası qurıladı.

Endi brustıń qıya kesimindegi kernewlerdi kórip shıǵayıq.

n-n_1 qıya kesim hám n-n_2 kese-kesim arasındaǵı múyeshti α dep belgileyik (2.3, a- súwret).



2.3-su'wret

Brustıń n-n_1 menen kesilgen tómengi bólegin alıp qarayıq. (2.3, b-súwret)

Teń salmaqlılıq shárti boyınsha r kernewi brus kósherine parallel hám R kúshine qarama-qarsı baǵıtlanǵan, al n-n_1 kesimdegi háreket etiwshi pF_α ishki kúsh R ǵa teń.

Bul jerde F_α – n-n_1 qıya kesim maydanı hám ol $\frac{F}{\cos\alpha}$ (F-brustıń n-n_2 kese kesiminiń maydanı) ǵa teń.

Demek $P = p \cdot F_\alpha$ (2.3)

Bunnan $p = \frac{P}{F_\alpha} = \frac{P\cos\alpha}{F} = \sigma\cos\alpha$ (2.4)

Bunda $\sigma = \frac{P}{F}$ – brustıń kese-kesimindegi normal kernew.

p kernewin eki qurawshıǵa jikleyik: yaǵnıy n-n_1 qıya kesimge perpendikulyar σ_α normal kernewge, hám n-n_1 qıya kesimge parallel τ_α urınba kernewge (2.3, v-súwret).

σ_α hám τ_α mánisleri tómendegishe boladı:

$$\sigma_\alpha = p \cdot \cos\alpha = \sigma\cos^2\alpha \quad (2.5)$$

$$\tau_\alpha = p \cdot \sin\alpha = \sigma\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{\sigma}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad (2.6)$$

Normal kernew sozıwshı kúshte oń, al qısıwshı kúshte teris esaplanadı. Eger urınba kernew vektorı kesimge ishki normaldıń qálegen C tochkasına salıstırǵanda deneni saat strelkası boyınsha aylandırıwǵa urınsa oń esaplanadı, al kerisinshe bolsa teris boladı.

2.3. Boylama hám kese deformaciyalar

Uzınlıǵı ℓ bolǵan, kese kesiminiń maydanı barlıq jerinde birdey bolǵan há oń tárepi bekkemlenip qatırılǵan hám shep tárepine sozıwshı R kúshi túsirilgen brustı alıp qarayıq (2.4-súwret).

R kúshi tásirinde brus $\Delta\ell$ aralıqqa sozıladı. Sozılǵan $\Delta\ell$ aralıǵı tolıq yamasa absolyut sozılıw (absolyut boylama deformaciya) dep ataladı.

Salıstırmalı boylama deformaciya ε absolyut uzayıw $\Delta\ell$ dıń, brus uzınlıǵı ℓ ǵa qatnasına aytıladı: Yaǵnıy

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad (2.7)$$

Eger brus sozılsa, salıstırmalı boylama deformaciyanıń belgisi oń boladı, al qısılsa teris boladı.

Tájiriybeler tómendegi baylanıstı kórsetedi:

$$\varepsilon = \frac{N}{EF} \qquad (2.8)$$

Bul jerde N – brustı kese kesimindegi boylama kúsh;

F – brustıń kese kesiminiń maydanı;

E– materialdıń fizikalıq qásiyetlerine baylanıslı bolǵan koefficient, ol birinshi dárejeli boylama elastiklik moduli yamasa Yung moduli dep ataladı.

Brustıń kese kesimindegi normal kernewdiń $\sigma = \dfrac{N}{F}$ ekenligin esapqa alsaq tómendegi kelip shıǵadı:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \qquad (2.9)$$

Bunnan $\sigma = \varepsilon E$ (2.10)

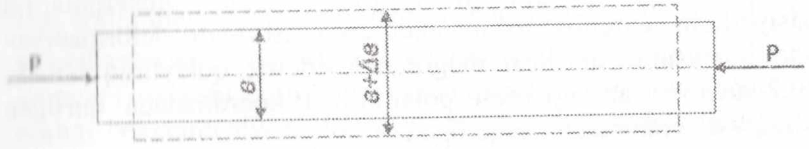
Brustıń absolyut uzayıwı tómendegishe

$$\Delta\ell = \varepsilon\ell = \frac{N\ell}{EF} \qquad (2.11)$$

Yaǵnıy brustıń absolyut boylama deformaciyası boylama kúshke tuwrı proporcional. Bul proporcionallıqtı birinshi bolıp R.Guk (1660j.) keltirip shıǵarǵan. Usı (2.9), (2.10) hám (2.11) formulaları sozılıw-qısılıwdaǵı Guk nızamınıń matematikalıq ańlatpası bolıp esaplanadı.

EF kóbeymesi brus kese kesiminiń sozılıw yamasa qısılıwdaǵı qattılıǵı (jestkost) dep ataladı.

Brusqa sozıwshı yamasa qısıwshı kúshler tásir etkende boylama deformaciyadan basqa kese deformaciyalarda payda boladı. Sebebi brus sozılǵanda onıń kese kesiminiń ólshemleri kishireyedi, al qısılǵanda úlkeyedi. Egeŕ bruska qısıwshı R kúshi tásir etpey turǵandaǵı kese kesiminiń ólshemin v dep belgilesek (2.5-súwret), al kúsh tásir etkennen keyingi usı ólshemniń ózgeriwin $в + \Delta в$ dep alsaq, onda $\Delta в$ nıń mánisi brustıń absolyut kese deformaciyasın ańlatadı.



2.5-su'wret

$\varepsilon' = \dfrac{\Delta в}{в}$ qatnası salıstırmalı kese deformaciya bolıp esaplanadı.

Tájiriybeler ε' salıstırmalı kese deformaciyanıń qarama-qarsı belgi menen alınǵan ε salıstırmalı boylama deformaciyaǵa tuwrı proporcional ekenligin kórsetedi, yaǵnıy:

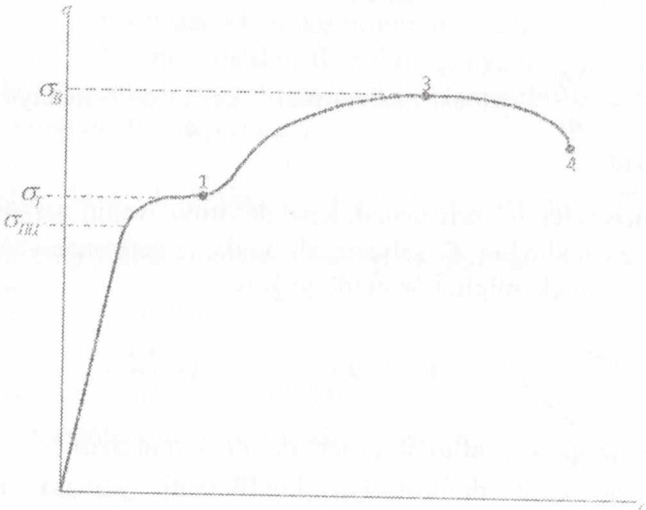
$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon \qquad (2.12).$$

μ - proporcionallıq koefficienti, brus materialına baylanıslı bolıp, ol kese deformaciya koefficienti yamasa Puasson koefficienti dep ataladı. Ol absolyut mánisi menen alınǵan kese deformaciyanıń boylama deformaciyaǵa qatnasına teń, demek:

$$\mu = \left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right| \qquad (2.13)$$

2.4. Sozılıw hám qısılıw diagramması

Materiallardıń qásiyetleri materialdan jasalǵan arnawlı úlgini sınaw arqalı anıqlanadı. Sozılıwǵa sınaw statikalıq sınawlar ishinde keń tarqalǵan hám eń ápiwayısı bolıp esaplanadı. Onıń nátiyjeleri tiykarında materialdıń basqa deformaciyalarǵa da qarsılıq kórsetiw qásiyetleri haqqında juwmaq shıǵarıw imkaniyatın beredi. Ayırım qurılıs materialları, mısalı tas, cement hám betonlar tiykarınan qısılıwǵa sınaladı. Sınaw hár túrli tiptegi arnawlı mashinalarda ótkeriledi. Sınaw processinde mashinaǵa bekitilgen arnawlı qurılma avtomat túrde «kúsh-absolyut sozılıw» koordinatasında diagramma sızadı. Biraq materiallardıń qásiyetlerin úyreniw ushın «kernew-salıstırmalı deformaciya» koordinatasında qurılǵan diagramma ádewir qolaylıraq boladı. 10.2-súwrette az uglerodlı polattıń usı koordinatada qurılǵan sozılıw diagramması kórsqetilgen.



2.6-su'wret

Bul diagrammada ordinata kósheri boylap σ kernew, abcissa kósheri boylap salıstırmalı deformaciya (uzayıw) ε kórsetilgen. Sozıwshı kernew $\sigma_{ПЦ}$ mánisine jetpegenshe diagramma tuwrı sızıqtı kórsetedi, yaǵnıy salıstırmalı uzayıw ε kernew σ ǵa tuwrı proporcional. Basqasha qılıp aytqanda kernewdiń $\sigma_{ПЦ}$ mánisine deyin Guk nızamı saqlanadı. Kernew $\sigma_{ПЦ}$ mánisinen kóbeygennen keyin salıstırmalı uzayıw ε kernewge tuwrı proporcional emes, al tezirek ósedi. Kernew σ_T mánisine jetkende deformaciya kernew kóbeymesede ósip baslaydı hám diagrammada abcissa kósherine parallel tuwrı sızıq payda boladı.

Bul aralıq materialdıń aǵıwshańlıq shegarası dep ataladı, al σ_T - aǵıwshanlıq shegi dep ataladı. Úlginiń keyingi sozılıw aralıǵında kernew (sozıwshı kúsh) taǵıda ósip baradı. Diagrammadaǵı 1 – 3 aralıǵı bekkemleniw aralıǵı dep ataladı. Úlgi shıday alatuǵın eń úlken shártli kernew bekkemlilik shegi yamasa waqtınshalıq qarsılıq dep ataladı, hám ol σ_B menen belgilenedi. Bul kernew diagrammada 3 tochkasına sáykes keledi. Úlginiń keyingi sozılıwı sozıwshı kúshtiń azayıwına alıp keledi. Bekkemlilik shegine jetkennen soń úlgide jergilikli jińishkeriw, yaǵnıy «moyınsha» payda boladı hám usı moyınsha átirapında úlgi úziledi. Sozılıw hám qısılıw diagramması tolıq túrde laboratoriyalıq sabaqlar waqtında úyreniledi.

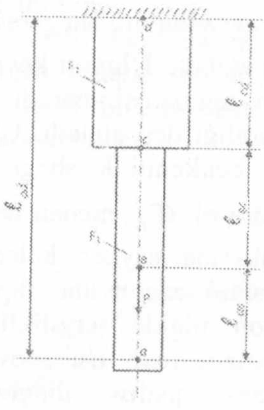
2.5. Brus kese-kesiminiń jılısıwı

2.7-súwrette kórsetilgen sozıwshı R kúshi tásir etip turǵan brustıń kósherinde jaylasqan a tochkasınıń vertikal boylama δ_a jılısıwın anıqlayıq. Ol brustıń ad aralıǵınıń absolyut deformaciyasına teń boladı. Yaǵnıy $\delta_a = \Delta\ell_{ad}$

Brustıń boylama deformaciyalanıwı 2.11 formulası menen anıqlanadı:

$$\Delta\ell = \frac{N\ell}{EF}$$

Brustıń av aralıǵında boylama kúsh N nolge teń (brustıń óz awırlıǵı esapqa alınbaydı), al vs aralıǵında ol R ǵa teń, bunnan basqa as aralıǵınıń kese kesiminiń maydanı F_1 ge teń, al sd aralıǵınıń kese kesiminiń maydanı bolsa F_2 ge teń. Sonıń ushın ad aralıǵında boylama deformaciyanı úsh aralıqqa, yaǵnıy av, vs hám sd



2.7-su'wret

aralıqlarındağı boylama deformaciyalardıń summası retinde qaraw kerek. Yağnıy:

$$\Delta\ell_{ad} = \Delta\ell_{ab} + \Delta\ell_{bc} + \Delta\ell_{cd}$$

Aralıqlardağı boylama kúshler tómendegishe:

$$N_{ab} = 0; \quad N_{bc} = N_{cd} = P$$

(2.11) formulası boyınsha

$$\Delta\ell_{ab} = 0; \quad \Delta\ell_{bc} = \frac{P \cdot \ell_{bc}}{EF_1}; \quad \Delta\ell_{cd} = \frac{P \cdot \ell_{cd}}{EF_2};$$

$$\delta_a = \Delta\ell_{ad} = \frac{P}{E}\left(\frac{\ell_{bc}}{F_1} + \frac{\ell_{cd}}{F_2}\right)$$

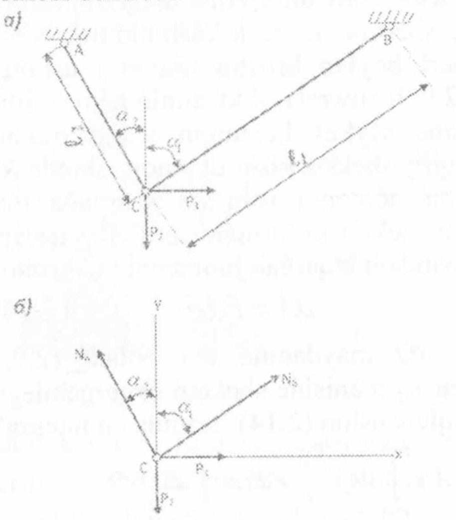
Brus kósheriniń uzınlığı boyınsha teń bólistirilgen kúsh tásir etkende, onıń kese kesimindegi boylama (normal) kúsh úzliksiz ózgeredi. Bunday jağdayda boylıq deformaciyanı (2.11) formulası boyınsha anıqlaw ushın brustı *dl* uzınlıqqa iye sheksiz kishi uchastkalardıń sheksiz sanlı kópliginen quralğan dep qaraw kerek. Bunday hár bir uchastkanıń boylıq deformaciyası $\Delta(dl) = \frac{Ndl}{EF}$ ańlatpası menen ańlatıladı, al *l* uzınlıqqa iye brustıń tolıq deformaciyası:

$$\Delta l = \int_l \frac{Ndl}{EF} \quad (2.13, a).$$

Bunday jağday ushın δ epyurasın qurıw 2.7. bapta qaralğan.

Endi eki sterjen, A hám V ushları sharnirli qatırılğan hám C tochkasında bir-biri menen ulıwma sharnir menen biriktirilgen sharnirli-sterjenli sistemanı alıp qarayıq (2.8-súwret).

A, B hám C sharnirleri ideal, yağnıy olarda súykelis kúshi joq dep qaraladı. S túyinin kesip alıp (2.8, b-súwret), R_1, R_2 sırtqı kúshler hám boylama N_A, N_B kúshleriniń qatnasıwında eki teń salmaqlılıq teńlemesi dúziledi.



2.8-su'wret

Bunıń ushın joqarı qaray vertikal u hám shepten ońğa qaray gorizontal bağıtta x koordinatalar kósherin sızamız. Sońınan x hám u kósherlerine barlıq kúshlerdiń proekciyasın túsirip eki teń salmaqlılıq teńlemesin dúzemiz:

$$\sum x = P_1 - N_A \cdot \sin\alpha_2 + N_B \cdot \sin\alpha_1 = 0$$

$$\sum y = -P_2 + N_A \cdot \cos\alpha_2 + N_B \cdot \cos\alpha_1 = 0$$

Bul teńlemeni sheshiw arqalı N_A hám N_B boylama kúshlerdi tabamız hám 2.11 formula arqalı $\Delta\ell_{AC}$ hám $\Delta\ell_{BC}$ boylama deformaciyaların anıqlaymız.

2.6. Kúshtiń statikalıq tásir etiwindegi atqarǵan jumısı. Deformaciyanıń potencial energiyası

Áste-aqırın nolden baslap belgili bir shamaǵa deyin ósiwshi R kúshi tásirindegi brustıń júkleniwin kórip shıǵayıq (2.9-súwret). Bunday júkleniw statikalıq júkleniw dep atadadı. R kúshi brusta boylama deformaciyanı payda etedi hám sonıń aqıbetinde brustıń kese-kesimi jılısadı. Nátiyjede R kúshi jumıs atqaradı.

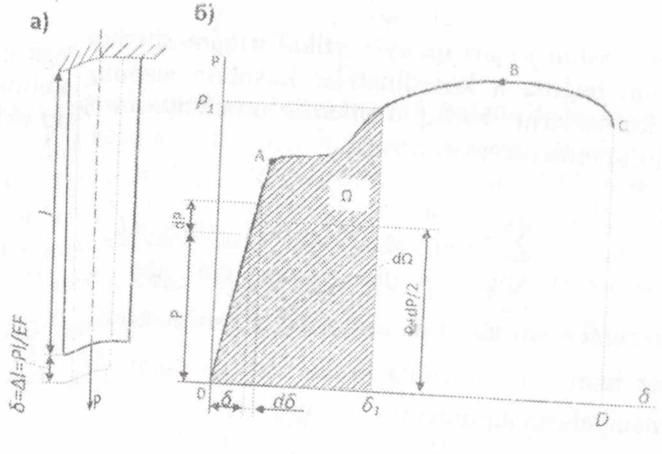
R kúshi tásirinen brustıń sozılıw diagrammasın qurayıq.

Ordinata kósheri boyınsha R kúshiniń mánisin jaylastırayıq, al abscissa kósheri boylap brustıń tómengi ushınıń jılısıwı δ nı jaylastırayıq (2.9, b-súwret). R kúshiniń hám δ jılısıwınıń qanday da bir mánisine sáykes keletuǵın waqıt momentin t menen belgileyik. Yaǵnıy sheksiz kishi dt waqıt ishinde R kúshi dP ócim aladı, al brustıń tómengi ushı $d\delta$ shamaǵa tómenge jılısadı. Ekinshi dárejeli sheksiz kishi mánislerdi alıp taslap R kúshiniń $d\delta$ shamaǵa jılısıwındaǵı atqarǵan jumısınıń ańlatpasın qurayıq:

$$dA = Pd\delta \qquad (2.14)$$

dA jumısı $d\Omega$ maydanına teń boladı (2.9, b-súwret). R kúshiniń nolden R_1 mánisine shekem ózgergendegi tolıq atqarǵan jumısı A nı anıqlaw ushın (2.14) formulasın integrallaymız:

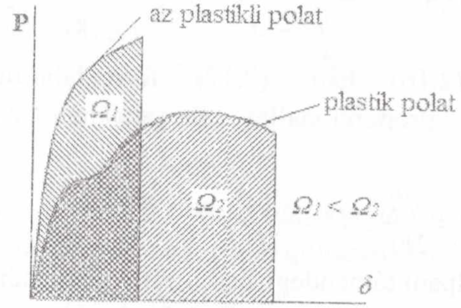
$$A = \int_{P=0}^{P=P_1} dA = \int_{P=0}^{P=P_1} Pd\delta = \int_{P=0}^{P=P_1} d\Omega = \Omega. \qquad (2.15)$$



2.9-su'wret

Solay etip, atqarǵan jumıs A sozılıw diagrammada shtrixlanǵan maydanǵa teń eken (2.9, b-súwret). Al OAVSD diagrammadaǵı barlıq maydan brustı úziwge jumsalǵan jumısqa teń boladı.

Eger material az plastiklikke iye bolsa hám onıń ushın Ω maydanı kishi bolsa, joqarı bekkemlilikke iye mateiallardı (mısalı, polat) qollansaq, úziw ushın jumsalǵan jumıstı azaytıw múmkinshili boladı (2.10-súwret).



2.10-su'wret

Eger brustaǵı kernew R kúshi tásirinde proporcionallıq sheginen asıp ketpese, onda Ω maydanı biyikligi R hám ultanı δ bolǵan úshmúyeshlik boladı, hám Guk nızamı boyınsha tómendegishe anıqlanadı:

$$\delta = \Delta l = \frac{Pl}{EF}.$$

Bul jaǵdayda jumıstı tómendegi formula boyınsha anıqlawǵa boladı:

$$A = \Omega = \frac{P\delta}{2} = \frac{P^2 l}{2EF}. \qquad (2.16)$$

(2.16) formulasındaǵı R kúshti tómendegi ǵarezlilik járdeminde alıp taslayıq:

$$P = \frac{\delta EF}{l} \text{ hám } P = \sigma F;$$

Bul jaǵdayda jumıstıń basqa mánislerin alamız:

$$A=\frac{\delta^2 EF}{2l};\quad A=\frac{\sigma^2 Fl}{2E}. \qquad (2.17)$$

Sırtqı kúshlerdiń barlıq atqarǵan jumısı energiyanıń saqlanıw nızamına tiykarlanıp materialdıń denesinde deformaciyanıń potencial energiyası túrinde toplanadı. Bul energiya sırtqı tásir alınǵannan keyin dene óziniń aldıńǵı halın tiklep alıw ushın sarıplanadı. Deformaciyanıń potencial energiyasın U háribi menen belgileyik, sonda:

$$U=A \qquad (2.18),$$

Yamasa (2.16) hám (2.17) formulalarına tiykarlanıp (kernewdiń proporcionallıq shegarasınan asıp ketpegen jaǵdayında):

$$U=\frac{P^2 l}{2EF};\quad U=\frac{\delta^2 EF}{2l};\quad U=\frac{\sigma^2 Fl}{2E}. \qquad (2.19)$$

Sońǵı ańlatpanı tómendegishe kórsetiwge boladı:

$$U=\frac{\sigma^2 V}{2E}. \qquad (2.20)$$

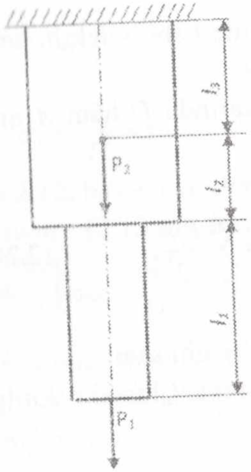
Bul jerde V - brustıń kólemi, $V=Fl$.

Joqarıdaǵı (2.20) formulasınıń shep hám oń jaǵın V ǵa bóliw arqalı potencial energiyanıń brustıń birlik kólemine tuwrı keliwshi mánisin alamız, yaǵnıy bul shama brustıń salıstırmalı potencial energiyası dep ataladı:

$$u=\frac{U}{V}=\frac{\sigma^2}{2E}. \qquad (2.21)$$

Potencial energiya U hám jumıs A $kN{\cdot}m$, $T{\cdot}m$ hám t.b. ólshem birliklerde ólshenedi. Salıstırmalı potencial energiya u bolsa $kN{\cdot}m/sm^2$ (yamasa kN/sm^2), $T{\cdot}m/m^2$ (yamasa T/m^2) hám t.b. da ólshenedi.

Endi proporcionallıq shegarasınan aspaǵan kernewdegi bir waqıttıń ózinde bir neshe kúshler tásirinde bolǵan basqıshlı kese kesimge iye brustı kórip shıǵayıq (2.11-súwret).



2.11-su'wret

Bul jaǵdayda potencial energiyanı hám jumıstı esaplaw ushın (2.20) formulasın hár bir bólek ushın qollanıw kerek, yaǵnıy:

$$U=A=\sum_{i=1}^{i=n}\frac{\sigma_i^2 V_i}{2E}. \qquad (2.22)$$

Bunda n – kernewleri hár qıylı bolǵan bólekler sanı;

σ_i -- brustıń i-inshi bólegindegi kese kesimdegi normal kernewler;

V_i – brustıń i-shi bóleginiń kólemi.

(2.22) formulasındaǵı V_i di $F_i l_i$ ge, hám σ_i di $\frac{N_i}{F_i}$ ge almastıramız, bunnan:

$$U=A=\sum_{i=1}^{i=n}\frac{N_i^2 l_i}{2EF_i}, \qquad (2.23)$$

Bul jerde N_i – brustıń i-shi bóleginiń kese kesimindegi boylama kúsh;

F_i hám l_i -- sáykes túrde i-shi bólektiń kese kesiminiń maydanı hám usı bólektiń uzınlıǵı.

(2.16) formulası tiykarında U hám A nı sırtqı kúshler jumısı arqalı ańlatıwǵa boladı:

$$U = A = \sum_{i=1}^{i=m} \frac{P_i \delta_i}{2}, \qquad (2.24)$$

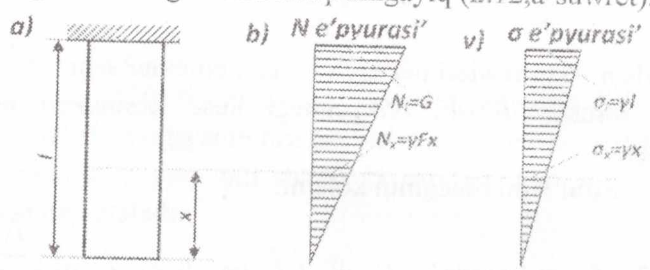
Bul jerde m – P_i kúshleriniń sanı;

δ_i – brustıń kese kesimniń P_i kúshi bekitilgen kósheri boyınsha jılısıwı.

2.7. Brustıń óz salmaǵın esapqa alıw

Eger brus kósheri vertikal bolsa, onda onıń óz salmaǵı oraylıq qısılıw yamasa sozılıwdı payda etedi.

Turaqlı kesimge iye joqarǵı ushı bekkemlenip qatırılǵan hám óz salmaǵı tásirindegi brustı kórip shıǵayıq (2.12,a-súwret).



2.12- su'wret

Brustıń x kese-kesimindegi (tómengi ushınan x aralıqta) N_x boylama kúsh usı kesimniń tómengi bóleginiń salmaǵına teń, yaǵnıy:

$$N_x = \gamma F x, \qquad (2.25)$$

bunda γ – brustıń salıstırmalı salmaǵı;

F – brustıń kese kesiminiń maydanı.

Brustıń kese-kesimindegi normal kernew tómendegi formula boyınsha anıqlanadı:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{F} = \gamma x. \qquad (2.26)$$

N hám σ epyuraları 2.12, b, v-súwretlerde kórsetilgen.

Brustıń Δl uzayıwın (2.13,a) formulasınan anıqlaymız:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N_x dx}{EF} = \int_0^l \frac{\gamma F x dx}{EF} = \frac{\gamma}{E}\int_0^l x dx = \frac{\gamma l^2}{2E}. \qquad (2.27)$$

Keyingi ańlatpanıń alımın hám bólimin F ke kóbeytip, hám $\gamma Fl = G$ (bunda G – brustıń tolıq salmaǵı) ekenligin esapqa alıp tómendegini keltirip shıǵaramız:

$$\Delta l = \frac{\gamma l^2 F}{2EF} = \frac{Gl}{2EF}. \qquad (2.28)$$

Brus deformaciyasınıń potencial energiyası tómendegishe formuladan tabıladı:

$$U = \int_0^l \frac{N_x^2 dx}{2EF} = \int_0^l \frac{\gamma^2 F^2 x^2 dx}{2EF} = \frac{\gamma^2 F^2}{2EF}\int_0^l x^2 dx = \frac{\gamma^2 F^2 l^3}{6EF}, \qquad (2.29)$$

yamasa $U = \dfrac{G^2 l}{6EF}$. (2.30)

2.8. Ruxsat etilgen kernewler. Bekkemlilikke esaplaw

Konstrukciyanı esaplawda tiykarǵı máselelerdiń biri ekspluataciya sharayatında onıń bekkemliligin támiyinlew bolıp esaplanadı.

Sonlıqtan konstrukciyanı esaplaǵanda kelip shıqqan eń úlken kernewler (esaplı kernewler) bekkemlilik sheginen kishi bolǵan ruxsat etilen kernew dep atalıwshı shamadan asıp ketpewi kerek. Ruxsat etilen kernewdiń mánisi bekkemlilik shegin awısıq (zapas) koefficienti dep atalıwshı birden úlken bolǵan shamaǵa bólgennen kelip shıǵadı. Joqarıda aytılǵanlardan kelip shıǵıp mort materiallardan jasalǵan konstrukciyalar ushın bekkemlilik shárti tómendegishe ańlatıladı:

$$\sigma_s \le [\sigma_s]; \quad \sigma_q \le [\sigma_q] \qquad (2.31)$$

bunda σ_s hám σ_q – konstrukciyadaǵı eń úlken sozıwshı hám qısıwshı esaplı kernewler;

$[\sigma_s]$ hám $[\sigma_q]$ – sozılıwdaǵı hám qısılıwdaǵı ruxsat etilen kernewler.

Ruxsat etilen kernew $[\sigma_s]$ hám $[\sigma_q]$ materiallardıń sozılıwdaǵı σ_{vs} hám qısılıwdaǵı σ_{vq} bekkemlilik shegine ǵárezli boladı, hám ol tómendegishe anıqlanadı:

$$\left.\begin{aligned} [\sigma_s] &= \frac{\sigma_{vs}}{[n_v]}; \\ [\sigma_q] &= \frac{\sigma_{vq}}{[n_v]}; \end{aligned}\right\} \qquad (2.32)$$

bunda $[n_v]$ – bekkemlilik shegarasına salıstırǵandaǵı normativ (talap etilgen) awısıq koefficienti.

Plastik materiallar ushın (bekkemlilik shegarası qısılıw hám sozılıwda teń bolǵan) tómendegi bekkemlilik shárti qollanıladı:

$$\sigma \le [\sigma], \qquad (2.33)$$

bunda σ – absolyut mánisi boyınsha konstrukciyadaǵı eń úlken qısıwshı hám sozıwshı esaplı kernew.

Plastik material ushın ruxsat etilgen kernew $[\sigma]$ tómendegi formulada anıqlanadı:

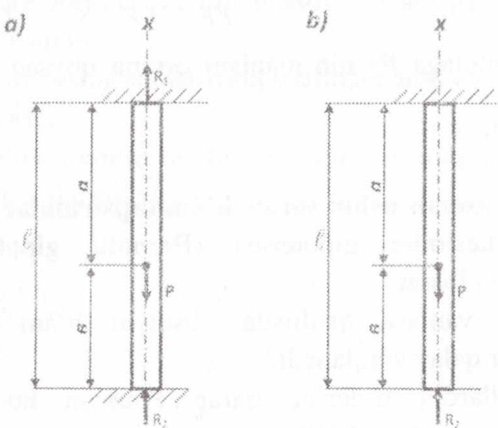
$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n_T]}, \qquad (2.34)$$

bunda $[n_T]$ – aǵıwshańlıq shegarasına salıstırǵandaǵı bekkemliliktiń normativ (talap etilgen) awısıq koefficienti.

2.9. Sozılıw-qısılıwda statikalıq anıq emes sistemalar

Sırtqı kúshler tásirinde bolǵan bruslar hám sterjenli sistemalardaǵı ishki kúshlerdi teń salmaqlılıq teńlemeleri járdeminde sheshiwge bolatuǵın sistemalar statikalıq anıq sistemalar dep ataladı. Statikalıq anıq emes sistemada tek ǵana teń salmaqlılıq teńlemeleri menen esaplap bolmaydı, al oǵan qosımsha teńlemeler dúziwge tuwrı keledi, máselen jılısıw teńlemesin. Sistemanı esaplaǵanda qosımsha dúzilgen teńlemeler sanı onıń statikalıq anıq emeslik dárejesin kórsetedi. R kúshi tásirinde bolǵan eki ushı bekkemlenip qatırılǵan sterjendi alıp qarayıq (2.13-súwret). R kúshi tásirinde sterjenniń bekkemlengen tareplerinde eki R_1 hám R_2 reakciya kúshleri payda boladı. Bul jaǵdayda statikanıń tek ǵana bir teńlemesin dúze alamız, yaǵnıy:

$$\sum X = R_1 + R_2 - P = 0 \qquad (2.35)$$



2.13- su'wret

Eki R_1 hám R_2 reakciya kúshleri belgisiz bolıp esaplanadı, yaǵnıy qosımsha taǵı bir teńleme dúziw talap etiledi. Sonlıqtan bul sterjen bir márte statikalıq anıq emes bolıp esaplanadı. Qosımsha teńleme dúziw ushın tómengi ushındaǵı qıstırıp bekkemlengen tayanıshtı alıp taslaymız hám onı R_2 reakciya kúshi menen almastıramız (2.13,b-súwret). Bunnan keyin sterjenge tek ǵana R kúshi tásir etip tur, al R2 kúshin joq dep esaplaymız. R kúshiniń tásirinde sterjenniń tek ǵana a uzınlıqtaǵı joqarǵı tárepi tómen qaray jılısadı, hám ol $\frac{Pa}{EF}$ ke teń. Sterjenniń v uzınlıqtaǵı tómengi tárepi deformaciyalanbaydı, al joqarǵı tárepi menen birge tómen qaray usınday aralıqqa jılısadı.

Endi R_2 kúshi sterjenge tásir etip tur, al R kúshi joq dep esaplaymız. Bul jaǵdayda R_2 kúshi sterjenniń barlıq jerine tásir etedi hám onıń tómengi tárepi joqarı qaray $\frac{R_2\ell}{EF}$ aralıqqa jılısadı. Haqıyqatında sterjenniń tómengi tárepi bekkemlenip qatırılǵanlıqtan jılıspaydı. Bunnan sterjenniń R kúshi tásirindegi tómen qaray jılısıwı R_2 kúshi tásirindegi joqarı qaray jılısıwına teń ekenligi kelip shıǵadı. Yaǵnıy $\frac{Pa}{EF} = \frac{R_2\ell}{EF} \Rightarrow R_2 = \frac{a}{\ell}P.$

(2.35) formulaǵa R_2 niń mánisin ornına qoysaq $R_1 = \frac{в}{\ell}P$ nı tabıwǵa boladı.

Tekseriw ushın soraw h'ám tapsırmalar

1. Tegis kesimler gipotezası (Bernulli gipotezası) nıń áh'miyeti neden ibarat?
2. Sozılıw yamasa qısılıwda absolyut h'ám salıstırmalı deformaciyalar qalay anıqlanadı?
3. Materiallardıń túrlerine qarap Puasson koefficientiniń ózgeriw shegarasın túsindiriń?

4. Guk nızamın táriypleń, onıń matematikalıq ańlatpasın jazıp kórsetiń.
5. Elastiklik moduli E (birinshi dárejeli serpimlilik moduli)niń áh'miyeti neden ibarat?
6. Qanday shamalar materiallardıń mexanikalıq qásiyetlerin ańlatadı?
7. Az uglerodlı polattıń sozılıw diagramması qanday xarakterli tochkalarǵa iye? Úlgide «moyınsha» qashan payda boladı?
8. Proportsionallıq, elastiklik (serpimlilik), aǵıwshańlıq h'ám bekkemlilik shegaralarınıń áh'miyetin túsindiriń.
9. Hár qıylı (plastik, mort h'ám anizotroplı) materiallardın qısılıw diagrammaların túsindiriń.
10. Plastik h'ám mort materiallar ushın ruxsat etilgen kernew qalay anıqlanadı?
11. Sozılıw yamasa qısılıwda bekkemlilik shárti qanday kóriniske iye? Usı bekkemlilik shárti járdeminde qanday máselelerdi sheshiw múmkin?
12. Sozılıw yamasa qısılıwda deformaciyanıń potencial energiyası qalay tabıladı?
13. Deformaciya h'ám jılısıwlardıń óz-ara parqın anıq mısal járdeminde túsindiriń.
14. Sozılıw yamasa qısılıwda statikalıq anıq emes máselelerge mısallar keltiriń.
15. Sozılıw yamasa qısılıwda statikalıq anıq emes máseleler qanday tártipte sheshiledi?

3-BAP. KERNEWLÍLÍK JAǴDAYÍ TEORÍYASÍ

3.1. Kernewlilik jaǵdayınıń túrleri

Konstrukciya elementleri bólekleriniń óz-ara tásir etisiwin usı elementtiń hár bir tochkasındaǵı normal hám urınba kernewler menen xarakterlewge boladı. Bul shamalar berilgen tochka arqalı júrgizilgen kesimlerdiń baǵdarına baylanıslı boladı. Qaralıp atırǵan tochkadan ótetuǵın barlıq maydanshalar boyınsha tásir etetuǵın normal hám urınba kernewler jıyındısı usı tochkadaǵı kernewlilik jaǵdayı dep ataladı.

Eger deneniń qaralıp atırǵan tochkasınan normal hám urınba kernewleri nolge teń bolatuǵın birde bir maydansha júrgiziwge bolmaytuǵın bolsa, onda bul tochkadaǵı kernewlilik jaǵday keńislikli (úsh kósherli) kernewlilik jaǵday dep ataladı. Eger deneniń qaralıp atırǵan tochkasınan ótetuǵın tek ǵana bir maydanshada normal hám urınba kernewler nolge teń bolsa, onda bunday kernewlilik jaǵday tegis (eki kósherli) kernewlilik jaǵday dep ataladı. Eger deneniń qaralıp atırǵan tochkasınan ótetuǵın eki maydanshada normal hám urınba kernewler nolge teń bolsa, onda bunday kernewlilik jaǵday sızıqlı (bir kósherli) kernewlilik jaǵday dep ataladı. Bul jaǵdayda kózde tutılǵan eki maydanshanıń kesilisken sızıǵınan ótetuǵın barlıq maydanshalarda normal hám urınba kernewler nolge teń boladı.

Tegis hám sızıqlı kernewlilik jaǵday keńislikli yamasa kólemli kernewlilik jaǵdaydıń jeke jaǵdayı bolıp esaplanadı. Deneniń beril gen tochkasınan ótetuǵın hár qıylı maydanshalardaǵı kernewlerdiń shaması bir-birinen ǵárezli boladı. Bul ǵárezlilikler materiallar qarsılıǵında kóplegen máselelerdi sheshiwde qollanıladı.

3.2. Tegis kernewlilik jaǵdayı

Tegis kernewlilik jaǵdayda qaralıp atırǵan O tochkacınan ótetuǵın maydanshalardıń birewinde urınba hám normal kernewler nolge teń.

Deneden usı O tochkacı átirapında júdá kishi (elementar) úshmúyeshli prizmanı ajıratıp alayıq. Bul prizmanıń qaptal betleri

sızılmanıń tegisligine perpendikulyar halda jaylasqan bolıp, al biyikligi dz ke teń hám onıń ultanları *abc* tuwrı múyeshli úshmúyeshlik kórinisinde bolsın (3.1-súwret).

Prizmanıń *as* hám *av* tárepleri arqalı x hám u koordinatalar kósherin júrgizeyik. Koordinatanıń x kósherine parallel kernewlerdi σ_x hám τ_x dep, al u kósherine parallel kernewlerdi σ_y hám τ_y dep belgileyik. Prizmadaǵı σ_x kernewine α múyesh jasap burılǵan qıya táreptegi normal kernewdi σ_α dep, al urınba kernewdi τ_α dep belgileyik. Sozıwshı normal kernewdi oń, al qısıwshı normal kernewdi teris dep belgilew qabıl etemiz. Prizmanıń qaptal tárepindegi urınba kernew, eger onı kórsetiwshi vektor usı tárepke ishki normalda jatqan qálegen tochkaǵa salıstırǵanda prizmanı saat strelkası boyınsha burıwǵa háreket ece oń dep esaplaymız.

Hár bir kernewdi, ózi tásir etip turǵan prizmanıń qaptal betleriniń maydanına kóbeytiw arqalı olardıń awırlıq orayına túsirilgen $P_x, P_y, P_\alpha, T_x, T_y, T_\alpha$ toplanǵan kúshlerdi alamız: (3.2-súwret)

$$\left.\begin{aligned} P_x = \sigma_x dydz; \quad P_y = \sigma_y dxdz; \quad P_\alpha = \sigma_\alpha dsdz \\ T_x = \tau_x dxdz; \quad T_y = \tau_y dydz; \quad T_\alpha = \tau_\alpha dsdz \end{aligned}\right\} \quad (3.1)$$

Prizma teń salmaqlılıqta jaylasqanı ushın, joqarıdaǵı teńlemeler teń salmaqlılıqtıń barlıq jaǵdayı ushın qollanıwǵa boladı.

Tómendegi teń salmaqlılıq teńlemesin dúzeyik:

$$\sum V = P_\alpha - (P_x + T_x)\cos\alpha - (P_y - T_y)\cos(90^0 - \alpha) = 0 \quad (3.2)$$

$$\sum U = T_\alpha - (P_x + T_x)\sin\alpha + (P_y - T_y)\sin(90^0 - \alpha) = 0 \quad (3.3)$$

$$\sum M_{0_1} = T_y \cdot \frac{dx}{2} + T_x \cdot \frac{dy}{2} = 0 \quad (3.4)$$

(3.1) formuladağı T_x hám T_u mánislerin (3.4) formulağa qoyıp tómendegige iye bolamız:

$$\sum M_{0_1} = \tau_y \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{dx}{2} + \tau_x \cdot dx \cdot dz \cdot \frac{dy}{2} = 0 \;\Rightarrow\; \tau_y = -\tau_x \quad (3.5)$$

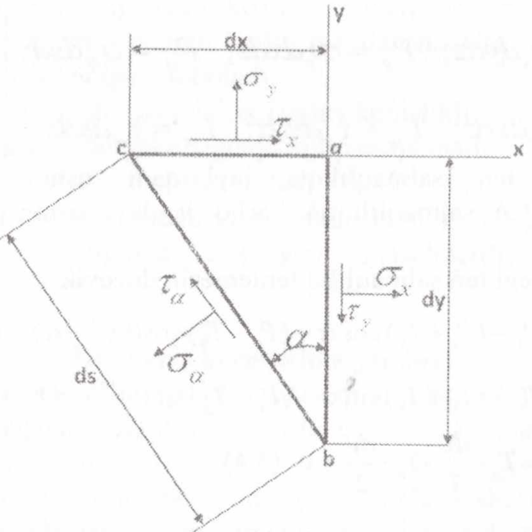
Bunnan tómendegi kelip shığadı: eki óz-ara perpendikulyar maydanshalardağı urınba kernewler mánisi boyınsha teń, bağıtı boyınsha qarama-qarsı. Usı τ_x hám τ_y arasındağı baylanıs urınba kernewlerdiń juplıq nızamı dep ataladı (3.3-súwret).

Urınba kernewlerdiń juplıq nızamınan eki óz-ara perpendikulyar tegisliklerde urınba kernewler eki tegisliktiń kesilisiw sızığına qaray bağdarlanğan (3.3,a-súwret), yamasa usı sızıqtan qashıw bağıtında bağdarlanğan (3.3,b-súwret) bolatuğınlığı kelip shığadı.

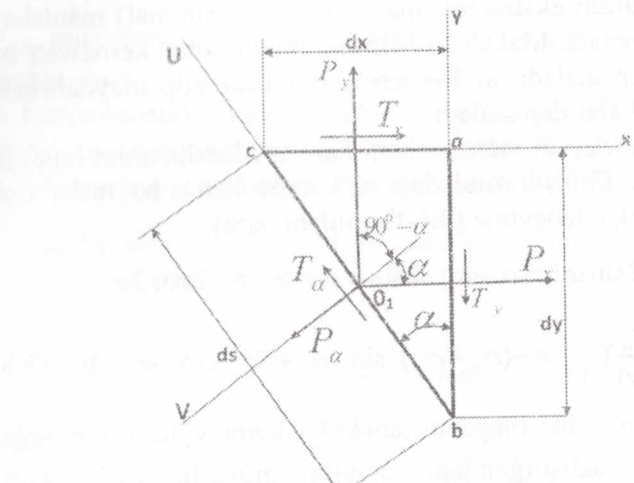
(3.1) teńlemesindegi kúshlerdiń mánisin (3.2) hám (3.3) formulalarına qoyıp tómendegilerge iye bolamız:

$$\sum V = \sigma_\alpha dSdz - (\sigma_x dy + \tau_x dx)dz\cos\alpha - (\sigma_y dx - \tau_y dy)dz\sin\alpha = 0$$

$$\sum U = \tau_\alpha dSdz - (\sigma_x dy + \tau_x dx)dz\sin\alpha + (\sigma_y dx - \tau_y dy)dz\cos\alpha = 0$$



3.1-su'wret



3.2- su'wret

3.3- su'wret

$\frac{dx}{dS} = \sin\alpha, \; \frac{dy}{dS} = \cos\alpha$ ekenligin esapqa alıp, hám teńlemeni dSdz qa qısqartıw arqalı tómendegilerdi alamız:

$$\sigma_\alpha - (\sigma_x \cos\alpha + \tau_x \sin\alpha)\cos\alpha - (\sigma_y \sin\alpha - \tau_y \cos\alpha)\sin\alpha = 0$$

$$\tau_\alpha - (\sigma_x \cos\alpha + \tau_x \sin\alpha)\sin\alpha + (\sigma_y \sin\alpha - \tau_y \cos\alpha)\cos\alpha = 0$$

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha + \tau_x \sin 2\alpha \quad (3.6)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha - \tau_x \cos 2\alpha \quad (3.7)$$

(3.6) hám (3.7) formulaları eki óz-ara perpendikulyar tegislikler arqalı ótiwshi qıya tegisliklerdegi urınba hám normal kernewlerdiń mánislerin anıqlawğa múmkinshilik beredi.

3.3. Bas kernewler. Bas maydanshalar

İnjenerlik konstrukciyalardı esaplağanda berilgen tochka arqalı ótiwshi barlıq maydanshalardağı kernewlerdi tabıw shárt emes, tek olardıń ekstremal (maksimal hám minimal) mánislerin biliw jeterli boladı. Maksimal hám minimal normal kernewler bas kernewler dep ataladı, al bas kernewler tásir etip maydanshalar bas maydanshalar dep ataladı.

Bas kernewlerdiń mánisin hám bas maydanshalardıń jaǵdayın anıqlaw ushın (3.6.) formuladaǵı σ_α kernewinen α boyınsha 1-shi tuwındısın nolge teńeymiz (3.6-formulanı qara).

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = -\sigma_x \cdot 2\sin\alpha\cos\alpha + \sigma_y \cdot 2\sin\alpha\cos\alpha + \tau_x \cdot 2\cos 2\alpha$$

$$yamasa \;\; \left(\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = -(\sigma_x - \sigma_y)\cdot\sin 2\alpha_0 + 2\tau_x \cdot \cos 2\alpha_0 = 0 \qquad (3.8)$$

Bul jerde α_0 – bas maydanshanıń σ_x kernewi tásir etip turǵan maydanshaǵa salıstırǵandaǵı qıyalıq múyeshi (3.1-súwret). Keyingi (3.8) formulasın (3.7) formulası menen salıstırıp tómendegige iye bolamız:

$$\left(\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = -2\tau_{\alpha_0} = 0\,.$$

Bunnan bas maydanshalarda urınba kernewdiń nolge teń ekenligi kelip shıǵadı. Sonlıqtan bas maydanshalardı urınba kernew nolge teń maydanshalar dep te atawǵa boladı.

(3.8) formulasın α_0 múyeshine salıstırıp sheshiw arqalı tómendegige iye bolamız:

$$tg 2\alpha_0 = \frac{2\tau_x}{\sigma_x - \sigma_y} \qquad (3.9)\,.$$

yamasa (3.5) formulası boyınsha:

$$tg 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_y}{\sigma_x - \sigma_y} \qquad (3.10)$$

(3.9) hám (3.10) formulaları eki óz-ara perpendikulyar maydanshalardı anıqlawshı α_0 múyeshiniń mánisin beredi. Sonlıqtan eki bas maydanshalar óz-ara perpendikulyar. Bul formulalar menen tabılǵan $2\alpha_0$ mánisleri arqalı óz-ara -90^0 tan $+90^0$ qa shekem, yaǵnıy α_0 mánisi ushın -45^0 tan $+45^0$ qa shekem bas maydanshalardı tabıw múmkin. Bas maydanshalardıń birinde

σ_{max} maksimal kernew, al ekinshisinde σ_{min} minimal kernew háreket etedi.

Kernewlerdiń sanlı mánisin tabıwda (3.6) formulanı paydalanıwǵa boladı. Bunıń ushın trigonometriya formulalarınan (3.9) formulasın paydalanıp tómendegilerdi tabamız:

$$\cos 2\alpha_0 = \frac{1}{\pm\sqrt{1+tg^2 2\alpha_0}} = \pm\frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}}$$

$$\cos^2\alpha_0 = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha_0) = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}}\right)$$

$$\sin^2\alpha_0 = \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha_0) = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}}\right)$$

$$\sin 2\alpha_0 = tg 2\alpha_0 \cdot \cos 2\alpha_0 = \pm\frac{2\tau_x}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}}$$

Bulardı (3.6) formulasına qoyıp, ápiwayı túrlendiriwlerden keyin tómendegige iye bolamız:

$$\sigma_{\substack{max \\ min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2} \qquad (3.11)$$

3.4. Ekstremal urınba kernewler

Urınba kernewler ekstremal (maksimal hám minimal) mániske iye bolatuǵın maydanshalardı anıqlayıq. Bunday maydanshalardı jıljıw (sdvig) maydanshaları dep ataymız. Jıljıw maydanshalarıń tabıw ushın (3.7) formulasınıń $\frac{d\tau_\alpha}{d\alpha}$ birinshi tuwındısın tawıp onı nolge teńeymiz. Yaǵnıy:

$$\frac{d\tau_\alpha}{d\alpha} = (\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\alpha + 2\tau_x \sin 2\alpha$$

yamasa $\left(\frac{d\tau_\alpha}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_1} = (\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\alpha_1 + 2\tau_x \sin 2\alpha_1 = 0$

bunnan $tg2\alpha_1 = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_x}$ (3.12)

Bunda α_1– jıljıw maydanshasınıń σ_x kernewi tásir etip turǵan maydanshaǵa qıyalıq múyeshi. (3.12) formulası eki óz-ara perpendikulyar maydanshalardı anıqlaytuǵın α_1 múyeshiniń mánisin beredi, yaǵnıy onıń birewinde τ_{max} maksimal kernew, al ekinshisinde τ_{min} minimal kernew háreket etedi. Urınba kernewlerdiń juplıq nızamı boyınsha $\tau_{max} = -\tau_{min}$. (3.12) formulasın (3.9) formulası menen salıstırıp tómendegige iye bolamız:

$$tg2\alpha_1 = -\frac{1}{tg2\alpha_0}$$

bunnan $ctg(90^0 - 2\alpha_1) = -ctg2\alpha_0 = ctg(-2\alpha_0)$

bunnan $90^0 - 2\alpha_1 = -2\alpha_0 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_0 + 45^0$

Solay etip jıljıw maydanshası bas maydanshaǵa 45^0 múyesh qıyalıqta jaylasqan. τ_{max} hám τ_{min} mánisin σ_{max} hám σ_{min} bas kernewler arqalı ańlatayıq. Bunıń ushın 7.3 formulaǵa tómendegi mánislerdi qoyamız:

$$\sigma_x = \sigma_{max};\ \sigma_y = \sigma_{min};\ \tau_x = 0;\ \alpha_1 = \pm 45^0$$

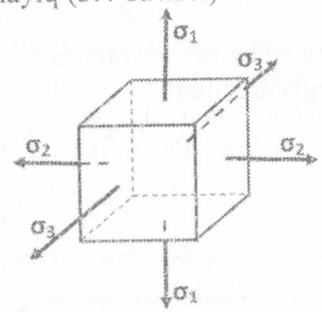
bunnan $\tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$ (3.13)

(3.13) formulasına (3.11) formuladaǵı σ_{max} hám σ_{min} mánislerdi qoyıp tómendegige iye bolamız:

$$\tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2} \quad (3.14).$$

3.5. Ulıwmalastırılǵan Guk nızamı

Joqarıda brus deformaciyası ushın alınǵan formulalardı úsh kósherli (keńislikte) kernewlilik jaǵdayı ushın paydalanıwǵa boladı. Bunıń ushın deneden júdá kishi ólshemdegi elementar parallelipedi kesip alayıq (3.4-súwret).



3.4- su'wret

Bul parallelipedtiń qaptal betleri bas maydansha menen sáykes keletuǵın etip ornalasqan. Bas maydanshalardaǵı bas kernewlerdi σ_1, σ_2 hám σ_3 dep, al usı kernewlerge parallel bolǵan parallelipedi qabırǵalarınıń salıstırmalı deformaciyaların ε_1, ε_2, ε_3 dep belgileyik.

ε_1, ε_2, ε_3 mánislerin kúshlerdiń bir-birinen ǵarezsizlik principine tiykarlanıp σ_1, σ_2 hám σ_3 kernewleri tásiri boyınsha izbe-iz anıqlayıq. σ_1 kernewi tásiri nátiyjesinde salıstırmalı deformaciya (2.9 hám 2.12 formulalar boyınsha) tómendegishe boladı:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_1}{E};\ \varepsilon_{21} = \varepsilon_{31} = -\mu\cdot\varepsilon_{11} = -\mu\cdot\frac{\sigma_1}{E}.$$

ε indeksindegi birinshi san salıstırmalı deformaciya baǵıtın kórsetedi, al ekinshisi deformaciyanıń kelip shıǵıw sebebin túsindiredi. Mısalı ε_{21} de salıstırmalı deformaciya σ_2 kernewi bağıtında boladı, biraq bul deformaciya σ_1 kernewi tásirinde payda boladı. Soğan uqsas σ_2 hám σ_3 kernewleri tásirinde tómendegilerge iye bolamız:

$$\varepsilon_{12} = -\mu\frac{\sigma_2}{E};\ \varepsilon_{22} = \frac{\sigma_2}{E};\ \varepsilon_{32} = -\mu\frac{\sigma_2}{E};$$

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = -\mu\cdot\frac{\sigma_3}{E}\quad \varepsilon_{23} = \frac{\sigma_3}{E}$$

σ_1, σ_2 hám σ_3 kernewleri bir waqıtta tásir etkende salıstırmalı deformaciya tómendegishe boladı:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} + \varepsilon_{13};$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{21} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{23};$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_{31} + \varepsilon_{32} + \varepsilon_{33}$$

Joqarıda tabılğan ε mánislerin ornına qoysaq tómendegige iye bolamız:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}[\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E}[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned}\right\} \quad (3.15)$$

Elementar parallelipedtiń qaptal jaqları bas maydanshağa sáykes kelmegen jağday ushın da tap usınday formulalardı keltirip shığarıwğa boladı. Yağnıy:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)\right] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)\right] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)\right] \end{aligned}\right\} \quad (3.16)$$

Bul jerde σ_x, σ_y, σ_z – elementar parallelipedtiń qaptal jaqlarına tásir etiwshi normal kernewler, ε_x, ε_y, ε_z – onıń qaptal qabırğalarınıń salıstırmalı deformaciyası. Keńislikli kernewlilik jağdayında deformaciya hám kernew arasındağı baylanıstı kórsetetuğın (3.15) hám (3.16) formulaları ulıwmalastırılğan Guk nızamın ańlatadı.

3.6. Kólemli deformaciya

Sırtqı kúshler tásirinde serpimli dene deformaciyalanadı, yağnıy onıń kólemi ózgeredi hám onda potencial energiya toplanadı. Deneden qanday da bir tochka átirapında ólshemleri júdá kishi hám tárepleri $d\ell_1$, $d\ell_2$, $d\ell_3$ bolğan parallelepiped ajıratıp alayıq. Bul parallelipedtiń qaptal jaqların bas maydanshalar menen sáykes keltireyik. Sırtqı kúsh túsirilmesten aldıńğı, yağnıy deformaciyalanıwğa shekemgi parallelipedtiń kólemi $dV = d\ell_1\cdot d\ell_2\cdot d\ell_3$ ğa teń. Úsh ólshemli kernewlilik jağdayında parallelepipedtiń hár tárepi deformaciyalanadı hám ol tómendegishe boladı:

$$d\ell_1(1+\varepsilon_1);\quad d\ell_2(1+\varepsilon_2);\quad d\ell_3(1+\varepsilon_3)$$

Bul jerde ε_1, ε_2, ε_3 – parallelipedtiń tárepleriniń salıstırmalı deformaciyalanıwı. Ol 3.15 formulası boyınsha anıqlanadı.

Elementar parallelepipedtiń deformaciyalanğannan keyingi kólemi tómendegishe ózgeredi:

$$dV + \Delta(dV) = d\ell_1(1+\varepsilon_1)\cdot d\ell_2(1+\varepsilon_2)\cdot d\ell_3(1+\varepsilon_3) =$$
$$= d\ell_1\cdot d\ell_2\cdot d\ell_3(1+\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3+\varepsilon_1\varepsilon_2+\varepsilon_1\varepsilon_3+\varepsilon_2\varepsilon_3+\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3)$$

Бунда $\Delta(dV)$ – elementar parallelepipedtiń kóleminiń ósimi.

ε_1, ε_2, ε_3 shamaları júdá kishi bolǵanlıqtan, olardıń óz-ara kóbeymelerin esapqa almaymız, sonda:

$$dV + \Delta(dV) = dV(1+\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3) \Rightarrow \Delta(dV) = dV(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)$$

$\Delta(dV)$ nıń parallelepipedtiń dáslepki kólemi dV ǵa qatnası θ háribi menen belgilenedi hám ol kólemniń salıstırmalı ózgeriwi dep ataladı.

$$\theta = \frac{\Delta(dV)}{dV} = \varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3 \quad (3.17).$$

(3.17) formulasına 3.15 formuladaǵı ε_1, ε_2, ε_3 tiń mánislerin ornına qoyıp, ápiwayılıstırǵannan keyin tómendegige iye bolamız:

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3) \quad (3.18).$$

3.18 formuladaǵı $\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3$ bas normal kernewler summasınıń ornına $\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z$ summasın qoyıwǵa boladı, yaǵnıy:

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z) \quad (3.19)$$

3.17 formulası boyınsha $\theta = \varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z \quad (3.20)$

Deneniń hár bir tochkasındaǵı kólemniń salıstırmalı ózgeriwin bile otırıp, deneniń kólemli deformaciyalanıwın tómedegishe anıqlaymız:

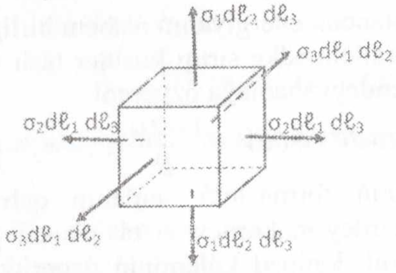
$$\Delta V = \int_V \theta dV \quad (3.21)$$

Kólemli teń ólshemli, yaǵnıy $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=\sigma$ kernewlilik jaǵdayı ushın tómendegishe:

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}\cdot 3\sigma \quad (3.22)$$

3.7. Deformaciyanıń potencial energiyası

Deneniń elementar bólekshesinde toplanǵan deformaciyanıń potencial energiyasın anıqlaw ushın deneden elementar parallelepiped kesip alayıq (3.5-súwret). Bul elementar parallelepipedtiń qaptal tárepleri $d\ell_1$, $d\ell_2$, $d\ell_3$ ge teń. Al qaptal jaqları bas maydansha menen sáykes.



3.5- su'wret

Elementar parallelipedke sırtqı kúshler tásir ece, onıń $d\ell_1$, $d\ell_2$, $d\ell_3$ tárepleri tómendegi shamaǵa uzayadı:

$$\Delta(d\ell_1) = \varepsilon_1 d\ell_1; \quad \Delta(d\ell_2) = \varepsilon_2 d\ell_2; \quad \Delta(d\ell_3) = \varepsilon_3 d\ell_3 \quad (3.23)$$

Bul uzayıwǵa islegen sırtqı kúshlerdiń dA jumısı hám oǵan teń dU potencial energiyası tómendegi ańlatpa boyınsha anıqlanadı:

$$dA = dU = \frac{\sigma_1 d\ell_2 d\ell_3\cdot\Delta(d\ell_1)}{2} + \frac{\sigma_2 d\ell_1 d\ell_3\cdot\Delta(d\ell_2)}{2} + \frac{\sigma_3 d\ell_1 d\ell_2\cdot\Delta(d\ell_3)}{2}$$

Buǵan 3.23 formuladaǵı mánislerdi qoyamız:

$$dU = \frac{d\ell_1\cdot d\ell_2\cdot d\ell_3}{2}(\sigma_1\varepsilon_1+\sigma_2\varepsilon_2+\sigma_3\varepsilon_3)\cdot$$

dU mánisin parallelipedtiń dáslepki kólemi $dV = d\ell_1\cdot d\ell_2\cdot d\ell_3$ ke bóliw arqalı deformaciyanıń tolıq salıstırmalı potencial energiyasın alamız:

$$u = \frac{dU}{dV} = \frac{\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2 + \sigma_3\varepsilon_3}{2} \qquad (3.24)$$

Bul formuladağı salıstırmalı deformaciyanı 3.15 formuladağı mánisler menen ózgertemiz:

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)\right] \qquad (3.25)$$

Salıtırmalı potencial energiyanıń ólshem birligi kN/sm2, T/m^2.

Elementar parallelipedke sırtqı kúshler tásir etiw nátiyjesinde onıń kólemi tómendegi shamağa ózgeredi:

$$\Delta(dV) = \theta dV = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)dV \qquad (3.26)$$

Parallelepipedtiń formasınıń saqlanıp qalıwı, onıń barlıq qaptal jaqlarına birdey σ_0 kernewler tásir etken jağdayda boladı. Bul jağdayda parallelepiped kóleminiń ózgeriwi 3.26 formulası tiykarında $\frac{1-2\mu}{E}\cdot 3\sigma_0 \cdot dV$ boladı. Bunı 3.26 formulası menen teńlestireyik:

$$\frac{1-2\mu}{E}\cdot 3\sigma_0 \cdot dV = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)dV$$

$$\textit{bunnan} \quad \sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \qquad (3.27)$$

Kólem ózgeriwindegi salıstırmalı potencial energiyanıń mánisin alıw ushın 3.25 formulasına

$\sigma_1 = \sigma_0, \quad \sigma_2 = \sigma_0, \quad \sigma_3 = \sigma_0$ kernewlerdi qoyamız:

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_0^2 + \sigma_0^2 + \sigma_0^2 - 2\mu(\sigma_0\sigma_0 + \sigma_0\sigma_0 + \sigma_0\sigma_0)\right] =$$

$$= \frac{1-2\mu}{E}\cdot 3\sigma_0^2 = \frac{1-2\mu}{2E}\cdot 3\cdot\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}\right)^2$$

$$\textit{yamasa} \quad u_{ko'l} = \frac{1-2\mu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \qquad (3.28)$$

$$\textit{yamasa} \quad u_{ko'l} = \frac{1-2\mu}{6E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2 \qquad (3.29)$$

Forma ózgeriwindegi salıstırmalı potencial energiyanıń mánisin alıw ushın 3.25 formulanıń oń jağına $\sigma_1'' = \sigma_1 - \sigma_0, \quad \sigma_2'' = \sigma_2 - \sigma_0, \quad \sigma_3'' = \sigma_3 - \sigma_0$ kernewlerdi qoyamız:

$$u_\Phi = \frac{1}{2E}\{(\sigma_1 - \sigma_0)^2 + (\sigma_2 - \sigma_0)^2 + (\sigma_3 - \sigma_0)^2 -$$

$$-2\mu[(\sigma_1 - \sigma_0)(\sigma_2 - \sigma_0) + (\sigma_1 - \sigma_0)(\sigma_3 - \sigma_0) + (\sigma_2 - \sigma_0)(\sigma_3 - \sigma_0)]\}$$

σ_0 mánisin $\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ mánisine ózgertiw arqalı hám ápiwayılastırğannan keyin tómendegige iye bolamız:

$$u_\Phi = \frac{1+\mu}{3E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3) \qquad (3.30)$$

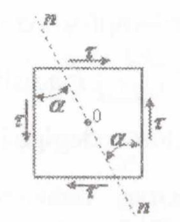
Tekseriw ushın soraw h'ám tapsırmalar.

1. Bas maydansha h'ám bas kúshleniwlerdi túsindiriń.
2. Kúshleniw jağdayı degende nenii túsinesiz?
3. Kúshleniw jağdayınıń qanday túrlerin bilesiz?
4. Sızıqlı kúshleniw jağdayında qıya kesimlerdegi normal h'ám urınba kúshleniwler qanday tabıladı?
5. Urınba kúshleniwleriniń juplıq nızamı qanday kóriniste ańlatıladı? Onıń mánisin túsindiriń.
6. Tegis kúshleniw jağdayı ushın tómendegiler qanday anıqlanadı:
   - normal kúshleniwlerdiń ekstremal mánisleri;
   - bas maydanshanıń jağdayı;
   - urınba kúshleniwleriniń ekstremal mánisleri;
   - jıljıw maydanshasınıń jağdayı.
7. Taza jıljıw ne? Taza jıljıwda Guk nızamı qanday ańlatıladı?
8. Birinshi h'ám ekinshi túr elastiklik modulleri arasında qanday qatnas bar?
9. Kesilistegi bekkemlilik shártin jazıń h'ám mánisin túsindiriń.
10. Ulıwmalasqan Guk nızamı qanday kóriniske iye?
11. Bekkemlilik teoriyalarınan biriniń áh'miyetin túsindiriń.

