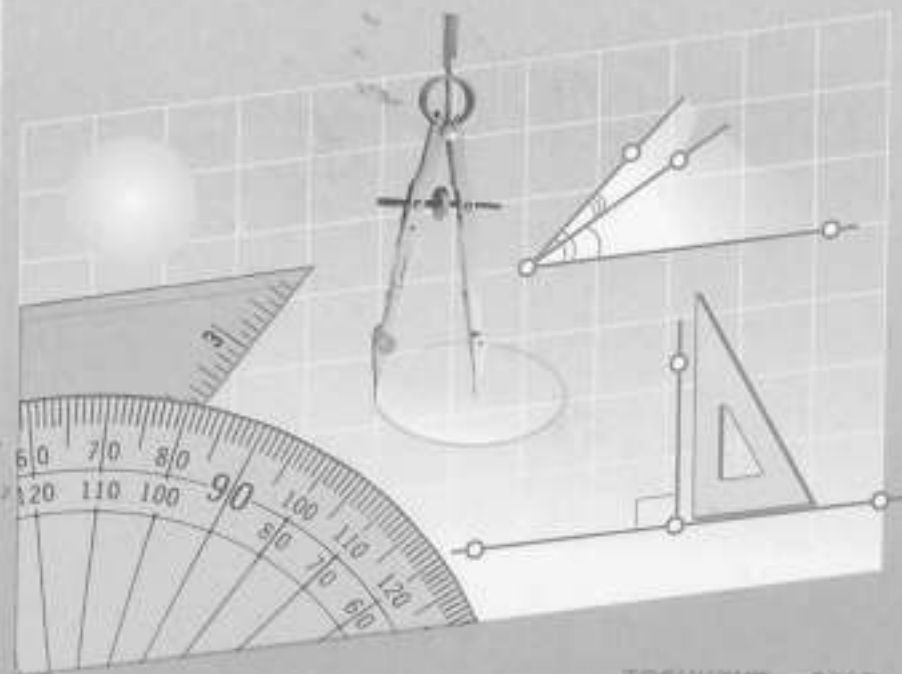


E. E. JUMAYEV

74.36.11  
J 482

# BOSHLANG'ICH MATEMATIKA NAZARIYASI VA METODIKASI



TOSHKENT — 2005

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLIV VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI  
O'RTA MAXSUS, KASB-HUNAR TA'LIMI MARKAZI

ERKIN ERGASHEVICH JUMAYEV

**BOSHLANG'ICH  
MATEMATIKA NAZARIYASI  
VA METODIKASI**

*Kasb-hunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma*



iga  
tish  
cha  
riy  
gan  
dik  
quv  
yat  
as-  
niy  
p-  
o'l-  
tish  
h»,  
tali  
h»,  
rni  
h»,  
niy  
ndi.  
la-  
na-  
ari  
ar  
agi  
asi  
un

ORLIK  
KA  
M

### Taqrizchilar:

- M. Mirsaburov* — fizika-matematika fanlari doktori,  
*B. Mengziyayev* — fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent,  
*M. Jumayev* — pedagogika fanlari nomzodi, dotsent.

Mazkur o'quv qo'llanma pedagogik yo'nalishdagi kasb-hunar kollejlari talabalari uchun «Boshlang'ich matematika nazariyasi va metodikasi» fanidan Davlat ta'lim standarti dasturi asosida matematik bilim berish va uni o'qitish metodikasiga asoslangan bo'lib, matematika asoslari, shuningdek nazariy materiallar bilan birgalikda amaliy mashg'ulotlarda foydalanish uchun misol va masalalar, topshiriqlar keng yoritilgan.

### SHARTLI BELGILAR

$\neq$ — teng emas	$3^4$ — daraja ko'rsatkichi
$<$ — kichik	$3^4$ — 3 ni 4 marta o'z-o'ziga ko'paytmasi
$>$ — katta	— asos
$\leq$ — kichik yoki teng	$\%$ — foiz
$\geq$ — katta yoki teng	$\pi$ — 3,14 (pi)
$\sphericalangle$ — burchak	
{1; 2; 3; ...}	— natural sonlar
{0; 1; 2; 3; ...}	— butun sonlar
{0; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}	— raqamlar

© O'MKHTM, 2005- y.  
© «Bilim» nashriyoti, 2005- y.

### KIRISH

*Pedagogika yo'nalishidagi kasb-hunar kollejlari o'quvchilariga boshlang'ich matematika nazariyasi va metodikasi fanini o'qitish o'quvchidan nafaqat metodik mahoratni, balki metodik tushuncha faktlar mohiyatini chuqur tushunishni ham talab etadi.*

*O'quv qo'llanmani professional yo'nalganligi ma'lum nazariy materiallarni tanlash va boshlang'ich sinf o'quvchilari bajaradigan topshiriqlarni kiritish yo'li bilan bu materiallar bayoniga metodik yondashish orqali erishiladi. Qo'llanma o'quvchilar uchun o'quv materiallarning asosiy manbosi sifatida mo'ljallangan bo'lib, Davlat ta'lim standartiga mos keladi.*

*«Boshlang'ich sinflarda tarbiyaviy ishlar tashkilotchisi» mutaxassisligi uchun qo'llanmaning mazmunini «Matematikaning umumiy tushunchalari», «Matematik jumlar», «Matematik isbotlar», «To'plamlar va ular ustida amallar», «Moslik va munosabat», «Manfiy bo'lmagan butun sonlar haqida tushuncha va ularni raqamlarini o'rganish uslubi», «Manfiy bo'lmagan butun sonlar ustida amallarni bajarish», «Manfiy bo'lmagan butun sonlarning bo'linuvchanligi», «Matnli masalalar va ularni yechish», «Son tushunchasini kengaytirish», «Algebraik tushunchalarni o'rganish uslubi», «Kattaliklar va ularni o'lchash», «Boshlang'ich geometrik ma'lumotlarni o'rganish uslubi», «Boshlang'ich sinfda matematika o'qitishga o'rganishning umumiy tushunchalari», «Matematikada sinfdan tashqari ishlar» tashkil etadi.*

*Muallif o'quv qo'llanmani yaratishda o'zining qimmatli maslahatlarini bergan Termiz Davlat universiteti «Defferensial tenglamalar va geometriya» kafedrasining mudiri, fizika-matematika fanlari doktori Mirahmad Mirsaburovga, shuningdek Toshkent shahar 1-son Pedagogika kasb-hunar kolleji va Nizomiy nomidagi TDPning «Gumanitar fakultetlarda matematika» kafedrasida professor-o'qituvchilari ish tajribalaridan foydalanilganligi uchun ularga minnatdorchilik bildiradi.*

## Birinchi bob

### MATEMATIKANING UMUMIY TUSHUNCHALARI

#### 1-§. MATEMATIK TUSHUNCHALAR

Matematika, barcha fanlar qatori, butun borliqda yuz beradigan barcha jarayonlarni o'rganadi. Bundan, sodir bo'ladigan bu jarayonlarni matematik ifodasi mavjud, degan xulosa kelib chiqishi tabiiy. Masalan, talabalarning o'zlashtirish darajasi, samolyotning parvozi, talabaning harakati, havo harorati va turli iqtisodiy masalalar maxsus tenglamalar orqali o'rganiladi. Ayniqsa, narsalarning rangi, og'irligi va zichligi qanday bo'lishidan qat'i nazar, ularning geometrik xossalari matematikaning bo'limi bo'lgan geometriya fani tekshiradi va o'rganadi.

**Tushuncha** — bu predmetlar va hodisalarni ba'zi bir muhim alomatlariga ko'ra farqlash yoki umumiyLashtirish natijasidir. Masalan, «son», «miqdor», «kesma», «to'g'ri chiziq» va hokazo.

**Alomat** (belgi) esa predmet yoki hodisalarning bir-biriga o'xshashligi, tengligi yoki farqlanishini bildiruvchi xossalardir. Masalan, uchburchakning teng yonli bo'lishlik belgisini quyidagicha ifodalash mumkin: «Agar uchburchak asosining uchlaridan o'tkazilgan medianalar o'zaro teng bo'lsa, bu uchburchak teng yonli bo'ladi».

Predmetlar deganda obyektlar nazarda tutiladi. Odatda, obyektlar ma'lum muhim va muhim bo'lmagan xossalarga ega.

**Muhim xossa** deb, faqat shu obyektga tegishli va bu xossasiz obyekt mavjud bo'la olmaydigan xossalarga aytiladi. Masalan, ixtiyoriy uchburchak uchun «uchburchakning o'rtacha chizig'i asosiga parallel va uning yarmiga teng» xossasi muhim xossa hisoblanadi.

Obyektning mavjudligiga ta'sir qilmaydigan xossalari muhim bo'lmagan xossalari hisoblanadi. Masalan,  $2 \cdot x = 4$  tenglama uchun «tenglikning har ikkala tomonini bir xil songa bo'lsak, natija o'zgarmaydi» deyilgan xossa muhim bo'lmagan xossa hisoblanadi.

**Obyektning** nimani anglatishini bilish uchun uning xossalari mavjud bo'lsa, u holda bu obyekt haqida «tushuncha mavjud» deyiladi. Tushuncha nomlanadi, shuningdek mazmun va hajmga ega bo'ladi.

Obyektning barcha muhim xossalari birgalikda tushunchaning mazmunini tashkil qiladi. Bir xil muhim xossalarga ega bo'lgan obyektlar to'plami tushuncha hajmini tashkil etadi. Demak, tushuncha hajmi bitta tushuncha bilan nomlanishi mumkin bo'lgan obyektlar to'plami ham ekan. Masalan, «uchburchak» tushunchasi «to'g'ri burchakli uchburchak» tushunchasi uchun umumiy, «to'g'ri burchakli uchburchak» tushunchasi esa «uchburchak» tushunchasining xususiy holdidir.

Tushunchalar insoniyat to'plagan katta tajribani umumlashtirish natijasida yuzaga keladi va moddiy dunyoning tub mohiyatini aks ettiradi, lekin real obyektlarning ko'pgina xossalariidan ko'z yumgan holda, ularni ideallashtirish natijasida hosil bo'ladi.

Obyektning bilish uchun yetarli bo'lgan xossalari ko'rsatish tushunchaga ta'rif berish deyiladi.

**1- misol.** Kvadratning ta'rifini tahlil qiling.

**Yechish.** «Hamma tomonlari teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak kvadrat deyiladi». Dastlab kvadrat chiziladi, keyin to'g'ri to'rtburchak bo'lishlik, hamma tomonlarini teng bo'lishlik xossalari o'z ichiga oluvchi tushuncha kiritiladi. Kvadratning ta'rifidan uni to'g'ri to'rtburchakning xususiy holi ekanligi ko'rinib turibdi. Bundan kvadrat va to'g'ri to'rtburchakning bir xil jinsli tushuncha ekanligi kelib chiqadi.

Sodda va murakkab mulohazalar bilan tanishaylik. Inson tabiatni idrok qiladi, shuningdek obyektlar o'rtasida turli bog'lanishlar o'rnatadi. Bu bog'lanishlar tushunchalar yordamida mulohazalar orqali ifodalanadi. Masalan, «To'g'ri to'rtburchakda barcha burchaklar teng», «36 soni uchga bo'linadi», «Yomg'ir yog'ayapti», «O'zbekiston 1991-yil sentabr oyining birinchi kunida mustaqillikka erishdi», «2003-yil — obod mahalla yili», «2004-yil — mehr-muruvvat yili». Har bir mulohaza mazmuni va mantiqiy tuzilishi bilan xarakterlanadi. Matematikada sodda va murakkab mulohazalar o'rganiladi. Masalan: «36 soni 3 ga bo'linadi» mulohazasi sodda. Murakkab mulohazalarga 21 soni toq va 7 ga bo'linadi, yoki  $a$  soni 3 ga teng yoki katta yoki Kadrlar tayyorlash milliy dasturining ikkinchi bosqichi sifat bosqichidir va hokazolarni misol keltirsa bo'ladi.

Murakkab mulohazalar «va», «yoki» so'zlari orqali oddiy mulohazalar yordamida tuziladi. Bu so'zlar matematikada mantiqiy bog'lanish deyiladi.

**2- misol.** Akbar matematikadan uy vazifani bajarmagan va darsda 2 baho oldi. Mulohazani mantiqiy tuzilishini aniqlang.

**Y e c h i s h.** Bu mulohaza 2 ta sodda mulohazadan tuzilgan:  $A$  mulohaza «Akbar uy vazifani bajarmagan» va  $B$  mulohaza «darsda 2 baho oldi». Ular bitta murakkab mulohazada va bog'lovchisi yordamida tuzilgan. Buni qisqacha « $A$  va  $B$ » deb yoziladi, lekin « $B$  va  $A$ » mulohaza har doim o'rinli emas.

### Mashqlar

1. Tushunchaning hajmi va mazmuni orasida qanday bog'liqlik bor?
2. Ta'riflanadigan va ta'riflanmaydigan tushunchalarning qanday farqi bor?
3. Tushunchani ta'riflashga qanday talablar qo'yiladi?
4. Masalani yeching. Uzunligi 10 m, eni esa 5 m bo'lgan polning yuzini toping.  
To'g'ri to'rtburchak shaklidagi suzish havzasining uzunligi 50 m, eni (kengligi) 24 m va chuqurligi 3 m. Agar havzadagi suv sathi havza yon devorlari (borti) dan 50 sm past bo'lsa, havzaga necha kub metr suv sig'adi?
5. Trapetsiyaning quyida keltirilgan xossalardan qaysilari muhim xossalar, qaysilari muhim bo'lmagan xossalar bo'ladi. Trapetsiyaning ikkita tomoni parallel.  
Trapetsiyaning asoslari gorizontal holatda.  
Katta asosidagi ikkala burchagi o'tkir.  
Kichik asosidagi ikkala burchagi o'tmas.  
Trapetsiya ichki burchaklarining yig'indisi  $360^\circ$  ga teng.
6. «To'g'ri to'rtburchak» tushunchasining hajmi «kvadrat» tushunchasining hajmidan «katta» ekanligi to'g'rimi? Bu tushunchalarning mazmuni orasida o'zaro qanday bog'lanish mavjud?
7. Quyidagi ta'riflarni tahlil qiling:
  - 1) agar to'g'ri chiziqlar bir tekislikda yotsa va kesishmasa, ular parallel deyiladi.
  - 2) agar uchburchakning aqalli ikkita tomoni teng bo'lsa, bu uchburchak teng yonli uchburchak deyiladi.
  - 3) o'zgaruvchining tenglamani to'g'ri tenglikka aylantiruvchi qiymati tenglamaning ildizi deyiladi.

8. O'quvchi to'g'ri burchakning tomonlari o'zaro perpendikular bo'lgan burchak sifatida, o'zaro perpendikular to'g'ri chiziqlarning esa kesishishi natijasida to'g'ri burchaklar hosil qiluvchi to'g'ri chiziqlar sifatida ta'rifladi. O'quvchi qanday xatoga yo'l qo'ygan? Boshlang'ich sinf o'quvchilarini to'g'ri burchak tushunchasi bilan qanday tanishtirish mumkin?
9. Quyidagi jumalardan qaysilari sodda va qaysilari murakkab jumalar.
  1. Teng yonli  $ABC$  uchburchakning asosiga o'tkazilgan bissektrisa, mediana va balandliklar teng.
  2. To'g'ri burchakli uchburchakda gipotenuzaning kvadrati katetlari kvadratlarining yig'indisiga teng.
  3. Agar uchburchak teng yonli bo'lsa, u holda uning asosidagi burchaklari teng.
10. Har bir fikrning mantiqiy strukturasi aniqlang.
  1. 12 juft son va 6 ga bo'linadi.
  2. Agar burchaklar vertikal bo'lsa, u holda ular tengdir.
  3.  $\sqrt{3}$  soni irratsional sonidir.
11. Jumalarni oxiriga yetkazing va ularning mantiqiy strukturalarini aniqlang.
  1. Uchburchakning o'rta chizig'i asosga parallel va ...
  2. Agar  $A \cdot B = 0$  bo'lsa, u holda  $A=0$  yoki ...

### 2- §. ROST VA YOLG'ON MULOHAZALAR, KVANTORLAR

Rost yoki yolg'on mazmundagi gaplar mulohazalar deyiladi. Masalan, «O'zbekiston Prezidenti I. Karimov», «4 soni juft» mazmundagi gaplar rost mulohazalarga, «Pedagogika kollejni tugatgan talabalarga hamshira mutaxassisligi beriladi», — degan gap esa yolg'on mulohazaga misol bo'la oladi. Umuman har bir mulohaza ikkita qiymatga ega bo'lishi mumkin: rost (1) va yolg'on (0).

Agar  $A$  va  $B$  mulohazalarning ikkalasi ham rost bo'lsa, u holda « $A$  va  $B$ » ko'rinishidagi mulohazalar rost bo'ladi. Agar ulardan birortasi yolg'on bo'lsa, unda « $A$  va  $B$ » mulohaza yolg'on bo'ladi.

**1- misol.** 12 soni juft va 5 ga bo'linadi. Mulohazaning rost yoki yolg'onligini aniqlang.

**Yechish.** Mulohaza « $A$  va  $B$ » ko'rinisdagi mulohaza bo'lib,  $A$  — «12 soni juft»,  $B$  — esa «12 soni 5 ga bo'linadi». Ko'rinib turibdiki,  $A$  mulohaza rost,  $B$  mulohaza esa yolg'on (chunki 12 soni 5 ga bo'linmaydi). Bundan berilgan mulohazani yolg'onligi kelib chiqadi.

**2- misol.** 6 kichik yoki teng 11 mulohazasi rost bo'lishi mumkinmi?

**Yechish.** Bu murakkab mulohaza « $A$  yoki  $B$ » ko'rinishga ega bo'lib,  $A$  — «6 kichik 11»,  $B$  — «6 teng 11». Ko'rinib turibdiki,  $A$  — mulohaza rost,  $B$  — mulohaza esa yolg'on. Bundan berilgan mulohazaning rostligi kelib chiqadi. Demak,  $A$  va  $B$  mulohazalardan birortasi rost bo'lsa, « $A$  yoki  $B$ » mulohaza rost bo'ladi.

**3- misol.** 7 kichik yoki teng 5 mulohaza rost bo'lishi mumkinmi?

**Yechish.** Bu « $A$  yoki  $B$ » mulohaza bo'lib,  $A$  — «7 kichik 5»,  $B$  — esa «7 teng 5». Ko'rinib turibdiki,  $A$  mulohaza yolg'on,  $B$  mulohaza ham yolg'on. Unda berilgan mulohazaning yolg'onligi kelib chiqadi. Demak, agar  $A$  va  $B$  mulohazalarning har ikkalasi yolg'on bo'lsa, « $A$  yoki  $B$ » mulohaza yolg'on bo'ladi.

**4- misol.** «14 tub son». Gapni izohlang.

**Yechish.** Bu yolg'on mulohaza, chunki 14 soni faqatgina 1 soniga bo'linmasdan, balki 2, 7 yoki 14 sonlariga ham bo'linadi. Bu mulohazaning inkorini «14 ni tub son, deyish noto'g'ri». Rost mulohaza hosil bo'ldi. Shunday qilib, «14 tub son» mulohazasining inkorini «14 tub son emas» deb yozish mumkin. Bu ham rost mulohaza bo'ladi.

Odatda, mulohazaning inkorini  $\bar{A}$  deb belgilash qabul qilingan va « $A$  emas» deb o'qiladi.

Umuman, agar  $A$  rost bo'lsa, yolg'on va  $A$  yolg'on bo'lsa, rost bo'ladigan mulohaza  $A$  mulohazaning inkori deyiladi.

«Va», «yoki», «emas» so'zlari bilan tuzilgan mulohazalarning rostlik jadvali quyidagicha tuziladi:

$A$	$B$	$A$ va $B$	$A$ yoki $B$	$A$ emas
1	1	1	1	0
1	0	0	1	0
0	1	0	1	1
0	0	0	0	1

Demak, murakkab mulohazalarning rostligi mulohaza tarkibidagi sodda mulohazalarning rostligiga bog'liq.

«Barcha» va «ba'zi» so'zlarining ma'nosiga to'xtalib o'taylik. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sonlar haqida quyidagi mulohazalarni aytish mumkin:

- 1) barcha sonlar bir xonali sonlardir;
- 2) sonlardan ba'zilar juft sonlardir.

Umuman, to'g'ri va noto'g'ri mulohazalar mavjud. Odatda, to'g'ri mulohazalarni rost va noto'g'ri mulohazalarni yolg'on mulohazalar deb qaraymiz.

Agar 1- jumladan «barcha» so'zini olib tashlansa, «sonlar bir xonali sonlardir», — degan jumla hosil bo'ladi. «Bu jumla chinmi yoki yolg'onmi?» savoli ma'noga ega emas. Demak, qatnashayotgan «barcha» so'zi uni mulohazaga aylantiradi.

2- jumla ham shunga o'xshash tuzilgan, faqat «sonlar juft sonlardir» «ba'zi» so'zi mulohazaga aylantiradi. «Barcha» va «ba'zi» so'zlari *kvantorlar* deyiladi. «Kvantorlar» so'zi lotincha bo'lib, «qancha» degan ma'noni bildiradi. Bundan tashqari, «ixtiyoriy», «har qanday», «har bir», «barcha (hamma)» umumiylik kvantorlari va «mavjud», «ba'zi», «topiladi», «aqalli bitta» kvantorlari mavjud.

Ko'pgina matematik jumlar kvantorli fikr shakliga ega, masalan: barcha kvadratlar to'g'ri to'rtburchaklardir, ba'zi juft sonlar 4 ga bo'linadi, ixtiyoriy to'g'ri to'rtburchakda ichki burchaklar yig'indisi  $360^\circ$  ga teng.

Ko'p hollarda fikrlardagi kvantorlar tushirib qoldiriladi. Masalan, sonlarni qo'shishning o'rin almashtirish qonuni  $a + b = b + a$  tenglik ko'rinishida yoziladi. Ixtiyoriy  $a$  va  $b$  sonlar uchun  $a + b = b + a$  tenglikning o'rinli ekanligini, ya'ni qo'shishning o'rin almashtirish qonuni umumiylik kvantorlari qatnashgan fikr ekanini bildiradi.

**5- misol.** Ixtiyoriy 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sonlar  $x + 2 > x$  tengsizlikning yechimi bo'ladi. Bu fikrlar rostmi yoki yolg'onmi?

**Yechish.** Ixtiyoriy 0, 1, 2, ..., 9 sonlar  $x + 2 > x$  tengsizlikning yechimi bo'lishiga ishonch hosil qilish uchun quyidagi hollar ko'rib chiqiladi:

- $x = 0$  da  $0 + 2 > 0$  bo'ladi, ya'ni sonli tengsizlik rost.
- $x = 1$  da  $1 + 2 > 1$  bo'ladi, ya'ni sonli tengsizlik rost.
- $x = 2$  da  $2 + 2 > 2$  bo'ladi, ya'ni sonli tengsizlik rost.
- $x = 9$  da  $9 + 2 > 9$  bo'ladi, ya'ni sonli tengsizlik rost.

Haqiqatan ham  $0, 1, 2, \dots, 9$  sonlardan biri  $x + 2 > x$  tengsizlikning yechimi bo'ladi, ya'ni «ixtiyoriy  $0, 1, 2, \dots, 9$  sonlar  $x + 2 > x$  tengsizlikning yechimi bo'ladi» degan fikr rost.

Biz buni qanday aniqladik? Barcha xususiy va mumkin bo'lgan hollarni qarab chiqish bilan isbotladik. Isbotlanishning foydalangan usuli *to'la induksiya* deb ataladi.

**6- misol.** Ketma-ket keluvchi ixtiyoriy uchta natural sonning yig'indisi 3 ga bo'linadi. Bu fikrlar rostmi yoki yolg'onmi?

**Yechish.** Isbotlashning birinchi jumla uchun qo'llanilgan usulini bu yerda qo'llab bo'lmaydi, chunki barcha hollarni ko'rib chiqish imkoniga ega emasmiz.

Ketma-ket keluvchi natural sonlar  $x, x + 1, x + 2$  lar orqali belgilanadi va ixtiyoriy  $x$  da  $x + (x + 1) + (x + 2)$  yig'indi 3 ga bo'linishi isbotlanadi.  $x + (x + 1) + (x + 2)$  ifodani  $x + x + 1 + x + 2 = 3x + 3 = 3(x + 1)$  ko'rinishida yozish mumkin. 3 soni 3 ga bo'lingani uchun ko'paytma ham 3 ga bo'linadi. Demak, ketma-ket keluvchi ixtiyoriy uchta natural sonning yig'indisi ham 3 ga bo'linadi.

**7- misol.** Ixtiyoriy to'g'ri to'rtburchak kvadratdir. Berilgan fikrlar qanday tuzilgan?

**Yechish.** Bu yolg'on fikr. Bunga ishonch hosil qilish uchun kvadrat bo'lmaydigan to'g'ri to'rtburchak chizish yetarli.

Umuman, umumiylik kvantor qatnashgan fikrlarning rostligini isbotlash yo'li bilan aniqlanadi.

3 ga karrali natural sonlar mavjud va to'g'ri burchakli teng tomonli uchburchaklar mavjud, degan mulohazalarni qaraylik.

Birinchi fikr chin. Bu xulosani asoslash uchun misol keltirish yetarli. Masalan: 9 natural son va u 3 ga bo'linadi.

Ikkinchi fikr yolg'on. Haqiqatan ham, to'g'ri burchakli uchburchakning bir burchagi  $90^\circ$  bo'lishi kerak, teng tomonli uchburchakning hamma burchaklari kattaliklari  $60^\circ$  ga teng. Demak, to'g'ri burchakli uchburchaklar orasida teng tomonli uchburchaklar yo'q.

Umuman, mavjudlik kvantor qatnashgan fikrning rostligi misollar keltirish bilan aniqlanadi. Aslini olganda, umumiy xarakterdagi barcha fikrlar umumiylik kvantori qatnashgan fikrlar bo'ladi. Quyidagi fikrlar xuddi shunday fikrlardir:

- |                     |                     |                 |
|---------------------|---------------------|-----------------|
| 1. $a + b = b + a.$ | 3. $0 + a = a.$     | 5. $ab = ba.$   |
| 2. $0 \cdot a = 0.$ | 4. $1 \cdot a = a.$ | 6. $a : 1 = a.$ |

Haqiqatan ham, ixtiyoriy  $b$  va  $a$  natural sonlar uchun qo'shish va ko'paytirishning o'rin almashtirish xossasi o'rinli: ixtiyoriy  $a$  son uchun  $0 + a = a, 0 \cdot a = 0.$

«Barcha natural sonlar 3 ga bo'linadi». Bu yolg'on mulohaza ekanligiga oson ishonch hosil qilish mumkin. Masalan, 17 natural son 3 ga bo'linmaydi.

Berilgan mulohazaning inkori quyidagicha tuziladi (yasaladi). «Barcha natural sonlarning 3 ga bo'linishi yolg'on». Bu mulohaza rost va u mazmuniga ko'ra «3 ga bo'linmaydigan natural sonlar mavjud» degan mulohaza bilan bir xil.

Shunday qilib, «barcha natural sonlar 3 ga bo'linadi» mulohazaning inkorlarini ikki usul bilan tuzish mumkin ekan:

1) berilgan jumlaning oxiriga «bo'lishi (ekani) yolg'on» so'zini qo'shish bilan;

2) umumiylik kvantorlarini mavjudlik kvantorlariga almashtirish hamda kvantordan keyin keluvchi so'zni inkoriga aylantirish bilan.

«Barcha natural sonlar 3 ga bo'linmaydi» jumla, «barcha natural sonlar 3 ga bo'linadi» jumlaning inkori emas, chunki bu jumla ham berilgan jumla kabi yolg'on mulohaza bo'ladi.

**8- misol.** «Ba'zi toq sonlar 4 ga bo'linadi» mulohazasining inkorini tuzing.

**Yechish.** «Ba'zi toq sonlar 4 ga bo'linadi». Bu yolg'on mulohaza. Barcha toq sonlar ikkiga bo'linmaydi va, demak, 4 ga ham bo'linmaydi. Berilgan mulohazaning inkori: «ba'zi toq sonlarning 4 ga bo'linishi yolg'on». Bu rost mulohaza va mazmuniga ko'ra «barcha toq sonlar 4 ga bo'linmaydi» mulohaza mazmuniga mos keladi.

Shunday qilib, «ba'zi toq sonlar 4 ga bo'linadi» mulohazasining inkorini ikki usul bilan tuzish mumkin:

1) berilgan jumlaning oxiriga «ekani (bo'lish) yolg'on» so'zini qo'shish bilan;

2) mavjudlik kvantorini umumiylik kvantoriga almashtirish hamda kvantordan keyin keluvchi jumlaning inkoriga almashtirish bilan.

Kvantorli (umumiylik yoki mavjudlik) fikrning inkori ikki xil usul bilan yasalishi mumkin:

1) berilgan fikrning oxiriga «ekani (bo'lishi) yolg'on» so'zlarini qo'shish bilan;

2) umumiylik (mavjudlik) kvantorlarini mavjudlik (umumiylik) kvantorlariga almashtirish hamda kvantordan keyin keluvchi jumlaning inkoriga almashtirish bilan.

Keltirilgan bu qoida kvantorli mulohazaning inkorini to'g'ri yasash uchun yetarli. Berilgan mulohazaning inkori yana boshqa shaklda ham yasalishi mumkin. Bunda faqat ushbu talabga rioya qilish muhim: agar berilgan mulohaza yolg'on bo'lsa, u holda uning inkori rost mulohaza bo'lishi kerak va aksincha.

### Mashqlar

1. Quyidagi jumlalar orasidan rost fikrlarni toping va ularning chinlik qiymatini aniqlang: 8 butun son; 42 ni 5 ga bo'lganda qoldiq 2 qoladi;  $x < 3$ ; har qanday to'g'ri to'rtburchakning diagonallari teng;  $34 \cdot 2 - 17 = 51$ .
2. Ushbu fikrlardan qaysilari chin: 6 soni 2 ga va 3 ga bo'linadi; 123 soni 3 ga va 9 ga bo'linadi.
3. Quyidagi fikrlarning inkorini tuzing: 132 soni 9 ga bo'linadi;  $5 < 4$ ; 3,2 natural son.
4.  $A$  chin fikr ekani ma'lum. Faqat shuni bilgan holda 1)  $A$  va  $B$ ; 2)  $A$  yoki  $B$  ko'rinishdagi fikrlarning chinlik qiymatlarini aniqlash mumkinmi?
5. 21, 52, 409, 248, 30, 2094, 322, 22, 371, 142, 2, 222, 14, 20 sonlar berilgan.
  - 1) Yozuvda ikkita raqam va 2 raqami bo'lgan barcha sonlarni ko'chirib yozing.
  - 2) Yozuvda ikkita raqam yoki 3 raqami bo'lgan barcha sonlarni ko'chirib yozing.
6. Quyidagi fikrlar yolg'on fikrlar ekanini isbotlang va ularning inkorini ikki xil usul bilan yozing:
  - 1) kvadratning har qanday xossasi to'g'ri to'rtburchak uchun o'rinli;
  - 2) ixtiyoriy natural son  $x + 1 = 2x - (x - 1)$  tenglamaning yechimi bo'ladi;
  - 3)  $x^2 = -1$  tenglamaning yechimi bo'lgan natural son mavjud.
7. Quyida keltirilgan fikrlarning qaysilari «har qanday juft son 3 ga bo'linadi» jumlasining inkori bo'ladi:
  - 1) har qanday juft son 3 ga bo'linmaydi;
  - 2) har qanday juft sonning 3 ga bo'linishi noto'g'ri;
  - 3) 3 ga bo'linmaydigan juft son mavjud;
  - 4) ba'zi juft sonlar 3 ga bo'linadi;
  - 5) har qanday son ham 3 ga bo'linavermaydi.

### 3- §. JUMLALAR ORASIDAGI KELIB CHIQISHLIK VA TENG KUCHLILIK MUNOSABATLARI. ZARUR VA YETARLI SHARTLAR. TEOREMANING TUZILISHI VA ULARNING TURLARI

Har qanday mulohaza «demak», «berilgan mulohazadan kelib chiqadi», «bundan kelib chiqadi» so'zlari bilan amalga oshiriladi. Masalan,  $A$  « $x$  soni 4 ga karrali» va  $B$  « $x$  soni 2 ga karrali». Ular bir-biri bilan quyidagicha bog'langan: 4 ga karrali ixtiyoriy son 2 ga karrali bo'ladi yoki sonning 4 ga karrali ekanidan uning 2 ga karrali ekani kelib chiqadi.

Agar har safar  $A$  mulohaza rost bo'lganda  $B$  mulohaza ham rost bo'lsa,  $A$  mulohazadan  $B$  mulohaza kelib chiqadi, deyiladi.

$A$  dan  $B$  kelib chiqadi mulohazasini  $\Rightarrow$  belgidan foydalanib,  $A \Rightarrow B$  deb yozish mumkin.  $\Rightarrow$  belgi — mulohazalar orasida kelib chiqishlik munosabatini ifodalaydi.  $A \Rightarrow B$  yozuv turlicha o'qiladi:  $A$  dan  $B$  kelib chiqadi;  $B$ ,  $A$  dan kelib chiqadi; agar  $A$  bo'lsa, u holda  $B$  bo'ladi;  $A$  bo'ladi, demak,  $B$  bo'ladi; har qanday  $A$ ,  $B$  hamdir.