4-BAP. JÍLJÍW

4.1. Taza jıljıw

Berilgen tochka átirapında qaptal jaqlarına tek ǵana urınba kernewler tásir etetuǵın elementar parallelepiped ajıratıp alıwǵa bolatuǵın tegis kernewlilik jaǵdayı taza jıljıw dep ataladı (4.1-súwret).



4.1- su'wret

4.1-súwrette kórsetilgen kernewlilik jaǵdayındaǵı 0 tochkasınan ótiwshi hám vertikal maydansha menen α múyesh qıyalıqta jaylasqan n – n kesim ushın 3.6 hám 3.7 formulalar arqalı normal hám urınba kernewlerdi anıqlayıq:

$$\sigma_\alpha = \tau \cdot \sin 2\alpha \quad (4.1)$$

$$\tau_\alpha = -\tau \cdot \cos 2\alpha \quad (4.2)$$

4.2 formulasınan 4.1-súwrette kórsetilgen urınba kernewler absolyut mánisi boyınsha 0 tochkasınan ótiwshi basqa barlıq maydanshalardaǵı urınba kernewlerden úlken ekenligi kórinip turıptı. Bunnan qaralıp atırǵan parallelepipedtiń qaptal jaqları boyınsha tásir etetuǵın urınba kernewlerdiń ekstremal (τ_{max} hám τ_{min}) ekenligi kelip shıǵadı. Bul qaptal jaqları jıljıw maydanshası dep ataladı hám ol bas maydansha menen 45^0 qıyalıqta jaylasqan. Jıljıw maydanshasında normal kernewler bolmaydı, sonlıqtan ol taza jıljıw maydanshası dep ataladı, 4.1 formulasınan σ_α kernewi $\alpha = 45^0$ta $\tau = \tau_{max}$ qa teń bolǵan (bunda $\sin 2\alpha = \sin 90^0 = 1$), maksimal mániske, al $\alpha = -45^0$ ta $-\tau = -\tau_{max}$ ǵa teń bolǵan minimal mániske iye bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Demek taza jıljıwda bas kernewler (ekstremal

normal kernewler) hám ekstremal urınba kernewler absolyut mánisi boyınsha óz-ara teń eken.

4.1 formulasına eki óz-ara perpendikulyar maydanshalarǵa sáykes keletuǵın α_1 hám $\alpha_2 = \alpha_1 + 90^0$ múyeshlerdiń mánislerin qoysaq tómendegishe boladı:

$$\sigma_{\alpha_1} = \tau \sin 2\alpha_1$$

$$\sigma_{\alpha_2} = \tau \sin(2\alpha_1 + 180^0) = -\tau \sin 2\alpha_1$$

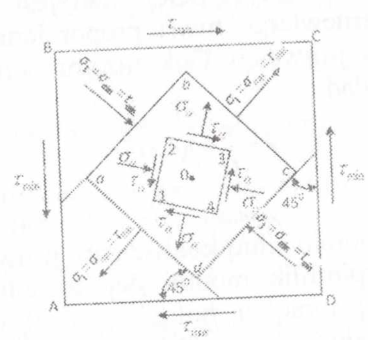
$$\sigma_{\alpha_1} = -\sigma_{\alpha_2}$$

Bunnan taza jıljıwda qálegen eki óz-ara perpendikulyar maydanshalardaǵı normal kernewler mánisi boyınsha teń, al baǵdarı boyınsha qarama-qarsı bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Solay etip taza jıljıwda kernewlilik jaǵdayın tómendegishe súwretlewge boladı:

a) qaptal jaqları taza jıljıw maydanshaları menen sáykes keliwshi, yaǵnıy bul maydanshalarda tek ǵana τ_{max} hám τ_{min} urınba kernewler tásir etiwshi elementar parallelepiped kórinisinde (4.2-súwrette AVSD parallelepiped);

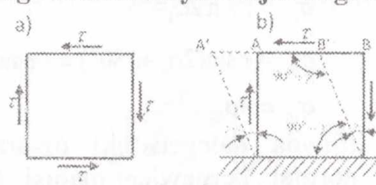
b) qaptal jaqları bas maydanshalar menen sáykes keliwshi, yaǵnıy bul maydanshalarda tek ǵana $\sigma_{max} = \tau_{max}$; $\sigma_{min} = \tau_{min} = -\tau_{max}$ bolǵan normal kernewler tásir etiwshi elementar paralleliped kórinisinde (4.2-súwrette *avsd* parallelepiped);



4.2- su'wret

v) Qaptal jaqları taza jıljıw maydanshasına da, bas maydanshaǵa da sáykes kelmeytuǵın elementar parallelepiped kórinisinde (4.2-súwrette 1,2,3,4 parallelepiped). Bul parallelepipedtiń óz-ara perpendikulyar qaptal jaqlarına bir-birine mánisi boyınsha teń, biraq qarama baǵdardaǵı normal kernewler hám urınba kernewler tásir etedi.

4.2. Jıljıwdaǵı deformaciya. Jıljıwdaǵı Guk nızamı



4.3- su'wret

4.3.a,-súwrette kórsetilgen kernewlilik jaǵdayı, taza jılјıwdı kórsetedi. Bul jaǵdayda elementar paralleliped qaptal jaqları uzınlıǵı ózgermeydi, biraq qaptal jaqları arasındaǵı múyesh ózgeredi. Yaǵnıy dáslepki tuwrı múyesh $90^0+\gamma$ hám $90^0-\gamma$ múyeshke ózgeredi (4.3.b,-súwret).

Taza jılјıwdaǵı deformaciyada parallelipedtiń hár bir jaqları qarama-qarsı jaqlarǵa salıstırǵanda AÁ aralıqqa jılјıydı, hám ol absolyut jılјıw dep ataladı (4.3, b,-súwret). Absolyut jılјıwdıń qarama-qarsı jaqlar arasındaǵı aralıqqa qatnası salıstırmalı jılјıw dep ataladı. Kishi deformaciyalarda ol jılјıw múyeshine, yaǵnıy γ ǵa teń. Absolyut jılјıw uzınlıq ólsheminde, al salıstırmalı jılјıw radianlarda ólshenedi. Tájiriybeler nátiyjesi boyınsha jılјıw múyeshi urınba kernewlerge tuwrı proporcional. Bul γ hám τ arasındaǵı baylanıs jılјıwdaǵı Guk nızamı dep ataladı hám ol tómendegishe ańlatıladı:

$$\gamma=\frac{\tau}{G} \quad (4.3)$$

$$yamasa \quad \tau=\gamma\cdot G \quad (4.4)$$

Bul jerde G-proporcionallıq koefficienti, jılјıw moduli yamasa ekinshi dárejeli serpimlilik moduli dep ataladı. Jılјıw moduli materialdıń fizikalıq turaqlısı bolıp, onıń jılјıwdaǵı qattılıǵın kórsetedi. Jılјıw moduli G nıń ólshem birligi kN/sm^2, kN/m^2, N/m^2 qa teń.

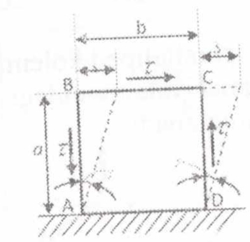
4.3. Taza jılјıwdaǵı kólemli deformaciya hám potencial energiya.
E, G hám μ arasındaǵı baylanıs

Taza jılјıw jaǵdayında kólemniń salıstırmalı ózgeriwi 3.19 formulası menen anıqlanadı:

$$\theta=\frac{1-2\mu}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)$$

Eger parallelipedtiń qaptal jaqları taza jılјıw maydanshadan ibarat bolsa (4.2-súwret, AVSD) onda $\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z=0$ boladı. Yaǵnıy taza jılјıwda kólemniń salıstırmalı ózgeriwi nolge teń.

Salıstırmalı potencial energiyanı (3.25), (3.28) hám (3.30) formulalarǵa $\sigma_1=\tau_{max}$, $\sigma_2=0$, $\sigma_3=-\tau_{max}$ mánislerin qoyıw arqalı tabamız:



4.4- su'wret

$$\left.\begin{aligned}
u&=\frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-2\mu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_1\sigma_3+\sigma_2\sigma_3)\right]=\\
&=\frac{1}{2E}\left[\tau_{max}^2+\tau_{max}^2-2\mu(-\tau_{max}^2)\right]=\frac{\tau_{max}^2(1+2\mu)}{E};\\
u_{o6}&=\frac{1-2\mu}{6E}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)^2=\frac{1-2\mu}{6E}(\tau_{max}-\tau_{max})^2=0;\\
u_{\Phi}&=\frac{1+\mu}{3E}(\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-\sigma_1\sigma_2-\sigma_1\sigma_3-\sigma_2\sigma_3)=\\
&=\frac{1+\mu}{3E}(\tau_{max}^2+\tau_{max}^2+\tau_{max}^2)=\frac{\tau_{max}^2(1+\mu)}{E}
\end{aligned}\right\} \quad (4.5)$$

Solay etip taza jılјıwda kólem ózgeriwindegi potencial energiya nolge teń, al tolıq salıstırmalı potencial energiya bolsa, forma ózgeriwindegi potencial energiyaǵa teń.

4.4-súwrette kórsetilgen parallelipedtiń tek ǵana VS jaǵına tásir etiwshi kúsh jumıs isleydi, sebebi onıń AV, SD, AD jaqları óz tegisliginde jıljıwda nolge teń.

Parallelepipedtiń VS jaǵı óz tegisliginde $\Delta=\gamma a=\frac{\tau}{G}\cdot a=\frac{\tau_{max}}{G}\cdot a$ aralıqqa jılısadı. Bunda VS jaǵı taza jıljıw maydanshası bolǵanlıqtan $\tau=\tau_{max}$ boladı.

VS jaǵına tásir etiwshi T kúshi kernewdiń VS jaǵı maydanına kóbeymesine teń: $T=\tau_{max}b\ell$, bunda ℓ – parallelipedtiń súwretke perpendikulyar baǵıttaǵı tárepiniń ólshemi. Δ jıljıwında T kúshiniń atqarǵan jumısı san mánisi boyınsha U potencial energiyaǵa teń:

$$A=\frac{T\cdot\Delta}{2}=\frac{\tau_{max}b\ell\cdot\tau_{max}a}{2G}=\frac{\tau_{max}^2 b\ell a}{2G}=\frac{\tau_{max}^2\cdot V}{2G}=U$$

Bunda V – elementar paralleliped kólemi.

Parallelipedtiń deformaciyalanıwındaǵı salıstırmalı potencial energiya tómendegishe anıqlanadı:

$$u=\frac{U}{V}=\frac{\tau_{max}^2}{2G} \qquad (4.6)$$

4.5 formulasınıń birinshi aǵzasın 4.6 formulasına teńlestirsek tómendegishe boladı: $\frac{\tau_{max}^2(1+2\mu)}{E}=\frac{\tau_{max}^2}{2G}$

$$bunnan \quad G=\frac{E}{2(1+\mu)} \qquad (4.7)$$

Tekseriw ushın soraw h'ám tapsırmalar.

1. Jıljıw deformaciyası qanday payda boladı?
2. Absolyut hám salıstırmalı jıljıw deǵen ne?
3. Jıljıwdaǵı urınba kúshleniwi qaysı formula menen anıqlanadı?
4. Taza jıljıw degen ne?
5. Jıljıwdaǵı Guk nızamı qanday túsindiriledi?

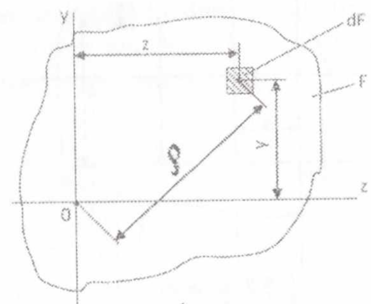
5-BAP. TEGÍS KESÍMLERDÍŃ GEOMETRÍYALÍQ XARAKTERÍSTÍKALARÍ

5.1. Ulıwma maǵlıwmatlar

Joqarıda qarap ótilgen máselelerden bizge sterjenniń sozılıwı hám qısılıwında onıń qattılıǵı hám bekkemliligi, kernewi, sterjenniń kese kesiminiń maydanına baylanıslı ekenligi málim boldı..

Maydan – sterjenniń kese kesiminiń ápiwayı geometriyalıq xarakteristikası bolıp esaplanadı. Eger kesimdi sheksiz dF elementar maydanshalardan turadı dep esaplasaq, onda kesimniń barlıq maydanı tómendegishe boladı (5.1-súwret):

$$F=\int_F dF \qquad (5.1)$$



5.1- su'wret

5.2. Kesimniń statikalıq momentleri

Tegis kesimniń qanday da bir kósherge salıstırǵandaǵı statikalıq momenti dep, onı qurawshı elementar dF maydanshalardıń olardan tiyisli kósherge deyingi aralıqlarǵa kóbeymeleriniń barlıq maydan F boyınsha summasına aytıladı, yaǵnıy:

$$\left.\begin{aligned} S_z&=\int_F ydF;\\ S_y&=\int_F zdF \end{aligned}\right\} \qquad (5.2)$$

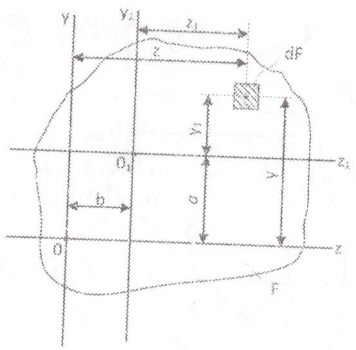
Statikalıq momentlerdiń ólshem birligi sm^3, m^3 hám t.b.

n bóleklerden turıwshı quramalı kesim ushın 5.2 formulanı tómendegishe kórsetiwge boladı:

$$\left.\begin{aligned} S_z &= \int_F y dF = \sum_{i=1}^{i=n} S_z^i; \\ S_y &= \int_F z dF = \sum_{i=1}^{i=n} S_y^i; \end{aligned}\right\} \quad (5.3)$$

Bunda S_z^i, S_y^i - z hám y kósherlerine salıstırǵandaǵı kesimniń i-nshi bóleginiń statikalıq momenti.

Endi eki óz-ara parallel z hám z_1 kósherlerine salıstırǵandaǵı bir kesimniń statikalıq momentleri arasındaǵı baylanıstı tabayıq (5.2-súwret).



5.2- su'wret

(5.2) formulası tiykarında bul kósherlerge salıstırǵandaǵı statikalıq momentler tómendegishe boladı:

$$S_z = \int_F y dF$$

$$S_{z_1} = \int_F y_1 dF;$$

Biraq $u_1 = u - a$

Sonlıqtan

$$S_{z_1} = \int_F (y-a) dF = \int_F y dF - a\int_F dF = S_z - aF$$

Yaǵnıy $S_{z_1} = S_z - aF$ (4.5)

Soǵan uqsas $S_{y_1} = S_y - bF$ (5.4)

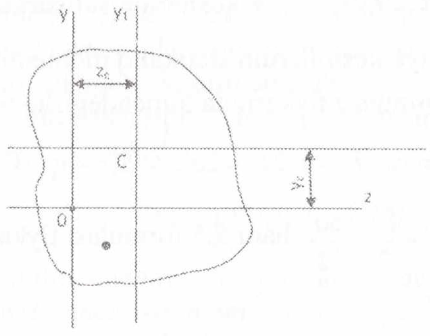
Endi statikalıq momentleri oǵan salıstırǵanda nolge teń bolatuǵın z_1 hám y_1 kósherlerin tabamız (5.3-súwret). Bunıń ushın 5.3 hám 5.4 formulaların nolge teńeymiz:

$$S_{z_1} = S_z - y_c F = 0$$

$$S_{y_1} = S_y - z_c F = 0$$

$$bunnan \quad y_c = \frac{S_z}{F}; \quad z_c = \frac{S_y}{F} \quad (5.5) \quad \Rightarrow \left.\begin{aligned} S_z &= y_c F \\ S_y &= z_c F \end{aligned}\right\} \quad (5.6)$$

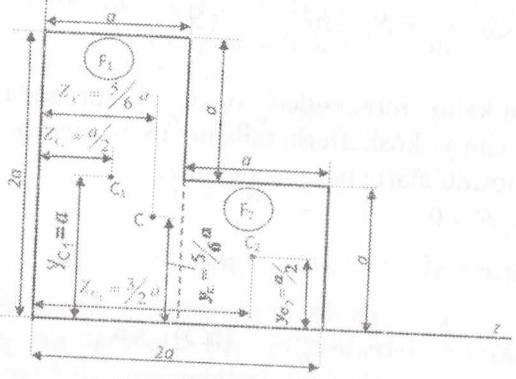
Bunday kósherlerdiń kesilisiw tochkası (S tochkası, 5.3-súwret) kesimniń awırlıq orayı dep ataladı. Awırlıq orayınan ótiwshi kósherler – oraylıq kósherler dep ataladı. Awırlıq orayınan ótetuǵın qálegen kósherge salıstırǵandaǵı esaplanǵan statikalıq moment nolge teń. Usı (5.5) formulası awırlıq orayınıń koordinataların tabıw ushın qollanıladı.



5.3- su'wret

Mısal ushın 5.4-súwrette kórsetilgen kesimniń awırlıq orayın tabayıq.

Bunıń ushın kesimdi maydanı $F_1 = 2a^2$ bolǵan tuwrımúyeshlik hám maydanı $F_2 = a^2$ bolǵan kvadrat túrindegi eki bólekke bólemiz. Bul eki kesimniń S_1 hám S_2 awırlıq orayı 5.4-súwrette kórsetilgen.



5.4- su'wret

Qálegen bir u hám z kósherlerin júrgizeyik hám z kósherine salıstırǵandaǵı kesimniń statikalıq momentin esaplayıq:

$$S_z = S_z^{F_1} + S_z^{F_2}.$$

Bunda $S_z^{F_1}$ *xam* $S_z^{F_2}$ – z kósherine salıstırǵandaǵı F_1 hám F_2 maydanlarǵa iye kesimlerdiń statikalıq momenti. Bul statikalıq momentler 5.6 formulası tiykarında tómendegishe boladı:

$$S_z^{F_1} = y_{C_1} \cdot F_1 = a \cdot 2a^2 = 2a^3; \quad S_z^{F_2} = y_{C_2} \cdot F_2 = \frac{a}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{2}$$

Bunnan $S_z = 2a^3 + \frac{a^3}{2} = \frac{5a^3}{2}$ hám 5.5 formulası tiykarında:

$$y_C = \frac{S_z}{F} = \frac{\frac{5}{2}a^3}{3a^2} = \frac{5}{6}a,$$

Bunda $F = F_1 + F_2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$

Soǵan uqsas $S_y = S_y^{F_1} + S_y^{F_2}$

Bunda

$$S_y^{F_1} = z_{C_1} \cdot F_1 = \frac{a}{2} \cdot 2a^2 = a^3; \quad S_y^{F_2} = z_{C_2} \cdot F_2 = \frac{3}{2} a \cdot a^2 = \frac{3}{2} a^3.$$

Bunnan $S_y = a^3 + \frac{3}{2}a^3 = \frac{5}{2}a^3$ hám $z_C = \frac{S_y}{F} = \frac{\frac{5}{2}a^3}{3a^2} = \frac{5}{6}a.$

Tabılǵan y_C hám z_C koordinatalar boyınsha 5.4-súwrette berilgen kesimniń awırlıq orayı C kórsetilgen.

5.3. Kesimniń inerciya momentleri

Tegis kesimniń qanday da bir kósherge salıstırǵandaǵı (ekvatorial) *inerciya momenti* dep, onı qurawshı barlıq elementar dF maydanshalardıń olardan sol kósherlerge deyingi aralıqlar kvadratlarına kóbeymeleriniń barlıq maydan boyınsha summasına aytıladı, yaǵnıy:

$$\left.\begin{aligned} J_y &= \int_F z^2 dF; \\ J_z &= \int_F y^2 dF \end{aligned}\right\} \qquad (5.7)$$

Tegis kesimniń qanday da bir kósherge salıstırǵandaǵı *polyarlı inerciya momenti* dep, onı qurawshı barlıq elementar dF maydanshalardıń olardan koordinata basına deyingi aralıqlar kvadratlarına kóbeymeleriniń barlıq maydan F boyınsha summasına aytıladı, yaǵnıy:

$$J_p = \int_F \rho^2 dF \qquad (5.8)$$

Tegis kesimniń qanday da bir kósherge salıstırǵandaǵı *oraydan qashıwshı inerciya momenti* dep, onı qurawshı barlıq elementar dF maydanshalardıń, olardan usı eki kósherge shekemgi aralıqlarǵa kóbeymeleriniń barlıq maydan F boyınsha summasına aytıladı:

$$J_{yz} = \int_F yz dF \qquad (5.9)$$

İnerciya momentleriniń ólshem birligi sm^4, m^4 hám t.b. Ekvatorial hám polyarlı inerciya momentleri hámme waqıt oń boladı.

Tómende 5.5-súwrette F maydanǵa iye kesim, y hám z kósherleri kórsetilgen. y hám z kósherlerge salıstırǵandaǵı kesimniń ekvatorial inerciya momentleri tómendegishe:

$$J_y = \int_F z^2 dF; \quad J_z = \int_F y^2 dF$$

Bul inerciya momentleriniń summası:

$$J_y + J_z = \int_F z^2 dF + \int_F y^2 dF = \int_F (y^2 + z^2) dF$$ Biraq $y^2 + z^2 = \rho^2$

Sonlıqtan $J_y + J_z = \int_F \rho^2 dF = J_p$

Yaǵnıy $J_y + J_z = J_p$ (5.10)

Solay etip, óz-ara perpendikulyar bolǵan eki kósherge salıstırǵandaǵı kesimniń ekvatorial inerciya momentleriniń summası, usı kósherlerdiń kesilisiw tochkasına salıstırǵandaǵı sol kesimniń polyarlı inerciya momentine teń. Oraydan qashıwshı inerciya momentleri oń, teris hám nolge teń bolıwı múmkin.

Qanday da bir kósherge salıstırǵanda simmetriyalı bolǵan figuranı kórip shıǵayıq (5.6-súwret).

Kósherlerdi figuranıń simmetriya kósherine sáykes keletuǵın (bunda y kósheri) etip júrgizeyik. u kósheriniń oń jaǵında jaylasqan hár bir dF_1 maydanshasına u kósheriniń shep jaǵında jaylasqan dF_2 maydanshası sáykes keledi. Usınday hár bir jup simmetriyalı jaylasqan maydanshalardıń oraydan qashıwshı inerciya momenti tómendegishe:

$$dJ_{yz} = yz_1 dF_1 + yz_2 dF_2;$$

Biraq $dF_1 = dF_2 = dF, \quad an \quad z_2 = -z_1$.

Bunnan $dJ_{yz} = yz_1 dF - yz_1 dF = 0$

Yaǵnıy $J_{yz} = 0$

Solay etip, simmetriya kósherine sáykes keletuǵın kósherge salıstırǵandaǵı kesimniń oraydan qashıwshı inerciya momenti nolge teń.

5.4. Ápiwayı kesimler ushın inerciya momentlerin esaplaw. Tuwrı tórtmúyeshli kesim

Biyikligi h hám eni b bolǵan 5.7,a-súwrette kórsetilgen tuwrı tórtmúyeshli kesimniń z_1 kósherine salıstırǵandaǵı inerciya momentin tabayıq. Tuwrı tórtmúyeshlikten biyikligi dy_1 hám eni b bolǵan elementar dF maydanshasın ajıratayıq. Bul maydanshanıń maydanı $dF=bdy_1$ ǵa teń. Maydanshadan z_1 kósherine shekemgi aralıq dy_1 ge teń. Bulardı 5.7 inerciya momenti formulasına qoysaq:

$$J_{z_1} = \int_F y_1^2 dF = \int_0^h b y_1^2 dy_1 = \frac{b y_1^3}{3}\Big|_0^h = \frac{bh^3}{3}$$

$$J_{z_1} = \frac{bh^3}{3} \qquad (5.11)$$

Usıǵan uqsas u_1 kósherine salıstırǵandaǵı inerciya momentin tabıwǵa boladı:

$$J_{y_1} = \frac{hb^3}{3} \qquad (5.12)$$

Oraydan qashıwshı $J_{y_1 z_1}$ inerciya momentin tabıw ushın tuwrı tórtmúyeshlikten z_1 hám u_1 kósherlerine parallel sızıqlar menen kesilgen maydanı $dF=dz_1dy_1$ ǵa teń elementar maydanshanı ajıratıp alamız (5.7,b-súwret). Aldın ala biyikligi h, eni dz_1 bolǵan vertikal jaylasqan maydanshanıń inerciya momentin anıqlaymız:

$$J_{y_1 z_1} = \int_{y_1=0}^{y_1=h} y_1 z_1 dF = \int_{y_1=0}^{y_1=h} y_1 z_1 dy_1 dz_1 = z_1 dz_1 \int_0^h dy_1 = z_1 dz_1 \cdot \frac{y_1^2}{2}\Big|_0^h = \frac{h^2}{2} z_1 dz_1 .$$

$dJ_{y_1 z_1}$ aǵzasın $z_1=0$ hám $z_1=b$ aralıǵında integrallasaq:

$$J_{y_1 z_1} = \int_0^b \frac{h^2}{2} z_1 dz_1 = \frac{h^2}{2} \int_0^b z_1 dz_1 = \frac{h^2}{2} \cdot \frac{z_1^2}{2}\Big|_0^b = \frac{b^2 h^2}{4};$$

$$J_{y_1 z_1} = \frac{b^2 h^2}{4}. \qquad (5.13)$$

Endi u hám z kósherleri tuwrı tórtmúyeshliktiń awırlıq orayınan ótetuǵın jaǵdayındaǵı usı kósherlerge salıstırǵandaǵı ekvatorial inerciya momentlerin anıqlayıq (5.8 -súwret).

Bul jaǵday ushın integralaw shegarası $y=-\frac{h}{2}$ хам $y=+\frac{h}{2}$ aralıǵında boladı. Demek,

$$J_z=\int_F y^2dF=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2bdy=\frac{by^3}{3}\Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}=\frac{bh^3}{24}+\frac{bh^3}{24}=\frac{bh^3}{12};$$

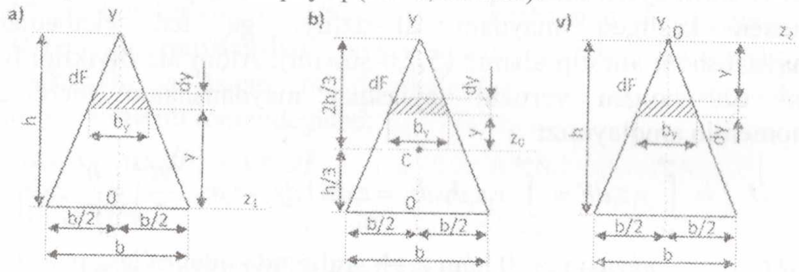
$$J_z=\frac{bh^3}{12}. \qquad (5.14)$$

Soǵan uqsas

$$J_y=\frac{hb^3}{12} \qquad (5.15)$$

5.5. Úshmúyeshli kesim

Úshmúyeshliktiń ultanı, awırlıq orayı hám tóbesinen ótetuǵın z_1, z_0, z_2 bolǵan úsh parallel kósherlerge salıstırǵandaǵı inerciya momentlerin anıqlaymız. Kósheri úshmúyeshliktiń ultanı arqalı júrgizilgen jaǵday ushın, onıń usı z_1 kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momentin anıqlayıq (5.9-a, súwret).



5.9- su'wret

$$b_y=b\frac{h-y}{h}; \qquad dF=b_ydy=b\frac{h-y}{h}dy;$$

$$J_{z_1}=\int_F y^2dF=\int_0^h y^2b\frac{h-y}{h}dy=\frac{b}{h}\int_0^h y^2(h-y)dy=\frac{b}{h}\left(\frac{y^3h}{3}-\frac{y^4}{4}\right)\Big|_0^h=\frac{bh^3}{12};$$

$$J_{z_1}=\frac{bh^3}{12} \qquad (5.16)$$

Endi kósher awırlıq orayı arqalı ótken jaǵday ushın inerciya momentin anıqlayıq (5.9-b, súwret):

$$b_y=b\frac{\frac{2}{3}h-y}{h}; \qquad dF=b_ydy=b\frac{\frac{2}{3}h-y}{h}dy;$$

$$J_{z_0}=\int_F y^2dF=\int_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2}{3}h} y^2b\frac{\frac{2}{3}h-y}{h}dy=\frac{b}{3h}\int_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2}{3}h} y^2(2h-3y)dy=$$

$$=\frac{b}{3h}\left(\frac{y^3\cdot 2h}{3}-\frac{3y^4}{4}\right)\Big|_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2}{3}h}=\frac{b}{3h}\left[\frac{(\frac{2}{3}h)^3 2h}{3}-\frac{3(\frac{2}{3}h)^4}{4}-\frac{(-\frac{h}{3})^3 2h}{3}+\frac{3(-\frac{h}{3})^4}{4}\right]=\frac{bh^3}{36};$$

$$J_{z_0}=\frac{bh^3}{36} \qquad (5.17)$$

Kósher úshmúyeshliktiń tóbesi arqalı ótken jaǵday ushın inerciya momenti tómendegishe anıqlanadı (5.9-v, súwret):

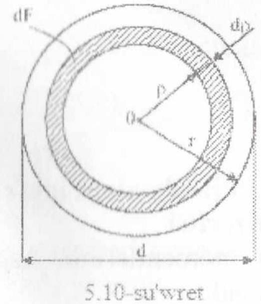
$$b_y=\frac{by}{h}; \qquad dF=b_ydy=-\frac{by}{h}dy;$$

$$J_{z_2}=\int_F y^2dF=-\int_{-h}^{0} y^2\frac{by}{h}dy=-\frac{b}{h}\int_{-h}^{0} y^3dy=-\frac{b}{h}\cdot\frac{y^4}{4}\Big|_{-h}^{0}=\frac{bh^3}{4};$$

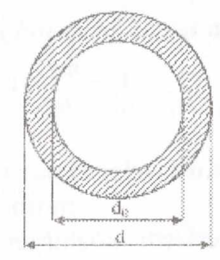
$$J_{z_2}=\frac{bh^3}{4} \qquad (5.18)$$

5.6. Sheńber formasındaǵı kesim

5.10-súwrette kórsetilgen sheńberden qalıńlıǵı $d\rho$, radiusı ρ hám maydanı $dF=2\pi\rho\cdot d\rho$ bolǵan elementar dóńgelek maydansha ajıratayıq (5.10-súwret).



5.10-su'wret



5.11-su'wret

Bul elementar dóńgelek maydansha kesiminiń sheńber orayına salıstırǵandaǵı polyarlı inerciya momenti $dJ_p = \rho^2 dF$ ǵa teń. Dóńgelektiń barlıq elementar maydanshaları sheńber orayınan birdey aralıqta jaylasqanı ushın tómendegishe boladı:

$$J_p = \int_F \rho^2 dF = \int_0^r \rho^2 \cdot 2\pi\rho d\rho = 2\pi \frac{\rho^4}{4}\Big|_0^r = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4 \qquad (5.19)$$

Biraq $J_y = J_z$ hám $J_y + J_z = J_p$

$$Sonli'q\tan \quad J_y = J_z = \frac{J_p}{2} = \frac{\pi d^4}{2 \cdot 32} = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$J_y = J_z = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05d^4 \qquad (5.20)$$

Íshki diametri d_0 hám sırtqı diametri d bolǵan 5.11-súwrette kórsetilgen dóńgelek kolco formasındaǵı kesimniń inerciya momentlerin esaplayıq. Bul esaplawlardı sırtqı hám ishki dóńgelekler ushın inerciya momentleri ayırması arqalı tabamız.

Kolconıń polyarlı inerciya momenti 5.20 formulası tiykarında tómendegishe boladı:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} - \frac{\pi d_0^4}{32} = \frac{\pi d^4}{32}\left[1 - \left(\frac{d_0}{d}\right)^4\right]$$

$$eger \quad \frac{d_0}{d} = c \quad dep \ belgilesek$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}(1 - c^4) \approx 0,1d^4(1 - c^4) \qquad (5.21)$$

Soǵan uqsas kolconıń inerciya momenti ushın:

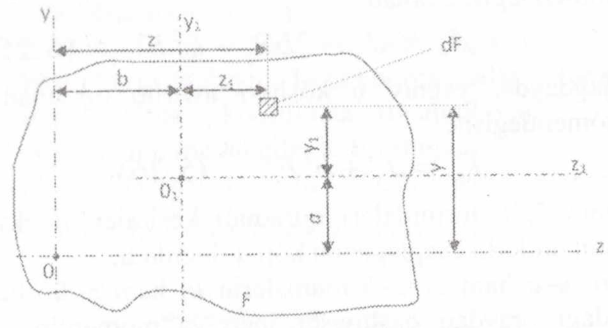
$$J_y = J_z = \frac{\pi d^4}{64}(1 - c^4) \approx 0,05d^4(1 - c^4) \qquad (5.22)$$

5.7. Kósherlerdi parallel kóshirgen jaǵdaydaǵı inerciya momentleriniń ózgeriwi

Kósherlerdi kóshirgende inerciya momentleriniń ózgeriwin eki usıl izbe-izligi menen anıqlawǵa boladı:

1. Koordinata kósherlerin parallel kóshiriw usılında jańa orınǵa jılıstırıw;
2. Jańa koordinata kósheri orayına salıstırǵanda kósherlerdi burıw.

5.12-súwrette kórsetilgen kesimniń u hám z kósherlerine salıstırǵandaǵı J_y, J_z hám J_{yz} inerciya momentleri belgili dep esaplayıq.



5.12- su'wret

Kesimniń u hám z koordinatalar sistemasına parallel taza u_1 hám z_1 koordinatalar sistemasın alayıq. Taza koordinatalar sistemasınıń orayınan aldıńǵı koordinatalar sistemasına salıstırǵandaǵı parallel jılısıw aralıǵın a hám b dep belgileyik.

dF elementar maydanshanıń aldıńǵı sistemada koordinataları x hám z. Taza koordinatalar sistemasında ol $u_1 = u - a$ hám $z_1 = z - b$. Bul mánislerdi z_1 kósherine salıstırǵandaǵı ekvatorial inerciya momenti formulasınıń ornına qoyamız:

$$J_{z_1} = \int_F y_1^2 dF = \int_F (y - a)^2 dF = \int_F y^2 dF - 2a\int_F ydF + a^2 \int_F dF.$$

Bunda $\int_F y^2 dF$ – J_z inerciya momenti; $\int_F ydF$ – z kósherine salıstırǵandaǵı kesimniń S_z statikalıq momenti hám ol kesimniń F maydanına teń.

Bunnan: $$J_{z_1} = J_z - 2aS_z + a^2 F \qquad (5.23)$$

Eger z kósheri awırlıq orayınan ótse, onda statikalıq moment $S_z = 0$ boladı, yaǵnıy:

$$J_{z_1} = J_z + a^2 F \qquad (5.24)$$

Demek 5.24. formulasınan awırlıq orayınan ótpeytuǵın qálegen kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momenti, awırlıq orayınan ótetuǵın kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momentinen $a^2 F$ mániske úlken bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

5.23 formulasına uqsas u_1 kósherine salıstırǵandaǵı inerciya momenti tómendegishe boladı:

$$J_{y_1} = J_y - 2bS_y + b^2 F \qquad (5.25).$$

Jeke jaǵdayda, yaǵnıy u kósheri awırlıq orayınan ótken jaǵdayda tómendegishe:

$$J_{y_1} = J_y + b^2 F \qquad (5.26)$$

5.24 hám 5.26 formulaları quramalı kesimlerdiń ekvatorial inerciya momentlerin esaplaǵanda kóp qollanıladı.

Endi $u_1 = u - a$ hám $z_1 = z - b$ mánislerin u_1 hám z_1 kósherlerine salıstırǵandaǵı oraydan qashıwshı inerciya momentin esaplaw formulasınıń ornına qoyamız:

$$J_{y_1 z_1} = \int_F y_1 z_1 dF = \int_F (y-a)(z-b)dF = \int_F yzdF - b\int_F ydF - a\int_F zdF + ab\int_F dF$$

Alınǵan mánislerde

$$\int_F yzdF = J_{yz}, \quad \int_F ydF = S_z,$$

$$\int_F zdF = S_y \quad \int_F dF = F.$$

$$bunnan \quad J_{y_1 z_1} = J_{yz} - aS_y - bS_z + abF \qquad (5.27)$$

Jeke jaǵdayda, eger uz koordinatalar salmaq orayında jaylasqan jaǵdayda:

$$S_y = S_z = 0 \text{ hám } J_{y_1 z_1} = J_{yz} + abF \qquad (5.28)$$

Eger kesim simmetriyalı bolsa, hám aldıńǵı koordinatalar sisteması simmetriya kósheri menen sáykes kelse, onda $J_{yz} = 0$ hám 5.28 formulası tómendegishe boladı:

$$J_{y_1 z_1} = abF \qquad (5.29)$$

5.8. Kósherlerdi burǵan jaǵdaydaǵı inerciya momentleriniń ózgeriwi

5.13-súwrette kórsetilgen kesimniń orayı 0 bolǵan x hám u koordinata kósherlerine salıstırǵandaǵı J_y, J_z hám J_{yz} inerciya momentleri belgili dep esaplayıq.

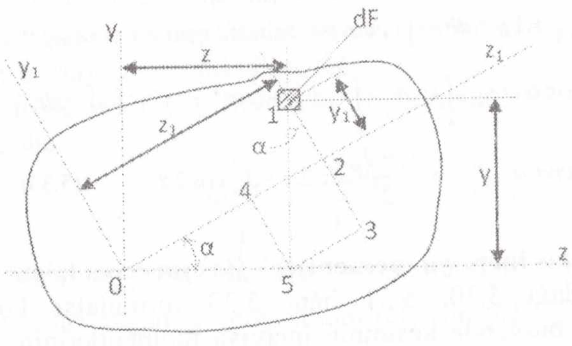
Koordinata orayı dáslepki 0 tochkasında bolǵan, biraq koordinata kósherleri α múyeshke burılǵan taza u_1 hám z_1 koordinatalar sistemasın alayıq.

Burılmastan aldıńǵı u hám z koordinataǵa iye dF elementar maydanshasın kórip shıǵayıq. Taza koordinatalar sistemasında bul maydanshanıń u_1 hám z_1 koordinataların anıqlayıq.

5.13-súwretten tómendegiler kelip shıǵadı:

$$y_1 = 12 = 13 - 23 = 13 - 45 = 15 \cdot \cos\alpha - 05 \cdot \sin\alpha = y\cos\alpha - z\sin\alpha;$$

$$z_1 = 02 = 42 + 04 = 15 \cdot \sin\alpha + 05 \cdot \cos\alpha = y\sin\alpha + z\cos\alpha.$$



5.13- su'wret

Bul mánislerdi z_1 kósherine salıstırǵandaǵı inerciya momenti formulasınıń ornına qoysaq:

$$J_{z_1} = \int_F y_1^2 dF = \int_F (y\cos\alpha - z\sin\alpha)^2 dF = \cos^2\alpha \int_F y^2 dF + \sin^2\alpha \int_F z^2 dF - 2\sin\alpha\cos\alpha \int_F yzdF,$$

$$yamasa \quad J_{z_1} = J_z \cos^2\alpha + J_y \sin^2\alpha - J_{yz}\sin 2\alpha, \qquad (5.30)$$

$$bunda \quad \int_F y^2 dF = J_z, \quad \int_F z^2 dF = J_y, \quad \int_F yzdF = J_{yz}.$$

Soǵan uqsas

$$J_{y_1}=\int_F z_1^2 dF=\int_F (y\sin\alpha+z\cos\alpha)^2 dF=\cos^2\alpha\int_F z^2 dF+$$

$$+\sin^2\alpha\int_F y^2 dF+2\sin\alpha\cos\alpha\int_F yzdF$$

yamasa $$J_{y_1}=J_y\cos^2\alpha+J_z\sin^2\alpha+J_{yz}\sin 2\alpha. \qquad (5.31)$$

Eger u_1 hám z_1 kósherlerine salıstırǵandaǵı inerciya momentleriniń mánisin qossaq tómendegishe boladı:

$$J_{y_1}+J_{z_1}=J_y+J_z \qquad (5.32)$$

Yaǵnıy, eki óz-ara perpendikulyar kósherlerge salıstırǵandaǵı inerciya momentleriniń summası, usı kósherlerdiń qálegen múyeshke burılǵan jaǵdaydaǵı inerciya momentleriniń summasına teń boladı.

Endi taza u_1 hám z_1 kósherlerine salıstırǵandaǵı oraydan qashıwshı inerciya momentin anıqlayıq:

$$J_{y_1z_1}=\int_F y_1z_1 dF=\int_F (y\cos\alpha-z\sin\alpha)(y\sin\alpha+z\cos\alpha)dF=$$

$$=\sin\alpha\cos\alpha\left(\int_F y^2dF-\int_F z^2dF\right)+(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)\int_F yzdF$$

yamasa $$J_{y_1z_1}=\frac{J_z-J_y}{2}\sin 2\alpha+J_{yz}\cos 2\alpha \qquad (5.33)$$

5.9. Bas inerciya momentleri. Bas inerciya kósherleri

Joqarıdaǵı 5.30, 5.31 hám 5.33 formulalar kósherdi α múyeshke burǵanda kesimniń inerciya momentleriniń ózgeriwin kórsetedi. α múyeshiniń bazı bir mánisinde ekvatorial inerciya momentleriniń mánisi ekstremal (maksimum hám minimum) mánislerge iye boladı.

Kesimniń ekvatorial inerciya momentleriniń ekstremal mánisi bas inerciya momenti dep ataladı. Oǵan salıstırǵanda inerciya momentleri ekstremal mániske iye bolǵan kósherler bas inerciya kósherleri dep ataladı. Bas inerciya momentiniń mánisin hám bas inerciya kósheriniń jaylasıwın tabıw ushın J_{z_1} inerciya momentiniń α múyeshi boyınsha birinshi tuwındısın tabamız:

(5.30 formulası hám 5.13-súwretke qarań)

$$\frac{dJ_{z_1}}{d\alpha}=\frac{d}{d\alpha}(J_z\cos^2\alpha+J_y\sin^2\alpha-J_{yz}\sin 2\alpha)=$$

$$=-J_z\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha+J_y\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha-J_{yz}\cdot 2\cos 2\alpha.$$

Bul nátiyjeni nolge teńeymiz:

$$\left(\frac{dJ_{z_1}}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0}=-(J_z-J_y)\sin 2\alpha_0-2J_{yz}\cos 2\alpha_0=0 \qquad (5.34)$$

Bunda α_0 – u hám z koordinata kósherlerin bas kósher menen sáykes keltiriw ushın burıw kerek bolǵan múyesh.

5.34 hám 5.33 formulaların salıstırıw arqalı tómendegige iye bolamız:

$$\left(\frac{dJ_{z_1}}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0}=(-2J_{y_1z_1})_{\alpha=\alpha_0}=0$$

Yaǵnıy $(J_{y_1z_1})_{\alpha=\alpha_0}=0$

Demek bas inerciya kósherlerine salıstırǵandaǵı oraydan qashıwshı inerciya momenti nolge teń.

5.34 teńlemesin α_0 múyeshi tiykarında shesheyik, ol tómendegishe:

$$tg 2\alpha_0=-\frac{2J_{yz}}{J_z-J_y}. \qquad (5.35)$$

J_{max} hám J_{min} bas inerciya momentleriniń san mánisin esaplaǵanda tańlanǵan α_0 múyeshiniń mánisin 5.30 yamasa 5.31 formulasına qoyıw kerek.

Trigonometriya formulalarınan hám 5.35 formulasınan paydalanıp tómendegige iye bolamız:

$$\left.\begin{aligned}
&\cos 2\alpha_0 = \frac{1}{\pm\sqrt{1+tg^2 2\alpha_0}} = \pm\frac{J_z - J_y}{\sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4J_{yz}^2}};\\
&\sin 2\alpha_0 = tg 2\alpha_0 \cdot \cos 2\alpha_0 = \mp\frac{2J_{yz}}{\sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4J_{yz}}};\\
&\cos^2\alpha_0 = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha_0) = \frac{1}{2}(1 \pm \frac{J_z - J_y}{\sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4J_{yz}^2}});\\
&\sin^2\alpha_0 = \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha_0) = \frac{1}{2}(1 \mp \frac{J_z - J_y}{\sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4J_{yz}^2}}).
\end{aligned}\right\} \quad (5.36)$$

Bul mánislerdi 5.30 formulasına qoyıp hám ápiwayılastırǵannan keyin tómendegini alamız:

$$J_{\substack{max\\min}} = \frac{J_y + J_z}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(J_y - J_z)^2 + 4J_{yz}^2}. \quad (5.37)$$

Tekseriw ushın soraw hám tapsırmalar.

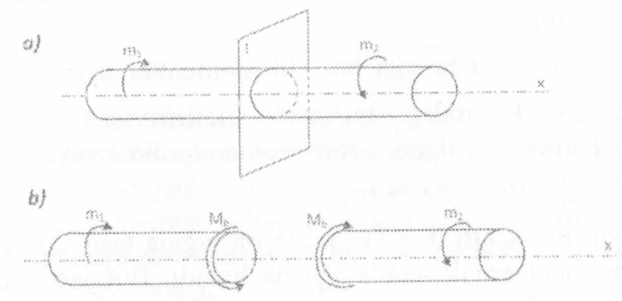
1. Kesimlerdiń qanday geometriyaliq xaraxteristikaları bar ?.
2. Kese kesimniń statikalıq momenti degen ne?
3. Kese kesimniń inerciya momentlerin anıqlaw formulaları.
4. Ápiwayı formalardıń inerciya momentlerin anıqlaw formulaların jazıń.
5. Inerciya radiyusı degen ne?
6. Inerciya momentleri kósherler burılǵanda qalay ózgeredi.
7. Bas inerciya kósherleri degen ne?
8. Bas inerciya momentleri degen ne?

6-BAP. BURALÍW

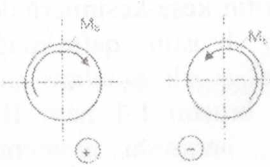
6.1. Tiykarǵı túsinikler. Burawshı moment

Buralıw – bul deformaciyanıń bir túri bolıp, bunda brustıń kese kesiminde tek ǵana bir ishki kúsh faktorı, olda bolsa burawshı moment payda boladı.

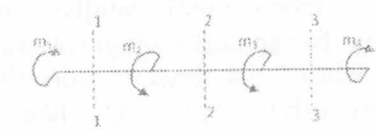
Brustıń kese kesiminde payda bolatuǵın burawshı momentler, sırtqı burawshı momentlerge baylanıslı bolıp, kesiw usılı járdeminde anıqlanadı. Eger brus tek ǵana eki sırtqı momentler tásirinde bolsa, onda brustıń kese-kesimlerinde teń salmaqlılıq shártinen $\sum M_x=0$ bolıp, sırtqı momentler san mánisi boyınsha óz-ara teń bolıp, biraq baǵıtları qarama-qarsı boladı (6.1-súwret).



6.1-su'wret



6.2- su'wret



6.3- su'wret

6.4- su'wret

Kesiw usılı tiykarında brustıń qálegen kese kesimlerindegi burawshı moment, san mánisi boyınsha brustıń qaralıp atırǵan kesiminiń bir tárepindegi sırtqı burawshı momentlerdiń summasına teń boladı.

Eger brustıń kesip alınǵan tárepinen qaraǵan jaǵdayda M_b momenti saat strelkası boyınsha aylansa, burawshı moment oń boladı, al kerisinshe bolsa, teris boladı (6.2-súwret). Jeke jaǵdayda 6.1-a,súwrettegi brustıń I-kesiminde burawshı moment teris boladı (6.1,b, v-súwret).

6.3-súwrette sırtqı tórt burawshı momentler tásir etiwshi brus kórsetilgen. 1–1 kesimdegi M_{1k} burawshı moment san mánisi boyınsha m_1 ge teń, biraq belgisi teris boladı. 2–2 kesimdegi burawshı moment san mánisi boyınsha m_1 hám m_2 momentleriniń ayırmasına teń, yaǵnıy

$|M_{2b}| = |m_1 - m_2|$, al belgisi bul eki momentler ayırmasına ǵarezli boladı. 3–3 kesimdegi burawshı moment san mánisi boyınsha shep jaǵına túsirilgen sırtqı momentlerdiń ayırmasına teń, yaǵnıy: $|M_{3b}| = |m_1 - m_2 - m_3|$

M_{3b} burawshı momentti 3–3 kesimniń oń jaǵına tásir etiwshi m_4 burawshı moment arqalı anıqlawǵa da boladı. Bul jaǵdayda M_{3b} momenti m_4 momentine qarama-qarsı baǵıtlanǵan boladı, yaǵnıy bul jaǵdayda M_{3b} momentiniń belgisi oń boladı.

Bir tárepi bekkemlenip qatırılǵan brustıń kese-kesimlerindegi burawshı momentlerdi anıqlaw ushın brustıń qatırılmaǵan tárepinen baslap sırtqı momentler tásiri arqalı anıqlaw ańsat boladı. Mısalı 6.4-súwrette kórsetilgen brustıń I–I hám II–II kesimleri ushın sáykes M_{Ib} hám M_{IIb} burawshı momentler tómendegishe boladı:

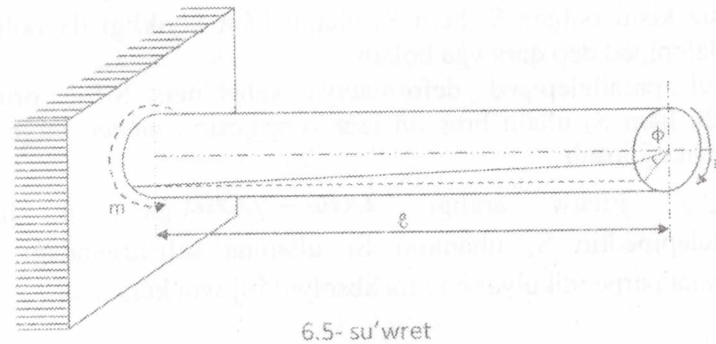
$M_{Ib}=m_I$

$M_{IIb}= m_I+ m_2$.

Bunda M_{Ib} hám M_{IIb} momentler oń boladı.

6.2. Dóńgelek kese kesimli tuwrı brustıń buralıwı

6.5-súwrette shep tárepi bekkemlenip qatırılǵan hám oń tárepindegi ushına m burawshı moment tásir etiwshi dóńgelek kesimli tuwrı brus kórsetilgen.



6.5- su'wret

m momentiniń tásirinde brustıń qatırılmaǵan ushındaǵı kesim, qatırılǵan kesimge salıstırǵanda φ múyeshke burıladı. Bul múyesh uzınlıǵı l bolǵan uchastkadaǵı tolıq buralıw múyeshi dep ataladı. Brustıń elementar uchastkasındaǵı tolıq buralıw múyeshi $d\varphi$ diń usı uchastkanıń uzınlıǵı dx qa qatnası, salıstırmalı buralıw múyeshi dep ataladı:

$$\vartheta = \frac{d\varphi}{dx}. \qquad (6.1)$$

6.5-súwrette kórsetilgen brus ushın ol tómendegishe boladı:

$$\vartheta = \frac{\varphi}{\ell}$$

φ múyeshi radianlarda ólshenedi, al ϑ – salıstırmalı buralıw múyeshiniń ólshem birligi 1/sm, 1/m.

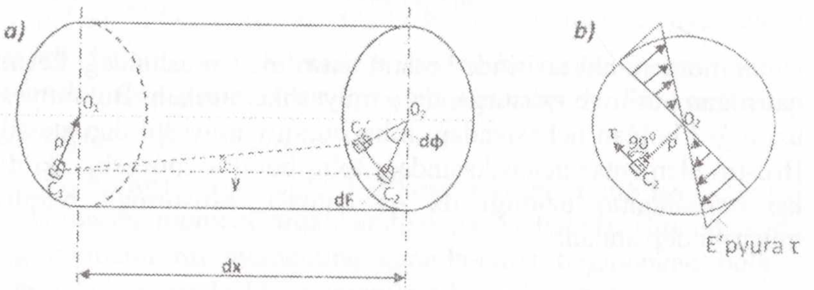
Buralıp atırǵan brustan eki kese kesim menen uzınlıǵı dx bolǵan elementtin ajıratıp alayıq (6.6-a,súwret).

Deformaciyalanıw sebebinen bul brustıń bir kesimi ekinshi kesimge salıstırǵanda $d\varphi = \vartheta dx$ múyeshke burıladı. dx elementiniń shep tárepindegi kesimdi bekkemlenip qatırılǵan dep esaplaymız.

Brus kósherinen ρ aralıqta jaylasqan S_1S_2 aralıǵın ultanları sheksiz kishi bolǵan S_1 hám S_2 ultanlı hám biyikligi dx bolǵan parallelepiped dep qarawǵa boladı.

Bul parallelepiped deformaciya sebebinen S_1S_2' orınǵa jılısadı, hám S_2 ultanı brus oń jaǵı kese-kesimi menen birge $d\varphi$ múyeshke jılısadı.

S_2S_2' jılısıw aralıǵı $\rho d\varphi = \rho\vartheta dx$ ǵa teń hám parallelepipedtiń S_2 ultanınıń S_1 ultanına salıstırǵandaǵı ρ radiusına perpendikulyar baǵıtta absolyut jıljıwın kórsetedi.



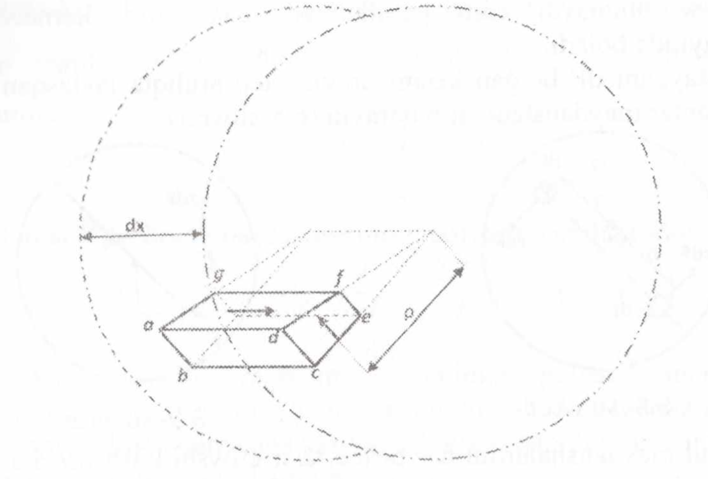
6.6- su'wret

Bul jıljıw aralıǵınıń parallelepiped biyikligi dx qa qatnası γ salıstırmalı jıljıwdı beredi, yaǵnıy:

$$\gamma = \frac{C_2C_2'}{dx} = \frac{\vartheta\rho dx}{dx} = \vartheta\rho.$$

S_2 ultanı boylap ρ radiusına perpendikulyar baǵıtta τ urınba kernew (6.6-b,súwret) tásir etedi. Urınba kernewdiń mánisi Guk nızamı boyınsha tómendegishe boladı:

$$\tau = \gamma G = \vartheta\rho G. \qquad (6.2)$$



6.7- su'wret

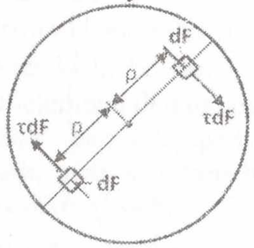
Solay etip, brusqa burawshı moment tásir etkende onıń kese kesimleriniń hár bir tochkasında ρ radiusına perpendikulyar bolǵan urınba kernew tásir etedi hám onıń mánisi ρ radiusqa tuwrı proporcional. Brus orayında $(\rho = 0)$ urınba kernew nolge teń. Radius ósken sayın urınba kernew ósip baradı. τ urınba kernew ózgeriwiniń epyurası 6.6-b,súwrette kórsetilgen.

Brustıń dx elementinen sheksiz kishi parallelepiped ajıratıp alayıq (6.7-súwret). Bul parallelipedtiń dcef ultanı brustıń kese kesiminde jaylasqan, al adfg qaptal qabırǵası brus kósheri arqalı ótiwshi tegislikte jaylasqan. abcd qaptal qabırǵası ρ radiusına perpendikulyar jaylasqan. dcef ultanı boylap 6.2-formulası arqalı anıqlanatuǵın urınba kernew tásir etedi.

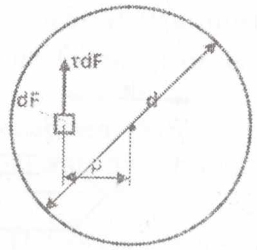
Urınba kernewlerdiń juplıq nızamı boyınsha adfg qaptal qabırǵasınada urınba kernew tásir etedi. Bul urınba kernewdiń mániside 6.2-formulası arqalı anıqlanadı. abcd qaptal qabırǵasında urınba kernew nolge teń.

Brus kese kesimleri burılǵanda óziniń tegis jaǵdayın ózgertpeydi hám onıń radiusı deformaciyalanbaydı, yaǵnıy brustıń qálegen tochkasında $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ hám ε_z deformaciyası nolge teń. Yaǵnıy elementar parallelipedtiń qaptal jaqlarında normal kernew bolmaydı hám paralleliped taza jıljıw kernewlilik jağdayında boladı.

Maydanı dF bolğan kesim orayına teń aralıqta jaylasqan eki elementar maydanshanı alıp qarayıq (6.8-súwret).



6.8- su'wret



6.9- su'wret

Bul maydanshalardıń hár birine tásir etiwshi kúsh τdF ke teń. Bul eki kúsh elementar juplıqtı payda etedi. Kesim orayına salıstırğandağı τdF elementar kúshiniń momenti usı kúshti kesimniń orayına shekemgi (10.6-súwret) aralıqqa kóbeytkenge teń:

$$dM_{\kappa} = \tau dF \rho \, .$$

Yamasa 6.2 formulası tiykarında:

$$dM_{\kappa} = \vartheta \rho^2 G dF \, .$$

Bunnan $M_{\kappa} = \vartheta G \int_F \rho^2 dF$.

Bul jerde $\int_F \rho^2 dF = J_p$ – brus orayına salıstırğandağı kese kesimniń polyarlı inerciya momenti.

Yağnıy: $M_{\kappa} = \vartheta G J_p$ (6.3)

Bunnan: $\vartheta = \dfrac{M_{\kappa}}{G J_p}$ (6.4)

ϑ mánisin 6.2 formulasına qoyıp, buralıwshı brus kese kesimlerindegi tochkalardıń urınba kernewlerin anıqlaymız:

$$\tau = \frac{M_{\kappa}}{J_p} \rho. \qquad (6.5)$$

Brus kese-kesiminiń sırtqı konturındağı urınba kernewdiń eń úlken mánisin alıw ushın 6.5 formulasına $\rho = \dfrac{d}{2}$ mánisin qoyamız:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\kappa}}{J_p} \cdot \frac{d}{2} = \frac{M_{\kappa}}{W_p} \qquad (6.6)$$

Bunda W_p – brustıń kese kesiminiń polyarlı qarsılıq momenti:

$$W_p = \frac{J_p}{\frac{d}{2}} = \frac{2J_p}{d} \qquad (6.7)$$

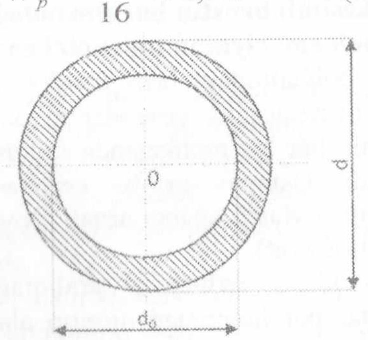
Polyarlı qarsılıq momenti degenimiz polyarlı inerciya momentiniń awırlıq orayınan kesimniń shetki tochkalarına shekemgi aralıqqa qatnasına aytıladı. Polyarlı qarsılıq momentiniń ólshem birligi sm^3, mm^3 hám t.b.

5.20 formulası boyınsha dóńgelek kese-kesim ushın tómendegishe:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1 d^4$$

Bunnan polyarlı qarsılıq momenti tómendegishe:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2 d^3 \qquad (6.8)$$



6.10- su'wret

6.10-súwrette kórsetilgen kolco formasındağı kesim ushın polyarlı inerciya momenti 5.21 formulası boyınsha tómendegishe:

$$J_p=\frac{\pi(d^4-d_0^4)}{32}=\frac{\pi d^4}{32}(1-c^4)\approx 0,1d^4(1-c^4)$$

bunda $c=\frac{d_0}{d}$

Kolco formasındaǵı kesim ushın polyarlı qarsılıq momenti tómendegishe:

$$W_p=\frac{J_p}{\frac{d}{2}}=\frac{\pi(d^4-d_0^4)}{16d}=\frac{\pi d^3}{16}(1-c^4)\approx 0,2d^3(1-c^4). \qquad (6.9)$$

6.1 hám 6.4 formulası tiykarında ℓ uzınlıqqa iye sterjenniń tolıq buralıw múyeshi tómendegishe:

$$\varphi=\int_\ell \vartheta dx=\int_\ell \frac{M_b}{GJ_p}dx. \qquad (6.10)$$

Eger brustıń barlıq kese-kesimindegi burawshı moment birdey mániske iye bolsa hám kese kesim maydanı uzınlıǵı boylap ózgermese, tolıq buralıw múyeshi tómendegishe anıqlanadı:

$$\varphi=\vartheta\ell=\frac{M_b\ell}{GJ_p} \qquad (6.11)$$

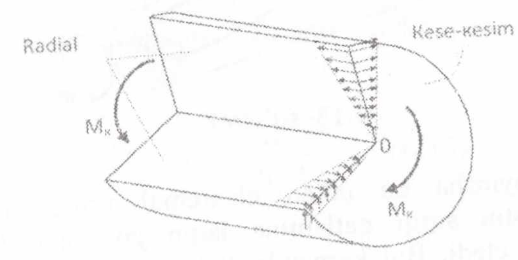
GJ_p kóbeymesi buralıwdaǵı kesimniń qattılıǵı dep ataladı. Onıń ólshem birligi $N\cdot mm^2$, $kN\cdot m^2$.

6.3. Dóńgelek kesimli brustıń buralıwındaǵı bas kernewler hám deformaciyanıń potencial energiyası

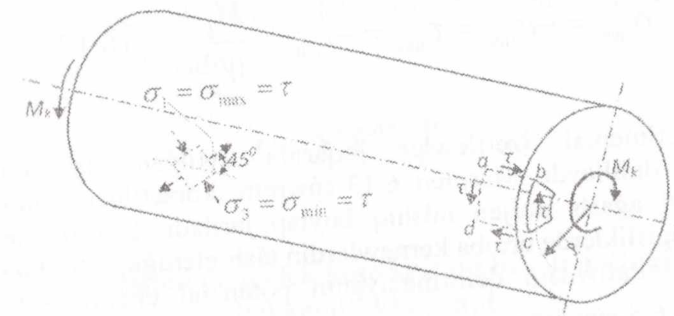
Bizge málim bolǵanınday, brus burılıw tásirinde bolǵanda onıń kese kesimlerinde urınba kernewler payda boladı. Bul urınba kernewler kesimniń hár bir tochkasında radiusqa perpendikulyar baǵıtta baǵıtlanadı. Usınday urınba kernewler brustıń radial tegisliginde, yaǵnıy boylama kósher arqalı ótiwshi tegisliklerde de payda boladı (6.11-súwret).

Brustan *abcd* ultanı radiusı ρ aralıqtaǵı cilindr betinde jaylasqan elementar parallelepiped ajıratıp alayıq (6.12-súwret). Parallelepipedtiń *bc* hám *ad* qaptal jaqları brustıń kese kesiminde jaylasqan. Bul parallelepipedtiń jaqları boylap tek ǵana urınba kernewler tásir etedi (6.12-súwret). Parallelepiped ultanlarına normal kernewde, urınba kernewde tásir etpeydi. Bunnan

parallelepipedtiń taza jıljıwdıń tegis kernewlilik jaǵdayında bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.



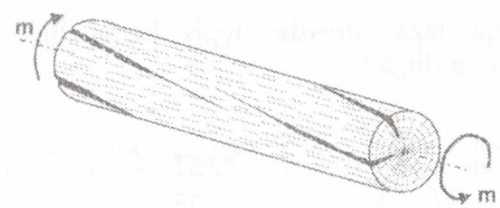
6.11- su'wret



6.12- su'wret

Parallelepipedtiń qaptal jaqları taza jıljıw maydanshası bolıp esaplanadı, yaǵnıy oǵan tásir etiwshi urınba kernewler ekstremal bolıp esaplanadı. Parallelepipedtiń *abcd* ultanına perpendikulyar jaylasqan qálegen maydanshadaǵı kernewlerdi esaplaw ushın tegis kernewlilik jaǵdayı formulalarınan (3.6 hám 3.7 formulalar) paydalanıwǵa boladı.