**1- masala.** « $x$  soni 4 ga karrali ekanidan uning 2 ga karrali ekani kelib chiqadi» mulohazasi uchun kelib chiqishlik munosabatini ifodalang.

**Yechish.** « $x$  soni 4 ga karrali ekanligidan uning 2 ga karrali ekani kelib chiqadi» mulohazasini bunday yozish ham mumkin: 4 ga bo'linuvchi har qanday son 2 ga ham bo'linadi; agar son 4 ga bo'linsa, u holda 2 ga ham bo'linadi;  $x$  soni 4 ga bo'linadi. Demak, 2 ga ham bo'linadi.

**2- masala.**  $A$  «uchburchak teng yonli» va  $B$  «uchburchakning asosidagi burchaklari teng» mulohazalar berilgan. Ularning qanday bog'langanligini aniqlang.

**Yechish.** Agar uchburchak teng yonli bo'lsa, u holda uning asosidagi burchaklari teng (ya'ni  $\angle A = \angle B$  deb tasdiqlash mumkin) ekani va, aksincha, agar uchburchakning asosidagi burchaklar teng bo'lsa, u holda bu uchburchak teng yonli uchburchak (ya'ni,  $\angle B = \angle A$ ) bo'lishi geometriya kursidan ma'lum.

Agar  $A$  mulohazadan  $B$  mulohaza kelib chiqsa,  $B$  mulohazadan  $A$  mulohaza kelib chiqsa, u holda  $A$  va  $B$  mulohazalar teng kuchli mulohazalar deyiladi.

Bu ta'rifga ko'ra, «uchburchak teng yonli» va «uchburchakning bir tomoniga yopishgan burchaklari teng» mulohazalari teng kuchli mulohazalar bo'ladi.

« $A$  mulohaza  $B$  mulohazaga teng kuchli» mulohazalari « $\Leftrightarrow$ » belgidan foydalanib,  $A \Leftrightarrow B$  deb yoziladi.

$A \Leftrightarrow B$  yozuv turficha o'qiladi: a)  $A$  mulohaza  $B$  mulohazaga teng kuchli; b)  $B$  va faqat  $B$  bo'lganda,  $A$  bo'ladi; d) agar  $B$  faqat  $B$  bo'lsa,  $A$  bo'ladi.

Zarur va yetarli shartlar bilan tanishib o'taylik.

Agar  $A$  mulohazadan  $B$  mulohaza kelib chiqsa, u holda  $B$  mulohaza  $A$  mulohaza uchun zarur shart,  $A$  mulohaza esa  $B$  mulohaza uchun yetarli shart deyiladi.

Agar  $A$  va  $B$  mulohazalar teng kuchli bo'lsa, u holda  $A$  mulohaza  $B$  mulohaza uchun zarur va yetarli shart deyiladi va aksincha.

**3- misol.**  $A$  « $x$  sonining yozuvi 0;2;4;6;8 raqamlarining biri bilan tugaydi»,  $B$  « $x$  soni 2 ga bo'linadi» mulohazasi bo'lsin. Sonning 2 ga bo'linishining biror belgisini yozing.

**Yechish.**  $x$  sonining yozuvi 0;2;4;6;8 raqamlarining biri bilan tugashidan, bu sonning 2 ga bo'linishi kelib chiqadi. Teskari da'vo ham o'rinli. Demak, berilgan  $A$  va  $B$  mulohazalar teng kuchli va ularning har biri ikkinchisi uchun zarur va yetarli shart bo'ladi, ya'ni sonning 2 ga bo'linishi uchun bu sonning yozuvi 0;2;4;6;8 raqamlarining biri bilan tugashi zarur va yetarli.

**4- misol.** Surxandaryo viloyatida oltita pedagogika kolleji, Toshkent viloyatida esa undan uchta ko'p pedagogika kolleji bor bo'lsin. Ikkala viloyatda nechta pedagogika kolleji bor?

**Yechish.** Ikkala viloyatda hammasi bo'lib nechta pedagogika kolleji borligini birdaniga aytish qiyin, chunki Toshkent viloyatida nechta pedagogika kolleji borligini bilish kerak. Demak, «kerak» va «mumkin» so'zlarini to'g'ri qo'llay bilish matematikani o'rganishda «zarur» va «yetarli» so'zlaridan foydalanishda qo'l keladi.

Matematikani o'rganishda teoremlar deb ataluvchi jumlar bilan ishlashga to'g'ri keladi. Ular mazmunan xilma-xil bo'lishiga qaramasdan, ularning hammasi isbotlashni talab qiladigan fikrlardir.

Bizga ma'lum bo'lgan matematik mantiq tushunchalaridan foydalanib, teoremaning tuzilishini aniqlashga harakat qilaylik. Masalan: «Agar nuqta burchak bissektrisasida yotsa, u burchak tomonlaridan teng uzoqlashgan bo'ladi». Bu teoremaning sharti «nuqta burchak bissektrisasida yotadi» va xulosasi «nuqta burchak tomonlaridan teng uzoqlashgan».

Teoremaning isboti bu fikrlar ketma-ketligi bo'lib, u qaralayotgan nazariyaning aksiomalariga yoki avvalroq isbot qilingan teoremlarga asoslanadi.

**1- teorema.** *Rombning diagonallari o'zaro perpendikular.*

Agar to'rtburchak romb bo'lsa, uning diagonallari perpendikular bo'lishi ma'lum.

**Zaruriy shart:** to'rtburchak romb bo'lishi uchun uning diagonallari perpendikular bo'lishi zarur.

**Yetarli shart:** to'rtburchak diagonallari perpendikular bo'lishi uchun uning romb bo'lishi yetarli.

**2- teorema.** *Agar sonning raqamlari yig'indisi 9 ga bo'linsa, sonning o'zi ham 9 ga bo'linadi.*

**Teskari teorema.** *Agar son 9 ga bo'linsa, uning raqamlari yig'indisi ham 9 ga bo'linadi.* Teskari teorema to'g'ri bo'lgani uchun bu ikki teoremani bittaga birlashtirish mumkin: sonni 9 ga bo'linishi uchun uning raqamlari yig'indisi 9 ga bo'linishi zarur va yetarli.

Teoremlardan tashqari, isbotsiz qabul qilinadigan jumlar, aniqrog'i, isbot talab qilmaydigan jumlar mavjud. Masalan, paxta oq rangda, to'g'ri chiziq tekislikni ikkita yarim tekislikka ajratadi, ixtiyoriy to'g'ri chiziq uchun unga tegishli bo'lgan va tegishli bo'lmagan nuqtalar mavjud va hokazo. Bunday jumlar aksiomalar deyiladi. «Aksioma» so'zi grekchadan olingan bo'lib, «to'g'riligini tan olish» ma'nosini anglatadi.

**5- misol.** «Agar burchaklar vertikal burchaklar bo'lsa, u holda ular teng burchaklar bo'ladi» teoremasiga teskari teorema yozing. Turli teoremlar yozish mumkinmi?

**Yechish.** Berilgan teorema teskari teorema: agar burchaklar teng bo'lsa, u holda ular vertikal burchaklar bo'ladi, deb yoziladi. Bu yolg'on fikr.

Berilgan teorema qarama-qarshi teorema «agar burchaklar vertikal burchaklar bo'lmasa, u holda ular teng bo'lmaydi» deb yoziladi. Bu ham yolg'on fikr. Bundan tashqari, qarama-qarshisiga teskari teorema «agar burchaklar teng bo'lmasa, u holda ular vertikal burchaklar bo'lmaydi» deb yoziladi. Bu chin fikr. Shunday qilib, har doim  $A \Leftrightarrow B$  teorema rost bo'lganda,  $B \Leftrightarrow A$  teorema rost va, aksincha, bo'lishidan darak beradi.

### Mashqlar

1. O'quvchi  $3+5=8$ ,  $9+5=14$ ,  $11+17=28$  tengliklarni hosil qilib, quyidagicha xulosa chiqaradi: ixtiyoriy ikkita toq sonning yig'indisi juft son bo'ladi. Bu xulosa to'g'rimi? Yig'indisi juft son bo'ladigan ikkita toq son o'ylab topa olasizmi? Sizing javobingiz bunday ikkita toq son mavjud emasligini isbotlay oladimi?
2. Quyida keltirilgan  $A$  va  $B$  jumlar kelib chiqishlik munosabatida bo'lish-bo'lmasligini aniqlang:  $A$  « $x$  soni 3 ga karrali»;  $B$  «to'rtburchakning diagonallari teng»;  $B$  « $x$  5 ga karrali son»;  $A$  «uchburchak to'g'ri burchakli uchburchakdir»;  $B$  «uchburchak teng yonli uchburchakdir».
3. «Demak» so'zi to'g'ri qo'llanilganmi:  $10a$  natural son, demak,  $15a$  ham natural son;  $a-4$  musbat son;  $a-1$  musbat son.
4. Matematika kursidan biror teoremani olib, sharti, xulosasi va tushuntirish qismini ajratib ko'rsating.
5. Biror teoremani to'g'ri teorema deb qabul qilib, unga teskari, qarama-qarshi, teskarisiga qarama-qarshi teoremlarni tuzing va ularning to'g'ri yoki noto'g'riligini aniqlang.
6. «Agar son 4 ga bo'linsa, u holda u 2 ga bo'linadi» jumlasining rost ekani ma'lum. Uni «zarur» va «yetarli» so'zlaridan foydalanib ifodalang.
7. Quyidagi jumalardan qaysilarini «zarur» va «yetarli» so'zlaridan foydalanib qayta ifodalash mumkin: har qanday teng tomonli uchburchak teng yonli uchburchak bo'ladi; har qanday to'g'ri burchakli uchburchak teng yonli uchburchak bo'ladi?
8. Quyidagi jumalardan «agar ... bo'lsa, u holda ... bo'ladi», «har qanday», «kelib chiqadi» so'zlaridan foydalanib, qayta ifodalang: son 10 ga bo'linishi uchun uning yozuvi nol bilan tugashi zarur;  $2a$  butun son bo'lishi uchun  $a$  ning butun son bo'lishi yetarli.
9. Quyidagi fikrlardan qaysilari rost fikrlar: son 2 ga bo'linishi uchun uning nol bilan tugashi zarur; son 3 ga bo'linishi uchun 6 ga bo'linishi yetarli; son 10 ga bo'linishi uchun uning 2 ga va 5 ga bo'linishi zarur va yetarli; son 15 ga bo'linishi uchun uning 5 ga bo'linishi zarur; son 100 ga bo'linishi uchun uning 10 ga bo'linishi yetarli.

10. Quyidagi teoremlarning har birida shart va xulosani ajrating: agar uchburchakning hamma tomonlari teng bo'lsa, u holda uning hamma burchaklari ham teng bo'ladi; ikkita juft sonning yig'indisi juft son; agar son 3 va 4 ga karrali bo'lsa, u 12 ga karrali bo'ladi; ayirma berilgan songa bo'linishi uchun kamayuvchi va ayiriluvchi shu songa bo'linishi yetarli;  $a$  va  $b$  natural sonlar ayirmasi natural son bo'lishi uchun  $a > b$  bo'lishi zarur va yetarli.
11. «To'rtburchakning parallelogramm bo'lishi uchun uning qarama-qarshi tomonlari teng bo'lishi zarur» teoremasi berilgan. Bu teoremda shart va xulosani ajrating va: kelib chiqadi; har qanday; yetarli so'zlarini qo'llab, uni qayta ifodalang.
12. Quyidagi teoremlardan qaysilari «har qanday to'g'ri to'rtburchakning diagonallari teng bo'ladi» teoremasiga teng kuchli: agar to'rtburchakning diagonallari teng bo'lmasa, u holda bu to'rtburchak to'g'ri to'rtburchak bo'lmaydi; agar to'rtburchakning diagonallari teng bo'lsa, u holda bu to'rtburchak to'g'ri to'rtburchak bo'ladi; to'rtburchakning diagonallari teng bo'lishi uchun bu to'rtburchak to'g'ri to'rtburchak bo'lishi yetarli.

#### 4-§. MATEMATIK ISBOTLAR. TO'LIQMAS INDUKSIYA, DEDUKSIYA, ANALOGIYA, ALGORITM TUSHUNCHASI VA UNING XOSSALARI

Agar  $n^2 + n + 41$  ifodada  $n$  o'rniga 1, 2, 3, 4 va hokazo sonlar qo'yilsa, masalan,  $n = 1$  da ifodaning qiymati tub son 43 ga teng,  $n = 2$  da ifodaning qiymati tub son 47 ga teng,  $n = 3$  da ifodaning qiymati tub son 53 ga teng va hokazo bo'ladi.

Olingan natijalarga suyanan holda ixtiyoriy natural  $n$  da  $n^2 + n + 41$  ifodaning qiymati tub son bo'ladi, deb xulosa chiqarish mumkin bo'ladi.

Ma'lumki, 15 soni 5 ga bo'linadi, 25 soni 5 ga bo'linadi, 35 soni 5 ga bo'linadi, 95 soni 5 ga bo'linadi. Bularni hisobga olib 5 raqami bilan tugaydigan ixtiyoriy son 5 ga bo'linadi, deb xulosa chiqarsak bo'ladi. Bir qator xususiy hollar asosida umumiy xulosa chiqardik. Bunday mulohaza to'liqsiz induksiya bo'ladi.

To'liqsiz induksiya natijasida olingan xulosalar rost ham, yolg'in ham bo'lishi mumkin. Hozirgi kunda ko'pincha 5 raqami bilan



tugaydigan sonning 5 ga bo'linishi haqidagi xulosa rost va ixtiyoriy natural  $n$  da  $n^2 + n + 41$  ifodaning qiymati tub son bo'ladi, degan da'vo esa yolg'on. Haqiqatan ham, agar  $n = 41$  bo'lsa,  $41^2 + 41 + 41 = 41^2 + 2 \cdot 41 = 41 \cdot (41 + 2) = 41 \cdot 43$  hosil bo'ladi, aniqrog'i  $n^2 + n + 41$  ifodaning qiymati murakkab son bo'lib chiqadi.

Mulohazalar tahlilida asos tushunchasi muhim ahamiyatga ega.

**1- misol.** 5 va 6 sonlari orasida «kichik» munosabatini o'rnatish.

**Yechish.** Sanoqda 5 soni 6 sonidan oldin aytilgani uchun 5 kichik 6. Chunki: agar  $a$  soni sanoqda  $b$  sonidan oldin aytilsa, u holda  $a$  kichik  $b$ ; 5 soni sanoqda 6 dan oldin aytiladi. Birinchi jumla ixtiyoriy  $a$  va  $b$  sonlari uchun o'rinli va umumiy asos deyiladi. Ikkinchi jumla esa aniq 5 va 6 sonlariga tegishli va xususiy asos deyiladi. Ikki asos natijasida olingan natija xulosa deb ataladi.

Asos bilan xulosa orasidagi kelib chiqishlik munosabati o'rinli bo'ladigan mulohaza *deduktiv mulohaza* deyiladi.

Mulohazada asos ham, xulosa ham rost bo'lsa, uni deduktiv deb qarash mumkin. Masalan, umumiy asos «agar natural son 4 ga karrali bo'lsa, u holda u 2 ga karrali bo'ladi» bo'lsa, xususiy asos 12 soni 2 ga karrali va xulosa 12 soni 2 ga karrali bo'ladi.

Shunday qilib, bilish jarayonida deduktiv va induktiv mulohazalar o'zaro bog'langan bo'lib chiqadi.

Induktiv mulohazalar har doim to'g'ri xulosalarga olib kelavermaydi ham, lekin matematika va boshqa fanlarni o'rganishda ularning roli juda katta. Induktiv mulohazalar yuritish davomida xususiy hollarda umumiylikni ko'ra bilish, o'z taxminlarini ayta olish malakalari shakllanadi.

Pedagogika kollejlari to'liqsiz induktiv xulosa tez-tez qo'llaniladi. Odatda, barcha umumiy qonuniyatlar bu yerda induktiv yo'l bilan keltirilib chiqariladi. Qo'shish va ko'paytirishning o'rin almashtirish qonuni  $0 + a = a$ ,  $1 \cdot a = a$ ,  $a : 1 = a$ ,  $0 \cdot a = 0$  tengliklar va boshqa qonuniyatlar shunday asoslanadi.

Pedagogika kollejlari to'liqsiz induktiv xulosadan tashqari analogiya bo'yicha (taqqoslab) xulosa chiqarishdan keng foydalaniladi, bunda bilimlarni o'rganilgan obyektlarga ko'chirish amalga oshiriladi. Ko'chirish uchun bu obyektlarning o'xshashlik va farq qilishi alomatleri (belgilari) haqidagi bilimlar asos bo'lib xizmat qiladi. Analogiya matematik induksiyani

rivojlantirish imkonini beradi, u fanni chuqur o'zlashtirishga imkon beruvchi muhim manba bo'ladi.

Biroq shuni unutmaslik kerakki, analogiya bo'yicha hosil qilingan xulosalar rost bo'lishi ham, yolg'on bo'lishi ham mumkin. Analogiya bo'yicha hosil qilingan xulosalar deduktiv metod bilan isbot qilinishi kerak.

**Algoritm** — bajariladigan ishning tartibini belgilash.

Algoritm tushunchasi matematik tushunchalardan bo'lib, matematikaning «Algoritm nazariyasi» deb ataluvchi maxsus bo'limining tadqiqot obyekti hisoblanadi.

Algoritm biror jarayonni aniq tasvirlash va uni bajarish uchun ko'rsatmadir. «Algoritm» so'zi IX asrda yashagan O'rta osiyolik matematik al-Xorazmiyning ismini Yevropa tillariga tarjima qilish natijasida kelib chiqqan. Al-Xorazmiy arifmetik amallarni bajarish qoidasi (algoritm)ni ko'rsatib bergan.

Algoritmshirishning vazifasi algoritmni tuzish (yozish)ga o'rgatishdan iborat bo'lib, bajaruvchi (odam, robot, EHM) algoritmni bajarish qoidasiga rioya qilgan holda yagona natijaga erishmog'i lozim. Bu esa algoritmni yozish qoidasiga ba'zi talablar qo'yadi. Bular quyidagi xossalalar ko'rinishida ifodalanadi:

**Aniqlik xossasi.** Algoritm ko'rsatmalari bir ma'noli bo'lishi zarur. Algoritm bajariladigan amallarning zarur ketma-ketligini aniq belgilab beradi. Algoritmning amalga oshirish jarayoni konkret hisobchiga bog'liq bo'lmaydi.

**Ommaviylik xossasi.** Algoritmning boshlang'ich ma'lumotlarning ruxsat etilgan ixtiyoriy qiymatlarida yaroqli bo'lishi zarur.

**Natijaviylik xossasi.** Izlanayotgan natijani boshlang'ich ma'lumotlarning ruxsat etilgan qiymatlari uchun chekli sondagi yetarlicha raqamlardan so'ng olishi mumkin bo'lishi kerak.

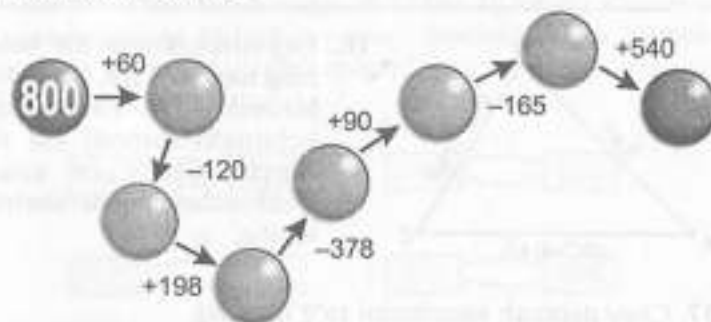
**1- misol.** Nargiza qovurma kartoshkani xush ko'radi. Onasining bajargan ishini tartib bilan joylashtiring.

- kartoshkani tuzladi;
- qizitilgan yog'ga kartoshkani tashladi;
- gaz pechkani yoqdi;
- kartoshkani artdi;
- magazindan kartoshka va yog' sotib oldi;
- yog'ni qozonga quydi va gazga qo'ydi;
- gazni o'chirdi va kartoshkani likopchaga suzdi.

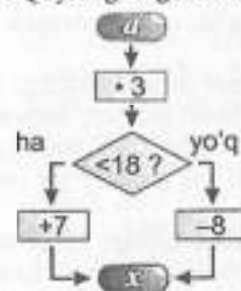
### Mashqlar

1. Quyidagi mulohazalarning har birida umumiy asosni, xususiy asosni va xulosani ajrating: agar uchburchak teng yonli bo'lsa, u holda uning asosidagi burchaklari teng bo'ladi; har qanday teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklari teng;  $ABC$  uchburchakning asosidagi burchaklari teng emas, demak  $ABC$  teng yonli uchburchak emas; har qanday teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklari teng bo'ladi;  $ABC$  teng yonli uchburchak emas, demak uning asosidagi burchaklari teng bo'lmaydi.
2. Karim 5 ta yong'oq topdi, Olim esa 3 ta yong'oq topdi. Karim nechta ko'p yong'oq topdi?  
Masalani yechishda amallar tanlashni asoslash tavsiya etilgan edi. Bir o'quvchi bunday qildi: «Bu masalada 5 soni 3 dan nechta ko'p ekanligini bilish kerak. Shuning uchun 5 dan 3 ni ayirish kerak». Boshqa o'quvchi bunday asoslashni tavsiya etdi: «Bir soni ikkinchisidan nechta ko'p ekanini aniqlashni talab etadigan hamma masalalar ayirish bilan yechiladi. Bu masalani 5 soni 3 dan nechta ko'p ekanini bilish kerak. Demak, masalaning savoliga javob berish uchun 5 dan 3 ni ayirish kerak». O'tkazilgan mulohazalar to'g'rimi? Ular bir-biridan nima bilan farq qiladi?
3. Mulohazani shunday tuzingki, natijada u to'g'ri bo'lsin: agar sonning raqamlari yig'indisi 3 ga bo'linsa, u holda son 3 ga bo'linadi; 327 sonining raqamlari yig'indisi 3 ga bo'linadi, demak ... ; agar sonning raqamlari yig'indisi 3 ga bo'linsa, u holda son 3 ga bo'linadi;  $m$  soni 3 ga bo'linmaydi, demak ... ; agar son 18 ga bo'linsa, u holda u 6 ga bo'linadi; agar son 6 ga bo'linsa, u holda u 3 ga bo'linadi, demak ...
4. Quyidagi mulohazalar deduktivmi: III sinfning hamma a'lochilari sport bilan shug'ullanadi; III sinf o'quvchisi Salim a'lochi; demak Salim sport bilan shug'ullanadi; III sinfning hamma a'lochilari sport bilan shug'ullanadi. III sinf o'quvchisi Vali sport bilan shug'ullanmaydi; demak u a'lochi emas; III sinfning hamma a'lochilari sport bilan shug'ullanadi. III sinf o'quvchisi Lola a'lochi emas; demak u sport bilan shug'ullanmaydi; III sinfning

- hamma a'lochilari sport bilan shug'ullanadi. III sinf o'quvchisi Ra'no sport bilan shug'ullanadi; demak u a'lochi?
5. Quyidagi har bir mulohazada umumiy asosni tiklang: 12 natural son, demak u musbat;  $ABC$  uchburchak teng tomonli uchburchak, demak u teng yonli uchburchak; 188 soni 9 ga bo'linmaydi, demak uning raqamlari yig'indisi 9 ga bo'linmaydi.
  6. Quyidagi jumalarning tuzilishini tahlil qiling: ba'zi toq sonlar 9 ga bo'linadi; har qanday to'g'ri to'rtburchakning diagonallari teng; birinchi o'nlikdagi sonlardan aqalli bittasi murakkab son; ketma-ket keluvchi ixtiyoriy ikkita natural sonning ko'paytmasi 2 ga karralidir.
  7. Quyidagi fikrlarni isbotlang yoki rad eting: ixtiyoriy to'rtburchakning diagonallari teng; ba'zi toq sonlar 4 ga bo'linadi; 7 ga karrali juft sonlar mavjud; barcha to'g'ri to'rtburchaklar ko'pburchaklardir.
  8. Fikrlarning chinligini to'la induksiyadan foydalanib isbotlang: barcha bir xonali natural sonlar tenglamaning yechimi bo'ladi; 4 dan katta, lekin 20 dan kichik har bir juft natural sonni ikkita tub sonning yig'indisi ko'rinishida ifodalash mumkin.
  9. Avtobusda 32 ta yo'lovchi bor. Har bir bekatda 6 kishi tushib, 4 kishi chiqdi. Uch bekatdan so'ng avtobusda nechta yo'lovchi bo'lgan?
  10. Amallarni bajaring.

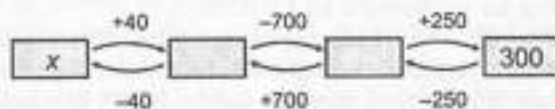


11. Quyidagi algoritm bo'yicha amallarni bajaring:



a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	10				22	10			19

12. Masala tuzing.

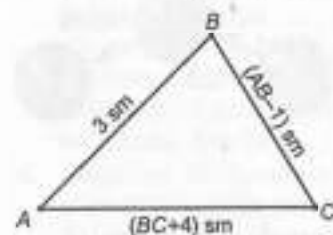


13. Maktabga borish yo'lingizning algoritmini tuzing.

14.  $7902 : 3 + 1765 = \square$ ;  $126 \cdot 12 - 1007 = \square$ ;  
 $1876 + 1440 : 12 = \square$ ;  $6250 : 25 - 30 \cdot 5 = \square$ .

15. Jadvalni to'ldiring:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2 \cdot a + a$	3									
$a - 4$								32		



16. Uchburchakning bir uchi-ning tomoni 3 sm, ikkinchisi birinchisidan 1 sm qisqa, uchunchi tomoni esa ikkinchisidan 4 sm uzun. Uchburchakning perimetrini toping.

17. Choy damlash algoritmini to'g'ri tuzing.

- a) Choy damlanadigan choynakka qaynagan suv quyung.  
 b) Suvni qaynating.  
 d) Damlangan choynakni maxsus yopqich bilan yoping.

- e) Choy damlanadigan choynakni qaynoq suv bilan chaying.  
 f) Choynakka quruq choy soling.  
 g) Quruq choy tayyorlang.



18. Jasurda a kitob, Sheralida b kitob, Shuhratda esa c kitob bor.

- a)  $a + b$ ; d)  $a + c$ ; f)  $a \cdot c$ ;  
 b)  $b + c$ ; e)  $a + b + c$ ; g)  $b \cdot c$ ;

ifodalar nimani bildiradi? Bu ifodaning qiymatini  $a = 12$ ,  $b = 10$ ,  $c = 7$  bo'lganda toping.

19.  $\begin{array}{r} +1475 \\ +1398 \\ \hline \end{array}$  va  $\begin{array}{r} +1402 \\ +1279 \\ \hline \end{array}$

ni bajaring va quyidagilarni og'zaki hisoblang:

- a)  $1476 + 1398 = \square$ ; h)  $1402 - 1280 = \square$ ;  
 b)  $1475 + 1399 = \square$ ; i)  $1403 - 1279 = \square$ ;  
 d)  $1476 + 1397 = \square$ ; j)  $1403 - 1280 = \square$ ;  
 e)  $1575 + 1398 = \square$ ; k)  $1602 - 1279 = \square$ ;  
 f)  $1873 - 1475 = \square$ ; l)  $1402 - 1123 = \square$ ;  
 g)  $1873 - 1398 = \square$ ; m)  $1279 - 1123 = \square$ .

20. Yoqilg'i quyish shoxobchasida 500 litr yoqilg'i bor. 6 ta «Tiko» va 5 ta «Neksiya» mashinasiga yoqilg'i quyildi. Agar har bir «Tiko» mashinasiga 20 litrdan va har bir «Neksiya» mashinalariga 26 litrdan yoqilg'i quyilgan bo'lsa, shoxobchada necha litr yoqilg'i qolgan?

21. Tenglamani yeching:

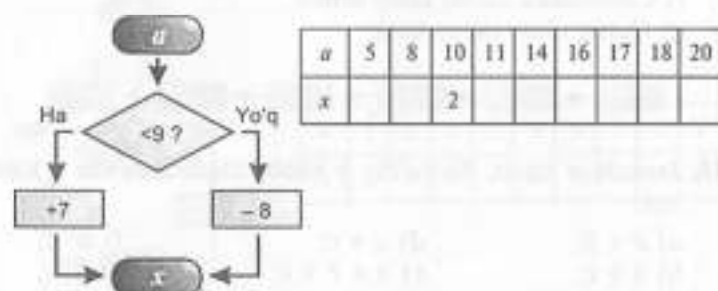
$\begin{array}{r} +387 \\ x \quad \quad \quad 815 \end{array}$        $\begin{array}{r} +x \\ 760 \quad \quad \quad 570 \end{array}$

$\begin{array}{r} -88 \\ x \quad \quad \quad 420 \end{array}$        $\begin{array}{r} -x \\ 850 \quad \quad \quad 940 \end{array}$

22. Eng qulay usulda hisoblang:

$1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 20 = \square$

23. Quyidagi algoritm bo'yicha jadvalni to'ldiring:



5- §. TO'PLAM TUSHUNCHASI

To'plam matematikaning asosiy tushunchalaridan biri. Uni misollar asosida o'rganamiz. Shu o'rinda Pedagogika kolleji talabarlari to'plami,  $x + 1 > 0$  tengsizlikning yechimlari to'plami, auditoriyadagi stullar to'plami haqida gapirish mumkin. Hayotda to'plam so'zi o'rniga maxsus so'zlar qo'llanilishi mumkin, masalan suruv, gala, poda va hokazo.

To'plamni tashkil etuvchi har qanday obyekt uning elementlari deyiladi. Masalan, 3 soni natural sonlar to'plamining elementi, 4 aprel esa aprel oyining to'rtinchi kuni.

To'plam va uning elementi orasidagi munosabat tegishli so'zi bilan ifodalanadi. 3 sonini natural sonlar to'plamiga tegishli deyish mumkin.

To'plamlar va ularning elementlari to'g'risida turli mulohazalarni qisqacha yozuv bilan, aniqrog'i belgilar bilan almashtirish mumkin. Odatda, to'plamni lotin alifbosini bosh harflari bilan, uning elementlarini kichigi bilan, tegishli so'zi « $\in$ » belgi bilan yoziladi.

$a$  element  $A$  to'plamga tegishli mulohazasi  $a \in A$  deb yoziladi.  $a$  element  $A$  to'plamga tegishli emas mulohazasi  $a \notin A$  deb yoziladi. Masalan,  $A$  to'plamning ayrim elementlari uchun  $16 \in A$ ,  $328 \in A$ ,  $17 \notin A$ ,  $1\frac{2}{3} \notin A$  mulohazalar rost bo'ladi. Ayrim sonli to'plamlar uchun maxsus belgilar mavjud. Masalan, barcha natural sonlar to'plami  $N$ , butun manfiy bo'lmagan sonlar to'plami  $Z_0$ , barcha butun sonlar to'plami  $Z$ , barcha ratsional sonlar to'plami  $Q$  va barcha haqiqiy sonlar to'plami  $R$  bilan belgilanadi.

To'plam elementlari chekli va cheksiz bo'lishi mumkin. Masalan, o'qitiladigan fanlar to'plami chekli, lekin to'g'ri chiziqdagi nuqtalar to'plami cheksiz.

To'plam bitta elementdan iborat bo'lishi mumkin, masalan «shar» so'zidagi unli tovushlar to'plami bitta «a» harfidan iborat.

Matematikada bitta ham elementga ega bo'lmagan to'plamlar ham qaraladi. Uni bo'sh to'plam deyiladi va « $\emptyset$ » deb belgilanadi.

Bo'sh to'plamga auditoriyadagi Zulfiya mukofoti sovrindori to'plami (agar sovrindor bo'lmasa).

Agar biror obyekt haqida to'plamga tegishli yoki tegishli emas deb aytish mumkin bo'lsa, to'plam berilgan hisoblanadi.

To'plamni barcha elementlarini yozish orqali berish mumkin. Masalan, to'plam agar  $a, b, c, d$  dan iborat bo'lsa,  $A = \{a; b; c; d\}$  deb yoziladi.

To'plamni elementning xarakterlovchi xossasi orqali berish ham mumkin. Masalan, 5 dan kichik natural sonlar to'plami  $M = \{1; 2; 3; 4\}$  yoki  $M = \{x \mid x \in N \text{ va } x < 5\}$  deb yozish mumkin.

Agar  $A$  va  $B$  to'plamlar bir xil elementlardan tuzilgan bo'lsa, ular teng to'plamlar hisoblanadi va  $A = B$  deb yoziladi.

Masalan,  $A = \{1^2; 2; 3; 2^2; 5; 6\}$  va  $B = \{1; \sqrt{4}; \sqrt{9}; \frac{8}{2}; \sqrt{25}; 7-1\}$ , chunki har ikkala to'plam 1, 2, 3, 4, 5, 6 sonlardan iborat.

$A$  auditoriyadagi talabalar to'plami,  $B$  esa auditoriyadagi o'g'il bolalar to'plami bo'lsin.  $B$  to'plam  $A$  to'plamning qismini tashkil etadi. Umuman, faqat va faqat  $B$  ning barcha elementlari  $A$  to'plamga tegishli bo'lsa,  $B$  to'plam  $A$  to'plamning to'plam osti bo'ladi va  $B \subset A$  deb yoziladi. Bundan har qanday to'plamning o'zini to'plam ostisi bo'ladi deyish to'g'ri bo'ladi. Umuman, agar  $B \subset A$  va  $A \subset B$  bo'lsa,  $B = A$  kelib chiqadi deb xulosa qilish mumkin. Bundan tashqari, agar  $A \subset B$  va  $B \subset C$  bo'lsa, unda  $A \subset C$  bo'ladi.

To'plamlardan tushunchalarni ta'riflashda foydalaniladi. Masalan, nuqtalar to'plami geometrik figura deyiladi. Shuning uchun kesma, nur, to'rtburchak, uchburchak geometrik figuralar bo'ladi.  $AB$  kesma  $AB$  to'g'ri chiziqning qismi bo'ladi.

### Mashqlar

1. To'plamga misollar keltiring.
2. To'plamlarning uchta elementini ayting: pedagogika bilim yurtlarida o'rganiladigan fanlar to'plami; o'zbek alfavitidagi jarangli undosh tovushlar to'plami; natural sonlar to'plami.

3. To'plamlarni turlicha usullar bilan o'qing:  
 $12 \in X$ ;  $-3 \notin X$ .
4.  $B$  juft sonlar to'plami. Buni bilgan holda, quyidagi jumalarni simvollar yordamida yozing: 20 juft son; 12 toq son emas.
5. Quyidagi fikrlarni o'qing va ular orasidan rostlarini aniqlang:  
 a)  $100 \in N$ ; e)  $102 \notin R$ ; h)  $-7 \in R$ ;  
 b)  $-8 \in Z$ ; f)  $5,36 \in Q$ ; i)  $\sqrt{2} \in Q$ .  
 d)  $-8 \in N$ ; g)  $\frac{3}{4} \in N$ ;
6. Bo'sh, chekli, cheksiz to'plamlarga misol keltiring.
7.  $2x - y = 3$  tenglama berilgan. Mazkur tenglamaning bir nechta yechimini yozing. Har bir yechim nimaning ifodalaydi? (4;5) juftlik berilgan tenglamaning yechimi bo'ladimi? (5;4) juftlik-chi?

#### 6-§. TO'PLAMLAR USTIDA AMALLAR

$A = \{a; b; c; d\}$  va  $B = \{c; d; e\}$  to'plamlar berilgan bo'lsin. Bir vaqtda  $A$  va  $B$  ga tegishli bo'lgan elementlardan tuzilgan  $P = \{c; d\}$  to'plam to'plamlarning kesishmasi bo'ladi.

$A \cap B$  deb yoziladi,  $\cap$  belgi to'plamlarning kesishishini bildiradi.

Agar  $A$  va  $B$  lar umumiy elementlarga ega bo'lmasa, ular kesishmaydi va  $A \cap B = \emptyset$  deb yoziladi. Bundan tashqari, har qanday  $A, B$  va  $C$  to'plamlar uchun

$$(A \cap B) = B \cap A,$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C),$$

agar  $A \subset B$  bo'lsa, unda  $A \cap B = A$  bo'ladi. Xususiyl holda  $A \cap A = A$ ,  $A \cap \emptyset = \emptyset$ ,  $A \cap J = A$ , universal to'plam ( $J = A$ ) kelib chiqadi.

$A$  va  $B$  to'plamlarning hech bo'lmaganda biriga tegishli bo'lgan elementlardan iborat bo'lgan to'plam ularning birlashmasi bo'ladi va  $A \cup B$  deb belgilanadi, bunda « $\cup$ » — birlashma belgisi. Masalan,  $A = \{m; n; p; k; l\}$  va  $B = \{p; r; s; n\}$  to'plamlarning birlashmasi  $A \cup B = \{m; n; p; k; l; r; s\}$  bo'ladi.

$A$  — pedagogika kolleji I kurs talabalari,  $B$  — II kurs talabalari bo'lsin. Unda  $A \cup B$  to'plamga I kurs yoki II kurs talabalari kirishi mumkin. Ular orasida I kurs talabalari yoki II kurs talabalari yoki I va II kurs talabalaridan iborat bo'lishi mumkin.

#### Xossalari:

1) har qanday  $A$  va  $B$  to'plamlar uchun  $A \cup B = B \cup A$  (komutativlik) bo'ladi;

2) har qanday  $A, B$  va  $C$  to'plamlar uchun  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$  (assosiativlik) bo'ladi;

3) agar  $B \subset A$  bo'lsa, unda  $A \cup B = A$  bo'ladi. Xususiyl holda  $A \cup A = A$ ,  $A \cup \emptyset = A$ ,  $A \cup J = J$  bo'ladi;

4) har qanday  $A, B$  va  $C$  to'plamlar uchun

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

tengliklar o'rinli.

$B$  to'plam  $A$  ni qismi bo'lsin.  $B$  ga tegishli bo'lmagan  $A$  to'plamning elementlaridan iborat to'plam  $B$  ni  $A$  ga to'ldiruvchi bo'ladi va  $B'$  deb belgilanadi.

$A$  deb I kurs talabalari to'plami,  $B$  deb I kurs qiz bolalar to'plami bo'lsa,  $B'$  to'plam o'g'il bolalar to'plami bo'ladi.

1- misol.  $A = \{2; 3; 4\}$  to'plamning barcha qism to'plamlarini yozing.

Yechish. Bir elementli qism to'plamlarini  $\{2\}$ ,  $\{3\}$ ,  $\{4\}$ , ikki elementli qism to'plamlarini  $\{2; 3\}$ ,  $\{2; 4\}$ ,  $\{3; 4\}$ , shuningdek,  $A$  to'plamning o'zi, ya'ni  $\{2; 3; 4\}$  va bo'sh to'plam  $\emptyset$  bo'ladi. Shunday qilib, berilgan  $A$  to'plam 8 ta qism to'plamga ega ekan.

2- misol. 5 va 3 sonlaridan foydalanib, qism to'plamning to'ldiruvchisi masalasining mohiyatini tushuntiring.

Yechish. 5 ta daftar olamiz va 3 tasini ajratib, qolganini sanaymiz. Demak, 2 ta daftar qoladi. Bundan, umumiy holda  $a$  ta elementga ega bo'lgan berilgan to'plamdan  $b$  ta elementga ega bo'lgan qism to'plam chiqarib tashlanyapti va to'plamning qolgan qismida  $a - b$  ta element bo'ladi.

3- misol.  $A = \{1; 2; 3; 5\}$ ,  $B = \{1; 5\}$  bo'lsa,  $A, B$  ni toping.

Yechish. Ta'rifga ko'ra,  $A \cap B = \{2; 3\}$  bo'ladi.

Shuni qayd etish lozimki,  $N$  barcha natural sonlar to'plami,  $Z$  barcha butun sonlar to'plami,  $Q$  barcha ratsional sonlar to'plami,  $R$  barcha haqiqiy sonlar to'plami bo'lib,  $N \subset Z \subset Q \subset R$  bo'lganligi uchun  $R$  to'plami qolgan sonli to'plamlar uchun universal to'plam vazifasini bajaradi.

$A$  va  $B$  to'plamlarning ayirmasi  $B$  ga kirmagan  $A$  ning barcha elementlaridan iborat to'plam bo'ladi va  $A \setminus B$  deb belgilanadi.

$A = \{a; b; c; d; e\}$ ,  $B = \{b; d; e; k; f; n\}$  bo'lsa,  $A \setminus B = \{a; c\}$  bo'ladi.

4- misol. Quyidagilarning to'g'riligiga osongina ishonch hosil qilish mumkin:

$A$  barcha juft sonlar to'plami  $A = \{a \mid a = 2n, n \in \mathbb{N}\}$   
 $B$  barcha toq sonlar to'plami  $B = \{b \mid b = 2n - 1, n \in \mathbb{N}\}$  bo'lsa,  
 $A \cup B = \mathbb{N}$  bo'ladi;

$A = \{a \mid 4 \leq a \leq 14, a \in \mathbb{R}\}$ ,  $B = \{b \mid 10 < b < 19, b \in \mathbb{N}\}$   
 bo'lsa,  $A \cap B = \{x \mid 11 \leq x \leq 14, x \in \mathbb{N}\}$  bo'ladi;

$A = \{a \mid |a| < 4, a \in \mathbb{R}\}$ ,  $B = \{b \mid |b| \leq 2, a \in \mathbb{R}\}$ .  
 $A \cup B = \{x \mid -4 < x < -2 \cup 2 < x < 4\}$ ;

Agar  $B \subset A$  bo'lsa,  $A \cup B = B_A$  ko'rinishda belgilanadi va  $B$  to'plamning  $A$  to'plam to'ldirmasi bo'ladi;

$A$  va  $B$  to'plamlarning dekart ko'paytmasi 1- elementi  $A$  to'plamdan, 2- elementi  $B$  to'plamdan olingan  $(a;b)$  ko'rinishdagi barcha tartiblangan juftliklar to'plamiga  $A$  va  $B$  ning dekart ko'paytmasi deyiladi va  $A \cdot B$  yoki  $A \times B$  ko'rinishda belgilanadi.  $A \times B = \{(a;b) \mid a \in A \text{ va } b \in B\}$ . Agar  $A = \{2; 3; 4; 5\}$ ,  $B = \{a; b; c\}$  bo'lsa,  $A \times B = \{(2;a), (2;b), (2;c), (3;a), (3;b), (3;c), (4;a), (4;b), (4;c), (5;a), (5;b), (5;c)\}$  bo'ladi.

### Mashqlar

- Ikki to'plam orasida qanday munosabatlar bo'lishi mumkin?
- Qism, teng to'plamlarga misollar keltiring.
- To'plamlar ustida amallar xossalarini ayting va izohlang.
- To'plamlar dekart ko'paytmasiga ta'rif bering. Dekart ko'paytma kommutativlik xossasiga ega bo'lmasligini tushuntiring.
- To'plamlarni qism to'plamlarga ajratishning qaysi holida sinflarga ajratish deyiladi?
- To'plamni sinflarga ajratishga misol keltiring.
- To'plamni bitta, ikkita, uchta xossaga ko'ra sinflarga ajratishda hosil bo'ladigan sinf elementlarini ta'riflang.

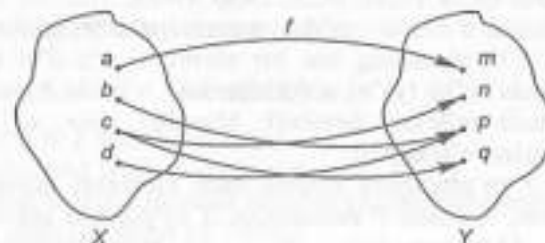
### 7- §. IKKI TO'PLAM ELEMENTLARI ORASIDAGI MOSLIK. BINAR MUNOSABATLAR VA ULARNING XOSSALARI

Moslik lotin alifbosining  $f, g, t, s$  kabi harflari bilan belgilanadi. Sizga ma'lum bo'lgan funksiyalarning hammasi moslik tushunchasiga misol bo'la oladi.

$X$  to'plam moslikning birinchi to'plami deyiladi.  $X$  to'plamning moslikda ishtirok etuvchi elementlar to'plami *moslikning aniqlanish sohasi* deyiladi.

$Y$  to'plam moslikning ikkinchi to'plami deyiladi.  $Y$  to'plamning moslikda qatnashgan elementlari to'plami *moslikning qiymatlar to'plami* deyiladi.

2.  $G_f \subset X \times Y$  to'plam moslikning grafigi deyiladi. 2 to'plam orasidagi moslikni nuqtalar va yo'nalishli kesmalar, strelkalar yordamida tasvirllovchi rasmlar moslikning grafi deyiladi. Masalan:



$X = \{a; b; c; d; e\}$ ;

$Y = \{m; n; p; q\}$ ;

$G_f = \{(a;m), (b;p), (c;n), (c;q), (d;p)\}$ .

Aniqlanish sohasi =  $\{a; b; c; d\}$

qiymatlar to'plami  $\alpha \{m; n; p; q\}$ .

1. Agar  $f$  moslikning aniqlanish sohasi birinchi to'plam bilan ustma-ust tushsa,  $f$  moslik *hamma yerda aniqlangan* bo'ladi.

Agar  $f$  moslikning qiymatlar to'plami ikkinchi to'plam bilan ustma-ust tushsa,  $f$  moslik *suryektiv*, agar  $f$  moslikda birinchi to'plamning har bir elementiga ikkinchi to'plamning bittadan ortiq bo'lmagan elementi mos kelsa,  $f$  moslik *funksional*, agar  $f$  moslikda ikkinchi to'plamning har bir elementiga birinchi to'plamning bittadan ortiq bo'lmagan elementi mos qo'yilgan bo'lsa,  $f$  moslik *inyektiv*. Suryektiv va inyektiv moslik bir so'z bilan *biyektiv* bo'ladi.

Hamma yerda aniqlangan funksional moslik *akslantirish* bo'lishini unutmash kerak.

$X$  va  $Y$  to'plamlar orasidagi  $f$  moslik biyektiv akslantirish bo'lsa,  $X$  va  $Y$  to'plamlar orasida o'zaro bir qiymatli *moslik o'rnatilgan* bo'ladi.

$X$  va  $Y$  to'plamlar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilgan bo'lsa, bu to'plamlar *teng quvvatli* bo'ladi.

Barcha natural sonlar to'plami  $\mathbb{N}$  ga teng quvvatli to'plamlar *sanoqli to'plamdir*.

$X \times X$  ning istalgan  $G$  qism to'plami binar munosabat deyiladi. Binar munosabatlar  $P, Q, R$  va boshqa lotin harflari bilan belgilanadi. Matematikada binar munosabatlar « $\equiv$ », « $<$ », « $>$ », « $\neq$ », « $\parallel$ », « $\perp$ » kabi belgilar orqali beriladi. Masalan:  $X = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$  to'plam elementlari orasidagi munosabat  $P$  « $x > y$ » berilgan. U quyidagi juftliklar to'plami orqali ifoda qilinadi.  $G = \{(4;3), (5;3), (5;4), (6;3), (6;4), (6;5), (7;3), (7;4), (7;5), (7;6), (9;3), (9;4), (9;5), (9;6), (9;7)\}$ .

To'plamlar o'rtasida quyidagi munosabatlar bo'lishi mumkin: Agar  $X$  to'plamning har bir elementi o'z-o'zi bilan  $R$  munosabatda bo'lsa (ya'ni,  $x P x$  bajarilsa), u holda  $R$  munosabat  $X$  to'plamda refleksiv deyiladi. Masalan, « $\equiv$ », « $\parallel$ », « $\perp$ » munosabatlar refleksivdir.

Agar  $X$  to'plamning birorta ham elementi uchun  $x R x$  bajarilmasa, u holda  $P$  munosabat  $X$  to'plamda antirefleksiv deyiladi. Masalan, « $<$ », « $>$ », « $\perp$ » munosabatlar antirefleksivdir.

Agar  $X$  to'plamda  $R$  munosabat berilgan bo'lib,  $x R y$  va  $y R x$  shartlar bir vaqtda bajarilsa,  $R$  simmetrik munosabat deyiladi. Masalan, « $\parallel$ », « $\perp$ », « $\equiv$ » munosabatlar simmetrik munosabatlardir.

Agar  $X$  to'plamda  $R$  munosabat uchun  $x R y$  va  $y R x$  ekanligidan  $x = y$  ekanligi kelib chiqsa,  $R$  antisimmetrik munosabat deyiladi. Masalan, « $x$  soni  $y$  soniga karrali» munosabati antisimmetrikdir.

Agar  $X$  to'plamda berilgan  $R$  munosabat uchun  $x R y$  va  $y R z$  ekanligidan  $x R z$  bajarilishi kelib chiqsa, u holda  $R$  munosabat *tranzitiv* deyiladi. Masalan, « $\equiv$ », « $>$ », « $<$ » kabi munosabatlar tranzitivdir.

Har qanday  $R$  munosabat refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo'lsa, u holda  $R$  ekvivalentlik munosabati deyiladi. Masalan, « $\parallel$ », « $\equiv$ », « $\neq$ » kabi munosabatlar ekvivalentlik munosabati bo'ladi. Ekvivalentlik munosabati to'plamni sinflarga ajratadi.

Agar  $R$  munosabat antisimmetrik va tranzitiv bo'lsa, u holda  $R$  tartib munosabati deyiladi. Masalan, « $<$ », « $>$ », « $\leq$ », « $\geq$ » lar tartib munosabati bo'ladi.

Agar  $X$  va  $Y$  to'plam elementlari orasidagi  $R$  munosabatda  $X$  to'plamning har bir elementiga  $Y$  to'plamning bittadan ortiq bo'lmagan elementi mos kelsa, u holda  $R$  funksional munosabat yoki funksiya deyiladi.

Agar  $R$  munosabat funksional bo'lsa, u holda uning aniqlanish sohasi funksiyaning aniqlanish sohasi deyiladi. Qiymatlar sohasi esa funksiyaning qiymatlar sohasi deyiladi.

Agar  $X$  va  $Y$  to'plamlar elementlari orasidagi  $R$  munosabatda  $X$  ning har bir elementiga  $Y$  ning faqat bitta elementi mos kelsa, u holda  $R$  munosabat  $X$  ni  $Y$  ga suryektiv akslantirish deyiladi.

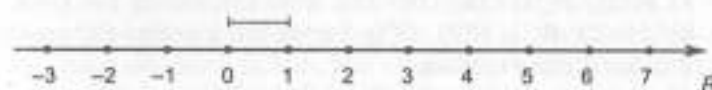
Agar akslantirishning qiymatlar sohasi  $Y$  to'plam bilan teng bo'lsa, akslantirish inyektiv deyiladi.

### Mashqlar

1.  $G \subset X \times Y$  shartni izohlang.
2. Moslikning berilish usullarini sanang.
3. Moslik turlariga misollar keltiring va ular grafiklarining o'ziga xos xususiyatlarini ko'rsating.
4. Uchburchakning o'rta chizig'i bilan asosi orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkinmi?
5. Barcha natural sonlar to'plami bilan barcha ratsional sonlar to'plami orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkinmi?
6. Chekli to'plamlarning teng quvvatli bo'lish shartini ayting.
7. Cheksiz to'plamlar uchun bu shart qanday?
8. Munosabatni moslikning xususiy holi ekanini tushuntiring.
9. Munosabat xossalarini chizmada aks ettiring.
10. To'g'ri chiziqlarning parallelligi ekvivalentlik munosabati bo'ladimi? Perpendikularligi-chi? Isbotlang.
11. Tekislikdagi uchburchaklar to'plamida «tengdoshlik» ekvivalentlik munosabatlarini ko'rsating.

### 8-§. SONLAR O'QI

Chapdan o'ngga qarab nur chizib, nurning boshiga 0 soni yoziladi. Tayin uzunlikka ega bo'lgan kesma olinadi va nurning boshidan ketma-ket bir, ikki, uch va hokazo marta qo'yib chiqiladi. Belgilangan nuqtalarga mos sonlar yoziladi.



Biz sonli o'qini hosil qildik.

Sonli o'qini yasashda quyidagilarni yodda saqlash kerak:

— 0 soni nurning boshiga mos keladi;

— sonli o'qida teng kesmalar ketma-ket qo'yiladi;

— nurning har bir nuqtasidan nurning boshigacha bo'lgan masofa shu nuqtaga mos kelgan songa teng bo'ladi. Masalan, 4 soni nurning boshidan 4 birlik masofada, 27 soni esa 27 birlik masofada yotadi.

Hayotda har qadamda qandaydir obyektlarni turar joyini aniqlashda sondan foydalaniladi. Masalan, «Matematika kabineti o'ngda birinchi xona», «Mehmonxona katta yo'ldan 300 m uzoqlikda joylashgan», «Elmurod firmasi Fayzulla Xo'jayev 36-uyda joylashgan», — deb gapiriladi. Son yordamida nurning har qanday nuqtasini belgilash mumkin. Masalan, rasmda  $M$  nuqta 4 soni bilan beriladi, chunki  $M$  nuqta nurning boshidan 4 birlik masofada joylashgan.



$M$  nuqtadan  $O$  nurning boshigacha bo'lgan masofani aniqlovchi son,  $M$  nuqtaning koordinatasi deyiladi. Rasmda  $M$  nuqtaning koordinatasi 4 ta teng va  $M(4)$  deb yoziladi. Demak, sonli o'qini koordinata o'qi desak bo'ladi.

**Misol.** 1, 2 va 3 raqamlaridan foydalanib, mumkin bo'lgan barcha ikki xonali sonlarni yozing.

**Y e c h i s h.** Hosil bo'ladigan sonning har biri ikkita raqamdan iborat bo'lib, bunda ularning kelish tartibi muhimdir, masalan, 1 va 2 raqamlaridan ikkita turli 12 va 21 sonlarni hosil qilish mumkin. Shunday qilib, 11; 12; 13; 21; 22; 23; 31; 32; 33.  $a$  va  $b$  sonlari yordamida tartiblangan  $(a, b)$  juftlikni yozish mumkin, bunda  $a$  ga juftlikning birinchi koordinatasi (tashkil etuvchisi),  $b$  element esa uning ikkinchi koordinatasi (tashkil etuvchisi) bo'ladi.

### Mashqlar

1. Sonlar o'qida quyidagi nuqtalarni belgilang:  
a)  $A(12)$ ,  $B(5)$ ,  $C(6)$ ,  $D(-12)$ ,  $E(8; 12)$ , bunda  $l = 1$  sm;  
b)  $A(-2)$ ,  $B(1)$ ,  $C(2)$ ,  $D(5)$ , bunda birlik kesma daftarning 3 ta katakchasi olinsin.
2. «5 soni 1 dan katta» ekanligini tushuntiring.

3.  $2 < 7$  yozuvni tahlil qiling. Javobingizni asoslang.
4. Nurda  $A(2)$  va  $B(8)$  nuqtalarni belgilang. Ular orasida necha birlik kesma bor?
5. Ushbu qoida to'g'rimi?. Sonlar o'qidagi ikki nuqta orasidagi masofani topish uchun katta koordinatasidan kichigini ayirish kerak.
6.  $(-1; 0)$ ,  $(-1; 4)$ ,  $(3; 0)$ ,  $(3; 4)$  sonlar juftligini tasvirlovchi nuqtalar koordinatalar tekisligida qanday figurani hosil qiladi?
7. Absissasi  $(-2; 2)$  to'plamga, ordinatasi  $(-3, 3)$  to'plamga tegishli bo'lgan nuqtalar qanday figurani hosil qiladi?
8. Agar  $A = \{0; 2; 4; 6\}$ ;  $B = \{1; 3; 5\}$ , bo'lsa,  $A \times B$  dekart ko'paytmani to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida tasvirlang.  $(2; 3)$  nuqta hosil qilingan figuraga tegishli bo'ladimi?  $(3; 0)$  nuqta-chi?
9.  $A$  to'plamda 7 ta element bor. Agar  $A \times B$  dekart ko'paytmada 42 ta; 0 ta element bo'lsa,  $B$  to'plamda nechta element bor?
10. To'plam kitob va yondaftarchalardan tuzilgan. Agar 20 ta turli kitob va 15 ta turli bloknot bo'lsa, nechta har xil to'plam tuzish mumkin?
11. Agar sonlarning yozuvida raqamlar: takrorlansa; takrorlanmasa; 1; 2; 3; 4 raqamlaridan foydalanib, nechta ikki xonali son tuzish mumkin?
12. Agar sonlarning yozuvida 1; 2; 4; 6; 8 raqamlaridan faqat bir martadan foydalanish mumkin bo'lsa, bu raqamlardan foydalanib, nechta turli to'rt xonali son yozish mumkin? Ular orasida 2 raqamidan boshlanadigan nechta son bor?

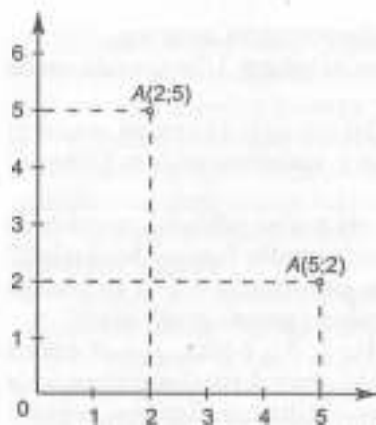
### 9-§. TEKISLIKDA KOORDINATALAR SISTEMASI

Umumiy uchga ega bo'lgan, tomonlari koordinata o'qlaridan iborat to'g'ri burchak chizamiz.

Bunday burchak koordinata burchagi deyiladi.

Koordinata burchagining tomonlaridan biri gorizontal joylashgani va  $Ox$  absissalar o'qi, ikkinchi tomoni esa vertikal, ya'ni  $Oy$  ordinata o'qi deyiladi.

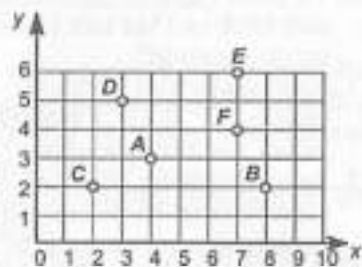
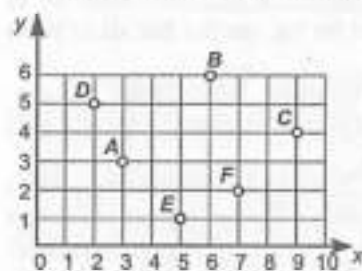
$Ox$  va  $Oy$  koordinata o'qlari chizmada strelka bilan ko'rsatiladi. Koordinata burchagidagi har qanday nuqtaning holatini son bilan ifodalash uchun, shu nuqtadan burchak tomonlariga perpendikular to'g'ri chiziqlar o'tkazish kerak va avval abs-



abscissasi ( $Ox$  o'qidagi koordinatasi), keyin ordinatasi ( $Oy$  o'qidagi koordinatasi) deb aytmiz. Masalan,  $A$  nuqta 2 abscissaga va 5 ordinataga ega, demak,  $A$  nuqtaning koordinatalari  $(2; 5)$  sonlar jufti bo'ladi va  $A(2; 5)$  deb yoziladi. Agar  $A$  nuqtani abscissa va ordinatasining o'rnini almash-tirsak, boshqa  $B(5; 2)$  nuqta hosil bo'ladi va  $B$  nuqtaning koordinatalari 5 va 2 deb o'qiladi.

### Mashqlar

1. Rasmda belgilangan nuqtaning koordinatalarini yozing:

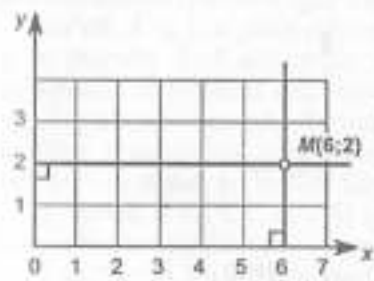


- Bitta to'yda bir yarim kg. dan non isrof bo'ladigan bo'lsa, 100 ta to'yda qancha non isrof bo'ladi?
- Birinchi sinf 20 ta test, ikkinchi sinf esa 25 ta test savollarini bajarishdi. Ular birgalikda nechta test savollarini bajarishgan?
- 427 dan katta va 672 dan kichik hamda yuzlar xonasida 5 soni turgan natural son yozing. Shunday sondan nechta yozish mumkin?
- 8472 dan kichik va 6196 dan katta hamda minglar xonasida 7 soni turgan natural son yozing. Masalaning nechta yechimi bo'lishi mumkin?
- Muyassar 18 yoshda. U qachon tug'ilgan?

### 10-§. KOORDINATALARIGA KO'RA NUQTANI YASASH

Biz abscissasi va ordinatasi orqali har qanday nuqtaning koordinata burchagidagi o'rnini belgilashni bilamiz. Masalan,  $M$  nuqta 1- rasmda  $(6;2)$  koordinatalarga ega.

Teskari masalani qanday yechish mumkin? Koordinatalari bo'yicha nuqtani tekislikda joylashtiring. Unda,  $M(6;2)$  nuqtaning koordinatalarini chizmada belgilaymiz.



Bu masalani turli usullar bilan yechish mumkin:

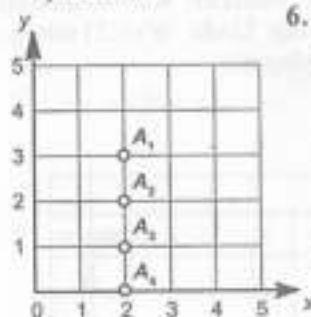
1-usul: Avval  $x$  o'qi bo'yicha 6 birlik yuramiz so'ngra 2 birlik  $y$  o'qi bo'ylab yuqoriga ko'tarilamiz.

2-usul:  $x$  o'qining 6 va  $y$  o'qining 2 nuqtalaridan koordinata o'qlariga o'tkazilgan perpendikularlarning kesishish nuqtasi topiladi.

### Mashqlar

- Uchlari  $A(2; 1)$ ,  $D(2; 6)$ ,  $E(7; 6)$ ,  $F(11; 1)$  nuqtalarda bo'lgan  $ADEF$  to'rtburchak yasang va uning yuzini hisoblang.
- Ifodaning qiymatini toping:  
 $(7896 \cdot 40690 : 1200) \cdot 0 + 38752 : 38752 \cdot 200 - (9142 - 9142) : 1$ .
- Yer maydonining yuzi 224 m.kv. Maydonning bo'yi 16 m. Maydonning eni qancha?
- Ifodaning qiymatini toping:
  - $22987 - 308 \cdot 72 + 596370 : 193$ ;
  - $31365 : (53 + 1795 - 370481 - 527)$ .

5. Agar bir o'quvchi bir yilda 1 tupdan xurmo ko'chati eksa, sinfimizda 25 tup, maktabimiz bo'yicha 1200 tup va Sherobod tumani bo'yicha 3000 tup ko'chat ekilgan bo'ladi. Bu esa atrof-muhitni toza saqlash uchun xizmat qiladimi?

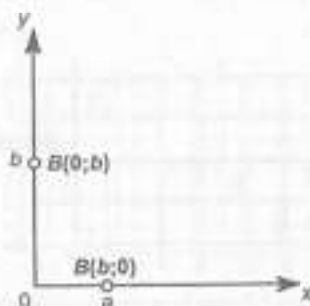
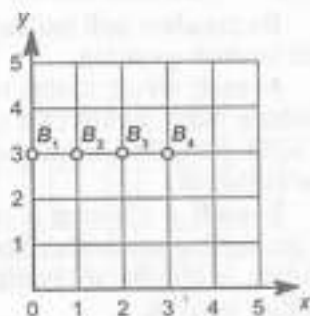


6.  $A_1, A_2, A_3, A_4$  nuqtalarning koordinatlarini yozing:

$A_1$ (—; —);  
 $A_2$ (—; —);  
 $A_3$ (—; —);  
 $A_4$ (—; —).

Agar nuqta  $Ox$  o'qida yotsa, unda uning ordinatasi — —.

7.  $B_1, B_2, B_3, B_4$  nuqtaning koordinatlarini yozing:



$B_1$ (—; —);  
 $B_2$ (—; —);

$B_3$ (—; —);  
 $B_4$ (—; —).

Agar nuqta  $Oy$  o'qida yotsa, unda uning absissasi — —.  
 $A(a; 0)$  nuqtani yasash uchun  $x$  o'qi bo'yicha  $a$  birlik yuramiz va to'xtaymiz.

Shunga o'xshash,  $B(0; b)$  nuqta yasaladi.

8.  $C(1; 0)$ ,  $T(0; 5)$ ,  $K(0; 2)$ ,  $M(4; 0)$ ,  $D(7; 0)$ ,  $F(0; 8)$  nuqtalarni yasang.  
 9. Birinchi qo'shiluvchi 102 va 13 ni ko'paytmasiga, ikkinchisi 209 ga teng. Yig'indi nimaga teng?  
 10. 1050 va 1070 ning ayirmasini toping.

11. Agar vannada vodoprovod jo'mragi ochiq qolsa, 2 daqiqada 3 litr toza suv behuda oqib ketadi. Uni Ibn Sino massivi bo'yicha hisoblasak, bir sutka davomida 8640 litr bo'ladi. Bu esa taxminan 13 ga paxta maydonini yoki 10 ga sholini sug'orishga yetadi. Xulosa qiling.

#### 11-§. MUNOSABAT TUSHUNCHASI. MUNOSABATLARNING XOSSALARI

Matematikada faqat obyektlar (sonlar, figuralar, kattaliklar)ning o'zigina emas, balki ular orasida bog'lanishlar, munosabatlar ham o'rganiladi. Masalan, 11 soni 9 sonidan katta (ortiq): 7 soni 5 sonidan 2 ta ko'p: 5 soni 2 sonidan keyin keladi, aniqrog'i, «katta (ortiq)», «ta ko'p», «keyin keladi» va hokazolar bilan bog'langan. Geometriyada to'g'ri chiziqlarning paralleligi va perpendikularligi, figuralarning tengligi hamda o'xshashligi, to'plamlarni taqqoslab, kesishadi yoki teng va hokazo munosabatlar o'rganiladi.

**Ta'rif.**  $X$  va  $Y$  to'plam elementlari orasidagi munosabat yoki  $X$  to'plamda  $X \cdot X$  dekart ko'paytmaning har qanday qism to'plamiga munosabat deb ataladi.

$X$  to'plamda berilgan  $R$  munosabatni  $X$  to'plamdan olingan va shu munosabat bilan bog'langan barcha elementlar juftliklarini sanab ko'rsatish bilan berish mumkin.

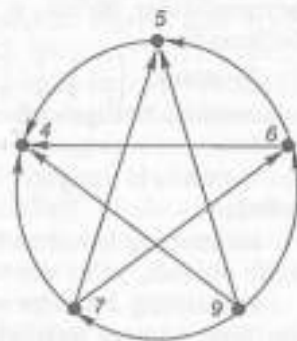
**1-misol.**  $X = \{4; 5; 6; 7; 9\}$  to'plamda biror munosabatni yozing.