Taza jıljıwda σ_1 hám σ_3 bas kernewlerdiń ekstremal urınba kernewlerge teń bolatuǵınlıǵı bizge málim hám bunnan onıń brus kese-kesiminde jaylasqan parallelipedtiń qaptal jaqlarındaǵı urınba kernewlerge teń ekenligi kelip shıǵadı. Bas maydanshalar taza jıljıw maydanshasına 45^0 múyeshke burılǵan boladı (6.11-súwret).



6.13- su'wret

Mánisi boyınsha eń úlken ekstremal urınba hám bas kernewler brustıń sırtqı qatlamına jaqın jaylasqan tochkalar átirapında tásir etedi. Bul kernewlerdi tómendegishe anıklawǵa boladı:

$$\sigma_{max} = -\sigma_{min} = \tau_{max} = -\tau_{min} = \frac{M_b}{W_p} \qquad (6.12)$$

Eksperimental izertlewler joqarıda aytılǵanlardıń durıs ekenligin dálilleydi. Máselen 6.13-súwrette kórsetilgen buralıw tásirindegi aǵash sterjen talshıq boylap jarıladı. Bul boylama (radial) tegisliklerde urınba kernewlerdiń tásir etetuǵının bildiredi.

Endi buralıwdaǵı deformaciyanıń potencial energiyasın U anıqlayıq. 6.5-súwrette ℓ uzınlıqqa hám GJ_p turaqlı qattılıqqa iye brustı alıp qarayıq. Brustıń barlıq kese kesimlerine turaqlı $M_\kappa = m$ burawshı moment tásir etedi. Brustıń oń tárepindegi ushınıń buralıw múyeshi, onıń tolıq buralıw múyeshine (6.11 formula boyınsha) teń:

$$\varphi = \frac{M_b \ell}{GJ_p}$$

Statikalıq ósiwshi sırtqı m momentiniń atqarǵan jumısı, usı momenttiń keyingi mánisiniń, brustıń erkin ushınıń buralıw múyeshine kóbeymesiniń yarımına teń:

$$A = \frac{m\varphi}{2} = \frac{M_b\varphi}{2} = \frac{M_b^2 \ell}{2GJ_p}$$

Energiyanıń saqlanıw nızamı tiykarında U=A boladı, sonlıqtan:

$$U = \frac{M_b^2 \ell}{2GJ_p} \qquad (6.13)$$

Eger brusqa ózgermeli M_k momenti tásir ece, yamasa brustıń qattılıǵı ózgermeli bolsa, deformaciyanıń potencial energiyası tómendegishe boladı:

$$U = \sum \int_\ell \frac{M_b^2 dx}{2GJ_p} \qquad (6.14)$$

6.4. Buralıwshı dóńgelek kese kesimli brustı qattılıqqa hám bekkemlilikke esaplaw

Buralıwshı brusta payda bolatuǵın eń úlken urınba kernewler sáykes keliwshi ruxsat etilgen kernewden aspawı kerek:

$$\tau_{max} \le [\tau] \qquad (6.15)$$

Bul talap bekkemlilik shárti dep ataladı.

Buralıwshı brus ushın ruxsat etilgen $[\tau]$ kernewi, brus materialınıń qásiyetine hám qabıl etilgen bekkemliliktiń awısıq (zapası) $[n]$ koefficientine baylanıslı boladı:

$$[\tau] = \frac{\tau_{shek}}{[n]} \qquad (6.16)$$

Berilgen júk boyınsha kesim tańlaw ushın aldın brustıń kese kesimindegi burawshı momentler tabıladı (M_b epyurası qurıladı), keyin 6.6 hám 6.15 formulasınan kelip shıǵatuǵın tómendegi formula arqalı brus kese-kesiminiń hár bir uchastkası ushın polyarlı qarsılıq momenti anıqlanadı:

$$W_p \geq \frac{|M_b|_{max}}{[\tau]} \qquad (6.17)$$

Tabılǵan polyarlı qarsılıq momenti hám 6.8 formulası arqalı dóńgelek kesimniń diametri yamasa 6.9 formulası arqalı kolco kesimli brustıń ishki hám sırtqı diametri anıqlanadı.

Buralıwshı brustıń qattılıq shárti tómendegishe boladı:

$$\vartheta_{max} \leq [\vartheta] \qquad (6.18)$$

Bunda ϑ_{max} -- 6.4 formulası arqalı anıqlanıwshı buralıwshı brustıń eń úlken buralıw múyeshi.

$[\vartheta]$- bir metr sterjen ushın $0{,}15^0$ tan 2^0 aralıǵında bolıwshı hár qıylı júk tásirindegi konstrukciyanıń ruxsat etilgen salıstırmalı buralıw múyeshi.

6.5. Prujinanıń cilindrli vintin esaplaw

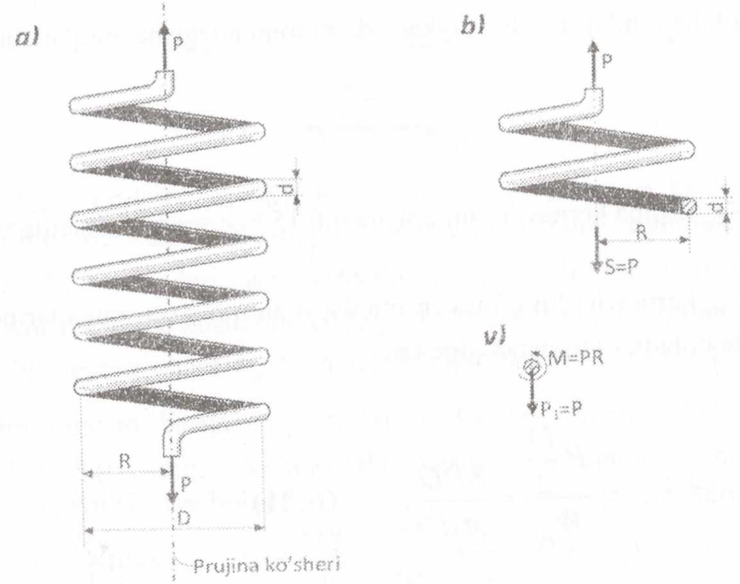
Prujinalar házirgi zaman mashina hám mexanizmlerde eń kóp qollanılatuǵın serpimli element bolıp tabıladı. Olar tiykarınan amortizator sıpatında qollanıladı. Joqarǵı hám tómengi ushlarına tásir etiwshi hám prujina kósheri boylap bir-birine qarama-qarsı baǵıtlanǵan R kúshi menen júklengen prujinanıń esabın júrgizeyik (6.14,a-súwret).

Prujina radiusı ushın prujina oramınıń kese kesiminiń orayınan prujina kósherine shekemgi aralıqtı alayıq hám onı $R = \frac{D}{2}$ dep belgileyik. Al $d=2r$ – oram kese-kesiminiń diametri.

Oramdı oyımızda prujina kósheri arqalı ótiwshi tegislik penen kesip alayıq hám prujinanıń tómengi bólegin alıp taslayıq (6.14, b-súwret). Prujinanıń joqarǵı bólegi sırtqı R kúshi tásirinde hám oram kesilgen jerindegi joqarǵı bólegine tásir etiwshi tómengi bóleginiń tásirin ózgertiwshi ishki kúshler tásirinde teń salmaqlılıqta boladı.

Prujinanıń joqarǵı qaldırılǵan bóleginiń teń salmaqlılıq shártinen kelip shıǵıp, ishki kúshlerdiń teń tásir etiwshisi S kúshi prujina kósheri boylap baǵıtlanǵan boladı hám ol R kúshine teń (6.14,b-súwret). Bul kúshti vertikal $R_1=R$ (oram kesimi orayına túsirilgen) kúshi menen hám kesilgen oram kese kesimi tegisligine tásir etiwshi $M=RR$ momenti menen ózgertiwge boladı (6.14,v-súwret).

Keyingi esaplawlardı ańsatlastırıw ushın prujina oramı baǵıtınıń kósherge salıstırmalı qıyalıǵı 90^0 qa jaqın dep esaplayıq.



6.14-su'wret

Bul jaǵday kesip alınǵan oram kesimin tegis dóńgelek kesimli dep qarawǵa hám $M=RR$ momentin M_b burawshı moment dep qarawǵa hám $R_1=R$ kúshin Q kese kúsh dep qarawǵa múmkinshilik beredi.

$Q=P$ kúshi kesimde τ_Q urınba kernewlerdi payda etedi. Bul kernewlerdi oram kesimi boylap teń bólistirilgen dep qarayıq:

$$\tau_Q=\frac{Q}{F}=\frac{P}{\pi(\frac{d}{2})^2}=\frac{4P}{\pi d^2} \qquad (6.19)$$

τ_Q urınba kernewlerdiń epyurası 6.15,a-súwrette kórsetilgen.

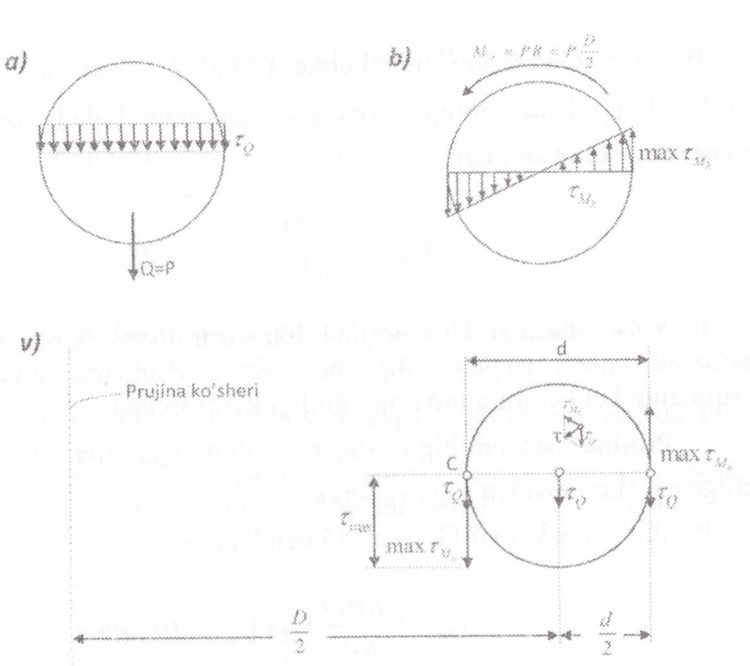
Bunnan basqa oram kesiminde $M_\kappa=PR=P\frac{D}{2}$ burawshı moment penen baylanıslı bolǵan τ_{M_b} urınba kernewler payda boladı hám 6.5 formulası tiykarında ol tómendegishe anıqlanadı:

$$\tau_{M_b}=\frac{M_b}{J_p}\rho=\frac{P\frac{D}{2}}{J_p}\rho. \qquad (6.20)$$

τ_{M_b} urınba kernewlerdiń epyurası 6.15,b-súwrette kórsetilgen.

τ_{M_b} kernewlerdiń eń úlken mánisi oramnıń sırtqı qabatlarında payda boladı, ol tómendegige teń:

$$\max\tau_{M_b}=\frac{P\frac{D}{2}}{W_p}=\frac{8PD}{\pi d^3}. \qquad (6.21)$$



6.15- su'wret

Kese kúsh Q hám M_b burawshı momentten oram kesiminiń hár bir tochkasında payda bolıwshı τ kernewiniń summasın τ_Q hám τ_{M_b} kernewlerin geometriyalıq qosıw arqalı tabamız (6.15,v-súwret). Prujina kósherine eń jaqın jaylasqan oram kesimindegi S tochkasında τ_Q hám τ_{M_b} kernewleri baǵıtı boyınsha sáykes keledi, hám bunnan basqa τ_{M_b} nıń bul tochkadaǵı mánisi maksimal boladı. Solay etip, S tochkasında τ kernewiniń summar mánisi eń úlken mániske iye boladı:

$$\tau_{\max}=\max\tau_{M_b}+\tau_Q=\frac{8PD}{\pi d^3}+\frac{4P}{\pi d^2}=\frac{8PD}{\pi d^3}(1+\frac{d}{2D}). \qquad (6.22)$$

Bul formulanıń keyingi skobka ishindegi aǵzasınıń mánisi birden kóp kishi, sonlıqtan onı esaplamasaqta boladı, bunnan tómendegi kelip shıǵadı:

$$\tau_{\max}=\frac{8PD}{\pi d^3}. \qquad (6.23)$$

6.23 formulasınan eger prujina diametrin úlkeycek prujinanıń bekkemliliginiń azayatuǵınlıǵı hám oram diametrin úlkeycek prujinanıń bekkemliliginiń artatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Prujina bekkemliligin saqlaw ushın $\tau_{\max}$ mánisi ruxsat etilgen $[\tau]$ kernewinen aspawı kerek.

Prujinanıń bekkemlilik shárti tómendegishe:

$$\tau_{\max}=\frac{8PD}{\pi d^3}\leq[\tau]. \qquad (6.24)$$

Joqarıda anıqlanǵan usıllardan kelip shıǵıp, prujina bekkemliligi shártin tómendegishe kórsetiwge boladı:

$$\tau_{\max}=k\frac{8PD}{\pi d^3}\leq[\tau]. \qquad (6.25)$$

Bul jerde k – prujinanı anıq usıllarda anıqlaǵan jaǵday ushın dúzetiw koefficienti. Onıń mánisin tómendegi formulada anıqlaymız:

$$k=\frac{\frac{D}{d}+0,25}{\frac{D}{d}-1} \qquad (6.26)$$

Endi prujina deformaciyasın, yaǵnıy onıń prujina kósheri boylap uzınlıǵınıń ózgeriwin izertleyik. Joqarǵı hám tómengi ushlarına tásir etiwshi hám prujina kósheri boylap bir-birine

qarama-qarsı baǵıtlanǵan R kúshi tásirindegi prujina deformacisın λ dep belgileyik.

Statikalıq júklengen R kúshiniń λ deformaciya aralıǵına jılısıwdı ámelge asırıwda islegen jumısı tómendegishe:

$$A=\frac{P\lambda}{2}$$

R kúshi tásirindegi prujina deformaciyasınıń U potencial energiyasın prujina oramı kese-kesimindegi payda bolıwshı $M_{\kappa}=P\frac{D}{2}$ burawshı moment arqalı anıqlaymız. Bunda $Q=P$ kúshiniń prujina deformaciyasına tásirin esapqa almaymız. Sonda 16.6 formula tiykarında tómendegishe boladı:

$$U=\frac{M_k^2\ell}{2GJ_p}=\frac{(P\frac{D}{2})^2\pi Dn}{2G\frac{\pi d^4}{32}}=\frac{4P^2D^3n}{Gd^4}$$

Bunda $J_p=\frac{\pi d^4}{32}$; $\ell\approx\pi Dn$ – prujina oramı uzınlıǵı; n – prujina oramı sanı.

Energiyanıń saqlanıw nızamı tiykarında $A=U$, yaǵnıy:

$$\frac{P\lambda}{2}=\frac{4P^2D^3n}{Gd^4}$$

Bunnan $$\lambda=\frac{8PD^3n}{Gd^4} \qquad (6.27)$$

Prujina deformaciyası λ birlik mániske (1mm, 1sm hám t.b) iye bolǵan jaǵdaydaǵı R kúshiniń mánisi prujina qattılıǵı dep ataladı, hám ol S háribi menen belgilenedi. 6.27 formulası tiykarında:

$$C = \frac{Gd^4}{8D^3n} \qquad (6.28)$$

$$bunnan \quad \lambda = \frac{P}{C}$$

Prujina qattılıǵı ólshem birligi *kN/m, kN/sm* hám t.b. larda ólshenedi.

6.6. Dóńgelek emes kesimli tuwrı brustıń buralıwı

Formulalardı paydalanıwdıń qolaylıǵı ushın, dóńgelek emes kesimli tuwrı brustı esaplaǵanda, dóńgelek kesimli brus ushın qollanılǵan formulalardan paydalanıladı. Soǵan sáykes, dóńgelek emes kesimli tuwrı brustıń kese-kesimindegi eń úlken urınba kernewler tómendegishe anıqlanadı:

$$\tau_{\max} = \frac{M_b}{W_b} \qquad (6.29)$$

Burılıw múyeshi formulası tómendegishe:

$$\varphi = \frac{M_b \ell}{GJ_b} \qquad (6.30)$$

W_k hám J_k mánisleri brus kesiminiń formasına ǵarezli boladı.

6.7. Tuwrı tórtmúyesh kesimli brus

Eger tuwrımúyesh kesiminiń úlken tárepin h dep, al kishi tárepin b dep belgilesek, onda:

$$\left.\begin{aligned} J_b &= \alpha b^4; \\ W_b &= \beta b^3 \end{aligned}\right\} \qquad (6.31)$$

Bunda α hám β, 1.6-tablicası boyınsha $\frac{h}{b}$ tárepleri qatnasına ǵarezli anıqlanadı.

Eger $\frac{h}{b} \geq 10$ bolsa, ańsatlastırılǵan formulalardan paydalanıwǵa boladı:

$$\left.\begin{aligned} J_b &= \frac{hb^3}{3}; \\ W_b &= \frac{J_b}{b} = \frac{hb^2}{3}. \end{aligned}\right\} \qquad (6.32)$$

$\tau_{\max}$ kernewi (6.29 formulası boyınsha) tuwrı tórt-múyeshliktiń úlken tárepiniń ortasında payda boladı. Kishi tárepindegi τ urınba kernew:

$$\tau = \gamma\tau_{\max} \qquad (6.33)$$

Bunda γ 1.6-tablicası boyınsha anıqlanadı; eger $\frac{h}{b} \geq 4$ bolsa, γ=*0,74* dep qabıl etiwge boladı.

1.6-tablicası

$\frac{h}{b}$	α	β	γ
1,0	0,140	0,208	1,000
1,5	0,294	0,346	0,859
2,0	0,457	0,493	0,795
3,0	0,790	0,801	0,753
4,0	1,123	1,150	0,745
6,0	1,789	1,789	0,743
8,0	2,456	2,456	0,742
10,0	3,123	3,123	0,742

6.8. Ashıq profilli juqa diywallı sterjenler

Sterjen kesimi n juqa diywallı elementlerge bólinedi. Barlıq sterjen ushın:

$$J_k = \sum_{i=1}^{i=n} J_{ki} \qquad (6.34)$$

Bul jerde J_{ki} – 6.32 formulası menen esaplanǵan i-nshi element ushın J_k mánisi. Summalaw barlıq n juqa diywallı elementler ushın ámelge asırıladı:

$$W_k = \frac{J_k}{b_{\max}} \qquad (6.35)$$

Bunda b_{max} – eń úlken qalıńlıqqa iye bolǵan tuwrı tórtmúyeshli elementtiń kishi tárepiniń ólshemi.

6.9. Buralıwdaǵı statikalıq anıq emes máseleler

Bir jaǵı bekkemlenip qatırılǵan tuwrı bruslardı buralıwǵa esaplaǵanda onıń kese-kesimlerinde payda bolıwshı burawshı momentlerdi tek ǵana teńsalmaqlılıq teńlemeleri járdeminde anıqlawǵa boladı. Bunday máseleler statikalıq anıq máseleler bolıp tabıladı.

Eger tek ǵana teńsalmaqlılıq teńlemeleri járdeminde buralıwdaǵı sterjen kesimlerindegi burawshı momentlerdi anıqlawǵa múmkinshilik bolmasa, onda bunday máseleler statikalıq anıq emes bolıp tabıladı. Bunday máselelerdi sheshiw ushın teńsalmaqlılıq teńlemelerine qosımsha teńlemeler dúziwge (máselen jıljıw teńlemesin) tuwrı keledi.

Mısal ushın shep tárepinen a aralıqta tásir etiwshi m burawshı momenti menen júklengen hám eki ushıda bekkemlenip qatırılǵan dóńgelek kesimli brustı kórip shıǵayıq (6.16,a-súwret).

Bul máseleni sheshiw ushın teńsalmaqlılıq teńlemesiniń birewin dúziwge boladı, yaǵnıy brus kósherine salıstırǵandaǵı momentler summasın nolge teńeymiz:

$$\sum M_x = m_1 - m + m_2 = 0$$

Bunda m_1 hám m_2 – brus ushlarında payda bolıwshı burawshı reaktiv momentler.

Bul máseleni sheshiw ushın brustıń bekkemlenip qatırılǵan shep ushın alıp taslaymız (6.16,a-súwret). Bunday jol menen alınǵan brustıń shep ushınıń buralıwı nolge teń, yaǵnıy $\alpha_V=0$, sebebi haqıyqatında brustıń bul ushı bekkemlenip qatırılǵan hám burala almaydı.

Kúshler tásiriniń ǵarezsizlik principine tiykarlanıp jıljıw teńlemesi tómendegishe boladı:

$$\alpha_B = \alpha_{B_1} + \alpha_{B_2} = 0$$

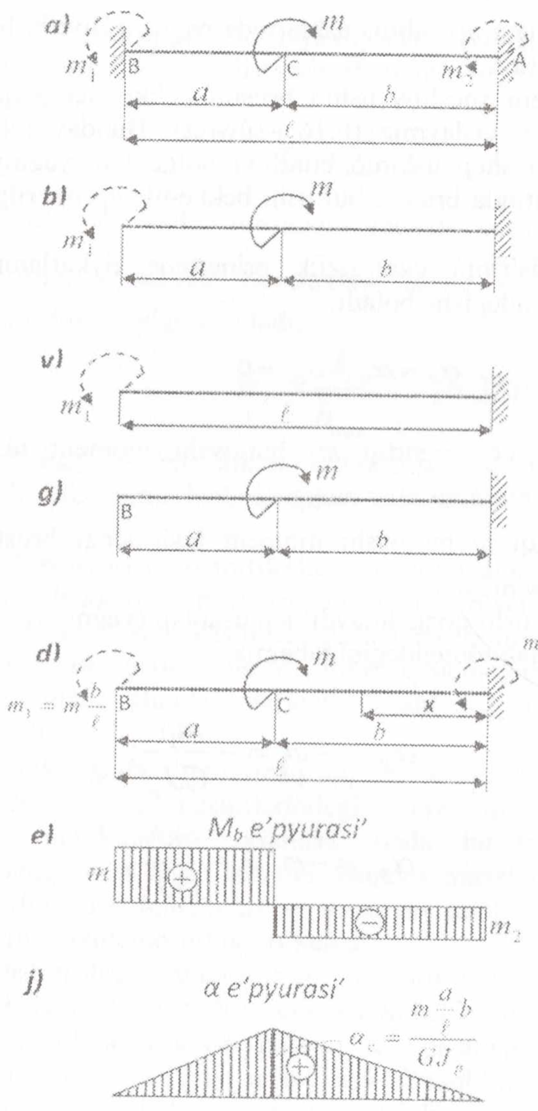
Bul jerde α_{B_1} – sırtqı m_1 burawshı moment tásirindegi brustıń shep ushınıń buralıw múyeshi.

α_{B_2} – sırtqı m burawshı moment tásirindegi brustıń shep ushınıń buralıw múyeshi.

Brustıń oń ushı qozǵalmaydı dep esaplap (yaǵnıy $\alpha_A=0$), 6.11 formulaları arqalı tómendegini tabamız:

$$\alpha_{B_1} = -\varphi_1 = -\frac{m_1\ell}{GJ_p};$$

$$\alpha_{B_2} = -\varphi_2 = -\frac{mb}{GJ_p}.$$



6.16-su'wret

Bul tabılǵan mánislerdi jıljıw teńlemesine qoyamız:

$$-\frac{m_1\ell}{GJ_p}+\frac{mb}{GJ_p}=0$$

$$bunnan \quad m_1=m\frac{b}{\ell}.$$

Teń salmaqlılıq teńlemesinen: $m_2=m-m_1=m\frac{a}{\ell}$.

m_1 hám m_2 momentler tabılǵannan keyin burawshı momentler epyurasın statikalıq anıq brustıń epyurası sıyaqlı ápiwayı túrde quramız (6.16-d,e súwret).

Burawshı momentler epyurası qurılǵannan keyin hám m_1 mánisi tabılǵannan soń brustıń kese kesimleriniń burılıw múyeshi epyurası qurıladı. Brustıń shep ushı, yaǵnıy A kesimi qozǵalmaydı, yaǵnıy $\alpha_A=0$.

AS aralıqqa tiyisli hám brustıń oń ushınan x aralıqta jaylasqan kese kesimi tómendegishe múyeshke buraladı:

$$\alpha_x=\alpha_A-\varphi_x=0+\frac{m_2x}{GJ_p}=\frac{m\frac{a}{\ell}x}{GJ_p}$$

Bunda φ_x – 6.11 formulası menen anıqlanıwshı x aralıǵı uchastkasınıń buralıw múyeshi.

Solay etip, x aralıqqa ǵarezli túrde buralıw múyeshi sızıqlı nızam boyınsha ózgeredi. Alınǵan ańlatpaǵa x=b mánisin qoyıp, S kesiminiń buralıw múyeshin tabamız:

$$\alpha_C=\frac{m\frac{a}{\ell}b}{GJ_p}$$

SV uchastkasınıń epyurasın qurıw ushın V kesiminiń buralıw múyeshin esaplaymız. 6.11 formulaları tiykarında:

$$\alpha_B = \alpha_C - \varphi_{CB} = \frac{m\frac{a}{\ell}b}{GJ_p} - \frac{m_1 a}{GJ_p} = \frac{m\frac{a}{\ell}b}{GJ_p} - \frac{m\frac{b}{\ell}a}{GJ_p} = 0$$

Bul alınǵan nátiyje esaptıń durıs sheshilgenin bildiredi, sebebi V kesimi bekkemlenip qatırılǵan.

Tekseriw ushın soraw h'ám tapsırmalar

1. Salıstırma buralıw múyeshi qanday anıqlanadı?
2. Salıstırma jıljıw h'ám salıstırma buralıw múyeshi arasında qanday qatnas bar?
3. Buralıwda qarsılıq momenti qanday anıqlanadı? Onıń ɵlshem birligin jazıń.
4. Qanday úlkenlik buralıwdaǵı qattılıq delinedi? Onıń ɵlshem birligin jazıń.
5. Buralıwda Guk nızamı qanday ańlatıladı?
6. Kesimi sheńberlik vallar buralǵanda kesimniń qaysı nuqtalarında eń úlken urınba kúshleniwler payda boladı?
7. Kesimi sheńberlik vallar buralǵanda bekkemliiik shárti kanday kóriniste jazıladı?

7-BAP. TUWRÍ ÍYÍLÍW

7.1. Ulıwma túsinikler. İshki kúshler

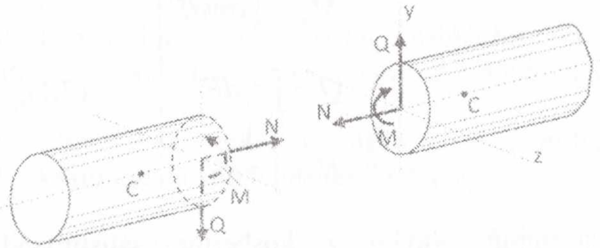
Oraylıq sozıwshı hám qısıwshı kúshler, burawshı momentler tásirinde tuwrı bructıń kósheri ózgeriske ushıramaydı. Deformaciyanıń iyiliw túrinde tuwrı brustıń kósheri iyilip qıysayadı.

İyiliw – brustıń kese kesimlerinde iyildiriwshi momentlerdiń payda bolıwı menen baylanıslı. İyildiriwshi moment – bul ishki kúsh faktorı bolıp, yaǵnıy kese-kesim tegisliginde jaylasqan hám awırlıq orayınan ótiwshi kósherge salıstırǵandaǵı iyildiriwshi moment.

Eger brusqa sırtqı kúshler tásir etse, brustıń hár bir kese kesiminde ishki kúsh faktorları payda boladı (7.1-súwret). Olar tómendegiler:

a) N boylama kúsh, ol kesimniń awırlıq orayına túsirilip, kesimge perpendikulyar baǵıtta boladı.

b) Q kese kúsh, ol awırlıq orayınan ótetuǵın kese kesim tegisligi boylap tásir etedi.

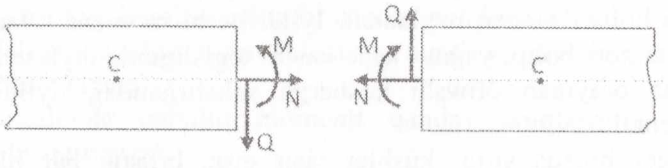


7.1- su'wret

v) M_I iyildiriwshi moment, ol kese kesim tegisligine perpendikulyar tegislikte tásir etedi.

İyildiriwshi moment M_u hám M_z háripleri menen de belgilenedi. Bundaǵı u hám z indeksleri brustıń kese kesiminde jaylasqan qaysı kósherge salıstırǵanda iyildiriwshi moment alınǵanlıǵın bildiredi.

Eger brustıń oń jaqtaǵı bóleginiń shep ushında saat strelkası boyınsha, al shep jaqtaǵı bóleginiń oń ushında saat strelkasına qarsı tásir etse, kese kesimde iyildiriwshi moment M_I oń esaplanadı. N boylama kúsh eger brustı soziwǵa háreket ece, ol oń esaplanadı. Eger brustıń oń jaǵı bóleginiń shep ushında tómennen joqarı qaray baǵıtlanǵan bolsa, al shep jaǵı bóleginiń oń ushında joqarıdan tómen qaray baǵıtlanǵan bolsa, Q kese kúsh oń esaplanadı. Oń kese kúsh brustıń kesip alınǵan bólegin kósherde jaylasqan qálegen S tochkasına salıstırǵanda saat strelkası boyınsha aylandırıwǵa háreket etedi. İshki kúshlerdiń oń baǵdarları 7.1 hám 7.2 súwretlerde kórsetilgen.



7.2- su'wret

Hár bir kese kesimde tásir etiwshi iyildiriwshi moment, boylama kúsh hám kese kúsh usı kesimde payda bolıwshı kernewler menen (1.3 formulasına qarań) tómendegishe baylanısqan:

$$\left.\begin{aligned} M_z &= \int\limits_F \sigma y dF \\ Q &= \int\limits_F \tau_y dF \\ N &= \int\limits_F \sigma dF \end{aligned}\right\} \qquad (7.1)$$

Kese-kesimniń oraylıq z kósherine salıstırǵandaǵı M_z iyildiriwshi momenti, mánisi hám belgisi boyınsha usı kósherge salıstırǵandaǵı brustıń shep jaǵına tásir etiwshi barlıq sırtqı kúshlerden bolǵan momentlerdiń summasına teń, yamasa usı kósherge salıstırǵandaǵı brustıń oń jaǵına tásir etiwshi teris belgisi menen alınǵan barlıq sırtqı kúshlerden bolǵan momentlerdiń summasına teń:

$$M_z = \sum_{shep} M_z = -\sum_{on'} M_z \qquad (7.2)$$

Sonıń menen bir qatarda sırtqı kúshler momenti, eger ol saat strelkası boyınsha aylansa oń boladı.

Kese kúsh Q, mánisi hám belgisi boyınsha qaralıp atırǵan kese-kesimniń shep jaǵına tásir etiwshi barlıq sırtqı kúshlerdiń brus boylama kósherine júrgizilgen normalǵa proekciyalarınıń summasına teń, yamasa qarama-qarsı belgisi menen alınǵan sol normalǵa brustıń oń jaǵına tásir etiwshi barlıq sırtqı kúshlerdiń proekciyalarınıń summasına teń:

$$Q = \sum_{shep} Y = -\sum_{on'} Y. \qquad (7.3)$$

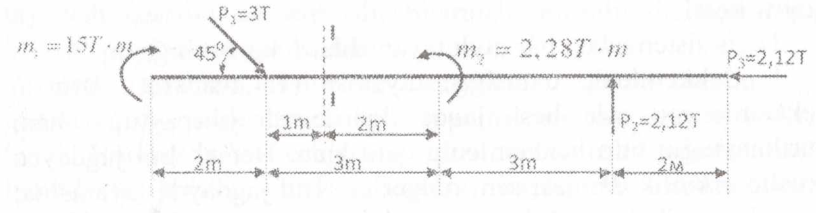
Sonıń menen bir qatarda, sırtqı kúshlerdiń normalǵa proekciyası oń boladı, eger ol tómennen joqarı qaray baǵıtlansa.

Boylama kúsh N, mánisi hám belgisi boyınsha qaralıp atırǵan kese-kesimniń shep jaǵına tásir etiwshi barlıq sırtqı kúshlerdiń brus boylama kósherine proekciyalarınıń summasına teń, yamasa qarama-qarsı belgisi menen alınǵan brustıń oń jaǵına tásir etiwshi barlıq sırtqı kúshlerdiń sol kósherge proekciyalarınıń summasına teń:

$$N = \sum_{shep} X = -\sum_{on'} X \qquad (7.4)$$

Sonıń menen bir qatarda, sırtqı kúshlerdiń brus boylama kósherine proekciyaları oń boladı, eger ol ońnan shepke qaray baǵıtlansa.

Mısal ushın 7.3-súwrette kórsetilgen teń salmaqlılıqta bolǵan brustıń I–I kesimindegi ishki kúshlerdi tabayıq.



7.3- su'wret

(7.2) – (7.4) formulaları boyınsha:

$$M_z = \sum_{shep} M_z = m_1 - P_1 \sin 45^0 \cdot 1 = 15 - 3 \cdot 0,707 \cdot 1 = 12,88\ T\text{м},$$

$$yamasa \quad M_z = -\sum_{on'} M_z = -(-P_2 \cdot 5 - m_2) =$$

$$= -(-2,12 \cdot 5 - 2,28) = 12,88 T\text{м};$$

$$Q = \sum_{shep} Y = -P_1 \sin 45^0 = -3 \cdot 0,707 = -2,18T,$$

$$yamasa \quad Q = -\sum_{on'} Y = -(P_2) = -2,12T;$$

$$N = \sum_{shep} X = -P_1 \cos 45^0 = -3 \cdot 0,707 = -2,12T$$

$$yamasa \quad N = -\sum_{on'} X = -(P_3) = -2,12T.$$

7.2. Tayanıshlar hám tayanısh reakciyaları

Joqarıda qaralıp ótilgen brus teń salmaqlılıqta bolǵan berilgen kúshler menen júklengen edi. Ádette berilgen kúshler óz-ara teń salmaqlılıqta bolmaydı. Kóbinese berilgen kúshler tásirinde konstrukciya teń salmaqlılıqta bolıwı ushın onı, tiykar menen baylanıstırıwshı tayanıshlar menen bekitedi.

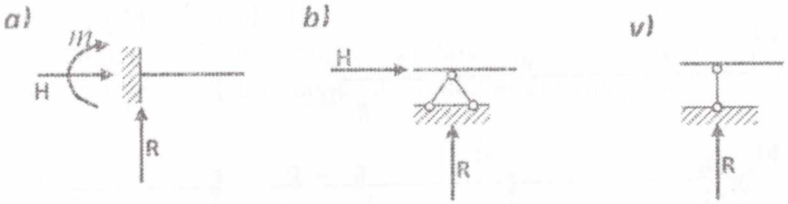
Konstrukciyaǵa tásir etiwshi kúshlerdi teńlestiriw ushın tayanıshlarda reakciyalar payda boladı hám sonıń esabınan konstrukciya teń salmaqlılıqta boladı. Teoriyalıq mexanika páninen bizge málim, qálegen dene tegislikte úsh erkinlik dárejesine iye bolıwı kerek. Sonlıqtan sistemanıń geometriyalıq ózgermesligin támiyinlew ushın tegislikte oǵan úsh baylanıs qoyıw kerek.

Tegis sistemadaǵı hár qıylı tayanıshlardı kórip shıǵayıq.

1. Bekkemlenip qatırılǵan tayanısh (7.4,a-súwret). Brustıń bekkemlengen ushı hesh jaqqa ilgerilemeli jılıspaytuǵın hám burılmaytuǵın etip bekkemlenip qatırılǵan. Demek bul jaǵdayda brustıń erkinlik dárejesi sanı nolge teń. Bul jaǵdayda tayanıshta: brustıń vertikal qozǵalıwına qarsılıq kórsetiwshi R vertikal reakciya kúshi, brustıń gorizontal qozǵalıwına qarsılıq kórsetiwshi N gorizontal reakciya kúshi hám burılıwǵa qarsılıq

kórsetiwshi m reaktiv moment payda boladı. Demek, brustıń ushı bekkemlenip qatırılǵanda onıń tayanıshında úsh baylanıs boladı.

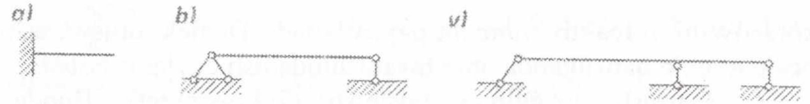
2. Sharnirli qozǵalmas tayanısh (7.4,b-súwret). Bunday baylanısta brus gorizontal hám vertikal baǵdarda qozǵala almaydı. Sonlıqtan tayanıshta vertikal qozǵalıwına qarsılıq kórsetiwshi R vertikal reakciya kúshi, brustıń gorizontal qozǵalıwına qarsılıq kórsetiwshi N gorizontal reakciya kúshi payda boladı. Biraq brustıń sharnir orayına salıstırmalı buralıwına tayanısh qarsılıq kórsetpeydi. Sonlıqtan bunday baylanısta brus bir erkinlik dárejesine iye. Sharnirli qozǵalmas tayanıshda brus eki baylanısqa iye boladı.



7.4- su'wret

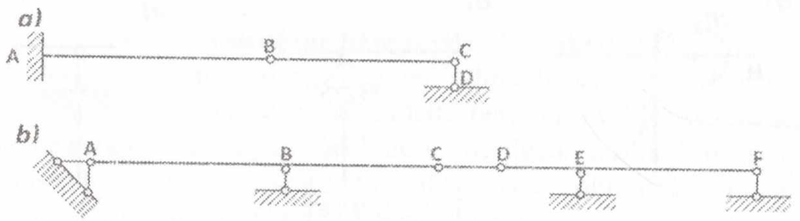
3. Sharnirli qozǵalıwshı tayanısh (7.4,v-súwret). Bunday baylanısta brus tek ǵan vertikal baǵıtta qozǵala almaydı. Sonlıqtan tayanıshta vertikal qozǵalıwına qarsılıq kórsetiwshi R vertikal reakciya kúshi payda boladı. Biraq brustıń sharnir orayına salıstırmalı buralıwına hám gorizontal baǵıtta qozǵalıwına tayanısh qarsılıq kórsetpeydi. Sharnirli qozǵalıwshı tayanıshta brus bir baylanısqa iye boladı.

Brus kúshler tásirinde qozǵalmas bolıwı ushın, ol geometriyalıq ózgermes bolıp tiykar menen baylanısqan bolıwı kerek. Bunday bolıwı ushın brus ultan menen úsh baylanıs arqalı bekitilgen bolıwı kerek. Bunday baylanıslar bekkemlenip qatırılǵan (7.5,a-súwret), bir sharnirli qozǵalmas hám bir sharnirli qozǵalıwshı baylanısqan (7.5,b-súwret), yamasa tayanısh sterjenleri bir tochkada kesilispeytuǵın úsh sharnirli qozǵalıwshı tayanıshlar járdeminde tiykar menen baylanısıw arqalı ámelge asırıladı (7.5,v-súwret).



7.5- su'wret

Bir neshe bruslardan turıwshı geometriyalıq ózgermes sistemalardı kórip shıǵayıq. 7.6,a-súwrette hár qaysısı úsh baylanıs penen bekitilgen eki brustan (AV hám VS) turıwshı sistema kórsetilgen. VS brusınıń bir baylanısın S tochkasınıń vertikal qozǵalıwına qarsılıq kórsetiwshi SD tayanısh sterjeni ámelge asıradı, hám V tochkasın vertikal hám gorizontal qozǵalıwına qarsılıq kórsetiwshi eki baylanısqa iye V sharniri ámelge asıradı.



7.6- su'wret

AV brusında barlıq úsh baylanıstı bekkemlenip qatırılǵan A túyini ámelge asıradı, V sharniri bolsa AV brusınıń jıljıwına hám burılıwına hesh qanday qarsılıq kórsete almaydı, yaǵnıy baylanısqa iye emes.

7.6,b-súwrette úsh brustan (AC, CD hám DF) turıwshı geometriyalıq ózgermes sistema kórsetilgen. Bulardıń hár qaysısına úsh baylanıs bekitilgen. Mısalı C sharniri CD brusına eki baylanıstı bekitedi (sebebi C tochkasınıń vertikal hám gorizontal qozǵalıwına qarsılıq kórsetedi), al D sharniri bir baylanıstı bekitedi (sebebi D tochkasınıń tek ǵana vertikal qozǵalıwına qarsılıq kórsetedi).

7.6-súwrette kórsetilgen sistema kóp prolëtlı sharnirlı balkalar dep ataladı.

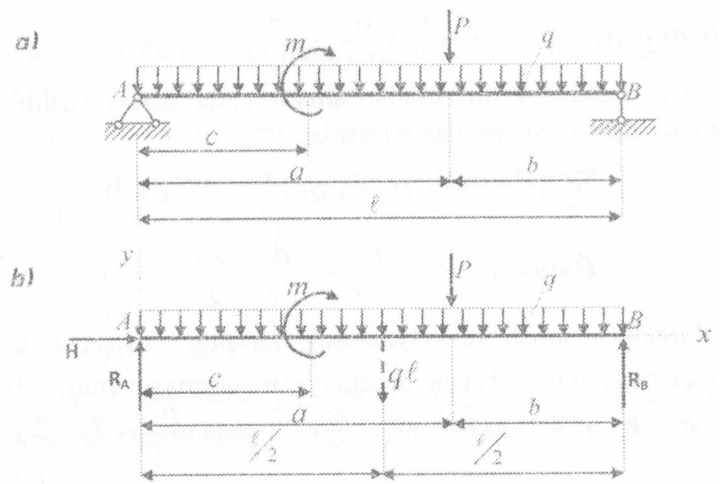
Tayanısh reakciyalardı tabıw ushın teńsalmaqlılıq teńlemelerin dúziwdi úsh túrli variantta ámelge asırıwǵa boladı:

1) Bir-birine parallel bolmaǵan erkin túrde alınǵan eki kósherge barlıq kúshlerdi proekciyalaw jolı menen, hámde tegisliktegi qálegen bir tochkaǵa salıstırǵanda kúshlerdiń momentler summasın esaplaw jolı menen ($\sum X=0$; $\sum Y=0$; $\sum M=0$);

2) Erkin túrde alınǵan kósherge barlıq kúshlerdi proekciyalaw jolı menen hám tegisliktegi qálegen eki tochkaǵa salıstırǵanda kúshlerdiń eki momentler summasın esaplaw jolı menen ($\sum X=0$; $\sum M_A=0$; $\sum M_V=0$);

3) Bir tuwrıda jatpaytuǵın qálegen úsh tochkaǵa salıstırǵanda kúshlerdiń úsh momentler summasın esaplaw jolı menen ($\sum M_A=0$; $\sum M_V=0$; $\sum M_S=0$).

Mısal ushın 7.7,a-súwrette esaplaw sxeması kórsetilgen bir prolëtlı ápiwayı balkanıń tayanısh reakciyaların anıqlayıq.



7.7- su'wret

Tayanıshlardı alıp taslap, olardı R_A, H hám R_B tayanısh reakciyaları menen ózgertemiz (7.7,b-súwret).

Tayanısh reakciyalardıń baǵıtı erkin alınadı, eger esaplaw nátiyjesinde bazı bir reakciya kúshi teris shıqsa, onda haqıyqatında onıń baǵıtı dáslepki baǵıtına qarama-qarsı baǵıtlanǵan boladı.

Dáslep N tayanısh reakciyasın anıqlayıq, bunıń ushın x gorizontal kósherge barlıq kúshlerdiń proekciyalarınıń summasın dúzemiz:

$$\sum X = N = 0.$$

R_A tayanısh reakciyasın tabıw ushın, V tochkasına salıstırǵanda barlıq kúshlerdiń momentleriniń summasın dúzemiz:

$$\sum M_B = R_A \cdot \ell + m - P \cdot b - q\ell \cdot \frac{\ell}{2} = 0$$

Bul jerde $q\ell -$ balkanıń barlıq ℓ uzınlıǵı boyınsha teń bólistirilgen q kúshiniń teń tásir etiwshisi.

$\frac{\ell}{2}$ – sol teń tásir etiwshi $q\ell$ kúshiniń V tochkasına salıstırǵandaǵı iyni:

$$Bunnan \quad R_A = \frac{P \cdot b}{\ell} + \frac{q\ell}{2} - \frac{m}{\ell}$$

Usıǵan uqsas, A tochkasına salıstırǵanda barlıq kúshlerden bolǵan momentler summasın dúzemiz:

$$\sum M_A = m + P \cdot a + q\ell \cdot \frac{\ell}{2} - R_B \cdot \ell = 0$$

$$Bunnan \quad R_B = \frac{P \cdot a}{\ell} + \frac{q\ell}{2} + \frac{m}{\ell}$$

Tabılǵan tayanısh reakciyalardıń durıslıǵın tekseriw ushın barlıq kúshlerdiń u kósherine proekciyalar summasın anıqlaymız:

$$\sum Y = R_A - P - q\ell + R_B = (\frac{P \cdot b}{\ell} + \frac{q\ell}{2} - \frac{m}{\ell}) - P - q\ell + (\frac{P \cdot a}{\ell} + \frac{q\ell}{2} - \frac{m}{\ell}) = 0 \cdot$$

7.3. Íshki kúshler epyurası

Balkanı bekkemlilikke esaplaǵanda oǵan sırtqı kúshler tásirinen kelip shıǵatuǵın balkanıń uzınlıǵı boyınsha kese kesimlerindegi ishki kúshlerdiń ózgeriw nızamın biliw zárúr boladı. Bul nızamdı arnawlı grafik járdeminde – epyura arqalı kórsetiwge boladı.

Mısal retinde 7.8,a-súwrette kórsetilgen oń ushı bekkemlenip qatırılǵan konsol balkanıń Q hám M epyuraların qurıwdı úyreneyik. Kúshlerdiń bólistiriliwine qarap balkanı uchastkalarǵa bóleyik.

7.3 hám 7.2 formulaları tiykarında balkanıń shep ushınan baslap x aralıǵında jaylasqan kese kesimniń iyildiriwshi moment hám kese kúshlerin tabayıq:

I-uchastka:

$$Q^I = \sum_{shep} Y = -qx = -2x;$$

$$M^I = \sum_{shep} M = -qx\frac{x}{2} = -\frac{2x^2}{2} = -x^2$$

Kese kúshtiń belgisi teris, sebebi qx teń tásir etiwshisiniń proekciyası tómenge qaray baǵıtlanǵan. İyildiriwshi momenttiń belgisi teris, sebebi $qx\frac{x}{2}$ momenti saat strelkasına qarsı baǵıtlanǵan. Tabılǵan Q^I hám M^I mánisleri I-uchastka ushın durıs boladı hám ol 0 den 2m aralıqqa sozılǵan.

Q^I diń x boyınsha ǵarezliligi sızıqlı ózgeredi, sonlıqtan I-uchastkadaǵı x tıń eki mánisi ushın Q^I di anıqlaymız:

x=0 (I uchastka bası)

$$Q^I = -qx = -2 \cdot 0 = 0$$

x=2m (I uchastka aqırı)

$$Q^I = -qx = -2 \cdot 2 = -4T.$$

M^I diń x boyınsha ǵarezliligi sızıqlı emes, al kvadratlı, sonlıqtan I-uchastkadaǵı x tıń úsh mánisi boyınsha M^I di esaplaymız:

$$x = 0 \ de \quad M^I = -\frac{qx^2}{2} = 0;$$

$$x = 1\text{м} \ de \quad M^I = -\frac{qx^2}{2} = -\frac{2\cdot 1^2}{2} = -1T\cdot m;$$

$$x = 2\text{м} \ de \quad M^I = -\frac{qx^2}{2} = -\frac{2\cdot 2^2}{2} = -4T\cdot m.$$

Tabılǵan Q^I hám M^I mánisleri boyınsha 7.8,b,v-súwretlerde I-uchastka ushın epyuraları qurılǵan.

II-uchastka:

$$Q^{II} = \sum_{shep} Y = -q\cdot 2 = -2\cdot 2 = -4T;$$

$$M^{II} = \sum_{shep} M = -q\cdot 2(x - \frac{2}{2}) = -2\cdot 2(x-1) = -4(x-1),$$

x=2m de (II uchastka bası)

$$Q^{II} = -4T; \quad M^{II} = -4(2-1) = -4Tm;$$

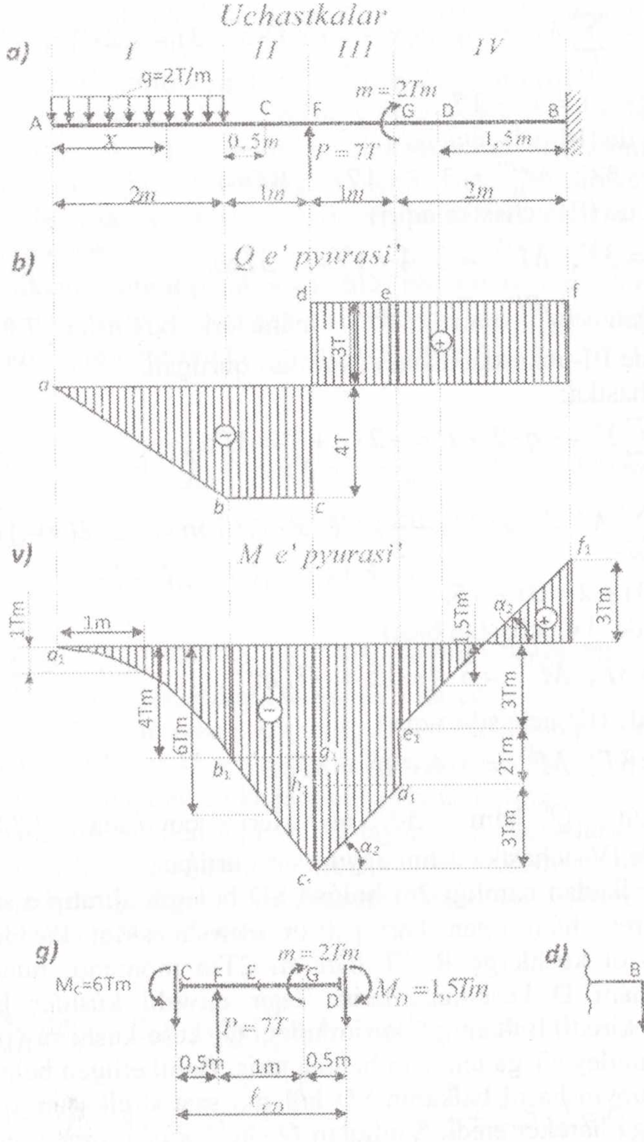
x=3m de (II uchastka aqırı)

$$Q^{II} = -4T; \quad M^{II} = -4(3-1) = -8Tm.$$

Tabılǵan Q^{II} hám M^{II} mánisleri boyınsha 7.8,b,v-súwretlerde II-uchastka ushın epyuraları qurılǵan.

III-uchastka:

$$Q^{III} = \sum_{shep} Y = -q\cdot 2 + P = -2\cdot 2 + 7 = 3T;$$



7.8- su'wret

$$M^{III} = \sum_{shep} M = -q\cdot 2(x-\frac{2}{2}) + P(x-3) = -2\cdot 2(x-1) +$$
$$+7(x-3) = 3x-17$$

x=3m de (III uchastka bası)

$$Q^{III} = 3T; \quad M^{III} = 3\cdot 3-17 = -8Tm;$$

x=4m de (III uchastka aqırı)

$$Q^{III} = 3T; \quad M^{III} = 3\cdot 4-17 = -5Tm.$$

Tabılgan Q^{III} hám M^{III} mánisleri boyınsha 7.8,b,v-súwretlerde III-uchastka ushın epyuraları qurılgan.

IV-uchastka:

$$Q^{IV} = \sum_{shep} Y = -q\cdot 2+P = -2\cdot 2+7 = 3T;$$

$$M^{IV} = \sum_{shep} M = -q\cdot 2(x-\frac{2}{2}) + P(x-3)+m = -2\cdot 2(x-1) +$$
$$+7(x-3)+2 = 3x-15.$$

x=4m de (IV uchastka bası)

$$Q^{IV} = 3T; \quad M^{IV} = 3\cdot 4-15 = -3Tm;$$

x=6m de (IV uchastka aqırı)

$$Q^{IV} = 3T; \quad M^{IV} = 3\cdot 6-15 = 3Tm.$$

Tabılgan Q^{IV} hám M^{IV} mánisleri boyınsha 7.8,b,v-súwretlerde IV-uchastka ushın epyuraları qurılgan.

Endi balkadan uzınlıǵı 2m bolǵan SD bólegin ajıratıp alamız (7.8,g-súwret) hám oǵan barlıq tásir etiwshi sırtqı kúshlerdi túsiriemiz, ol kúshlerge R=7T hám m=2Tm momenti, bunnan basqa S hám D kese-kesimlerine tásir etiwshi kúshler hám momentler kiredi. Balkanıń S kesimindegi Q_C kese-kúshi súwrette kórsetilgenindey 4T ǵa teń hám belgisi teris. Qabıl etilgen belgiler qaǵıydası boyınsha ol balkanıń SD bólegin saat strelkasına qarsı aylandırıwǵa háreket etedi. Sonlıqtan Q_C kese kúshi tómen qaray baǵıtlanǵan bolıwı kerek (7.8,g-súwret).

D kesimindegi Q_D kese kúshi 3T ǵa teń hám belgisi oń. Ol balkanıń SD bólegin saat strelkası boyınsha aylandırıwǵa háreket

etedi. Sonlıqtan Q_D kese kúshi tómen qaray baǵıtlanǵan bolıwı kerek (7.8,g-súwret).

S hám D kesimlerindegi M_S hám M_D iyildiriwshi momentler sáykes túrde (-6Tm) hám (-6Tm) ǵa teń, yaǵnıy olar teris mániske iye (7.8,v-súwret). Sonlıqtan olar ekewide balkanıń joqarǵı bólegin sozıwǵa, al tómengi bólegin qısıwǵa háreket isleydi, yaǵnıy M_S saat strelkasına qarsı, M_D bolsa saat strelkası boyınsha baǵdarlanǵan.

Balkanıń ajıratıp alınǵan SD bóleginiń teń salmaqlılıqta turǵanın tekseriw ushın oǵan tásir etiwshi barlıq kúshlerge úsh teń salmaqlılıq teńlemesin (7.8,g-súwret) dúzemiz:

$$\sum X = 0 = 0; \quad \sum Y = -Q_C + P - Q_D = -4+7-3 = 0;$$
$$\sum M_D = -M_C - Q_C\ell_{CD} + P(\ell_{CD} - 0,5) + m + M_D =$$
$$= -6-4\cdot 2+7(2-0,5)+2+1,5 = 0$$

$\sum X$, $\sum Y$ hám $\sum M_D$ mánisleriniń nolge teń bolıwı SD bóleginiń teń salmaqlılıqta turǵanın bildiredi.

Endi 7.9,a-súwrette kórsetilgen eki tayanıshqa iye ápiwayı balkanıń Q hám M epyuraların qurıwdı úyreneyik. Kúshlerdiń bólistiriliwine qarap balka eki uchastkaǵa bólinedi.

Balkanıń vertikal R_A hám R_B tayanısh reakciyaların anıqlayıq. Bunıń ushın A hám V tochkalarına salıstırǵandaǵı barlıq kúshlerden bolǵan momentler summası kórinisinde teń salmaqlılıq teńlemelerin dúzemiz:

$$\sum M_B = R_A\ell - q_1 a(\frac{a}{2}+b) - q_2 b\frac{b}{2} + Pb = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad R_A\cdot 4 - 4\cdot 2(\frac{2}{2}+2) - 0,5\cdot 2\cdot\frac{2}{2} + 2,5\cdot 2 = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad R_A = 5T;$$

$$\sum M_A = q_1 a \frac{a}{2} + q_2 b\left(a + \frac{b}{2}\right) - Pa - R_B \ell = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 4\cdot 2\cdot \frac{2}{2} + 0,5\cdot 2\left(2 + \frac{2}{2}\right) - 2,5\cdot 2 - R_B 4 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad R_B = 1,5T;$$

Tabılǵan R_A hám R_B mánisleriniń durıslıǵın tekseriw ushın vertikal kósherge barlıq kúshlerdiń proekciyalarınıń summası kórinisinde teń salmaqlılıq teńlemesin dúzemiz:

$$\sum Y = R_A + P + R_B - q_1 a - q_2 b =$$

$$= 5 + 2,5 + 1,5 - 4\cdot 2 - 0,5\cdot 2 = 0.$$

7.3 hám 7.2 formulaları tiykarında balkanıń kese kesimlerindegi iyildiriwshi moment hám kese kúshlerdi anıqlaymız:

I-uchastka:

$$Q^I = \sum_{shep} Y = R_A - q_1 x_1 = 5 - 4x_1;$$

$$M^I = \sum_{shep} M = R_A x_1 - q_1 x_1 \frac{x_1}{2} = 5x_1 - 2x_1^2$$

$x_1 = 0$ *de (Balka shep ushi', I uchastka basi')*

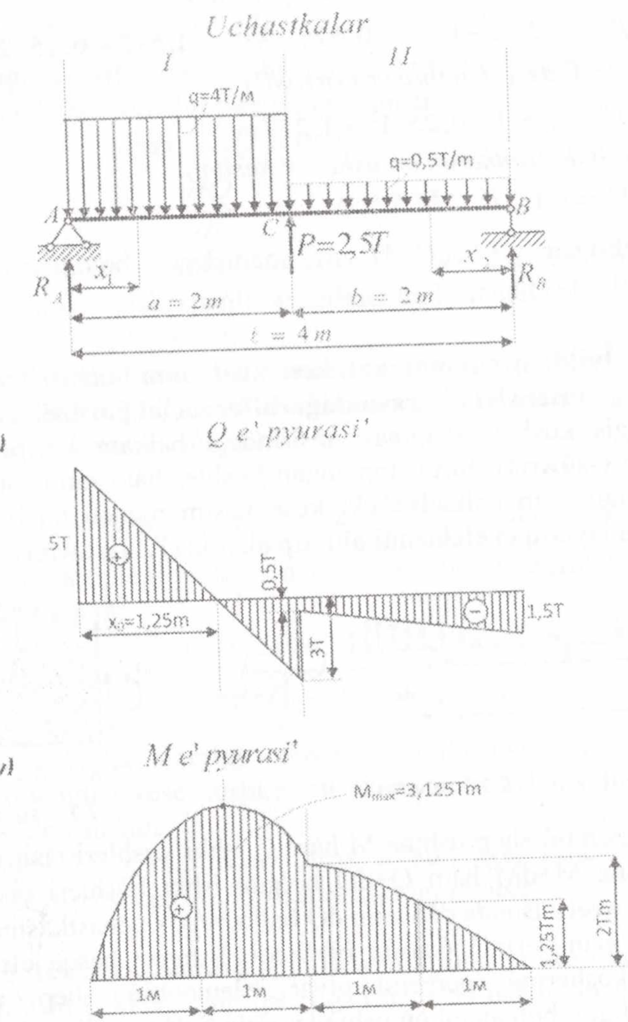
$Q^I = 5T; \quad M^I = 0;$

x_1=2m *de (I uchastka aqırı)*

$Q^I = 5 - 4\cdot 2 = -3T; \quad M^I = 5\cdot 2 - 2\cdot 2^2 = 2Tm.$

I uchastka ortasi' $(x_1 = 1m$ *de*$)$

$M^I = 5\cdot 1 - 2\cdot 1^2 = 3Tm.$



7.9-su'wret

II-uchastka:

$$Q^{II}=-\sum_{on'}Y=-(R_B-q_2x_2)=-(1,5-0,5x_2)=0,5x_2-1,5;$$

$$M^{II}=-\sum_{on'}M=-(R_Bx_2+q_2x_2\frac{x_2}{2})=R_Bx_2-\frac{q_2x_2^2}{2}=1,5x_2-\frac{x_2^2}{4}$$

$x_2=0$ *de (II uchastka shep ushi')*

$Q^{II}=0,5\cdot2-1,5=-0,5T;\quad M^{II}=1,5\cdot2-0,25\cdot2^2=2Tm;$

$x_2=1$ *de (II uchastka ortasi')*

$M^{II}=1,5\cdot1-0,25\cdot1^2=1,25Tm;$

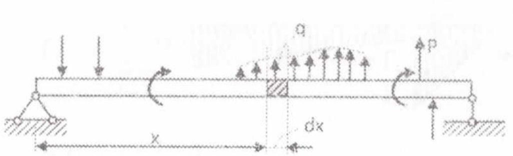
x_2=0 de (Balkanıń oń ushı – V kesimi)

$Q^{II}=-1,5T;\quad M^{II}=0$

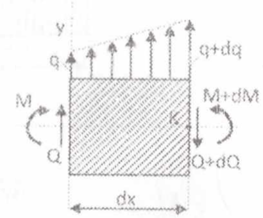
Tabılǵan Q^I, Q^{II}, M^I, M^{II} mánisleri boyınsha 7.9,b,v-súwretlerde Q hám M epyuraları qurılǵan.

7.4. Íyildiriwshi moment, kese kúsh hám bólistirilgen júk intensivligi arasındaǵı differencial ǵarezlilik

Tegis kúshler sisteması tásirindegi balkanı kórip shıǵayıq (7.10,b,v-súwret). Sırtqı toplanǵan kúshler hám momentler tásir etpeytuǵın etip balkadan eki kese kesim menen bir-birinen dx aralıqta jaylasqan elementti ajıratıp alamız (7.11-súwret).



7.10-su'wret



7.11- su'wret

Elementtiń shep ushına M hám Q ishki kúshleri tásir etedi, al oń ushına M+dM hám Q+dQ bolǵan ishki kúshleri tásir etedi (7.11-súwret). Bunda dM hám dQ balkanıń dx uchastkasında ishki kúshler mánisleriniń ósimin bildiredi. Bunnan basqa elementke balka kósherine perpendikulyar elementtiń shep ushında intensivligi q bolǵan, al oń ushında q+dq bolǵan bólistirilgen kúsh tásir etedi.

dx elementine tásir etiwshi barlıq kúshlerdiń u kósherine proekciyalarınıń summası kórinisindegi teń salmaqlılıq teńlemesin dúzeyik (7.11-súwret):

$$\sum Y=Q+\frac{q+(q+dq)}{2}dx-(Q+dQ)=0\;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; qdx+\frac{dqdx}{2}-dQ=0$$

Bundaǵı ekinshi qosılıwshı joqarı tártiptegi kishi mánisti ańlatadı, sonlıqtan onı alıp taslaymız, bunnan:

$$qdx-dQ=0\;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\;\frac{dQ}{dx}=q\qquad(7.5)$$

Demek, balka uzınlıǵı boyınsha kese kúshtiń birinshi tuwındısı balka kósherine perpendikulyar bolǵan bólistirilgen kúsh intensivligine teń eken.

Endi K tochkasına salıstırǵanda dx elementine tásir etiwshi barlıq kúshlerden bolǵan momentler summası kórinisindegi teń salmaqlılıq teńlemesin dúzeyik (7.11-súwret):

$$\sum M_K=M+Qdx+qdx\frac{dx}{2}+dq\frac{dx}{2}\cdot\frac{dx}{3}-(M+dM)$$

Joqarǵı tártiptegi kishi mánisti beretuǵın aǵzalardı alıp taslaymız, bunnan:

$$Qdx-dM=0\;\Rightarrow$$

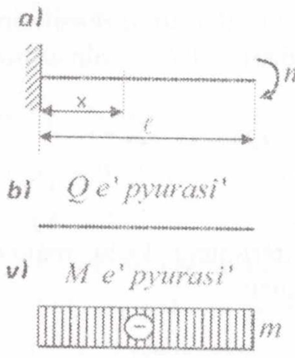
$$\Rightarrow\;\frac{dM}{dx}=Q\qquad(7.6)$$

Demek, balka uzınlıǵı boyınsha iyildiriwshi momenttiń birinshi tuwındısı kese kúshke teń eken. Bul baylanıs Juravskiy teoreması dep ataladı.

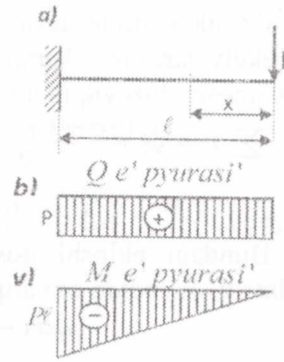
7.5 hám 7.6 ǵarezlilikleri durıs boladı, eger kese-kesimniń abscissa kósheri shepten ońǵa qaray ósetuǵın bolsa.

7.5. Íshki kúshlerdiń epyuraların qurıwǵa mısallar

Shep ushı bekkemlenip qatırılǵan hám oń ushına m momenti tásir etiwshi balkanıń M hám Q epyuraların qurayıq (7.12,a-súwret).



7.12-su'wret



7.13- su'wret

7.2 hám 7.3 formulaları boyınsha:

$$Q = -\sum_{on'} MY = 0;$$

$$M = -\sum_{on'} M = -m.$$

Tabılǵan M hám Q mánisleri boyınsha 7.12,b,v-súwretlerde sáykes epyuraları qurılǵan.

Shep ushı bekkemlenip qatırılǵan hám oń ushına R kúshi tásir etiwshi balkanıń M hám Q epyuraların qurayıq (7.13,a-súwret).

7.2 hám 7.3 formulaları boyınsha:

$$Q = -\sum_{on'} Y = -(-P) = P; \quad M = -\sum_{on'} M = -Px.$$

Tabılǵan M hám Q mánisleri boyınsha 7.13,b,v-súwretlerde sáykes epyuraları qurılǵan.

Oń ushı bekkemlenip qatırılǵan hám teń bólistirilgen q kúshi tásir etiwshi balkanıń M hám Q epyuraların qurayıq (7.14,a-súwret).

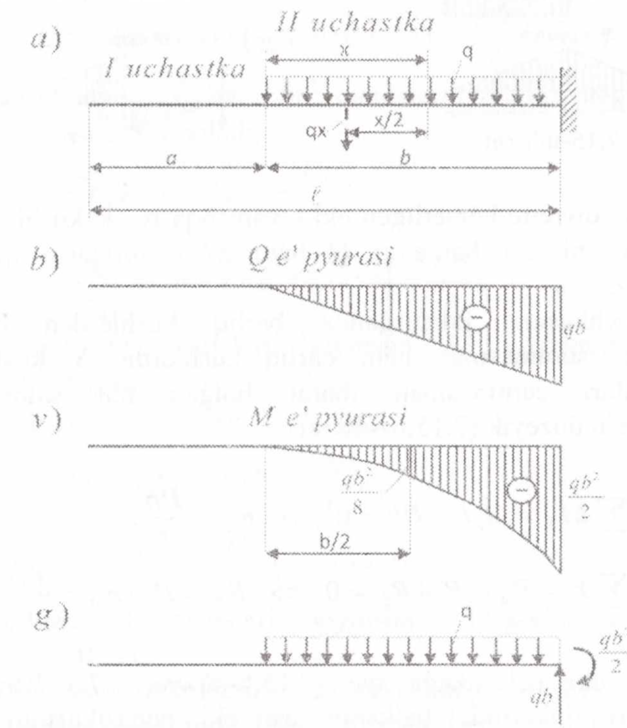
I-uchastkaǵa tásir etiwshi kúshlerdiń joqlıǵı sebebinen onıń kesimlerinde iyildiriwshi moment hám kese kúsh nolge teń:

$$Q^{I} = 0; \quad M^{I} = 0.$$

2.7 hám 3.7 formulaları boyınsha ekinshi uchastka ushın:

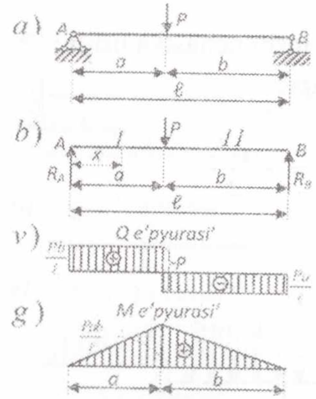
$$Q^{II} = \sum_{shep} Y = -qx;$$

$$M^{II} = \sum_{shep} M = -qx\frac{x}{2} = -\frac{qx^2}{2}$$

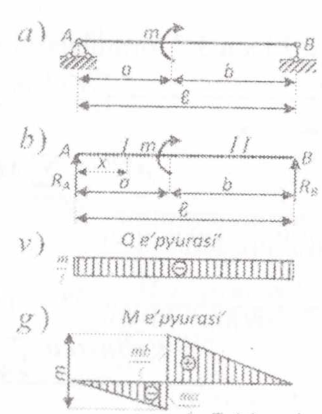


7.14-su'wret

Tabılǵan M hám Q mánisleri boyınsha 7.14,b,v-súwretlerde sáykes epyuraları qurılǵan.



7.15-su'wret



7.16- su'wret

7.15,a-súwrette kórsetilgen eki tayanıshqa iye R kúshi menen júklengen ápiwayı balkanıń Q hám M epyuraların quriwdı úyrenemiz.

V tochkasına salıstırǵanda barlıq kúshlerden bolǵan momentler summasınan hám barlıq kúshlerdiń Y kósherine proekciyaları summasınan ibarat bolǵan teń salmaqlılıq teńlemelerin dúzeyik (7.15,b-súwret):

$$\sum M_B = R_A\ell - Pb = 0 \Rightarrow R_A = \frac{Pb}{\ell},$$

$$\sum Y = R_A - P + R_B = 0 \Rightarrow R_B = P - R_A = \frac{Pa}{\ell}.$$

Balka eki uchastkaǵa iye (7.15,b-súwret). 7.3 hám 7.2 formulaları tiykarında balkanıń usı eki uchastkasınıń kese kesimlerindegi iyildiriwshi moment hám kese kúshlerin tabayıq:

I-uchastka $(0 \le x \le a)$:

$$Q^I = \sum_{shep} Y = R_A = \frac{Pb}{\ell};$$

$$M^I = \sum_{shep} M = R_A x = \frac{Pb}{\ell}x;$$

II-uchastka $(a \le x \le \ell)$:

$$Q^{II} = \sum_{shep} Y = R_A - P = \frac{Pb}{\ell} - P = -P\frac{(\ell - b)}{\ell} = -\frac{Pa}{\ell};$$

$$M^{II} = \sum_{shep} M = R_A x - P(x-a) = \frac{Pb}{\ell}x - P(x-a) =$$

$$= \frac{P}{\ell}(bx - \ell x + \ell a) = \frac{P}{\ell}(-ax + \ell a) = \frac{Pa}{\ell}(\ell - x)$$

Bul jaǵdayda Q^{II} hám M^{II} mánislerin oń táreptegi kúshler arqalı anıqlaw ańsat boladı:

$$Q^{II} = -\sum_{on'} Y = -R_B = -\frac{Pa}{\ell};$$

$$M^{II} = -\sum_{on'} M = -[-R_B(\ell - x)] = \frac{Pa}{\ell}(\ell - x)$$

Tabılǵan Q mánisleri boyınsha 7.15,v-súwrette sáykes epyurası qurılǵan.

$$x = 0 \ de \quad M^I = 0;$$

$$x = a \ da \quad M^I = M^{II} = \frac{Pb}{\ell}a;$$

$$x = \ell \ de \quad M^{II} = \frac{Pa}{\ell}(\ell - \ell) = 0.$$

Tabılǵan M mánisleri boyınsha 7.15,g-súwrette sáykes epyurası qurılǵan.

7.16,a-súwrette kórsetilgen eki tayanıshqa iye M moment tásir etiwshi ápiwayı balkanıń Q hám M epyuraların quramız.

V tochkasına salıstırǵanda barlıq kúshlerden bolǵan momentler summasınan hám barlıq kúshlerdiń Y kósherine proekciyalarınıń summasınan ibarat teń salmaqlılıq teńlemelerin dúzeyik (7.16,b-súwret):

$$\sum M_B = R_A\ell + m = 0 \Rightarrow R_A = -\frac{m}{\ell},$$

$$\sum Y = R_A + R_B = 0 \Rightarrow R_B = -R_A = \frac{m}{\ell}.$$

Tabılǵan R_A reakciya kúshi mánisiniń teris shıǵıwı, onıń baǵdarı haqıyqatında joqarıǵa emes, al tómen qaray baǵdarlanǵanlıǵın bildiredi.

Balka eki uchastkaǵa iye (7.16,b-súwret). Sonlıqtan 7.3 hám 7.2 formulaları tiykarında balkanıń usı eki uchastkasındaǵı kese kesimler ushın iyildiriwshi moment hám kese kúshlerdi anıqlaymız:

I-uchastka $(0 \le x \le a)$:

$$Q^I = \sum_{shep} Y = R_A = -\frac{m}{\ell};$$

$$M^I = \sum_{shep} M = R_A x = -\frac{m}{\ell}x;$$

II-uchastka $(a \le x \le \ell)$:

$$Q^{II} = \sum_{shep} Y = R_A = -\frac{m}{\ell};$$

$$M^{II} = -\sum_{shep} M = -[-R_B(\ell - x)] = \frac{m}{\ell}(\ell - x).$$

Tabılǵan Q mánisleri boyınsha 7.16,v-súwrette sáykes epyurası qurılǵan.

$$x = 0 \; de \quad M^I = 0;$$

$$x = a \; da \quad M^I = -\frac{m}{\ell}a;$$

$$x = a \; da \quad M^{II} = \frac{m}{\ell}(\ell - a) = \frac{m}{\ell}b;$$

$$x = \ell \; de \quad M^{II} = 0.$$

Tabılǵan M mánisleri boyınsha 7.16,g-súwrette sáykes epyurası qurılǵan.

7.17,a-súwrette kórsetilgen barlıq uzınlıǵı boylap teń bólistirilgen q kúshi menen júklengen ápiwayı balkanıń Q hám M epyuraların qurayıq.

R_A hám R_B tayanısh reakciyaları óz-ara teń (7.17,b-súwret) boladı, sebebi balka óziniń ortasına salıstırǵanda simmetriyalı jaylasqan.

Vertikal kósherge barlıq kúshlerdiń proekciyalarınıń summasınan ibarat teń salmaqlılıq teńlemelerin dúzemiz:

$$\sum Y = R_A + R_B - q\ell = 0$$

$$R_A = R_B \; bolsa, \; onda \; R_A = R_B = \frac{q\ell}{2}.$$

Balkanıń x abscissaǵa iye kesimi ushın iyildiriwshi moment hám kese kúsh teńlemelerin dúzemiz:

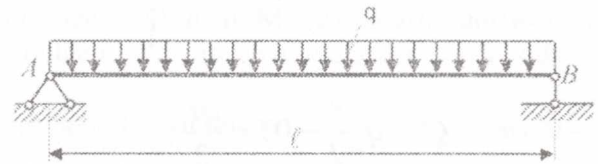
$$Q^I = \sum_{shep} Y = R_A - qx = \frac{q\ell}{2} - qx = q(\frac{\ell}{2} - x);$$

$$M^I = \sum_{shep} M = R_A x - qx\frac{x}{2} = \frac{q\ell}{2}x - \frac{qx^2}{2} = \frac{qx}{2}(\ell - x).$$

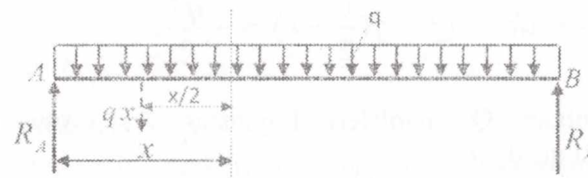
Bul dúzilgen teńlemeler arqalı Juravskiy teoremasınıń (7.6-formula) durıslıǵın tekseriwge boladı:

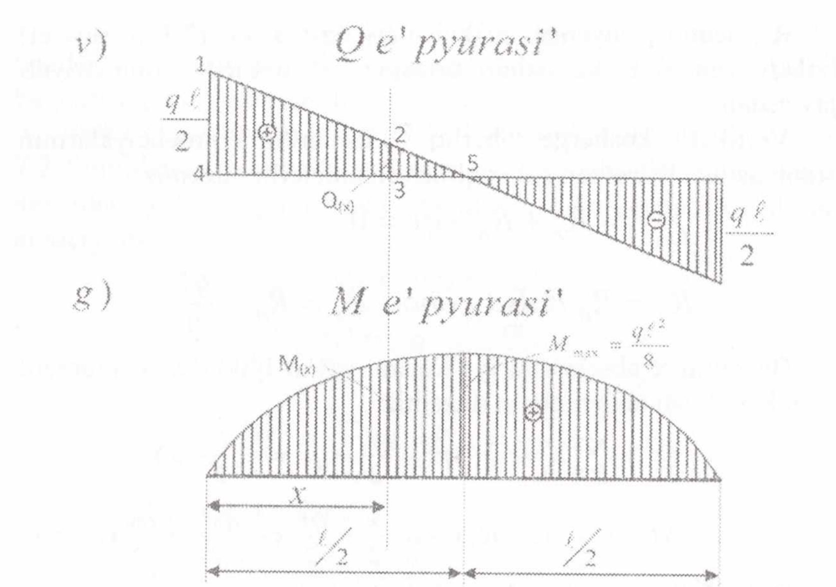
$$\frac{dM}{dx} = \left[\frac{qx}{2}(\ell - x)\right]' = \frac{q}{2}(\ell - 2x) = Q.$$

a)



b)





7.17-su'wret

Bul mısalda kese kúsh sızıqlı nızam boyınsha ózgeredi, sonlıqtan Q epyurasın qurıw ushın onıń eki mánisin tabıw jetkilikli:

$$x=0 \; de \quad Q=q(\frac{\ell}{2}-0)=\frac{q\ell}{2};$$

$$x=\ell \; de \quad Q=q(\frac{\ell}{2}-\ell)=-\frac{q\ell}{2}.$$

Tabılǵan Q mánisleri boyınsha 7.17,v-súwrette sáykes epyurası qurılǵan.

Qaralıp atırǵan mısalda iyildiriwshi moment kvadrat parabola nızamı boyınsha ózgeredi. Sonlıqtan M epyurasın qurıw ushın

balka kesimleriniń hár bir $\frac{\ell}{4}$ intervalı aralıqlarındaǵı momentlerdiń mánisin tabamız:

$$x=0 \; de \quad M=0;$$

$$x=\frac{\ell}{4} \; te \quad M=\frac{q\frac{\ell}{4}}{2}(\ell-\frac{\ell}{4})=\frac{3}{32}q\ell^2;$$

$$x=\frac{\ell}{2} \; de \quad M=\frac{q\frac{\ell}{2}}{2}(\ell-\frac{\ell}{2})=\frac{q\ell^2}{8};$$

$$x=\frac{3\ell}{4} \; de \quad M=\frac{q\frac{3\ell}{4}}{2}(\ell-\frac{3\ell}{4})=\frac{3}{32}q\ell^2;$$

$$x=\ell \; de \quad M=0.$$

Tabılǵan M mánisleri boyınsha 7.17,g-súwrette sáykes epyurası qurılǵan.

Q hám M epyuralarınıń teń salmaqlılıq teńlemelerin kese-kesim boyınsha esaplamastan, al tek ǵana onıń kesimlerine tásir etiwshi kese kúsh hám iyiliwshi momentler mánislerin esaplaw jolı menen, bunnan basqa 7.5 hám 7.6 differencial ǵarezliliklerin paydalanıw jolı menen de sheshiwge boladı.

Bunday jol menen Q hám M epyuraların qurıwdı 7.18,a-súwrette kórsetilgen eki tayanıshlı balka mısalında kórip shıǵamız.

Teń salmaqlılıq teńlemelerinen:

$$\sum M_A=-3\cdot 2+1{,}5\cdot 1+5{,}1+2\cdot 3(4+\frac{3}{2})-R_B\cdot 7=0;$$

$$\sum M_B=-3\cdot 9-1{,}5\cdot 6+5{,}1-2\cdot 3\cdot\frac{3}{2}+R_A\cdot 7=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad R_B=4{,}8T; \quad R_A=5{,}7T.$$

Tabılǵan tayanısh reakciyası mánisleri 7.18,a-súwrette kórsetilgen.

Tómendegishe pikir júrgiziw arqalı Q epyurasın quramız (7.18,b-súwret).

I, II, III hám IV uchastkalarda Q epyurası tuwrı sızıqlar menen sheklengen, sebebi bul uchastkalarda bólistirilgen kúshler joq. I uchastkada kese kúsh turaqlı hám ol $(-R_1)=-3T$ ǵa teń. Balkanıń I hám II uchastkaları shegarasında (A tochkasında) kese kúsh birden 5,7T ǵa sekirmeli túrde ósedi, sebebi bul shegara kesimine joqarı qaray baǵdarlanǵan toplanǵan $R_A=5,7T$ kúshi tásir etedi. Balkanıń II hám III uchastkaları shegarasında kese kúsh 1,5T ǵa sekirip azayadı, sebebi bul shegara kesimine tómen qaray baǵdarlanǵan $R_2=1,5T$ kúshi tásir etedi. III hám IV uchastkalarda kese kúsh birdey boladı, sebebi bul uchastkalardıń shegarasına bekitilgen kúshler jubınıń (m=5,1Tm bolǵan momenttiń) qálegen kósherge proekciyası nolge teń. Balkanıń V uchastkasında kese kúsh uchastkanıń shep ushınan (bunda ol 1,2T ǵa teń) oń ushına qaray tuwrı sızıqlı nızam boyınsha azayadı, sebebi bólistirilgen q kúshiniń intensivligi turaqlı.

Balkanıń oń ushında (V uchastkanıń oń ushı) kese kúsh qarama-qarsı belgisi menen alınǵan R_V tayanısh reakciyasına teń, demek ol (–4,8T) ǵa teń boladı.

Tómendegishe pikir júrgiziw arqalı M epyurasın quramız (7.18,v-súwret).

I, II, III hám IV uchastkalarda M epyurası tuwrı sızıqlar menen shegaralanǵan, sebebi bul uchastkalarda kese kúsh turaqlı. Sonlıqtan epyuranı quriwda hár bir uchastkanıń bası hám aqırı ushın M mánisin esaplaymız:

I uchastka bası (balkanıń shep ushı)

$$M=0;$$

I uchastka aqırı, II uchastka bası

$$M=-3\cdot 2=-6Tm;$$

II uchastka aqırı, III uchastka bası

$$M=-3\cdot 3+5,7\cdot 1=-3,3Tm;$$

III uchastka aqırı

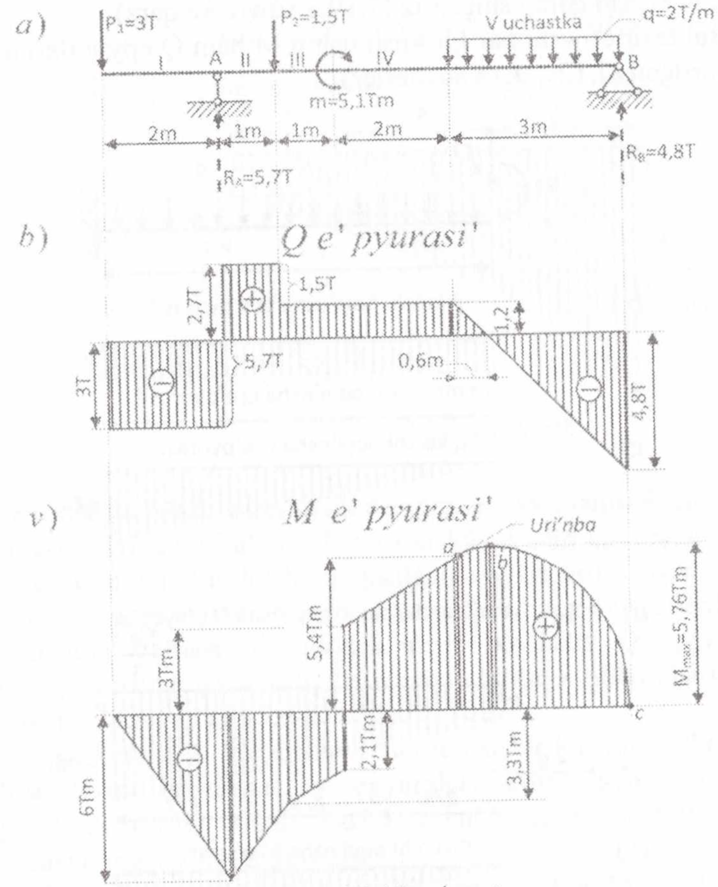
$$M=-3\cdot 4+5,7\cdot 2-1,5\cdot 1=-2,1Tm;$$

IV uchastka bası

$$M=-3\cdot 4+5,7\cdot 2-1,5\cdot 1+5,1=3Tм;$$

IV uchastka aqırı

$$M=-(-4,8\cdot 3+2\cdot 3\cdot\frac{3}{2})=5,4Tm.$$



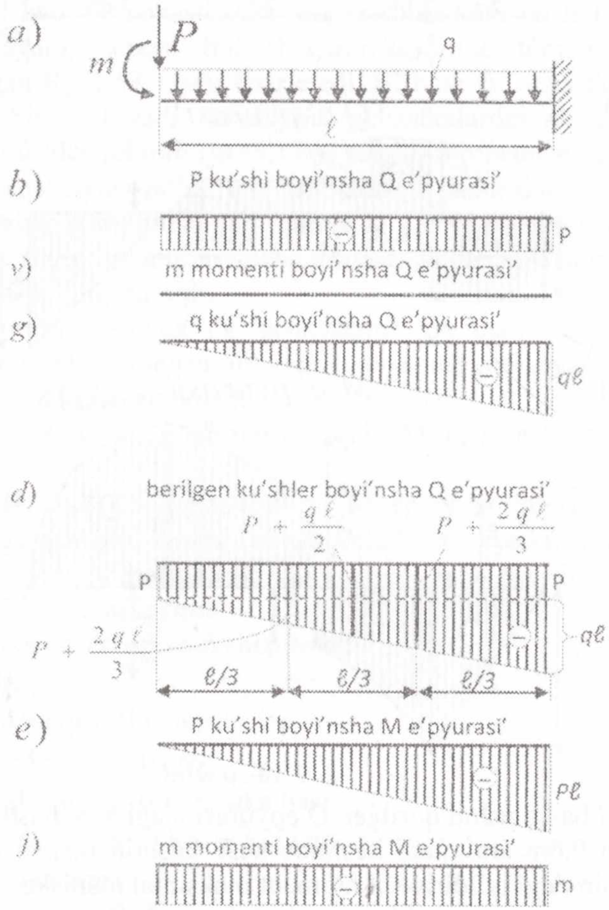
7.18-su'wret

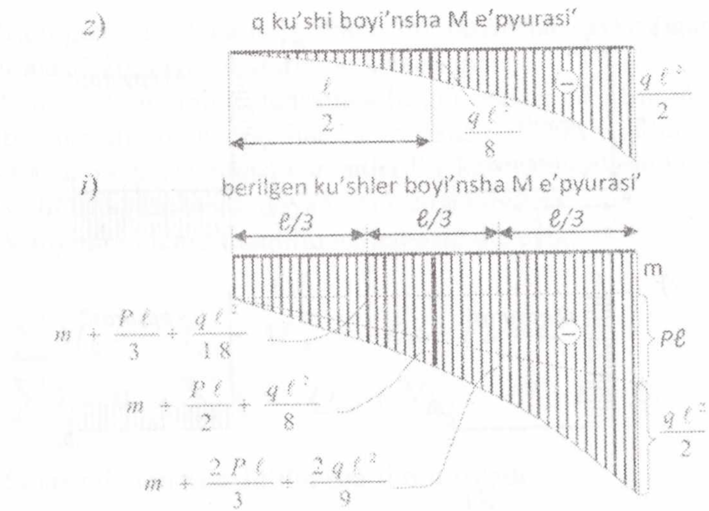
Bul balka ushın qurılǵan Q epyurasındaǵı V uchastkanıń shep ushınan 0,6m aralıqtaǵı kesimde kese kúshtiń mánisi nolge teń. Bul kesimdegi iyildiriwshi moment maksimal mániske iye boladı:

$$M_{max}=-\sum_{on'} M=-(-4,8\cdot 2,4+2\cdot 2,4\cdot\frac{2,4}{2})=5,76Tm.$$

Endi 7.19,a-súwrette kórsetilgen oń ushı bekkemlenip qatırılǵan balkaǵa m momenti, R kúshi hámde teń bólistirilgen júk q lerdiń tásirin qarap shıǵamız (7.19,a-súwretke qara).

Bul tásir etiwshi hár bir kúsh ushın M hám Q epyuraları aldın ala qurılǵan (7.12 – 7.14 súwretler).



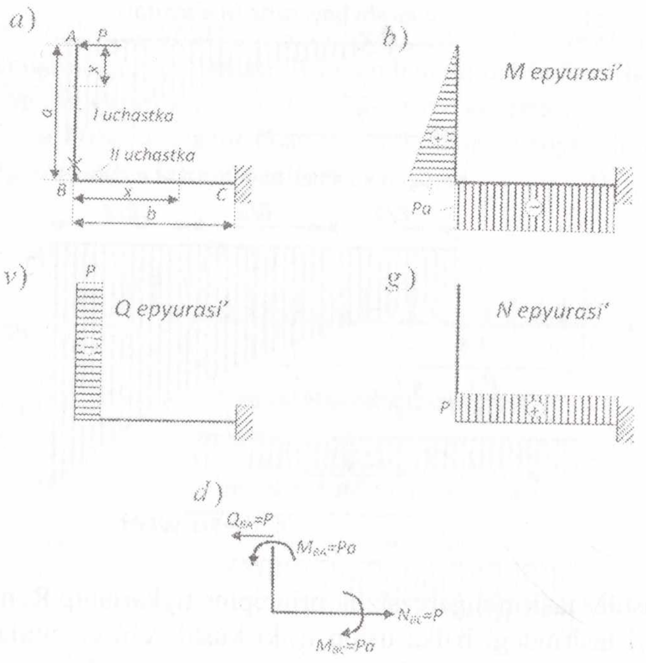


7.19-su'wret

Kúshler tásiriniń ǵarezsizlik principine tiykarlanıp R, m hám q kúshleri tásirindegi balka ushın ishki kúshlerdiń epyuraların, sol tásir etiwshi hár bir kúshten qurılǵan epyuralardı qosıw arqalı ámelge asırıwǵa boladı. Soǵan sáykes, 7.19,b,v,g-súwretlerde hár bir kúshtiń balkaǵa óz aldına tásiri boyınsha Q epyuraları kórsetilgen. Bul epyuralardı qosıw arqalı barlıq kúshler tásirindegi Q epyurası alınǵan (7.19,d-súwret).

Soǵan uqsas, 7.19,e,j,z-súwretlerde hár bir kúshtiń balkaǵa óz aldına tásiri boyınsha M epyuraları kórsetilgen hám bul epyuralardı qosıw arqalı barlıq kúshler tásirinen bolǵan M epyurası alınǵan (7.19,i-súwret).

7.20,a-súwrette kórsetilgen sınıq brus ushın M, Q hám N epyuraların qurayıq. Brustıń vertikal jaylasqan elementiniń tómengi bólegin shep tárep dep qabıl eteyik, hám sonlıqtan 7.20,a-súwrette vertikal elementiniń tómengi bólegin krest penen belgileymiz. Brus eki uchastkaǵa iye. Hár qaysısı ushın iyildiriwshi moment, boylama hám kese kúsh teńlemelerin dúzemiz.



7.20-su'wret

I – uchastka:

Joqarıda keltirilgen (7.2) – (7.4) formulalar boyınsha vertikal AV elementiniń joqarǵı ushınan x aralıqta jaylasqan kesimdegi ishki kúshlerdi anıqlaymız:

$$M^I = -\sum_{on'} M = -(-Px);$$

$$Q^I = -\sum_{on'} Y = -P; \quad N^I = -\sum_{on'} X = 0.$$

II – uchastka:

Jáne sol (7.2) – (7.4) formulaları boyınsha gorizontal VS elementiniń shep ushınan x aralıqta jaylasqan kesimdegi ishki kúshlerdi anıqlaymız:

$$M^{II} = \sum_{shep} M = -Pa;$$

$$Q^{II} = \sum_{shep} Y = 0; \quad N^{II} = \sum_{shep} X = P.$$

Tabılǵan M, Q hám N mánisleri boyınsha sáykes qurılǵan epyuralar 7.20,b,v,g-súwretlerde kórsetilgen.

Brustıń V túyininiń teńsalmaqlılıǵın tekesereyik. Bunıń ushın onı brustan ajıratıp alamız hám V tochkasına sheksiz jaqın bolǵan vertikal hám gorizontal elementlerdiń kese kesimlerinde payda bolıwshı ishki kúshlerdi qoyamız (7.20,d-súwret).

V túyininiń teńsalmaqlılıq teńlemesin dúzeyik:

$$\sum M_B = -M_{BA} + M_{BC} = -Pa + Pa = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad \sum X = -Q_{BA} + N_{BC} = -P + P = 0.$$

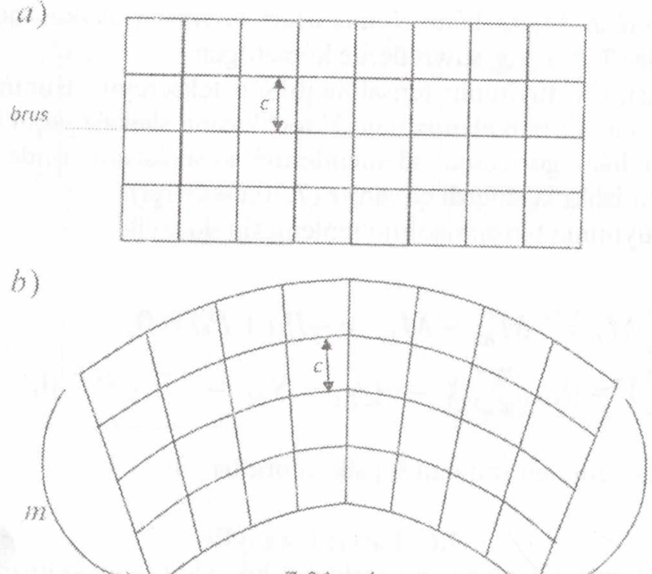
Solay etip teń salmaqlılıq shárti orınlanadı.

7.6. Tuwrı taza iyiliw

Íyilistegi deformaciya xarakterin kóz aldımızǵa keltiriw ushın tómendegishe tájiriybe ótkeriledi. Tuwrı múyesh kesimli rezina brustıń qaptal jaqlarına brustıń kósherine parallel hám perpendikulyar setkalı sızıqlar sızayıq (7.21,a-súwret). Keyin brustıń eki ushına brustıń simmetriya tegisliginde tásir etiwshi *m* momentin bekiteyik (7.21,b-súwret).

Brustıń kósherinen hám onıń hár bir kese kesiminiń bir bas oraylıq inerciya kósherinen ótiwshi tegislik inerciya bas tegisligi dep ataladı.

m momenti tásirinen brus tuwrı taza iyiliwge ushıraydı. Deformaciya nátiyjesinde kósherge parallel bolǵan setka sızıqları óz-ara aralıqların ózgertpesten iyiledi. 7.21,b-súwrette kórsetilgen m momenti tásirindegi brustıń joqarǵı bólegindegi sızıqlar sozıladı, al tómengi bólegi qısqaradı.

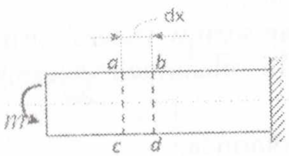


7.21-su'wret

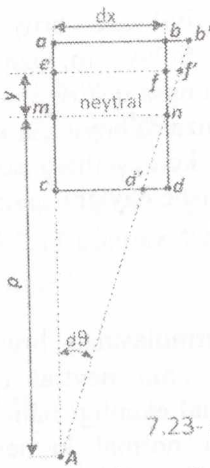
Setkanıń balka kesimine perpendikulyar sızıqlarınıń ólshemi ózgermeydi, demek brus kese-kesimi tegisligi deformaciyadan keyinde ózgermeydi. Bul boljaw tegis kesim giptezası, yamasa Bernulli gipotezası dep ataladı.

Endi oń jağı bekkemlenip qatırılğan hám shep ushına m momenti tásir etiwshi simmetriyalı brustı qarayıq (7.22-súwret).

Bul brustıń hár bir kese kesiminde M_z=m iyildiriwshi moment payda boladı. Solay etip, bul jağdayda brus barlıq uzınlığı boylap tuwrı taza iyiliw jağdayında boladı. 7.22-súwrette kórsetilgen brustıń *as* hám *bd* kese-kesim menen *dx* uzınlıqqa iye elementti ajıratıp alayıq. Bernulli gipotezası boyınsha deformaciya jağdayında *as* hám *bd* kesimleri tegis jağdayda qaladı, biraq salıstırmalı óz-ara $d\vartheta$ múyeshke iyiledi.



7.22- su'wret



7.23- su'wret

Shep ushındağı *as* kesimin qozğalmaydı dep qabıl eteyik. Sonda oń ushındağı *bd* kesiminiń $d\vartheta$ múyeshke burılıwı saldarınan ol *b'd'* orınğa jılısadı (7.23-súwret).

as hám *b'd'* tuwrıları bazı bir A tochkasında kesilisedi hám A tochkası qıyalıq orayı dep ataladı.

7.22-súwrettegi m momenti tásirindegi elementtiń joqarğı bólegi talshıqları sozıladı, tómengisi qısqaradı. Al ortada jaylasqan mn qabatı talshıqları (7.23-súwret) óziniń dáslepki uzınlığın saqlap qaladı. Bul qabat neytral qabat dep ataladı.

A qıyalıq orayınan neytral qabatqa shekemgi aralıqtı ρ radiusı dep belgileyik (7.23-súwret). Neytral qabattan u aralığındağı ef qabatın kórip shığayıq. Bul qabat talshıqlarınıń absolyut uzayıwı $\overline{ff'}$ qa teń, al salıstırmalı uzayıw $\varepsilon=\dfrac{\overline{ff'}}{\overline{ef}}$ qa teń.

nff' hám Amn úshmúyeshliginiń uqsaslığınan paydalanıp tómendegini alamız:

$$\overline{ff'}:\overline{mn}=y:\rho$$

$$Bunnan\ \ \varepsilon=\frac{\overline{ff'}}{\overline{ef}}=\frac{\dfrac{y\,\overline{mn}}{\rho}}{\overline{ef}}=\frac{ydx}{\rho dx}\Rightarrow\ \ \varepsilon=\frac{y}{\rho}\qquad(7.7).$$

$$Sebebi\ \ \overline{mn}=\overline{ef}=dx.$$

Taza iyiliwde brus kese-kesimlerinde urınba kernewler bolmaydı. Solay etip, taza iyiliwde barlıq talshıqlar kósher boylap sozılıw yamasa qısılıw sharayatında boladı.

Guk nızamı boyınsha kósher boylap sozılıw yamasa qısılıwda σ normal kernew hám soǵan sáykes ε salıstırmalı deformaciya tómendegishe baylanısqan:

$\sigma = E\varepsilon$ yamasa 11.7 formulası tiykarında:

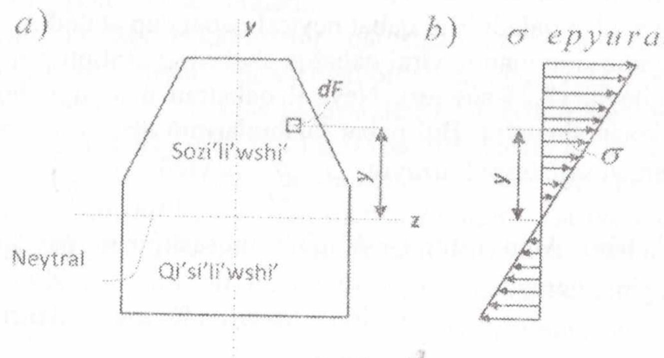
$$\sigma = E\frac{y}{\rho} \qquad (7.8)$$

7.8 formulasınan brustıń boylama talshıqlarındaǵı normal kernewler onıń neytral qabatına shekemgi u aralıǵına tuwrı proporcional ekenligi hám bunnan brus kese-kesimindegi hár bir tochkadaǵı normal kernewler u aralıǵına tuwrı proporcional ekenligi kelip shıǵadı (7.24,a-súwret). Neytral qabattıń kese kesim menen kesilisken sızıǵı neytral kósher dep ataladı.

Neytral kósherdegi tochkalardaǵı normal kernewler nolge teń. Neytral kósherdiń bir tárepindegi normal kernew sozıwshı, al ekinshi tárepinde bolsa qısıwshı.

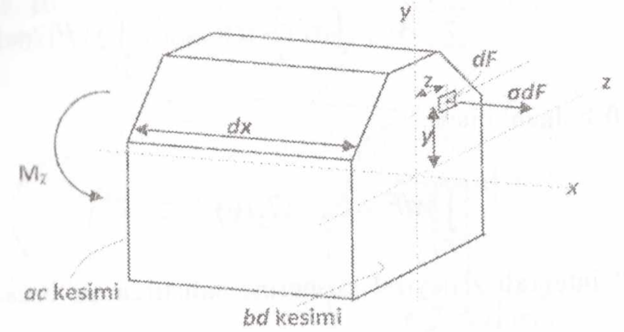
σ kernewi epyurası 7.24,b-súwrette kórsetilgen.

Endi brustan ajıratıp alınǵan dx elementin alıp qarayıq.



7.24-su'wret

Brustıń shep tárepiniń dx elementiniń *as* kesimine tásirin M_z iyildiriwshi moment túrinde kórseteyik. Qalǵan ishki kúshler (N, Q_y, Q_z, M_x hám M_u) taza iyiliw jaǵdayında bul kesimde nolge teń.



7.25- su'wret

Brustıń oń tárepiniń dx elementiniń *bd* kesimine tásirin kese kesimniń hár bir elementar dF maydanshasına tásir etiwshi elementar σdF kúshi túrinde kórseteyik (7.25-súwret). Bunda σdF kúshi x kósherine parallel baǵıtlanǵan.

Endi dx elementiniń teń salmaqlılıǵı boyınsha altı teńleme dúzeyik:

$$\sum X=0;\ \sum Y=0;\ \sum Z=0;\ \sum M_x=0;\ \sum M_y=0;\ \sum M_z=0.$$

Bunda $\sum X$, $\sum Y$ hám $\sum Z$ – dx elementine tásir etiwshi barlıq kúshlerdiń sáykes x, u hám z kósherlerine proekciyalarınıń summası, al $\sum M_x$, $\sum M_y$ hám $\sum M_z$ – dx elementine tásir etiwshi barlıq kúshlerden sáykes x, u hám z kósherlerine salıstırǵandaǵı momentlerdiń summası (7.25-súwret).

Elementtiń Z kósheri *bd* kesiminiń neytral kósherine ústpe-úst túsedi, al u kósheri oǵan perpendikulyar boladı. Bul eki kósherde *bd* kese kesim tegisliginde jatır.

Elementar kúsh σdF u hám z kósherlerine proekciyalanbaydı hám x kósherine salıstırǵanda moment payda etpeydi. Sonlıqtan $\sum Y=0$, $\sum Z=0$ hám $\sum M_x=0$ teńsalmaqlılıq teńlemeleri σ hám M_z tiń qálegen mánisinde qanaatlandıradı.

$\sum X=0$ teńsalmaqlılıq teńlemesi tómendegishe:

$$\sum X = \int_F \sigma dF = 0 \qquad (7.9)$$

7.8 formulasındaǵı σ mánisin 7.9 formulasına qoyamız:

$$\sum X = \int_F E\frac{y}{\rho}dF = \frac{E}{\rho}\int_F ydF = 0$$

$\frac{E}{\rho} \neq 0$ bolǵanlıqtan:

$$\int_F ydF = 0 \qquad (7.10)$$

$\int_F ydF$ integralı z neytral kósherine salıstırǵanda brustıń kese kesiminiń statikalıq momenti. Bunıń nolge teńligi, neytral kósher (yaǵnıy z kósheri) kese-kesimniń awırlıq orayınan ótetuǵınlıǵın bildiredi. Demek, brustıń barlıq kese-kesiminiń awırlıq orayı hám brus kósheri neytral qabatta jaylasqan eken. Bunnan neytral qabattıń qıyalıq ρ radiusı brus kósheri qıyalıǵınıń radiusı bolıp tabılatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Brustıń dx elementine tásir etiwshi barlıq kúshlerdiń neytral z kósherine salıstırǵandaǵı momentleri summasınan ibarat bolǵan teńsalmaqlılıq teńlemesin dúzeyik:

$$\sum M_Z = \int_F \sigma dFy - M_Z = 0 \qquad (7.11)$$

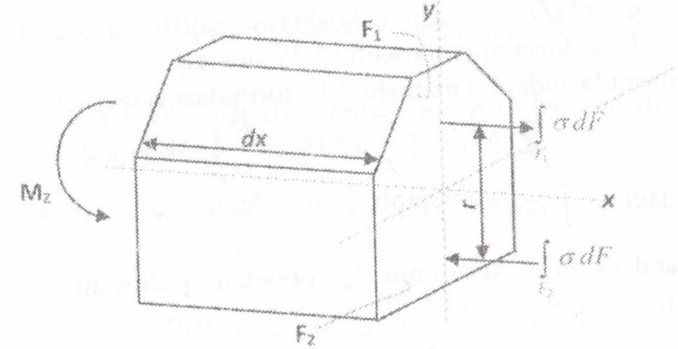
Bundaǵı σdFy aǵzası z kósherine salıstırǵandaǵı elementar σdF ishki kúshten bolǵan moment.

Neytral kósherdiń joqarǵı tárepinde jaylasqan brustıń kese kesimi bóleginiń maydanın F_1 dep, al tómeninde jaylasqan bólegin F_2 dep belgileyik (7.26-súwret).

Bul jaǵdayda $\int_{F_2} \sigma dF$ neytral kósherdiń joqarǵı tárepinde jaylasqan maydanına tásir etiwshi elementar sozıwshı σdF kúshlerdiń teń tásir etiwshisi bolıp, al $\int_{F_2} \sigma dF$ neytral kósherdiń tómengi tárepinde jaylasqan maydanına tásir etiwshi elementar kúshlerdiń teń tásir etiwshisi bolıp tabıladı (7.26-súwret).

Bul eki teń tásir etiwshiler absolyut mánisi boyınsha óz-ara teń, sebebi 7.9 formulası tiykarında olardıń algebralıq qosındısı

nolge teń. Bul eki teń tásir etiwshiler brus kese-kesiminde háreket etiwshi ishki kúshler juplıǵın payda etedi.



7.26-súwret

Bul kúshler jubınıń birewiniń mánisiniń, olar arasındaǵı r aralıqqa kóbemesine teń bolǵan $r \cdot \int_{F_1} \sigma dF$ ańlatpası brus kese-kesimindegi Mz iyildiriwshi momentti beredi.

7.8 formulasındaǵı σ mánisin 7.11 formulasına qoyamız:

$$\int_F E\frac{y^2}{\rho}dF = \frac{E}{\rho}\int_F y^2 dF = M_z.$$

Bul jerde $\int_F y^2 dF$ aǵzası, z neytral kósherine salıstırǵandaǵı brus kesiminiń J_z kósherli (ekvatorial) inerciya momenti.

Bunnan tómendegi kelip shıǵadı:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EJ_z} \qquad (7.12)$$

7.12 formulasındaǵı $\frac{1}{\rho}$ mánisin 7.8 formulasına qoyamız:

$$\sigma = \frac{M_z}{J_z}y \qquad (7.13)$$

Endi u kósherine salıstırǵandaǵı brustıń dx elementine tásir etiwshi barlıq kúshlerdiń momentleriniń summası túrinde teńsalmaqlılıq teńlemesin dúzemiz:

$$\sum M_y = \int_F \sigma dFz = 0 \quad (7.14)$$

Bundağı σdFz ağzası, u kósherine salıstırǵandağı σdF elementar ishki kúshiniń momenti (7.25-súwret).

7.8 formulasındağı σ mánisin 7.14 formulasına qoyamız:

$$\sum M_y = \int_F \frac{E}{\rho} yzdF = \frac{E}{\rho}\int_F yzdF = 0.$$

Bundağı $\int_F yzdF$ integralı, u hám z kósherlerine salıstırǵandağı brus kesiminiń J_{yz} oraydan qashıwshı inerciya momenti.

$$Bunnan \ \sum M_y = \frac{E}{\rho} J_{yz} = 0 \cdot$$

$\frac{E}{\rho} \neq 0$ bolǵanlıqtan, $J_{yz} = 0 \quad (7.15)$

Bizge bas inerciya kósherlerine salıstırǵandağı kesimniń oraydan qashıwshı inerciya momenti nolge teń bolatuǵınlıǵı málim.

Qaralıp atırǵan jaǵdayda y kósheri brus kese-kesiminiń simmetriya kósheri bolıp tabıladı, demek y hám z kósherleri bul kesimniń bas oraylıq inerciya kósherleri bolıp esaplanadı. 7.12 formulası tuwrı taza iyiliwdegi brus kósheriniń qıysayıw iymekligi iyildiriwshi momentke tuwrı proporcional hám E serpimlilik moduliniń J_z inerciya momentine kóbeymesine keri proporcional ekenligin kórsetedi.

EJ_z kóbeymesi iyiliwdegi kesimniń qattılıǵı dep ataladı. Onıń ólshem birligi kN·m², T·m² hám t.b. Neytral kósherge salıstırǵanda óz-ara simmetriyalı kese kesimlerdegi sozıwshı hám qısıwshı kernewlerdiń eń úlken absolyut mánisi óz-ara teń boladı, hám ol tómendegishe anıqlanadı:

$$\sigma_{max} = \frac{M_z}{J_z} y_{max} = \frac{M_z}{\frac{J_z}{y_{max}}}$$

Bul jerde y_{max} – neytral kósherden kesimniń eń shetki tochkalarına shekemgi aralıq.

$\frac{J_z}{y_{max}}$ shaması kese kesimniń ólshemi hám formasına ǵarezli bolıp, ol kesimniń kósherli qarsılıq momenti dep ataladı, hám ol W_z dep belgilenedi:

$$W_z = \frac{J_z}{y_{max}} \quad (7.16)$$

$$Bunnan, \ \sigma_{max} = \frac{M_z}{W_z} \quad (7.17)$$

Tuwrımúyeshli hám dóńgelek kesimler ushın kósherli qarsılıq momentin anıqlayıq.

Eni b hám biyikligi h bolǵan tuwrı tórtmúyeshli kesim ushın:

$$W_z = \frac{J_z}{y_{max}} = \frac{J_z}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^3}{12} : \frac{h}{2} = \frac{bh^2}{6} \quad (7.18)$$

Diametri d bolǵan dóńgelek kesim ushın:

$$W_z = \frac{J_z}{y_{max}} = \frac{J_z}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^4}{64} : \frac{d}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0{,}1d^3 \quad (7.19)$$

Qarsılıq momentiniń ólshem birligi mm³, sm³, m³.

Neytral kósherge salıstırǵanda simmetriyalı emes kesimler ushın, mısalı úshmúyeshlik hám tavr kesimlerde neytral kósherden eń shetki sozılıwshı hám qısılıwshı talshıqlarına shekemgi aralıqlar hár qıylı boladı, sonlıqtan bunday kesimler ushın eki qarsılıq momenti esaplanadı:

$$W_z^I = \frac{J_z}{y_{max}^I}; \quad W_z^{II} = \frac{J_z}{y_{max}^{II}} \quad (7.20)$$

Bunda $y^{I}_{max}, y^{II}_{max}$ – neytral kósherden eń shetki sozılıwshı hám qısılıwshı talshıqlarına shekemgi aralıqlar.

7.7. Tuwrı kese iyiliw

Kese iyiliwde brustıń kese kesimlerinde iyildiriwshi momentten basqa kese kúsh háreket etedi. Brus kesimindegi háreket etiwshi kese kúsh, sol kesimde payda bolıwshı urınba kernewler menen tómendegishe baylanısqan:

$$Q=\int_F \tau_y dF \quad (7.21)$$

Bunda τ_u – Q kúshi hám u kósherine parallel tegisliktegi urınba kernew qurawshısı.

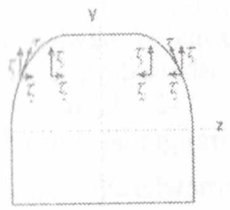
$\tau_u dF$ ağzası brus kese-kesiminiń dF elementar maydanshasına tásir etiwshi (Q kúshine parallel) elementar urınba kúsh.

Brustıń bazı bir kese-kesimin alıp qarayıq (7.27-súwret).

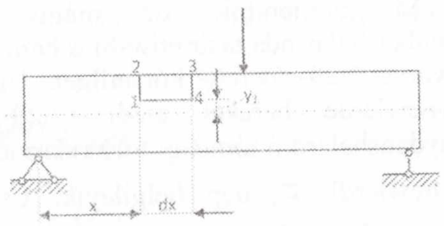
Kesimniń hár bir tochkasındağı urınba kernewlerdi eki qurawshığa jiklewge boladı, yağnıy: τ_u hám τ_z.

τ_u urınba kernewin kórip shığayıq. τ_u urınba kernewi kesim eni boylap, z kósherine parallel bağıtta ózgermesten birdey boladı (7.27-súwret), yağnıy τ_u mánisi kesim biyikligi boylap ózgeredi.

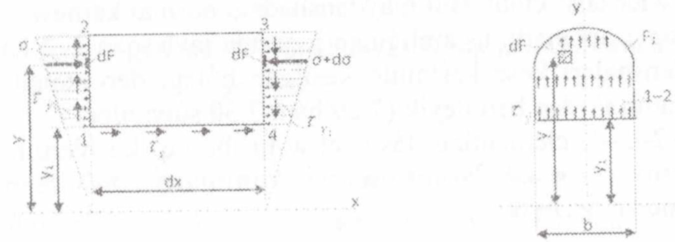
τ_u urınba kernewin tabıw ushın kesimi simmetriyalı bolğan balkadan 1–2–3–4 elementin eki kese-kesim menen kesip alayıq. Bul eki kesiwshi kese-kesimler balkanıń shep ushınan x hám x+dx aralıqta jaylasqan hám bunnan basqa neytral qabattan u_1 aralıqta jaylasqan hám neytral qabatqa parallel bolğan kesim menen kesilisken (7.28-súwret).



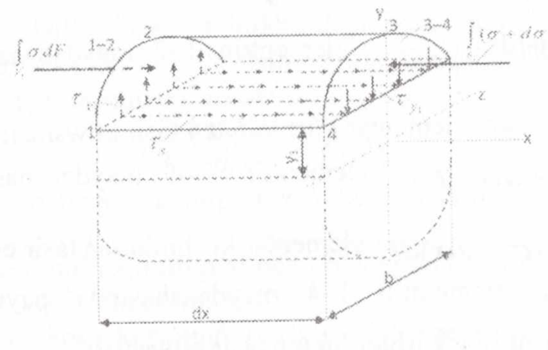
7.27-su'wret



7.28- su'wret



7.29- su'wret



7.30- su'wret

Balkanıń x abscissası aralığındağı kese kesimde M iyildiriwshi momenti tásir etedi, al x+dx abscissası aralığındağı kese kesimde M+dM momenti háreket etedi. Soğan sáykes ajıratılıp alınğan elementtiń 1–2 hám 3–4 maydanshalarındağı σ hám σ+dσ normal kernewler 17.7 formulası tiykarında tómendegishe tabıladı:

$$\sigma=\frac{M}{J}y; \quad \sigma+d\sigma=\frac{M+dM}{J}y \quad (7.22)$$

M momentiniń oń mánisi ushın 1–2 hám 3–4 maydanshalarında tásir etiwshi σ hám σ+dσ normal kernewleriniń epyurası 7.29-súwrette kórsetilgen. Usı maydanshalarda τ_u urınba kernewlerde háreket etedi (7.29-súwret). 1–2 hám 3–4 maydanshalardıń tómengi tochkalarındağı (u_1 aralığındağı) urınba kernewlerdi τ_{y_1} dep belgileyik. Urınba kernewlerdiń juplığı nızamı boyınsha ajıratılıp alınğan elementtiń 1–4 tómengi maydanshalarında mánisi boyınsha τ_{y_1} ge teń τ_x urınba kernewler tásir etedi. Bul maydanshadağı normal kernewler nolge teń dep esaplanadı. u_1 aralığınan joqarıda jaylasqan 1–2 hám 3–4 maydanshaları kese kesimniń kesilgen bólegi dep ataladı. Onıń maydanın F_1 dep belgileyik (7.29 hám 7.30 súwretler).

1–2–3–4 elementine tásir etiwshi barlıq kúshlerdiń balka kósherine proekciyalarınıń summası túrindegi teń salmaqlılıq teńlemesin dúzeyik:

$$\sum X = \int_{F_1} \sigma dF + \tau_x bdx - \int_{F_1} (\sigma + d\sigma) dF = 0 \qquad (7.23)$$

Bul jerde $\int_{F_1} \sigma dF$ – elementtiń 1–2 maydanshasında payda bolıwshı σdF elementar kúshiniń teń tásir etiwshisi;

$\int_{F_1} (\sigma + d\sigma) dF$ – elementtiń 3–4 maydanshasında payda bolıwshı $(\sigma + d\sigma) dF$ elementar kúshiniń teń tásir etiwshisi;

$\tau_x bdx$ – elementtiń 1–4 maydanshasında payda bolıwshı elementar urınba kúshlerdiń teń tásir etiwshisi;

b – balkanıń y_1 aralığı qáddindegi kese kesiminiń eni.

7.22 formulasındağı σ hám σ+dσ mánislerin 7.23 teńlemesine qoyamız:

$$\int_{F_1} \frac{M}{J} ydF + \tau_x bdx - \int_{F_1} \frac{M + dM}{J} ydF = 0$$

$$yamasa \quad \tau_x bdx = \int_{F_1} \frac{dM}{J} ydF = \frac{dM}{J} \int_{F_1} ydF.$$

Biraq Juravskiy teoreması (7.6 formulası) tiykarında: $dM = Qdx$.

Conlıqtan:

$$\tau_x bdx = \frac{Qdx}{J} \int_{F_1} ydF,$$

$$bunnan \quad \tau_x = \frac{Q}{Jb} \int_{F_1} ydF$$

Bundağı $\int_{F_1} ydF$ integralı, balka kese kesiminiń z neytral kósherine salıstırğandağı F_1 maydanınıń S_z statikalıq momenti.

Yağnıy: $\tau_x = \dfrac{QS_z}{Jb}$.

Urınba kernewlerdiń juplığı nızamı boyınsha τ_{y_1} kernewleri absolyut mánisi boyınsha τ_x urınba kernewlerine teń, yağnıy:

$$\tau_{y_1} = \frac{QS_z}{Jb}.$$

Solay etip, balka kese kesimlerindegi hám neytral qabatqa parallel bolğan kesimler maydanshalarındağı τ urınba kernewleri mánisi tómendegi formulada anıqlanadı:

$$\tau = \frac{QS_z}{Jb}. \qquad (7.24)$$

Bunda Q – balkanıń qaralıp atırğan kese kesimlerindegi kese kúsh;

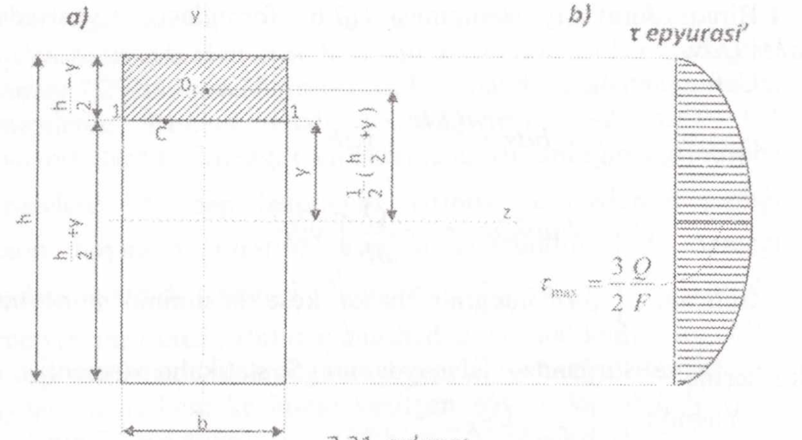
S – kese kesimniń ajıratılıp alınğan bóleginiń neytral kósherge salıstırğandağı statikalıq momenti;

J – barlıq kese kesimniń neytral kósherge salıstırğandağı inerciya momenti;

b – balkanıń τ urınba kernewleri anıqlanıwı kerek bolğan kese kesimniń eni.

7.24 formulası *Juravskiy formulası* dep ataladı.

Mısal retinde 7.31,a-súwrette kórsetilgen tuwrı tórtmúyeshli kese kesimli balkanıń urınba kernewlerin anıqlayıq.



7.31- su'wret

Bul kesimdegi kese kúsh u kósherine parallel tásir etedi hám ol Q ǵa teń.

z kósherine salıstırǵandaǵı kese kesimniń inerciya momenti tómendegishe:

$$J = \frac{bh^3}{12}$$

Bazı bir S tochkasındaǵı urınba kernewdi tabıw ushın usı tochka arqalı z kósherine parallel etip 1–1 tuwrı sızıq júrgizemiz (7.31,a-súwret).

1–1 tuwrı sızıqtı júrgiziw arqalı kesip alınǵan kesimniń (7.31,a-súwrette shtrixlanǵan kesim) z kósherine salıstırǵandaǵı S statikalıq momentin tabayıq:

$$S = b\left(\frac{h}{2}-y\right)\left[\frac{h}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{h}{2}-y\right)\right] = \frac{b}{2}\left(\frac{h}{2}-y\right)\left(\frac{h}{2}+y\right) = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4}-y^2\right).$$

7.24 formulasına Q, S, J hám b mánislerin qoyamız:

$$\tau = \frac{QS}{Jb} = \frac{Q\frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4}-y^2\right)}{\frac{bh^3}{12}b} = \frac{6Q}{bh^3}\left(\frac{h^2}{4}-y^2\right) \qquad (7.25)$$

Bul ańlatpadan, kese kesim biyikligi ózgergen sayın urınba kernewler kvadrat parabola nızamı menen ózgeretuǵınlıǵı kelip

shıǵadı. $y = \pm\frac{h}{2}$ bolǵanda kernew $\tau = 0$ boladı. Eń úlken mánistegi kernewler neytral kósherde jaylasqan tochkalarda boladı, yaǵnıy u=0 de:

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\cdot\frac{Q}{bh} = \frac{3Q}{2F} \qquad (7.26)$$

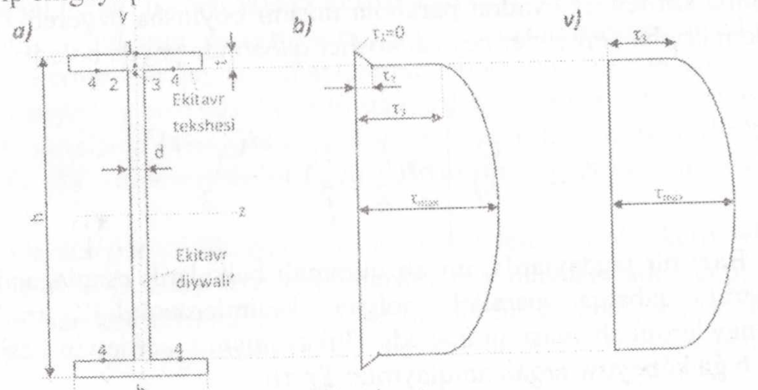
Bunda $F = bh$ – kese kesim maydani'.

Balka kesimi biyikliginiń ózgeriwine baylanıslı urınba kernewler epyurası 7.31,b-súwrette kórsetilgen. Kelip shıqqan τ mánisiniń durıslıǵın tekseriw ushın 7.25 formulasındaǵı tabılǵan τ mánisin 7.21 formulasına qoyamız:

$$Q = \int_F \tau_y dF = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{6Q}{bh^3}\left(\frac{h^2}{4}-y^2\right)bdy = \frac{6Q}{h^3}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\left(\frac{h^2}{4}-y^2\right)dy =$$

$$= \frac{6Q}{h^3}\left(\frac{h^2}{4}y - \frac{y^3}{3}\right)\Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = \frac{6Q}{h^3}\left[\frac{h^2}{4}\cdot\frac{h}{2} - \frac{\left(\frac{h}{2}\right)^3}{3}\right]\cdot 2 = Q.$$

Endi u kósherine simmetriyalı bolǵan kese-kesimli juqa diywallı balkadaǵı urınba kernewlerdiń bólistiriliwin kórip shıǵayıq. Bul kese kesimler boylap Q kese kúshi háreket etedi. Mısal retinde 7.32,a-súwrette kórsetilgen qostavr kesimli balkanı kórip shıǵayıq.



7.32-su'wret

Bunıń ushın Juravskiy (7.24) formulası boyınsha balka kese kesimlerindegi bazı bir tochkalardağı urınba kernewlerdi tabamız.

Qostavrdıń joqarğı 1- tochkasında (7.32,a-súwret) urınba kernew $\tau_1=0$, sebebi barlıq kese kesim maydanı bul tochkanıń tómeninde jaylasqan, sonlıqtan z kósherine salıstırğandağı S statikalıq momenti nolge teń. Qostavrdıń joqarğı tekshesiniń tómeninde jaylasqan 2-tochkasındağı urınba kernewler 7.24 formulası boyınsha anıqlanadı:

$$\tau_2 = \frac{Q}{Jb} \cdot bt\left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right)$$

1 hám 2-tochkalar arasındağı τ kernewi kvadrat parabola boyınsha ózgeredi. 2-tochkanıń tómeninde, yağnıy qostavr diywalında jaylasqan 3 tochkadağı urınba kernew tómendegishe:

$$\tau_3 = \frac{Q}{Jd} \cdot bt\left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right).$$

Qostavr tekshesi eni b nıń vertikal diywal qalınlığı d dan biraz úlken bolğanlığı sebepli, teksheniń tómengi bóleginen baslap urınba kernewler epyurasında birden ósiw payda boladı (7.32,b-súwret). 3-tochkanıń tómeninen baslap qostavr diywalında urınba kernewler kvadrat parabola nızamı boyınsha ózgeredi. Eń úlken urınba kernewler neytral kósher qabatında payda boladı:

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{Jd} \cdot \left[bt\left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right) + \frac{d\left(\frac{h}{2} - t\right)^2}{2} \right].$$

Bazı bir jağdaylarda, mısalı quramalı balkalardı esaplağanda, neytral qabatqa parallel bolğan kesimlerdegi T urınba kernewlerdiń shaması anıqlanadı. Bul shamanı τ kernewin kesim eni b ğa kóbeytiw arqalı anıqlaymız: $T=\tau b$.

7.24 formulasındağı τ mánisin ornına qoyamız:

$$T = \frac{QS}{J} \qquad (7.27)$$

7.8. Tuwrı kese iyiliwdegi bas kernewler

Balkadan qandayda bir tochka átirapında 1–2–3–4 (7.33,a-súwret) elementar parallelepiped kesip alayıq. Bul parallelipedtiń 1–2 hám 3–4 qaptal betleri balkanıń kese kesiminde jaylasqan, al 2–3 hám 1–4 qaptal betleri neytral qabatqa parallel jaylasqan. Paralleliped uzınlığı (súwretke perpendikulyar bağıtta) balka enine teń. Parallelipedtiń qaptal jaqlarına tásir etiwshi kernewler 7.33,b-súwrette kórsetilgen. 1–2 hám 3–4 jaqları boyınsha σ normal kernewler hám τ urınba kernewler, al 2–3 hám 1–4 jaqları boyınsha tek ğana τ urınba kernewler tásir etedi. σ hám τ kernewlerdiń mánisleri 7.13 hám 7.24 formulaları járdeminde anıqlanadı.

7.33- su'wret

Elementar paralelepipedtiń aldıńğı hám artqı jaqları balka qaptal betleri menen sáykes keledi hám oğan kúsh tásir etpeydi. Sonlıqtan bul jaqlarda kernew nolge teń. Bunnan parallelepipedtiń tegis kernewlilik jağdayı sharayatında bolatuğınlığı kelip shığadı.

Elementar parallelepipedtiń qaptal jaqlarına hár qıylı múyesh jasap qıyalanıp jaylasqan tegisliklerde normal hám urınba háreket etedi. Bul kernewlerdi 3.6 hám 3.7 formulalar arqalı anıqlawğa boladı.

Óz-ara perpendikulyar eki maydanshalarda urınba kernewler nolge teń. Bunday maydanshalardıń bas maydanshalar dep, al onda háreket etiwshi normal kernewlerdiń bas kernewler dep atalatuğınlığı bizge málim. Bas maydanshağa 45^0 múyesh penen qıyalanǵan maydanshalarda ekstremal urınba kernewler tásir etedi. Bul maydanshalar *jıljıw maydanshası* dep ataladı.