**Yechish.** Bu to'plamdagi biror munosabatni quyidagi juftliklar to'plamini yozish bilan berish mumkin:  $\{(5; 4), (6; 4), (6; 5), (7; 4), (7; 5), (7; 6), (9; 4), (9; 5), (9; 6), (9; 7)\}$ . Shu munosabatning o'zini yana chizmada ham berish mumkin.

$X$  to'plamdagi  $R$  munosabat shu  $R$  munosabatda bo'lgan barcha elementlar juftliklarining xossasini ko'rsatish bilan berish ham mumkin.

**2-misol.**  $N$  natural sonlar to'plamida biror munosabatni ifodalang.

**Yechish.** « $x$  soni  $y$  sonidan katta», « $x$  soni  $y$  sonining bo'luvchisi», « $x$  soni  $y$  sonidan 3 marta katta» va hokazo.



Ma'lumki, agar  $X$  to'plamdagi ixtiyoriy element o'z-o'zi bilan  $R$  munosabatda deyish mumkin bo'lsa,  $X$  to'plamdagi munosabat refleksiv munosabat bo'ladi. Bu parallellik va tenglik munosabatlarning refleksivlik xossasi deyiladi. Masalan, 4 soni 4 soniga teng yoki tekislikdagi har qanday to'g'ri chiziq o'zi o'ziga parallel. Refleksivlik xossasi ixtiyoriy munosabat uchun o'rinli emas. Masalan,  $X$  to'plamda o'z-o'ziga perpendikular deyish mumkin bo'lgan birorta ham kesma yo'q.

Agar  $X$  to'plamdagi  $x$  element  $y$  element bilan  $R$  munosabatda bo'lishidan  $y$  elementning ham  $x$  element bilan  $R$  munosabatda bo'lishi kelib chiqsa,  $X$  to'plamdagi  $R$  munosabat simmetrik munosabat bo'ladi. Bunga parallellik, perpendikularlik tenglik munosabatlarning simmetriklik xossasi deyiladi.

Agar  $X$  to'plamning turli  $x$  va  $y$  elementlari uchun  $x$  elementning  $y$  element bilan  $R$  munosabatda bo'lishidan  $y$  elementning  $x$  element bilan  $R$  munosabatda bo'lmasligi kelib chiqsa,  $X$  to'plamdagi  $R$  munosabat antisimmetrik munosabat bo'ladi.

Agar  $X$  to'plamdagi  $x$  elementning  $y$  element bilan  $R$  munosabatda bo'lishi va  $y$  elementning  $z$  element bilan  $R$  munosabatda bo'lishidan hamda  $x$  elementning  $z$  element bilan  $R$  munosabatda bo'lishi kelib chiqsa,  $X$  to'plamdagi  $R$  munosabat tranzitiv munosabat bo'ladi. Bu munosabatlarning tranzitivlik xossasi deyiladi. Tranzitivlik xossasiga ega bo'lmagan munosabatlar ham mavjud. Masalan, agar  $a$  kesma  $b$  ga va  $b$  kesma  $c$  ga perpendikular bo'lsa, u holda  $a$  kesma  $c$  ga perpendikular bo'lmaydi.

**3- misol.**  $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}\right\}$  kasrlar to'plamida tenglik munosabati berilgan. Berilgan munosabat qanday xossalarga ega?

**Yechish.** Ixtiyoriy kasr o'z-o'ziga teng bo'lgani uchun refleksiv;

$ax$  kasrning  $by$  kasrga tengligidan  $b$  kasrning  $a$  kasrga tengligi kelib chiqadi, ya'ni simmetrik;

$a$  kasrning  $b$  kasrga va  $y$  kasrning  $b$  kasrga tengligidan  $a$  kasrning  $c$  kasrga tengligi kelib chiqadi, ya'ni tranzitiv.

Shunday qilib, kasrlarning tenglik munosabati refleksiv, simmetrik va tranzitiv munosabatdir. Bunday holda bu ekvivalentlik munosabati bo'ladi deb aytiladi. Masalan, to'g'ri chiziq-larning parallellik munosabati figuralarning tenglik munosabati ekvivalentlik munosabat bo'ladi.

Agar  $X$  to'plamda berilgan  $R$  munosabat tranzitiv va antisimmetrik bo'lsa, u holda bu munosabat tartib munosabati deyiladi.  $X$  to'plam, unda berilgan tartib munosabati bilan birga tartiblangan to'plam deb ataladi. Masalan,  $X = \{2; 8; 12; 32\}$  to'plamni «kichik» munosabati yordamida tartiblash mumkin yoki «karrali» munosabati yordamida ham amalga oshirish mumkin. Shuni yoddan chiqarimaslik kerakki, 8 va 12 sonlar jufti «karrali» munosabati bilan bog'langan emas, chunki 8 soni 12 ga karrali yoki 12 soni 8 ga karrali deyish mumkin emas.

Tartibi so'zi matematikada har qadamda uchraydi. Jumladagi so'zlarning tartibi, tenglamaning yechimini yozilish tartibi, misolda amallarning bajarish tartibi to'g'risida gapirish mumkin.

Masalan,  $(17 - 12) \cdot 18 = 9$  ni hisoblashda avval ayirish, keyin ko'paytirish, so'ngra bo'lish va qo'shish.

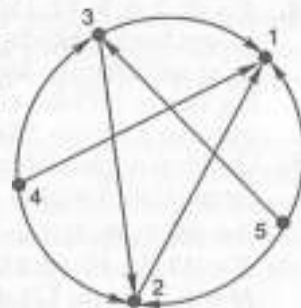
$X = \{3; 1; 5; 2; 4\}$  to'plamda « $x < y$ » munosabatning grafigini quyaylik.

$G = \{(1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (3; 4), (3; 5), (4; 5)\}$ .

Kollejdagi barcha talabalar to'plamini bir kursda o'qiydigan talabalardan iborat qism to'plam kursda o'qiydigan talabalardan iborat qism to'plamlarga ajratishi mumkin. Agar o'qish 4 yil bo'lsa, unda to'rtta to'plam hosil bo'ladi: birinchi kurs talabalari, ikkinchi kurs talabalari, uchinchi kurs talabalari va to'rtinchi kurs talabalari. Bu to'plamlarning har qanday ikkitasi umumiy elementga ega emas, chunki talaba bir vaqtda ham birinchi kurs, ham ikkinchi kursda o'qiy olmaydi, lekin bu to'plamlarning birlashmasi barcha talabalar to'plami bo'ladi. Unda  $X$  talabalar to'plami o'zaro kesishmaydigan to'rtta  $A, B, C, D$  talabalar to'plamidan iborat deyiladi.

Shuningdek,  $X$  to'plamni boshqa usul bilan o'zaro kesishmaydigan qism to'plamlarga ajratish mumkin, masalan, yoshiga qarab qizlar va bolalar to'plamiga va hokazo.

Umuman, barcha qism to'plamlar bo'sh bo'lmasa; ixtiyoriy ikkitasi kesishmaydi; barcha qism to'plamlar birlashmasi berilgan to'plamni tashkil etsa, berilgan to'plam ostilariga ajratilgan, deyiladi.



### Mashqlar

- Jumlalarni tengliklar ko'rinishida yozing.
  - $a$  soni  $b$  sonidan 5 ta ko'p;
  - $a$  soni  $b$  sonidan 7 ta kam;
  - $a$  soni  $b$  sonidan 5 marta katta;
  - $a$  soni  $b$  sonidan 5 marta kichik.
- Boshlang'ich sinflarda qaraladigan:
  - natural sonlar to'plamidagi;
  - matnli masalalardagi munosabatlarga misollar keltiring.
- Natural sonlar, tekislikdagi to'g'ri chiziqlar, uchburchaklar va to'plamlar orasida mavjud bo'ladigan munosabatlarga misollar keltiring.
- $X = \{0; 3; 6; 9; 12; 15; 18\}$  to'plam elementlaridan mumkin bo'lgan barcha shunday sonlar juftliklarini hosil qiling-ki, bunda  $(x; y)$  juftliklarning komponentlari quyidagi munosabat bilan bog'langan bo'lsin: « $x$   $y$  dan 3 marta katta», « $x$   $y$  dan 3 marta ko'p (ortiq)». Mazkur munosabatlarning grafisini yasang.
- Quyidagi to'plamlardan qaysilari  $A = \{0; 3; 6; 9; 12\}$  to'plam elementlari orasidagi munosabat bo'ladi?  
 $R = \{(6; 3), (9; 3), (12; 3), (12; 6), (3; 3), (6; 6), (9; 9), (12; 12)\}$ ;  
 $T = \{(3; 3), (3; 6), (3; 9), (3; 12), (6; 6), (9; 9), (12; 12)\}$ ;  
 $M = \{(3; 6), (6; 12), (9; 18)\}$ .
- $X = \{0; 1; 3; 4; 6\}$  to'plam elementlari  $P = \{0; 1\}, \{0; 3\}, \{0; 4\}, \{0; 6\}, \{1; 4\}, \{6; 6\}$  munosabatda. Bu munosabatning grafisini yasang.
- $X = \{1; 2; 4; 8; 12\}$  to'plamda « $x$  soni  $y$  ga karrali» munosabati berilgan. Berilgan munosabatning grafisini yasang va xossalari ifodalang.
- $X$  tekislikdagi to'g'ri chiziqlar to'plami. Quyidagi munosabatlardan qaysilari shu to'plamdagi ekvivalentlik munosabati bo'ladi: « $a$   $b$  ga parallel;  $a$   $b$  ga perpendikular»; « $a$   $b$  bilan kesishadi».
- $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$  to'plamda «3 ga bo'lganda aynan bir xil qoldiqqa ega» munosabati berilgan. Berilgan munosabat ekvivalentlik munosabati ekanini aniqlang. Nechta sinf hosil bo'ladi?
- $X$  kesmalar to'plami. Quyidagi munosabatlardan qaysilari bu to'plamda tartib munosabati bo'ladi: « $a$   $b$  ga teng»; « $a$   $b$  dan uzun»; « $a$   $b$  dan 2 sm qisqa»; « $a$   $b$  dan 3 marta uzun».

- $X = \{3; 6; 9; 12; 15\}$  to'plamda « $x$   $y$  ning bo'luvchisi» munosabati berilgan. Bu tartib  $X$  to'plamda «katta» munosabati bilan o'rnatilgan tartibda nima bilan farq qiladi?

### 12-§. MOSLIK TUSHUNCHASI, MOSLIK USTIDA AMALLAR

To'plamdagi munosabatlardan tashqari, ko'pincha ikki to'plam elementlari orasidagi, masalan, kesmalarining uzunliklarini o'lchash jarayonida  $X$  «kesmalar» va  $Y$  «haqiqiy sonlar» yoki  $A$  «tekislik nuqtasi» va  $B$  «haqiqiy sonlar jufti» orasidagi munosabatlarni qarashga to'g'ri keladi. Bunday munosabatlar *mosliklar* deb ataladi.

O'z mohiyatiga ko'ra, ikki  $X$  va  $Y$  to'plam elementlari orasidagi moslik, to'plamdagi munosabat kabi juftliklar to'plamini ifodalaydi hamda  $X$  va  $Y$  to'plamlar dekart ko'paytmasining qism to'plami bo'ladi.

Chekli to'plamlar orasidagi moslik grafiklar yordamida ham ifodalanadi. Buning uchun  $R$  moslikda bo'lgan barcha sonlar jufti koordinata tekisligidagi nuqtalar bilan tasvirlanadi. Buning natijasida hosil bo'lgan figura  $R$  moslikning grafigi bo'ladi. Aksincha, koordinata tekisligi nuqtalarning ixtiyoriy qism to'plami biror moslikning grafigi hisoblanadi.

**1-misol.**  $X = \{3; 5; 7; 9\}$  va  $Y = \{4; 6\}$  to'plam elementlari orasidagi «katta» mosligining grafisini chizing.

**Y e c h i s h.** Buning uchun berilgan to'plam elementlari nuqtalar bilan belgilanadi va  $X$  to'plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalardan  $Y$  to'plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalarga strelkalar o'tkaziladi, bunda «katta» mosligi bajarilishi kerak. Masalan, strelka 5 nuqtadan 4 nuqtaga borishi kerak, chunki 5 soni 4 dan katta. 7 nuqta 4 va 6 nuqtalarga boruvchi strelkalari orasidagi «katta» mosligiga ega.

Berilgan moslikda bo'lgan sonlar juftini yozamiz:  $(5; 4), (7; 4), (7; 6), (9; 4), (9; 6)$ .  $X$  to'plam elementlarini  $OX$  o'qda,  $Y$  to'plam elementlari orasidagi «katta» mosligining grafigi hosil qilinadi. Moslikni bunday tasvirlash ularni berilgan moslikda cheksiz ko'p sonlar jufti bo'lgan vaziyatda ko'rgazmali tasvirlash imkonini beradi.

**2-misol.**  $X = R$  va  $Y = \{4; 6\}$  to'plam elementlari orasidagi «katta» mosligining grafisini yasang.

**Yechish.** Bu holda  $X$  to'plam elementlari absissalar o'qini butunlay to'ldiradi,  $Y$  to'plam esa ikkita elementdan iborat: 4 va 6.  $X$  va  $Y$  to'plamlar elementlari uchun «katta» mosligi berilgani uchun  $X$  to'plamdagi qanday sonlar 4 dan katta ekani aniqlaniladi. 4 dan katta hamma sonlar  $OX$  o'qida 4 sonini tasvirlovchi nuqtadan o'ng tomonda joylashadi. Demak, absissasi,  $(4; \infty)$  oraliqdan olinuvchi, ordinatasi esa 4 ga teng bo'lgan barcha nuqtalar  $AB$  nurni hosil qiladi. Bu nur boshlang'ich nuqtaga ega emas, chunki  $(4; 4)$  nuqta berilgan moslikning grafigiga tegishli emas. Shunga o'xshash, absissa  $(6; \infty)$  oraliqdan olinuvchi, ordinatasi esa 6 ga teng bo'lgan barcha nuqtalar  $CD$  nurni hosil qiladi.

Shunday qilib,  $X = R$  va  $Y = \{4; 6\}$  to'plam elementlari orasidagi — «katta» mosligi grafigi  $AB$  va  $CD$  nurlari bo'lib, bunda  $A$  va  $C$  nuqtalar grafikka tegishli emas.

**3-misol.**  $R$  haqiqiy sonlar to'plamida  $X = Y = R$  holdagi «katta» ( $x > y$ ) mosligining grafigini yasang.

**Yechish.** Absissasi ordinatasiga teng bo'lgan hamma sonlar 1 va 3 koordinata burchaklari bissektrisasida joylashadi. Absissasi ordinatasidan katta bo'lgan hamma nuqtalar bissektrisasi ostida joylashgan. Bunga ishonch hosil qilish uchun bu sohadan nuqta, masalan,  $A(3; 0)$  nuqtani olish yetarli. Shunday qilib,  $R$  haqiqiy sonlar to'plamida berilgan «katta» mosligining grafigi 1 va 3 koordinata bissektrisasi ostida joylashgan yarim tekislik bo'ladi, bunda bissektrisasining o'zi bu yarim tekislikka tegishli bo'lmaydi.

**4-misol.**  $R$  moslik  $X = \{3; 5; 7\}$  va  $Y = \{4; 6\}$  to'plamlar elementlari orasidagi «katta» mosligi berilgan bo'lsin.  $R$  moslikka teskari moslikni toping.

**Yechish.**  $R$  moslik  $X = \{3; 5; 7\}$  va  $Y = \{4; 6\}$  to'plam elementlari orasidagi «katta» mosligi  $R = \{(5; 4), (7; 4), (7; 6)\}$ . Bu grafikning strelkalari yo'nalishi teskariga almashtiriladi.  $X$  va  $Y$  to'plamlar orasida qaraladigan hamda  $(4; 5)$ ,  $(4; 7)$ ,  $(6; 7)$  juftliklar bilan aniqlanadigan yangi «kichik» munosabati grafigi hosil bo'ladi. Berilgan  $R$  moslikka teskari moslik  $R^{-1}$  deb yoziladi.

**5-misol.**  $A = \{a; b; c; d\}$ ,  $B = \{1; 2; 3; 4\}$  bo'lsin. Bu to'plamlar elementlari orasidagi moslikni grafik yordamida tasvirlang. Bir qiymatli moslik bo'ladimi?

**Yechish.**  $A$  to'plamining har bir elementiga  $B$  to'plamdan yagona son mos kelgani uchun va  $B$  to'plamdagi har bir son  $A$

to'plamdagi faqat birgina elementga mos kelgani uchun  $A$  va  $B$  to'plamlar orasidagi berilgan moslik o'zaro bir qiymatli moslik bo'ladi.

**6-misol.**  $3 = 3$  va  $3 < 4$  tenglikni tushuntiring.

**Yechish.**  $3 = 3$  yozuvini tushuntirish uchun 3 ta qizil va 3 ta yashil kvadrat olinadi va har bir qizil kvadratga yagona yashil kvadrat mos qo'yiladi (amalda kvadratlar yonma-yon, ustma-ust qo'yiladi, kesmalar bilan tutashtiriladi va hokazo), ya'ni bu kvadratlar to'plami ustidan o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatiladi.  $3 < 4$  ekanini ko'rsatish uchun 3 ta elementli to'plam va 4 ta elementni o'z ichiga oluvchi to'plamning 3 ta elementli qism to'plami orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatiladi.

To'plamlar nazariyasi elementlarining tabiati turli bo'lishidan qat'iy nazar, xossalarini va ular o'rtasidagi bajariladigan amallarni o'rganadi. Agar ikki to'plam turli xarakterli xossalarni ifodalovchi bir xil elementlardan iborat bo'lsa, ular teng hisoblanadi. Maqsadimiz, ikki to'plam orasida aniqlangan biror moslikni qarashdan iborat.

1-kurs talabalari orasidagi juftlik uchun quyidagi tasdiq o'rinli. Halima va Barno 101-guruhda o'qiydi, boshqa ikkinchi juftlik uchun  $a$  talaba  $b$  talabadan yaxshi o'qiydi, uchinchi juftlik uchun «Halima necha yoshda bo'lsa, Barno ham shu yoshda». Har bir tasdiq  $a$  va  $b$  lar orasidagi moslik bilan berilgan (birga o'qishi, yaxshi o'qishi, yoshining tengligi). Bu misolda gap bitta to'plamning elementlari haqida bo'ldi. Turli to'plam elementlari haqida ham gapirish mumkin. Masalan, «Halima 2-kursda o'qiydi» tasdiq talabalar to'plami va kurs o'rtasidagi moslik bo'ladi.

(*Binar* so'zi — lotincha *bis* so'zi bo'lib, ikki degan ma'noni anglatadi, ya'ni gap  $X$  va  $Y$  to'plam haqida).

Kunlar	1-kun	2-kun	3-kun
Ismi			
Sherali	+		
Elmurod		+	
Shuhrat			+
Nargiza	+		
Erkin		+	
Ra'no			+

« $X$  o'qituvchi  $Y$  kuni navbatchi» orasidagi moslik.

$X = \{10; 20; 30; 40\}$ ,  $Y = \{2; 3; 4\}$  va  $f$  moslik « $x$  soni  $y$  soniga bo'linadi» bo'lsin.

$xfy = \{(10; 2), (20; 2), (30; 2), (40; 2), (20; 4), (30; 3), (40; 4)\}$  moslik rosti.

Umuman,  $afb$  moslik teng, katta, kichik  $a = b$ ,  $a < b$ ,  $a > b$  yoki parallellik va perpendikularligi  $a \parallel b$ ,  $a \perp b$  deb yoziladi.  $X$  va  $Y$  orasidagi binar moslik  $X$  to'plamda aniqlangan  $f$  binar munosabat deyiladi.

$X$  va  $Y$  orasidagi  $f$  munosabatda  $a \in X$  elementning obrazi bo'sh balki bir necha elementdan iborat bo'lishi mumkin.

Agar  $f$  moslikka  $a \in X$  elementning obrazi  $Y$  to'plamning faqat va faqat bitta elementdan iborat bo'lsa, bunday  $f$  moslik  $X$  ni  $Y$  ga akslantirish deyiladi va  $f: X \rightarrow Y$  yoki  $X \xrightarrow{f} Y$  deb belgilanadi. Bunda  $f$  belgi akslantirish qoidasi.

**Misol.** 1)  $X$  — auditoriyada talabalar to'plami,  $Y$  — stullar to'plami, har bir talaba bitta stulda o'tiribdi.  $f: x$  talaba  $y$  stulda o'tiribdi, qonun  $X$  ni  $Y$  ga akslantiradi;

2) moslik  $y = x + 4$  formula bilan berilgan jadvalni to'ldiring.

$x$	0	1	2	3	4	5
$x + 4$	4	5	6	7	8	9

### Mashqlar

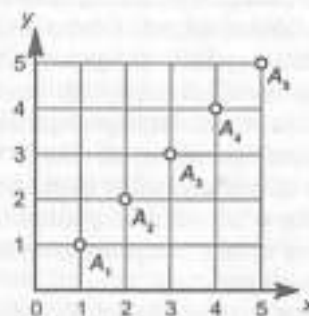
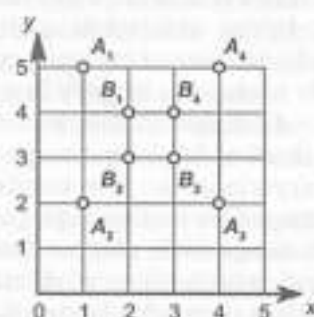
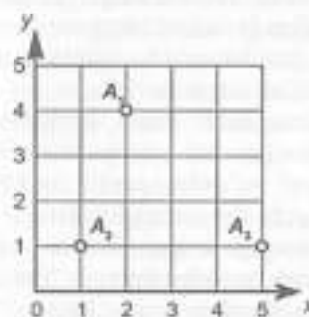
- Jadval yotoqxonada yashovchi talabalarining xona bo'yicha navbatchilik grafigini ifodalaydi. Bu jadval qanday to'plamlar orasida moslik o'rnatadi? Berilgan moslikka tegishli bo'lgan har bir tartiblangan juftlik nimani ifodalaydi? Berilgan to'plamlar orasida boshqa moslikni berish mumkinmi? Bu qanday amalga oshiriladi?
- O'quvchi kitob uchun 700 so'm, daftar uchun 30 so'm, qalam uchun 10 so'm, mo'yqalam uchun 20 so'm, o'chirg'ich uchun 5 so'm to'ladi. Bunda qanday ikkita to'plam orasida moslik o'rnatilgan?
- Uchburchakning o'rta chizig'i bilan asosi orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkinmi?
- Barcha natural sonlar to'plami bilan barcha ratsional sonlar to'plami orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkinmi?

5.  $P = \{(1; 1), (3; 0), (3; 1), (4; 1), (6; 1)\}$  to'plam  $X = \{1; 3; 4; 6\}$  va  $Y = \{0; 1\}$  to'plamlar elementlari orasidagi moslikni ifodalaydi.  $P$  moslikka teskari  $P^{-1}$  moslikni bering va bitta koordinata sistemasida  $P$  va  $P^{-1}$  moslikning grafiglarini yasang.

6.  $X = \{0; 2; 4; 6; 8; 10\}$  to'plamda  $T$  « $x$  soni  $y$  sonidan 2 ta kam» munosabati berilgan.  $T^{-1}$  munosabatini bering va koordinata tekisligida uning grafigini yasang.

7. Ikkita  $A = \{1; 2; 3\}$  va  $B = \{3; 7\}$  to'plam berilgan.  $A \times B$  va  $B \times A$  to'plamlarni toping. Bu to'plamlar orasida biror-bir usul bilan o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkin.

8. Nuqtalarning koordinatalarini yozing.



### *Ikkinchi bob*

## BUTUN NOMANFIY SONLAR

### 13- §. SON TUSHUNCHASI. NATURAL SON VA NOL TUSHUNCHASINING VUJUDGA KELISHI

Son va amal biror kishi tomonidan o'ylab topilmagan. Dalada ekin ekish, maydonni sug'orish, hayvonning uyga qaytib kelishini aniqlashda qadim-qadimda odamlarga arifmetik bilimlar zarurati tug'ilgan, qo'rada qancha qo'y borligini, omborda necha qop bug'doy borligini bilish zarur bo'lgan.

Qadimda odamlar sanashni bilmaganlar, mana, necha ming yillardan keyin molboqar loydan har bir qo'yga mos jism tayyorlaganlar. Bir kunda qo'yni yo'qolmaganligini bilish maqsadida mol qo'raga kirayotganda tayyorlangan jismlar bir tomonga o'tsa, cho'pon bemaol uyquga ketgan. Bundan tashqari, odamlarda qo'ydan tashqari sigir, echkilar bo'lgan. Shuning uchun tuproqdan boshqa figuralar yasashga to'g'ri kelgan. Yer egalari esa loydan yasalgan figuralar, mayda toshlar yordamida hosilning hisob-kitobini qilgan. Omborda necha qop bug'doy borligi, qaymoqdan kuydirib olingan yog'ning miqdorini bilganlar. Narsalarni qo'shish va ayirish yordamida qo'shish va ayirishga doir sodda masalalarni yechganlar.

Loydan yasalgan figuralarni va mayda toshlarni bir joydan ikkinchi bir joyga qo'yish mumkin qadar yetarlicha mashg'ulot bo'lgan. Ming yillar o'tib odamlar predmetlarni qayta sanashni o'rgandilar. Buning uchun ularga sonning nomini aytish haqida o'ylash zarurati tug'ilgan.

Turli xalq va elatlarning tillarini o'rganish natijasida sonlarning nomi paydo bo'lgan. Masalan, odamlar uchun predmetning shakli katta rol o'ynagan, hisoblashda «ikkita tuxum», «ikkita tosh», «ikkita ko'z» va hokazo. Avval faqat 1 va 2 sonlar nomlandi.

Son uchun «bir» so'zi oddiy «quyosh» so'zi bilan bog'liq, ikki sonining nomlanishi esa mavjud turli predmetlar bilan

bog'liq bo'lgan, ya'ni «quloq», «oyoq», «qo'l» va hokazo. Ba'zan «men» va «sen» olmoshi bilan bog'liq bo'lgan. «Bir» deb «erkak», «ikki» «ayol» deb e'tirof qiluvchi tillar bo'lgan. «Bir» va «ikki» so'zidan keyin «ko'p» so'zi paydo bo'lgan. Keyinchalik boshqa sonlarning nomini aytish zarurati tug'ilgan. Bunda 1 va 2 sonidan foydalanganlar. Masalan, Tinch okeanining Yangi Gvineya orolida yashovchi odamlar 3 ni 1 va 2, 4 ni 2 va 2 deb hisoblaganlar. 10 deb «ko'p», 100 deb «yana ko'p» so'zlarini qo'llaganlar. Keyinroq ayrim odamlar 3 ni «bir, ikki, ko'p» deb qabul qilganlar. Hattoki hozir ham choy damlagandan so'ng uni «uch marta qaytar», o'g'lidan xafa bo'lgan ona «nima men, bir narsani uch marta qaytarib aytishim kerakmi» degan so'zlar uchraydi.

3 soni doim tevarak-atrof yer, yer osti va koinot podshohligiga ajratgan. Shuning uchun ko'p yerli odamlar uchun 3 soni qadrli hisoblanadi.

Ayrim paytlarda «ko'p» so'zi 7 soni sifatida qaralgan.

Masalan, «yetti kishini bir kishi kutmaydi», «yetti marta o'lchab bir kes». Shunday qilib, sekin-asta sanashni fikrlay olganlar.

Odamlar daladan juda ko'p hosil yig'dilar. «Yuz» so'zini aytish uchun 2 ni 50 marta takrorlash kerak bo'lgan. Eski hisoblash usuli, ya'ni barmoqlar yordamida sanash metodiga o'tganlar.

Barmoqlar ajoyib hisoblash mashinasi vazifasini bajargan. Ular yordamida 5 gacha, agar ikki qo'lni olsak, 10 gacha sanash imkoni bo'lgan. Keyin odamlar sanashda yana bir qadam qo'ydilar va 10 talab sanaganlar. Buning uchun birdaniga ko'p kishilarni jalb qilinganligi haqiqat. Barmoqlar, sanash bilan bevosita bog'liq bo'lib, qadimgi grek tilida «sanash» so'zi «besh-talash» ma'nosini bildiradi. Rus tilida «besh» so'zi «pyat», ya'ni qo'l bo'lagi ma'nosini anglatadi. Angliyada esa 10 soni «barmoqlar» nomi bilan yuritiladi. Demak, angliyaliklar qachonlardir barmoq bilan sanaganlar.

Natural son tushunchasi matematikaning asosiy tushunchalaridan biridir. U butun matematika fani singari kishilar amaliy faoliyatlaridagi ehtiyojlar natijasida vujudga kelgan. Turli-tuman chekli to'plamlarni bir-biri bilan taqqoslash zarurati natural sonlarning vujudga kelishiga sabab bo'ldi.

O'zining rivojlanish davrida natural sonlar tushunchasi bir nechta bosqichni bosib o'tdi. Juda qadim zamonlarda chekli to'plamlarni taqqoslash uchun berilgan to'plamlar orasida yoki

to'plamlardan biri bilan ikkinchi to'plamning qism to'plami orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatishgan, ya'ni bu bosqichda kishilar buyumlar to'plamining sanog'ini ularni sanamasdan idrok qilganlar.

Vaqt o'tishi bilan odamlar faqat sonlarni atashni emas, balki ularni belgilashni, shuningdek, ular ustida amallar bajarishni o'rganib oldilar. Qadimgi Hindistonda sonlarni yozishning o'nli sistemasi va nol tushunchasi yaratildi. Asta-sekin natural sonlarning cheksizligi haqidagi tasavvurlar hosil bo'la boshladi.

Natural son tushunchasi shakllangandan so'ng sonlar mustaqil obyektlar bo'lib qoldi va ularni matematik obyektlar sifatida o'rganish imkoniyati vujudga keldi. Sonni va sonlar ustida amallarni o'rgana boshlagan fan «Arifmetika» nomini oldi. Predmetlarni belgilashda 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 raqamlaridan foydalanilishi hech kimga sir emas. Eng kichik raqam, bu 1, keyingi raqamlar birni qo'shishdan hosil qilingan.

Narsalarni sanashda foydalaniladigan sonlar *natural sonlar* deyiladi. Natural sonlar 1, 2, 3, ... ko'rinishida yoziladi.

Verguldan keyin uchta nuqtani qo'yilishi natural sonlarning ketma-ket davom etishini bildiradi. Eng kichik son 1 raqami bo'lsa, eng kattasi mavjudmi. 1, 2, 3, ... ? Bu yozuv «natural sonlar qatori cheksiz» degan ma'noni bildiradi. Biz o'nlik sanoq sistemasidan foydalanamiz.

Raqamning qiymati turgan o'rnini ifodalaydigan sonlarning yozuvi pozitsion sistema deyiladi. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, va 9 raqamlari yordamida istalgan natural sonni yozish mumkin.

0 raqamini natural son emasligini yodda tutish kerak. Natural sonlarni o'ngdan 3 talab guruhga bo'lib o'qish mumkin. Bu guruh sinf deyiladi. Biz birlar, minglar, millionlar va milliardlar, ya'ni birinchi to'rtta sonlar sinfidan foydalanib, matematikani o'rganamiz.

26902718586 sonini o'qish uchun chapdan o'ngga navbat bilan har bir sinf sonini aytish va unga nomini qo'shish kerak, ya'ni «26 milliard 902 million 718 ming 586».

Arifmetika qadimgi Sharq mamlakatlari Vavilon, Xitoy, Hindiston, Misrda vujudga keldi. Bu mamlakatlarda to'plangan matematik bilimlar qadimgi Gretsiyada rivojlantirildi va davom ettirildi. Arifmetikaning rivojlanishiga asr o'rtalarida Hind, Arab dunyosi mamlakatlari va O'rta Osiyo matematiklari, XVIII asrdan boshlab esa yevropalik olimlar katta hissa qo'shdilar.

Natural butun sonlar to'plamini tuzishda uch xil yondashuv bor:

- 1) to'plamlar nazariyasi asosida;
- 2) aksiomatik usul asosida;
- 3) miqdorlarni o'lchash asosida.

XIX asrda G. Kantor tomonidan to'plamlar nazariyasi yaratilgandan so'ng, bu nazariya asosida natural sonlar nazariyasi yaratildi. Bu nazariya asosida chekli to'plam va o'zaro bir qiymatli moslik tushunchalari yotadi.

### Mashqlar

1.  $N_6, N_{10}$  to'plamlarining barcha elementlarini yozing. Bu to'plamlar qanday ataladi?
2. Quyidagi to'plamlarni natural qator kesmalari deb atash mumkinmi?
 

a) {0; 1; 2; 3};	d) {1; 3; 5; 7};
b) {1; 2; 3};	e) {3; 4; 5};
3. Chekli to'plam elementlarini sanashda amal qilinishi zarur bo'lgan shartlarni ifodalang.
4. Ushbu jumlaning o'qing:  $n(A) = 7, n(B) = 2$ . Bunda 7 va 2 natural sonlari qanday o'rin tutadi? Mazkur shartlarni qanoatlantiruvchi  $A$  va  $B$  to'plamlar o'ylab toping.
5. Har qanday  $A, B$  va  $C$  mulohazalar uchun
  - a)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ;
  - b)  $A \cup (A \cap B) = A$ ;
  - d)  $A \cap A = A$  ekanligini isbotlang.