Ulıwma jaǵdaydaǵı tegis kernewlilik jaǵdayında bas normal hám ekstremal urınba kernewlerdi anıqlaw bizge málim bolǵan 3.11 hám 3.14 formulaları menen esaplanadı:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2};$$

$$\tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}.$$

Bul formulalarǵa $\sigma_x=\sigma$, $\sigma_u=0$ hám $\tau_x=\tau$ mánislerin qoyamız:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}; \qquad (7.28)$$

$$\tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \qquad (7.29)$$

Bunda σ hám τ – qaralıp atırǵan tochkadaǵı 7.13 hámde 7.24 formulaları menen anıqlanıwshı, balka kese kesimi menen sáykes maydanshalardaǵı normal hám urınba kernewler.

7.28 formulasınan σ_{max} kernewi barlıq waqıt oń, al σ_{min} kernewi barlıq waqıt teris ekenligi kórinip turıptı. Sonlıqtan $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ qaǵıydasına sáykes σ_{max} kernewin σ_1 dep, al σ_{min} kernewin σ_3 dep belgilegenimiz maqul. Aralıq $\sigma_2=0$ bas kernewi bas maydanshalarǵa, yaǵnıy súwret tegisligine parallel maydanshalarda boladı (7.33-súwret).

Endi balkanıń tuwrımúyeshli kese kesimlerinde jaylasqan tochkalardaǵı kernewlilik jaǵdayın kórip shıǵayıq. Bul kesimdegi iyildiriwshi moment M hám kese kúsh Q di oń dep qabıl eteyik. Kese kesimniń neytral kósherden eń shette jaylasqan tochkalarındaǵı τ urınba kernewler nolge teń, al σ normal kernew $(-\frac{M}{W})$ (7.34,a-súwrette *a* tochkası) hám $(+\frac{M}{W})$ (7.34,a-súwrette *á* tochkası) ge teń. Bunnan bul hár bir tochka ushın bas

maydanshanıń birewi balkanıń kese-kesimi menen ústpe-úst túsetuǵınlıǵı, al qalǵan ekewi bolsa kese-kesimge perpendikulyar bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı (bunda normal kernewler nolge teń).

7.34,a-súwrette elementar parallelepipedler kórsetilgen. Bul parallelepipedtiń qaptal jaqları eki bas maydanshaǵa parallel. Úshinshi bas maydansha bolsa sızılma tegisligine parallel. *a* hám *á* tochkalardaǵı ekstremal urınba kernewler tómendegi formula arqalı anıqlanadı:

$$\tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{\sigma}{2} = \pm\frac{M}{2W}.$$

Neytral kósherde jaylasqan tochkanıń kese-kesiminde σ normal kernew nolge teń (7.34,a-súwrette *b* tochka), al urınba kernew $\tau = \frac{3}{2}\cdot\frac{Q}{F}$.

Bul tochkalardaǵı kernewlilik jaǵdayı taza jıljıwdı kórsetedi hám onıń ekstremal urınba kernewleri tómendegishe:

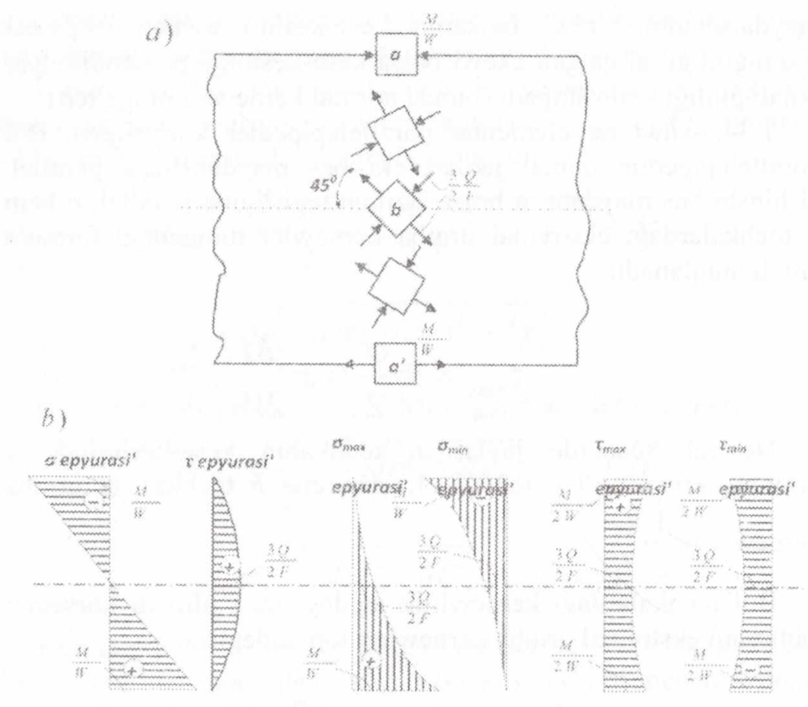
$$\tau_{\substack{max\\min}} = \pm\tau = \pm\frac{3}{2}\cdot\frac{Q}{F}.$$

Bul tochkalardıń hár qaysısındaǵı eki bas maydansha balka kósherine $\pm45^o$ múyesh penen qıyalanǵan (7.34,a-súwret), al ondaǵı bas kernewler tómendegishe:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \pm\tau = \pm\frac{3}{2}\cdot\frac{Q}{F}.$$

Úshinshi bas maydansha sızılma tegisligine parallel hám ondaǵı kernew nolge teń.

Ekstremal urınba kernewlerdiń san mánisin tawıp, bul kernewlerdiń epyurasın sızıwǵa boladı.



7.34- su'wret

7.34,b-súwrette oń mánistegi iyildiriwshi moment M hám kese kúsh Q tásirindegi balkanıń tuwrı múyeshli kese-kesimlerindegi σ hám τ kernewler epyuraları kórsetilgen. Bul kernewler kese kesim maydanshalarına ústpe-úst túsedi, sonlıqtan bular súwrette σ_{max} hám σ_{min} (σ_1 hám σ_3) bas kernewler hámde τ_{max} hám τ_{min} ekstremal urınba kernewler epyuraları túrinde kórsetilgen.

7.9. İyiliw deformaciyasındaǵı potencial energiya

Balkanıń iyiliw deformaciyasındaǵı toplanǵan potencial energiyanıń mánisin tabıw ushın 3.25 formulasındaǵı salıstırmalı potencial energiyanı tabıw formulasınan paydalanamız:

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)\right].$$

Balkanıń iyiliwinde onıń hár bir tochkasında eki kósherli (tegis) kernewlilik jaǵdayı payda boladı. Bul kernewler $\sigma_1=\sigma_{max}$, $\sigma_3=\sigma_{min}$, $\sigma_2=0$ ge teń. Bunnan:

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\sigma_1\sigma_3\right]. \qquad (7.30)$$

Bas $\sigma_1=\sigma_{max}$, $\sigma_3=\sigma_{min}$ kernewlerdi balkanıń kese-kesimine ústpe-úst túsiwshi maydanshadaǵı σ hám τ kernewler arqalı ańlatayıq (7.28-formulasın qarań):

$$u = \frac{1}{2E}\left\{2\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + 2\left[\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2\right] - 2\mu\left[\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 - \tau^2\right]\right\}.$$

Bul teńlikti ápiwayılastırǵannan keyin tómendegishe boladı:

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} + \frac{\tau^2}{2}\cdot\frac{2(1+\mu)}{E}.$$

$\frac{2(1+\mu)}{E} = \frac{1}{G}$, ekenligin esapqa alsaq:

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} + \frac{\tau^2}{2G}. \qquad (7.31)$$

7.31 formulası tuwrı kese iyiliwdegi salıstırmalı potencial energiyanıń mánisin beredi.

7.31 formulasına 7.13 hám 7.24 formulalardaǵı σ hám τ mánislerin qoyamız:

$$u = \frac{M^2}{2EJ^2}y^2 + \frac{Q^2S^2}{2GJ^2b^2}. \qquad (7.32)$$

Balkanıń $dV=dF\cdot dX$ elementar kólemindegi toplanǵan potencial energiya tómendegishe: $udV=udF\cdot dx$;

Balkanıń dx uzınlıqtaǵı bólegindegi (Fdx kóleminde) potencial energiya tómendegi ańlatpa boyınsha anıqlanadı:

$$dU = dx\int_F u\,dF.$$

Buǵan 7.32 formulasındaǵı u mánisin qoyıp, tómendegige iye bolamız:

$$dU = dx\int_F\left(\frac{M^2}{2EJ^2}y^2 + \frac{Q^2S^2}{2GJ^2b^2}\right)dF = dx\left(\frac{M^2}{2EJ^2}\int_F y^2dF + \frac{Q^2}{2GJ^2}\int_F\frac{S^2}{b^2}dF\right).$$

$\int\limits_F y^2 dF = J$ ekenligin esapqa alsaq hám tómendegishe belgilesek:

$$\frac{F}{J^2}\int\limits_F \frac{S^2}{b^2}dF = \eta \qquad (7.33)$$

$$Bunnan \; dU = \frac{M^2}{2EJ}dx + \eta\frac{Q^2}{2GF}dx.$$

Yaǵnıy, balkanıń l uzınlıqqa iye bólegindegi iyiliw deformaciyasındaǵı toplanǵan tolıq potencial energiyası tómendegishe boladı:

$$U = \int\limits_\ell \frac{M^2}{2EJ}dx + \int\limits_\ell \eta\frac{Q^2}{2GF}dx \qquad (7.34)$$

Kese kesimi turaqlı bolǵan balka ushın:

$$U = \frac{1}{2EJ}\int\limits_\ell M^2 dx + \frac{\eta}{2GF}\int\limits_\ell Q^2 dx \qquad (7.35)$$

Eger balka bir-neshe bóleklerden ibarat bolsa hám bul bóleklerdiń kese kesimleriniń qattılıqları, olardǵı iyildiriwshi moment hám kese kúshlerdiń mánisleri ózgermeli nızam boyınsha parıqlanıp tursa, onda deformaciyadaǵı potencial energiyanı tómendegi formula boyınsha anıqlaw kerek:

$$U = \sum\int\limits_{\ell_i} \frac{M^2}{2EJ}dx + \sum\int\limits_{\ell_i} \eta\frac{Q^2}{2GF}dx \qquad (7.36)$$

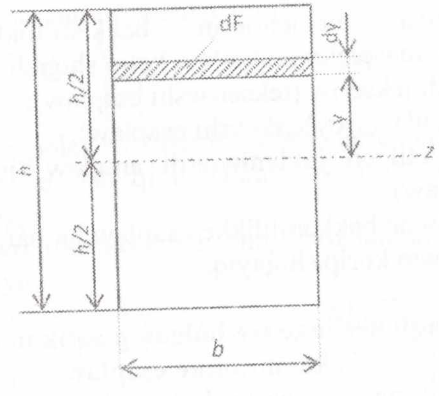
Bunda i – balka bólekleriniń izbe-izlik nomeri.

(7.34) – (7.36) formulalardaǵı η – balkanıń kese kesimi formasına ǵárezli bolǵan ólshemsiz koefficient.

7.35-súwrette kórsetilgen tuwrı tórtmúyeshli kesim ushın η koefficientin anıqlayıq.

Bul kesimniń maydanı $F=bh$ ǵa teń; inerciya momenti $J=\frac{bh^3}{12}$; elementar maydanshanıń maydanı $dF=bdy$; dF maydanshanıń joqarısında jaylasqan kesimniń z kósherine salıstırǵandaǵı statikalıq momenti:

$$S = b(\frac{h}{2}-y)\frac{\frac{h}{2}+y}{2} = \frac{b}{2}(\frac{h^2}{4}-y^2).$$



7.35- su'wret

Bunnan 7.33 formulası tiykarında tómendegishe boladı:

$$\eta = \frac{bh}{(\frac{bh^2}{12})^2}\int\limits_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left[\frac{b}{2}(\frac{b^2}{4}-y^2)\right]^2\frac{bdy}{b^2} = \frac{b^4h\cdot 144}{b^4h^6\cdot 4}\int\limits_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}(\frac{h^2}{4}-y^2)^2dy =$$

$$= \frac{36}{h^5}(\frac{h^4y}{16}-\frac{h^2y^3}{6}+\frac{y^5}{5})\Big|_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} = \frac{36\cdot h^5}{h^5}\cdot 2(\frac{1}{16\cdot 2}-\frac{1}{6\cdot 2^3}+\frac{1}{5\cdot 2^5}) = 1,2.$$

Dóńgelek kesim ushın $\eta = \frac{10}{9}$. Qostavr kesimli balka ushın η koefficientiniń mánisin shama menen tómendegi formula boyınsha anıqlasa boladı:

$$\eta \approx \frac{F}{F_{cm}},$$

bul jerde F – kese-kesimniń tolıq maydanı, F_{ct} – qostavr diywalı kesiminiń maydanı.

7.10. Íyiliwde bekkemlilikke esaplaw

Balkalardı bekkemlilikke esaplaw kóbinese onıń kese-kesimlerinde payda bolatuǵın normal kernewlerdiń eń úlken mánisleri boyınsha alıp barıladı. Bul kernewlerdi σ_{max} dep belgilesek, onda tómendngishe bekkemlilik shártin alamız:

$$\sigma_{max} \leq [\sigma], \qquad (7.37)$$

Bunda $[\sigma]$ – bul tiykarınan balka materialına ǵárezli bolǵan ruxsat etilgen kernew.

Konstrukciya elementlerin bekkemlilikke esaplawda, tómendegi úsh máselelerdi sheshiw kelip shıǵadı:

a) kernewdi tekseriw (tekseriwshi esaplaw);

b) kesim tańlaw (joybarlawshı esaplaw);

v) ruxsat etilgen júkleniwlerdi anıqlaw (júk kóteriwshilik qábiletin anıqlaw).

Tuwrı iyiliwde bekkemlilikke esaplawdıń hár qıylı materiallar ushın esaplanıwın kórip shıǵayıq.

7.11. Turaqlı kesimge iye bolǵan plastik materiallardı bekkemlilikke esaplaw

Plastik materiallar sozılıwǵada hám qısılıwǵada birdey qarsılıq kórsetedi. Sol sebepli $[\sigma_q]=[\sigma_s]=[\sigma]$ boladı. Sonlıqtan plastik materiallardan islengen balkalar kóbinese óziniń neytral kósherine salıstırǵanda simmetriyalı jaylasqan kese-kesimge iye boladı hám bul kesimlerde birdey mánistegi eń úlken sozıwshı hám qısıwshı kernewler payda boladı.

Bul jaǵdayda absolyut mánisi boyınsha eń úlken M_{max} iyildiriwshi moment payda bolatuǵın kesim qáwipli kesim bolıp tabıladı. Usı kesim ushın bekkemlilik shárti dúziledi. Qáwipli kesimde jaylasqan eń qáwipli tochkalar neytral kósherden eń uzaq aralıqta jaylasqan tochkalar esaplanadı. Bul tochkalardaǵı normal kernewler 7.17 formulası tiykarında esaplanadı:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \qquad (7.38)$$

Kesimniń shetki tochkalarındaǵı urınba kernewler nolge teń, sonlıqtan 7.38 formulası boyınsha anıqlanıp atırǵan σ_{max} kernewi bas kernew esaplanadı.

7.38 formulasınan kelip shıqqan σ_{max} kernewi mánisin bekkemlilik shártin esaplaytuǵın 7.37 formulasına qoyıp, kernewdi tekseriw (tekseriwshi esaplaw formulası) formulasın alamız:

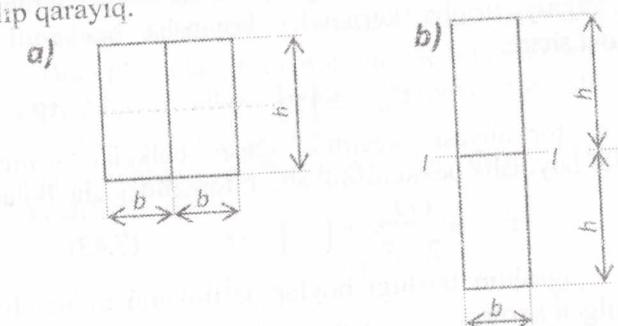
$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \leq [\sigma] \qquad (7.39)$$

Balkanıń kesimin tańlaw ushın (joybarlawshı esaplaw) talap etilgen qarsılıq momentiniń mánisi anıqlanadı:

$$W \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} \qquad (7.40)$$

Prokat profilli polat balkalardı tańlaw sortament tablicasınan alınadı. Bul tablicada hár qıylı balkalar ushın kesimniń qarsılıq momenti kórsetilgen.

Endi eki tuwrı tórtmúyesh kesimli bruslardan ibarat bolǵan balkanı alıp qarayıq.



7.36- su'wret

Eger vertikal tegislikte tásir etip atırǵan iyildiriwshi moment tásirinde bul bruslardı bir-birine qatar jaylastırsaq (7.36,a-súwret), onda bul quralǵan kesimniń qarsılıq momenti tómendegishe boladı:

$$W = \frac{2bh^2}{6} = \frac{bh^2}{3}.$$

Eger bul bruslardı bir-biriniń ústine jaylastırsaq, onda bul quralǵan kesimniń qarsılıq momenti tómendegishe boladı:

$$W = \frac{b(2h)^2}{6} = \frac{2bh^2}{3},$$

yaǵnıy birinshi jaǵdayǵa salıstırǵanda eki ese kóp boladı.

Balka ushın ruxsat etilgen júkleniwdi anıqlaǵanda (balkanıń júk kóteriwshiligi) absolyut ólshem boyınsha eń úlken mániste bolǵan iyildiriwshi moment epyurasındaǵı ordinata mánisi ruxsat etilgen iyildiriwshi moment [M] mánisine teńlestiriledi hám ol tómendegishe anıqlanadı:

$$[M]=W\cdot[\sigma] \qquad (7.41)$$

Bul jol menen alınǵan teńlikten ruxsat etilgen júkleniw mánisi tabıladı.

Uzınlıǵı boyınsha kelte balkalarda iyildiriwshi momenttiń mánisi kishi bolıwına qaramastan kese kúsh úlken mániske iye bolıwı múmkin. Bul jaǵdayda kese kúsh úlken mániske iye bolatuǵın kese kesimlerde maksimal urınba kernewlerdi tekseriw kerek.

Bul kernewler ruxsat etilgen urınba kernewlerden aspawı kerek, yaǵnıy urınba kernewler boyınsha bekkemlilik shárti orınlanıwı shárt:

$$\tau_{\max}\le[\tau] \qquad (7.42)$$

Tuwrı tórtmúyesh kesimli aǵash balkalar ushın urınba kernewler boyınsha bekkemlilik shárti tómendegishe boladı:

$$\tau_{\max}=\frac{3}{2}\frac{Q_{\max}}{F}\le[\tau_{c\kappa}] \qquad (7.43)$$

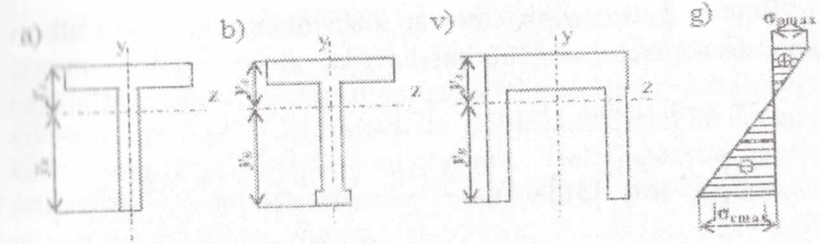
$[\tau_{sk}]$ – aǵashtıń talshıǵı boylap jarılıwınıń aldın alıw ushın ruxsat etilgen kernew.

Soǵan uqsas dóńgelek kesimli aǵash balka ushın:

$$\tau_{\max}=\frac{4}{3}\frac{Q_{\max}}{F}\le[\tau_{c\kappa}] \qquad (7.44)$$

7.12. Turaqlı kese kesimli mort materiallardan islengen balkalar

Mashina qurılısında kóbinese shoyın materialı kóp qollanıladı. Bul shoyınlardan islengen detallar kóbinese iyiliwge isleydi. Hámmege belgili, shoyınnıń qısılıwǵa qarsılıǵı kóp boladı, al sozılıwǵa ázzi boladı. Sonlıqtan shoyınnan islengen materiallarda sozıwshı kernewler qısıwshı kernewlerge salıstırǵanda az bolǵanı jaqsı.



7.37-súwret

Bul talap, bruslardıń kese-kesimleri neytral kósherge salıstırǵanda simmetriyalı emes etip islengen bruslar ushın orınlı.

Bunday formadaǵı kesimler 7.37,a,b,v-súwretlerde kórsetilgen hám 7.37,g-súwrette olardıń normal kernewleriniń epyurası kórsetilgen. Bul epyurada iyildiriwshi moment teris, hám eń úlken sozıwshı kernewler eń úlken qısıwshı kernewlerge salıstırǵanda kishi, yaǵnıy kesim racional jaylasqan.

Mort materiallardan islengen balkalar ushın bekkemliligi boyınsha eki shárt dúziledi:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{p\max}&=\frac{M}{W_1}\le[\sigma_p];\\ |\sigma_c|_{\max}&=\frac{M}{W_2}\le[\sigma_c]\end{aligned}\right\} \qquad (7.45)$$

$$bunda\ W_1=\frac{J_z}{y_A},\quad W_2=\frac{J_z}{y_B}.$$

7.13. Ózgermeli kese kesimli balkalar

Mısal retinde 7.38,a-súwrette kórsetilgen balka kesimlerindegi ruxsat etilgen júkleniwlerdi anıqlayıq. Balkanıń biyikligi h hám balka uzınlıǵı boylap ol ózgermeydi. Balkanıń eni bolsa shep ushındaǵı b_0 hám oń ushında jaylasqan b_l enlerin tutastırıwshı tuwrı sızıq nızamı boyınsha ózgeredi (7.38,b-súwret). Balka proletı ortasına R kúshi tásir ettirilgen.

x abscissalı balka kesiminde ruxsat etilgen iyildiriwshi moment tómendegishe:

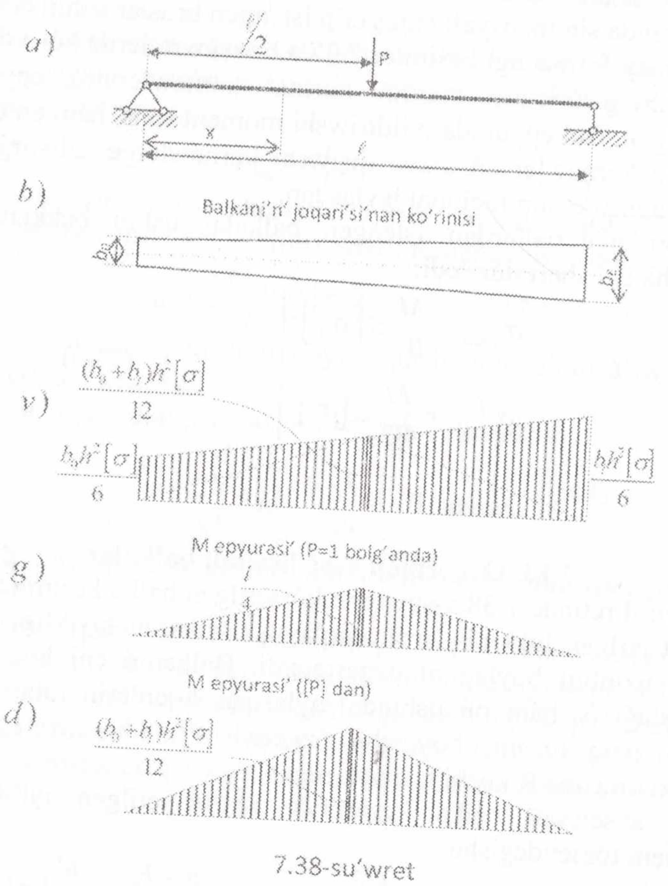
$$[M]=W[\sigma]=\frac{bh^2}{6}\cdot[\sigma]=(b_0+\frac{b_l-b_0}{l}x)\cdot\frac{h^2}{6}[\sigma].$$

Bunnan balka uzınlıǵı boylap *[M]* momenttiń sızıqlı nızam boyınsha ózgeretuǵınlıǵı kórinip turıptı.

$$eger\ x=0\ bolsa\ [M]=\frac{bh^2}{6}\cdot[\sigma];$$

$$x=\frac{l}{2}\ bolsa\ [M]=(b_0+\frac{b_l-b_0}{l}\cdot\frac{l}{2})\cdot\frac{h^2}{6}[\sigma]=\frac{b_0+b_l}{12}h^2[\sigma]$$

$$x=l\ bolsa\ [M]=\frac{b_lh^2}{6}\cdot[\sigma].$$



7.38-su'wret

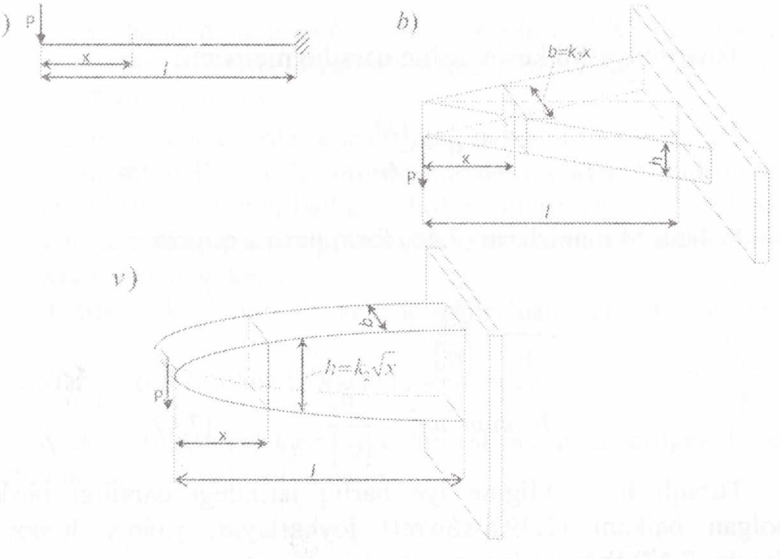
R=1 kúshten iyildiriwshi moment epyurasın qurayıq. Bul epyura 7.38,g-súwrette kórsetilgen. [M] hám M (R=1 den) epyuraların salıstırıp, ruxsat etilgen [R] mánisinen iyildiriwshi moment epyurası 7.38,v-súwrette kórsetilgen punktir sızıqlar kórinisinde bolatuǵınlıǵın anıqlaymız. Bul jaǵdayda prolet ortasındaǵı iyildiriwshi moment ruxsat etilgen [M] iyildiriwshi momentke teń boladı, yaǵnıy:

$$\frac{b_0+b_l}{12}h^2[\sigma].$$

R=1 kúshi bul kesimde $\frac{l}{4}$ moment payda etkenligi sebepli, ruxsat etilgen R kúshiniń mánisi tómendegishe boladı:

$$[P]=\frac{[M]}{\frac{l}{4}}=\frac{b_0+b_l}{3l}h^2[\sigma].$$

Endi tuwrımúyesh kesimli bir ushı bekkemlenip qatırılgan, al ekinshi ushına R kúshi tásir ettirilgen balkanı kórip shıǵayıq (7.39,a-súwret).



7.39- su'wret

Eń úlken iyildiriwshi moment balkanıń bekkemlenip qatırılǵan kesiminde payda boladı, hám ol tómendegishe:

$$M = -Pl.$$

Basqa keimlerinde iyildiriwshi moment tómendegishe:

$$M = -Px,$$

bul jerde x – balkanıń erkin ushınan qaralıp atırǵan kesimge shekemgi aralıq.

Berilgen balkanıń kese kesim ólshemlerin hár bir kesimdegi eń úlken normal kernewler ruxsat etilgen [σ] kernewge teń bolatuǵınday etip quramız. Bunıń ushın x abscissalı kesimniń W qarsılıq momenti tómendegishe bolıwı kerek:

$$W = \frac{|M|}{[\sigma]}. \qquad (7.46)$$

Tuwrımúyeshli kesim ushın qarsılıq momenti:

$$W = \frac{bh^2}{6}.$$

W hám M mánislerin (7.46) formulasına qoyamız:

$$\frac{bh^2}{6} = \frac{Px}{[\sigma]},$$

$$bunnan\ bh^2 = \frac{6Px}{[\sigma]}. \qquad (7.47)$$

Turaqlı h biyikligine iye barlıq jerindegi qarsılıǵı birdey bolǵan balkanı (7.39,a-súwret) joybarlayıq, yaǵnıy h=const. Sonda (7.47) tiykarında tómendegishe boladı:

$$b = \frac{6Px}{h^2[\sigma]} = k_1 x, \qquad (7.48)$$

$$bunda\ k_1 = \frac{6P}{h^2[\sigma]}.$$

Yaǵnıy, bunnan balkanıń kese kesiminiń eni bul kesimniń abscissasına tuwrı proporcional ekenligi kelip shıǵadı (7.39,b-súwret).

Endi turaqlı b enine iye barlıq jerindegi qarsılıǵı birdey bolǵan balkanı (7.39,a-súwret) joybarlayıq, yaǵnıy b=const.

Bul jaǵday ushın (7.47) shártinen:

$$h = \sqrt{\frac{6Px}{b[\sigma]}} = k_2\sqrt{x},$$

$$bunda\ k_2 = \sqrt{\frac{6P}{b[\sigma]}}.$$

Yaǵnıy bunnan balkanıń kese kesiminiń biyikligi balka uzınlıǵı boylap parabola nızamı boyınsha ózgeretuǵınlıǵı kelip shıǵadı, (7.39,v-súwret).

7.39, b, v-súwretlerde kórsetilgen balkalardıń shep ushına jaqınlasqan sayın F kese kesiminiń maydanı azayıp baradı (x=0 bolǵanda F=0). Sonlıqtan balkanıń bul zonalarındaǵı Q= –P kese kúsh tásirinen úlken mánistegi urınba kernewler payda boladı hám ol [τ] mánisinen asıp ketedi.

Tórtmúyesh kesimli balka kese kesimlerindegi eń úlken urınba kernewler 7.26 formulası tiykarında tómendegishe: $\tau_{max} = \frac{3Q}{2F}$.

Bunı ruxsat etilgen [τ] kernewge teńlestirip, talap etilgen kese kesim maydanınıń mánisin tabamız:

$$[F]=\frac{3|Q|}{2[\tau]}=\frac{3P}{2[\tau]}.$$

7.14. Íyiliw orayı haqqında túsinik

Tuwrı kese iyiliwde bolıp atırǵan balka kese-kesimlerindegi τ_z urınba kernewlerdi tabıw formulasın keltirip shıǵarayıq. Buniń ushın 7.40,a-súwrette kórsetilgen balkadan eki kesim arqalı júdá kishi bolǵan dx elementti ajıratıp alayıq.

Bul ajıratılǵan elementten óz náwbetinde 1-2-3-4-5-6-7-8 elementar prizmanı ajıratıp alayıq (7.40,b-súwret).

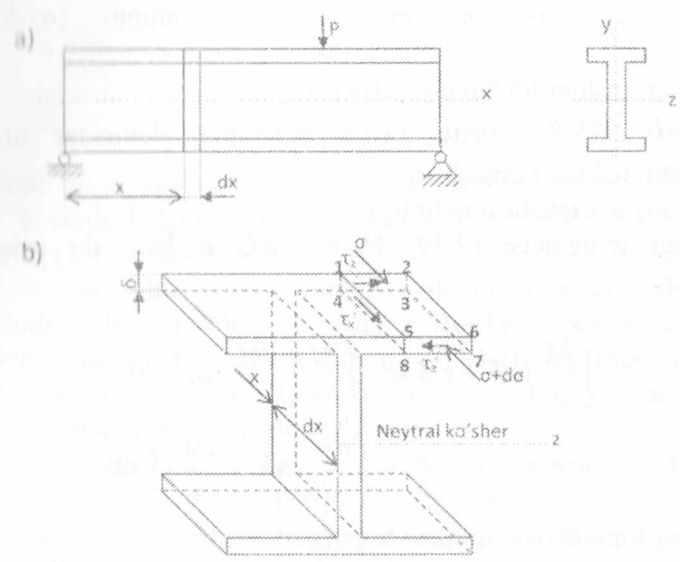
Elementar prizmanıń 1-2-3-4 hám 5-6-7-8 betleri balkanıń kese-kesimi menen sáykes keledi. Bul betlerde sáykes túrde σ hám $\sigma+d\sigma$ normal kernewler háreket etedi. Bul kernewlerdiń mánisleri tómendegi formulalar boyınsha anıqlanadı:

$$\left.\begin{aligned}\sigma&=\frac{M}{J}y;\\ \sigma+d\sigma&=\frac{M+dM}{J}y\end{aligned}\right\}\qquad(7.49)$$

Bunda M hám M+dM – balkanıń x hám x+dx abscissalarına sáykes keliwshi kese kesimlerinde tásir etiwshi iyildiriwshi moment.

u – bul σ kernewler anıqlanıp atırǵan tochkalardan neytral kósherge shekemgi aralıq.

Prizmanıń 5-6-7-8 betinde payda bolıwshı $(\sigma+d\sigma)dF_1$ elementar kúshlerdiń teń tásir etiwshisi 1-2-3-4 betindegi payda bolıwshı σdF_1 elementar kúshlerdiń teń tásir etiwshisine qaraǵanda úlken boladı (bunda F_1 – kórsetilgen hár bir bettiń maydanı).



7.40- su'wret

Sol sebepli prizmanıń 1-5-8-4 betinde τ_x urınba kernewleri tásir etip turǵan jaǵdayda prizma teń salmaqlılıqta bola aladı (7.40,b-súwret).

Biraq bul jaǵdayda urınba kernewlerdiń juplıq nızamı tiykarında, mánisi boyınsha tap sonday τ_x urınba kernewler elementar prizmanıń 1-2-3-4 hám 5-6-7-8 betlerinde háreket etedi (7.40,b-súwret).

Balka kósherine tásir etiwshi barlıq kúshlerdiń proekciyasınıń summası kórinisinde elementar prizmanıń teń salmaqlılıq teńlemesin dúzeyik:

$$\sum X=\int\limits_{F_1}\sigma dF+\tau_x\delta dx-\int\limits_{F_1}(\sigma+d\sigma)dF=0.$$

Bunda $\int\limits_{F_1}\sigma dF$ – 1-2-3-4 bette payda bolatuǵın σdF elementar kúshlerdiń teń tásir etiwshisi;

$\int_{F_1}(\sigma+d\sigma)dF$ – 5-6-7-8 bette payda bolatuǵın (σ+dσ)dF elementar kúshlerdiń teń tásir etiwshisi;

$\tau_x\delta dx$ – 1-5-8-4 bette payda bolatuǵın elementar urınba kúshlerdiń teń tásir etiwshisi;

δ – qostavr tekshesi qalınlıǵı.

Sońǵı teńlemege (7.49) formuladaǵı σ hám dσ mánisin qoyamız:

$$\int_{F_1}\frac{M}{J}ydF+\tau_x\delta dx-\int_{F_1}\frac{M+dM}{J}ydF=0$$

$$yamasa\quad \tau_x\delta dx=\int_{F_1}\frac{dM}{J}ydF=\frac{dM}{J}\int_{F_1}ydF.$$

Biraq Juravskiy teoreması boyınsha:

$$dM=Qdx.$$

$$bunnan,\quad \tau_x\delta dx=\frac{Qdx}{J}\int_{F_1}ydF,\ \Rightarrow\ \tau_x=\frac{Q}{J\delta}\int_{F_1}ydF.$$

$\int_{F_1}ydF$ integralı balkanıń neytral z kósherine salıstırǵandaǵı F_1 maydanınıń statikalıq momenti bolıp esaplanadı. Sonlıqtan:

$$\tau_x=\frac{QS_z}{J\delta}.$$

Urınba kernewler juplıǵı nızamı boyınsha balkanıń kese kesiminde tásir etiwshi τ_z kernewleri absolyut mánisi boyınsha τ_x qa teń boladı, yaǵnıy:

$$\tau_z=\frac{QS_z}{J\delta}$$

$$yamasa\quad \tau=\frac{QS_z}{J\delta} \qquad (7.50)$$

Endi tuwrı kese iyiliwge islewshi shveller profilli balkanıń kese kesimlerindegi urınba kernewlerdiń bólistiriliwin kórip shıǵayıq (7.41,a-súwret).

7.41,a-súwrette qaralıp atırǵan balkanıń kese kesiminiń oń tárepinde jaylasqan bólegi kórsetilgen. Bul kesimdegi kese kúshti oń dep qabıl etemiz hám balkanıń oń tárepiniń shep ushında háreket etiwshi kese kúshti tómennen joqarı qaray baǵdarlaymız. Balkanıń shep tárepi ılaqtırıp taslanǵan.

Shveller diywallarındaǵı τ_u urınba kernewlerdiń tuwrı kese iyiliwdegi qostavr kesimindegi (7.32,v-súwretke qarań) urınba kernewlerdiń bólistiriliwinen ayırmashılıǵı joq ekenligin kóremiz.

Shvellerdiń joqarǵı tekshesindegi τ_z urınba kernewlerdiń bólistiriliwin anıqlayıq. Bunıń ushın teksheniń shetinen u aralıqta vertikal kesim júrgizeyik (7.41,a-súwret). Bul kesimniń z kósherine salıstırǵandaǵı maydannıń S statikalıq momenti tómendegishe boladı:

$$S=\frac{u\delta h}{2}.$$

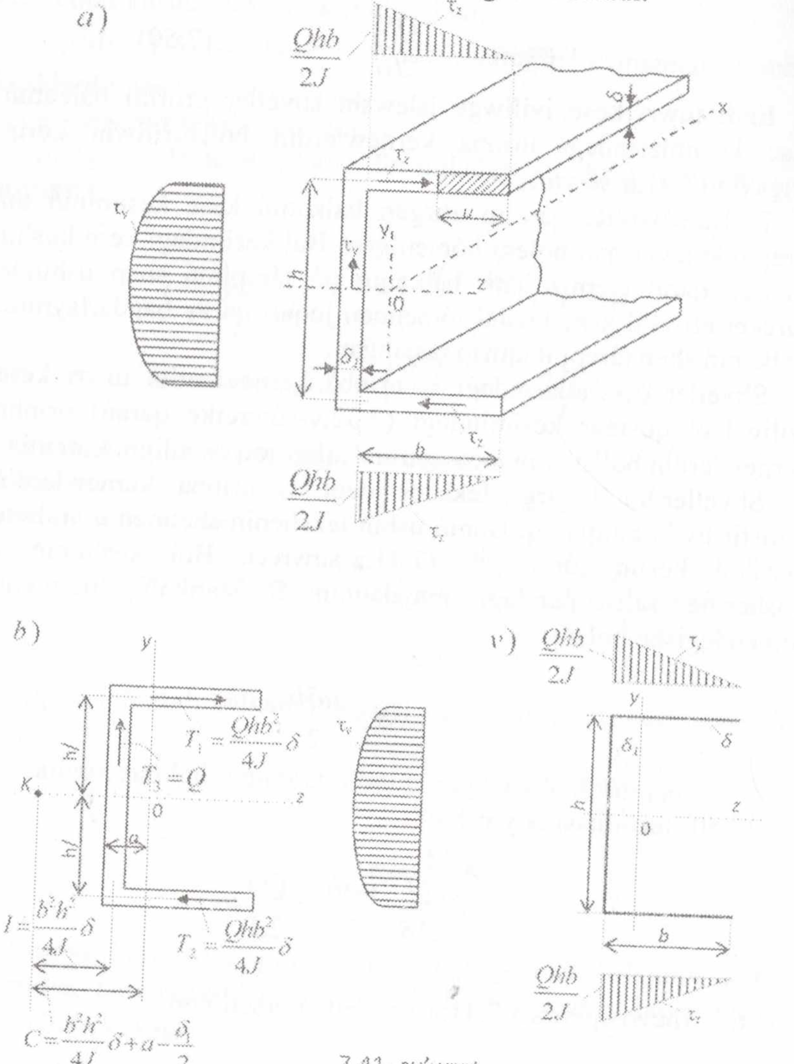
(7.50) formulası boyınsha:

$$\tau_z=\frac{Q}{J\delta}\cdot\frac{u\delta h}{2}=\frac{Qh}{2J}u.$$

τ_z kernewi epyurası 7.41,a-súwrette kórsetilgen.

Tómengi tekshedegi τ_z kernewi mánisi boyınsha joqarǵı tekshedegi kernew menen teńdey boladı, biraq qarama-qarsı baǵdarlanǵan boladı.

Shveller diywalındaǵı τ_z kernewi nolge teń, sebebi z kósherine salıstırǵandaǵı S statikalık moment nolge teń boladı.



7.41- su'wret

Solay etip, tuwrı kese iyiliwde shvellerdiń kese-kesimlerinde tómende kórsetilgen kernewler payda boladı:

a) $\sigma = \frac{M}{J} y$ formulasınan anıqlanıwshı σ normal kernewler; bul kernewler sheksiz kóp σdF elementar normal kúshlerdi payda etedi hám olar kesimde M iyiliwshi momentti quraydı.

b) Shvellerdiń tekshelerinde háreket etiwshi hám gorizontal baǵdarlanǵan τ_z urınba kernewler; shvellerdiń tómengi hám joqarǵı tekshelerindegi $\tau_z dF$ elementar kúshlerdiń sáykes T_1 hám T_2 teń tásir etiwshileri óz-ara teń boladı (7.41,a-súwrettegi τ_z epyurasına qarań):

$$T_1 = T_2 = \frac{Qhb}{2J} \cdot \frac{b}{2} \delta = Q \frac{hb^2}{4J} \delta;$$

bulardıń baǵdarları 7.41,b-súwrette kórsetilgen.

v) vertikal baǵdarlanǵan τ_u urınba kernewler.

Juqa diywallı kesimlerdi (máselen shvellerdi) kórsetkende kóbinese profil elementlerdiń tek ǵana kósher sızıqları kórsetiledi hám bul kósher sızıǵı boylap τ_u hám τ_z urınba kernewler epyuraları sızıladı.

T_1, T_2 hám T_3 kúshlerdi balkanıń kese kesiminiń awırlıq orayında jaylasqan 0 tochkasına túsirilgen T_3=Q kúsh penen hám balka kósherine (x kósheri) salıstırǵandaǵı bul kúshlerden alınǵan momentlerge teń bolǵan saat strelkası boyınsha háreket etiwshi M_x iyildiriwshi moment penen almastırıwǵa boladı (7.41,b,v-súwretlerdegi 0 tochkasına salıstırmalı):

$$M_x = T_1 \frac{h}{2} + T_2 \frac{h}{2} + T_3 (a - \frac{\delta_1}{2}) = Q \frac{hb^2}{4J} \delta h + Q(a - \frac{\delta_1}{2}),$$

$$yamasa \quad M_x = Q(\frac{b^2 h^2}{4J} \delta + a - \frac{\delta_1}{2}). \qquad (7.51)$$

Bunda δ_1 – shvellerdiń vertikal diywalı qalınlıǵı (7.41,a-súwret).

Kese kesimlerde tásir etiwshi Q kese kúshti hám M momentti tek ǵana bir Q kese kúsh penen almastırıwǵa boladı, biraq bul kúsh kese kesimniń awırlıq orayına túsirilmegen bolıwı kerek, al awırlıq orayınan c aralıqta jaylasqan K tochkasına túsiriliwi kerek (7.41,b-súwret). Bul aralıq tómendegishe tabıladı:

$$c = \frac{M_x}{Q} = \frac{b^2h^2}{4J}\delta + a - \frac{\delta_1}{2}.$$

K tochkasına túsirilgen Q kúshi balka kósherine salıstırmalı birdey belgidegi M_x momentti payda etiw kerek. Bul momentti T_1, T_2 hám T_3 kúshleride payda etedi. Sonlıqtan c aralıq kesimniń awırlıq orayınan shveller diywalına qaray jılıstırılıwı kerek (7.41,b-súwret).

K tochkasınan shveller diywalı kósherine shekemgi e aralıǵı tómendegishe anıqlanadı:

$$e = c - (a - \frac{\delta_1}{2}) = \frac{b^2h^2}{4J}\delta. \qquad (7.52)$$

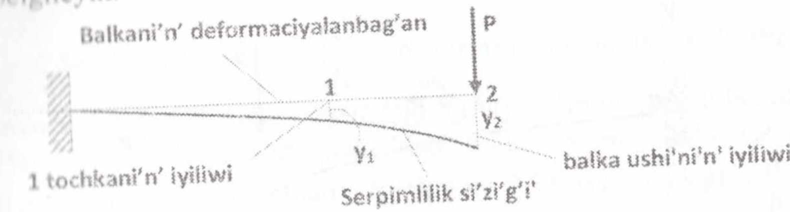
K tochkası *iyiliw orayı* dep ataladı. Bul tochka balkanıń kese kesimlerinde tásir etiwshi (tuwrı kese iyiliwde) ishki urınba kúshlerdiń orayı bolıp tabıladı, yaǵnıy bul kúshlerdiń teń tásir etiwshisi túsirilgen tochka bolıp esaplanadı.

7.15. Balkalardıń iyiliwdegi deformaciyaların anıqlaw. Turaqlı kesimli balkalardaǵı jılısıwlardı izbe-iz integrallaw jolı menen anıqlaw

Tuwrı balkanıń bas inerciya tegislikleriniń birewinde tásir etip turǵan sırtqı kúshler tásirinen balkanıń kósheri sol tegislikte iyiledi hám kósher tochkaları jılısadı.

Balkanıń iyilgen kósheri serpimlilik sızıǵı dep ataladı, al balka kósheri tochkalarınıń deformaciyalanmastan aldıńǵı kósherine júrgizilgen normal boyınsha jılısıwı balkanıń iyiliw aralıǵı

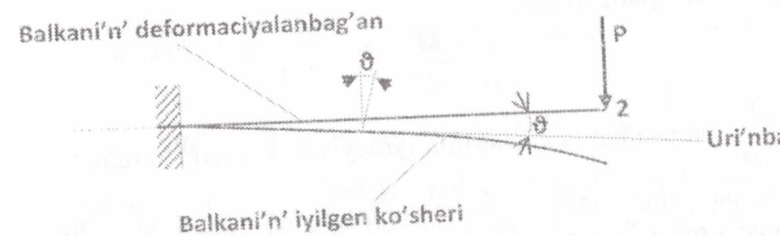
(progib) dep ataladı (balka kósheriniń iyiliwi yamasa balka kesimleriniń iyiliwi, 7.42-súwret). Balkanıń iyiliw aralıǵın *u* dep belgileyik.



7.42- su'wret

7.42-súwrette deformaciyalanbaǵan balkanıń tuwrı kósheri hám sırtqı kúsh tásirinen iyilgen kósheri kórsetilgen. Haqıyqatında 1 hám 2 tochkalardıń u_1 hám u_2 aralıqlarǵa iyiliwi balka uzınlıǵına salıstırǵanda júdá kishi boladı. Sonlıqtan bul aralıqtı úlken masshtabta kórsetiw kerek boladı.

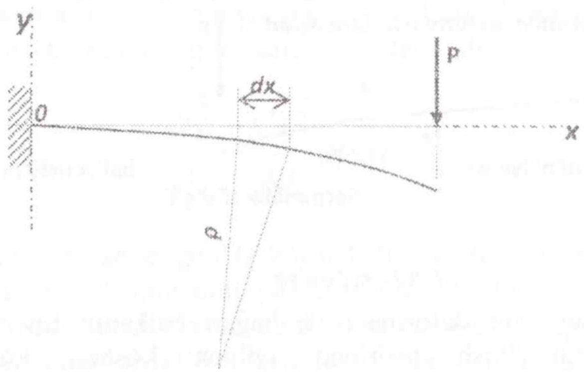
Balkanıń deformaciyalanıwında onıń kesimleri tek ǵana jılısıp qoymastan, onıń kósheri ϑ múyeshke burıladı (7.43-súwret).



7.43- su'wret

7.44-súwrette kórsetilgen balkanıń shep ushı arqalı júrgizilgen xu koordinata sistemasın kórip shıǵayıq. Eger balka kesimleri deformaciya nátiyjesinde joqarı qaray iyilse, yaǵnıy ϑ múyeshi saat strelkasına qarsı burılsa balka kósheriniń iyiliwin oń dep qabıl eteyik. 7.42, 7.43 hám 7.44 súwretlerde kórsetilgen balkalardıń iyiliwi hám burılıw múyeshi teris esaplanǵan.

7.44-súwrette kórsetilgen balkadaǵı aralıǵı dx qa teń eki kese kesim tegisligi deformaciyalanǵannan keyin dx balka kósheri uchastkası aralıǵında iymeyiw orayında kesilisedi.



7.44- su'wret

Íymeyiw orayınan balka kósherine shekemgi aralıq ρ iymeyiw radiusı dep ataladı. Ótken temalarda 7.12 formulası boyınsha iymeyiw radiusı, balkanıń kese kesimlerindegi iyildiriwshi moment hám iyiliwdegi kese-kesimniń qattılıǵı arasındaǵı baylanıs anıqlanǵan edi:

$$\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EJ}.$$

$\frac{1}{\rho}$ qatnası balka kósheriniń iymeyiwin kórsetip beredi.

Joqarı matematika kursınan tegis iymeyiwdegi iymeyiw radiusı, onıń x hám u tochkaları arasındaǵı ǵarezlilik bizge belgili:

$$\frac{1}{\rho}=\pm\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1+(\frac{dy}{dx})^2\right]^{\frac{3}{2}}}. \qquad (7.53)$$

7.12 formuladaǵı $\frac{1}{\rho}$ mánisin 7.53 formulasına qoyayıq:

$$\frac{M}{EJ}=\pm\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1+(\frac{dy}{dx})^2\right]^{\frac{3}{2}}}. \qquad (7.54)$$

7.54 formulasındaǵı $\frac{dy}{dx}$ tıń birinshi tuwındısı x kósheri menen serpimlilik sızıǵı arasındaǵı ϑ múyeshtiń tangensin beredi. Haqıyqatında ϑ múyeshi júdá kishi boladı, yaǵnıy kóbinese ol 0,01 radian aralıqta boladı. Sonlıqtan 7.54 formuladaǵı $(\frac{dy}{dx})^2$ mánisin esapqa almasada boladı, yaǵnıy:

$$\frac{M}{EJ}=\pm\frac{d^2y}{dx^2}.$$

Joqarıda kórsetilgendey $\frac{dy}{dx}=tg\vartheta$. ϑ múyeshi júdá kishi bolǵanlıqtan tómendegishe etip jazsaqta boladı:

$$\frac{dy}{dx}=\vartheta. \qquad (7.55)$$

7.45-súwrette balkanıń dx uchastkadaǵı iyilgen kósheri kórsetilgen.

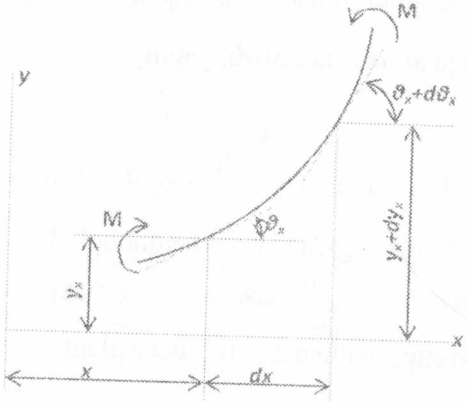
Bul uchastkadaǵı $\frac{dy}{dx}=\vartheta_x$ birinshi tuwındısı x abscissası kóbeygen sayın ósedi. Bunnan, usı uchastkadaǵı $\frac{d^2y}{dx^2}$ ekinshi tuwındısınıń oń bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Balkanıń dx uchastkasında deformaciya bolıwı ushın bul uchastkadaǵı M iyildiriwshi moment oń mániste bolıwı kerek. Bunnan, eger M iyildiriwshi moment oń bolsa, $\frac{d^2y}{dx^2}$ mániside oń bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Sonlıqtan $\frac{M}{EJ}=\pm\frac{d^2y}{dx^2}$ formulasınıń oń tárepinde «plyus» belgisi turıwı kerek, yaǵnıy:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M}{EJ}. \qquad (7.56)$$

7.56 teńlemesi balkanıń iymeygen kósheriniń tiykarǵı differencial teńlemesi bolıp esaplanadı.

7.56 teńlemesin integrallap balka kesimleriniń burılıw múyeshi teńlemesin alamız:

$$\frac{dy}{dx}=\vartheta=\int\frac{M}{EJ}dx+C. \qquad (7.57)$$



7.45- su'wret

Ekinshi mártebe integrallap iyiliw teńlemesin (serpimlilik sızıǵı teńlemesin) alamız:

$$y=\int dx\int\frac{M}{EJ}dx+Cx+D. \qquad (7.58)$$

Bul teńlemedegi M iyildiriwshi moment, balkanıń kese kesiminiń x koordinatası boyınsha alınǵan funkciyası bolıp esaplanadı.

Turaqlı kesimli balka ushın $EJ=const$, conlıqtan:

$$\vartheta=\frac{1}{EJ}\int Mdx+C; \qquad (7.59)$$

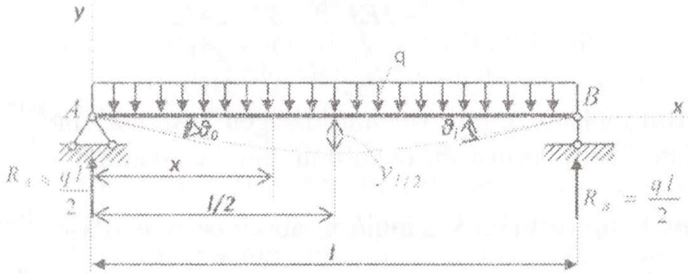
$$y=\frac{1}{EJ}\int dx\int Mdx+Cx+D \qquad (7.60)$$

(7.59) hám (7.60) formulaları boyınsha balka kesimlerindegi sızıqlı hám múyeshli jılısıwlardı anıqlaw izbe-izligin biliw maqsetinde 7.46-súwrette kórsetilgen balkanı kórip shıǵayıq.

Teń bólistirilgen q kúshi menen júklengen eki tayanıshta turǵan balka kesimleriniń iyiliw aralıǵın hám burılıw múyeshin anıqlayıq (7.46-súwret).

Balkanıń x abscissası kesimindegi iyildiriwshi moment:

$$M=R_A x-\frac{qx^2}{2}=\frac{ql}{2}x-q\frac{x^2}{2}.$$



7.46- su'wret

Bul mánisti (68.7) differencial teńlemesine qoyamız:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{qlx}{2}-\frac{qx^2}{2}\right).$$

Bul teńlemeni eki mártebe integrallaymız:

$$\frac{dy}{dx}=\vartheta=\frac{1}{EJ}\left(\frac{qlx^2}{4}-\frac{qx^3}{6}\right)+C=\frac{qx^2}{2EJ}\left(\frac{l}{2}-\frac{x}{3}\right)+C;$$

$$y=\frac{1}{EJ}\left(\frac{qlx^3}{12}-\frac{qx^4}{24}\right)+Cx+D=\frac{qx^3}{12EJ}\left(l-\frac{x}{2}\right)+Cx+D.$$

Integraldaǵı S hám D turaqlılardı anıqlaw ushın shegaralıq shártlerinen paydalanamız: balka ushlarında ($x=0$ hám $x=l$) y_0 hám y_l iyiliwler nolge teń, sebebi bul kesimlerde balka qattı sharnirli tayanıshqa bekitilgen. $x=0$ hám $x=l$ mánislerin sońǵı teńlemege qoyamız:

$$y_0 = \frac{q \cdot 0^3}{12EJ}(l - \frac{0}{2}) + C \cdot 0 + D = 0,$$

$$bunnan \ \ D = y_0 = 0;$$

$$y_l = \frac{q \cdot l^3}{12EJ}(l - \frac{l}{2}) + Cl + 0 = \frac{ql^4}{24EJ} + Cl = 0,$$

$$bunnan \ \ C = -\frac{ql^3}{24EJ}.$$

Tabılǵan *S* hám *D=0* mánislerin ϑ hám *u* ańlatpalarına qoyamız:

$$\vartheta = \frac{qx^2}{2EJ}(\frac{l}{2} - \frac{x}{3}) - \frac{ql^3}{24EJ};$$

$$y = \frac{qx^3}{12EJ}(l - \frac{x}{2}) - \frac{ql^3 x}{24EJ}.$$

Bul teńleme arqalı balkanıń qálegen kese kesimindegi iyiliw aralıǵı *u* hám burılıw múyeshi ϑ nı anıqlaw múmkin. Tap sonday iyiliw bolıp ótetuǵın kesimniń x_1 abscissasın anıqlaw ushın $\frac{dy}{dx}$ tuwındısın nolge teńew kerek, yaǵnıy ϑ burılıw múyeshin nolge teńew kerek:

$$\vartheta = \frac{qx_1^2}{2EJ}(\frac{l}{2} - \frac{x_1}{3}) - \frac{ql^3}{24EJ} = 0.$$

Bul teńlikke $x_1 = \frac{l}{2}$ mánisin qoyamız:

$$\vartheta_{\frac{l}{2}} = \frac{q(\frac{l}{2})^2}{2EJ}(\frac{l}{2} - \frac{l}{3 \cdot 2}) - \frac{ql^3}{24EJ} = \frac{ql^3}{24EJ} - \frac{ql^3}{24EJ} = 0.$$

Yaǵnıy, balkanıń ortasında burılıw múyeshi nolge teń.

Eń úlken (absolyut mánisi boyınsha) *y* iyiliw aralıǵın (balkanıń ortasında) tabıw ushın $x = x_1 = \frac{l}{2}$ mánisin qoyamız:

$$y_{\frac{l}{2}} = \frac{q(\frac{l}{2})^3}{12EJ}(l - \frac{l}{2 \cdot 2}) - \frac{ql^3 \frac{l}{2}}{24EJ} = -\frac{5ql^4}{384EJ}.$$

Bul jerde «minus» belgisi balka tómen qaray iyiletuǵınlıǵın bildiredi.

Shep tayanıshtıń kesimindegi ϑ_0 burılıw múyeshin tabıw ushın x=0 dep tabamız:

$$\vartheta_0 = -\frac{ql^3}{24EJ},$$

Yaǵnıy $\vartheta_0 = C.$

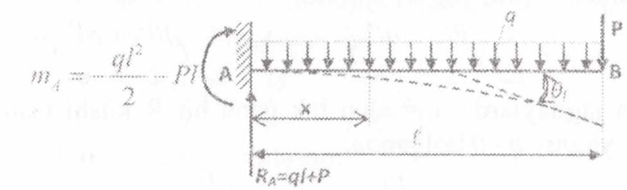
Ońtayanıshtıń kesimindegi ϑ_0 burılıw múyeshin tabıw ushın x=l dep tabamız:

$$\vartheta_l = \frac{ql^2}{2EJ}(\frac{l}{2} - \frac{l}{3}) - \frac{ql^3}{24EJ} = \frac{ql^3}{24EJ}.$$

Shep hám oń tayanısh keimlerindegi ϑ_0 hám ϑ_l burılıw múyeshleri óz-ara mánisi boyınsha teń boladı, biraq belgileri qarama-qarsı boladı (7.46-súwret).

İntegrallawdaǵı S hám D turaqlılar balkanıń x=0 kesimindegi burılıw múyeshin hám kese kesimniń iyiliwin kórsetedi, yaǵnıy: $S = \vartheta_0$ hám $D = y_0$.

Shep ushı bekkemlenip qatırılǵan, uzınlıǵı boylap teń bólistirilgen *q* kúshi hám oń ushına *R* kúshi tásir ettirilgen balkanıń burılıw múyeshin hám kese kesiminiń iyiliwin anıqlayıq (7.47-súwret).



7.47- su'wret

x abscissalı balka kesimindegi iyildiriwshi moment:

$$M = m_A + R_A - \frac{qx^2}{2}.$$

$$bunda \ \ m_A = -\frac{ql^2}{2} - Pl \ - \ reaktiv \ (tayani'sh) \ moment;$$

$$R_A = ql + P \ - \ vertikal \ tayani'sh \ reakciya.$$

Bul jaǵday ushın (7.56) differencial teńlemesi tómendegishe boladı:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{EJ}(-\frac{ql^2}{2}-Pl+qlx+Px-\frac{qx^2}{2}).$$

Bul teńlemeni eki mártebe integrallayıq:

$$\frac{dy}{dx}=\vartheta=\frac{1}{EJ}(-\frac{ql^2x}{2}-Plx+\frac{qlx^2}{2}+\frac{Px^2}{2}-\frac{qx^3}{6})+C;$$

$$y=\frac{1}{EJ}(-\frac{ql^2x^2}{4}-\frac{Plx^2}{2}+\frac{qlx^3}{6}+\frac{Px^3}{6}-\frac{qx^4}{24})+Cx+D.$$

Bundaǵı S hám D turaqlılar balkanıń shep ushı bekkemlenip qatırılıwı shártinen anıqlanadı. Bunda (x=0 bolǵanda) u_0 iyiliw aralıǵı hám kesimniń burılıw múyeshi ϑ_0 nolge teń (7.47-súwret). x=0 mánisin ϑ hám u ańlatpalarına qoyayıq:

$$\vartheta_0=S=0;\quad u_0=D=0.$$

Nátiyjede balkanıń iyiliw aralıǵı hám kesimniń burılıw múyeshiniń teńlemesi tómendegishe boladı:

$$\vartheta=\frac{1}{EJ}(-Plx+\frac{Px^2}{2}-\frac{ql^2x}{2}+\frac{qlx^2}{2}-\frac{qx^3}{6});$$

$$y=\frac{1}{EJ}(-\frac{Plx^2}{2}+\frac{Px^3}{6}-\frac{ql^2x^2}{4}+\frac{qlx^3}{6}-\frac{qx^4}{24}).$$

Eń úlken iyiliw aralıǵı hám eń úlken burılıw múyeshi balkanıń erkin ushında boladı, yaǵnıy $x=l$ de:

$$y_l=-\frac{1}{EJ}(\frac{Pl^3}{3}+\frac{ql^4}{8});\quad \vartheta_l=-\frac{1}{EJ}(\frac{Pl^2}{2}+\frac{ql^3}{6}).$$

Ayrım jaǵdaylarda, máselen tek ǵana bir R kúshi tásir etken jaǵdayda, yaǵnıy $q=0$ bolǵanda:

$$y_l=-\frac{Pl^3}{3EJ},\quad \vartheta_l=-\frac{Pl^2}{2EJ}.$$

Eger balka tek ǵana teń bólistirilgen q kúshi tásirinde bolsa, yaǵnıy R=0 bolǵanda:

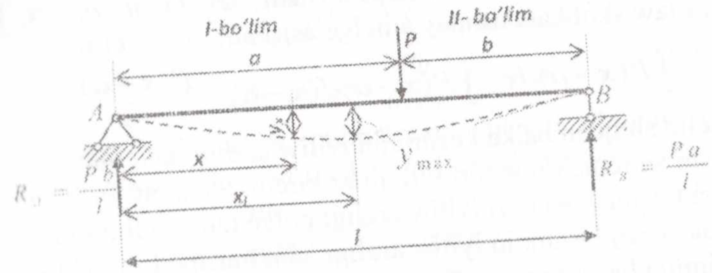
$$y_l=-\frac{ql^4}{8EJ},\quad \vartheta_l=-\frac{ql^3}{6EJ}.$$

Eki tayanıshta turǵan hám shep tayanıshtan a aralıqta jaylasqan R kúshi tásirindegi balka kesiminiń iyiliw aralıǵı hám burılıw múyeshin tabayıq (7.48-súwret).