### 14-§. «TENG» VA «KICHIK» MUNOSABATLARI. QO'SHISH. QO'SHISH QONUNLARI

Ta'rif. Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning yig'indisi deb  $n(A) = a, n(B) = b$  bo'lib, kesishmaydigan  $A$  va  $B$  to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi, ya'ni:

$$a + b = n(A \cup B),$$

bunda  $n(A) = a, n(B) = b$  va  $A \cap B = \emptyset$ , bunda  $n(B)$  va  $n(A)$  soni  $A$  va  $B$  to'plamning elementlari sonini bildiradi.

I-misol. Berilgan ta'rifdan foydalanib,  $5 + 2 = 7$  bo'lishini tushuntiring.

**Yechish.** 5 biror  $A$  to'planning elementlari soni, 2 biror  $B$  to'planning elementlari soni bo'lsin. Shartga ko'ra, ularning kesishmasi bo'sh to'plam bo'lishi kerak. Masalan,  $A = \{x; y; z; r; p\}$ ,  $B = \{a; b\}$  to'plamlar olinadi. Ular birlashtiriladi  $A \cup B = \{x; y; z; r; p; a; b\}$ . Sanash yo'li bilan  $n(A \cup B) = 7$  ekanligi aniqlanadi. Demak,  $5 + 2 = 7$ .

Umuman,  $a + b$  yig'indi  $n(A) = a$ ,  $n(B) = b$  shartni qanoatlantiruvchi kesishmaydigan  $A$  va  $B$  to'plamlarning tanlanishiga bog'liq emas. Bundan tashqari, butun nomanfiy sonlar yig'indisi har doim mavjud va yagonadir.

Yig'indining mavjudligi va yagonaligi ikki to'plam birlashmasining mavjudligi va yagonaligidan kelib chiqadi.

Yig'indini topishda qo'llaniladigan amal qo'shish amali, qo'shilayotgan sonlar esa qo'shiluvchilar deb ataladi.

Ikkiga qo'shiluvchining yig'indisi va  $n$  ta qo'shiluvchining yig'indisi ham aniqlangan bo'lsin. U holda  $n + 1$  ta qo'shiluvchidan iborat,  $a_1 + a_2 + \dots + a_n + a_{n+1}$  (yig'indi  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ) +  $a_{n+1}$  ga teng.

**2-misol.**  $2 + 7 + 15 + 19$  yig'indini toping.

**Yechish.**  $2 + 7 + 15 + 19$  yig'indini topish uchun yuqoridagi ta'rifga ko'ra, quyidagi almashtirishlarni bajarish kerak:

$$2 + 7 + 15 + 19 = (2 + 7 + 15) + 19 = ((2 + 7) + 15) + 19 = (9 + 15) + 19 = 24 + 19 = 43.$$

**1-mashq.** Ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlar uchun  $a + b = b + a$  tenglikning bajarilishini isbotlang.

**Isbot.**  $a$  deb,  $A$  to'plamdagi elementlar sonini,  $b$  deb,  $B$  to'plamdagi elementlar sonini belgilaylik. U holda butun nomanfiy sonlar yig'indisining ta'rifiga ko'ra,  $a + b$  soni  $A$  va  $B$  to'plamlar birlashmasidagi elementlar soni bo'ladi, ya'ni  $a + b = n(A \cup B)$ . To'plamlar birlashmasining o'rin almashtirish xossasiga ko'ra,  $A \cup B$  to'plam  $B \cup A$  to'plamga teng va  $n(A \cup B) = n(B \cup A)$ . Yig'indining ta'rifiga ko'ra,  $n(B \cup A) = b + a$ , shuning uchun ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlar uchun  $a + b = b + a$ .

**2-mashq.** Ixtiyoriy nomanfiy  $a$ ,  $b$  va  $c$  sonlar uchun  $(a + b) + c = a + (b + c)$  tenglikning bajarilishini isbotlang.

**Isbot.**  $a = n(A)$ ,  $b = n(B)$ ,  $c = n(C)$  bo'lsin, bunda  $A \cup B = B \cup A$ . U holda ikki son yig'indisining ta'rifiga ko'ra,  $(a + b) + c = n(A \cup B) + n(C) = n((A \cup B) \cup C)$  deb yozilishi mumkin.

To'plamlarning birlashmasi guruhlash qonuniga bo'ysungani uchun  $n((A \cup B) \cup C) = n(A \cup (B \cup C))$  bo'ladi. Bundan ikki son yig'indisining ta'rifiga ko'ra,  $n(A \cup (B \cup C)) = n(A) + n(B \cup C) = a + (b + c)$  hosil bo'ladi. Demak, ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$ ,  $b$  va  $c$  sonlar uchun  $(a + b) + c = a + (b + c)$  bo'ladi.

**3-misol.** Qo'shish qonunlaridan foydalanib,  $109 + 36 + 191 + 64 + 27$  ifodaning qiymatini hisoblang.

**Yechish.** O'rin almashtirish qonuniga asosan,  $36$  va  $191$  qo'shiluvchilarning o'rinlari almashtiriladi. U holda  $109 + 36 + 191 + 64 + 27 + 109 + 191 + 36 + 64 + 27$ .

Guruhlash qonunidan foydalanib, qo'shiluvchilarni guruhlaymiz so'ngra qavs ichidagi yig'indilari topiladi:  $109 + 191 + 36 + 64 + 27 = (109 + 191) + (36 + 64) + 27 = (300 + 100) + 27$ .

Hisoblashlarni bajarib,  $(300 + 100) + 27 = 400 + 27 = 427$  ni topamiz.

Bundan tashqari, sonni yig'indiga qo'shish, yig'indini songa qo'shish, yig'indini yig'indiga qo'shish hollarida guruhlash qonuni o'rin almashtirish bilan birga qo'llaniladi.

**4-misol.**  $2 + 1$  yig'indiga  $4$  sonini qo'shing.

**Yechish.**  $2 + 1$  yig'indiga  $4$  sonini qo'shishni quyidagi usullar bilan yozish mumkin.

$$\begin{aligned} \text{a) } 4 + (2 + 1) &= 4 + 3 = 7; & \text{d) } 4 + (2 + 1) &= 5 + 2 = 7. \\ \text{b) } 4 + (2 + 1) &= 6 + 1 = 7; \end{aligned}$$

Birinchi holda hisoblashlar amallarning tartibiga mos ravishda bajarilgan.

Ikkinchi holda qo'shishning guruhlash xossasi qo'llaniladi. So'ngi holdagi hisoblash esa qo'shishning o'rin almashtirish va guruhlash qonunlariga suyanadi, bunda oraliq almashtirishlar tushirib qoldirilgan. Dastlab o'rin almashtirish qonuniga asosan  $1$  va  $2$  qo'shiluvchilarga o'rinlarini almashtirdik, ya'ni  $4 + (2 + 1) = 4 + (1 + 2)$ . Keyin guruhlash qonunidan foydalandik, ya'ni  $4 + (1 + 2) = (4 + 1) + 2$ . Va nihoyat, hisoblarni amallar tartibi bo'yicha bajardik, ya'ni  $(4 + 1) + 2 = 5 + 2 = 7$ .

Ikkita butun nomanfiy  $a$  va  $b$  son berilgan bo'lsin.  $a = n(A)$  va  $b = n(B)$  deb olaylik. Ma'lumki, bu to'plamlar teng quvvatli bo'lsa, u holda ularga aynan bir son mos keladi, ya'ni  $a = b$ .

**5-misol.**  $2 = 2$ ,  $3 = 3$ ,  $2 < 3$  va  $3 < 4$  larni tushuntiring.

**Yechish.**  $2 = 2$ ,  $3 = 3$ ,  $2 < 3$  va  $3 < 4$  larni tushuntirishda «teng» va «kichik» munosabatlarning keltirilgan ta'rifidan

foydalaniladi.  $3 = 3$  yozuvni kiritishda kvadrat va doiralarning ikkita teng quvvatli to'plamlarini qarash mumkin.  $3 < 4$  munosabatni o'rganishda esa masalan, uchta qizil va to'rtta sariq sabzi olinadi, har bir qizil sabzini sariq sabzi yoniga qo'yiladi va qizil sabzini sariq sabzidan kamligi ko'rinib qoladi, shuning uchun,  $3 < 4$  deb yozish mumkin.

Ikkita butun nomanfiy  $a$  va  $b$  son uchun  $b = a + c$  bo'ladigan  $c$  son mavjud bo'lganda va faqat shu holda  $a$  son  $b$  sonidan kichik bo'ladi. Xususiyl holda  $3 < 7$  ni qaraylik.  $3 < 7$ , chunki  $3 + 4 = 7$  bo'ladigan butun manfiy 4 soni mavjud. Xulosa qilib aytganda, sanoqda oldin keladigan son undan keyin keladigan sonidan har doim kichik bo'ladi.

### Mashqlar

#### 1. Hisoblang

a)  $\begin{array}{r} 186 \\ + 29 \\ \hline \end{array}$ ; f)  $\begin{array}{r} 789 \\ + 89 \\ \hline \end{array}$ ; j)  $\begin{array}{r} 10959 \\ + 1961 \\ \hline \end{array}$ ; n)  $\begin{array}{r} 12304 \\ + 908 \\ \hline \end{array}$ ;

b)  $\begin{array}{r} 267 \\ + 129 \\ \hline \end{array}$ ; g)  $\begin{array}{r} 4069 \\ + 185 \\ \hline \end{array}$ ; k)  $\begin{array}{r} 1324 \\ + 580 \\ \hline \end{array}$ ; o)  $\begin{array}{r} 40517 \\ + 1080 \\ \hline \end{array}$ ;

d)  $\begin{array}{r} 1367 \\ + 269 \\ \hline \end{array}$ ; h)  $\begin{array}{r} 4688 \\ + 499 \\ \hline \end{array}$ ; l)  $\begin{array}{r} 80404 \\ + 105 \\ \hline \end{array}$ ; p)  $\begin{array}{r} 30004 \\ + 209 \\ \hline \end{array}$ ;

e)  $\begin{array}{r} 2475 \\ + 197 \\ \hline \end{array}$ ; i)  $\begin{array}{r} 3785 \\ + 148 \\ \hline \end{array}$ ; m)  $\begin{array}{r} 60109 \\ + 3084 \\ \hline \end{array}$ ; q)  $\begin{array}{r} 801967 \\ + 10710 \\ \hline \end{array}$ .

2. Butun nomanfiy sonlarning yig'indisining ta'rifidan foydalanib, quyidagilarni tushuntiring.

a)  $4 + 1 = 5$ ; d)  $2 + 7 = 9$ ;  
b)  $1 + 5 = 6$ ; e)  $3 + 0 = 3$ .

3. 1 sonini ikkita butun nomanfiy sonning yig'indisi ko'rinishida ikki xil usul bilan yozing.

4.  $(4 + 5) + 6$  ifodani qo'shish qonunlaridan foydalanib,  $5 + (4 + 6)$  ko'rinishga almashtiring. Almashtirishlardagi har bir qadamni asoslang.

5.  $(7 + 2) + (3 + 8)$  ifodani qo'shish qonunlaridan foydalanib,  $(7 + 3) + (2 + 8)$  ko'rinishga almashtiring.

6. Quyidagi ifodalarni qisqa usullar bilan hisoblang va bunda qo'shishning qanday qonunlaridan foydalanilganligini tushuntiring:

a)  $(30 + 7) + (10 + 4)$ ;

b)  $(26 + 9) + 21 + 14$ ;

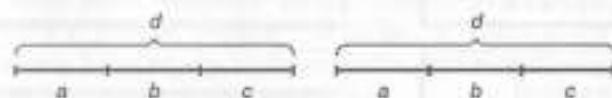
d)  $1809 + 393 + 678 + 191 + 1607$ .

7. Nima uchun: 1)  $3 < 6$ , 2)  $0 < 5$  bo'lishini tushuntiring.

8. «Kichik» munosabatining qo'shish orqali ta'rifidan foydalanib, ixtiyoriy  $a$ ,  $b$ ,  $c$  natural sonlar uchun quyidagi da'vo o'rinli bo'lishini isbotlang: «Agar  $a < b$  bo'lsa, u holda  $a + c < b + c$ ».

9. Rasmdan foydalanib, ifodani taqqoslang:

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$



10. Quyidagi natija to'g'ri topilganmi?

$$(1997 + 151) + (449 + 3) = (1997 + 3) + (151 + 449) = 2600.$$



11. Teng ifodalarni toping va uning qiymatini qulay usul bilan hisoblang. Hisoblashni osonlashtirish uchun qo'shishning qanday xossaligidan foydalanilgan?

$(111+274)+28+(389+226)$ ;	$(934+66)+(188+112)$
$934+188+66+112$ ;	$(397+103)+75$
$(798+555)+2$ ;	$(111+389)+(274+226)+18=1018$
$397+(103+75)$ ;	$(221+379)+(123+227)+605$
$221+123+605+227+379$ ;	$(798+2)+555$

12. Har bir tenglikning nomlanishini tanlang, qoida va xossalari ni ifodalang:

$a + b = b + a$	yig'indini songa ko'paytirish
$(a + b) + c = a + (b + c)$	yig'indini songa bo'lish
$a \cdot b = b \cdot a$	qo'shishning o'rin almashirish xossasi
$(a + b) + c = a + (b + c)$	ko'paytirishning o'rin almashirish xossasi
$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	qo'shishning taqsimot xossasi
$(a + b) : c = a : c + b : c$	ko'paytirishning taqsimot xossasi
$(a + b) + c = a + b + c$	yig'indidan sonni ayirish qoidasi
$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$	sondan yig'indini ayirish qoidasi

### 15-§. AYIRISH QONUNLARI

**1- misol.** Kollej bog'iga 9 tup daraxt, ya'ni olma va nok ko'chati o'tqazildi. Agar olmalar 4 tup bo'lsa, necha tup nok o'tqazilgan?

**Yechish.** Masalaga javob berish uchun 9 dan 4 ni ayirish kerak bo'ladi, ya'ni  $9 - 4 = 5$ .

**1- ta'rif.** Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi deb,  $n(A) = a$ ,  $n(B) = b$  va  $B \subset A$  shartlar bajarilganda,  $B$  to'plamni  $A$  to'plamgacha to'ldiruvchi to'plamining elementlari soniga aytiladi, ya'ni:

$$a - b = n(A \setminus B), \text{ bunda } a = n(A), b = n(B), B \subset A.$$

**2- misol.** Berilgan ta'rifdan foydalanib,  $7 - 4 = 3$  ni toping.

**Yechish.** 7 biror  $A$  to'plamning elementlari soni, 4 esa  $A$  to'plamning qism to'plami bo'lgan  $B$  to'plamning elementlari soni bo'lsin.

Bizga ma'lumki,  $A = \{x; y; z; t; p; r; s\}$ ,  $B = \{x; y; z; t\}$  to'plamlar uchun  $B$  to'plamning  $A$  to'plamgacha to'ldiruvchisi  $A \setminus B = \{p; r; s\}$ ,  $n(A \setminus B) = 3$ .

Demak,  $7 - 4 = 3$ .

$a - b$  ayirma  $n(A) = a$ ,  $n(B) = b$  va  $B \subset A$  shartlarini qanoatlantiruvchi  $A$  va  $B$  to'plamlarining tanlanishiga bog'liq emas. Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasini  $b$  son bilan yig'indisi  $a$  songa teng bo'ladi, ya'ni  $a - b = c \Leftrightarrow a = b + c$ .

Shunday qilib,  $a - b = c$  yozuvda  $a$  kamayuvchi,  $b$  ayiruvchi,  $c$  ayirma deb ataladi.

**1- masala.** Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi  $b \leq a$  bo'lganda va faqat shunda mavjud bo'ladi.

**Isboti.** Agar  $a = b$  bo'lsa, u holda  $a - b = 0$  bo'ladi va demak,  $a - b$  ayirma mavjud bo'ladi.

Agar  $b < a$  bo'lsa, u holda «kichik» munosabati ta'rifiga ko'ra shunday natural son mavjud bo'ladi, bunda  $a = b + c$  bo'ladi. U holda, ayirmaning ta'rifiga ko'ra,  $c = a - b$ , ya'ni  $a - b$  ayirma mavjud bo'ladi.

Agar  $a - b$  ayirma mavjud bo'lsa, u holda ayirmaning ta'rifiga ko'ra shunday butun nomanfiy  $c$  son topiladi,  $a = b + c$  bo'ladi. Agar  $c = 0$  bo'lsa, u holda  $a = b$  bo'ladi; agar  $c > 0$  bo'lsa, u holda «kichik» munosabatining ta'rifiga ko'ra  $b < a$  bo'ladi. Demak,  $b \leq a$ .

**2- masala.** Agar butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarining ayirmasi mavjud bo'lsa, u holda u yagonadir.

**Isboti.**  $a - b$  ayirmaning ikkita qiymati mavjud bo'lsin deb faraz qilaylik, ya'ni  $a - b = c_1$  va  $a - b = c_2$ . U holda ayirmaning ta'rifiga ko'ra  $a = b + c_1$  va  $a = b + c_2$  hosil bo'ladi. Bundan  $b + c_1 = b + c_2$  va demak,  $c_1 = c_2$  ekani kelib chiqadi.

$a$  va  $b$  ( $a = n(A)$ ,  $b = n(B)$ ) butun nomanfiy sonlar berilgan bo'lsa,  $a = b$ ,  $a < b$  va  $a > b$  larning birortasi o'rinli bo'lishi ravshan.

**3- misol.**  $a < b$  berilgan.  $a$  sonini  $b$  sonidan nechta kamligini aniqlang.

**Yechish.**  $a < b$  shartdan  $B$  to'plamda uning  $A$  to'plamga teng quvvatli  $B_1$  qism to'plamini ajratish mumkin va  $B \setminus B_1$  to'plam bo'sh emas.

$n(B \setminus B_1) = c$  ( $c > 0$ ) bo'lsin. U holda  $B$  to'plamda  $A$  to'plamda qancha element bo'lsa, shuncha va yana  $c$  ta element bo'ladi. Shunday qilib,  $a$  soni  $b$  sonidan  $c$  ta kam yoki  $b$  soni  $a$  sonidan  $c$  ta ko'p, deyiladi.  $B_1 \subset B$  da  $n(B \setminus B_1) = c$  bo'lgani uchun,  $c = b - a$  bo'ladi.

**Xulosa.** Bir son ikkinchi sonidan nechta kam yoki ko'p ekanini bilish uchun katta sonidan kichik sonni ayirish kerak.

**4- misol.** Likopchada 4 dona xurmo va ulardan 5 ta ko'p anor bor. Likopchada nechta anor bor?

**Yechish.** Aslida anordan xurmoni ayirib bo'lmaydi. Masala mevaning ikki to'plami, ya'ni xurmolar va anorlar to'plami haqida bormoqda. Ularni  $C$  va  $D$  bilan belgilaylik. Masala shartidan  $n(C) = 4$  va  $D$  to'plamda  $C$  to'plamdagidan 5 ta element ekanini bilgan holda, undagi elementlar sonini topish kerak bo'ladi. Bu  $n(D) - n(C) = 5$  ekanligini anglatadi. Shunday qilib,  $n(D) = 5 + n(C) = 5 + 4 = 9$ .

**1- qoida.** Yig'indidan sonni ayirish uchun yig'indidagi qo'shiluvchilardan biridan shu sonni ayirish va hosil bo'lgan natijaga ikkinchi qo'shiluvchini qo'shish yetarli. Bu qoidani matematika tiliga o'tkazadigan bo'lsak, agar  $a, b, c$  — butun nomanfiy sonlar bo'lsa, u holda:

a)  $a > c$  bo'lganda,  $(a + b) - c = (a - c) + b$  bo'ladi;

b)  $b > c$  bo'lganda,  $(a + b) - c = a + (b - c)$  bo'ladi;

d)  $a > c$  va  $b > c$  bo'lganda, yuqoridagi formulalarning ixtiyoriy bittasidan foydalanish mumkin.

**5- misol.**  $a > c$  bo'lganda,  $(a + b) - c = (a - c) + b$  bo'lishini isbotlang.

**Isbot.** *I-usul.*  $a > c$  bo'lsin, u holda  $a - c$  ayirma mavjud bo'ladi. Uni  $x$  orqali belgilaymiz va  $a - c = x$ . Bundan,  $a = x + c$  chiqadi.  $x + c$  yig'indini  $(a + b) - c$  ifodadagi  $a$  ning o'rniga qo'yamiz va uni shakl almashtiramiz:  $(a + b) - c = (x + c + b) - c = x + b + c - c = x + b$ .

Biroq  $x$  harfi orqali  $a - c$  ayirma belgilangan edi, demak isbotlanishi talab etilgan  $(a + b) - c = (a - c) + b$  ifoda hosil bo'ladi.

*2-usul.*  $n(A) = a$ ,  $n(B) = b$ ,  $n(C) = c$  va  $A \setminus B = \emptyset$ ,  $C \subset A$  bo'ladigan uchta chekli  $A$ ,  $B$  va  $C$  to'plam olamiz. U holda  $(a + b) - c$  ga  $(A \cup B) \setminus C$  to'plam elementlari soni,  $(a - c) + b$  esa  $(A \setminus C) \cup B$  to'plam elementlari soni bo'ladi. Shunday qilib, berilgan  $A$ ,  $B$  va  $C$  to'plamlar uchun  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup B$  bo'ladi.

Demak,  $n((A \cup B) \setminus C) = n((A \setminus C) \cup B)$  va  $(a + b) - c = (a - c) + b$ .

**2- qoida.** Sondan sonlar yig'indisini ayirish uchun bu sondan qo'shiluvchilarning birini ketidan ikkinchisini ketma-ket ayirish yetarli, agar  $a, b, c$  — butun nomanfiy sonlar bo'lsa, u holda  $a = b + c$  bo'lganda  $a - (b + c) = (a - b) - c$  hosil bo'ladi.

Bu qoidaning asoslanishi va uning nazariy to'plam tasviri yig'indidan sonni ayirish qoidasi uchun bajarilgani kabi bajariladi. Masalan, sondan yig'indini ayirish qoidasi sonni bo'laklab ayirish usuliga asos bo'ladi.  $5 - 2 = 5 - (1 + 1) = (5 - 1) - 1 = 4 - 1 = 3$ .

**Xulosa.** Yig'indidan sonni ayirish uchun, bitta qo'shiluvchidan ayirib, ikkinchisini qo'shish kerak:

$$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c).$$

**5- misol.** Ertalab 20 ta katta va 8 ta kichkina baliqchilar qayig'i dengizga jo'nadi. 6 ta qayiq qaytdi. Baliqchilar bilan yana nechta qayiq qaytishi kerak?

**Yechish.** Masalani uchta usul bilan yechish mumkin.

*I usul.*  $20 + 8 = 28$  va  $28 - 6 = 22$ .

*II usul.*  $20 - 6 = 14$  va  $14 + 8 = 22$ .

*III usul.*  $8 - 6 = 2$  va  $20 + 2 = 22$ .

### Mashqlar

- 83 - 27 ayirmaning hisoblang.
- Quyidagi tenglikning nazariy to'plam talqinini bering.  
 $7 - 5 = 2$ ;                       $3 - 3 = 0$ ;                       $4 - 0 = 4$ .
- Nima uchun quyida keltirilgan masalalar ayirish bilan yechilishini tushuntiring:
  - ko'l bo'yida 9 tup tol bor edi. 4 ta tol kesib olindi. Ko'l bo'yida nechta tup tol qoldi?
  - Vali va Lola 9 ta uy rasmini chizishdi. Lola 4 ta uy rasmini chizdi. Vali nechta uy rasmini chizgan?
- Nilufarda 6 ta, Karimda esa 4 ta daftar bor. Nilufarda Karimdagidan nechta ko'p daftar bor?
- «... ta kam» munosabati qaraladigan va yechilishi  $10 - 2 = 8$  tenglik ko'rinishida yoziladigan ikkita soddâ masala tuzing.
- Teng ifodalarni toping va uning qiymatini qulay usul bilan hisoblang. Hisoblashni osonlashtirish uchun qo'shishning qanday xossalariidan foydalanilgan?
  - $(111 + 274) + 28 + (389 + 226)$ ;
  - $934 + 188 + 66 + 112$ ;
  - $(798 + 555) + 2$ ;
  - $397 + (103 + 75)$ ;

- f)  $221 + 123 + 605 + 227 + 379$ ;  
 g)  $(397 + 103) + 75$ ;  
 h)  $(934 + 66) + (188 + 112)$ ;  
 i)  $(111 + 389) + (274 + 226) + 18 + 1018$ ;  
 j)  $(221 + 379) + (123 + 227) + 605$ .

7. Qulay usul bilan hisoblang:

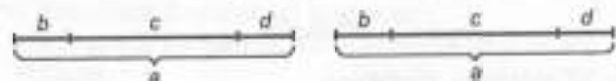
- a)  $(296 + 329) - 96$ ; d)  $9627 + 5200 - 500$ ;  
 b)  $(1364 + 915) - 364$ ; e)  $(1178 + 389) - 389$ .

8. Hisoblamasdan taqqoslang:

- a)  $1252 - 169 \dots 1252$ ; e)  $1827 - 96 \dots 1827 - 69$ ;  
 b)  $1307 + 461 \dots 1307$ ; f)  $1310 + 51 \dots 1310 + 15$ ;  
 d)  $149 + 628 \dots 628 + 149$ ; g)  $446 - 342 \dots 500 - 342$ .

9. Rasmdan foydalanib, ifodani taqqoslang:

$$a - (b + c) \text{ va } a - b - c.$$



Xulosa qiling. Sondan yig'indini ayirish uchun avval bitta qo'shiluvchini, so'ngra ikkinchisini ayirish lozim:

$$a - (b + c) = a - b - c = a - c - b.$$

10. Masalani ikki usul bilan yeching:

Elmurodda 4160 so'm bor edi. Sheraliga 252 so'm, Shuhratga esa 928 so'm berdi. Elmurodda necha so'm qoldi?

11. Sonlarni o'sib borish tartibida yozing. So'zni tuzing. U nimani bildiradi?

a)  $\frac{1500}{486}$  [K]      b)  $\frac{2269}{638}$  [E]      d)  $\frac{1045}{380}$  [S]

e)  $\frac{6801}{1631}$  [N]      f)  $\frac{1269}{1050}$  [Ya]      g)  $\frac{1907}{523}$  [I]

292 9 7 6 48 82

12. Masalani bir necha usul bilan yeching. Bir qopda 50 kg un, ikkinchisida esa 28 kg un bor edi. Qoplardan biridan 12 kg un to'kilgan. Qancha un qoldi?

1-usul.

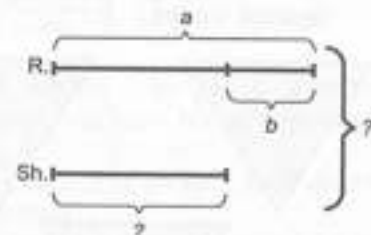
2-usul.

3-usul.

Xulosa chiqaring. Yig'indidan sonni ayirish uchun bitta qo'shiluvchidan ayirib, ikkinchisini qo'shish kerak, degan fikr rostmi?

$$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c).$$

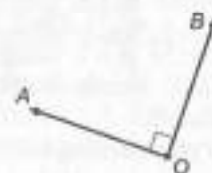
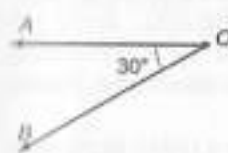
13. Ra'no va Shoira bog'dan bodom terdilar. Ra'no  $a$  chelak bodom, Shoira esa Ra'nodan  $b$  chelak kam bodom terdi. Ular birgalikda necha chelak bodom terishgan? Ifoda tuzing va  $a = 32$ ,  $b = 8$  bo'lganda uning qiymatini toping.



14. Hisoblang:

$140 - \triangle = \square$        $165 + \square = \square$   
 $\square - 5 = \bigcirc$        $\bigcirc + 99 = \triangle$   
 $108 + 12 = \triangle$        $\triangle - 65 = \square$   
 $\bigcirc + 75 = \hexagon$        $195 - 94 = \bigcirc$

15. Rasmda berilgan burchakka qo'shni burchak chizing va uning qiymatini toping:



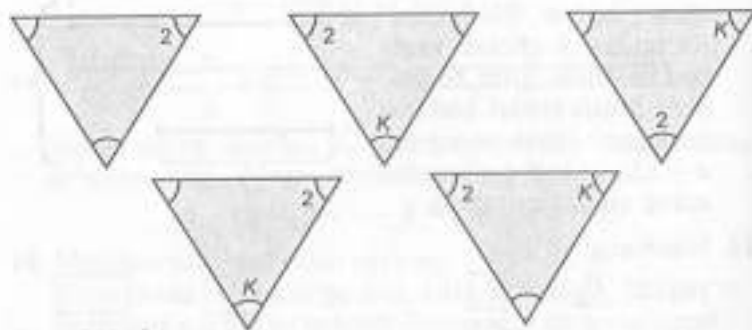
16.  $\begin{array}{r} + 5340 \\ - 1289 \\ \hline \end{array}$  va  $\begin{array}{r} - 7150 \\ - 467 \\ \hline \end{array}$  quyidagi misollarni og'zaki yeching:

- a)  $5341 + 1289 = \square$ ; f)  $7150 - 468 = \square$ ;  
 b)  $5340 + 1288 = \square$ ; g)  $7151 - 467 = \square$ ;  
 d)  $5341 + 1288 = \square$ ; h)  $7151 - 468 = \square$ ;  
 e)  $6629 - 5340 = \square$ ; i)  $6683 - 467 = \square$

17.  $2a$  ko'rinishidagi sonni qoldirib, sonni o'chirib tashlang. 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19 va 20.

18. Gulchida 3 xil rangli atirgul va 5 xil rangli chinnigul bor. Zumrad  $a$  dona atirgul va  $b$  dona chinnigul sotib oldi. Zumrad uchun  $5 \cdot b$ ,  $3 \cdot a$ ,  $3 \cdot a + b$ ,  $a + b$  ifodalar nimani bildiradi?

19. Rasmda figuralardan bittasi qolganlaridan farq qiladi. Shu figurani toping.



#### 16-§. KO'PAYTIRISH. KO'PAYTIRISH QONUNLARI

Butun nomanfiy sonlar ko'paytmasi tushunchasini turlicha ta'riflash mumkin.

1- ta'rif. Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlari uchun:

- 1)  $b > 1$  bo'lganda,  $a \cdot b = a + a + \dots + a$  ( $b$  ta qo'shiluvchi);  
 2)  $b = 1$  bo'lganda,  $a \cdot 1 = a$ ; 3)  $b = 0$  bo'lganda,  $a \cdot 0 = 0$   
 shartlarni qanoatlantiruvchi  $a - b$  songa,  $a$  va  $b$  sonlarning ko'paytmasi deb aytiladi, bunda ko'paytirilayotgan sonlar ko'paytiruvchilar deb ataladi.

Agar  $A_1, A_2, \dots, A_n$  to'plamlarning har biri  $a$  tadan elementga ega bo'lsa va ulardan hech bir ikkitasi kesishmasa, u holda

ularning birlashmasi  $a - b$  ta elementga ega bo'lishligi ma'lum. Demak,  $a - b$  ko'paytma har biri  $a$  tadan elementga ega bo'lgan juft-jufti bilan kesishmaydigan  $b$  ta to'plamning kesishmasidagi elementlar sonidir.  $a \cdot 1 = a$  va  $a \cdot 0 = 0$  tengliklar shartli qabul qilingan.

1- misol. Har bir bolalar paltosiga 4 ta tugma qadash kerak. Shunday 6 ta paltoga nechta tugma qadash kerak bo'ladi?

Yechish. 1-usul. Masalani yechish uchun har birida 4 tadan element bo'lgan 6 ta to'plamdan tashkil topgan birlashmadagi elementlar sonini aniqlashga to'g'ri keladi. Ta'rifga ko'ra, bu son ko'paytirish bilan topiladi:  $4 \cdot 6 = 24$  (tugma).

2- ta'rif.  $a, b \in N$  bo'lsin.  $a$  sonining  $b$  soniga ko'paytmasi deb, har biri  $a$  ga teng bo'lgan  $b$  ta qo'shiluvchining

$$ab = \underbrace{a + a + \dots + a}_{b \text{ marta}}$$

yig'indisiga aytiladi.

Bu ta'rif  $a = n(A)$ ,  $b = n(B)$ ,  $A \cap B = \emptyset$  bo'lgan  $A \times B$  dekart ko'paytma elementlarini sanash ma'lum bir qonuniyatga asoslanishiga bog'liq.

2- misol.  $A = \{a; b; c\}$ ,  $B = \{x; y; z; t\}$  bo'lsa,  $A \times B$  dekart ko'paytmaning elementlarini toping.

Yechish.  $A \times B$  dekart ko'paytma quyidagi jadval ko'rinishida yoziladi:

$(a; x)$	$(a; y)$	$(a; z)$	$(a; t)$
$(b; x)$	$(b; y)$	$(b; z)$	$(b; t)$
$(c; x)$	$(c; y)$	$(c; z)$	$(c; t)$

Dekart ko'paytma elementlarini ustunlar bo'yicha sanasak,  $3 \times 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$  hosil bo'ladi.

3- misol. Sinfda har bir partaga 3 tadan o'quvchi o'tirsa, xuddi shunday 4 ta partaga nechta o'quvchi o'tiradi?

Yechish. 1-usul.  $A = \{x; y; z\}$  va  $B = \{n; r; s\}$  to'plamlar berilgan bo'lsin. Ularning dekart ko'paytmasi topiladi. Bu ko'paytma to'g'ri to'rtburchak shaklidagi jadval ko'rinishida yoziladi:

Ustunlar	Satr →	$(x; n), (x; r), (x; s);$
		$(y; n), (y; r), (y; s);$
		$(z; n), (z; r), (z; s);$

Jadvalning har bir satridagi barcha juftliklar bir xil birinchi tashkil etuvchilarga ega, har bir ustundagi juftliklar esa bir xil ikkinchi tashkil etuvchilarga ega. Bunda hech qanday ikkita satr aqalli bitta bir juftlikka ham ega emas. Bundan  $A \times B$  dekart ko'paytmadagi elementlar soni  $3 + 3 + 3 + 3 = 12$  ga teng ekanligi kelib chiqadi.

2-usul.  $n(A) = 3$ ,  $n(B) = 4$  va  $3 \cdot 4 = 12$  bo'lgani uchun, berilgan  $A$  va  $B$  to'plamlarning dekart ko'paytmasidagi elementlar soni  $n(A) \cdot n(B)$  ko'paytmaga tengligi kelib chiqadi, ya'ni agar  $A$  va  $B$  chekli to'plamlar bo'lsa, u holda  $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$ .

Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ko'paytmasini  $n(A) = a$ ,  $n(B) = b$  bo'ladigan  $A$  va  $B$  to'plamlarning dekart ko'paytmasi elementlari son sifatida qarash mumkin, ya'ni:

$$a \cdot b = n(A \times B), \text{ bunda } n(A) = a, n(B) = b.$$

4-misol.  $2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9$  ko'paytmani toping.

Yechish.  $2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9$  ko'paytma ta'rifiga ko'ra,

$$2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9 = (2 \cdot 7 \cdot 5) \cdot 9 = ((2 \cdot 7) \cdot 5) \cdot 9 = (14 \cdot 5) \cdot 9 = 70 \cdot 9 = 630.$$

1-qonun. Ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlar uchun  $a \cdot b = b \cdot a$  tenglik o'rinli (o'rin almashtirish qonuni).

Isbot.  $a = n(A)$ ,  $b = n(B)$  bo'lsin. U holda ko'paytmaning ta'rifiga ko'ra  $a \cdot b = n(A \times B)$ . Biroq  $A \times B$  va  $B \times A$  to'plamlar teng quvvatli, chunki  $A \times B$  to'plamdagi har bir  $(a; b)$  juftlikka  $B \times A$  to'plamdan yagona  $(b; a)$  juftlikni mos qo'yish mumkin va aksincha. Demak,  $n(A \times B) = n(B \times A)$  va shuning uchun  $a \cdot b = n(A \times B) = n(B \times A) = b \cdot a$ .

5-misol.  $2 \cdot 5 = 5 \cdot 2$  tenglikning to'g'riligini tekshiring.

Yechish. 1-usul.  $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$  va  $5 + 5 = 10$ . Demak,  $10 = 10$ .

2-usul.  $n(A) = 5$  va  $n(B) = 2$  bo'lgan  $A = \{a; b; c; d; e\}$ ,  $B = \{1; 2\}$  to'plamlarning dekart ko'paytmasini tuzamiz:

$A \times B = \{(a; 1), (a; 2), (b; 1), (b; 2), (c; 1), (c; 2), (d; 1), (d; 2), (e; 1), (e; 2)\}$ . Dekart ko'paytma elementlari soni 10 bo'lgani uchun  $5 \cdot 2 = 10$ .

2-qonun. Ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sonlar uchun  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$  tenglik o'rinli.

Isbot.  $a = n(A)$ ,  $b = n(B)$ ,  $c = n(C)$  bo'lsin. U holda ko'paytmaning ta'rifiga ko'ra,  $(a \cdot b) \cdot c = n((A \times B) \times C)$ ,  $a \cdot (b \cdot c) = n(A \times (B \times C))$ .

$(A \times B) \times C$  va  $A \times (B \times C)$  to'plamlar  $((a \cdot b) \cdot c)$  va  $(a \cdot (b \cdot c))$  ko'rinishdagi juftliklardan tashkil topgan, bunda  $a \in A$ ,  $b \in B$ . Biroq  $(A \times B) \times C$  va  $A \times (B \times C)$  to'plamlar teng quvvatli. Shuning uchun,  $n((A \times B) \times C) = n(A \times (B \times C))$  va demak,  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ .

3-qonun. Ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$ ,  $b$  sonlar uchun  $(a + b)c = ac + bc$  tenglik o'rinli.

Isbot.  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$  (\*) ekanligi ma'lum.

$A = n(A)$ ,  $b = n(B)$ ,  $c = n(C)$  va  $A \cap B = \emptyset$  bo'lsin. U holda ko'paytmaning ta'rifiga ko'ra,  $(a + b) \cdot c = n((A \cup B) \times C)$ .

Bundan (\*) tenglikka asosan  $n((A \cup B) \times C) = n((A \times C) \cup (B \times C))$  yig'indi va ko'paytmaning ta'riflariga ko'ra,  $n((A \times C) \cup (B \times C)) = n(A \times C) + n(B \times C) = ac + bc$  hosil bo'ladi.

4-qonun. Ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ( $a \neq b$ ) sonlar uchun  $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$  tenglik o'rinli.

Isbot. Bu qonun  $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$  tenglikdan keltirib chiqariladi va yuqoridagi qonunga o'xshash isbotlanadi.

Taqsimot qonunlari ko'paytirish bilan qo'shish va ayirish amali orasida aloqa o'rnatadi. Bu qonunlar asosida  $(a + b) \cdot c$  va  $(a - b) \cdot c$  ko'rinishidagi ifodalarda qavslarni ochish, shuningdek, agar ifoda  $a \cdot c - b \cdot c$  yoki  $a \cdot c + b \cdot c$  ko'rinishida bo'lsa, ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish yuz beradi.

5-qonun. Nol bilan tugagan sonlarni ko'paytirish uchun nolga e'tibor qilmasdan ko'paytirishni bajarish, so'ngra o'ng tomonida ko'paytmada nechta nol bo'lsa, shuni yozish kerak.

6-misol.  $125 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 8$  ifodaning qiymatini toping.

Yechish. 1-usul.  $125 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 8$  ifodaning qiymatini topish uchun 15 va 6 ko'paytuvchilarning o'rinlarini ko'paytirishning o'rin almashtirish qonuniga asosan almashtiriladi va  $125 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 8$  hosil bo'ladi.

Bu ko'paytmani ko'paytirishning guruhlash qonuniga ko'ra  $(125 \cdot 6) \cdot (15 \cdot 8)$  deb yoziladi. Endi  $750 \cdot 120$  sonlar ko'paytiriladi. Buning uchun 750 ni ikkita 700 va 50 sonlarining yig'indisi ko'rinishida ifodalash mumkin, ya'ni  $(700 + 50) \cdot 120$  va har bir ko'paytiruvchini 120 ga ko'paytirishni qo'shishga nisbatan taqsimot qonuniga ko'ra ko'paytiriladi:

$$700 \cdot 120 + 50 \cdot 120 = 8400 + 600 = 90000.$$

2-usul.  $125 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 8$  ifodaning qiymati topiladi:  $125 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 8 = 125 \cdot (15 \cdot 6) \cdot 8 = 125 \cdot 90 \cdot 8 = 125 \cdot 8 \cdot 9 = (125 \cdot 8) \cdot 9 = 1000 \cdot 9 = 90000$ . Bu usulda ko'paytirishning o'rin almashirish qonuni asosida  $15 \cdot 6$  ko'paytuvchilar guruhi ajratildi, keyinchalik  $125 \cdot 8$  bajarildi, 90 va 8 ko'paytuvchilarning o'rinlari almashtirildi.

**Xulosa.** Ko'paytuvchilarning o'rinlari almashishi bilan ko'paytma o'zgarmaydi.

7-misol.  $3 \cdot (5 \cdot 2)$  ifodaning qiymatini turli usullar bilan toping.

**Yechish.** Quyidagi hollardan biri bo'lishi mumkin:

1-usul.  $3 \cdot (5 \cdot 2) = 3 \cdot 10 = 30$ ;

2-usul.  $3 \cdot (5 \cdot 2) = (3 \cdot 5) \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30$ ;

3-usul.  $3 \cdot (5 \cdot 2) = (3 \cdot 2) \cdot 5 = 6 \cdot 5 = 30$ .

6-qonun. Ko'paytirishning monotonligi:

$(\forall a, b, c \in N, c \neq 0); \quad a > b \Rightarrow ac > bc$ ;

$(\forall a, b, c \in N); \quad a \geq b \Rightarrow ac \geq bc$ ;

$(\forall a, b, c \in N, c \neq 0); \quad a < b \Rightarrow ac < bc$  bo'ladi.

**Isbot.** Jumalarning birinчисini isbotlaymiz.

$$a > b \Rightarrow B - A_1 \subset A.$$

bunda,  $n(A) = a$ ,  $n(B) = b$ ,  $A \neq \emptyset$ ,  $B \neq \emptyset$ . U holda,  $B \times C - (A_1 \times C) \subset (A \times C)$ .

Demak,  $n(B \times C) = n(A_1 \times C) < n(A \times C) \Rightarrow bc < ac$ .

7-qonun. Ko'paytmaning qisqaruvchanligi  $(\forall a, b, c \in N, c \neq 0) a \cdot c = b \cdot c \Rightarrow a = b$  bo'ladi.

**Isbot.** Teskarisini faraz qilaylik:  $a \neq b$  bo'lsin. U holda  $a < b$  yoki  $a > b$  bo'lishi kerak.  $a < b$  bo'lsa,  $a \cdot c < b \cdot c$  bo'lishi kerak, bu esa shartga zid. Demak,  $a = b$  ekan.

8-qonun. Har qanday sonni ikki xonali songa ko'paytirish uchun, bu sonni avval birlar xonasidagi songa, so'ngra o'nlar xonasidagi songa ko'paytirib, hosil bo'lgan ko'paytmalar qo'shiladi, bunda o'nliklar xonasidan hosil bo'lgan ko'paytma bir xona chappa surilib yoziladi.

9-qonun. Har qanday sonni uch xonali songa ko'paytirish uchun birliklar, o'nliklar, yuzliklar xonasidagi har bir raqamga ketma-ket ko'paytirib, hosil bo'lgan ko'paytmalar qo'shiladi, bu yerda o'nliklar xonasidagi raqamlar bir xona, yuzliklar xonasidagi raqamlar ikki xona chappa surilib yoziladi.

### Mashqlar

1. a) Amallarni bajaring:

$1 \cdot 315 = \square$ ;  $1 \cdot 108 = \square$ ;  $1 \cdot 625 = \square$ .

Xulosa qil:  $1 \cdot a = a$  rostmi?

b)  $315 \cdot 1$ ,  $108 \cdot 1$ ,  $625 \cdot 1$  ma'noga egami?

Xulosa qil:  $a \cdot 1 = ?$

d)  $0 \cdot 139 = \square$ ;  $0 \cdot 605 = \square$ ;  $0 \cdot 783 = \square$ .

Xulosa qil:  $0 \cdot a = ?$

e)  $139 \cdot 0$ ,  $605 \cdot 0$ ,  $783 \cdot 0$  ma'noga egami?

Xulosa qil:  $a \cdot 0 = 0$ .

f)  $0 \cdot 392 = \square$ ;  $678 \cdot 0 = \square$ ;  
 $0 \cdot 0 = \square$ ;  $1 \cdot 0 = \square$

2. 1208 va 306 sonining ayirmasiga 907 va 1352 sonlarning yig'indisini qo'shing va 1348 va 524 sonlarning yig'indisidan 1140 va 607 sonlarning ayirmasini ayiring.

3. Xulosa to'g'rimi? Sonni 10, 100, 1000, ... ga ko'paytirish uchun bu sonning o'ng tomoniga 1 ta nol, 2 ta nol, 3 ta nol, ... nol yozish kerak.

4. Ko'paytmani hisoblang va sonni o'qing.

a)  $65 \cdot 10000 = \square$ ; d)  $670 \cdot 1000 = \square$ ;

b)  $6900 \cdot 1000 = \square$ ; e)  $10 \cdot 500000 = \square$

5. 6 ni ketma-ket besh marta yozing. Hosil bo'lgan sonni o'qing; 50 sonini ketma-ket uch marta yozing. Qanday son hosil bo'ldi;

agar 168 sonini to'rt marta ketma-ket yozsak, qanday son hosil bo'ladi?

1208 va 306 sonining ayirmasiga 907 va 1352 sonlarning yig'indisini qo'shing;

1348 va 524 sonlarning yig'indisidan 1140 va 607 sonlarning ayirmasini ayiring.

6. Taqsimot qonunlaridan foydalanib, quyidagi ifodalarning qiymatlarini toping:

a)  $9 \cdot 3 + 9 \cdot 87 = \square$ ; d)  $17 \cdot 12 - 17 \cdot 7 = \square$ ;

b)  $5 \cdot (12 + 44) = \square$ ; e)  $297 \cdot 8 = \square$ .

7. Ifodalarning qiymatlarini eng sodda usullar bilan toping, bunda almashtirishlardagi har bir qadamni asoslang.

a)  $4 \cdot 17 \cdot 25 = \square$ ;      e)  $(40 \cdot 7 \cdot 3) : 25 = \square$ ;  
 b)  $(8 \cdot 379) \cdot 125 = \square$ ;      f)  $126 \cdot 24 + 126 \cdot 6 + 126 \cdot 10 = \square$ ;  
 d)  $24 \cdot 19 \cdot 25 \cdot 5 = \square$ ;      g)  $61 \cdot 101 = \square$ .

8. Misolni yeching:

a)  $1 \cdot 687 = \square$ ;      b)  $856 \cdot 1 = \square$ ;      d)  $1 \cdot 1 = \square$ .

9. Tenglamani yeching:

a)  $137 \cdot x = 137$ ;      b)  $x \cdot 743 = 743$ .

10. Amallarni bajaring:

a)  $+20$       b)  $+200$       d)  $+2000$

886	_____
887	_____
888	_____
889	_____

e)  $-20$       f)  $-200$       g)  $-2000$

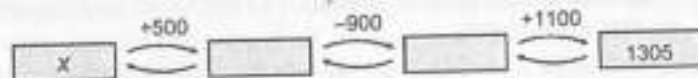
2722	_____
2721	_____
2720	_____
2719	_____

11. AB kesma o'tkazing va unda C va D nuqtalarni belgilang. Chizmada nechta kesma hosil bo'ldi?



12.  $4^{100}$ -sinfda 25,  $4^{100}$ -sinfda 30,  $4^{100}$ -sinfda 31 ta o'quvchi o'qiydi. Har uchalasida 57 ta qiz bolalar o'qiydi. To'rtinchi sinfda nechta o'g'il bolalar o'qiydi?

13. Masala tuzing.



14. Amallarni bajaring va xulosa chiqaring:

a)  $6 \cdot 10 = 10 \cdot 6$ ;      d)  $3 \cdot 100 = 100 \cdot 3$ .  
 b)  $5 \cdot 1000 = 1000 \cdot 5$ ;

15. Ifodaning qiymatini toping:

a)  $163 \cdot 10$ ;      f)  $200 \cdot 89$ ;  
 b)  $100 \cdot 816$ ;      g)  $612 \cdot 10000$ ;  
 d)  $600 \cdot 100$ ;      h)  $360 \cdot 10$ ;  
 e)  $86 \cdot 1000$ ;      i)  $60 \cdot 1000$ .

16. 6 ni ketma-ket besh marta yozing. Hosil bo'lgan sonni o'qing; 50 sonini ketma-ket uch marta yozing. Qanday son hosil bo'ldi; agar 168 sonini to'rt marta ketma-ket yozsak, qanday son hosil bo'ladi?

17. Maktabdan avtobus bekatigacha 460 m, bekatdan bog'chagacha 700 m. Maktabdan bekatgacha bo'lgan masofa, maktabdan bog'chagacha bo'lgan masofadan qancha kam?

#### 17-§. SONNI DARAJA KO'RINISHIDA YOZISH

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  ko'paytmani  $3^4$  deb yozish mumkin.

Bu uchning to'rtinchi darajasi deb o'qiladi, bunda 3 soni 4 marta, 4 esa daraja ko'rsatkichi deb qabul qilingan.

Umuman,  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$ .

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81.$$

↑ — 3 soni 4 marta o'z-o'ziga ko'paytiriladi.

1- misol. Quyidagi tengliklar to'g'rimi?

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8; \quad 4^2 = 4 \cdot 4 = 16;$$

$$1^4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1; \quad 25^2 = 25 \cdot 25 = 625;$$

$$36^3 = 36 \cdot 36 \cdot 36 = 46656; \quad 3^2 = 3 \cdot 3 = 9.$$

$a^2$  degan so'z,  $a$  ni  $a$  ga ko'paytirish,  $a^3$  esa  $a$  ni  $a$  ga ketma-ket uch marta ko'paytirish demakdir. 1- misoldan  $2^3 = 8$  va  $3^2 = 9$ . Bundan  $2^3 \neq 3^2$  ekanligi kelib chiqadi.

2- misol.  $(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3}$  tenglikning to'g'riligini tekshiring.

Yechish.  $(2^2)^3 = 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$  va  $2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$ . Bundan  $(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3}$  kelib chiqadi.

3- misol.  $x = 2$  da  $x^2$  ning qiymatini toping.

Yechish.  $x$  ning o'rniga 2 ni qo'yib,  $x^2 = 2^2 = 8$  topiladi.

Har qanday  $a$  soni uchun  $a^1 = a$ . Masalan,  $9^1 = 9$  yoki  $27^1 = 27$ .

Nolning har qanday darajasi yana nol bo'ladi, masalan:  $0^2 = 0 \cdot 0 = 0$  yoki  $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$ .

Har qanday sonning nolinchi darajasi 1 ga teng.  $2^0 = 1$ ,  $5^0 = 1$ ,  $10^0 = 1$ .

### Mashqlar

1. Quyidagilarni yodda tutishga harakat qiling:

$0^2 = 0$ ;	$1^2 = 1$ ;	$2^2 = 4$ ;	$3^2 = 9$ ;
$4^2 = 16$ ;	$5^2 = 25$ ;	$6^2 = 36$ ;	$7^2 = 49$ ;
$8^2 = 64$ ;	$9^2 = 81$ ;	$10^2 = 100$ ;	$11^2 = 121$ ;
$12^2 = 144$ ;	$13^2 = 169$ ;	$1^3 = 1$ ;	$2^3 = 8$ ;
$3^3 = 27$ ;	$4^3 = 64$ ;	$5^3 = 125$ ;	$1^4 = 1$ ;
$2^4 = 16$ ;	$3^4 = 81$ ;	$2^5 = 32$ ;	$2^4 = 64$ .

2. Hisoblang:

$3^3 = \square$ ;	$10^3 = \square$ ;	$5^2 = \square$ ;	$8^2 = \square$ ;
$5^0 = \square$ ;	$10^0 = \square$ ;	$1^9 = \square$ ;	$10^2 = \square$ ;
$2^4 = \square$ ;	$10^4 = \square$ ;	$2^5 = \square$ ;	$10^6 = \square$ ;
$1^5 = \square$ ;	$10^1 = \square$ ;	$6^3 = \square$ ;	
$0^6 = \square$ ;	$10^5 = \square$ ;	$0^4 = \square$ ;	

$x = 2$  da  $x^6$  ni toping;

$b = 8$  da  $b^3$  ni toping.

3. Kvadratning perimetri 28 sm. Uning tomoni nimaga teng?

4. Peshingacha 45 yashik olma sotildi, peshindan so'ng 5 marta kam yashik olma sotildi. Peshindan keyin qancha olma sotilgan?

5. 10 sonining darajalari haqida nimalarni bilasiz?

$10^0 = 1$ -----	Bir
$10^1 = 10$ -----	O'n
$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$ -----	Bitta yuz
$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ -----	Bitta ming
$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$ -----	O'nta ming
$10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$ -----	Bitta yuz ming
$10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000\,000$ -----	Bitta million

6. Quyidagilarni yodda tutishga harakat qiling:

a) $12 \cdot 10^3 = 12000$ chunki	$12 \cdot 1000 = 12000$ ;
b) $275 \cdot 10^4 = 2750000$ chunki	$275 \cdot 10000 = 2750000$ ;
d) $4806 \cdot 10^2 = 480600$ chunki	$4806 \cdot 100 = 480600$ ;
e) $93 \cdot 10^5 = 9300000$ chunki	$93 \cdot 100000 = 9300000$ ;
f) $100 \cdot 4 = 4 \cdot 100 = 400$ ;	i) $1000 \cdot 6 = 6000$ ;
g) $10^3 \cdot 5 = 5000$ ;	j) $100 \cdot 7 = 1 \cdot 7 = 7$ .
h) $10000 \cdot 1000 = 10\,000\,000$ ;	

7. Bilasizmi?

a) $10 \cdot 2 = \square$ ;	i) $2 \cdot 10 = \square$ ;	p) $10 \cdot 35 = \square$ ;
b) $35 \cdot 100 = \square$ ;	j) $1000 \cdot 27 = \square$ ;	q) $5 \cdot 10000 = \square$ ;
d) $10^2 \cdot 4 = \square$ ;	k) $10^3 \cdot 7 = \square$ ;	r) $100 \cdot 10 = \square$ ;
e) $100 \cdot 100 = \square$ ;	l) $10 \cdot 10 = \square$ ;	s) $1000 \cdot 1000 = \square$ ;
f) $10^2 \cdot 7 = \square$ ;	m) $10^4 \cdot 8 = \square$ ;	t) $8 \cdot 10^2 = \square$ ;
g) $5 \cdot 10^3 = \square$ ;	n) $7 \cdot 10 = \square$ ;	u) $9 \cdot 10^0 = \square$ ;
h) $1000 \cdot 84 = \square$ ;	o) $75 \cdot 10000 = \square$ ;	

8. Topa olasizmi?

a) $10 \cdot 3 = \square$ ;	h) $18 \cdot 10^3 = \square$ ;	n) $10 \cdot 46 = \square$ ;
b) $10^3 \cdot 247 = \square$ ;	i) $100 \cdot 48 = \square$ ;	o) $16 \cdot 10^0 = \square$ ;
d) $10^1 \cdot 4 = \square$ ;	j) $10 \cdot 1000 = \square$ ;	p) $10 \cdot 100 = \square$ ;
e) $1500 \cdot 10^2 = \square$ ;	k) $100 \cdot 1000 = \square$ ;	q) $10000 \cdot 23 = \square$ ;
f) $10^4 \cdot 8 = \square$ ;	l) $10^6 \cdot 3100 = \square$ ;	r) $7 \cdot 10 = \square$ ;
g) $87 \cdot 10^3 = \square$ ;	m) $93 \cdot 10 = \square$ ;	s) $15 \cdot 10000 = \square$ ;

9. Qanday ikki sonning yig'indisi ularning har biriga teng?

10. 20 va 30 orasidagi juft sonlarni yozing.

### 18-§. BO'LISH

1- misol. 8 ta apelsinni har biriga 2 tadan qilib likopchalarga qo'yib chiqishdi. Apelsinni 2 tadan qilib necha marta qo'yishdi? Nechta likopcha kerak bo'ladi?

Yechish. 8 ta elementga ega to'plam berilgan bo'lsin. Bu to'plamning har birida 2 tadan element bo'lgan qism to'plam-

larga, ya'ni juft-jufti bilan kesishmaydigan teng quvvatli 4 ta to'plamlarga ajratish mumkin. Shunday qilib, javobda hosil qilingan 4 soni asosan 8 ta elementdan iborat to'plam bo'lingan ikki elementli qism to'plamlar sonidir.

**2- misol.** 12 ta qalamni 3 o'quvchiga baravar tarqatishdi. Har bir o'quvchi nechtdan qalam oladi?

**Yechish.** Misol bo'lish bilan yechiladi:  $12 : 3 = 4$  (qalam). 4 soni 12 ta elementdan iborat to'plam bo'lingan teng quvvatli kesishmaydigan har bir uchta qism to'plamdagi elementlar soni sifatida qatnashmoqda.

Bo'linadigan raqamni bo'linuvchi, bo'ladigan raqamni bo'luvchi deyiladi. Agar bo'linuvchi bo'luvchiga aniq bo'linmasa, bo'lishdan qolgan qismi *qoldiq* deyiladi.

$12 : 3 = 4$  va  $12 : 4 = 3$  holda ham bo'linuvchi 12. Lekin  $12 : 3 = 4$  da bo'linma 4, bo'luvchi esa 3 va  $12 : 4 = 3$  da bo'linma 3, bo'luvchi esa 4 sonidir.

Bo'lishda qoldiq qolmasa (qoldiq nol bo'lsa), bo'luvchi va bo'linma koeffitsiyentlar deyish mumkin.

**Ta'rif.**  $a = n(A)$  va  $A$  to'plam juft-jufti bilan kesishmaydigan teng quvvatli qism to'plamlarga ajratilgan bo'lsin. Agar  $b$  soni  $A$  to'plamni bo'lishdagi qism to'plamlar soni bo'lsa, u holda har bir qism to'plamdagi elementlar soniga  $a$  va  $b$  sonlarning bo'linmasi deb aytiladi.

Bo'lish ta'rifiga ko'ra, bo'lishga oid masalalar ikki turga ajraladi: mazmuniga ko'ra, bo'lish va teng qismlarga ajratish.

**1- turga oid masala.** 48 ta qalam 6 ta qutichaga barobardan solingan bo'lsa, har bir qutichaga nechtdan qalam solingan?

**2- turga oid masala.** 48 ta qalam 6 tadan qilib qutichalarga solingan bo'lsa, nechta quticha kerak bo'ladi?

Bo'lish takror ayirish sifatida ham qaralishi mumkin.

14 - 7 degani, 14 dan bir marta 7 ni ayirish ( $7 - 7 = 0$ ) va ikkinchi marta 7 ni ayirish demakdir.

$14 : 7 = 2$ . (Tekshirish:  $2 \cdot 7 = 14$ ).

Xulosa qilib aytganda, butun nomanfiy  $a$  soni bilan  $b$  natural sonning bo'linmasi deb,  $b$  son bilan ko'paytmasi  $a$  ga teng bo'ladigan  $c = a : b$  soniga aytiladi. Teskari bog'lanishning mavjudligini ham ko'rsatish mumkin, ya'ni bo'linmaning uchinchi ta'rifidan birinchi ta'rif kelib chiqishini ko'rsatish mumkin:

$$a : b = c, \text{ bundan } a = c \cdot b.$$

Demak, uchunchi holda bo'linma ko'paytma orqali ta'riflandi. Shuning uchun bo'lish ko'paytirishga teskari amal deb aytiladi.  $a$  va  $b$  natural sonlarning bo'linmasi har doim ham mavjud bo'ladimi?

$a$  va  $b$  natural sonlarning bo'linmasi mavjud bo'lsin, ya'ni  $a = c \cdot b$ . Ixtiyoriy  $c$  natural son uchun  $1 > c$  da'vo o'rinli. Bu tengsizlikning ikkala qismi  $b$  natural songa ko'paytiramiz,  $b > c \cdot b$  ga ega bo'lamiz.  $c \cdot b = a$  bo'lgani uchun  $b > a$  bo'ladi.

Agar  $a = 0$  va  $b = 0$  bo'lsa, u holda bunday  $a$  va  $b$  sonlarning bo'linmasi mavjud, degan jumladan  $c$  ning ixtiyoriy qiymatida o'rinli bo'ladigan  $0 = c \cdot 0$  tenglik kelib chiqadi, ya'ni  $a = 0$  va  $b = 0$  sonlarning bo'linmasi har qanday son bo'lishi mumkin. Shuning uchun matematikada nolni nolga bo'lish mumkin emas deb hisoblanadi.

**3- misol.** 644 sonini 92 ga bo'ling.

**Yechish.** Aslida  $92 \cdot 1 = 92$ ,  $92 \cdot 2 = 184$ ,  $92 \cdot 3 = 276$ ,  $92 \cdot 4 = 368$ ,  $92 \cdot 5 = 460$ ,  $92 \cdot 6 = 552$ ,  $92 \cdot 7 = 644$  tekshirishlar ko'z oldimizdan o'tadi. Taxminan javobni tezroq topish imkoni bor, ya'ni 644 soni taxminan 630, 92 esa taxminan 90.  $630 : 90 = 7$  bo'lgani uchun tekshirishni birdaniga 7 sonidan boshlash mumkin edi. Bu usul har doim ham qo'l kelavermaydi. Taxminni  $644 : 92$  ni  $600 : 100 = 6$  deb yozish mumkin edi.

### Mashqlar

1. Hisoblang:

- a)  $3452 \cdot 27 = \square$ ; h)  $5080 \cdot 45 = \square$ ; m)  $8006 \cdot 85 = \square$ ;  
b)  $20284 \cdot 56 = \square$ ; i)  $50056 \cdot 89 = \square$ ; n)  $90236 \cdot 54 = \square$ ;  
d)  $453 \cdot 284 = \square$ ; j)  $4062 \cdot 89 = \square$ ; o)  $3207 \cdot 96 = \square$ ;  
e)  $5606 \cdot 37 = \square$ ; k)  $8206 \cdot 537 = \square$ ; p)  $33018 \cdot 637 = \square$ ;  
f)  $50384 \cdot 794 = \square$ ; l)  $89765 \cdot 6789 = \square$ ;  
g)  $86941 \cdot 1694 = \square$ .

2. Tenglikni o'qing va uning ma'nosini tushuntiring:

- a)  $a \cdot b = b \cdot a$ ; b)  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ .

3. Ko'paytirishning o'rin almashtirish va taqsimot qonunidan foydalanib, masalaning yechimini tushuntiring:

$$700 \cdot 30 = (100 \cdot 7) \cdot (10 \cdot 3) = (7 \cdot 10) = 21 \cdot 1000 = 21000.$$

4. Ko'paytirishni bajaring:

a)  $\begin{array}{r} 356 \\ \times 204 \\ \hline \end{array}$       b)  $\begin{array}{r} 1786 \\ \times 302 \\ \hline \end{array}$       d)  $\begin{array}{r} 705 \\ \times 206 \\ \hline \end{array}$       e)  $\begin{array}{r} 3804 \\ \times 406 \\ \hline \end{array}$

f)  $\begin{array}{r} 9067 \\ \times 504 \\ \hline \end{array}$       g)  $\begin{array}{r} 95046 \\ \times 3007 \\ \hline \end{array}$       h)  $\begin{array}{r} 60058 \\ \times 9005 \\ \hline \end{array}$       i)  $\begin{array}{r} 750009 \\ \times 30007 \\ \hline \end{array}$

j)  $2500 \cdot 376$      $12000 \cdot 507$      $9200 \cdot 3154$      $300 \cdot 7855$ ;

k)  $500 \cdot 3751$        $2000 \cdot 799$        $5000 \cdot 7008$   
 $9500 \cdot 7893$        $8960 \cdot 5600$        $38000 \cdot 7800$ ;

l)  $10 \cdot 2$        $2 \cdot 10$        $10 \cdot 35$        $35 \cdot 100$   
 $1000 \cdot 27$      $5 \cdot 10000$      $102 \cdot 4$        $103 \cdot 7$   
 $100 \cdot 10$      $100 \cdot 100$      $10 \cdot 10$        $1000 \cdot 1000$   
 $105 \cdot 7$        $100 \cdot 8$        $8 \cdot 102$        $5 \cdot 103$   
 $7 \cdot 10$        $9 \cdot 100$        $1000 \cdot 84$      $75 \cdot 10000$ .

5. Sonni o'z-o'ziga bo'lishda bir hosil bo'ladi.

Sonni birga bo'lsak yana shu son hosil bo'ladi.

a)  $0 : 507 = \square$ ;      b)  $0 : 862 = \square$ ;      d)  $0 : 619 = \square$ ;

Nimani fahmlading? Xulosa qil.  $0 : a = \square$ .

a)  $2001 : 0 = \square$ ;      b)  $604 : 0 = \square$ ;      d)  $603 : 0 = \square$ ;

Nimani fahmlading? Xulosa qil.  $a : 0 = \square$ .

6. Agar amallarni to'g'ri bajarib, o'sib borish tartibida yozsangiz, o'zbek xalqining sevimli shoirlaridan birining ismi sharifini topasiz.

b  $450 : 5 = \square$ ;      A  $924 : 3 = \square$ ;      l  $480 : 8 = \square$ ;

o  $540 : 90 = \square$ ;      d  $640 : 8 = \square$ ;      a  $650 : 50 = \square$ ;

o  $900 : 90 = \square$ ;      v  $400 : 80 = \square$ ;      b  $540 : 90 = \square$ ;

i  $640 : 80 = \square$ ;      u  $490 : 7 = \square$ ;      p  $490 : 70 = \square$ ;

r  $810 : 90 = \square$ ;      e  $450 : 9 = \square$ ;

7. Daraxtning balandligi 10 m. Shilliq qurt har kuni 3 m yuqoriga va kechasi 2 m pastga tushadi. Shilliq qurt necha kunda daraxtning uchiga chiqadi?

8. Yulduzchalar o'rniga kerakli amalni qo'ying.

a)  $270 \cdot 30 \cdot 200 = 40$ ;      d)  $270 \cdot 30 \cdot 200 = 100$ ;

b)  $270 \cdot 30 \cdot 200 = 209$ ;      e)  $270 \cdot 30 \cdot 200 = 500$ .