Balka eki bólimnen ibarat. Balkanıń I-bólegi (yaǵnıy $0\leq x\leq a$ bolǵanda) hám II-bólegi (yaǵnıy $a\leq x\leq l$ bolǵanda) kesimlerindegi iyildiriwshi moment tómendegishe:

$$M^I=R_Ax=\frac{Pb}{l}x;$$

$$M^{II}=R_Ax-P(x-a)=\frac{Pb}{l}x-P(x-a).$$



7.48- su'wret

Balkanıń I hám II bólimlerindegi iyildiriwshi momentler hár qıylı bolǵanlıǵı sebepli I hám II bólimlerdegi serpimli sızıqlardıń teńlemeleride hár qıylı boladı. Sonlıqtan (7.56) teńlemesin integrallawdı hár bólim ushın bólek ámelge asıramız. I-bólim ushın (7.56) teńlemesi tómendegishe:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M^I}{EJ}=\frac{Pb}{EJl}x;$$

bunı eki mártebe integrallasaq:

$$\frac{dy}{dx}=\vartheta^I=\frac{Pbx^2}{2EJl}+C_1;$$

$$y^I=\frac{Pbx^3}{6EJl}+C_1x+D_1.$$

II-bólim ushın (7.56) teńlemesi tómendegishe:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M^{II}}{EJ}=\frac{1}{EJ}\left[\frac{Pb}{l}x-P(x-a)\right];$$

bunı eki márte integrallasaq:

$$\frac{dy}{dx}=\vartheta^{II}=\frac{1}{EJ}\left[\frac{Pbx^2}{2l}-\frac{P(x-a)^2}{2}\right]+C_2,$$

$$bunnan\ \ y^{II}=\frac{1}{EJ}\left[\frac{Pbx^3}{6l}-\frac{P(x-a)^3}{6}\right]+C_2x+D_2.$$

Bul jerde Klebsh usılı (Klebsh priemı) dep atalıwshı usıl qollanılǵan, ol tómendegishe: integrallaǵanda $R(x\text{-}a)dx$ aǵzası $R(x\text{-}a)d(x\text{-}a)$ aǵzası menen almastırıladı, sebebi $d(x\text{-}a)=dx$, hám integrallaw skobkanı ashpay ámelge asırıladı. Solay etip:

$$\int P(x-a)dx=\int P(x-a)d(x-a)=\frac{P(x-a)^2}{2}+C.$$

Kelip shıqqan balka kesiminiń iyiliw aralıǵı hám burılıw múyeshi teńlemelerine tórt turaqlılar kiredi. Shep tayanıshta ($x=0$) hám oń tayanıshta ($x=l$) iyiliw aralıǵı nolge teń; I-bólimniń sońında ($x=a$) kesimniń iyiliw aralıǵı hám burılıw múyeshi sáykes II-bólimniń basındaǵı ($x=a$) kesiminiń iyiliw aralıǵı hám burılıw múyeshine teń boladı (7.48-súwretke qarań):

$$y_0^I=0;\quad y_l^{II}=0;\quad y_a^I=y_a^{II};\quad \vartheta_a^I=\vartheta_a^{II}.$$

Endi x tıń sáykes mánislerin iyiliw aralıǵı hám burılıw múyeshiniń teńlemesine qoyayıq:

$$y_0^I=D_1=0; \tag{a}$$

$$y_l^{II}=\frac{1}{EJ}\left[\frac{Pbl^3}{6l}-\frac{P(l-a)^3}{6}\right]+C_2l+D_2=$$

$$=\frac{Pb}{6EJ}(l^2-b^2)+C_2l+D_2=0; \tag{б}$$

$$y_a^I=\frac{Pba^3}{6EJl}+C_1a+D_1=y_a^{II}=\frac{Pba^3}{6EJl}+C_2a+D_2; \tag{в}$$

$$\vartheta_a^I=\frac{Pba^2}{2EJl}+C_1=\vartheta_a^{II}=\frac{Pba^2}{2EJl}+C_2. \tag{г}$$

Joqarıda keltirilgen (v) hám (g) nıń teńliginen:

$S_1=S_2$ hám $D_1=D_2$.

Serpimli sızıqtıń differencial teńlemesin integrallawda Klebsh usılınan paydalanǵanlıǵımız nátiyjesinde S_1 hám S_2, D_1 hám D_2 turaqlıları óz-ara teń boladı.

(a) teńliginen:

$$D_1=0$$

bunnan $\quad D_2=0.$

Bunı esapqa alıp (b) teńliginen tómendegini tabamız:

$$C_2=-\frac{Pb}{6EJl}(l^2-b^2)$$

$$bunnan,\quad C_1=-\frac{Pb}{6EJl}(l^2-b^2).$$

Tabılǵan turaqlılardıń mánislerin balka kesiminiń iyiliw aralıǵı hám burılıw múyeshin tabıw teńlemesine qoyamız:

$$\vartheta^I=\frac{Pbx^2}{2EJl}-\frac{Pb}{6EJl}(l^2-b^2)=\frac{Pb}{2EJl}(x^2+\frac{b^2}{3}-\frac{l^2}{3});$$

$$y^I=\frac{Pbx^3}{6EJl}-\frac{Pb}{6EJl}(l^2-b^2)x=\frac{Pbx}{6EJl}(x^2+b^2-l^2);$$

$$\vartheta^{II}=\frac{1}{EJ}\left[\frac{Pbl^2}{2l}-\frac{P(x-a)^2}{2}\right]-\frac{Pb}{6EJl}(l^2-b^2)=$$

$$=\frac{Pb}{2EJl}(x^2+\frac{b^2}{3}-\frac{l^2}{3})-\frac{P(x-a)^2}{2EJ};$$

$$y^{II}=\frac{1}{EJ}\left[\frac{Pbx^3}{6l}-\frac{P(x-a)^2}{6}\right]-\frac{Pb}{6EJl}(l^2-b^2)x=$$

$$=\frac{Pbx}{6EJl}(x^2+b^2-l^2)-\frac{P(x-a)^2}{6EJ}.$$

R kúshi balka proletı ortasına tásir etip atırǵan jaǵdaydı kórip shıǵamız. Bul jaǵdayda serpimli sızıq prolet ortasına salıstırǵanda simmetriyalı boladı. ϑ_I hám y_I teńlemelerine $a=b=l/2$ mánisin qoyamız:

$$\vartheta^I=\frac{P\frac{l}{2}}{2EJl}\left[x^2+\frac{(\frac{l}{2})^2}{3}-\frac{l^2}{3}\right]=\frac{P}{4EJ}(x^2-\frac{l^2}{4});$$

$$y' = \frac{P\frac{l}{2}x}{6EJl}\left[x^2 + (\frac{l}{2})^2 - l^2\right] = \frac{Px}{12EJ}(x^2 - \frac{3l^2}{4}).$$

Eń úlken iyiliw aralıǵı prolet ortasında ($x=l/2$ de) boladı:

$$y_{\frac{l}{2}} = \frac{P\frac{l}{2}}{12EJ}\left[(\frac{l}{2})^2 - \frac{3l^2}{4}\right] = -\frac{Pl^3}{48EJ}.$$

Shep tayanıshtaǵı ($x=0$ de) burılıw múyeshi:

$$\vartheta_0 = -\frac{Pl^2}{16EJ}.$$

Joqarıda kórip ótilgen mısallar tiykarında jılısıwdı (balka iyilgende) anıqlawda serpimli sızıqlardıń differencial teńlemesin úzliksiz integrallaw usılı menen tabıwdıń izbe-izligin qabıl etiwge boladı:

1. Balkanıń hár-bir bólimi ushın iyildiriwshi moment teńlemesi dúziledi.
2. Balkanıń hár-bir bólimi ushın dúzilgen iyildiriwshi moment teńlemesi iyilgen balka kósheriniń tiykarǵı differencial teńlemesine qoyıladı.
3. Tiykarǵı differencial teńlemeni eki márte integrallaw arqalı balkanıń hár bir bóleginiń kesimleriniń iyiliw aralıǵınıń hám burılıw múyeshiniń teńlemelerin dúzemiz.
4. Balka tayanıshındaǵı hám onıń bólekleriniń shegaralarındaǵı shártler arqalı integrallaw turaqlıları anıqlanadı.
5. Tabılǵan turaqlılardıń mánisleri balka kesimleriniń iyiliw aralıǵı hám burılıw múyeshi teńlemelerine qoyıladı.
6. Balka kesimleriniń eń úlken iyiliw aralıǵı hám burılıw múyeshi anıqlanadı.

7.16. Turaqlı kesimli balkadaǵı jılısıwdı dáslepki parametrler usılı menen anıqlaw

Sırtqı hám tayanısh reakciya kúshleri tásirinde teń salmaqlılıqta bolǵan l uzınlıqqa iye balkanı kórip shıǵayıq (7.49-súwret).

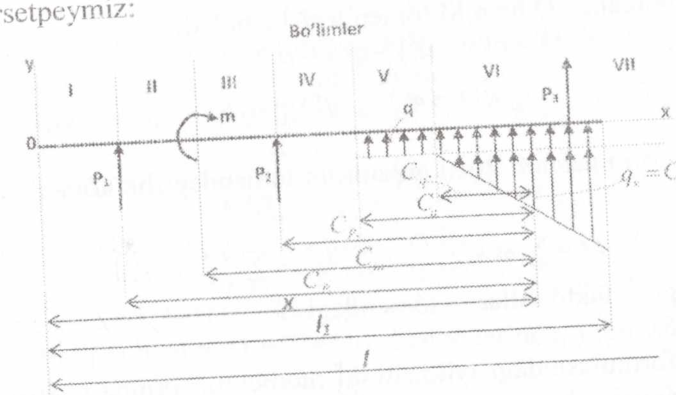
Bul balkanıń l_1 uzınlıqtaǵı shep tárepi 7.49-súwrette kórsetilgen. Bul súwrette kórsetilgen R, q, q' hám m júkleriniń baǵdarın oń dep qabıl etemizk. Balkanıń shep ushın ux koordinatalar sisteması bası 0 menen sáykeslestireyik.

x abscissaǵa iye balkanıń VI-bólimindegi kese-kesimlerinde payda bolıwshı kese kúsh Q hám iyildiriwshi moment M ushın teńlemeler dúzeyik (7.49-súwret):

$$\left.\begin{aligned} Q &= P_1 + P_2 + qc_q + \frac{q'c_{q'}^2}{2}; \\ M &= m + P_1c_{p_1} + P_2c_{p_2} + \frac{qc_q^2}{2} + \frac{q'c_{q'}^3}{2}. \end{aligned}\right\} \qquad (7.61)$$

Bul teńlemege x abscissaǵa iye balkanıń shep tárepindegi barlıq kúshler kiredi, tek ǵana R_3 kúshi kirmeydi, sebebi ol kesimniń oń tárepinde turıptı. Bul dúzilgen teńlemeler tek ǵana VI-bólim átirapındaǵı barlıq kesimler ushın durıs boladı. Basqa bólimlerde Q hám M teńlemeleri basqasha dúziledi.

(7.61) teńlemeleriniń 1-shi teńlemesindegi R_1+R_2 summasın ΣR menen, al 2-shi teńlemedegi $P_1c_{p_1} + P_2c_{p_2}$ summasın ΣRs penen almastıramız. Bul jaǵdayda toplanǵan R kúshiniń barlıq mánislerinde teńleme durıs boladı. Soǵan uqsas (7.61) teńlemedegi basqa aǵzalardı kórsetemiz; c ushındaǵı indekslerdi kórsetpeymiz:

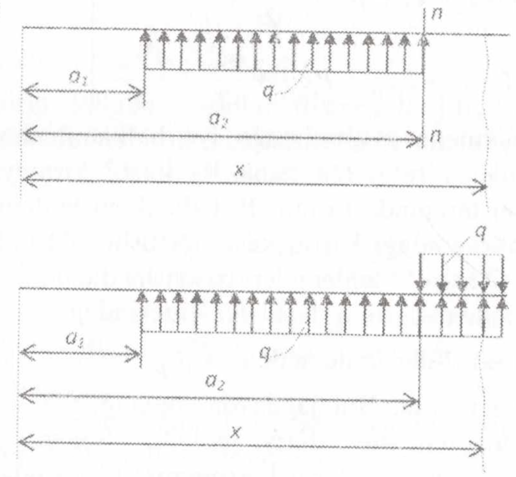


7.49- su'wret

$$\left.\begin{aligned} Q &= \sum P + \sum qc + \sum \frac{q'c^2}{2}; \\ M &= \sum m + \sum Pc + \sum \frac{qc^2}{2} + \sum \frac{q'c^3}{6}. \end{aligned}\right\} \quad (7.62)$$

Bundağı hár-bir c mánisi sáykes toplanǵan júkler túsirilgen kesimge shekemgi aralıq yamasa Q hám M mánisleri tabılıwı kerek bolǵan kesimge shekemgi aralıq.

7.50,a-súwrette kórsetilgen balkanı kórip shıǵayıq.



7.50- su'wret

$x>a_2$ bolǵanda Q hám M tómendegishe boladı:

$$Q = q(x-a_1) - q(x-a_2);$$

$$M = \frac{q(x-a_1)^2}{2} - \frac{q(x-a_2)^2}{2}$$

(7.62) formulasınıń 2-shi ańlatpasın tómendegishe kórsetiwge boladı:

$$M = \sum m + \sum \frac{Pc}{1!} + \sum \frac{qc^2}{2!} + \sum \frac{q'c^3}{3!}.$$

Bundağı faktoriallar tómendegishe: $1!=1$; $2!=1\cdot 2=2$; $3!=1\cdot 2\cdot 3=6$.

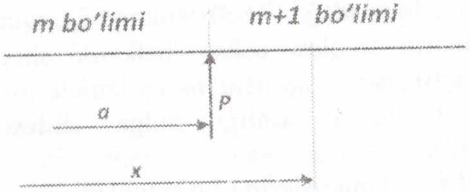
(7.56) formulasındağı iyildiriwshi momenttiń ornına joqarıda tabılǵan mánisti qoyamız:

$$EJ\frac{d^2y}{dx^2} = M = \sum m + \sum \frac{Pc}{1!} + \sum \frac{qc^2}{2!} + \sum \frac{q'c^3}{3!}.$$

Bul teńlemeni eki márte integrallaymız hám $dx=dc$ ekenligin esapqa alamız:

$$\left.\begin{aligned} EJ\frac{dy}{dx} &= EJ\vartheta = \sum \frac{mc}{1!} + \sum \frac{Pc^2}{2!} + \sum \frac{qc^3}{3!} + \sum \frac{q'c^4}{4!} + C_m; \\ EJy &= \sum \frac{mc^2}{2!} + \sum \frac{Pc^3}{3!} + \sum \frac{qc^4}{4!} + \sum \frac{q'c^5}{5!} + C_m x + D_m. \end{aligned}\right\} \quad (7.63)$$

İntegrallawdağı S_m hám D_m turaqlıları balkanıń m bólimine tiyisli boladı. Bulardı anıqlaw ushın 7.51-súwrette kórsetilgen balkanıń eki qońsılas m hám m+1 bólimlerin kórip shıǵayıq.



7.51- su'wret

Bul balkanıń shegarasına toplanǵan R kúshi tásir ettirilgen. Joqarıdağı (7.63) teńlemesin balkanıń m bólimi ushın tómendegishe kórsetemiz:

$$EJ\vartheta_m = A_x + C_m;$$

$$EJy_m = B_x + C_m x + D_m.$$

Bunda A_x hám V_x – integrallawdağı turaqlılardan turıwshı hám aǵzasız (7.63) teńlemesiniń oń bólegi.

Balkanıń m+1 bólimi ushın (7.63) teńlemesi tómendegishe boladı:

$$EJ\vartheta_{m+1} = A_x + \frac{P(x-a)^2}{2!} + C_{m+1};$$

$$EJy_{m+1} = B_x + \frac{P(x-a)^3}{3!} + C_{m+1}x + D_{m+1}.$$

Biraq m hám m+1 bólimleri shegaralarında, yaǵnıy $x=a$ da:

$$EJ\vartheta_m = EJ\vartheta_{m+1}; \quad EJy_m = EJy_{m+1}.$$
$$bunnan, \quad A_a + C_m = A_a + C_{m+1}$$
$$B_a + C_m a + D_m = B_a + C_{m+1} a + D_{m+1},$$

yaǵnıy $S_m = C_{m+1}$ hám $D_m = D_{m+1}$.

Soǵan uqsas qońsı $m+1$ hám $m+2$ bólimleri ushın tómendegishe boladı:

$$S_{m+1} = C_{m+2} \text{ hám } D_{m+1} = D_{m+2}.$$

Bunnan, $S_m = C_{m+1} = C_{m+2} = \ldots = C$; $D_m = D_{m+1} = D_{m+2} = \ldots = D$.

Solay etip, (7.63) teńlemesine kiriwshi integral turaqlıları S hám D balkanıń barlıq bólimlerinde birdey boladı eken. Sonlıqtan (7.63) teńlemesine kiriwshi integral turaqlılarında indeksler qoyılmaydı. Joqarıdaǵı (7.63) teńlemesi boyınsha S hám D integral turaqlıların anıqlaw ushın (balkanıń shep ushı kesimi ushın, yaǵnıy x=0 ushın) ϑ_0 hám u_0 teńlemelerin dúzemiz. Bul kesim ushın barlıq c aralıǵı nolge teńlesedi. Bunnan, $EJ\vartheta_0 = C$; $EJu_0 = D$.

Tabılǵan S hám D mánislerin (7.63) teńlemesine qoyamız:

$$\left.\begin{aligned} &EJ\vartheta = EJ\vartheta_0 + \sum\frac{mc}{1!} + \sum\frac{Pc^2}{2!} + \sum\frac{qc^3}{3!} + \sum\frac{q'c^4}{4!}; \\ &EJy = EJy_0 + \frac{EJ\vartheta_0 x}{1!} + \sum\frac{mc^2}{2!} + \sum\frac{Pc^3}{3!} + \\ &+\sum\frac{qc^4}{4!} + \sum\frac{q'c^5}{5!}. \end{aligned}\right\} \quad (7.64)$$

Bul teńlemelerden alınǵan iyiliw aralıǵı hám burılıw múyeshi durıs boladı, eger balkanıń baslanǵısh kesimi shep ushınan baslansa (x=0 koordinatası) hám x kósheri oń esaplanadı, eger ol shepten ońǵa qaray baǵdarlanǵan bolsa. Keltirilip shıǵarılǵan (7.64) formulası *dáslepki parametrler usılı* teńlemesi dep ataladı.

Balkanıń bazı bir kesimlerinde ϑ burılıw múyeshi hám u iyiliw aralıǵı óz mánislerin sáykes túrde $\Delta\vartheta$ hám Δu ke birden sekirip ózgertiwi múmkin. Mısal ushın kóp aralıqlı sharnirli balkalarda sharnirler jaylasqan orınlarda ϑ burılıw múyeshi birden ózgeriske ushıraydı. Bunday jaǵday ushın (7.64) teńlemesin dúziwge boladı. Onıń ushın $EJ\vartheta_0$ di $\Sigma EJ\Delta\vartheta$ ǵa ózgertemiz.

Bul jaǵdayda (7.64) teńlemesi tómendegishe boladı:

$$\left.\begin{aligned} &EJ\vartheta = \sum EJ\Delta\vartheta + \sum\frac{mc}{1!} + \sum\frac{Pc^2}{2!} + \sum\frac{qc^3}{3!} + \sum\frac{q'c^4}{4!}; \\ &EJy = \sum EJ\Delta y + \sum\frac{EJ\Delta\vartheta_C}{1!} + \sum\frac{mc^2}{2!} + \sum\frac{Pc^3}{3!} + \\ &+\sum\frac{qc^4}{4!} + \sum\frac{q'c^5}{5!}. \end{aligned}\right\} \quad (7.65)$$

Joqarıda kórip ótilgen mısallardan kelip shıǵıp, turaqlı kesimli balkanıń jılısıwın dáslepki parametrler usılı menen anıqlawdıń izbe-izligi tómendegishe boladı:

1. Tayanısh reakciyaları anıqlanadı.
2. Belgili bolǵan dáslepki parametrlerdiń mánisleri tabıladı hám qaysı dáslepki parametrler belgisiz ekenligi anıqlanadı.
3. (7.64) hám (7.65) formulaları arqalı jılısıw mánisleri belgili bolǵan kesimler ushın iyiliw aralıǵı yamasa burılıw múyeshi teńlemeleri dúziledi.
4. Teńlemeni sheshiw járdeminde belgisiz dáslepki parametrler anıqlanadı.
5. (7.64) hám (7.65) formulaları arqalı balka kesimleri ushın iyiliw aralıǵı hám burılıw múyeshleri anıqlanadı.

7.17. Balkadaǵı jılısıwdı grafo-analitikalıq usıl menen anıqlaw

Bólistirilgen q kúshi, kese kúsh hám iyildiriwshi moment arasında bizlerge belgili bolǵan tómendegishe ǵarezlilik bar ((7.5) hám (7.6) formulaların qarań):

$$\frac{dM}{dx} = Q; \qquad \frac{dQ}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} = q. \qquad (7.66)$$

Bunday ǵarezlilik $\dfrac{M}{EJ}$, balkanıń kesimlerindegi ϑ burılıw múyeshi hám u iyiliw aralıǵı arasında da bar ((5.55) hám (7.56) formulaların qarań):

$$\frac{dy}{dx} = \vartheta; \qquad \frac{d\vartheta}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EJ}. \qquad (7.67)$$

(7.67) hám (7.66) formulaların ornı orınlarına qoyıp, q kúshi, kese kúsh hám iyildiriwshi moment arasındaǵı ǵarezlilik bolǵanınday, ϑ burılıw múyeshi, u iyiliw aralıǵı hám $\frac{M}{EJ}$ arasında da baylanıs bar ekenligin kóremiz.

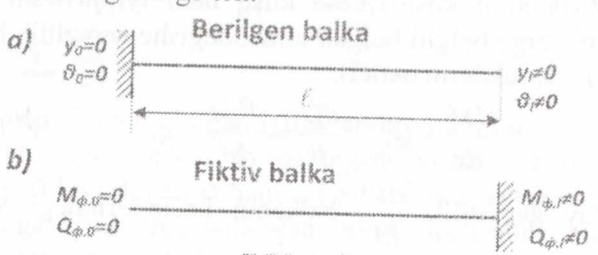
Bunnan, eger $\frac{M}{EJ}$ di bazı bir fiktiv q_f bólistirilgen kúsh dep qarasaq, onda bul kúshten payda bolǵan fiktiv kese kúsh Q burılıw múyeshti kórsetedi, al fiktiv iyildiriwshi moment M_f – balka kese-kesimleriniń iyiliw aralıǵın kórsetedi, yaǵnıy:

$$\left.\begin{aligned} q_{\phi} &= \frac{M}{EJ}; \\ \vartheta &= Q_{\phi}; \\ y &= M_{\phi}. \end{aligned}\right\} \qquad (7.68)$$

Usı juwmaqqa tiykarlanıp balkadaǵı jılısıwdı anıqlawdıń grafo-analitikalıq usılı dúzilgen.

Fiktiv $q_{\phi} = \frac{M}{EJ}$ júk berilgen balka ushın qoyılmaydı, al fiktiv balkaǵa qoyıladı. Bul fiktiv balkanıń esaplaw sxeması berilgen balkanıń bekkemleniw usılına baylanıslı boladı.

Mısal ushın 7.52,a-súwrettegi berilgen balkanıń shep ushı bekkemlenip qatırılǵanlıqtan, bul ushındaǵı ϑ burılıw múyeshi hám u iyiliw aralıǵı nolge teń.

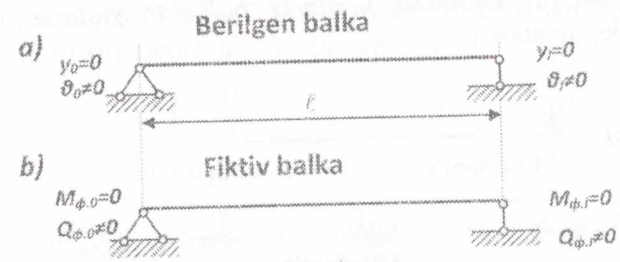


7.52- su'wret

Onda (7.68) formulasına tiykarlanıp fiktiv balkanıń shep ushındaǵı M_f iyildiriwshi moment hám Q_f kese kúsh nolge teń bolıwı kerek. Biraq bunıń ushın fiktiv balkanıń shep ushı erkin (bekkemlenip qatırılmaǵan) bolıwı kerek (7.52,b-súwret).

Berilgen balkanıń erkin oń ushında ulıwma jaǵdayda ϑ burılıw múyeshi hám u iyiliw aralıǵı nolge teń bolmaydı. Sonlıqtan (7.68) formulasına tiykarlanıp fiktiv balkanıń oń ushında M_f hám Q_f mánisleri nolge teń bolmaydı hám onıń oń ushı bekkemlenip qatırılǵan boladı.

Eger berilgen balka sharnirli qatırılǵan ápiwayı balka bolsa, onda onıń ushlarında u iyiliw aralıǵı nolge teń boladı, al onıń ϑ burılıw múyeshi nolge teń bolmaydı (7.53,a-súwret).



7.53- su'wret

Onda (7.68) formulası boyınsha fiktiv balkanıń ushlarında $M_f=0$ hám $Q_f\neq0$ shártleri orınlanadı. Sonlıqtan fiktiv balkanıń ushları sharnirli baylanısqan. Solay etip berilgen ápiwayı balka ushın (7.53,a-súwret) tap sonday fiktiv balka sáykes keledi eken (7.53,b-súwret).

Joqarıda kórip ótilgen mısallardan kelip shıǵıp, balkanıń jılısıwın anıqlawdıń grafo-analitikalıq usılınıń izbe-izligin belgilesek boladı:

1. Sırtqı kúshler tásirindegi berilgen balkada payda bolatuǵın M iyildiriwshi moment epyuraları qurıladı.

2. Súwretlerde kórsetilgen balka túrlerine sáykes fiktiv balka anıqlanadı.

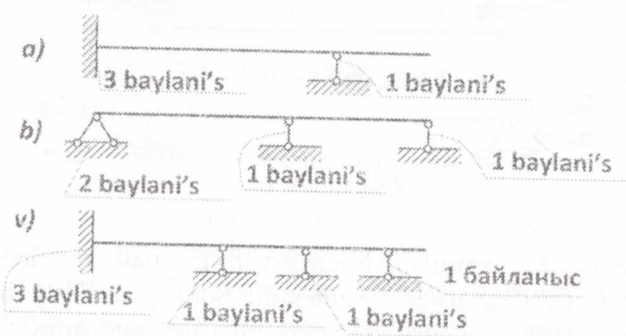
3. Fiktiv balkaǵa intensivliligi $q_{\phi} = \frac{M}{EJ}$ bolǵan bólistirilgen fiktiv júk túsiriledi.

4. M_f fiktiv moment hám Q_f fiktiv kese kúsh mánisleri anıqlanadı.

5. $u=M_f$ hám $\vartheta=Q_f$ ańlatpalarınan berilgen balka kesimlerindegi izlengen iyiliw aralıǵı hám burılıw múyeshi anıqlanadı.

7.18. Statikalıq anıq emes balkanı esaplaw

7.54.a,b-súwretlerde statikalıq jol menen anıqlap bolmaytuǵın eki balka kórsetilgen. Bulardıń hár qaysısı tórt sırtqı baylanıs penen bekkemlengen bolıp, bunnan kórsetilgen balkalardıń bir mártebe statikalıq anıq emesligi kelip shıǵadı. Statikalıq anıq emes balkalardı kóbinese *kesilmes balkalar* yamasa úzliksiz balkalar dep te ataydı.



7.54- su'wret

7.54,v-súwrette altı sırtqı baylanıs penen bekkemlengen balka kórsetilgen. Bul balka úsh márte statikalıq anıq emes. Balkanıń statikalıq anıq emeslik dárejesi artıqsha (úshewden kóp bolǵan) baylanıslar sanı menen anıqlanadı.

Statikalıq anıq emes balkanı tek bir ǵana teńsalmaqlılıq teńlemeleri menen anıqlap bolmaydı. Olardı balka deformaciyalanıwınan kelip shıǵatuǵın (jılısıw teńlemesi) qosımsha teńlemeler dúziw arqalı anıqlawǵa boladı.

7.55,a-súwrette bir márte statikalıq anıq emes balka kórsetilgen. Bul balkanı esaplaw ushın 7.55,b-súwrette kórsetilgenindey, onı statikalıq anıqlanatuǵın etip kórsetiw kerek.

Yaǵnıy berilgen balkanıń oń tayanıshın alıp taslap, onı R_B reakciya kúshi menen almastıramız.

Bul kelip shıqqan statikalıq anıq sistema tiykarǵı sistema dep ataladı, yaǵnıy 7.55,b-súwrette kórsetilgen sistema tiykarǵı sistema dep, al 7.55,a-súwrette kórsetilgen sistema berilgen sistema dep ataladı. Tiykarǵı sistemaǵa berilgen q kúshinen basqa alıp taslanǵan baylanıstıń belgisiz R_B tayanısh reakciya kúshi tásir etedi. Balka q kúshi tásirinde (7.55,b-súwrette kórsetilgendey) deformaciyalanadı hám onıń erkin ushı tómen qaray u_q aralıqqa jılısadı (7.55,v-súwret). Bul u_q mánisin dáslepki parametrler usılı menen ańsat tabıwǵa boladı:

$$y_q = \frac{1}{EJ}\left(\frac{-\frac{ql^2}{2}\,l^2}{2} + \frac{ql\cdot l^3}{6} - \frac{ql^4}{24}\right) = -\frac{ql^4}{8EJ}.$$

R_B kúshi tásirinde 7.55,b-súwrette kórsetilgen balkanıń erkin ushı joqarı qaray y_{R_B} aralıqqa jılısadı (7.55,g-súwret).

Bul y_{R_B} mánisin dáslepki parametrler usılı járdeminde tabamız:

$$y_{R_B} = \frac{1}{EJ}\left(\frac{R_B l\cdot l^2}{2} - \frac{R_B\cdot l^3}{6}\right) = \frac{R_B\cdot l^3}{3EJ}.$$

Balkaǵa q kúshi hám R_B kúshi bir waqıtta tásir etken jaǵdayda 7.55,b-súwrette kórsetilgen balkanıń erkin ushınıń iyiliw aralıǵı tómendegishe tabıladı:

$$y_B = y_q + y_{R_B} = -\frac{ql^4}{8EJ} + \frac{R_B l^3}{3EJ}.$$

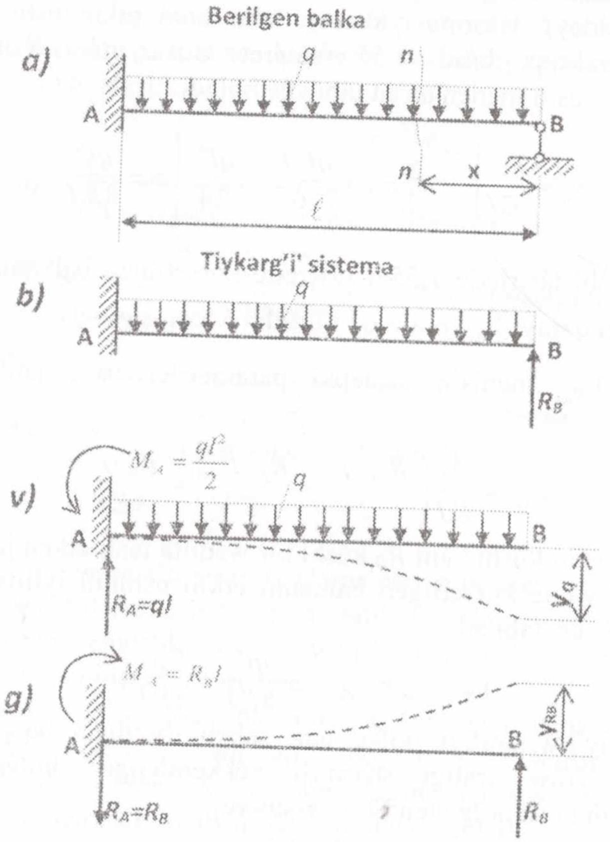
Bul iyiliw aralıǵı nolge teń, sebebi berilgen balkanıń oń ushınıń iyiliw aralıǵı sharnirli bekkemlengen bolǵanlıqtan, haqıyqatında da nolge teń (7.55,a-súwret):

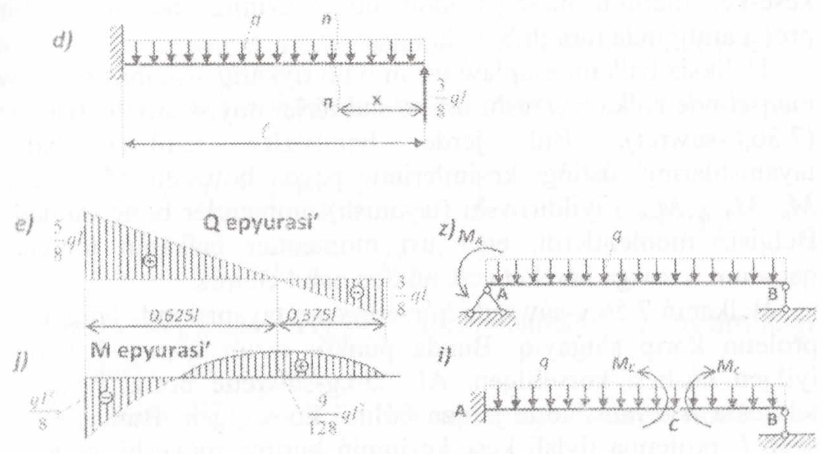
$$y_B = -\frac{ql^4}{8EJ} + \frac{R_B l^3}{3EJ} = 0, \qquad (7.69)$$

$$bunnan\ R_B = \frac{3}{8}ql.$$

Bunnan statikalıq jol menen anıqlap bolmaytuǵın berilgen balkadaǵı haqıykıy reakciya kúshi $\frac{3}{8}ql$ ge teń ekenligi kelip shıǵadı.

Berilgen balkanıń $n-n$ kesimindegi M iyildiriwshi momentti hám Q kese kúshti statikalıq anıqlanatuǵın balka sıyaqlı (7.2) hám (7.3) formulalar menen anıqlawǵa boladı (7.55,*d*-súwretke qarań):





7.55- su'wret

$$M=-\sum_{on'} M=\frac{3}{8}qlx-\frac{qx^2}{2}=\frac{qx}{2}\left(\frac{3}{4}l-x\right);$$

$$Q=-\sum_{shep} Y=-\frac{3}{8}ql+qx=q\left(x-\frac{3}{8}l\right).$$

Berilgen balka ushın bul esaplaw nátiyjesinde kelip shıqqan Q hám M epyuraları 7.55,e,j-súwrette kórsetilgen. Berilgen balkanıń esaplanıwın basqa tiykarǵı sistemalar, máselen 7.55, z, i-súwretlerde kórsetilgen sistemalar arqalı da esaplawǵa boladı. Úzliksiz balka esabı kóbinese úsh momentler teńlemesi dep atalıwshı usıl menen esaplanadı. Bul usıl (7.69) teńlemesine uqsaǵan qosımsha teńlemelerdi dúziwden qutqaradı. Úsh momentler teńlemesi menen úzliksiz balkalardı esaplawdı kórip shıǵayıq.

Tómendegi 7.56,a-súwrette kóp aralıqlı úzliksiz balkadan ajıratıp alınǵan hám oǵan bazı bir sırtqı kúshler tásir ettirilgen bólimi kórsetilgen.

Balka tayanıshları shepten ońǵa qaray *0, 1, 2, 3, ..., n-2, n-1, n, n+1, n+2* hám t.b. sanları menen belgilenedi. Úzliksiz balkanıń prolet uzınlıqları (bulda shepten ońǵa qaray) $l_1, l_2, l_3, ..., l_{n-1}, l_n, l_{n+1}$ hám t.b. bolıp belgilenedi. Hár bir l prolettıń indeks nomeri, bul prolettıń oń jaǵındaǵı tayanısh nomerine sáykes keledi. Balka kese-kesimleriniń inerciya momenti J uzınlıǵı boylap hár-bir prolet aralıǵında turaqlı boladı.

Úzliksiz balkanı esaplaw ushın onıń tiykarǵı sistemasın dúziw maqsetinde balka tayanıshı ústine sharnirler qoyıw arqalı erisemiz (7.56,b-súwret). Bul jerde belgisizler úzliksiz balka tayanıshlarınıń ústińgi kesimlerinde payda bolıwshı M_{n-2}, M_{n-1}, M_n, M_{n+1}, M_{n+2} iyildiriwshi (tayanısh) momentler bolıp tabıladı. Belgisiz momentlerdi, eger usı momentler balkanıń tómengi qatlamın soziwǵa háreket ece, oń dep qabıl etemiz.

Balkanıń 7.56,v-súwrette kórsetilgen n tayanıshında jatqan eki proletın kórip shıǵayıq. Bunda punktir sızıǵı menen balkanıń iyilgen kósheri kórsetilgen. Al 7.56,g-súwrette bolsa, balkanıń tek-ǵana n tayanıshında jatqan bólimi kórsetilgen. Bunda $\vartheta_{n,n}$ – shep l_n proletına tiyisli kese-kesimniń burılıw múyeshi, al $\vartheta_{n,n+1}$ bolsa, oń l_{n+1} proletına tiyisli kese-kesimniń burılıw múyeshi bolıp esaplanadı. Balkadaǵı bul eki aralıqta n tayanıshına bekitilgen. Bul eki kesim haqıyqatında bir kese kesim ekenligin hám n tayanıshı ústine bekitilgenligin kóremiz. Sonlıqtan bulardıń burılıw múyeshide teń boladı, yaǵnıy:

$$\vartheta_{n,n} = \vartheta_{n,n+1} \qquad (7.70)$$

$\vartheta_{n,n}$ hám $\vartheta_{n,n+1}$ burılıw múyeshlerin 7.56,d-súwrette kórsetilgen óz-aldına dara bir proletlı balkalarǵa berilgen sırtqı kúshler tásiri hám belgisiz M_{n-1}, M_n hám M_{n+1} tayanısh momentleri tásiri nátiyjesi dep qarawǵa boladı. Joqarıda keltirilgen (7.70) shárti shep balkanın oń ushınıń $\vartheta_{n,n}$ burılıw múyeshi, oń balkanın shep ushınıń $\vartheta_{n,n+1}$ burılıw múyeshine teń ekenligi, yaǵnıy bul ushlardıń óz-ara burılıw múyeshi nolge teń bolatuǵınlıǵın ańlatadı.

$\vartheta_{n,n}$ hám $\vartheta_{n,n+1}$ múyeshleriniń mánislerin grafo-analitikalıq jol menen tabayıq.

Keyingi 7.56, e, j súwretlerde l_n hám l_{n+1} proletları ushın fiktiv $q_ф = \dfrac{M}{EJ}$ júk tásir etip atırǵan fiktiv balkalar kórsetilgen.

Joqarıdaǵı (7.68) formulalarınıń ekinshisi formulası tiykarında $\vartheta_{n,n}$ hám $\vartheta_{n,n+1}$ burılıw múyeshleri sáykes túrde fiktiv balkanıń l_n

hám l_{n+1} proletlarınıń n tayanıshında payda bolıwshı fiktiv $Q_ф^{n,n}$ hám $Q_ф^{n,n+1}$ kese kúshlerge teń boladı, yaǵnıy:

$$\left.\begin{aligned} \vartheta_{n,n} &= Q_ф^{n,n} = R_{ф,0}^{n,n} + R_{ф,м}^{n,n}; \\ \vartheta_{n,n+1} &= Q_ф^{n,n+1} = -R_{ф,0}^{n,n+1} - R_{ф,м}^{n,n+1}, \end{aligned}\right\} \qquad (7.71)$$

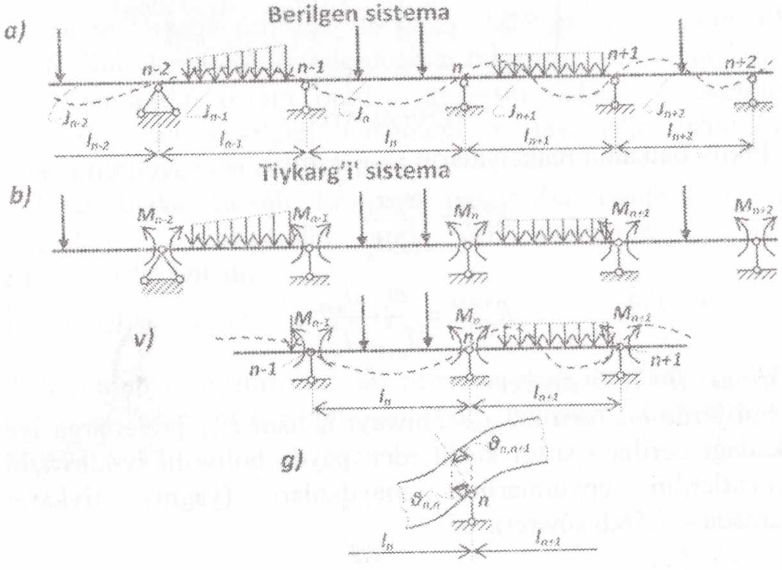
Bunda $R_{ф,0}^{n,n}$ hám $R_{ф,0}^{n,n+1}$ – fiktiv balkanıń n tayanıshtaǵı reakciyaları (7.56, e-súwret).

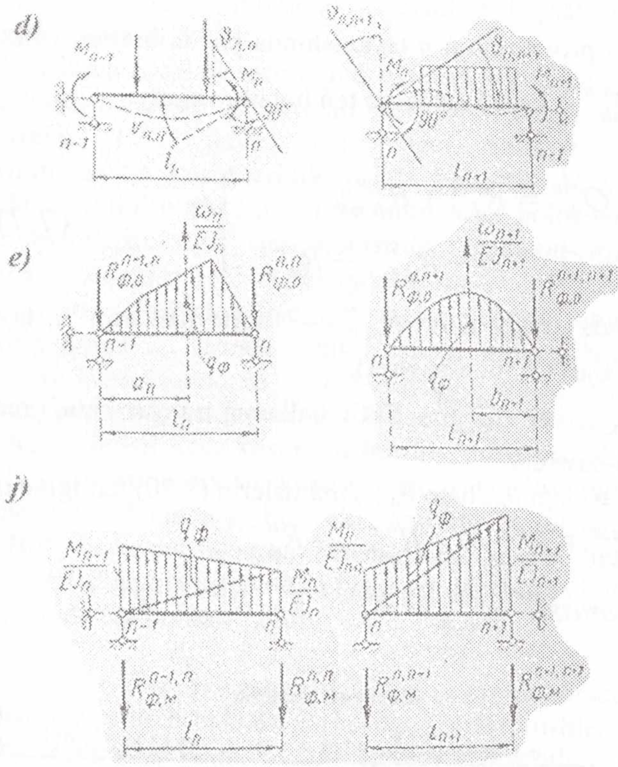
$R_{ф,м}^{n,n}$ hám $R_{ф,м}^{n,n+1}$ – fiktiv balkanıń n tayanıshtaǵı reakciyaları (7.56, j-súwret).

Joqarıdaǵı $\vartheta_{n,n}$ hám $\vartheta_{n,n+1}$ mánislerin (7.70) teńligine qoyayıq:

$$R_{ф,0}^{n,n} + R_{ф,м}^{n,n} = -R_{ф,0}^{n,n+1} - R_{ф,м}^{n,n+1}$$

$$yamasa \quad R_{ф,м}^{n,n} + R_{ф,м}^{n,n+1} = -R_{ф,0}^{n,n} - R_{ф,0}^{n,n+1}. \qquad (7.72)$$





7.56-su'wret

Fiktiv balkanıń reakciyaların anıqlaymız:

$$R^{n,n}_{\phi,0} = \frac{\omega_n a_n}{l_n EJ_n}$$

$$R^{n,n+1}_{\phi,0} = \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1} EJ_{n+1}},$$

d) e) j) 7.56-súwret

bul jerde ω_n hám ω_{n+1} – ápiwayı l_n hám l_{n+1} proletlarǵa iye balkadaǵı berilgen sırtqı kúshlerden payda bolıwshı iyildiriwshi momentlerdiń epyuralarınıń maydanları (yaǵnıy tiykarǵı sistemada – 7.56,b súwret).

a_n hám b_{n+1} – kórsetilgen epyuralardıń awırlıq orayınan tayanıshqa shekemgi aralıq (7.56,e súwret).

$$R^{n,n}_{\phi,M} = \left(\frac{M_{n-1}}{EJ_n}\cdot\frac{l_n}{2}\cdot\frac{l_n}{3} + \frac{M_n}{EJ_n}\cdot\frac{l_n}{2}\cdot\frac{2l_n}{3}\right): l_n = \frac{l_n}{6EJ_n}(M_{n-1}+2M_n);$$

$$R^{n,n+1}_{\phi,M} = \left(\frac{M_n}{EJ_{n+1}}\cdot\frac{l_{n+1}}{2}\cdot\frac{2l_{n+1}}{3} + \frac{M_{n+1}}{EJ_{n+1}}\cdot\frac{l_{n+1}}{2}\cdot\frac{l_{n+1}}{3}\right): l_{n+1} =$$

$$= \frac{l_{n+1}}{6EJ_{n+1}}(2M_n + M_{n+1}).$$

Tabılǵan reakciyalardı (7.72) teńligine qoyıp hám teńliktiń eki jaǵın $6E$ ge kóbeytip tómendegige iye bolamız:

$$\frac{l_n}{J_n}(M_{n-1}+2M_n) + \frac{l_{n+1}}{J_{n+1}}(2M_n + M_{n+1}) = -6\left(\frac{\omega_n a_n}{l_n J_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1} J_{n+1}}\right)$$

yamasa

$$M_{n-1}\frac{l_n}{J_n} + 2M_n\left(\frac{l_n}{J_n} + \frac{l_{n+1}}{J_{n+1}}\right) + M_{n+1}\frac{l_{n+1}}{J_{n+1}} = -6\left(\frac{\omega_n a_n}{l_n J_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1} J_{n+1}}\right). \quad (7.73)$$

Bul teńlemege úsh belgisiz M_{n-1}, M_n hám M_{n+1} momentler kiredi. Bul eki birdey (bir jerdegi) n tayanıshı ústinde jaylasqan kese-kesimlerdiń óz-ara burılıw múyeshi nolge teń ekenligin kórsetedi. Bul dúzilgen teńlemeni n tayanıshı ushın *úsh momentler teńlemesi* dep ataymız.

Eger balka turaqlı kesimge iye bolsa ($J_{n-2}=J_{n-1}=J_n=J_{n+1}=J_{n+2}$ bolǵanda), onda úsh momentler teńlemesi tómendegishe boladı:

$$M_{n-1}l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1}l_{n+1} = -\frac{6\omega_n a_n}{l_n} - \frac{6\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}}.$$

l_n proletı n tayanıshına salıstırǵanda shep esaplanadı, al l_{n+1} proletı oń esaplanadı. Sonlıqtan sońǵı teńlemeni tómendegishe jazıwǵa boladı:

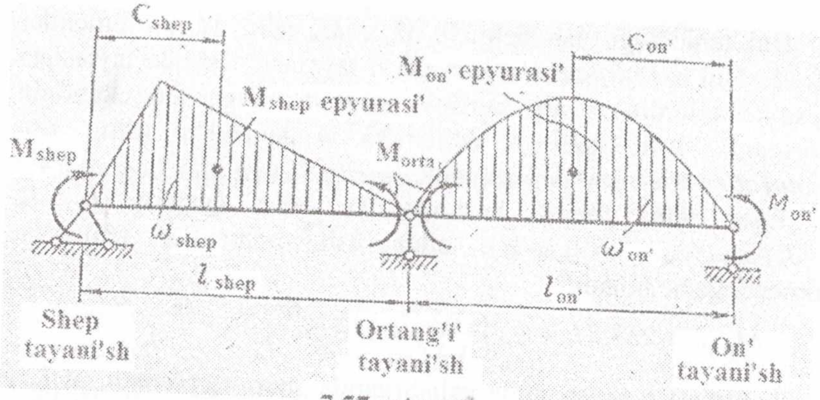
$$M_{shep} l_{shep} + 2M_{orta}\left(l_{shep} + l_{on'}\right) + M_{on'} l_{on'} =$$
$$= -\frac{6\omega_{shep} c_{shep}}{l_{shep}} - \frac{6\omega_{on'} b_{on'}}{l_{n+1}}. \qquad (7.74)$$

Keltirilgen (7.74) teńlemesindegi qabıl etilgen belgilewler 7.57-súwrette kórsetilgen. Bul súwrettegi M_{shep} hám $M_{oń}$ epyuraları berilgen sırtqı júkler tásirinen qurılǵan.

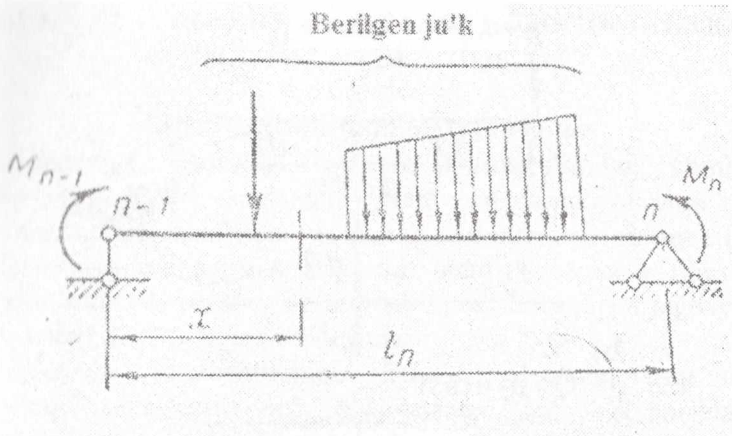
Balkanıń n proletınıń x abscissasında jaylasqan kesimdegi iyildiriwshi moment hám kese kúsh mánislerin tómendegi formulalar boyınsha da anıqlawǵa boladı (7.58-súwret):

$$M = M^0 + M_{n-1} + \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} x \qquad (7.75)$$

$$Q = Q^0 + \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} \qquad (7.76)$$



7.57-su'wret



7.58-su'wret

Bunda M^0 hám Q^0 – ápiwayı balkadaǵı berilgen sırtqı kúshlerden bolǵan iyildiriwshi moment hám kese kúsh;

$M_{n-1} + \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} x$ – M_n hám M_{n-1} tayanısh momentinen bolǵan iyildiriwshi moment.

$\frac{M_n - M_{n-1}}{l_n}$ – M_n hám M_{n-1} tayanısh momentinen bolǵan kese kúsh (kórsetilgen tayanısh momenti tásirinen shep tayanısh reakciyasına teń).

Joqarıdaǵı (7.75) hám (7.76) formulaları járdeminde úzliksiz balkalardıń Q hám M epyuraların qurıwǵa boladı.

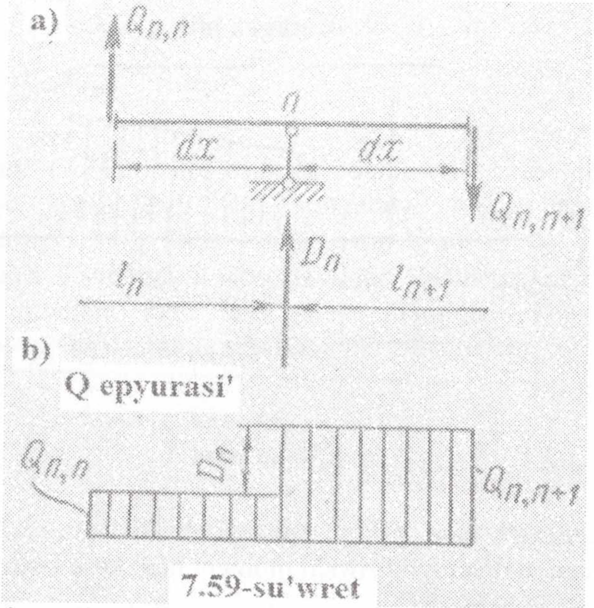
Balkanıń n tayanıshınıń reakciyasın anıqlaw ushın úzliksiz balkanıń n tayanıshınıń eki qaptalınan dx aralıqtan eki kesim menen element kesip alamız (7.59,a-súwret).

Bul element oń baǵıtta alınǵan $Q_{n,n}$ hám $Q_{n,n+1}$ kese kúshler hám D_n tayanısh reakciyası tásirinde boladı. Tayanısh reakciyası ushın joqarı qaray baǵıttı oń dep qabıl eteyik. Kesip alınǵan elementke tásir etiwshi barlıq kúshlerdi vertikal kósherge proekciyalaymız:

$$Q_{n,n} + D_n - Q_{n,n+1} = 0,$$

bunnan

$$D_n = Q_{n,n} - Q_{n,n+1}. \qquad (7.77)$$



7.59-su'wret

Solay etip, úzliksiz balkanıń tayanısh reakciyası tayanıshtıń eń jakın shep hám oń tárepleri kesimlerindegi kese kúshler ayırmasına teń eken.

Tekseriw ushın soraw h'ám tapsırmalar.

1. Íyiliwge ishki kúsh faktorlarınan qaysıları payda boladı?
2. Taza iyiliw h'ám kese iyiliw degen ne?
3. Neytral qatlam h'ám neytral oq degen ne?
4. Taza iyiliwde normal kúshleniw qanday anıqlanadı?
5. Kese iyiliwde normal kúshleniw qanday anıqlanadı?
6. Normal kúshleniw boyınsha balkalardıń bekkemlik shárti qanday kóriniske iye boladı?
7. Urınba kúshleniw boyınsha balkanıń bekkemlik shárti qanday kóriniske iye boladı.
8. Íyiliwde payda bolıwshı sızıqlı h'ám múyeshli kóshiwler qanday anıqlanadı?
9. Vereshagin formulası qanday kóriniske iye?

8-BAP. STATIKALÍQ ANÍQ ELASTIK SISTEMALARDA JÍLÍSÍWLARDÍ ANÍQLAW

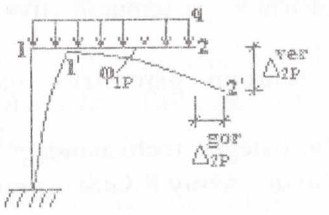
8.1. Jılısıwlar hám olardı belgilew

Jılısıwlardı anıqlaw materiallar qarsılığınıń áhmiyetli máselelerinen biri esaplanadı. Qurılıs konstrukciyalarınıń sırtqı tásirlerden deformaciyalanıwı qurılıs normalarında ruxsat etilgen deformaciya muğdarınan artpaslığı shárt. Soorujenie (qurılma) tochkalarınıń deformaciyalanıwı nátiyjesinde berilgen jağdayınan jańa halatğa ótiwine jılısıw deymiz.

Soorujenie elementlerinde jılısıwlar tiykarınan sırtqı júkler tásirinen, temperaturanıń ózgeriwinen hám tayanıshlardıń qozğalıwınan payda boladı.

Soorujenie tochkalarınıń jılısıwları 2 túrli boladı: sızıqlı hám múyeshli. Sızıqlı jılısıwlar óz náwbetinde vertikal hám gorizontal sızıqlı jılısıwlar bolıp ekige bólinedi.

Inshaat tochkalarınıń sızıqlı jılısıwı Δ_{ip} dep, al múyeshli jılısıwı φ_{ip} menen belgilenedi (8.1-súwret). Birinshi indeks kesim jılısıwınıń bağıtın, al 2- indeks bolsa, bul jılısıwdıń payda bolıw sebebin kórsetedi.



8.1-su'wret

8.2-su'wret

Mısalı:`

Δ_{2P}^{ver}-2 -tochkadağı sırtqı kúshten payda bolğan vertikal jılısıw;

Δ_{2P}^{gor}-2- tochkadağı sırtqı kúshten payda bolğan gorizontal jılısıw;

φ_{1p}-1- tochkadağı sırtqı kúshten payda bolğan burılıw múyeshi;

Birlik ($\overline{P}=1$) kúsh tásirinen payda bolğan jılısıwlar birlik jılısıw dep ataladı hám δ_{ik} menen belgilenedi. 8.2-súwret).

δ_{11} -birlik $\overline{P_1}=1$ kúsh jónelisi boyınsha $\overline{P_1}=1$ tásirinen payda bolğan jılısıw.

δ_{21}-birlik $\overline{P_2}$ kúsh jónelisindegi $\overline{P_1}=1$ tásirinen payda bolğan jılısıw.

Elastik sistemalarda jılısıwlardı anıqlawda deformaciyalanıwshı sistemalar tómendegi qásiyetlerge iye dep qabıl etiledi:

1) Sistemanıń materialı ideal elastik hám sızıqlı deformaciyalanıwshı;

2) Júkler tásirinde sistemanıń tiykarğı ólshemleri derlik ózgermeydi.

3) Kúshler tásiriniń ǵárezsizlik qağıydasına (principine) tiykarlanadı;

4) Materialdıń qálegen tochkasındağı kernew proporcionallıq shegarasınan aspaydı, yağnıy R.Guk nızamına boysınadı.

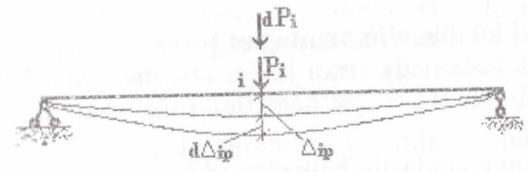
8.2. Sırtqı kúshlerdiń orınlağan jumısı

Elastik sistemağa áste-aqırınlıq penen artıp barıwshı statik P kúshiniń orınlağan jumısın anıqlaymız.

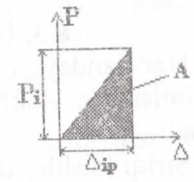
Elastik sistema P kúshi tásirinde deformaciyalanadı. Elastiklik sistemadağı hár qanday tochkanıń jılısıwı, Guk nızamına tiykarlanıp, onı payda etiwshi kúsh muğdarına tuwrı proporcional boladı:

$$\Delta_{ip}=\alpha\cdot P_i \qquad (8.1)$$

bunda α -soorujenie elementleri ólshemlerine hám materialğa baylanıslı koefficient.



8.3-su'wret



8.4-su'wret

8.5-su'wret

Egerde sırtqı $\overline{P_i}$ kúsh muğdarına $d\overline{P_i}$ ósim berilse, kúsh qoyılğan tochka qosımsha $d\Delta_{ip}$ muğdarğa jılısadı (8.3-súwret) hám $\overline{P_i}+d\overline{P_i}$ kúsh ózi qoyılğan tochka menen sol muğdarğa jılısıp jumıs orınlaydı:

$$dA=(\overline{P_i}+d\overline{P_i})d\Delta_{ip}=\overline{P_i}d\Delta_{ip}+d\overline{P_i}d\Delta_{ip}.$$

bunda $dP_1 d\Delta_{ip}$ ekinshi tártipli sheksiz kishi shama bolğanlığı ushın, onı esapqa almasada boladı. Bul jağdayda $dA=\overline{P_i}d\Delta_{ip}=\alpha\overline{P_i}dP_i$ boladı.

Bul shamanı integrallap, $\overline{P_i}$ kúshtiń orınlağan tolıq jumısın anıqlaymız:

$$A=\alpha\int_0^{P_i}\overline{P_i}dP_i=\frac{\alpha P_i^2}{2}=\frac{\overline{P_i}\Delta_{ip}}{2},\ A=\frac{\overline{P_i}\Delta_{ip}}{2} \qquad (8.2)$$

Solay etip, sırtqı kúshtiń haqıyqıy orınlağan jumısı, sol kúshti onıń jónelisi boyınsha payda bolğan jılısıw muğdarına kóbeytpesiniń yarımına teń eken (8.4-súwret).

Eger sistemağa moment M qoyılğan bolsa (8.5-súwret), onıń orınlağan jumısı tómendegi formula arqalı anıqlanadı:

$$A = \frac{M \cdot \varphi}{2} \qquad (8.3),$$

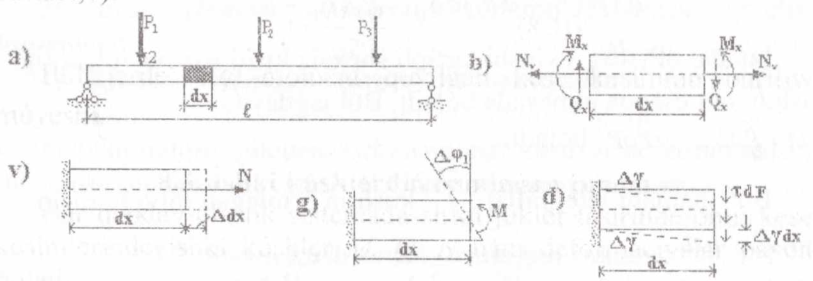
Bul jerde φ -moment qoyılǵan kese kesimniń burılıw múyeshi.

8.3. Íshki kúshlerdiń orınlaǵan jumısı

Hár qanday elastik sistemada sırtqı júkler tásirinde onıń kese kesimlerinde ishki kúshler M, Q, N hám deformaciyalar payda boladı.

Sırtqı kúshler tásirindegi elastik balkadan (8.6-súwret) sheksiz kishi dx uzınlıqtaǵı bóleksheni ajıratıp alıp (8.6-súwret, b), onı tekseremiz. Bul elementtiń shep hám oń tamanlarındaǵı taslap jiberilgen bólimlerdiń tásirin ishki kúshler: iyildiriwshi moment M_x, kese kúsh Q_x hám boylama kúsh N_x lar menen almastıramız. Bul jaǵdayda ishki faktorlar M_x,Q_x hám N_x pútin sterjenge salıstırǵanda ishki kúshler boladı. Biraq ajıratılǵan elementke salıstırǵanda olar sırtqı kúshler wazıypasın orınlaydı. Íshki zorıǵıw kúshleriniń ajıratıp alınǵan elementtiń tiyisli deformaciyalarında orınlaǵan elementar jumısın anıqlaymız.

1. Boylama N kúshi tásirinde uzınlıǵı dx bolǵan elementti tekseremiz. Elementtiń shep tárepindegi kesimdi qozǵalmas etip bekkemlep, onıń oń tárepine boylama kúsh tásir ettiremiz (8.6-súwret,v).



8.6-su'wret

(8.2) formulaǵa tiykarlanıp:

$$dW_N = \frac{N \cdot \Delta dx}{2}.$$

Guk nızamı boyınsha:

$$\Delta dx = \frac{N \cdot dx}{EF},$$

bul jerde EF- sterjen kese kesiminiń sozılıw hám qısılıwındaǵı qattılıǵı.

Bul jaǵdayda boylama kúshtiń dx element deformaciyalanıwında orınlaǵan jumısı:

$$dW_N = \frac{N^2 \cdot dx}{2EF} \qquad (8.4)$$

2. Íyildiriwshi momenttiń orınlaǵan jumısın qaraymız (8.6-súwret,g):

$$\Delta\varphi = \frac{M \cdot dx}{EJ}.$$

Bunda EJ- sterjen kese kesiminiń iyiliwdegi qattılıǵı.

Joqarıdaǵı (8.2) formulasına tiykarlanıp iyildiriwshi momenttiń dx element deformaciyalanıwında orınlaǵan elementar jumısı:

$$dW_M = \frac{M^2 \cdot dx}{2EJ} \qquad (8.5)$$

3. Kese kúsh Q dıń orınlaǵan jumısın qaraymız. Elementtiń shep kesimin bekkemlep, onıń oń kesimindegi dF maydanshaǵa urınba ishki kúsh $\tau \cdot dF$ ti tásir ettiremiz (8.6, d-súwret). Bul jaǵdayda: $Q = \int_F \tau dF$ boladı.

D.Í. Juravskiy formulasına tiykarlanıp:

$$\tau = \frac{QS_Z}{J_Z в_Z},$$

bunda S_z- statikalıq moment, al v_z- kese kesimniń eni.

$\tau \cdot dF$ urınba kúshleri tásirinde elementtiń shetki bólimleri bir-birine salıstırǵanda $\gamma dx = \frac{\tau}{G} dx$ muǵdarǵa jılısadı. Q ishki kúshtiń bul jılısıwda orınlaǵan jumısı (7.2) ge tiykarlanıp:

$$dW_Q = \int_F \frac{\tau dF \cdot \gamma dx}{2} = \int_F \frac{\tau^2 dF dx}{2G} = \frac{Q^2 dx}{2GJ_Z^2} \int_F \frac{S_Z^2}{в_Z^2} dF$$

yamasa

$$dW_Q = \eta \cdot \frac{Q^2 \cdot dx}{2GF} \qquad (8.6)$$

bunda $\eta = \frac{F}{J_Z^2}\int \frac{S_Z^2}{b_Z^2} dF$, η - sterjen kese kesiminiń formasına baylanıslı bolǵan koefficient. Mısalı tuwrı tórtmúyeshlik ushın η =1,2; dóńgelek ushın η=1,18 ge teń. Solay etip, elementte ishki zorıǵıw kúshleriniń orınlaǵan elementar tolıq jumısı:

$$dW = dW_N + dW_M + dW_Q = \frac{N^2 dx}{2EF} + \frac{M^2 dx}{2EJ} + \frac{Q^2 dx}{2GF}\cdot\eta$$

Sterjenlerdiń barlıq bólimleri boyınsha ishki kúshlerdiń orınlaǵan tolıq haqıyqıy jumısı:

$$W = \sum_{i=1}^{n}\int_0^{\ell}\frac{M_i^2\cdot dx}{2EJ} + \sum_{i=1}^{n}\int_0^{\ell}\frac{N_i^2 dx}{2EF} + \sum_{i=1}^{n}\eta\int_0^{\ell}\frac{Q_i^2 dx}{2GF} \qquad (8.7)$$

8.4.Elastik sistemalarda deformaciyanıń potencial energiyası

Hár qanday elastik sistema sırtqı kúshler tásirinen payda bolǵan energiyanı saqlaw qásiyetine iye.