19-§. «... MARTA KATTA» VA «... MARTA KICHIK»  
 MUNOSABATLARI. YIG'INDINI SONGA VA SONNI  
 KO'PAYTMAGA BO'LIISH QOIDALARI

Bir son ikkinchi sondan necha marta katta yoki kichik, degan savol masalalar yechishda va amaliy faoliyatda har qadamda uchraydi. «... marta katta» va «... marta kichik» munosabatlari bilan dastlabki tanishish boshlang'ich maktabda yuz beradi.

1- ta'rif. Agar  $a = n(A)$ ,  $b = n(B)$ ,  $a > b$  bo'ladigan  $a$  va  $b$  sonlar berilgan va  $A$  to'plamni  $B$  to'plamga teng quvvatli  $c$  ta qism to'plamga ajratish mumkin bo'lsa,  $a$  soni  $b$  sonidan  $c$  marta katta,  $b$  soni esa  $a$  sonidan  $c$  marta kichik, deb aytiladi.

Ammo bu  $c$  sonining o'zi nimani ifodalaydi? Nazariy — to'plamlar nuqtayi nazaridan bu  $a$  va  $b$  sonlarining bo'linmasidir. Bundan quyidagi qoida hosil bo'ladi:

**Qoida.** Bir son ikkinchi sondan necha marta katta yoki kichik ekanligini bilish uchun katta sonni kichik songa bo'lish zarur.

1- misol. 3 tup olma va 12 tup olcha o'tqazildi. Olchalardan necha marta kam olma o'tqazildi?

**Yechish.** Yuqoridagi qoidada qo'yilgan savolga bo'lish yordamida javob topiladi, ya'ni  $12 : 3 = 4$  (marta). «... marta ko'p» va «... marta kam» munosabatlar boshqa ko'rinishdagi masalalarda ham uchraydi.

2- misol. Zulfiyada 6 ta daftar, Ra'noda esa undan 2 marta kam daftar bor. Ra'noda nechta daftar bor?

**Yechish.** Zulfiyadagi daftarlar to'plami  $A$ , Ra'nodagi daftarlar to'plami  $B$  bo'lsin.  $n(A) = 6$  ekani ma'lum.  $n(B)$  sonni topish talab etilgan. Bu shartdan kelib chiqib,  $A$  to'plamni teng quvvatli ikkita qism to'plam ko'rinishida tasvirlash mumkin, u holda  $B$  to'plamda  $A$  to'plamning har bir qism to'plamida nechta element bo'lsa, shuncha element bo'ladi, bu son bo'lish bilan topiladi, ya'ni  $6 : 2 = 3$ . Demak,  $n(B) = 3$ , ya'ni, Ra'noda 3 ta daftar bor ekan.

3- misol. Bunyodda 3 ta daftar, Ismatulloda esa undan 4 marta ko'p daftar bor. Ismatulloda nechta daftar bor?

**Yechish.** Bu masalada ham oldingi masaladagi kabi ikkita to'plam, Bunyoddagi daftarlar to'plami  $A$  va Ismatulloda daftarlar to'plami  $B$  qaraladi.  $n(A) = 3$  ekani ma'lum.  $B$  to'plamdagi elementlar soni,  $A$  to'plamdagi elementlar sonidan 4 marta ko'p ekanini bilgan holda,  $n(B)$  ni topish talab etiladi. Bu  $B$  to'plam  $A$  to'plamdagi teng quvvatli kesishmaydigan to'rtta  $B_i$ ,

$B_1, B_2, B_3, B_4$  qism to'plamdan iborat ekanini anglatadi va, demak,  $n(B_1) = n(B_2) = n(B_3) = n(B_4) = n(A)$ . Bu holda  $B$  to'plamdagi elementlar sonini qo'shish bilan topish mumkin:  $n(B) = n(B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup B_4) = n(B_1) + n(B_2) + n(B_3) + n(B_4) = 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 4 = 12$ .

Demak, Ismatulloda 12 ta daftar bor ekan.

**1- qoida.** Agar  $a$  va  $b$  sonlar  $c$  songa bo'linsa, u holda ularning  $a + b$  yig'indisi ham  $c$  ga bo'linadi.  $a + b$  yig'indini  $c$  ga bo'lganda hosil bo'ladigan bo'linma,  $a$  ni  $c$  ga va  $b$  ni  $c$  ga bo'lganda hosil bo'ladigan bo'linmalar yig'indisiga teng, ya'ni:

$$(a + b) : c = a : c + b : c.$$

**Isbot.** 1- usul.  $a$  soni  $c$  ga bo'lingani uchun  $a = c \cdot m$  bo'ladigan  $m = a : c$  natural son mavjud. Shunga o'xshash,  $b = c \cdot n$  bo'ladigan  $n = b : c$  natural son mavjud. U holda  $a + b = c \cdot m + c \cdot n = c \cdot (m + n)$ .

Bundan  $a + b$  yig'indining  $c$  ga bo'linishi va  $a + b$  ni  $c$  ga bo'lganda hosil bo'ladigan bo'linma  $m + n$  ga teng bo'lishi, ya'ni  $a : c + b : c$  ekanini kelib chiqadi.

**2- usul.**  $a = n(A)$ ,  $b = n(B)$  bunda  $A \cap B = \emptyset$  bo'lsin. Agar  $A$  va  $B$  to'plamlarning har birini  $c$  ga teng quvvatli qism to'plamlarga ajratish mumkin bo'lsa, u holda bu to'plamlar birlashmalarini ham shunday ajratish mumkin.

Agar  $A$  to'plamni ajratishdagi har bir qism to'plam  $a : c$  elementga va  $B$  to'plamning har bir qism to'plami  $b : c$  elementga ega bo'lsa, u holda  $A \cup B$  to'plamning har bir qism to'plamida  $a : c + b : c$  element mavjud bo'ladi. Bu esa  $(a + b) : c = a : c + b : c$  ekanini anglatadi.

**2- qoida.** Agar  $a$  natural son  $b$  va  $c$  natural sonlarga bo'linsa, u holda  $a$  sonni  $b$  va  $c$  sonlar ko'paytmasiga bo'lish uchun  $a$  sonni  $b$  ( $c$ ) ga bo'lish va hosil bo'lgan bo'linmani  $c$  ( $b$ ) ga bo'lish yetarli, ya'ni  $a : (b \cdot c) = (a : b) : c = (a : c) : b$  (sonni ko'paytmaga bo'lish qoidasi).

**Isbot.**  $(a : b) : c = x$  deb faraz qilaylik. U holda bo'linmaning ta'rifiga ko'ra,  $a : b = c \cdot x$  bo'ladi, shunga o'xshash  $a = b \cdot (c \cdot x)$  bo'ladi. Ko'paytirishning guruhlash qonuniga asosan,  $a = (b \cdot c) \cdot x$  bo'ladi. Hosil bo'lgan tenglik  $a : (b \cdot c)$  ekanini bildiradi. Shunday qilib,  $a : (b \cdot c) = (a : b) : c$ .

**3- qoida.** Sonni ikki sonning bo'linmasiga ko'paytirish uchun bu sonni bo'linuvchiga ko'paytirish va hosil bo'lgan ko'paytmani

bo'linuvchiga bo'lish yetarli, ya'ni  $a \cdot (b : c) = (a \cdot b) : c$  (sonni ikki sonning bo'linmasiga ko'paytirish qoidasi).

Bu qoidaning isboti avvalgi qoidaning isbotiga o'xshash. Ifodalangan qoidalarning qo'llanishi ifodani soddalashtirish imkonini beradi.

**4- misol.**  $(720 + 600) : 24$  ifodaning qiymatini toping.

**Yechish.**  $(720 + 600) : 24$  ifodaning qiymatini topish uchun 720 va 600 qo'shiluvchilarni 24 ga bo'lish va hosil bo'lgan bo'linmalarni qo'shish yetarli, ya'ni:

$$(720 + 600) : 24 = 720 : 24 + 600 : 24 = 30 + 25 = 55.$$

**5- misol.**  $1440 : (12 \cdot 15)$  ifodaning qiymatini toping.

**Yechish.**  $1440 : (12 \cdot 15)$  ifodaning qiymatini avval 1440 ni 12 ga bo'lib, keyin hosil bo'lgan bo'linmani 15 ga bo'lib topish mumkin, ya'ni:

$$1440 : (12 \cdot 15) = (1440 : 12) \cdot 15 = 120 \cdot 15 = 8.$$

### Mashqlar

- Jumlalarning ma'nosini tushuntiring: 10 soni 5 dan 2 marta katta; 2 soni 8 dan 4 marta kichik.
- «...marta katta» munosabati qaraladigan va yechilishi  $15 : 3 = 5$  tenglik ko'rinishida bo'lgan ikkita sodda masala tuzing.
- Quyidagi da'vo to'g'rimi?  
Bo'lish amali ko'paytirish amaliga teskari.  $a$  sonini  $b$  songa bo'lish uchun shunday  $c$  sonini topish kerakki,  $b$  ga ko'paytirganda  $a$  ni hosil qilsin.



- Qaysi amal ko'paytirishga teskari? Qanday amal bo'lishga teskari? Hisoblang:

a)  $144 : 12 \cdot 3 = \square$ ;

e)  $320 : 8 \cdot 8 = \square$ ;

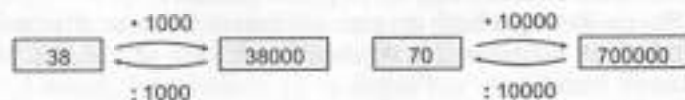
b)  $705 \cdot 5 : 5 = \square$ ;

f)  $6 \cdot 103 : 2 = \square$ ;

d)  $500 \cdot 9 : 9 = \square$ ;

g)  $4124 : 18 \cdot 2 = \square$ .

5. Bo'linmani toping va xulosa chiqaring:

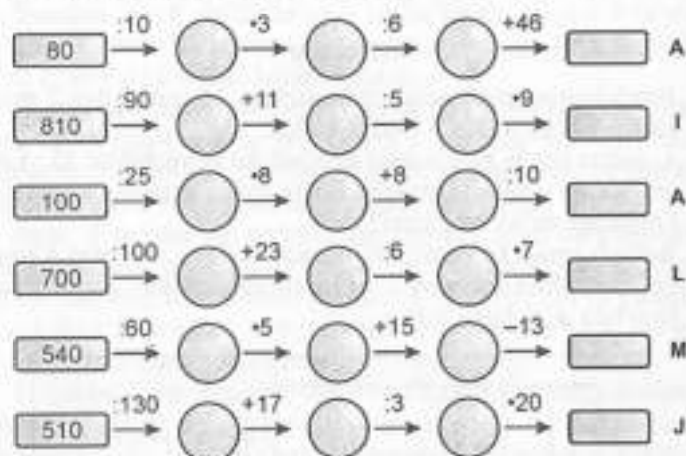


$38000 : 1000 = \square$        $700000 : 10000 = \square$

6. Og'zaki hisoblang va javobini yozing:

- a)  $46000 : 100 = \square$       f)  $80 \cdot 80 = \square$   
 b)  $37000 : 10 = \square$       g)  $600 \cdot 4 = \square$   
 d)  $90000 : 1000 = \square$       h)  $3 \cdot 5000 = \square$   
 e)  $74000000 : 10000 = \square$       i)  $90 \cdot 500 = \square$

7. Javoblarni kamayish tartibida yozing va so'zni tuzing. «Boy ilar xizmatchi» dramasiidagi qaysi obrazni topdingiz.



--	--	--	--	--	--

8. Tenglamaning ildizini topa olasizmi?

$16 \cdot a = 16 : a$ ;       $x + x = x \cdot x$ ;       $y : 40 = y \cdot 40$ .

9. Bir qarashda hisobla:

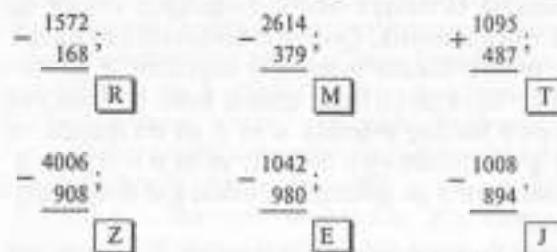
$2002 : 2002 - 0 : (1960 + 1961) + 1 \cdot 999$ .

10. Bo'linmani ko'rsatma bo'yicha bajar:

Ko'rsatma:  $4000 : 40 = 100$ , chunki  $100 \cdot 40 = 4000$ ;  
 $3900 : 390 = 10$ , chunki  $10 \cdot 390 = 3900$ .

- a)  $800 : 80 = \square$ ;      e)  $8800 : 880 = \square$ ;      h)  $8000 : 90 = \square$ ;  
 b)  $700 : 70 = \square$ ;      f)  $64 : 640 = \square$ ;      i)  $3000 : 30 = \square$ ;  
 d)  $500 : 50 = \square$ ;      g)  $9500 : 95 = \square$ ;      j)  $2000 : 20 = \square$ .

11. Jadvalda O'zbekistondagi qadimiy shaharlardan birining nomi hosil bo'ldi. Yana qanday shaharlarni bilasiz?



608	1902	404	2235	62	3098

12. Quyidagi raqamlardan foydalanib, barcha uch xonali sonlarni yozing:

- a) 1; 0; 2;      d) 3; 3; 1;  
 b) 4; 6; 8;      e) 5; 5; 0.

13. Yulduzchalar o'rniga amallardan birini to'g'ri qo'yishga harakat qiling:

- a)  $60 \cdot 2 \cdot 20 = 100$ ;      e)  $400 + 50 \cdot 2 = 500$ ;  
 b)  $144 + 12 \cdot 5 = 60$ ;      f)  $55 \cdot 2 + 10 = 100$ ;  
 d)  $625 \cdot 25 \cdot 25 = 50$ ;      g)  $900 \cdot 30 \cdot 30 = 0$ .

14. Sonlarni biridan ikkinchisini qanday qilib hosil qilish mumkin? Javobingizni tushuntiring.

- a) 1; 2; 4; 8; ...      d) 36; 12; 4; ...  
 b) 0; 5; 10; 15; ...      e) 23; 20; 17; ...

## 20-§. QOLDIQLI BO'LISH

**1- misol.** 37 sonini 8 ga bo'ling.

**Yechish.** 37 soni 8 ga qoldiqsiz bo'linmaydi. Lekin bo'ladigan 4 va 5 sonlari mavjud. 37 sonini 8 ga bo'lish qoldiqli bo'lish bilan bajariladi, bunda to'liqmas 4 bo'linma va 5 qoldiq topildi deb aytiladi.

**Ta'rif.** Butun nomanfiy  $a$  sonni  $b$  natural songa qoldiqli bo'lish deb,  $a = bq + r$  va  $0 \leq r < b$  bo'ladigan butun nomanfiy  $q$  va  $r$  sonlarni topishga aytiladi.

Qoldiqning ta'rifidan kelib chiqadigan o'ziga xos xususiyatga e'tibor beraylik. Qoldiq  $b$  bo'luvchidan kichik sonidir. Shuning uchun butun nomanfiy sonlarni  $b$  ga bo'lganda, hammasi bo'lib  $b$  ta turlicha qoldiq hosil bo'lishi mumkin.

Agar  $a < b$  bo'lsa, u holda  $a$  ni  $b$  ga bo'lganda, to'liqmas bo'linma  $q=0$ , qoldiq  $r=a$  bo'ladi, ya'ni  $a = 0 \cdot b + a$ .

**2- misol.**  $a$  ni  $b$  ga qoldiqli bo'lishni har doim ham bajarish mumkinmi?

Ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$  soni va  $b$  natural son uchun  $a = b \cdot q + r$ , bundan  $0 \leq r < b$  bo'ladigan butun nomanfiy  $q$  va  $r$  sonlar mavjud. Bu xossaga ega bo'lgan nomanfiy sonlar jufti  $(q, r)$  yagonadir.

$a = n(A)$  va  $A$  to'plam  $A_1, A_2, \dots, A_n, X$  to'plamlarga ajratilgan bo'lib, bunda  $A_1, A_2, \dots, A_n$  to'plamlar teng quvvatli va  $b$  tadan elementni o'z ichiga olgan,  $X$  to'plam esa  $A_1, A_2, \dots, A_n$  to'plamlarning har biridagi elementlardan kam elementlarga ega bo'lsin, ya'ni  $n(X) = r$ . U holda  $a = bq + r$  bo'ladi, bunda  $0 \leq r < b$ . Shunday qilib, to'liqmas bo'linma  $q$ ,  $A$  to'plamni ajratishdagi (har birida  $b$  tadan element bo'lgan) teng quvvatli qism to'plamlar soni, qoldiq  $r - X$  to'plamdagi elementlar soni bo'ladi.

Boshlang'ich maktabda qoldiqli bo'lish bilan tanishish 9 ta bolada 4 ta juft tuzish va 1 ta bola juftsiz qolish vaziyatini qarab chiqishda yuz beradi. Ya'ni, to'liqmas bo'linma qoldiq bilan tanishish mohiyatiga ko'ra nazariy to'plam asosida yuz beradi.

**Teorema.** Agar  $a < b$  va  $b < c$  bo'lsa, u holda  $a < c$  bo'ladi.

**Isbot:**  $a < b$  va  $b < c$  bo'lgani uchun «kichik» munosabatining ta'rifiga ko'ra  $b = a + x$  va  $c = b + y$  bo'ladigan  $x$  va  $y$  natural sonlar topiladi. Lekin  $c = (a + x) + y$  bo'ladi va qo'shishning guruhlash qonuniga asosan  $c = a + (x + y)$  hosil bo'ladi.  $x + y$  butun nomanfiy son bo'lgani uchun «kichik» munosabatining ta'rifiga ko'ra  $a < c$  bo'ladi.

Agar  $a < b$  bo'lsa, u holda  $b < a$  bo'lishi noto'g'ri.

Hech qanday butun nomanfiy  $a$  son uchun  $a < a$  tengsizlikning bajarilmasligiga ishonish qiyin emas. Agar  $a < a$  bo'lganda edi,  $a = a + c$  bo'ladigan natural  $c$  soni topilar edi, lekin yig'indining yagonaligiga ko'ra, buning bo'lishi mumkin emas. Endi ikkala  $a < b$  va  $b < a$  tengsizliklar bajariladi, deb faraz qilaylik. U holda «kichik» munosabatining tranzitivlik xossasiga ko'ra  $a < a$  tengsizlik hosil bo'ladi, buni esa bo'lish mumkin emas.

Butun nomanfiy sonlar uchun «kichik» munosabati tranzitiv va antisimmetrik bo'lgani uchun u tartib munosabati bo'ladi, butun nomanfiy sonlar to'plami esa tartiblangan to'plam bo'ladi.

«Kichik» munosabatning ko'rib o'tilgan xossalardan ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlar uchun  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $b > a$  munosabatlardan faqat bittasi bajarilishi keliib chiqadi. Bu to'plamning elementlarini ixtiyoriy sondan avval kichigi keladigan qilib joylashtirib, butun nomanfiy sonlar qatorini hosil qilamiz:  $0, 1, 2, 3, 4, \dots$ . Bu qator cheksizdir.  $A$  ta elementga ega bo'lgan biror  $A$  to'plamni olamiz. Agar unga  $A$  to'plamning hamma elementlaridan farq qiladigan yana bitta element qo'shib qo'yilsa, u holda elementi  $a + 1$  ta bo'lgan yangi  $B$  to'plam hosil bo'ladi.  $a + 1$  sonni bir butun nomanfiy son uchun undan bevosita keyin keluvchi yagona natural sonni ko'rsatish mumkin. Aksincha, har bir butun nomanfiy son bittadan ortiq bo'lmagan butun nomanfiy sondan bevosita keyin kelmaydi. 0 sonidan boshlab tartib bilan bevosita bir-biridan keyin keluvchi natural sonlarga o'tib, butun nomanfiy sonlar to'plami hosil bo'ladi.

Agar  $4 + 2 = 6$  ekani ma'lum bo'lsa, u holda  $4 + 3$  yig'indini topish uchun 6 ga 1 ni qo'shish yetarli:  $4 + 3 = 4 + (2 + 1) = (4 + 2) + 1 = 6 + 1 = 7$ .

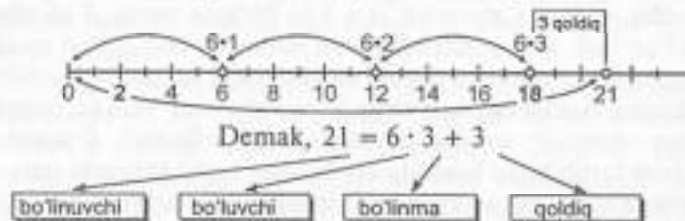
«Bevosita keyin kelish» munosabatidan ko'paytirish uchun ham shunga o'xshash foydalaniladi: agar  $7 \cdot 5 = 35$  ekani ma'lum bo'lsa,  $7 \cdot 6$  ko'paytmani topish oson. Buning uchun 35 ga 7 ni qo'shish yetarli, chunki  $7 \cdot 6 = 7(5 + 1) = 7 \cdot 5 + 7 = 35 + 7 = 42$  bo'ladi.

Butun nomanfiy sonlar to'plamining yana bitta xossasini aytib o'tamiz.  $a$  — biror butun nomanfiy son va  $a + 1$  son  $a$  dan bevosita keyin keluvchi son bo'lsin. U holda hech qanday butun nomanfiy  $a$  son uchun  $a < x < a + 1$  bo'ladigan  $x$  natural son ko'rsatish mumkin emas. Bu xossa natural sonlar to'plamining diskretlik xossasi,  $a$  va  $a + 1$  sonlarning o'zi esa qo'shni sonlar deb ataladi.

Birinchi o'nlikdagi sonlarni o'rganishning o'zidayoq natural qatorning har bir sonini qanday hosil qilish mumkinligi aniqlanadi. Bunda «keyin keladi», «oldin keladi» va 1 ni qo'shish hamda 1 ni ayirish tushunchalaridan foydalaniladi, ya'ni o'quvchilar natural qator sonlarining xossalari bilishlari uchun sharoit yaratiladi: ixtiyoriy sonni sanoqda undan oldin keluvchi songa 1 ni qo'shish bilan hosil qilish mumkin, ixtiyoriy son undan oldin keluvchi sondan 1 ta ko'p va hokazo.

Kishining amaliy faoliyatida nafaqat buyumlar sanog'ini bo'lib borishga, balki turli kattaliklar uzunlik, massa, vaqt va boshqalarni o'lchashga to'g'ri keladi. Shuning uchun natural sonlarning vujudga kelishida sanoqqa bo'lgan ehtiyojgina emas, kattaliklarni o'lchash masalasi ham sabab bo'ladi. Agar natural son kattaliklarni o'lchash natijasida paydo bo'lgan bo'lsa, uning qanday ma'noga ega ekanligi aniqlaniladi. Natural songa bunday yondashish bilan bog'liq bo'lgan hamma nazariy dalillarni bitta kattalik — kesma uzunligi misolida qaraymiz.

21 sonini 6 ga bo'lamiz. Rasm bo'yicha 21 ni ichida 6 birlik uch marta joylashadi va yana 3 birlik qoladi:



Agar bo'linuvchini  $a$ , bo'luvchini  $b$ , bo'linmani  $c$ , qoldiqni  $r$  bilan belgilab,  $a = b \cdot c + r$  tenglikni yozish mumkin, bunda har doim  $r < b$  bo'ladi.

**1- misol.** Qandaydir sonni 5 ga bo'lganda bo'linmada 4 va qoldiq 3 hosil bo'ldi. Bo'linuvchini toping.

**Yechish.**  $b=5$ ,  $c=4$ ,  $r=3$  ni yozib,  $a = b \cdot c + r = 5 \cdot 4 + 3 = 20 + 3 = 23$ .

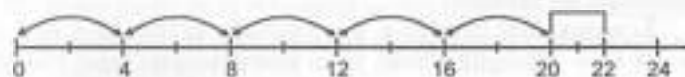
**2- misol.** 51 sonini qandaydir songa bo'lganda, bo'linmada 6 va 3 qoldiq hosil bo'ldi. Bo'linuvchini toping.

**Yechish.**  $a = 51$ ,  $c = 6$ ,  $r = 3$  ni yozib,  $51 = b \cdot 6 + 3$  yoki  $b \cdot 6 + 3 = 51$ .  $b \cdot 6$  — noma'lum qo'shiluvchini topish uchun yig'indidan ma'lum qo'shiluvchini ayiramiz.

$$b \cdot 6 = 51 - 3; \quad b \cdot 6 = 48; \quad b = 48 : 6; \quad b = 8.$$

### Mashqlar

- 42 ni 5 ga; 82 ni 9 ga; 30 677 ni 42 ga; 105 ni 82 ga qoldiqli bo'lishni bajarang.
- Butun nomanfiy sonlarni: 3 ga; 8 ga 35 ga bo'lishda qanday qoldiq qoladi?
- Agar  $a$  ni 7 ga bo'lganda 0; 3; 6 qoldiq hosil bo'lsa,  $a$  soni qanday son bo'ladi?
- O'quvchi  $5 + 3 = 8$  ekanini hisobladi. U  $6 + 3$  yig'indini qanday topishi mumkin?
- Ikkinchi sinf o'quvchisi  $7 \cdot 4 = 28$  ekanini bilgan holda,  $4 \cdot 8$  va  $4 \cdot 9$  ni topdi. O'quvchi buni qanday bajarishi mumkin?
- To'g'ri to'rtburchak chizing va uning diagonalini o'tkazing. Uning tomonlari va diagonalini taqqoslash kerak. Siz buni qanday bajarasiz?
- Shunday  $a$  va  $b$  kesmalar chizingki,  $a < b$  bo'lsin. Ular yig'indisini va ayirmasini yasang.
- Bir sigirdan bir kunda o'rtacha 4 / sut sog'ib olinadi. 10 ta shunday sigirdan 7 kun necha litr sut sog'ib olish mumkin?
- Rasmdan foydalanib, bo'linuvchi, bo'linma, bo'luvchi va qoldiqni toping. Mos sonli tengliklarni yozing.



$a =$	$b =$	$c =$	$r =$
22	$= \square \cdot \square + \square$	$\square < \square$	

- 49 t shakarni tashish uchun yuk ko'tarish quvvati 5 t bo'lgan nechta yuk mashinasi kerak bo'ladi?

### 21-§. NATURAL SON KESMA UZUNLIGINING QIYMATI SIFATIDA

Ixtiyoriy  $a$  va  $b$  kesmalar berilgan bo'lsin. Bu kesmalarga teng kesmalarni boshi  $O$  nuqtada bo'lgan biror nurga qo'yamiz, ya'ni  $OA = a$  va  $OB = b$  kesmalarni hosil qilamiz. Uchta hol bo'lishi mumkin:

1.  $A$  va  $B$  nuqtalar ustma-ust tushadi. U holda  $OA$  va  $OB$  — bitta kesma, demak:  $a = b$ .

2.  $B$  nuqta  $OA$  kesma ichida yotadi. U holda  $OB$  kesma  $OA$  kesmadan kichik (yoki  $OA$  kesma  $OB$  kesmadan katta) deyiladi va bunday yoziladi:  $OB < OA$  ( $OA > OB$ ) yoki  $b < a$  ( $a > b$ ).

3.  $A$  nuqta  $OB$  kesma ichida yotadi. U holda  $OA$  kesma  $OB$  kesmadan kichik deyiladi va  $OA < OB$ ,  $a < b$  ( $b > a$ ) deb yoziladi.

Agar  $a$  kesma  $a_1, a_2, \dots, a_n$  kesmalarning birlashmasi bo'lib, kesmalardan birortasi ham ichki umumiy nuqtaga ega bo'lmasa va bir kesma ikkinchi kesmaning oxiriga birin-ketin tutashsa,  $a$  kesma bu kesmalarning yig'indisi deyiladi va  $a = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  deb yoziladi.

$a$  va  $b$  kesmalarning  $a - b$  ayirmasi deb shunday  $c$  kesmaga aytiladiki, uning uchun  $b + c = a$  tenglik o'rinli bo'ladi.

$a$  va  $b$  kesmalarning ayirmasi quyidagicha topiladi.  $a$  kesmaga teng  $AB$  kesma yasaladi va unda  $b$  kesmaga teng  $AC$  kesma ajratiladi. U holda  $CB$  kesma  $a$  va  $b$  kesmalarning ayirmasi bo'ladi.

**Xulosa.**  $a$  va  $b$  kesmalarning ayirmasi mavjud bo'lishi uchun  $b$  kesma  $a$  kesmadan kichik bo'lishi zarur va yetarlidir.

Kesmalar ustida amallar qator xossalarga ega. Ulardan ba'zilarini isbotsiz keltiramiz.

1- xossa. Har qanday  $a$  va  $b$  kesmalar uchun  $a + b = b + a$  tenglik o'rinli, ya'ni kesmalarni qo'shish o'rin almashtirish qonuniga bo'ysunadi.

2- xossa. Har qanday  $a, b, c$  kesmalar uchun  $(a + b) + c = a + (b + c)$  tenglik o'rinli, ya'ni kesmalarni qo'shish guruhlash qonuniga bo'ysunadi.

3- xossa. Har qanday  $a$  va  $b$  kesmalar uchun  $a + b > a$ .

4- xossa. Har qanday  $a, b$  va  $c$  kesmalar uchun  $a < b$  bo'lsa, u holda  $a + c < b + c$  bo'ladi.

Kesmalar uzunliklari qanday o'lchanishini eslaylik. Eng avval kesmalar to'plamidan birorta  $e$  kesma tanlab olinadi va u birlik kesma yoki uzunlik birligi deb ataladi. So'ngra berilgan  $a$  kesma birlik  $e$  bilan taqqoslanadi. Agar  $a$  kesma  $e$  birlik kesmaga teng  $n$  ta kesma yig'indisidan iborat bo'lsa,  $a = e + e + \dots + e = ne$  va  $n$  natural son  $a$  kesma uzunligining  $e$  uzunlik birligidan son qiymati deyiladi.

Shuni eslatib o'tish muhimki, har qanday natural son  $n$  uchun uzunligi shu son bilan ifodalanadigan kesma mavjud bo'ladi. Bunday kesma yasash uchun  $e$  uzunlik birligini birin-ketin  $n$  marta qo'yish yetarlidir.

Shunday qilib,  $a$  kesma uzunligining son qiymati sifatidagi natural son  $a$  kesma tanlab olingan  $e$  birlik kesmalarning

nechtasidan iboratligini ko'rsatadi. Tanlab olingan  $e$  uzunlik birligida bu son yagonadir.

$n$  natural son  $a$  kesma uzunligining son qiymati, bu sonlar bitta  $e$  uzunlik birligida hosil qilingan bo'lsin. Agar  $a$  va  $b$  kesmalar teng bo'lsa, ular uzunliklarining son qiymati teng bo'ladi, ya'ni  $n = m$ ; teskari tasdiq ham o'rinli.

Agar  $a$  kesma  $b$  kesmadan kichik bo'lsa,  $a$  kesma uzunligining son qiymati  $b$  kesma uzunligining son qiymatidan kichik bo'ladi, ya'ni  $n < m$ ; teskari tasdiq ham o'rinli.

Agar natural sonlar kesmalarning uzunliklarini o'lchash natijasida hosil bo'lgan bo'lsa, bu sonlarni qo'shish va ayirish qanday ma'noga ega bo'lishini aniqlaymiz.

Masalan, 3 va 8 sonlari  $b$  va  $c$  kesmalar uzunliklari  $e$  birlik yordamida o'lchash natijalari bo'lsin, ya'ni  $b = 3e$ ,  $c = 8e$ . Ma'lumki,  $3 + 8 = 11$ . Ammo 11 soni qaysi kesma uzunligini o'lchash natijasi bo'ladi? Ravshanki, bu  $a = b + c$  kesma uzunligining qiymatidir.

Mulohazani umumiy ko'rinishda yuritamiz.

$a$  kesma  $b$  va  $c$  kesmalar yig'indisi hamda  $b = me$ ,  $c = ne$  bo'lsin, bunda  $m$  va  $n$  — natural sonlar. Unda butun  $a$  kesma  $m + n$  ta bo'lakka bo'linadi, ya'ni  $a = (m + n)e$ .

Shunday qilib,  $m$  va  $n$  natural sonlar bilan ifodalanadigan  $b$  va  $c$  kesmalardan tuzilgan  $a$  kesma uzunligining qiymati sifatida qarash mumkin ekan.

Agar  $a$  kesma  $b$  va  $c$  kesmalardan iborat bo'lib,  $a$  va  $b$  kesmalarning uzunliklari  $m$  va  $n$  natural sonlar bilan ifodalansa (bir xil uzunlik birligidan),  $c$  kesma uzunligining qiymati  $a$  va  $b$  kesmalar uzunliklari qiymatlarining ayirmasiga teng:

$$c = (m + n)e,$$

ya'ni, natural sonlarning  $m - n$  ayirmasi uzunliklari mos ravishda  $m$  va  $n$  natural sonlar bilan ifodalangan  $a$  va  $b$  kesmalar ayirmasi bo'lgan  $c$  kesma uzunligining qiymati sifatida qarash mumkin ekan.

Agar  $a = 9e$  kesma  $b$  va  $c$  kesmalardan iborat bo'lsa,  $c = (9 - 4)e = 5e$  bo'ladi, bunda  $b = 4e$ .