Elastik sistemalarda sırtqı kúshlerdiń orınlaǵan tolıq jumısı tolıq halda deformaciyanıń potencial energiyasına aylanadı. Elastik sistemaǵa qoyılǵan sırtqı kúshlerdi áste aqırın statikalıq jaǵdayda qaytarıp alıw qubılısında bolsa, deformaciyanıń potencial energiyası ishki zorıǵıw kúshleriniń orınlaǵan jumısına aylanadı.

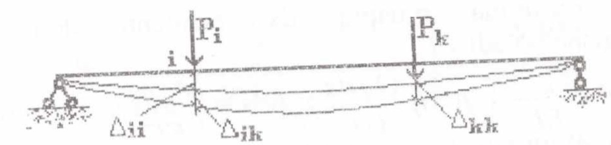
Energiyanıń saqlanıw nızamına kóre $U=W$ hám (8.7) ge tiykarlanıp:

$$U = \sum\int_0^{\ell}\frac{M^2 dx}{2EJ} + \sum\int_0^{\ell}\frac{N^2 dx}{2EF} + \sum\eta\int_0^{\ell}\frac{Q^2 dx}{2GF} \qquad (8.8)$$

bunda U- deformaciyanıń potencial energiyası.

8.5. Sırtqı hám ishki kúshlerdiń múmkin bolǵan orınlaǵan jumısları

a) Sırtqı kúshlerdiń orınlaǵan jumısı. P_i kúshinen deformaciyalanǵan sistemaǵa qosımsha P_K kúshin tásir ettireyik. P_K kúshi tásirinde sistema qosımsha deformaciyalanadı (8.7-súwret).

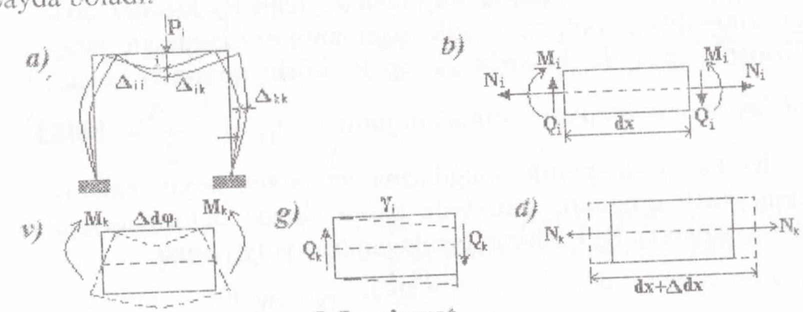


8.7-su'wret

Ózgermes P_i kúshi qoyılǵan tochka P_K kúshi tásirinde Δ_{iK} muǵdarǵa jılısadı. Bul jılısıw P_i kúshine baylanıslı bolmaǵanlıǵı ushın, ol múmkin bolǵan jılısıw boladı. Bul jılısıwda orınlanǵan jumısqa, sırtqı P_i kúshiniń múmkin bolǵan orınlaǵan jumısı delinedi, yaǵnıy:

$$A_{ik} = P_i\Delta_{ik}. \qquad (8.9)$$

b) İshki kúshlerdiń orınlaǵan jumısı. İshki kúshlerdiń múmkin bolǵan jumısın anıqlaw ushın P_i kúshi tásirinen deformaciyalanǵan elastik sistemadan (8.8-súwret,a) kishi dx element ajıratıp alamız (8.8-súwret,b). Bul elementtiń kese kesiminde P_i kúshi tásirinen ishki zorıǵıw kúshleri M_i, Q_i hám N_i payda boladı.



8.8-su'wret

Egerde deformaciyalanǵan sistemaǵa P_K kúshi tásir ettirilse, sistema qosımsha deformaciyalanadı. Bul qosımsha deformaciyada M_i, Q_i hám N_i ishki zorıǵıw kúshleri jumıs orınlaydı. dx elementiniń M_K, Q_K hám N_K ishki kúshlerden alǵan deformaciyaların $\Delta d\varphi$, $\gamma_i dx$, Δdx dep belgileymiz (8.8-súwret,v,g,d). Ol waqıtta M_i, Q_i hám N_i kúshleriniń bul deformaciyada orınlaǵan múmkin bolǵan jumısı:

$$dW_{ik} = -(M_i\cdot\Delta d\varphi + Q_i\cdot\gamma_i dx + N_i\cdot\Delta dx). \qquad (8.10)$$

Guk nızamına muapıq dx elementi deformaciyası tómendegishe boladı:

$$\Delta d\varphi = \frac{M_K dx}{EI}\ ;\ \gamma_i = \eta\frac{Q_K dx}{GF}\ ;\ \Delta dx = \frac{N_K dx}{EF}\ . \qquad (8.11)$$

(8.11) di (8.10) ǵa qoyıp, dx elementtegi ishki kúshlerdiń múmkin bolǵan orınlaǵan jumısın anıqlaymız:

$$dW_{ik} = -\left(\frac{M_i M_k}{EI}dx + \eta\frac{Q_i Q_k}{GF}dx + \frac{N_i N_k}{EF}dx\right).$$

Egerde elastik sistema, bir neshe uchastkalardan payda bolǵan bolsa, ol waqıtta sistemanıń ishki kúshleriniń múmkin bolǵan orınlaǵan jumısı tómendegishe boladı:

$$W_{ik} = -\left(\sum\int_0^{\ell}\frac{M_i M_k}{EI}dx + \sum\int_0^{\ell}\eta\frac{Q_i Q_k}{GF}dx + \sum\int_0^{\ell}\frac{N_i N_k}{EF}dx\right). \qquad (8.12)$$

8.6. Jumıslardıń hám jılısıwlardıń óz-ara baylanısı haqqında teoremalar

a) Jumıslardıń óz-ara baylanısı haqqında teorema

Statikalıq túrde izbe-iz qoyılǵan R_1 hám R_2 kúshler tásirinde teńsalmaqlılıqta bolǵan elastik sistemanıń eki jaǵdayın qaraymız. Birinshi jaǵdayda, balkaǵa dáslep R_1 kúshi qoyılǵan bolsın, bul jaǵdayda onıń haqıyqıy orınlaǵan jumısı $A_{11} = \dfrac{P_1\cdot\Delta_{11}}{2}$ boladı.

R_1 kúshi shegaralıq muǵdarına jetkennen keyin balkaǵa R_2 statik kúsh qoyıladı. Nátiyjede balka jánede deformaciyalanadı (8.9-a, súwret). R_2 kúshiniń orınlaǵan haqıyqıy jumısı

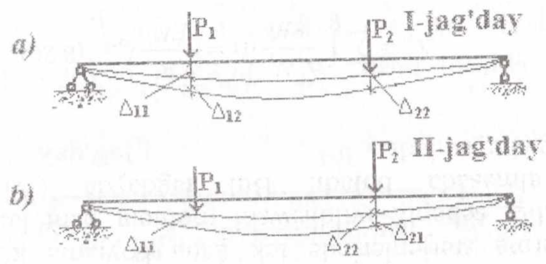
$$A_{22} = \frac{P_2\Delta_{22}}{2}\ \text{boladı.}$$

ózgermes R_1 kúshiniń Δ_{12} jılısıwda orınlaǵan múmkin bolǵan jumısı (8.9) formulaǵa tiykarlanıp:

$$A_{12} = P_1\cdot\Delta_{12}\,.$$

Demek, elastik sistemaǵa izbe-iz qoyılǵan kúshlerdiń tolıq orınlaǵan jumısı:

$$A_I = A_{11} + A_{12} + A_{22} = \frac{P_1\cdot\Delta_{11}}{2} + P_1\Delta_{12} + \frac{P_2\cdot\Delta_{22}}{2} \qquad (a).$$



8.9-su'wret

Ekinshi jaǵdayda kúshlerdiń qoyılıw tártibin ózgertemiz. Balkaǵa dáslep, R_2 kúshti statik tártipte tásir ettiremiz, soń R_1 kúshin tásir ettiremiz (8.9-b, súwret). Bul jaǵdaydaǵı sırtqı kúshlerdiń orınlaǵan jumısı joqarıdaǵı aytılǵanlarǵa kóre tómendegishe boladı:

$$A_{II} = A_{22} + A_{21} + A_{11} = \frac{P_2\Delta_{22}}{2} + 2P_2\Delta_{21} + \frac{P_1\cdot\Delta_{11}}{2} \qquad (б)$$

Biz kórip shıqqan balkanıń eki halatında da kúshler muǵdarı hám jaǵdayları birdey bolǵanı ushın A_I=A_{II} boladı. Bul jaǵdayda (a) hám (b) formulalarınıń oń tárepleriń teńlestirip tómendegini alamız:

$$A_{11} + A_{12} + A_{22} = A_{22} + A_{21} + A_{11}\,,$$

bunnan A_{12}=A_{21} boladı. Demek R_1 sırtqı kúshtiń óz jónelisi boyınsha R_2 kúshten payda bolǵan jılısıwda orınlaǵan jumısı, R_2 sırtqı kúshtiń óz jónelisi boyınsha R_1 sırtqı kúshten payda bolǵan jılısıwda orınlaǵan jumısına teń, yaǵnıy:

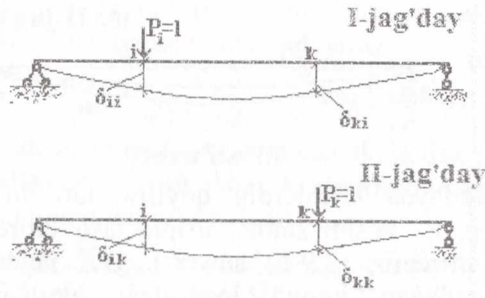
$$P_1\cdot\Delta_{12} = P_2\Delta_{21}\quad \text{ямаса}\quad A_{12} = A_{21} \qquad (8.13)$$

Bul teorema jumıslardıń óz-ara teńligi haqqındaǵı teorema, yamasa Betti teoreması dep ataladı.

b) Jılısıwlardıń óz-ara baylanısı haqqındaǵı teorema

Elastik sistemanıń tómendegi eki jaǵdayın tekseremiz.

I-jaǵdayda ápiwayı balkaǵa tek bir $P_i = 1$ kúshi hám II jaǵdayda ekinshi birlik $P_K = 1$ kúshi qoyılǵan bolsın (8.10-súwret).



8.10-su'wret

Bunday jaǵdaylar birlik jaǵdaylar delinedi. Eki jaǵday ushın jumıslardıń óz-ara baylanısı haqqındaǵı teoremaǵa tiykarlanıp (8.13):

$$A_{ik} = A_{ki} \quad yamasa \quad P_i\delta_{ik} = \overline{P}_k \cdot \delta_{ki}$$

$\overline{P}_i = 1$ hám $\overline{P}_k = 1$ bolǵanı ushın

$$\delta_{ik} = \delta_{ki} \qquad (8.14) \quad boladi'.$$

Demek, elastik sistemada birlik kúsh P_i jónelisi boyınsha ekinshi P_k birlik kúshten payda bolǵan jılısıw, ekinshi birlik kúsh P_K jónelisi boyınsha birinshi birlik kúsh P_i den payda bolǵan jılısıwǵa teń. Bul birlik jılısıwlardıń óz-ara baylanısı haqqındaǵı teorema yamasa Maksvell teoreması delinedi.

8.7. Jılısıwlardı anıqlawdıń universal formulası (Mor formulası)

Múmkin bolǵan jılısıwlar qaǵıydasın deformaciyalanǵan sistemalarǵa qollanǵanda, sırtqı hám ishki kúshlerdiń múmkin bolǵan jumısın esapqa alıwǵa tuwrı keledi.

Sırtqı hám ishki kúshlerdiń múmkin bolǵan jumıslarınıń qosındısı kishi jılısıwlarda nolge teń:

$$A_{ik} + W_{ik} = 0 \quad (8.15)$$

Deformaciyalanıp atırǵan sterjenli sistemalar ushın (8.15) hám (8.12) formulanı esapqa alsaq:

$$A_{ik} - (\sum_S \int \frac{M_i M_K}{EJ} dx + \sum_S \int \eta \frac{Q_i Q_K}{GF} dx + \sum_S \int \frac{N_i N_K}{EF} dx) = 0. \quad (8.16)$$

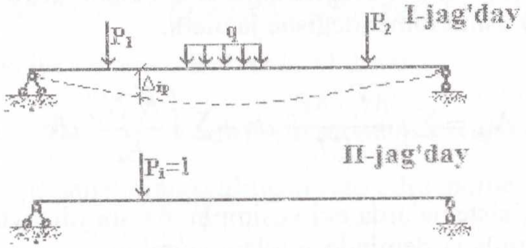
Tómende kórsetilgen balkanıń eki jaǵdayın qaraymız (8.12-súwret).

8.12-súwrette kórsetilgen I-jaǵday júklerinen berilgen kesimde payda bolǵan jılısıw jónelisindegi, II-jaǵday P_i kúshiniń orınlaǵan jumısı

$$A_{ip} = P_i \cdot \Delta_{ip} \quad (8.17)$$

Íshki kúshlerdiń múmkin bolǵan jumısın esapqa alıp (8.17) ni (8.16) ǵa qoysaq:

$$P_i \Delta_{iP} = \sum_S \int \frac{M_i M_P}{EJ} dx + \sum_S \int \eta \frac{Q_i Q_P}{GF} dx + \sum_S \int \frac{N_i N_P}{EF} dx \quad boladi'.$$



8.12-su'wret

Ekinshi jaǵdayda $P_i = 1$ dep qabıl ecek:

$$\Delta_{ip} = \sum_S \int \frac{\overline{M_i} M_P}{EJ} dx + \sum_S \int \eta \frac{\overline{Q_i} Q_P}{GF} dx + \sum_S \int \frac{\overline{N_i} N_P}{EF} dx \quad (8.18)$$

(8.18) formula Mor formulası, yaǵnıy jılısıwlardı anıqlawdıń universal formulası dep ataladı.

8.8. Universal formulanıń jeke jaǵdayları

1. Balka hám ramalardaǵı jılısıwlardı anıqlawda boylama hám kese kúshlerden payda bolatuǵın jılısıwlardı esapqa almasada boladı. Sebebi olardan payda bolatuǵın jılısıw iyildiriwshi moment tásirinen payda bolatuǵın jılısıwǵa salıstırǵanda júdá

kishi boladı. Sonday etip bul jaǵdayda (8.18) formula tómendegishe jazıladı:

$$\Delta_{ip} = \sum_S \int \frac{\overline{M_i} M_P}{EJ} dx \quad (8.19)\cdot$$

2. Ferma sterjenlerinde tek ǵana boylama kúshler payda bolatuǵınlıǵı sebepli, iyildiriwshi moment hám kese kúshlerdi esapqa almasada boladı. Bul jaǵdayda (7.18) formula tómendegishe jazıladı:

$$\Delta_{iP} = \sum \int_0^{\ell} \frac{\overline{N_i} N_P}{EF} dx = \frac{\overline{N_i} N_P}{EF} \ell_i. \quad (8.20)$$

3. Arkalardaǵı jılısıwlardı anıqlawda kese kúshlerden payda bolatuǵın jılısıwlardı esapqa almasada boladı, al (8.18) formulası bul jaǵday ushın tómendegishe jazıladı.

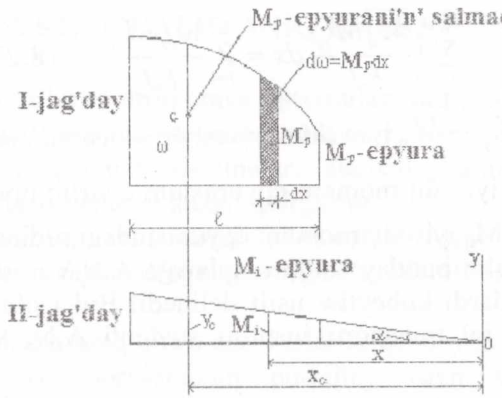
$$\Delta_{ip} = \sum \int_0^{\ell} \frac{\overline{M_i} \cdot M_P}{EJ} dx + \sum \int_0^{\ell} \frac{\overline{N_i} N_P}{EF} dx. \quad (8.21)$$

Elastik sistemalarda eki kesimniń óz-ara jılısıwların universal (8.18) formula járdeminde anıqlaw múmkin.

8.9. Jılısıwlardı anıqlawdıń A.N. Vereshagin usılı

Rama hám balkalardaǵı jılısıwlardı (8.19) formulasına tiykarlanıp integrallaw jolı menen anıqlanılıwın qaradıq. Jılısıwlardı anıqlawdıń bul usılın iyildiriwshi momentler epyuralarınıń kóbeytiw usılı menen almastırıwǵa boladı. Bul usıl jılısıwlardı anıqlawdı bir qansha ápiwayılastıradı.

Qattılıǵı ózgermes bolǵan sistemanıń bir bólegin qaraymız. I-jaǵdayda sırtqı júklerden sızılǵan M_r, II-jaǵdayda bolsa birlik kúshten sızılǵan M_i epyura berilgen bolıp, M_r epyura iymek sızıqlı, al M_i bolsa tuwrı sızıqlı bolsın (8.13-súwret).



8.13-su'wret

Bul jaǵdayda M_i=xtgα boladı (8.17-súwret,II-jaǵday). M_i di (8.19) ge qoyıp

$$\Delta_{ip} = \frac{1}{EJ} \int_0^{\ell} \overline{M_i} M_p dx = tg\alpha \int_0^{\ell} x \overline{M}_p dx = tg\alpha \int_0^{\ell} x d\omega, \quad (a),$$

teńlemesine iye bolamız. Bul jerde $M_r dx = d\omega$.

Íntegral $\int_0^{\ell} x \cdot d\omega$, M_p iyidiriwshi moment epyurası maydanı ω dı 0u kósherine salıstırǵanda alınǵan statikalıq momentine teń boladı.

$$\int_0^{\ell} x \cdot d\omega = \omega_p \cdot x_c \quad (б)$$

(b) nı (a) ǵa qoysaq $\Delta_{ip} = tg\alpha \cdot X_c \cdot \omega_p$ boladı, $tg\alpha \cdot x_c = y_c$ ekenligin esapqa alsaq, tómendegishe boladı:

$$\Delta_{ip} = \int_0^{\ell} \frac{\overline{M_i} M_P}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} \omega \cdot y_C \quad (8.22)$$

Solay etip, Mor integralın (8.19) eki epyuranıń óz-ara kóbeymesi arqalı almastırıw múmkin. Bunda birinshi epyuranıń maydanı, sol maydan awırlıq orayına tuwrı keliwshi ekinshi epyura ordinatası u_s ke (u_s tuwrı sızıqlı epyuradan alınıwı shárt) kóbeytiledi.

(v) nı sistemanıń barlıq bólimleri ushın jazsaq:

$$\Delta_{ip} = \sum_{j=1}^{n} \int_{0}^{l} \frac{\overline{M_{ij}} M_{pj}}{EJ_j} dx = \sum_{j=1}^{n} \frac{w_{jp} \cdot J_{cj}}{EJ_j} \qquad (8.23)$$

bul jerde $W_{jp} - M_p$ iyiwshi moment epyurasınıń maydanı;

$y_{cj} - M_{pj}$ iyiwshi moment epyurasınıń awırlıq orayına tuwrı keliwshi birlik M_{ij} iyiwshi moment epyurasındaǵı ordinata.

Mor integralın bunday halda esaplawǵa A.N.Vereshagin usılı yamasa epyuralardı kóbeytiw usılı delinedi. Bul usıldı 1925 jılı Moskva temir jol transportı institutı studenti A.N. Vereshagin islep shıqqan.

Tekseriw ushın soraw h'ám tapsırmalar.

1. Sırtqı kúshler jumısı qalay tabıladı?
2. Íshki kúshler jumısı qalay tabıladı?
3. Jumıslar hám kóshiwler arasında qanday baylanıs bar?
4. Mor formulası qanday jazıladı? Keltirip shıǵarıń.
5. Kóshiwlerdi anıqlawdıń Vereshagin usılı qanday tabıladı?

9-BAP. STATÍKALÍQ ANÍQ EMES SÍSTEMALAR

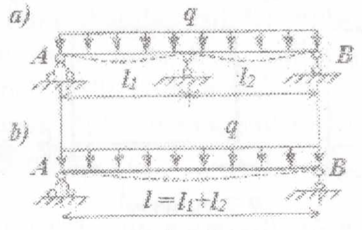
9.1. Statikalıq anıq emes sistemalar haqqında túsinik

Qurılısta tiykarınan statikalıq anıq emes sistemalar qollanıladı. Statikalıq anıq emes sistemalar, statikalıq anıq sistemalarǵa salıstırǵanda tómendegi abzallıqlarǵa iye:

1) statikalıq anıq emes sistemalar, ózine tuwrı kelgen statikalıq anıq sistemalarǵa salıstırǵanda tejemli esaplanadı. (9.1-a,b súwret).

2) statikalıq anıq emes sistemalarda qandayda bir baylanıstıń isten shıǵıwı soorujenieniń pútkilley isten shıǵıwına alıp kelmeydi. Bul jaǵday statikalıq anıq sistemalardıń pútinley isten shıǵıwına alıp keledi. (9.1-a,b súwret).

3) statikalıq anıq emes sistemalar quramında artıqsha baylanıslardıń bar ekenligi, olardıń bekkemligin asıradı. (9.1-a, súwret).



9.1-su'wret

Statikalıq anıq emes sistemalardıń tiykarǵı kemshiligi olardıń statikalıq anıq emesligi esaplanadı.

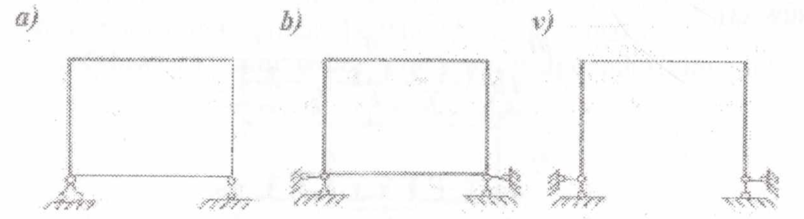
Mısalı 9.1-súwrette kórsetilgen eki aralıqlı AV balkanı sonday uzınlıqtaǵı ápiwayı AV balka menen almastırsaq, bul balka statikalıq anıq balkaǵa salıstırǵanda bir artıqsha tayanısh baylanısqa iye ekenligi kórinedi.

Sol tayanıshlardaǵı reakciya kúshlerin statikanıń teńsalmaqlılıq teńlemeleri arqalı anıqlaw múmkin emes, sonıń ushın bul balka statikalıq anıq emes balka dep ataladı.

Demek, elementlerinde sırtqı kúshlerden payda bolatuǵın ishki kúshlerdi hám tayanısh reakciya kúshlerin statikanıń teńsalmaqlılıq teńlemeleri járdeminde anıqlap bolmaytuǵın sistemalar, statikalıq anıq emes sistemalar dep ataladı.

Statikalıq anıq emes sistemanıń artıqsha baylanısları sanı, sol sistemanıń statikalıq anıq emeslik darejesi delinedi. Mısalı: joqarıdaǵı balka (9.1.a-súwret) bir «artıqsha» tayanısh baylanısına iye bolǵanı ushın, ol bir marte statikalıq anıq emes esaplanadı.

Statikalıq anıq emes sistemalar ishki, sırtqı, bir waqıttıń ózinde ishki hám sırtqı statikalıq anıq emes sistemalarǵa bólinedi (9.2-súwret). İshki statikalıq anıq emes sistema dep, úsh tayanısh sterjenlerine iye bolǵan (jabıq kontur) statikalıq anıq emes sistemaǵa aytıladı. (9.2,a -súwret). Úshewden artıq tayanısh baylanısına iye bolǵan, ashıq sharnirsiz sistemalar, sırtqı statikalıq anıq emes sistemalar dep ataladı (9.2, v-súwret). Eger sistema jabıq konturdan ibarat bolıp, úshewden artıq tayanısh baylanısına iye bolsa, bunday sistemalar ishki hám sırtqı statikalıq anıq emes sistemalar delinedi. (9.2, b-súwret)



9.2-su'wret

Statikalıq anıq emes sistemalardı esaplaw statikalıq anıq sistemalarǵa salıstırǵanda quramalı esaplanadı. Statikalıq anıq emes sistemalarda temperaturanıń ózgeriwi hám tayanıshlardıń shógiwi qosımsha ishki kúshlerdi payda etedi. Sistema elementleriniń uzınlıqları hám kese kesimleri esaplawdan aldın belgilengen hám anıq bolıwı kerek. Bul ólshemlerdegi parıqlar hám elementlerin jıynawda jol qoyılǵan bazı bir anıq emeslikler de sistemada qosımsha ishki kúshlerdi payda etedi.

Statikalıq anıq emes sistemalardı esaplaw ushın statikanıń teńsalmaqlılıq teńlemelerinen basqa, qosımsha túrde statikalıq anıq emeslik darejesine teń bolǵan deformaciya teńlemeleri dúziledi. Sistemalarda payda bolatuǵın deformaciyalardan

paydalanıp dúziletuǵın teńlemeler deformaciya teńlemeleri dep ataladı.

Statikalıq anıq emes sistemalar tómendegi usıllar járdeminde esaplanadı:

1. **Kúshler usılı.** Bul usılda sistemanıń artıqsha baylanıslarında payda bolatuǵın ishki kúshler belgisiz ishki kúshler delinedi hám olar belgisiz kúshler menen almastırıladı, sonıń ushında bul usıl kúshler usılı dep ataladı.

2. **Jılısıwlar usılı.** Bul usılda statikalıq anıq emes sistema túyinlerindegi sızıqlı hám múyeshli jılısıwlar belgisizler dep qabıl etiledi. Belgisizler bolsa. jılısıwlar bolǵanlıǵı sebepli, bul usıl jılısıwlar usılı dep ataladı.

3. **Aralas hám kombinaciyalanǵan usıl.** Bul usılda sistemanıń artıqsha baylanısları bir bóleginde ishki kúshler, al qalǵan bóleginde bolsa, sistema túyinleriniń jılısıwları belgisiz dep qabıl etiledi. Kúshler hám jılısıwlar usılınıń bir waqıtta qollanılıwı sebepli, bul usıl aralas usıl dep ataladı.

4. **İzbe-iz jaqınlasıw usılı.** Bul usıllar jılısıwlar usılınıń jańalastırılǵan quramalı usılları esaplanadı.

5. **Matricalar usılı.** Bul usıl matricalar járdeminde EEM lar menen esaplawǵa tiykarlanǵan.

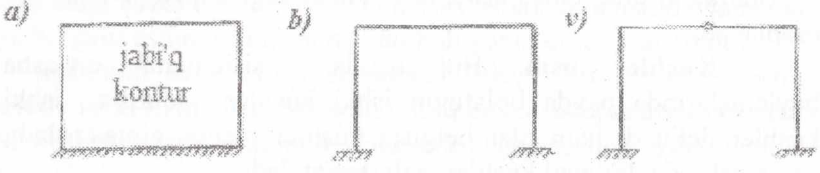
9.2. Statikalıq anıq emeslik dárejesi

Kúshler usılınıń tiykarǵı basqıshlarınan biri sistemanıń anıq emeslik dárejesin anıqlaw bolıp esaplanadı. Sistemanıń statikalıq anıq emeslik darejesi, onı esaplawdıń qay dárejede quramalı yamasa quramalı emesligin bildiredi.

Statikalıq anıq emes sistemalardaǵı artıqsha baylanıslar sanı S_A dep belgilenip, tómendegi Chebıshev formulasına tiykarlanıp anıqlanadı;

$$S_A = 2Sh + S_T - 3D \qquad (9.1)$$

Sırtqı statikalıq anıq emes sistemalarda artıqsha baylanıslar sanın (9.1) formulası menen anıqlasa boladı. Biraq jabıq konturlı ishki statikalıq anıq emes sistemalardıń artıqsha baylanısları sanın bul formula arqalı barlıq waqıtta anıqlap bolmaydı. Mısalı, tuwrı tórt múyeshli jabıq konturlı rama úsh marte statikalıq anıq emes esaplanadı (9.3,a-súwret). Sharnirsiz ramaǵa jabıq kontur delinedi (9.3,b -súwret).

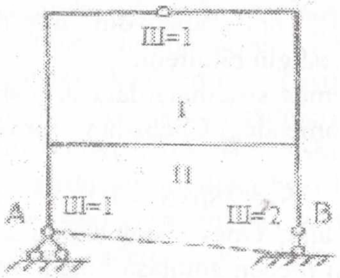


9.3-su'wret

Egerde jabıq konturdıń elementlerinen birewine sharnir kiritilse, bul jaǵdayda ramanıń statikalıq anıq emeslik dárejesi birewge kemeyedi (9.3,v-súwret). Demek jabıq konturlı ramalardıń statikalıq anıq emeslik darejesi S_A, tómendegi formula menen anıqlanadı:

$$S_A=3K-Sh, \quad (9.2)$$

bunda K- jabıq konturlar sanı; Sh-ápiwayı sharnirler sanı. Sharnirli qozǵalmaytuǵın hám sharnirli qozǵalıwshań tayanıshı bar sistemalarda jabıq konturlar payda etiwde, sharnirli qozǵalmas tayanıshtıń ústińgi sharniri qozǵalıwshı tayanıshtıń tómengi sharniri menen shamalap tutastırıladı (9.4-súwret). Jabıq konturlı sistemalarda ápiwayı sharnirler sanın esaplawda bolsa, sharnirli qozǵalmas tayanıshlarda bir ápiwayı sharnir, sharnirli qozǵalıwshı tayanıshlarda eki ápiwayı sharnir bar dep esaplanadı (9.4-súwret).



9.4-su'wret

9.3. Kúshler usılınıń tiykarǵı sisteması

Statikalıq anıq emes ramalardı kúshler usılı menen esaplaw, onıń statikalıq anıq emeslik darejesin anıqlawdan baslanadı, yaǵnıy artıqsha baylanıslar sanı esaplanadı. Bunnan keyin tiykarǵı sistema tańlanadı. Tiykarǵı sistema artıqsha baylanıslardı taslap jiberiw menen payda etiledi.

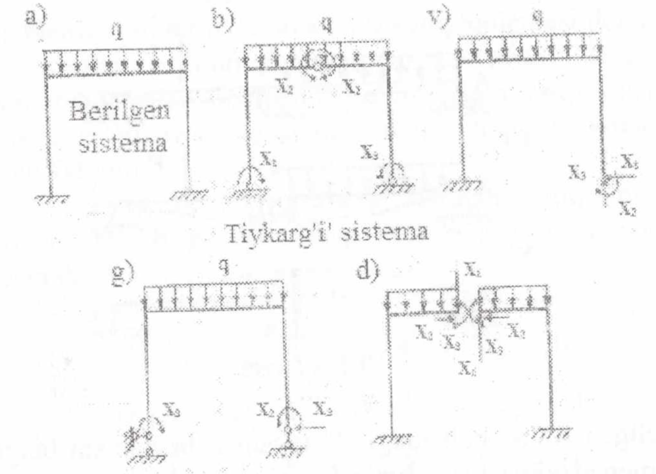
Tiykarǵı sistema dep, statikalıq anıq emes sistemadaǵı artıqsha baylanıslar belgisiz kúshler menen almastırılǵan, statikalıq anıq hám geometriyalıq ózgermes etip tańlanǵan sistemaǵa aytıladı. Statikalıq anıq emes sistema ushın tiykarǵı sistemanı bir neshe túrli kóriniste tańlaw múmkin (9.5-súwret, b, v, g, d).

Solay etip, kúshler usılınıń tiykarǵı sisteması tómendegi usıllar menen tańlanılıwı múmkin eken:

1. Artıqsha dep qabıl etilgen tayanıshlar yamasa tayanısh baylanısları taslap jiberiledi (9.5, b, v-súwret).

2. Berilgen sistemaǵa sharnirler kiritiledi (9.5, b,g-súwret)

3. Berilgen sistemanıń bir kesimi qırqılıwı múmkin (9.5,d-súwret).



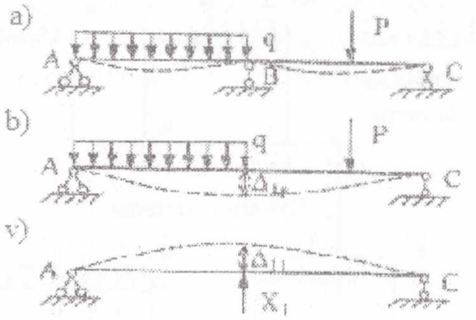
9.5-su'wret

9.5-súwrette ush belgisiz rama ushın tórt túrli tiykarǵı sistemalar kórsetilgen. Bul tórt túrli tiykarǵı sistemada geometriyalıq ózgermes, statikalıq anıq esaplanadı.

Tórt tiykarǵı sistemanı esaplaw nátiyjeleri birdey boladı. Biraq bul tiykarǵı sistemalardan birewi, yaǵnıy eń qolaylısı (racionalı) tańlap alınadı. Qolaylı tiykarǵı sistema 9.6,d-súwrette esaplanadı. Bul tiykarǵı sistemada belgisizler simmetriyalı hám simmetriyalı emes bolıp, olardıń iyildiriwshi moment epyuraları da simmetriyalı hám simmetriyalı emes boladı. Sebebi, bunday sistemanıń iyildiriwshi moment epyurasın qurıw ańsat bolıp, jılısıwlardıń anıqlaw ápiwayılasadı hám biraz jılısıwlar nolge teń boladı.

9.4. Kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemeleri

Statikalıq anıq emes sistemadaǵı belgisiz ishki kúshlerdi anıqlaw ushın, statikanıń teńsalmaqlılıq teńlemelerine qosımsha, artıqsha baylanıslar sanına teń bolǵan deformaciya teńlemeleri dúziledi. Qosımsha teńlemeler dúziw tártibin tómendegi bir márte statikalıq anıq emes ápiwayı balka mısalında kóremiz (9.6,a -súwret)



9.6-su'wret

Berilgen AVS balkadaǵı V tayanısh baylanısın belgisiz X_1 kúshi menen almastırıp, tiykarǵı sistema tańlaymız. Nátiyjede ápiwayı statikalıq anıq balka payda etemiz.

Berilgen balkadaǵı V tayanıshta iyiliw aralıǵınıń nolge teń ekenligin esapqa alsaq:

$$\Delta_{11} + X_{1p} = 0 \qquad (a)$$

boladi'

Bunda Δ_{11}-X_1 belgisiz kúsh jónelisindegi sol kúshtiń ózinen payda bolǵan jılısıw;

Δ_{1P} – X_1 jónelisinde sırtqı júklerden payda bolǵan jılısıw;

Egerde X_1=1 bolsa, Guk nızamına tiykarlanıp $\Delta_{11} = \delta_{11} \cdot X_1$ *boladi'*. .

Bul waqıtta (a) teńleme tómendegishe kóriniske iye boladı:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1p} = 0. \quad (б)$$

$$bunnan \ X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}}$$

Bul jerde, δ_{11} *хам* Δ_{1p} *лер* Mor formulası boyınsha anıqlanadı:

$$\delta_{11} = \sum\int \frac{M_1^2}{EJ}dx; \quad \Delta_{1p} = \sum\int \frac{\bar{M}_1 M_p}{EJ}dx. \ .$$

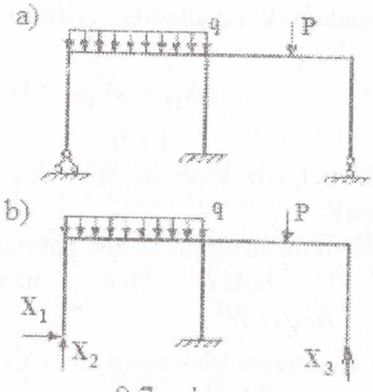
(b) teńleme kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesi dep ataladı. Demek, kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesi dep, taslap jiberilgen baylanıslar jónelisinde belgisiz hám sırtqı kúshlerden payda bolǵan jılısıwlar qosındısı nolge teńligin kórsetiwshi teńlemege aytıladı.

Endi tómendegi berilgen 3-marte statikalıq anıq emes rama (9.7súwret) ushın (b) ǵa tiykarlanıp, kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemesin dúzemiz:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1p} = 0$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2p} = 0$$

$$\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} = 0$$



9.7-su'wret

Bunda $\delta_{11} - X_1$ kúsh bağıtı boyınsha, $\bar{X}_1 = 1$ den payda bolǵan jılısıw; $\delta_{12}, \delta_{13} - X_1$ diń bağıtı boyınsha birlik kúshler $X_2=1$ hám $X_3=1$ lerden payda bolǵan birlik jıdısıwlar;

δ_{21}, δ_{22} hám δ_{23} ler $-X_2$ niń bağıtı boyınsha birlik kúshler $\bar{X}_1 = 1, \bar{X}_2 = 1$ hám $\bar{X}_3 = 1$ lerden payda bolǵan birlik jılısıwlar; $\delta_{31}, \delta_{32}, \delta_{33}$ лер X_3 tiń bağıtı boyınsha birlik kúshler $X_1=1$, $X_2=1$ hám $X_3=1$ lerden payda bolǵan birlik jılısıwlar; $\Delta_{1p}, \Delta_{2p}, \Delta_{3p}$ ler belgisiz ishki kúshler X_1, X_2, hám X_3 lerdiń bağıtı boyınsha sırtqı júk tásirinen payda bolǵan jılısıwlar; $\delta_{11}, \delta_{22}, \delta_{33}$ ler birlik bas jılısıwlar yamasa kanonikalıq teńlemeniń bas koefficientleri dep ataladı. $\delta_{21}, \delta_{12}, \delta_{13}$ hám $\delta_{31}, \delta_{32}, \delta_{23}$ ler birlik uqsas jılısıwlar yamasa kanonikalıq teńlemeniń uqsas koefficientleri dep ataladı hám Maksvell teoremasına tiykarlanıp olar óz-ara teń boladı:

$\delta_{12} = \delta_{21}$; $\delta_{13} = \delta_{31}$; $\delta_{32} = \delta_{23}$.

$\Delta_{1p}, \Delta_{2p}, \Delta_{3p}$ - kanonikalıq teńlemeniń azat sanları dep ataladı.

Bas jılısıwlardıń belgileri hámme waqıtta oń boladı hám hesh qashan nolge teń bolmaydı. Kanonikalıq teńleme koefficientleri hám azat sanlar Mor formulası járdeminde anıqlanadı:

$$\delta_{ii} = \sum\int \frac{\overline{M}_i^2}{EJ} dx; \; \delta_{ij} = \sum\int \frac{\bar{M}_i \bar{M}_j}{EJ} dx; \; \Delta_{ip} = \sum\int \frac{\bar{M}_i \bar{M}_p}{EJ} dx. \quad (9.3)$$

Egerde sistema n márte statikalıq anıq emes bolsa, kanonikalıq teńlemedegi teńlemeler sanı da n dana boladı

$$\left.\begin{aligned} &\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} X_2 + \ldots + \delta_{1n} X_n + \Delta_{1P} = 0 \\ &\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \ldots\ldots + \delta_{2n} X_n + \Delta_{2P} = 0 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ &\delta_{n1} X_1 + \delta_{n2} X_2 + \ldots\ldots + \delta_{nn} \cdot X_n + \Delta_{nP} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (9.4)$$

9.5. Statikalıq anıq emes ramalardı sırtqı júkler tásirine kúshler usılı menen esaplaw

Qurılısta eń kóp paydalanılatuǵın konstrukciyalar sıpatında statikalıq anıq emes ramalar qollanıladı. Statikalıq anıq emes ramalar sırtqı júkler tásirine kúshler usılı járdeminde tómendegi tártipte esaplanadı.

1. Ramalardıń statikalıq anıq emeslik darejesi, yaǵnıy artıqsha baylanıslar sanı (9.1) yamasa (9.2) formulalarǵa tiykarlanıp tabıladı.

2. Ramadaǵı «artıqsha» baylanıslar belgisiz ishki kúshler menen almastırılıp, tiykarǵı sistema tańlanadı.

3. Tiykarǵı sistemadaǵı «artıqsha» belgisizlerdiń bağıtı boyınsha sırtqı kúshlerden hám belgisizler tásirinen payda bolatuǵın jılısıwlar qosındısınıń nolge teń ekenligin anıqlawshı kúshler usılınıń kanonikalıq teńlemeler sisteması (9.4) boyınsha dúziledi.

4. Kanonikalıq teńlemeler sistemasında belgisizler aldındaǵı koefficientler (birlik kóshiwler) hám azat sanlar anıqlanadı. Bunıń ushın Mor formulasınan yamasa Vereshagin usılınan paydalanıladı.

5. Kanonikalıq teńleme koefficientleri hám azat sanları durıs tabılǵanlıǵı tekseriledi.

6. Kanonikalıq teńleme koefficientleriniń durıs anıqlanǵanlıǵın tekseriw ushın universal tekseriw ótkiziledi.

$$\delta_{SS} = \sum \int \frac{\overline{M}_S^2}{EJ} dx = \sum \delta \quad (9.5)$$

bunda M_S -birlik iyildiriwshi moment epyuraları jıyındısı bolıp, ol $\overline{M}_S = \overline{M}_1 + \overline{M}_2 + \ldots + \overline{M}_n$ formulası járdeminde sızıladı.

$$\sum \delta = \delta_{11} + \ldots + \delta_{nn} + 2(\delta_{12} + \delta_{13} + \ldots \delta_{n-1,n})$$

$\sum \delta$ -barlıq birlik jılısıwlar jıyındısı.

Eger universal tekseriw orınlanbasa, bul jaǵdayda kanonikalıq teńlemeniń koefficientlerin qatarlap tekseriw múmkin:

$$\left.\begin{aligned}
\sum \delta_1 &= \delta_{11} + \delta_{12} + \ldots + \delta_{1n} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 \overline{M}_S}{EJ} dx; \\
\sum \delta_2 &= \delta_{21} + \delta_{22} + \ldots \delta_{2n} = \sum \int \frac{\overline{M}_2 \overline{M}_S}{EJ} dx \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\
\sum \delta_n &= \delta_{n1} + \delta_{n2} + \ldots + \delta_{nn} = \sum \int \frac{\overline{M}_n \overline{M}_S}{EJ} dx;
\end{aligned}\right\} \quad (9.6)$$

7) Kanonikalıq teńlemeniń azat sanların tekseriw ushın ústin tekseriw ótkeriledi.

$$\Delta_{SP} = \Delta_{1p} + \Delta_{2p} + \ldots + \Delta_{np} = \sum \int \frac{\overline{M}_S M_P}{EJ} dx. \quad (9.7)$$

8). Kanonikalıq teńleme koefficientleri hám azat sanlar tekserilip, durıs ekenligine isenim payda bolǵannan keyin, olar kanonikalıq teńlemege qoyılıp sheshiledi hám belgisiz X_1, X_2.....X_n ishki kúshlerdiń shaması anıqlanadı.

9). Ramanıń qálegen kesimindegi iyildiriwshi moment M_x tómendegi formuladan anıqlanadı:

$$M_x = \overline{M}_1 X_1 + \overline{M}_2 X_2 + \ldots + \overline{M}_n X_n + M_p. \quad (9.8)$$

Bul jerde $\overline{M}_1 X_1, \overline{M}_2 X_2 \ldots \overline{M}_n X_n$ -dúzetilgen moment epyuraları dep ataladı. Dúzetilgen moment epyurasınıń ordinataların sırtqı júk iyildiriwshi moment epyurasına durıs keletuǵın ordinatalarǵa qosıw arqalı payda etilgen epyuraǵa juwmaqlawshı iyildiriwshi moment epyurası dep ataladı. M_x epyurası statikalıq anıq emes ramanıń barlıq waqıtta sozılǵan talaları tárepine sızıladı.

10. Qurılǵan juwmaqlawshı iyildiriwshi moment epyurasın tekseriw:

a) Statikalıq tekseriw. Ramanıń hár bir túyini iyildiriwshi momentler tásirinde teńsalmaqlılıq jaǵdayında bolıwı kerek. Ramadan túyinler qırqıp alınıp, olarǵa qalǵan bóliminiń tásirin iyildiriwshi moment ishki kúshleri menen almastırıladı hám túyinniń teńsalmaqlılıq shártleri jazıladı. Bul tekseriw májbúriy bolıp, jeterli bola almaydı. Sonıń ushın deformacion tekseriw ótkeriledi.

b) Deformacion tekseriw. Eger rama ushın iyildiriwshi momenttiń M_x epyurası tuwrı sızılǵan bolsa, ol jaǵdayda hár bir belgisiz ishki kúshlerdiń jónelisi boyınsha jılısıw nolge teń bolıwı shárt, yamasa:

$$\sum \int \frac{M_X \overline{M}_S}{EJ} dx = 0 \quad (9.9)$$

Bul tekseriw orınlansa, M_x epyurası durıs esaplanǵan boladı.

11. Kese kúsh epyurası Q_x juwmaqlawshı iyildiriwshi moment epyurası M_x tiykarında sızıladı. Q_x epyurasın qurıw ushın ramanıń hár bir sterjeni bólek statikalıq anıq ápiwayı balka dep qaraladı. Sterjenge tásir etip atırǵan sırtqı júkler de balkaǵa qoyıladı. M_x epyurasındaǵı rama sterjenleriniń bası hám aqırına tuwrı keliwshi iyildiriwshi momentler tayanısh momentler sıpatında qaraladı. Sonnan keyin kese kúsh shamaları tómendegi formula arqalı anıqlanadı:

$$Q_X = Q_X^0 + \frac{M^{on'} - M^{shep}}{\ell} \qquad (9.10)$$

bunda Q_X^0 – ápiwayı balkadaǵı sırtqı júkten payda bolǵan balkanıń qálegen kesimindegi kese kúsh.

$M^{oń}$- balkanıń oń tayanıshına qoyılǵan iyildiriwshi moment;

M^{shep}- balkanıń shep tayanıshına qoyılǵan iyildiriwshi moment;

ℓ- balkanıń uzınlıǵı.

10. Boylama kúsh epyurası N_x kese kúsh epyurası Q_x ten paydalanıp sızıladı. Bunda túyinge qoyılǵan kese kúshler kolonna ushın boylama kúsh, al kolonnaǵa qoyılǵan kese kúshler balkaǵa qoyılǵan boylama kúsh boladı. Boylama kúshlerdiń shamasın anıqlaw ushın Q_x epyurası qurılǵan ramanıń túyinleri ayırıp qırqıp alınadı hám túyinniń teńsalmaqlılıq shártleri $\sum X = 0; \sum Y = 0$ dep tabıladı. N_x epyurası da statikalıq anıq ramalardaǵı boylama kúsh epyurasına uqsap sızıladı.

12. Ramanı ulıwma statikalıq tekseriw. Bul tekseriwde ramanıń barlıq tayanısh reakciyaları M_x, Q_x hám N_x epyuralarınan anıqlanıp qoyıladı hám statikanıń teńsalmaqlılıq shártleri arqalı tekseriledi:

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum M_i = 0.$$

Tekseriw orınlansa rama durıs esaplanıp, ishki kúshler epyuraları durıs qurılǵan boladı.

9.6. Statikalıq anıq emes sistemalarda jılısıwlardı anıqlaw

Statikalıq anıq emes sistemalarda sırtqı kúshler tásirinen berilgen i kesimindegi kóshiwdi Mor formulası járdeminde anıqlaw múmkin:

$$\Delta_{ip} = \sum \int \frac{M_X M_i}{EJ} dx, \qquad (9.11)$$

Bunda M_x – statikalıq anıq emes sistemada sırtqı kúshten payda bolǵan iyildiriwshi moment epyurası;

M_i – statikalıq anıq sistemanıń i tochkasına qoyılǵan birlik kúsh tásirinen payda bolǵan iyildiriwshi moment epyurası.

Tekseriw ushın soraw h'ám tapsırmalar.

1. Statik anıq emes sistemalar qanday boladı?
2. Statik anıq emeslik dárejesi qanday tabıladı?
3. Qanday sistema tiykarǵı sistema dep ataladı?
4. Kanonik teńlemeler qanday jazıladı?
5. Qanday kóshiwler bas h'ám járdemshi kóshiwler dep ataladı?
6. Kanonik teńlemelerdiń koefficientleri h'ám azat aǵzaları qanday tabıladı?

10-BAP. QURAMALÍ QARSÍLÍQ

10.1. Ulıwma túsinikler

Ámelde, konstrukciya elemenleriniń kese kesimlerinde eki hám onnan artıq kúshler payda bolatuǵın jaǵdaylar da ushıraydı. Konstrukciya elemenleriniń kese kesimlerinde bir neshe ápiwayı deformaciyalardı keltirip shıǵaratuǵın kúshler tásirine qarsılıǵı quramalı qarsılıq dep ataladı. Bunday elementlerdiń bekkemliligin hám qattılıǵın esaplawda kúshler tásiriniń ǵarezsizlik qaǵıydasına tiykarlanadı. Quramalı qarsılıqtıń tómendegi túrleri bar:

a) qıysıq iyiliw;

b) oraydan tıs sozılıw-qısılıw;

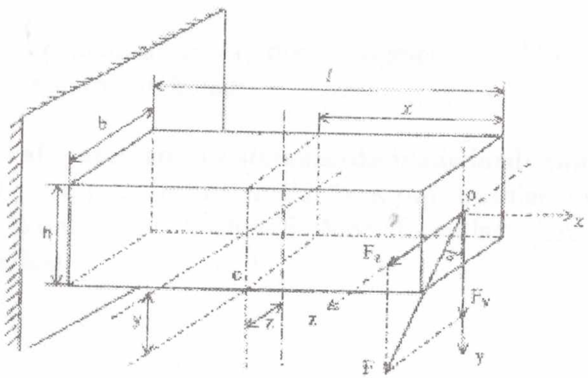
v) buralıp iyiliw.

10.2. Qıysıq iyiliw

Íyildiriwshi momenttiń tásir tegisligi balka kese kesiminiń bas oraylıq inerciya kósherleriniń hesh qaysısı menen sáykes túspeytuǵın iyiliw qıysıq iyiliw dep ataladı.

Bir ushı bekkemlenip qatırılǵan hám bir ushına F kúshi qoyılǵan tuwrı tórtmúyesh kesimli balkanı kórip shıǵayıq: F kúshi bas oraylıq kósher *u* ke φ múyesh jasap baǵıtlanǵan bolıp, qıysıq iyiliwdi keltirip shıǵaradı (10.1-súwret). Bul kúshti kesimniń bas kósherleri boylap eki payda etiwshilerge ajıratamız:

$$F_z = F\sin\varphi \text{ hám } F_y = F\cos\varphi \qquad (10.1)$$



10.1-su'wret

Solay etip, qıysıq iyiliw balkanıń bas inerciya tegisliklerindegi eki tegis iyiliwge keltiriledi. Balkanıń erkin ushınan x aralıqta jatqan kese kesimniń s tochkasındaǵı normal kernewlerdi anıqlaymız. Vertikal hám gorizontal tegisliklerde iyiliwdi keltirip shıǵaratuǵın iyildiriwshi momentler bul kesimde sáykes tómendegishe boladı:

$$\left.\begin{aligned} M_y &= F_z x = Fx\sin\varphi = M\sin\varphi \\ M_z &= F_y x = Fx\cos\varphi = M\cos\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (10.2)$$

Hár qaysı momentke tiyisli kernewlerdi óz aldına esaplaw ushın tegis iyiliwde alınǵan formuladan paydalanıladı. Koordinataları u hám z bolǵan *s* tochkadaǵı qısıwshı normal kernewler:

$$\sigma' = -\frac{M_z y}{I_z} = -\frac{M\cos\varphi\cdot y}{I_z};$$

$$\sigma'' = -\frac{M_y z}{I_y} = -\frac{M\sin\varphi\cdot z}{I_y} \qquad (10.3)$$

Kúshler tásiriniń ǵárezsizlik qaǵıydasına tiykarlanıp tolıq kernew:

$$\sigma_c = \sigma' + \sigma'' = -M\left(\frac{\cos\varphi\cdot y}{I_z} + \frac{\sin\varphi\cdot z}{I_y}\right) \qquad (10.4)$$

Kese kesimniń eń zorıqqan tochkaların tabıw ushın neytral kósher jaǵdayın anıqlaw kerek. Qıysıq iyiliwde neytral kósher teńlemesi (8.4) formuladan alınadı, bunda $\sigma=0$ dep qabıl qılınadı. Bul kósherdiń aralıq koordinataları u_0 hám z_0 arqalı belgilenip, tómendegini alamız:

$M\neq 0$ bolǵanı ushın:

$$\left(\frac{\cos\varphi\cdot y_0}{I_z} + \frac{\sin\varphi\cdot z_0}{I_y}\right) = 0 \qquad (10.5)$$

(10.5) teńlemeden neytral kósherdiń koordinatalar bası (kesimniń awırlıq orayı) arqalı ótiwshi tuwrı sızıq ekenligi kórinip turıptı (u_0=0 hám z_0=0 de).

Neytral kósher jağdayın anıqlaw ushın onıń z kósherine qıyalıq múyeshi α nı tabamız (8.2- súwret, a):

$$tg\alpha = \frac{y_0}{z_0} \qquad (10.6)$$

(10.5) ti $\cos\varphi \cdot z_0$ ge bólemiz:

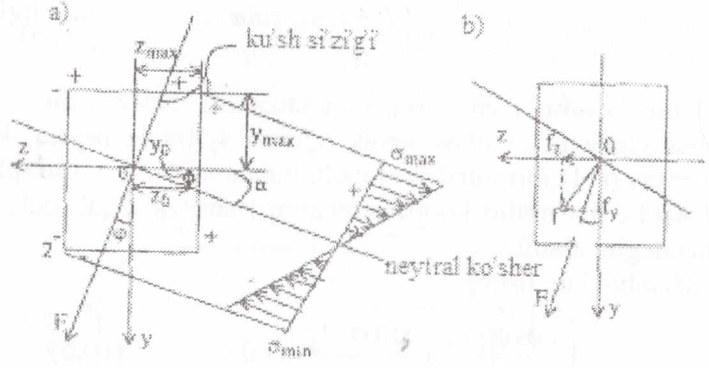
$$\frac{y_0}{z_0} \cdot \frac{1}{I_z} + tg\varphi \frac{1}{I_y} = 0 \qquad (10.7)$$

$$yamasa \quad \frac{y_0}{z_0} = -tg\varphi \cdot \frac{I_z}{I_y} \qquad (10.8)$$

Bul jağdayda:

$$tg\alpha = \frac{y_0}{z_0} = -tg\varphi \cdot \frac{I_z}{I_y} \qquad (10.9)$$

Kóp jağdaylarda $I_y \neq I_z$ hám α múyesh φ múyeshke teń emes. Demek, qıysıq iyiliwde neytral kósher, tegis iyiliwden ózgeshe, kúsh sızığına perpendikulyar emes. $I_y = I_z$ te (sheńber yamasa kvadrat) perpendikulyarlığı saqlanadı, biraq bunda kesimniń barlıq oraylıq kósherleri bas kósherler esaplanadı hám qıysıq iyiliw bolmaydı.



10.2-su'wret

Neytral kósher jağdayın anıqlağannan soń oğan parallel etip kesimge eki urınba júrgiziledi hám onnan eń uzaq, yağnıy eń úlken kernewler payda bolatuğın qáwipli tochkalar "1" hám "2" ler tabıladı (10,2 -súwret, a).

"1" tochkada eń úlken sozıwshı, al "2" tochkada eń úlken qısıwshı kernewler tásir etedi.

$$\sigma_{max} = M_{max}\left(\frac{\cos\varphi \cdot y_{max}}{I_z} + \frac{\sin\varphi \cdot z_{max}}{I_y}\right) \qquad (10.10)$$

bul jerde: y_{max} hám z_{max} – neytral kósherden eń uzaq tochka koordinataları.

Eki simmetriya kósherine iye bolğan kese kesimler tórtmúyeshlik, qostavr hám basqalar ushın bekkemlilik shárti tómendegishe:

$$\sigma_{max} = M_{max}\left(\frac{\cos\varphi}{W_z} + \frac{\sin\varphi}{W_y}\right) \le \sigma_{adm}, \qquad (10.11)$$

bunda: $W_y = \dfrac{I_y}{z_{max}}$ hám $W_z = \dfrac{I_z}{y_{max}}$ – kesimniń u hám z kósherlerine salıstırğandağı qarsılıq momenti.

Kesimdi tańlawda qarsılıq momentleri qatnası $\dfrac{W_z}{W_y}$ beriledi.

Bul jağdayda:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z}\left(\cos\varphi + \frac{W_z}{W_y}\sin\varphi\right) \le \sigma_{adm}, \qquad (10.12)$$

$\dfrac{W_z}{W_y}$ qatnası:

a) tuwrı tórtmúyesh ushın b/h,

b) qostavr ushın 6/8,

v) shveller ushın 8/10 larğa teń boladı.

Qıysıq iyiliwdegi jılısıw kúshler tásiriniń ğarezsizlik qağıydası tiykarında bas inerciya kósherleri bağıtında jılısıwlardı geometriyalıq toplaw jolı menen anıqlanadı.

Qaralıp atırǵan balkanıń erkin ushındaǵı tolıq jılısıwdı esaplap tabayıq (10.2-súwret, b). Bunıń ushın tegis iyiliwde alınǵan formuladan paydalanamız.

Balkanıń z kósheri boyınsha iyiliwi: $f_z = \frac{F_z \cdot l^3}{3EI_y}$.

Balkanıń u kósheri boyınsha iyiliwi: $f_y = \frac{F_y \cdot l^3}{3EI_z}$.

Tolıq iyiliw: $$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} \qquad (10.13)$$

İyiliw baǵıtı tómendegishe anıqlanadı:

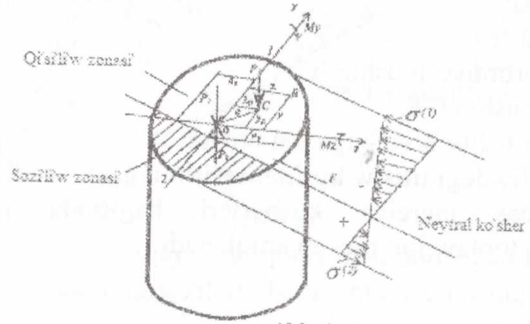
$$\frac{f_z}{f_y} = \frac{F \sin\varphi}{F \cos\varphi} \cdot \frac{I_z}{I_y} = tg\varphi \frac{I_z}{I_y} = tg\alpha \qquad (10.14)$$

Demek, tolıq iyiliw neytral kósherge perpendikulyar baǵıtlanǵan.

10.3. Oraydan tıs qısılıw hám sozılıw

Kúsh qoyılǵan tochka kesimniń awırlıq orayına sáykes kelmeytuǵın jaǵdaydaǵı deformaciya oraydan tıs qısılıw yamasa sozılıw dep ataladı. Kúsh qoyılǵan kesimning awırlıq orayına shekemgi aralıq ekscentrisitet dep ataladı.

R kúshi koordinatalari ur hám zp bolǵan S tochkaǵa qoyılǵan (10.3-súwret). Kesimniń awırlıq orayındaǵı O tochkaǵa eki bir-birine teń hám qarama-qarsı baǵıtlanǵan R_1, R_2 kúshlerdi qoyamız. Nátiyjede kesimdi iyetuǵın (R_2; R) jup kúsh payda boladı.



10.3-súwret

M momentli kúshler juplarıń hám kósher baǵıtında qısatuǵın P_1 kúshti payda etemiz. Kúshti óz-ózine parallel kóshiriw haqqındaǵı L.Puanso lemmasınan paydalanıladı. Demek, oraydan tıs qısılıw qıysıq iyiliw menen oraylıq qısılıwdıń birgelikte keliwi bolıp esaplanadı. Koordinataları u hám z bolǵan V tochkadaǵı normal kernewdi anıqlayıq. Bunıń ushın jup kúsh momentin eki iyildiriwshi momentke ajıratamız, bul momentler bas inerciya tegisliklerinde tásir etedi hám V tochkada qısıwshı kernewlerdi payda etedi:

$$\left.\begin{aligned} M_z &= P \cdot y_p \\ M_y &= P \cdot z_p \end{aligned}\right\} \qquad (10.15)$$

Eki tegis iyiliw hám P_1 kúshten payda bolatuǵın boylama kósher boyınsha qısılıwdı qosıp, tómendegini alamız:

$$\sigma_B = -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot y_p \cdot y}{I_z} - \frac{P \cdot z_p \cdot z}{I_y} \qquad (10.16)$$

bunda F – sterjen kese kesiminiń maydanı.

$I_z = i_z^2 F$ hám $I_y = i_y^2 F$ ekenligin esapqa alıp tómendegini alamız:

$$\sigma_B = -\frac{P}{F}\left(1 + \frac{y_p \cdot y}{i_z^2} + \frac{z_p \cdot z}{i_y^2}\right) \qquad (10.17)$$

Kese kesimdegi eń zorıqqan tochkaların tabıw ushın neytral kósher jaǵdayın anıqlaw kerek. Oraydan tıs qısılıw yamasa sozılıwda neytral kósher teńlemesin payda etiw ushın (10.17) formulaǵa σ_V=0 di qoyamız hám bul neytral kósherdegi tochkalar koordinataların u_o hám z_o arqalı belgileymiz. $\frac{P}{F} \neq 0$ bolǵanı ushın:

$$1 + \frac{y_p \cdot y_0}{i_z^2} + \frac{z_p \cdot z_0}{i_y^2} = 0 \qquad (10.18)$$

(10.18) teńlemesinen kórinip turıptı, neytral kósher koordinatalar bası (kesimniń awırlıq orayı) arqalı ótpeydi.

Koordinata kósherleri u hám z te neytral kósher menen kesiletuǵın a_u hám a_z kesimlerdi anıqlaymız. $u_0 = a_u$ hám $z_0=0$ dep oylap, tómendegini alamız:

$$1+\frac{y_p \cdot a_y}{i_z^2}=0$$

$$bunnan \quad a_y=-\frac{i_z^2}{y_p} \qquad (10.19)$$

Soǵan uqsas, $z_0=a_z$ hám $u_0= 0$ de

$$1+\frac{z_p \cdot a_z}{i_y^2}=0$$

$$bunnan \quad a_z=-\frac{i_y^2}{z_p}$$

a_u hám a_z lerdi esaplap, neytral kósherdi ótkizemiz hám oǵan parallel etip kesimge eki urınba júrgizemiz: bul neytral kósherden uzaqta bolǵan qáwipli tochkalar 1 hám 2 ni tabıw ushın zárúr boladı. Sonı aytıw kerek, neytral kósher hám kúsh qoyılǵan tochka koordinatalar basınan hár qıylı tárepte jatadı. Neytral kósher kesimdi qısılǵan hám sozılǵan bóleklerge ajıratadı. "1" tochkada eń úlken qısıwshı, "2" tochkada eń úlken sozıwshı kernewler tásir etedi: olar normal kernewler epyurasında kórsetilgen (10.3-súwret).

Absolyut mánis jaǵınan eń úlken kernewli tochka hámme waqıt polyar kesim menen birge bir kvadrantta jatadı, kernew belgisi bolsa kúsh xarakterine sáykes keledi:

$$\sigma_{\max}=P\left(\frac{1}{F}+\frac{y_p \cdot y_{\max}}{I_z}+\frac{z_p \cdot z_{\max}}{I_y}\right) \qquad (10.20)$$

bunda: y_{max} hám z_{max} neytral kósherden eń uzaq tochkalardıń koordinataları. Simmetriyalı kesimler (tuwrı tórtmúyeshlik, qostavr hám t.b) ushın bekkemlilik shárti tómendegishe:

$$\sigma_{\max}=P\left(\frac{1}{F}+\frac{y_p}{W_z}+\frac{z_p}{W_y}\right)\le\sigma_{adm} \qquad (10.21)$$

bunda: $W_y=\dfrac{I_y}{z_{\max}}$ hám $W_z=\dfrac{I_z}{y_{\max}}$ kesimniń u hám z kósherlerine salıstırǵandaǵı qarsılıq momentleri.

Polyar kesimniń bas inerciya kósherlerinen birinde, máselen z kósherinde jatqan halda koordinata $u_r=0$, eń úlken kernew bolsa

$$\sigma_{\max}=P\left(\frac{1}{F}+\frac{z_p}{W_y}\right) \qquad (10.22)$$

bunda neytral kósher z kósherine perpendikulyar.

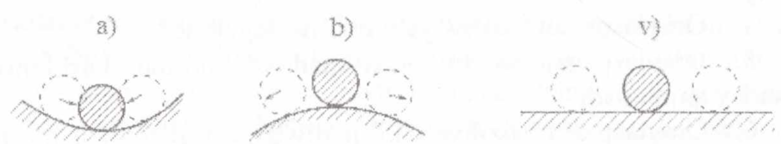
Tekseriw ushın soraw h'ám tapsırmalar.

1. Qaysı jaǵdaydaǵı iyiliw qıysıq iyiliw delinedi?
2. Qıysıq iyiliwde normal kúshleniw qanday anıqlanadı?
3. Qıysıq iyiliwde neytral ush teńlemesin jazıń h'ám onı túsindiriń?
4. Oraylaspaǵan sozılıw yaki qısılıw degen ne?
5. Oraylaspaǵan sozılıw yaki qısılıwda normal kúshleniw qanday anıqlanadı?
6. Oraylaspaǵan sozılıw yaki qısılıwdaneytral oq teńlemesin jazıń h'ám onı túsindirip beriń.

11-BAP. KONSTRUKCIYA ELEMENTLERINIŃ TURAQLÍLÍĞÍ.

11.1. Tiykarğı túsinikler

Turaqlılıq degende, inshaattıń sırtqı kúshler tásirinde óziniń dáslepki halatın yamasa deformaciyasınıń dáslepki formasın saqlap turıw qásiyeti túsiniledi. İnshaatlardıń turaqlılığı hám bekkemliligi sırtqı kúshlerdiń muğdarına baylanıslı. Kúsh belgili bir muğdarğa jetkenshe inshaat óziniń turaqlı halatın yamasa deformaciyasınıń dáslepki formasın saqlap turadı. Kúsh belgili muğdardan asqanda, inshaattıń turaqlılığı buzıladı, yağnıy dáslepki halatı yamasa deformaciya forması ózgeredi. 11.1-súwrette oyıq, dúńki hám tegis betke ornatılğan awır sharsha súwretlengen.



11.1-su'wret

Eger sharshanı biraz awdırıp, keyin óz halına qoysaq, tómendegi jağday júzege keledi: birinshi halda sharsha óziniń dáslepki halatına qaytıp keledi. Onıń bul halatı turaqlı teńsalmaqlılıq halatı dep ataladı. Bul halda sharsha eń kishi potencial energiyağa iye boladı. Ekinshi halda sharsha dáslepki halatına qaytpaydı. Bul hal turaqlı emes teńsalmaqlılıq halatına kiredi. Bunda sharshanıń potencial energiyası eń úlken mániske iye boladı. Úshinshi halda sharsha azğana júrip toqtaydı, dáslepki halatına qaytpaydı. Bunday halat biyparq teńsalmaqlılıq dep júritiledi. Bunda potencial energiya ózgermes boladı.

Keltirilgen mısal qattı dene halatınıń turaqlılığına tiyisli. Biz bul mısal járdeminde turaqlı, turaqlı emes hám biyparq teńsalmaqlıqlar qanday bolıwın bilip aldıq. Endi usı jağdaylar elastik sistemalarda qanday bolatuğının kórip ótemiz.

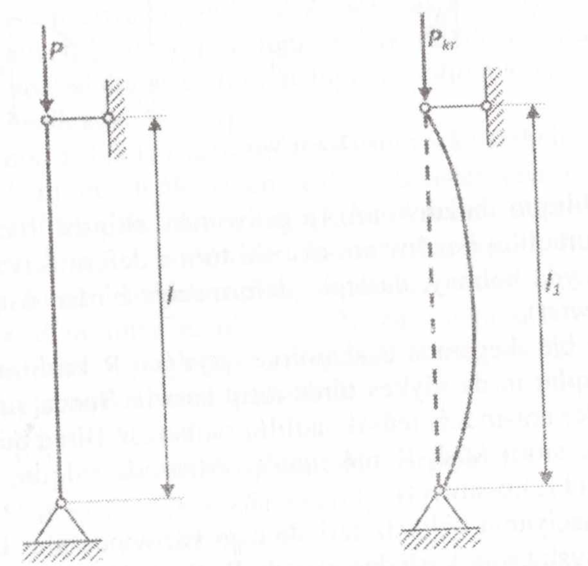
Bizge belgili, sırtqı kúshler tásirinde elastik sistemalarda elastik deformaciyalar payda boladı. Sırtqı kúshlerdiń muğdarı artıp barıp, belgili mániske jetkende, deformaciya forması turaqlı emes bolıp qaladı; basqasha qılıp aytqanda, sırtqı kúshlerdiń belgili mánisinde elastik sistemanıń dáslepki deformaciya forması óz turaqlılığın joğaltadı. Sistema turaqlılığı joğalğanda, sırtqı hám ishki kúshler arasındağı teńsalmaqlılıq hám buzıladı.

Turaqlı hám turaqlı emes halatlar arasındağı shegara sistemanıń biyparq halatı dep ataladı.

Ámelde turaqlılıq buzılıwı (joğalıwı) nıń eki túri bar. Turaqlılıq buzılıwınıń birinshi túrine, yağnıy kúsh áste artıp barğanda, deformaciyanıń dáslepki forması joğalıp, onıń ornına jańa forması payda boladı hám rawajlanıp baradı.

Deformaciyanıń bir formadan ekinshi formağa ótkiziwshi kúsh kritik kúsh dep ataladı.

Turaqlılıq buzılıwınıń birinshi túrine mısal keltiremiz (11.2-súwret).

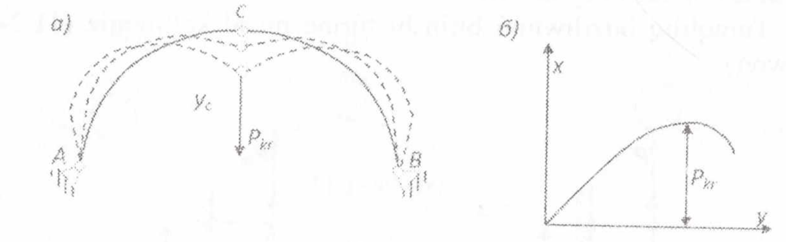


11.2-su'wret

Eger $R<R_{kr}$ bolsa, sterjen tuwrı sızıqlı halatın saqlaydı. Teńsalmaqlılıqtıń bul kórinisi turaqlı teńsalmaqlılıq sanaladı. Eger sterjendi tuwrı sızıqlı halatınan shıǵarılsa (máselen, azǵana túrtki berilse), sterjen terbelip baslaydı hám ishki kúshlerdiń qarsılıǵı sebebinen jáne dáslepki tuwrı sızıqlı halatına qaytadı.

Qısıwshı kúsh R nıń mánisi artıp barıp, kritik mániske jetkende teńsalmaqlılıqtıń tuwrı sızıqlı forması turaqlı emes bolıp qaladı. Kúshtiń bul mánisinde berilgen azǵana túrtki sterjende deformaciyanıń jańa formasın – iyiliw deformaciyasın payda etedi.

$R=R_{kr}$ bolǵanda, sterjenniń tuwrı sızıqlı deformaciyası turaqlı emes, iymek sızıqlı deformaciyası bolsa turaqlı boladı. Kúshtiń mánisi kritik mánisten assa, iyiliw deformaciyası tez asıp barıp, sterjen pútinley isten shıǵadı.



11.3-su'wret

Turaqlılıqtıń buzılıwınıń (joǵalıwınıń) ekinshi túrin kórip ótemiz. Turaqlılıq buzılıwınıń ekinshi túrine deformaciyanıń jańa forması payda bolmay, dáslepki deformaciya birden ósip baradı (11.3,a-súwret).

Belgili bir shegarada S sharnirge qoyılǵan R kúshiniń artıwı menen salqılıq u_s da sáykes túrde artıp baradı. Bunda sırtqı hám ishki kúshler arasındaǵı teńsalmaqlılıq saqlanadı. Biraq bul proces dawamında sırtqı kúsh R nıń mánisi artpasada salqılıq u_s artıp baraberedi (11.3,b-súwret).

Deformaciyanıń úzliksiz tárizde asıp barıwında alıp keliwshi ózgermes kúsh kritik kúsh dep ataladı. $R=R_{kr}$ bolǵanda, sırtqı hám ishki kúshler arasındaǵı teńsalmaqlılıq turaqlı emes boladı. $R>R_{kr}$

bolǵanda, teńsalmaqlılıq ulıwma bolmaydı. Bul hádiyse turaqlılıq buzılıwınıń ekinshi túri dep ataladı.

Turaqlılıq buzılǵanda sterjendegi jıljıw hám boylama deformaciyalar esapqa alınbay, tek ǵana iyiliw deformaciyası tekseriledi. Bunda sterjen iyilgen kósheriniń tómendegi differencial teńlemesinen paydalanıladı:

$$EJy'' = -M_x.$$

Bul differencial teńlemeniń anıq mánisi tómendegi kóriniske iye:

$$EJ\frac{y''}{\left[1+(y')^2\right]^{3/2}} = -M_x.$$

Eki ushı sharnirli bekkemlengen sterjenniń turaqlılıǵı máselesin birinshi bolıp 1744 jılda Leonard Eyler sheshken.

Kritik kúshlerdi anıqlawda statik, dinamik hám energetik dep atalıwshı tiykarǵı usıllar qollanılmaqta.

Statik usıl bul sterjenli sistemanıń turaqlılıǵı joǵalǵannan keyingi deformaciyalanǵan halatı jatadı, yaǵnıy sterjenniń iyilgen halatı ushın teńsalmaqlılıq teńlemeleri dúziledi hám olardan sistemanı sol halatta uslap tura alatuǵın kúshtiń mánisi anıqlanadı. Bul kúsh kritik kúsh boladı.

Dinamik usılda berilgen sistema ushın jeke terbelis teńlemesi dúziledi hám bul teńlemeden jeke terbelisler chastotası nolge teńligi shártinen paydalanıp, kritik kúshtiń mánisi R_{kr} anıqlanadı.

Energetik usıl Dirixle qaǵıydasına tiykarlanadı. Bul qaǵıyda boyınsha turaqlı teńsalmaqlılıq halatında sistemanıń potencial energiyası R minimal mániske iye boladı, biyparq teńsalmaqlılıq halatında bolsa potencial energiyanıń eki qońsı mánisleri arasındaǵı parıq ΔR nolge teń boladı:

$$\Delta P = \Delta v - \Delta E = 0.$$

Bunda v – ishki kúshler potencial energiyası;

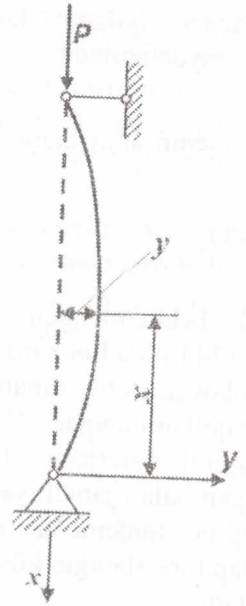
E – sırtqı kúshler potencial energiyası.

Bunnan $\Delta^e = \Delta E$ kelip shıǵadı.

Bul qaǵıydaǵa tiykarlanıp, sistemalar ushın anıq teńlemeler dúziledi hám olardan kritik kúshtiń mánisi anıqlanadı.

11.2. Qısılǵan sterjenler ushın Eyler formulası

Eki ushı sharnirli bekkemlengen sterjenge oraylıq P kúshi qoyılǵan bolsın (11.4-súwret).



11.4- su'wret

Qısıwshı kúshtiń mánisi P_{kr} den kishi bolsa, sterjen birden-bir tuwrı sızıqlı teńsalmaqlılıq formasına iye boladı. $P=P_{kr}$ bolǵanda, sterjen eki túrli: tuwrı sızıqlı hám iymek sızıqlı teńsalmaqlılıq formasına iye. Bunda tuwrı sızıqlı teńsalmaqlı-turaqlı emes, iymek sızıqlı-turaqlı esaplanadı. Kritik kúshti anıqlaw ushın salqılıqtıń diffferencial teńlemesinen paydalanamız:

$$EJ_{\min} y'' = -M_x. \qquad (11.1)$$

bunda x – sterjendegi ixtiyarıy tochkanıń koordinatası;
u – sol tochkanıń salqılıǵı;
E – elastiklik modul;
J_{min} – sterjen kese-kesiminiń minimal inerciya momenti;

EJ_{min} – sterjenniń iyiliwge bolǵan minimal qattılıǵı;
M – sırtqı kúshler iyiwshi momenti.
Bizdiń jaǵdayda $M_x=Pu$.
Momenttiń mánisin (11.1) ne qoyamız

$$y'' = -\frac{M_x}{EJ_{\min}} = -\frac{Py}{EJ_{\min}}$$

Tómendegi belgilewdi qabıl qılayıq:

$$a^2 = \frac{P}{EJ_{\min}}, \qquad (11.2)$$

teńleme endi ápiwayılasadı

$$y'' + a^2 y = 0. \qquad (11.3)$$

Teńlemeniń sheshimi tómendegi kóriniske iye:

$$y = A\sin ax + B\cos ax$$

İxtiyarıy ózgermesler A hám V tómendegi shegaralıq shártlerden tabıladı: $x=0$ bolǵanda $u=0$, hámde $x=l$ bolǵanda da $u=0$.

Birinshi shártten $V=0$ kelip shıǵadı. Bunnan sterjen iyilgen kósheriniń teńlemesi tómendegi kóriniste boladı:

$$y = A\sin ax \qquad (11.4)$$

Demek, sterjen sinusoida formada iyiler eken.

Ekinshi shártten $Asinal=0$ payda boladı. Bul shárt tómendegi eki halǵa tuwrı keledi:

1) $A=0$, bunda sterjen iyilmeydi, sebebi (11.4) boyınsha barlıq kesimlerdegi salqılıq nolge teń.

2) $sinal=0$, bunnan $al=\pi;\ 2\pi;\ \ldots n\pi$ ekenligi kelip shıǵadı.

Nátiyjede al diń bul mánisleri hámde (11.2) tiykarında kritik kúshlerdi anıqlaw ushın tómendegi qatar formulalarǵa iye bolamız:

$$P_{1kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2};\quad P_{2kr} = \frac{4\pi^2 EJ_{\min}}{l^2};\quad P_{nkr} = \frac{n^2\pi^2 EJ_{\min}}{l^2}.$$

Kritik kúshtiń hár bir mánisi óziniń iyiliw formasına iye. Birinshi halda sterjen sinusoidanıń bir yarım tolqını boylap, ekinshi halda eki yarım tolqını boylap iyiledi hám t.b. (11.5-súwret).

Ámelde kritik kúshlerdiń eń kishisi (birinshisi) qollanıladı, qalǵanları tek-ǵana teoriyalıq áhmiyetke iye:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2}; \qquad (11.5)$$

Bul formula óz avtorı atı menen – Eyler formulası dep ataladı.

İyilgen kósher teńlemesi (11.4) degi ixtiyarıy ózgermes A nıń fizik mánisin anıqlaw ushın teńlemege $a=\pi/l$ hám $x=l/2$ mánislerdi qoyamız. Bunda $\sin 90^o=1$ hám $u_{max}=A$ kelip shıǵadı. Demek, A sterjenniń ortasındaǵı salqılıq eken.

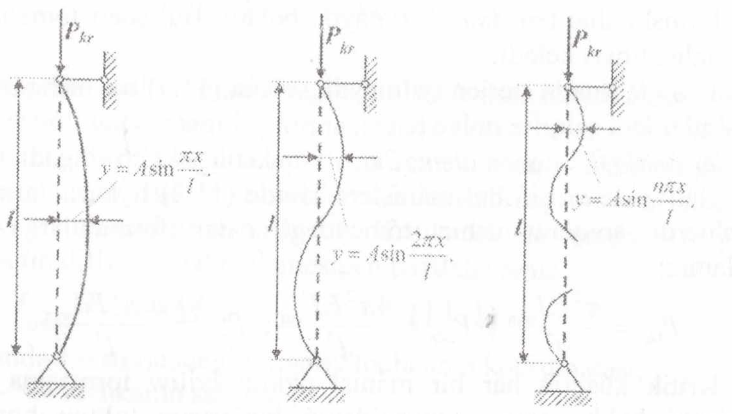
Eger kritik kúsh P_{kr} ni sterjenniń kese kesim maydanı F ge bólsek, turaqlılıq joǵalatuǵın haldaǵı kritik kernew kelip shıǵadı:

$$\sigma_{kr} = \frac{P_{kr}}{F} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2 F} = \frac{\pi^2 E r_{\min}^2}{l^2}$$

bunda $r_{\min}^2 = \frac{J_{\min}}{F}$ kesimniń minimal inerciya radiusınıń kvadratı.

$\frac{l}{r_{\min}} = \lambda$ dep belgilesek (bul sterjenniń iyiliwshenligi dep ataladı), kritik kernew formulası tómendegi kóriniske keledi:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$



11.5- su'wret

Sonı názerde tutıw kerek, Eyler formulasın shıǵarıwda kernew proporcionallıq shegarası σ_n nen artıp ketpeydi, dep alınǵan, bolmasa iyilgen kósher elastik sızıq bolmas edi.

Solay etip, Eyler formulası tómendegi shegarada qollanılıwı múmkin:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \le \sigma_n$$

Bul formuladan sterjen iyiliwshenliginiń shegaralıq mánisin anıqlaw múmkin:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_n}}.$$

11.3. Ushları hár qıylı bekkemlengen sterjenler ushın kritikalıq kúsh mánisi

Qurılıs konstrukciyalarında sterjen ushların bekkemlewdiń (biriktiriw) 11.6-súwrette kórsetilgen tórt túri keń qollanıladı. Aldınǵı paragrafta eki ushı sharnirli biriktirilgen sterjen ushın kritik kúshti anıqlap, bunda shegaralıq shártlerdi tańlawda sterjen ushlarınıń biriktiriliw túri úlken rol oynawınıń guwası boldıq. Eger sol usılda qalǵan sxemalar ushın hám kritik kúshlerdi anıqlasaq, dúzilisi jaǵınan ulıwma bolǵan tómendegi formulaǵa iye bolamız:

$$P_{kr} = m\frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

Tórt túrli sxema ushın shıǵarılǵan kritik kúsh mánisleri bir-birinen dúzetiwshi koefficient m menen parq qılıp, birinshi sxema ushın $m=1$, ekinshisi ushın $m=1/4$, úshinshisi ushın $m=2$ hám tórtinshi sxema ushın $m=4$ ke teń boladı.

Formula formasın ózgertiremiz:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EJ}{\left(\frac{1}{\sqrt{m}}\right)^2}$$

$\frac{1}{\sqrt{m}} = l_0$ - sterjenniń keltirilgen (erkin) uzınlıǵı delinedi. Bunı formulaǵa qoysaq, Eyler formulasınıń dáslepki kórinisine iye bolamız:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EJ}{l_0^2}$$

Keltirilgen uzınlıqlar tórt jaǵday ushın tómendegishe mánislerge iye:

Birinshi jaǵday $l_0 = \frac{l}{\sqrt{m}} = \frac{l}{\sqrt{1}} = l;$

Ekinshi jaǵday $l_0 = \frac{l}{\sqrt{m}} = \frac{l}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2l;$

Úshinshi jaǵday $l_0 = \frac{l}{\sqrt{m}} = \frac{l}{\sqrt{2}} \approx 0,7l;$

Tórtinshi jaǵday $l_0 = \frac{l}{\sqrt{m}} = \frac{l}{\sqrt{4}} = 0,5l.$

Tekseriw ushın soraw h'ám tapsırmalar.

1. Boylama iyiliw h'ádiysesiniń áhmiyetin túsindiriń.
2. Kritikalıq kúsh degen ne?
3. Eyler formulası ulıwma kórinisinde qanday jazıladı?
4. Uzınlıqtıń keltiriw koefficienti sterjen ushlarınıń bekkemleniw usıllarına baylanıslıma? Bul jaǵdaydı mısallar járdeminde túsindiriń.
5. Sterjen iyiliwsheńligi qanday formula járdeminde tabıladı?
6. Kritikalıq kernew formulasın jazıń h'ám onıń áhmiyetin túsindiriń.
7. Kem uglerodlı polat ushın qurılǵan kritikalıq kernew h'ám iyiliwsheńlik arasındaǵı baylanıs grafiginiń mazmunın túsindiriń.

12-BAP. KÚSHLERDÍŃ DÍNAMÍKALÍQ TÁSÍRÍ

12.1. Ulıwma túsinikler

Biz joqarıda tek statikalıq kúshler tásirinde konstrukciya elementleriniń bekkemligin, qattılıǵın hám shıdamlılıǵın esaplawdı úyrendik. Biraqta konstrukciya elementleri kóp jaǵdaylarda dinamikalıq kúshler tásirinde boladı. Biraq konstrukciya elementlari kóbinese dinamikalıq kúshler tásirinde boladı. Bunday kúshlerge: inerciya kúshleri, soqqılı kúshler, dáwirlik ózgeriwshi kúshler kiredi.

Dinamikalıq kúshler tásirinen konstrukciya elementleri tezleniw aladı. Bunday jaǵdayda inerciya kúshleri júzege keledi. Demek, bunday jaǵdayda inerciya kúshlerin esapqa alıw kerek boladı. (R ǵa inerciya kúshin qosıp esaplaw kerek boladı).

Dinamikalıq kúshler tásirine esaplawdıń ulıwmalıq metodı bul teoriyalıq mexanikadaǵı Dalamber principine tiykarlanadı.

(Bul principke tiykarlanıp: hár qanday háreketlegi dene júdá qısqa waqıt ishinde teń salmaqlılıqta boladı - inerciya kúshlerin esapqa alǵan jaǵdayda). İnerciya kúshi - bul tezleniw baǵdarına keri baǵdarda massa menen tezleniwdiń kóbeymesinen ibarat boladı. Bunday máseleler tómendegi tártipte jazıladı:

1. Dáslep bul kúshtiń statikalıq tásirin anıqlaymız.
2. Dinamikalıq koefficientin anıqlaymız.
3. Qálegen shamanı anıqlaymız.

Mısal: Gq=Kg δst., Δg=Kg Δct.

Bunnan basqada dinamikalıq kúshler tásirinde plastik bolǵan materiallar mort material bolıp qaladı hám sonıń nátiyjesinde onıń bekkemliigi bir neshe márte kemeyip ketiwi múmkin.

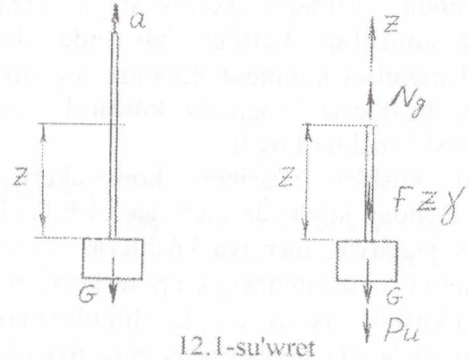
Dene sanawlı waqıt ishinde teń salmaqlılıq halatında boladı delinedi. Bunda tásir etiwshi sırtqı kúshke inerciya kúshide qosıladı. İnerciya kúshi - dene massası menen tezleniwdiń kóbeymesine teń. Tek ǵana baǵdarı tezleniw baǵdarına keri boladı.

Demek eger bizge inerciya kúshi belgili bolsa kesindiler usılınan paydalanıp ishki kúshlerdi anıqlawımız múmkin boladı.

Soqqı kúshleri tásirinde bolsa δg hám Δg ni anıqiawda energiyanıń saqlanıw nizamınan paydalanıladı.

12.2. Inerciya kúshin esapqa alıw

Bizge arqanǵa asılǵan júk berilgen bolsa, ol joqarıǵa ózgermes tezlik penen kóterilgen bolsa, onda júk trosqa statikalıq tásir etedi. Eger júk belgili tezleniw menen tásir etce, onda ol dinamikalıq tásir etedi.



12.1-su'wret

Demek júk G joqarıǵa a tezleniw menen kóterilip atır deyik.

$\Sigma z=0$ statika shártinen: .

$$N_{Д} - G + \frac{G}{g}a = 0,$$ g – erkin túsiwshi tezleniw

yamasa $N_{Д} - G\left(1+\frac{a}{g}\right) = 0$. G – N_{st} kúshtiń statikalıq tásiri.

Belgili Ng=GgF. (a)

$N_{Д} - G\left(1+\frac{a}{g}\right)$ G – nı N_{st} menen $1+\frac{a}{g} = K_{Д}$ menen belgileymiz

$$N_{Д} = N_{CT} \cdot K_{Д}. \qquad (12.1)$$

Demek:

$$K_{Д} = 1+\frac{a}{g} \qquad (12.2)$$

Bul dinamikalıq koefficient dep ataladı.

(12.2) hám (a) esabın alsaq:

$\sigma_{Д} F = N_{Д}$ bunnan $\sigma_{Д} = \frac{N_{Д}}{F} = \frac{N_{CT}}{F} K_{Д} = \sigma_{CT} K_{Д}$

Demek:

$\sigma_{Д} = K_{Д}\sigma_{CT}$ - dinamikalıq kernew

$\Delta\ell_{Д} = K_{Д}\Delta\ell_{CT}$ (12.3) - dinamikalıq deformaciya

$\sigma_{Д}^{max} = K_{Д}\sigma_{CT}^{max} \le [\sigma]$ (12.4) - bekkemlilik shárti

12.3. Sırtqı kúshlerdiń soqqılı tásiri

Boylama soqqılı júktiń tásirin kóremiz. Máselen qozǵalmas denege h biyiklikten G júk túsip atır desek, erkin túsiwshi tezleniwge kóre $v = \sqrt{2gh}$. Bul jaǵdayda sanawlı waqıtta kúsh tásir etedi. Tezlik júdá úlken boladı, sonıń ushın soqqı waqtında bolsa v=0 boladı, yaǵnıy 0 ge túsedi. Bunda Kg ni Dalamber principine tiykarlanıp anıqlawǵa bolmaydı.

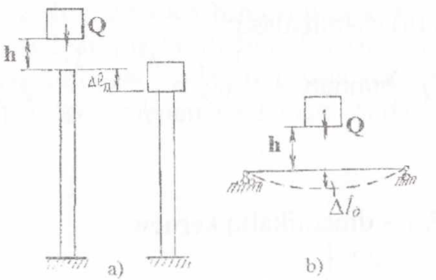
Bunday jaǵdayda energiyanıń saqlanıw nızamınan paydalanamız. Túsip atırǵan deneniń orınlaǵan jumısı tolıǵı menen elastik deneniń potencial energiyasına aylanadı. Demek soqqılı júktiń orınlaǵan jumısı:

$$A=G(\Delta\ell_{Д}+h) \qquad (12.6)$$

Qısılǵan denede elastik deformaciyanıń potencial energiyası tómendegishe:

$U = \frac{N^2}{2EF}$, $\Delta\ell_{Д} = \frac{N\ell}{EF}$. Bunnan $N = \frac{\Delta\ell_{Д} EF}{\ell}$ boladı.

onda $$U = \frac{\Delta\ell_{Д}^{2} EF}{2\ell} \qquad (12.7)$$



12.2-su'wret

Energiyanıń saqlanıw nızamına tiykarlanıp $U=A$:

$$\frac{\Delta\ell_Д^{\,2}EF}{2\ell}=G(\Delta\ell_Д+h)$$

yamasa

$$\Delta\ell_Д^{\,2}-2\Delta\ell_Д\frac{G\ell}{EF}-2h\frac{G\ell}{EF}=0$$

$\Delta\ell_{ДCT}\dfrac{G\ell}{EF}$ desek

$$\Delta\ell_Д^{\,2}-2\Delta\ell_{CT}\Delta\ell-2h\Delta\ell_{CT}=0 \qquad \text{(a)}$$

Bul kvadrat teńlemeni sheshsek:

$$\Delta\ell_Д=\Delta\ell_{CT}\pm\sqrt{\Delta\ell_{CT}^{\,2}+2h\Delta\ell_{CT}} \qquad (12.8)$$

$$\Delta\ell_Д=\Delta\ell_{CT}\pm\sqrt{\Delta\ell_{CT}^{\,2}+2h\Delta\ell_{CT}} \qquad (12.9)$$

bunnan $$\Delta\ell_Д=\Delta\ell_{CT}\left(1\pm\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta\ell_{CT}}}\right) \qquad (12.10)$$

koefficient Kg>1 bolǵanı ushın oń mánisin qaldıramız.

Bul jerde: $$K_Д=1\pm\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta\ell_{CT}}}\,. \qquad (12.11)$$

Bunda: $$\Delta\ell_Д=K_Д\cdot\Delta\ell_{CT} \qquad (12.12)$$

$$\sigma_Д=K_Д\sigma_{CT} \qquad (12.13)$$

K_D –soqqıda dinamik koefficient.

(12.12) den kórinip turǵanınday K_D sistemanıń deformaciyalanıwına baylanıslı boladı delinedi. $\Delta\ell_{CT}$ qanshama úlken bolsa K_D sonsha kishi boladı. Demek, dinamikalıq kúsh-soqqı kúshine qarsı elastik sıyaqlı deneni qoyıw jaqsı nátiyjeli boladı eken (yaǵnıy soqqılı kúshten konlozka hám prujinalar).

Basqa jaǵdayda, máselen: júdá az hám qısqa múddet ishinde qoyılǵan hám h=0 soqqılı júgin kóremiz, bunday jaǵdayda (12.6) den K_D=2 teń boladı. $\Delta\ell_Д=K_Д\ \Delta\ell_{CT}$ - jılısıw, kernewlilik - $\sigma_Д=K_Д\sigma_{CT}$, $N_D=N_{ST}K_D$ – ishki kúsh.

Bul formulalardı kese kesimi soqqı tásirindegi balkalarǵa da qollanıw múmkin.

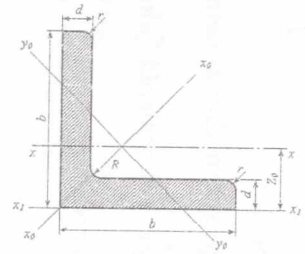
$$y_Д=K_Д\cdot y_{cm},\ \sigma_Д=K_Д\sigma_{CT},\quad M_Д=K_ДM_{cm},$$

$$K_Д=1+\sqrt{1+\frac{2h}{Y_{CT}}}$$

Tekseriw ushın soraw h'ám tapsırmalar.

1. Statikalıq hám dinamikalıq júkler arasında qanday ayırmashılıq bar?
2. Qanday júk dinamikalıq júk dep ataladı?
3. Sistema erkın yakı májbúrıy terbelıp atırǵanda, oǵan qanday kúshler tásır etedı?
4. Erkınlık dárejesı degenımız ne?
5. Soqqı degenımız ne?
6. Dinamikaliq kúshler tásirindegı sistemalarda kernewler qalay anıqlanadı?
7. Dinamikaliq kúshler tásirindegı sistemalarda jılısıwlar qalay anıqlanadı?
8. Erkın terbelıs dáwırı hám qaytalanıwı degen ne?

Prokat profillerdiń sortamentleri



Tárepleri teń bolǵan múyeshlikler (GOST 8508 – 57)

Ólshemleri					Profildiń maydanı, Fsm³	Salmaǵı	Kósherler ushın anıqlanǵan ólshemler							
Profiller nomeri	b	d	R	r			x-x		x_0-x_0		u_0-u_0		x_1-x_1	Z_0
							J_x	i_x	J_{x_0}	i_{x_0}	J_{y_0}	i_{y_0}	i_{x1}	
	mm				Sm^2	Kg	Sm^4	Sm	Sm^4	Sm	Sm^4	Sm	Sm^4	Sm
2	20	3	3.5	1,2	1,13	0,89	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60
		4			1,46	1,15	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64
2,5	25	3	3,5	1,2	1,43	1,12	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	1,57	0,73
		4			1,86	1,46	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76
2,8	28	3	4	1,3	1,62	1,27	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80

3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	1,46	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89
		4			2,43	1,91	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94
3,6	36	3	4,5	1,5	2,10	1,65	2,56	1,10	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	0,99
		4			2,75	2,16	3,29	1,09	5,21	1,38	1,36	0,70	6,24	1,04
4	40	3	5	1,7	2,35	1,85	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	6,35	1,09
		4			3,08	2,42	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	8,53	1,13
4,5	45	3	5	1,7	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21
		4			3,48	2,73	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	12,1	1,26
		5			4,29	3,37	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	15,3	1,30
5	50	3	5,5	1,8	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33
		4			3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38
		5			4,80	3,77	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42
5,6	56	3,5	6	2	3,86	3,03	11,6	1,73	18,4	2,18	4,80	1,12	20,3	1,50
		4			4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52
		5			5,41	4,25	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57
6,3	63	4	7	2,3	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69
		5			6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74
		6			7,28	5,72	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,9	1,78
7	70	4,5	8	2,7	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88
		5			6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90
		6			8,15	6,39	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94
		7			9,42	7,39	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99

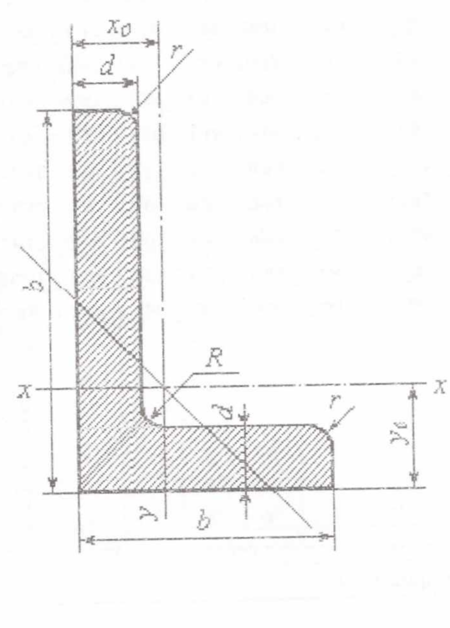
		8			10,7	8,37	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02
7,5	75	5	3	3	7,39	5,80	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02
		6			8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06
		7			10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10
		8			10,5	9,02	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	113	2,15
		9			12,8	10,1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18
8	80	5,5	9	3	8,63	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17
		6			9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19
		7			10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23
		8			12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27
9	90	6	10	3,3	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43
		7			12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47
		8			13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51
		9			15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55
10	100	6,5	12	4	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68
		7			13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71
		8			15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75
		10			19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83
		12			22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91
		14			26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99
		16			29,7	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06
11	110	7	12	4	15,2	11,9	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96

		8			17,2	13,5	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00
12,5	125	8	14	4,6	19,7	15,5	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36
		9			22,0	17,3	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40
		10			24,3	19,1	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45
		12			28,9	22,7	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53
		14			33,4	26,2	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61
		16			37,8	29,6	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68
14	140	9	14	4,6	24,7	19,4	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78
		10			27,3	21,5	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82
		12			32,5	25,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90
16	160	10	16	5,3	31,4	24,7	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30
		11			34,4	27,0	844	4.95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35
		12			37,4	29,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39
		14			43,3	34,0	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47
		16			49,1	38,5	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55
		18			54,8	43,0	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63
		20			60,4	47,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70
18	180	11	16	5,3	38,8	30,5	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85
		12			42,2	33,1	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,49

20	200	12	18	6	47,1	37,0	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37
		13			50,9	39,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42
		14			54,6	42,8	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46
		16			62,0	48,7	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54
		20			76,5	60,1	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70
		25			94,3	74,0	3466	6,06	5494	7,65	1438	3,91	6733	5,89
		30			111,5	87,6	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07
22	220	14	21	7	60,4	47,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93
		16			68,6	53,8	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02
25	250	16	24	8	78,4	61,5	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	
		18			87,7	68,9	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	
		20			97,0	76,1	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	
		22			106,1	83,3	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	
		25			119,7	94,0	7000	6,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	
		28			133,1	104,5	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	
		30			142,0	111,4	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	15753	

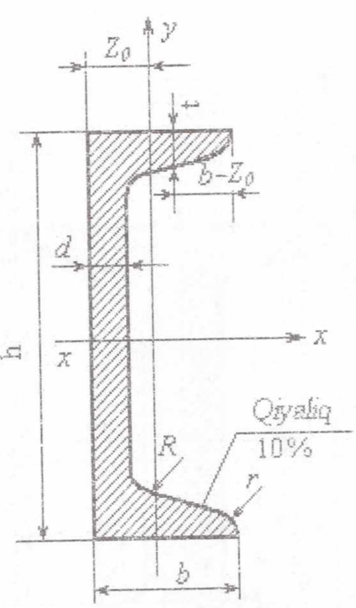
Tárepleri teń bolmaǵan múyeshlikler

(GOST 8510-57).



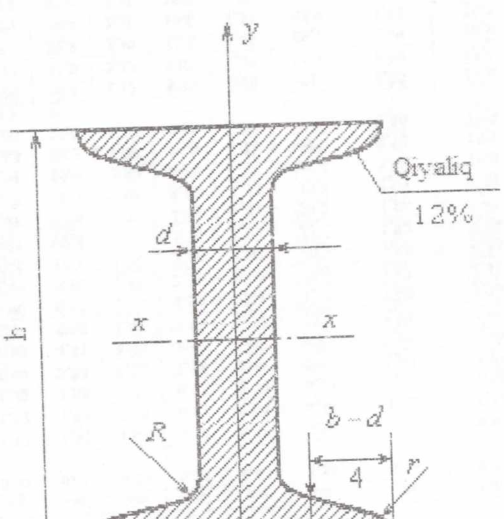
			10			19,7	15,5	312	3,98	100	2,26	649	4,14	173	1,92	59,3	1,74	0,404
			12			23,4	18,3	365	395	117	2,34	781	4,22	210	2	65,5	1,72	0,400
14\9	140	90	8	12	4	18	14,1	364	4,49	120	2,58	727	4,49	194	2,03	70,3	1,98	0,411
			10			22,2	17,5	444	4,47	146	2,56	911	4,58	245	2,12	85,5	1,96	0,409
16,10	160	100	9	13	4,3	22,9	18	606	5,15	186	285	1221	5,19	300	2,23	110	2,2	0,391
			10			25,3	19,8	667	5,13	204	2,84	1359	5,23	335	2,28	121	2,19	0,390
			12			30	23,6	784	5,11	239	2,82	1634	5,32	405	2,36	142	2,18	0,388
			14			34,7	27,3	897	5,08	272	2,82	1910	5,40	477	2,43	162	2,16	0,385
18/11	180	110	10	14	47	28,3	22,2	952	5,8	276	3,12	1933	5,88	444	2,44	165	2,42	0,375
			12			33,7	26,4	1123	5,77	324	3,1	2324	5,97	537	2,52	194	2,40	0,374
20/12,5	200	125	11	14	4,7	34,9	27,4	1449	6,45	446	3,58	2920	6,5	718	2,79	264	2,75	0,392
			12			37,9	29,7	1568	6,43	482	3,57	3189	6,54	786	2,83	285	2,74	0,392
			14			43,9	34,4	1801	6,41	551	3,54	3726	6,62	922	2,91	327	2,73	0,390
			16			49,8	39,1	2026	6,38	617	3,52	4264	6,71	1061	2,99	367	2,72	0,988
25\16	250	160	12	18	6	48,3	37,8	3147	8,07	1032	4,62	6212	7,97	1634	3,53	604	3,54	0,410
			16			63,6	49,9	4091	8,02	1333	4,58	8308	8,14	2200	3,69	781	3,50	0,408
			18			71,1	55,8	4545	7,99	1475	4,56	9358	8,23	2487	3,77	866	3,49	0,407
			20			78,5	61,7	4987	7,97	1613	4,53	10410	8,31	2776	3,85	949	3,48	0,405

Shvellerier
(GOST 8240-56)



Profil nomeri	1 m uzınlığı nıń salmağı, kg	Ólshemleri, m,m				Kesim maydanı, F	Kósherlerdiń spravka muğdarları							Z_0
		h	b	d	t		x-x				y-y			
							J_x	W_x	i_x	S_x	J_y	W_y	i_y	
						sm²	sm⁴	sm³	sm	sm³	cm⁴	cm³	cm	cm
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	184	187
16	14,2	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16a	15,3	160	68	5,0	9,0	19,05	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	21,0	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	22,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	246
24	24,0	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	973	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	278	267
27	27,7	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	144	642	73,4	3,23	275

Qostavrlı balkalar
(GOST 8239 - 56)



Profil nomeri	Olshemleri h	b	d	R	r	Kesim maydanı	1 m uzınlıǵı salmaǵı	X-X J_x	i_x	u-u J_y	i_y	x_1-x_1 J_x	y_0	u_1-u_1 $J_y$min	X_0	u-u J_u min	i_u min	Kósherdiń qıya múyeshi tg α
	mm					sm^2	kg	sm^4	sm	sm^4	sm	sm^4	sm	sm^4	sm	sm^4	sm	
2,5\1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,91	0,70	0,78	0,22	0,44	1,56	0,86	0,43	0,42	0,13	0,34	0,392
3,2\2	32	20	3	3,5	1,2	1,49	1,17	1,52	1,01	0,46	0,55	3,26	1,08	0,83	0,4	0,28	0,43	0,382
			4			1,94	1,52	1,93	1,00	0,57	0,54	4,38	1,12	1,12	0,53	0,35	0,43	0,374
4\2,5	40	25	3	4,0	1,3	1,89	1,48	3,08	1,27	0,93	0,70	6,37	1,32	1,58	0,59	0,56	0,54	0,385
			4			2,47	1,94	3,93	1,26	1,18	0,69	8,53	1,37	2,15	0,63	0,71	0,54	0,381
4,5\2,8	45	28	3	5	1,7	2,14	1,68	4,41	1,43	1,32	0,79	9,02	1,47	2,20	0,64	0,79	0,61	0,382
			4			2,80	2,20	5,68	1,42	1,69	0,78	12,1	1,51	2,98	0,68	1,02	0,60	0,379
5\3,2	50	32	3	5,5	1,8	2,42	1,90	6,17	1,60	1,99	0,91	12,4	1,60	3,26	0,72	1,18	0,70	0,403
			4			3,17	2,49	7,98	1,59	2,56	0,90	16,6	1,65	4,42	0,76	1,52	0,69	0,401
5,6\3,6	56	36	3,5	6,0	2,0	3,16	2,48	10,1	1,79	3,30	1,02	20,3	1,80	5,43	0,82	1,95	0,79	0,407
			4			3,58	2,81	11,4	1,78	3,70	1,02	23,2	1,82	6,25	084	2,19	0,78	0,406
6,3\4,0	63	40	5	7,0	2,3	4,41	3,46	13,8	1,77	4,48	1,01	29,2	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404
			4			4,04	3,17	16,3	2,01	5,16	1,13	33,0	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397

			5			4,98	3,91	19,9	2,00	6,26	1,12	41,4	2,08	10,8	0,95	3,72	0,86	0,396
			6			5,90	4,63	23,3	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,1	0,99	4,36	0,86	0,393
			8			7,68	6,03	29,6	1,96	9,15	1,09	66,9	2,20	17,9	1,07	5,58	0,85	0,386
7/4,5	70	45	4,5	7,5	2,5	5,07	3,98	25,3	2,23	8,25	1,28	51	2,25	13,6	1,03	4,88	0,98	0,407
			5			5,59	4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,2	1,05	5,34	0,98	0,406
7,5/5	75	50	5	8	2,7	6,11	4,97	34,8	2,39	12,5	1,43	69,7	2,39	20,8	1,17	7,24	1,09	0,436
			6			7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	83,9	2,44	25,2	1,21	8,48	1,08	0,435
			8			9,47	7,43	52,4	2,35	18,5	1,40	112	2,52	34,2	1,29	10,9	1,07	0,430
8/5	80	50	5	8	2,7	6,36	4,99	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,6	20,8	1,13	7,58	1,09	0,387
			6			7,55	5,92	49,0	2,55	14,8	1,40	102	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08	0,386
9,5\6	90	56	5,5	9	3	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384
			6			8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,95	35,2	1,28	12,7	1,22	0,384
			8			11,18	8,77	90,9	2,85	26,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21	0,380
10\6,3	100	63	6	10	3,3	9,59	7,53	98,3	3,2	30,6	1,79	198	3,23	49,9	1,42	18,2	1,38	0,393
			7			11,1	8,70	113	3,19	35,0	1,78	232	3,28	58,7	1,45	20,8	1,37	0,392
			8			12,6	9,87	127	3,18	39,2	1,77	266	3,32	67,6	1,50	23,4	1,36	0,391
			10			15,5	12,1	154	3,15	47,1	1,75	333	3,40	85,8	1,58	28,3	1,35	0,387
11\7	110	70	6,5	10	3,3	11,4	8,98	142	3,53	45,6	2	286	3,55	74,3	1,58	26,9	1,53	0,402
			8			12,3	9,64	152	3,52	48,7	1,99	309	3,57	80,3	1,6	28,8	1,53	0,402
			7			13,9	10,9	172	3,51	54,6	1,98	353	3,61	92,3	1,64	32,3	1,52	0,400
12,5\8	125	80	7	11	3,7	14,1	11,1	227	4,01	73,7	2,29	452	4,01	119	1,8	43,4	1,76	0,407
			8			16	2,5	256	4	83,0	2,28	518	4,05	137	1,84	48,8	1,75	0,406

Profil nomeri	Ólshemleri					Kesim maydanı	1 m uzınlıǵı salmaǵı	Kósherlerdiń spravka muǵdarları										
	h	b	d	R	r			x-x		u-u		x_1-x_1		u_1-u_1		u-u		
								J_x	i_x	J_y	i_y	J_x	y_0	Jy_1min	X_0	J_u min	i_u min	Kósherdiń qıyalıq múyeshi
	mm					sm^2	kg	sm^4	sm	sm^4	sm	sm^4	sm	sm^4	sm	sm^4	sm	
2,5\1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,91	0,70	0,78	0,22	0,44	1,56	0,86	0,43	0,42	0,13	0,34	0,392
3,2\2	32	20	3	3,5	1,2	1,49	1,17	1,52	1,01	0,46	0,55	3,26	1,08	0,83	0,4	0,28	0,43	0,382
			4			1,94	1,52	1,93	1,00	0,57	0,54	4,38	1,12	1,12	0,53	0,35	0,43	0,374
4\2,5	40	25	3	4,0	1,3	1,89	1,48	3,08	1,27	0,93	0,70	6,37	1,32	1,58	0,59	0,56	0,54	0,385
			4			2,47	1,94	3,93	1,26	1,18	0,69	8,53	1,37	2,15	0,63	0,71	0,54	0,381
4,5\2,8	45	28	3	5	1,7	2,14	1,68	4,41	1,43	1,32	0,79	9,02	1,47	2,20	0,64	0,79	0,61	0,382
			4			2,80	2,20	5,68	1,42	1,69	0,78	12,1	1,51	2,98	0,68	1,02	0,60	0,379
5\3,2	50	32	3	5,5	1,8	2,42	1,90	6,17	1,60	1,99	0,91	12,4	1,60	3,26	0,72	1,18	0,70	0,403
			4			3,17	2,49	7,98	1,59	2,56	0,90	16,6	1,65	4,42	0,76	1,52	0,69	0,401
5,6\3,6	56	36	3,5	6,0	2,0	3,16	2,48	10,1	1,79	3,30	1,02	20,3	1,80	5,43	0,82	1,95	0,79	0,407
			4			3,58	2,81	11,4	1,78	3,70	1,02	23,2	1,82	6,25	084	2,19	0,78	0,406
6,3\4,0	63	40	5	7,0	2,3	4,41	3,46	13,8	1,77	4,48	1,01	29,2	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404
			4			4,04	3,17	16,3	2,01	5,16	1,13	33,0	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397
			5			4,98	3,91	19,9	2,00	6,26	1,12	41,4	2,08	10,8	0,95	3,72	0,86	0,396
			6			5,90	4,63	23,3	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,1	0,99	4,36	0,86	0,393
			8			7,68	6,03	29,6	1,96	9,15	1,09	66,9	2,20	17,9	1,07	5,58	0,85	0,386
7/4,5	70	45	4,5	7,5	2,5	5,07	3,98	25,3	2,23	8,25	1,28	51	2,25	13,6	1,03	4,88	0,98	0,407
			5			5,59	4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,2	1,05	5,34	0,98	0,406
7,5/5	75	50	5	8	2,7	6,11	4,97	34,8	2,39	12,5	1,43	69,7	2,39	20,8	1,17	7,24	1,09	0,436
			6			7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	83,9	2,44	25,2	1,21	8,48	1,08	0,435
			8			9,47	7,43	52,4	2,35	18,5	1,40	112	2,52	34,2	1,29	10,9	1,07	0,430
8/5	80	50	5	8	2,7	6,36	4,99	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,6	20,8	1,13	7,58	1,09	0,387
			6			7,55	5,92	49,0	2,55	14,8	1,40	102	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08	0,386
9,5\6	90	56	5,5	9	3	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384
			6			8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,95	35,2	1,28	12,7	1,22	0,384
			8			11,18	8,77	90,9	2,85	26,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21	0,380

10\6,3	100	63	6	10	3,3	9,59	7,53	98,31	3,2	30,6	1,79	198	3,23	49,9	1,42	18,2	1,38	0,393
			7			11,1	8,709	13	3,19	35,0	1,78	232	3,28	58,7	1,45	20,8	1,37	0,392
			8			12,6	,8712	127	3,18	39,2	1,77	266	3,32	67,6	1,50	23,4	1,36	0,391
			10			15,5	,1	154	3,15	47,1	1,75	333	3,40	85,8	1,58	28,3	1,35	0,387
11\7	110	70	6,5	10	3,3	11,4	8,98	142	3,53	45,6	2	286	3,55	74,3	1,58	26,9	1,53	0,402
			8			12,3	9,64	152	3,52	48,7	1,99	309	3,57	80,3	1,6	28,8	1,53	0,402
			7			13,9	10,9	172	3,51	54,6	1,98	353	3,61	92,3	1,64	32,3	1,52	0,400
12,5\8	125	80	7	11	3,7	14,1	11,12	227	4,01	73,7	2,29	452	4,01	119	1,8	43,4	1,76	0,407
			8			16	,5	256	4	83,0	2,28	518	4,05	137	1,84	48,8	1,75	0,406
			10			19,7	15,5	312	3,98	100	2,26	649	4,14	173	1,92	59,3	1,74	0,404
			12			23,4	18,3	365	395	117	2,24	781	4,22	210	2	65,5	1,72	0,400
14\9	140	90	8	12	4	18	14,1	364	4,49	120	2,58	727	4,49	194	2,03	70,3	1,98	0,411
			10			22,2	17,5	444	4,47	146	2,56	911	4,58	245	2,12	85,5	1,96	0,409
16,10	160	100	9	13	4,3	22,9	18	606	5,15	186	285	1221	5,19	300	2,23	110	2,2	0,391
			10			25,3	19,8	667	5,13	204	2,84	1359	5,23	335	2,28	121	2,19	0,390
			12			30	23,6	784	5,11	239	2,82	1634	5,32	405	2,36	142	2,18	0,388
			14			34,7	27,3	897	5,08	272	2,82	1910	5,40	477	2,43	162	2,16	0,385
18/11	180	110	10	14	47	28,3	22,2	952	5,8	276	3,12	1933	5,88	444	2,44	165	2,42	0,375
			12			33,7	26,4	1123	5,77	324	3,1	2324	5,97	537	2,52	194	2,40	0,374
20/12,5	200	125	11	14	4,7	34,9	27,4	1449	6,45	446	3,58	2920	6,5	718	2,79	264	2,75	0,392
			12			37,9	29,7	1568	6,43	482	3,57	3189	6,54	786	2,83	285	2,74	0,392
			14			43,9	34,4	1801	6,41	551	3,54	3726	6,62	922	2,91	327	2,73	0,390
			16			49,8	39,1	2026	6,38	617	3,52	4264	6,71	1061	2,99	367	2,72	0,988
25\16	250	160	12	18	6	48,3	37,8	3147	8,07	1032	4,62	6212	7,97	1634	3,53	604	3,54	0,410
			16			63,6	49,9	4091	8,02	1333	4,58	8308	8,14	2200	3,69	781	3,50	0,408
			18			71,1	55,8	4545	7,99	1475	4,56	9358	8,23	2487	3,77	866	3,49	0,407
			20			78,5	61,7	4987	7,97	1613	4,53	10410	8,31	2776	3,85	949	3,48	0,405

Profil nomeri	1m uzınlığınıń salmağı	Ólshemleri						Kesim maydanı, F	Kósherlerdiń spravka muǵdarları						
		h	b	d	t	R	r		x-x				u-u		
									J_x	W_x	i_x	S_x	J_y	W_y	i_y
	kg	mm						sm^2	sm^4	sm^3	sm	sm^3	sm^4	sm^3	sm
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8	3	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9	3,5	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	9	3,5	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10	4	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	10	4	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	10,5	4	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11	4,5	40,2	5210	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	11	4,5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12	5	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	12	5	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13	5	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14	6	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	56,1	400	155	8,0	13,0	15	6	71,4	18930	947	16,3	540	666	85,9	3,05
45	65,2	450	160	8,6	14,2	16	7	83,0	27450	1220	18,2	699	807	101	3,12

GLOSSARI

Apiwayı balka- sharnirli qozǵalıwshı hám sharnirli qozǵalmas tayanıshta jatqan balka.

Boylama ishki zorıǵıw kúshleri - sozılıw yamasa qısılıw deformaciyasında brustıń kese kesimlerinde payda boladı.

Boylama kúsh epyurası - boylama kúshlerdiń brus kósheri boylap ózgeriw nızamın kórsetiwshi grafik. Sterjenlerdi bekkemlilik hám qattılıqqa esaplawda kerek bolatuǵın boylama kúshtiń zárúr shamaları boylama kúshtiń epyurasınan alınadı.

Burawshı momentler epyurası - burawshı momentlerdiń val uzınlıǵı boyınsha ózgeriw nızamın kórsetiwshi grafik.

Bekkemlilik - konstruksiya, inshaat, mashina hám mexanizm bólekleriniń sırtqı kúshler tásirinde buzılıwǵa (qáwipli jaǵdayǵa) qarsılıq kórsetiw qásiyeti.

Brus - kese kesiminiń eki ólshemi úshinshi ólshemi (uzınlıǵı) ne salıstırǵanda anaǵurlım úlken bolǵan dene. Bruslar dúziw hám iymek kósherli boladı. Kese kesimlerdiń awırlıq oraylarınıń brustıń uzınlıǵı boylap geometriyalıq ornı brustıń kósherin payda etedi.

Bólistirilgen kúsh - tegis bólistirilgen yamasa tegis bólistirilmegen bolıwı múmkin.

Bekkemlilik shárti - qáwipli kesimdegi buzılıwdı shekleytuǵın matematikalıq ańlatpa

Balkalar- iyiliwge qarsılıq kórsetiwshi bruslar.

Sırtqı kúshler waqıt boyınsha ózgeriw túrine qarap **statikalıq** hám **dinamikalıq** kúshlerge bólinedi.

Statikalıq kúsh - denege áste-aqırın qoyılatuǵın, deneni terbeltpegen halda nolden eń joqarı shamaǵa deyin ósip barıp, keyin ózgermey qalatuǵın yamasa sezilersiz ózgeretuǵın kúsh.

Sızıqlı deformaciya - deneniń yamasa onıń qanday da bir bóleginiń sızıqlı ólsheminiń ózgeriwi.

Serpimli yamasa **elastik** deformaciya - deneden sırtqı kúshtiń tásiri alınǵannan keyin joq bolıp ketetuǵın deformaciya.

Serpimlilik - denelerden kúsh alınǵannan keyin óziniń dáslepki ólshemlerin hám formasın saqlaw qábileti.

Kúsh alınǵannan keyin de saqlanatuǵın deformaciya **qaldıqlı** yamasa **plastik** deformaciya, denelerdiń buzılmastan qaldıq deformaciya beriw qásiyeti **plastiklik** dep ataladı.

Statikalıq anıq másele – belgisiz reaksiya kúshleriniń sanı teń salmaqlılıq teńlemeleri sanına teń hám onnan kem bolǵan másele.

Statikalıq anıq emes másele – belgisiz reaksiya kúshleriniń sanı teń salmaqlılıq teńlemeleri sanınan artıq bolǵan másele.

Statikalıq anıq emeslik dárejesi - máseledegi artıqsha belgisizler sanına teń

Deformaciya - konstrukciya bólekleriniń sırtqı kúshler tásirinde formasınıń hám ólshemleriniń ózgeriwi.

Dinamikalıq kúsh - waqıt ótiwi menen ózgeretuǵın, deneniń tezleniwleri hám terbelislerine sebep bolatuǵın kúsh.

Epyura- ishki kúshlerdiń ózgeriw nızamın analitikalıq baylanıs kórinisinde ańlatıw.

Ferma - sterjenlerdi sharnirler járdeminde tutastırıp dúzilgen, forması geometriyalıq ózgermes sistema. Fermanı qurawshı sterjenler tek ǵana sozılıw – qısılıwǵa jumıs isleydi.

Ishki qarsılıq kúshleri - denege sırtqı kúsh qoyılǵanda elementar bóleksheler arasında dáslepki ishki kúshlerge qosımsha kúshler. Bul kúshler ishki kúshler yamasa zorıǵıw kúshleri kúshleri dep ataladı.

Iyildiriwshi moment - balkanıń ıxtiyarıy kesiminde, onıń alıp qalınǵan bólegindegi sırtqı kúshlerden qaralıp atırǵan kesimniń orayına salıstırǵanda alınǵan momentlerdiń algebralıq jıyındısı.

Iyiliw- balkanıń tuwrı sızıqlı kósheriniń sırtqı kúshler tásirinde iymek sızıqqa ótiwi.

Iyildiriwshi moment epyurası - iyildiriwshi momenttiń balka uzınlıǵı boyınsha ózgeriw nızamın súwretlewshi grafik

Juravskiyning birinchi teoremasi- kese kúshten abssissa kósheri z boyınsha alınǵan birinshi tuwındı tegis bólistirilgen kúsh intensivligine teń

Juravskiydiń ekinshi teoreması- iyildiriwshi moment M_x ten abssissa kósheri z boyınsha alınǵan birinshi tuwındı kese kúshke teń.

Kese (kesiwshi) kúsh - balkanıń ıxtiyarıy kesiminde, onıń alıp qalınǵan bólegindegi sırtqı kúshlerdiń balka vertikal kósherine proeksiyalarınıń algebralıq jıyındısı.

Kesiw usılı- deneni tegislik penen oyımızda eki bólekke ajıratıw

Kese kúsh epyurası - kese kúshtiń balka uzınlıǵı boyınsha ózgeriw nızamın súwretlewshi grafik

Kritikalıq uzınlıq - brustıń øz awırlıǵı tásirinen úziletuǵın uzınlıq.

Konsol balka-bir ushı qıstırıp bekkemlengen ekinshi ushı erkin bolǵan balka.

Massiv - úsh ólshemi bir qıylı tártipte bolǵan dene.

Múyeshlik deformaciya - múyesh ólsheminiń ózgeriwi dep júrgiziledi.

Neytral qatlam- sozılmaytuǵın hám qısılmaytuǵın qatlam

Plastinka - eki tegis bet penen shegaralanǵan hám usı tegis betler arasındaǵı aralıq, yaǵnıy deneniń qalıńlıǵı, basqa eki ólshemlerine salıstırǵanda kóp márte kishi bolǵan dene.

Qattılıq - injenerlik konstruksiya bólekleriniń sırtqı kúshler tásirinde deformaciyalanıwǵa qarsılıq kórsetiw qásiyeti. Qattılıqqa esaplaw nátiyjesinde konstrukciya bólekleriniń deformaciyaǵa shıdamlı ólshemleri anıqlanadı.

Qabıq - eki iymek bet penen shegaralanǵan bolıp, onıń qalıńlıǵı, yaǵnıy betler arasındaǵı aralıq qalǵan eki ólshemine salıstırǵanda kóp mártebe kishi bolǵan dene.

Qáwipli kesim- balkanıń kese kesiminde iyildiriwshi momenttiń eń úlken mánisine tuwrı keletuǵın kesim

Qıysıq iyiliw - balkanıń kósherine tik baǵdarlanǵan hám onıń qandayda bir simmetriya tegisliginde jatpaǵan sırtqı júkler tásirindegi iyiliwge aytıladı.

Qıysıq taza iyiliw - balkanıń kósherine tik baǵdarlanǵan hám onıń qandayda bir simmetriya tegisliginde jatpaǵan sırtqı júkler tásirinen barlıq kese kesimlerinde tek ózgermes muǵdarlı iyildiriwshi moment payda bolǵan iyiliwge aytıladı.

Rama - bruslardı qattı etip tutastırıp dúzilgen, forması geometriyalıq ózgermeytuǵın sistema.

Ruxsat etilgen kernew- elastik deformaciya hám bekkemlilikti támiyinlew ushın materialǵa tán bolǵan kernew

Turaqlılıq - injenerlik konstrukciya bóleklerinıń sırtqı kúshler tásirinde ózleriniń dáslepki teń salmaqlılıq jaǵdayın saqlaw qásiyeti.

Toplanǵan kúsh - deneniń júdá kishi maydanına qoyılıp, esaplardı jeńillestiriw maqsetinde tochka arqalı tásir etedi dep esaplanadı.

Taza jıljıw – táreplerine tek ǵana urınba kernewler tásir etetuǵın elementtiń kernewlilik jaǵdayı. Bul elementtiń tárepleri taza jılj ıw maydanshaları dep ataladı.

Tegis kese iyiliw - balkanıń kósherine tik baǵdarlanǵan hám onıń simmetriya tegisliginde jatqan sırtqı júkler tásirinen iyiliwge aytıladı.

Taza iyiliw - balkanıń kese kesimlerinde ishki kúsh faktorınan tek ózgermes muǵdarlı iyildiriwshi moment payda bolatuǵın iyiliwge aytıladı.

Paydalanılǵan ádebiyatlar dizimi

1. Nabiev A. Materiallar qarshiligi. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. –Toshkent: Yangi asr avlodi, 2008. -380 b.
2. Qoraboev B. Materiallar qarshiligi. Oliy texnika o'quv yurtlari uchun darslik. –Toshkent: Fan va texnologiyasi, 2007. – 192 b.
3. Shodmonova Z.S., Raxmonov B.Q. Materiallar qarshiligidan misol va masalalar. O'quv qo'llanma. –Toshkent: 2011. -160 b.
4. Roland Janco, Branislav Hucko. Introduction to mechanics of materials: Part I., 2013. Download free books at bookboon. Com. 140 p.
5. Roland Janco, Branislav Hucko. Introduction to mechanics of materials: Part I I., 2013. Download free books at bookboon. Com. 234 p.
6. James M. Gere-Mechanics of Materials, 6th Edition Copyright 2004 Thomson Learning, Inc. 964 p.
7. Surya N.Patnaik, Dale A. Hopkins-Strength of materials. 2004, Elsevier (USA). 773 p.
8. A.V. Darkov, G.S. Shapiro. Soprotivlenie materialov. Uchebnik dlya VTUZov. -M.: Vısshaya shkola, 1975. -654 s.
9. Yakubov Sh.M., Raxmanov B.Q., Xamraev S.P. Materiallar qarshiligi (Hisoblash-loyihalash ishlari). O'quv qo'llanma. – Toshkent: O'qituvchi, 2007. -100 b.
10. Hasanov S.M. Materiallar qarshiligidan masalalar echish. – Toshkent: Wzbekiston, 2006. -288 b.
11. Matkarimov P.X. Materiallar qarshiligi. –Toshkent: O'qituvchi, 2004.
12. V.K.Kachurin. Materiallar qarshiligidan masalalar to'plami. –Toshkent: O'zbekiston, 1993. -336 b.
13. B.A.Hobilov, N.J.To'ychiev. Materiallar qarshiligi. Oliy o'quv yurtlarining arxitektura va qurilish talim yo'nalishi talabalari uchun darslik. –Toshkent: "O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati", 2008. - 400 b.
14. K.M.Mansurov. Materiallar qarshiligi kursi. – Toshkent: O'qituvchi, 1983. -504 b.
15. Smirnov A.F. Materiallar qarshiligi. –Toshkent: O'qituvchi, 1988. -464 b.
16. Fedosev V.İ. Soprotivlenie materialov. –M.: Nauka, 1986. -196s.
17. Smirnov A.F. Soprotivlenie materialov. –M.: Nauka, 1986. -396s.

MAZMUNI

Esletpe ushın

G.A.UTEGENOVA, SH.DJ.TAJİBAEV

MATERÍALLAR QARSÍLÍĞÍ

Joqarı oqıw ornı arxitektura hám qurılıs tálim tarawı studentleri ushın oqıw qollanba

Redaktorı: A.Abdujalilov
Ko'rkem redaktori: Y.O'rinov
Tex. Redaktori: Y.O'rinov
Operatori: N.Muxamedova

Original-maketten bosıwğa ruqsat etildi 25.10.2020-j. Formatı 60x84 $^{1}/_{16}$. Kegli 11,5. «Times New Roman» garniturası. Ofset usılında basıldi. Kólemi 17,0 b.t. 15,8 shártli b.t. Nusqası 100 dana. Buyırtpa 8/13.

«Excellent Polygraphy». 100190. Tashkent qalasi, Shayxontoxur tumani, Jangox 12-13.

«Excellent Polygraphy» MCHJ baspa-poligrafiyasinda chop etildi. Tashkent qalasi, Jangox koshesi, 12-13.

ISBN 978-9943-5336-7-7