Shuni eslatamizki, natural sonlarni qo'shish va ayirishga bunday yondashish nafaqat kesmalar uzunliklarini o'lchash bilan, balki boshqa kattaliklarni o'lchash bilan ham bog'liq. Boshlang'ich sinflar uchun matematika darslaridan turli kattaliklar va ular ustida bajariladigan amallar qaraladigan masalalar

ko'p. Kattaliklarning qiymatlari bo'lgan natural sonlarni qo'shish va ayirishning ma'nosini aniqlash bunday masalalarni yechishda amallarni tanlashni asoslashga imkon beradi.

**1- misol.** Bog'dan 3 kg olcha va 4 kg olma terishdi. Hammasi bo'lib necha kilogramm meva terishgan?

**Yechish.** Masala qo'shish amali bilan yechiladi. Nima uchun?

Terilgan olchalar massasini  $a$  kesma ko'rinishida, terilgan olmalar massasini  $b$  kesma ko'rinishida tasvirlaymiz. U holda terilgan hamma mevalar massasini  $a$  ga teng  $AB$  kesmadan va  $b$  ga teng  $BC$  kesmadan tuzilgan  $AC$  kesma yordamida tasvirlash mumkin.  $AC$  kesma uzunligining son qiymati  $AB$  va  $BC$  kesmalar son qiymatlarining yig'indisiga teng bo'lgani uchun terilgan mevalar massasi qo'shish amali bilan topiladi:  $3 + 4 = 7$  (kg).

**2- misol.** «Bolalar ko'ylagiga 2 m, kattalar ko'ylagiga undan 1 m ortiq gazlama ketadi. Kattalar ko'ylagiga necha metr gazlama ketadi?»

**Yechish.** Bolalar ko'ylagiga ketgan gazlamani  $a$  kesma ko'rinishida tasvirlaymiz, undan kattalar ko'ylagiga ketgan gazlamani  $a$  ga teng  $AB$  kesma va 1 m. ni tasvirlovchi  $BC$  kesma yordamida tasvirlaymiz.  $AC$  kesma uzunligining qiymati qo'shiluvchi kesmalar uzunliklari qiymatlarining yig'indisiga teng bo'lgani uchun, kattalar ko'ylagiga ketgan gazlama miqdori qo'shish amali bilan  $2 + 1 = 3$  (metr) deb topiladi.

**3- misol.** Oshxonada har birida 3 litr sharbat bo'lgan 4 ta banka bor. Bu bankalarda hammasi bo'lib qancha sharbat bor?

Nima uchun bu masala ko'paytirish amali bilan  $3 \cdot 4 = 12$  (litr) deb yechiladi?



**Yechish. 1-usul.** Berilgan rasm masalani yechishga yordam beradi. 4 ta bankada hammasi bo'lib qancha sharbat borligini bilish uchun  $3 + 3 + 3 + 3$  yig'indini topish yetarli. 3 yozuv  $3 \cdot 1$  ko'paytma bo'lgani uchun topilgan ifodani quyidagi ko'rinishda yig'indisini  $3 \cdot 4$  ko'paytma bilan almashtirib,  $(3 + 3 + 3 + 3) \cdot 1 = (3 \cdot 4) \cdot 1 = 12 \cdot 1 = 12$  litr hosil bo'ladi.

**2-usul.** Avvalo shuni aytishimiz kerakki, bu masalada sharbat egallagan hajmning ikki birligi banka va litr haqida gapirilmogda. Avval sharbat bankalar bilan o'lchangach, keyin uni yangi birlik litr bilan o'lchash kerak, bunda shu narsa ma'lumki, eski birlik (banka)da uchta yangi birlik (3 litr) bor. Demak,  $4 \cdot 1$  banka =  $4 \cdot (3 l) = (4 \cdot 3) \cdot l = 12$  litr.

Shunday qilib, natural sonlarni ko'paytirish uzunlikning yangi birligiga o'tishni ifodalaydi. Agar  $m$  natural son  $a$  kesma uzunligining  $e$  uzunlik birligidagi qiymati,  $n$  natural son  $e$  kesma uzunligining  $e_1$  uzunlik birligidagi qiymati bo'lsa,  $m \cdot n$  ko'paytma  $a$  kesma uzunligining  $e_1$  uzunlik birligidagi qiymati bo'lsa,  $m \cdot n$  ko'paytma  $a$  kesma uzunligining  $e_1$  uzunlik birligidagi qiymatidir.

Endi kattaliklarning qiymatlari bo'lgan natural sonlarni bo'lish qanday ma'noga ega ekanligini aniqlaymiz.

**4- misol.** Bir bankaning sig'imi 3 l. 12 l meva sharbatini quyish uchun necha banka kerak bo'ladi?

**Yechish.** Masalani yechish uchun 12 l. ni kesma bilan tasvirlanadi va unda 3 l. ni tasvirlovchi kesma necha marta joylashishi  $12 l : 3 l = 4$  (b) aniqlanadi.

Bu masalaning yechilishini boshqacha asoslash mumkin. Masalada sharbat egallagan hajmning ikki birligi litr va banka qaralmoqda.

Masalada o'lchash natijasini bankalar bilan, ya'ni yangi birlikda (sharbat hajmi litr bilan o'lchanganda) ifodalash talab qilinmoqda, shu bilan birga, yangi birlikda (bankada) 3 ta eski birlik (3 l) bor, shuning uchun  $1 l = 1 b : 3$ .

$$12 l = 12 \cdot (1 b : 3) = (12 : 3) \cdot b = 4 \cdot 1 b = 4 b.$$

Ko'rib turibmizki, natural sonlarni bo'lish kattalikning yangi birligiga o'tish bilan bog'liq ekan. Bu umumiy holda ko'rsatiladi.

Pedagogika kollejlari uchun matematika darslarida turli kattaliklar qaraladigan ko'paytirish hamda bo'lish bilan yechiladigan sodda masalalar ko'p. Bularning hammasi, odatda, ko'rgazmalilik asosida bajariladi. Bunda ko'paytirish bir xil qo'shiluvchilarning qo'shish amali sifatida talqin qilinadi, bo'lish esa ko'paytirishning teskari amali sifatida qaraladi.

*Uchinchi bob*

**SANOQ SISTEMALARI HAQIDA  
QISQACHA MA'LUMOT**

**22- §. O'NLI SANOQ SISTEMASINING PAYDO BO'LISHI  
HAQIDA QISQACHA MA'LUMOT**

Odamlar barmoq bilan sanashda juda ko'p miqdordagi narsalarni sanashiga to'g'ri kelar edi. Biri — birlar, ikkinchisi — o'nlar, uchinchisi esa yuzlar deb hisoblaganlar. Bir barmog'ini qaytarib sanab bir, ikkinchisi bitta o'nlik, uchinchisini o'nta o'n va hokazo... deb hisoblanib, shu asosda sanoq sistemasi qabul qilingan. Bu o'nli sistema deyiladi.

Uchinchi odamning besh barmog'i, ikkinchisining sakkiz barmog'i va birinchisining olti barmog'i deb aytganlar. Asta-sekinlik bilan «ikkinchi odamning barmog'i «o'n» so'zini, uchinchi odamning barmog'i «yuz» so'zini kirib kelishiga olib kelgan. Shunday qilib, besh yuz sakson olti hosil bo'lgan. Hozir o'nli sanoq sistemasi hamma joyda qo'llaniladi. Fransuz tilida sakson so'zi to'rt marta yigirma deb o'qiladi.

O'nli sanoq sistemasi deganda biz quyidagilarni tushunamiz: 10 birlik keyingi toifaning bir birligini tashkil etadi. Masalan, 10 birlik bitta o'nli ifodalaydi, 10 ta o'nlik bitta yuzlikni, 10 ta yuzlik bitta minglikni beradi va hokazo.

Sonlarning yozilish sistemasi pozitsion bo'ladi va unda raqamning qiymati joylashgan o'rni (pozitsiyasi)ga bog'liq bo'ladi.

Bitta belgini takrorlab yozish qulaylik tug'dirmaydi. Pozitsion sistemada sonlarning yozilishi qulay, raqamlar chizilmaydi, balki uning pozitsiyasi boshqa raqamlar orasida turgan o'rni bilan belgilanadi. Bu sistemadagi yozuv zamonaviy bo'lib, biz maktabda o'rganamiz.

Masalan, 18 sonida 8 raqami 8 ta bir, 82 sonida 8 ta o'n yoki 80 ta bir, 875 sonida esa — 8 ta yuz yoki 800 ta bir borligini bildiradi. Birinchi pozitsion sistema Vavilonida paydo bo'lgan. Buning paydo bo'lish tarixi bilan yuqori sinfda shug'ullanamiz.

Sinflar	milliardlar			millionlar			minglar			birlar		
	yuz	o'n	bir	yuz	o'n	bir	yuz	o'n	bir	yuz	o'n	bir
<i>bir</i>												1
<i>o'n</i>											1	0
<i>yuz</i>										1	0	0
<i>ming</i>								1	0	0	0	0
<i>o'n ming</i>							1	0	0	0	0	0
<i>yuz ming</i>							1	0	0	0	0	0
<i>bir million</i>					1	0	0	0	0	0	0	0
<i>o'n million</i>				1	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>yuz million</i>				1	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>bir milliard</i>		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>o'n milliard</i>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>yuz milliard</i>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

25 901 718 582 sonini o'qish uchun chapdan tartib bilan o'ngga qarab har bir sinfning sonini aytish va sinf nomini qo'shish kerak, ya'ni «25 milliard 901 million 718 ming 582» deb o'qiladi.

*Mashqlar*

1. Ifodani soddalashtiring:

- |                           |                              |
|---------------------------|------------------------------|
| a) $199 + 1 + a$ ;        | f) $528 - (28 + c)$ ;        |
| b) $25 \cdot m \cdot 4$ ; | g) $2 \cdot x + 5 \cdot x$ ; |
| d) $816 + b + 7$ ;        | h) $245 - (d + 12)$ ;        |
| e) $n \cdot 9 \cdot 6$ ;  | i) $9 \cdot y - y$ .         |

2. Taqqoslang:

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| a) $m + 48 \dots 80 + m$ ;       | f) $36 : x \dots 24 : x$ ;                 |
| b) $60 - n \dots 25 - n$ ;       | g) $b : 5 \dots b : 3$ ;                   |
| d) $k - 18 \dots k - 53$ ;       | h) $(9 + c) \cdot 4 \dots 9 + c \cdot 4$ ; |
| e) $a + a + a \dots 2 \cdot a$ ; | i) $d \cdot 6 - d \dots d \cdot 5$ .       |

3. Uchburchakning perimetri 275 sm. Uning bir tomoni 86 sm, ikkinchisi esa birinchisidan 5 sm. ga ortiq. Uchunchi tomonining uzunligini toping.

4. Tenglamalarni yeching:

- |                        |                    |
|------------------------|--------------------|
| a) $26 \cdot x = 52$ ; | d) $78 : x = 3$ ;  |
| b) $x \cdot 17 = 51$ ; | e) $x : 240 = 4$ . |

5. Ruchka 460 so'm, daftar ruchkadan 10 marta arzon, qalam esa daftardan 60 so'm arzon. Agar Jasurda 1000 so'm bo'lsa, bitta ruchka, daftar va qalam sotib olishi mumkinmi?



6. Sonlarni o'qing. Har bir qatordan eng kichik sonni va eng katta sonni ostiga chizing.

- a) 4612, 6032, 9807, 6200, 5555, 7712;  
b) 11063, 107828, 40009, 486226;  
d) 6396821, 499157340, 26561640728.

7. Jadvalda yozilgan sonlarni o'qing. Jadvalda 5 soni nimani bildiradi?

Sinflar	milliardlar			millionlar			minglar			birlar		
Toifa	yuz	o'n	bir	yuz	o'n	bir	yuz	o'n	bir	yuz	o'n	bir
SON										1	2	5
										5	0	3
										9	5	0
									5	0	0	0
									5	3	1	8
							4	0	0	0	0	0
							4	6	7	0	5	
							5	0	0	0	0	0
							8	8	1	3	0	2
						9	5	0	3	4	1	9
					6	0	4	1	4	6	5	0
				5	3	5	3	4	4	3	0	2
			6	0	5	0	1	5	6	0	8	9
		5	2	6	3	4	9	8	0	4	0	1
		5	2	5	0	1	2	3	0	4	5	6

8. Jadvalda berilgan sonlarni o'qing. Eng kichik son necha? Eng katta son necha?

Sinflar	milliardlar			millionlar			minglar			birlar		
Toifa	yuz	o'n	bir	yuz	o'n	bir	yuz	o'n	bir	yuz	o'n	bir
SONLAR							1	2	3	4	1	3
						3	6	4	2	0	0	7
					4	9	0	6	0	7	8	0
				7	1	5	9	4	8	3	1	4
			6	4	2	6	1	5	9	4	0	5
		2	7	5	3	7	2	6	1	5	0	3
	6	2	1	6	4	8	3	7	2	6	8	8

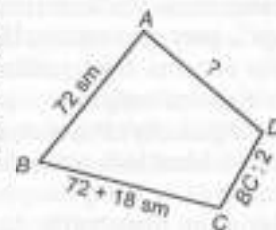
9. Og'zaki hisoblang:

a) $60 + 30$	b) $20 + 80$	d) $90 - 60$	e) $67 - 23$
$\quad : 30$	$\quad : 10$	$\quad - 3$	$\quad : 11$
$\quad - 50$	$\quad - 15$	$\quad - 18$	$\quad - 25$
<u><math>-100</math></u>	<u><math>-150</math></u>	<u><math>: 36</math></u>	<u><math>-19</math></u>

10. To'rtburchakning perimetri 34 sm.

Uning bir tomoni 72 sm, ikkinchisi birinchi tomonidan 18 sm uzun, uchinchi tomoni esa ikkinchisidan 2 marta qisqa. To'rtburchakning to'rtinchi tomonini toping.

$$P = 3m = 300 \text{ sm.}$$



11. Raqam bilan yozing:

a) 14 ming 615 = <input type="text"/>	e) 3 mln. 2 ming 18 = <input type="text"/>
b) 6 ming 5 = <input type="text"/>	f) 16 mln. 625 = <input type="text"/>
d) 312 ming 35 = <input type="text"/>	g) 9 mln. 4 ming 3 = <input type="text"/>

### 23-§. BUTUN NOMANFIY SONLARNI YOZISH USULLARINING PAYDO BO'LISHI VA RIVOJLANISHI

Kishilar qachondan beri sonlarning o'nli sistemasidan foydalanib kelmoqdalar? Tarixchilarning fikricha, o'nli sistema hozirgi eraning taxminan VI asrida Hindistonda vujudga kelgan. Hindlardan arablarga o'tgan, Yevropaga esa X—XIII asrlarda tarqalgan.

O'nli sanoq sistemasi vujudga kelmasdan oldin kishilar sonlarni qanday yozganlar?

Son tushunchasi juda qadim zamonlarda vujudga kelgan. O'sha vaqtning o'zidayoq sonlarni yozishga zaruriyat tug'iladi. Yozuv paydo bo'lmasdan oldin kishilar sonlarni ayta bilganlar, hisob-kitob yuritganlar. Bunda ularga turli qurollar va eng avvalo, qo'l hamda oyoqdagi barmoqlar yordam bergan. Shuningdek, kertikli yog'och tayyoqchalar, tugunli ip va arqonlar kabi hisob-kitob asboblardan foydalanilgan. Kertik va tugunlar yordamida sonlarni «yozish» uncha qulay bo'lmagan albatta, chunki katta sonlarni yozish uchun anchagina kertik va tugunlar yasashgan sonlar ustida amallar bajarishga ham qiyinchiliklar tug'dirgan. Shuning uchun sonlarni yozishning boshqacha, tejamliroq usuli vujudga kelgan. Hisobni bir xil sondagi elementlardan iborat bo'lgan guruhlar bilan olib borilgan. Bu qo'l va oyoq barmoqlari yordamida hisob-kitobning rivojlanishiga imkon yaratdi. Kishining barmoq bilan hisobga o'tishi turli sanoq sistemasini vujudga keltiradi: beshli sistema, o'nli sistema, yigirmali sistema va boshqalar. Umuman, sanoq sistemasining eng qadimgi sistemasi ikkili sistemadir. Bu sistema kishi hisobni barmoqlari bilan emas, qo'llari yordamida, ya'ni qo'l xonaning birligi bitta qo'l, yuqori xonaning birligi ikki qo'l bo'lganda vujudga kelgan. Bu sistema hozirgacha saqlanib kelgan u juftlab hisoblashda o'z aksini topgan.

Iqtisodiy ehtiyojning o'sib borishi natijasida insoniyat asta-sekin hisoblash usullarini vujudga keltira boshladi. Bu jarayon tartibsiz va uzoq davom etdi. U qadim zamonlarda, kishilarda birinchi matematik tushunchalar, jumladan natural sonlar tushunchasi va hisob shakllana boshlaganda vujudga kela boshladi. Ularning keyingi rivoji bundan taxminan besh ming yil avval qadimgi davlatlar Vavilon, Misr, Xitoy va boshqalarning shakllanish davriga to'g'ri keladi. Bu davrda sonlar yozuvining yangi usullari yaratiladi.

Qadimgi Vavilonida oltmishtadan guruhlab hisoblaganlar, ya'ni u yerda oltmishli sanoq sistemasidan foydalanilgan. Masalan, vavilonlik matematik 137 sonini bunday tasvirlagan:  $137 = 2 \cdot 60 + 17$ . Albatta bu son belgilari uchburchaklar va ponalar bilan yozilgan. Gap shundaki, qadimgi vavilonliklar yozish uchun loyli uchburchakli ponalar bosib chiqarishgan. Keyin bularni quritganlar va olovga tutib kuydirganlar.

Sonlarni yozish uchun ponalarning holatlaridan foydalanilgan: vertikal holat uchi bilan pastga va gorizontol holat uchi

bilan chapga qaratilgan. Bunda  $\nabla$  belgi va oltmishni,  $\blacktriangleleft$  belgi o'nlikni bildirgan. Boshqa sonlar bu belgilar va qo'shish amali bilan tasvirlangan. Masalan, 5 soni  $\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla$  deb tasvirlangan.

137 soni bunday:  $\nabla\nabla\blacktriangleleft\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla$ . Oxirgi yozuv sonning oltmishli sistemasidagi yozuvdir:  $60 + 60 + 10 + 7 = 2 \cdot 60 + 17$ .

Biroq qadimgi Vavilonida paydo bo'lgan sonlar yozuvi kamchiliklarga ega edi. Unda katta sonlarni belgilash qiyin edi. Sanoq sistemasining asosini 60 sonini belgilash uchun maxsus belgi yo'q edi, bu esa ba'zi yozuvlarni turlicha o'qishga olib kelar edi. Nima uchun vavilonliklar o'zlarining sanoq sistemasining asosi qilib 60 sonini olishgan? Bu savolga javob berish qiyin. Faqat shuni aytishimiz kerakki, qadimgi vavilonliklar turli sohalarda matematika va astronomiyada yetarlicha katta bilim zaxirasiga ega edilar. Oltmishli sanoq sistemasining vujudga kelishini aylanani 360 ta teng bo'lakka bo'lish, shu bilan birga, yilni 360 kunga bo'lish asos qilib olingan, degan taxmin mavjud. Bu sanoq sistemasining qoldiqlari shu kungacha saqlanib kelgan. Aylanani 360° ga bo'lishga yana burchaklarni gradus, minut va sekundlar bilan o'lashni kiritish mumkin.

Qadimgi misrliklar o'ntalab hisoblaganlar. Ularda belgilar faqat xonalarni birlar, o'nlar, yuzlar, minglar va belgilash uchun qo'llanilgan. Birdan 9 gacha bo'lgan sonlar tayoqlar yordamida yozilgan.

V—XII asrlarda sharq mamlakatlaridan Hindiston va Yaqin Sharqda matematika sezilarli darajada rivojlandi. Hindistonda va Xitoyda matematika Misrdagidek bundan 5 ming yil avval paydo bo'lgan. Tarixchi olimlar Hindiston fani bilan Gretsiya fani bir-biriga bog'liq ekanligini ta'kidlaydilar. Gretsiyada asosan geometriya rivojlangan bo'lsa, Hindistonda esa arifmetika, algebra va trigonometriya ma'lum natijalarga erishgan. Ayniqsa, hind olimlarining arifmetikaga qo'shgan hissalar muhimdir, ular hozirgi kunda butun insoniyat qo'llayotgan sonlarni kashf qildilar. Bu yangi eraning VI asriga to'g'ri keladi. Bu kashfiyot nimadan iborat? Axir kishilar qadim zamonlardan beri sonlarni yozadilar-ku? Gap shundaki, hind matematiklari o'ylab topgan sonlarni bunday yozishda har bir raqamning yozuvidagi qiymati uning o'rniga, pozitsiyasiga bog'liq. Masalan, 703 sonidagi 7 raqami 7 yuzlikni, 72 sonidagi o'sha 7 raqami 7 o'nlikni, 7230

sonidagi 7 raqami esa 7 minglikni bildiradi. Bunda raqam yordamida har qanday sonni yozish mumkin ekan, degan xulosa chiqadi. Shuning uchun sanoq sistemasi pozitsion sistema deyiladi. Agar sonda birorta xona bo'lmasa, hindlar shu xona raqamini aytish o'rniga «bo'sh» so'zini aytganlar, yozishda esa bo'sh o'rniga nuqta qo'yganlar. Keyinchalik nuqtalar o'rniga doiracha chizadigan bo'ldilar, bu doiracha «bo'sh»ni anglatuvchi «sunya» so'zidan olingan. «Sunya» so'zining arabcha tarjimai «sifr» so'ziga aylandi, bu esa bizning tilda raqamni anglatadi.

Sonlar yozuvidagi o'nta 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 belgining hammasi *raqamlar* deyiladi.

Sonning o'nli sanoq sistemasi yozilishidagi raqamlarni ham qadimgi Hindiston matematiklari o'ylab topgan. Ularning dastlabki yozilishi hozirgi yozilishidan ancha farq qiladi. Raqamlarning hozirgi shakli kitob bosib chiqarish kashf qilindan keyin XV asrda qaror topdi. Nima uchun Hindistonda kashf qilingan raqamlar ko'pincha arab raqamlari deyiladi? Gap shundaki, VII asrda rivojlanishning yuqori tabaqasida turgan anchagina davlatlarni 200 yilga yaqin o'ziga bo'ysundirgan edi. Arab xalifaligiga, masalan, Hindiston, Misr, O'rta Osiyo, Bog'dod bu shaharlar arab madaniyatining markazi bo'lib qoldi. Arablar fanning muhimligini, jumladan, Gretsiya, Hindiston, O'rta Osiyo olimlarining asarlarini o'z tillariga tarjima qilar, o'rganar va to'plar edilar.

Imom al-Buxoriy 600 hadisni bir qarashda yoddan aytib berish qobiliyati borligi, yoki Samarqand viloyatining Chelak qishlog'ida tug'ilgan Zamaxshariy arab alifbosini yozgani, Sherobodagi Termiziyning hadislarini to'plab, birinchi bor chop etgan olim ekanligi hech kimga sir emas.

IX asrning buyuk olimlaridan biri o'zbek (Xorazm) matematigi Muhammad ibn Muso al-Xorazmiydir. Uning «Kitob al-jabr» nomli kitobi fanga algebra nomini olib kirdi. Bu kitobda arifmetik masala va tenglamalarning yechilish qoidalari bayon qilingan. Al-Xorazmiy o'zining boshqa kitobida Hindistonda kashf qilingan hind arifmetikasini, o'nli sanoq sistemasini yaratdi. Uch yuz yil keyin, ya'ni XII asrda u lotin tiliga tarjima qilindi va bu kitob butun Yevropa xalqi uchun arifmetikadan birinchi darslik bo'lib qoldi. Natijada Yevropa mamlakatlarida arab davlatida yashagan mualliflar yozgan kitob bo'yicha o'nli

sanoq sistemasi o'rganilgani uchun o'nli sistemadagi hind raqamlari arab raqamlari deyila boshlandi.

XII asrdan boshlab G'arbiy Yevropada uzoq davom etgan turg'unlikdan so'ng matematikaga qiziqish uyg'ondi, bunga savdo-sotiqning kengayishi sabab bo'ldi.

Yevropada o'nli sanoq sistemasining tarqalishiga Leonardo Fibonachchining 1202-yilda nashr qilingan «Kniga abaka» kitobi yordam berdi. XIII asrdan boshlab o'nli sistema joriy qilindi va XVI asrga kelib G'arbiy Yevropa mamlakatlarida to'la foydalana boshlandi.

### Mashqlar

- 237 va 526 sonlarini qo'shish orqali ko'p xonali sonlarni qo'shish algoritmi asosida qanday nazariy ta'limotlar yotishini ko'rsating.
- Boshlang'ich maktabda uch xonali sonlarni qo'shish algoritmini o'rganish davrida qo'shishning  $231 + 342$ ,  $425 + 135$ ,  $237 + 526$ ,  $529 + 299$  hollari birin-ketin qaraladi. Bu hollarining har biri qo'shishning o'ziga xos qanday xususiyatiga ega?
- Quyidagi masalalar nima uchun qo'shish bilan yechilishini tushuntiring va ularni yeching:
  - Shirkat xo'jaligida 115 ta ot, 327 ta qo'y va 276 ta sigir bor. Shirkat xo'jaligida hammasi bo'lib qancha mol bor?
  - Ikki shahardan bir-biriga qarab ikki poyezd yo'lga chiqdi. Ulardan biri uchrashguncha 266 km, ikkinchisi 187 km yo'l bosdi. Shaharlar orasidagi masofani toping.
  - Do'konda bir kunda 308 ta katak daftar sotildi. Bu sotilgan bir chiziqli daftarlardan 153 ta kam. Sotuvchi nechta bir chiziqli daftar sotgan?
  - Ifodaning qiymatini og'zaki hisoblang. Hisoblash usulingizni asoslang:
    - $2746 + 7254 + 9876$ ;    b)  $7238 + 8978 + 2762$ ;
    - $(4729 + 8473) + 5271$ ;    e)  $4232 + 7419 + 5768 + 2591$ ;
    - $(357 + 768 + 589) + (332 + 211 + 643)$ .
- Qaysi yig'indi katta:  $4096 + 5267 + 2307 + 625$  mi yoki  $3805 + 6441 + 1911 + 216$  mi?

24- §. SONLARNING O'NLI SANOQ  
SISTEMASIDAGI YOZUVI

Sonlarni aytish va yozish hamda ular ustida amallar bajarishda yoziladigan tilga *sanoq sistemasi* deb atiladi. Ma'lumki, o'nli sanoq sistemasida sonlarni yozish uchun 10 ta 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 va 9 raqamlaridan foydalaniladi. Ulardan chekli ketma-ketliklar hosil qilinib, bu ketma-ketliklar o'nlarining qisqacha yozuvidir.

**1- misol.** 5457 ketma-ketlik nima?

**Yechish.** 5457 ketma-ketlik 5 ming + 4 yuz + 5 o'n + 7 bir sonining qisqacha yozuvidir. Bu yig'indini  $5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 7$  ko'rinishda yozish qabul qilingan.

**Ta'rif.**  $X$  natural sonning o'nli yozuvi deb, bu sonni  $x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$  ko'rinishda yozishga aytiladi, bu yerda  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$  koeffitsiyentlar 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 qiymatlarni qabul qiladi va  $a_n \neq 0$ .  $a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$  yig'indini qisqacha  $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$  deb yozish qabul qilingan. 1, 10, 10<sup>2</sup>, 10<sup>3</sup>, ..., 10<sup>n</sup> ko'rinishdagi sonlar mos ravishda birinchi, ikkinchi, ..  $n+1$  xona birligi deyiladi, shu bilan birga, bitta xonaning 10 ta birligi keyingi yuqori xonaning bitta birligini tashkil qiladi.

Sonlar yozuvidagi dastlabki uchta xona bitta guruhga birlashtiriladi va birinchi sinf yoki *birlar sinfi* deyiladi. Birinchi sinfga birlar, o'nlar va yuzlar kiradi. Sonlar yozuvidagi to'rtinchi, beshinchi va oltinchi xonalar ikkinchi sinf minglar sinfini tashkil etadi. Unga bir minglar, o'ng minglar va yuz minglar kiradi. Keyingi uchinchi xona millionlar sinfi bo'ladi, bu sinf ham uchta xonadan iborat, yettinchi, sakkizinchi va to'qqizinchi xonalardan, ya'ni bir millionlar, o'n millionlar va yuz millionlardan iborat.

Navbatdagi uchta xona ham yangi sinfni hosil qiladi va hokazo. Birlar, minglar, millionlar va hokazo sinflarning ajratilishi sonlarni yozishga va o'qishga qulayliklar yaratadi.

O'nli sanoq sistemasida hamma sonlarni  $a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$  ko'rinishdagina yozmasdan, ularning hammasiga nom, ism berish mumkin. Bu quyidagicha amalga oshiriladi: birinchi o'nta sonning nomi bor. So'ngra bu sonlardan o'nli yozuv ta'rifiga mos ravishda va ozgina so'z qo'shish natijasida keyingi sonlarning nomi kelib chiqadi. Masalan, ikkinchi o'nliklardagi sonlar o'n bilan birinchi

o'nlikdagi sonlar nomining qo'shilishidan tuziladi: o'n bir, o'n ikki va hokazo. Yigirma so'zi ikkita o'nni bildiradi. Uchinchi o'nlikdagi sonlar nomi yigirma so'ziga birinchi o'nlikdagi sonlar nomini qo'shish natijasida hosil bo'ladi: yigirma bir, yigirma ikki va hokazo. Hisobni shunday davom ettirib, to'rtinchi, beshinchi, oltinchi, yettinchi, sakkizinchi, to'qqizinchi va o'ninchi o'nliklarni hosil qilamiz. Navbatdagi o'nliklar mos ravishda quyidagicha ataladi: o'ttiz, qirq, ellik, oltmish, yetmish, sakson, to'qson. Yuz so'zi o'nta o'nni bildiradi. Yuzdan katta sonlar nomi yuz va birinchi hamda keyingi o'nliklardagi sonlar nomidan tuziladi va birinchi yuzlikni anglatish uchun ular oldiga bir so'z yoziladi: bir yuz bir, bir yuz ikki, bir yuz yigirma va hokazo. Bu yuzlikni keyingi yuzlikkacha to'ldirib, ikkita yuzlik hosil bo'ladi, u ikki yuz deyiladi. Ikki yuzdan katta sonlarni hosil qilish uchun ikki yuz soniga birinchi va keyingi o'nlikdagi sonlar qo'shib aytiladi. Har bir yuzlikdan keyingi yangi yuzlik hosil bo'ladi: uch yuz, to'rt yuz, besh yuz va hokazo, o'nta yuz maxsus nom bilan «ming» deb yuritiladi. Mingdan keyingi sonlar mingga bittadan qo'shib borish natijasida hosil bo'ladi, bunda ham birinchi minglik oldiga bir so'z qo'yiladi (bir ming bir, bir ming ikki va hokazo). Natijada ikki ming, uch ming va hokazo sonlar hosil bo'ladi.

Mingta ming soni maxsus nom bilan «million» deb ataladi. Yana sanashni davom ettirib, mingta million hosil qilinadi. Mingta million sonini maxsus nom bilan «milliard» deb ataladi. Hisoblarda million 10<sup>6</sup>, milliard 10<sup>9</sup>, billion 10<sup>12</sup> ko'rinishda yoziladi. Shunga o'xshash undan ham katta sonlarni yozish mumkin. Shunday qilib, milliard ichidagi hamma natural sonlarni aytish uchun hammasi bo'lib 22 ta turli so'z qo'llaniladi: bir, ikki, uch, to'rt, besh, olti, yetti, sakkiz, to'qqiz, o'n, yigirma, o'ttiz, qirq, ellik, oltmish, yetmish, sakson, to'qson, yuz, ming, million, milliard.

Natural sonning o'nli yozuvi sonlarni taqqoslashning yana bir usulini beradi. Bu tasdiqni isbotsiz qabul qilamiz. Ulardan foydalanib, sonlarni oson taqqoslash mumkin.

**2- misol.** 3456 < 12349, 3456 < 4579, 3456 < 3476 mulohazalar rostmi?

**Yechish.** a) 3456 < 12349, chunki 3456 sonining yozuvidagi raqamlari 12349 sonining yozuvidagi raqamlaridan kam;

b) 3456 < 4579, bunda raqamlar soni bir xil, ammo 3456 sonidagi minglar xonasidagi raqam 4579 sonidagi minglar xonasidagi raqamdan kichik; d) 3456 < 3476, bunda raqamlar soni bir xil, minglar va yuzlar xonasidagi raqamlar bir xil, ammo 3456 sonidagi o'nlar xonasidagi raqam 3476 sonidagi o'nlar xonasidagi raqamdan kichik.

Sonlarning aytilishi va yozilishi haqidagi masalalar boshlang'ich sinflarda «raqamlash» nomli mavzularga qaraladi. Raqamlash haqida gapirilganda u yerda faqat sonlarning aytilish va yozilish usullariga e'tibor beriladi. Shuning uchun «raqamlash» va «sanoq sistemasi» atamaları aynan bir xil emas, sanoq sistemasini o'rganish ko'p xonali sonlar ustida amallar qarashni ham o'z ichiga oladi.

Boshlang'ich matematika kursida (o'rta sinflar matematika kursida ham) natural sonni xona qo'shiluvchilarining yig'indisi ko'rinishida yozish, uning o'nli yozuvi deb hisoblanadi. Masalan,  $500 + 400 + 50 + 7$  yig'indi 5457 sonining o'nli yozuvidir. Sonni bunday yig'indi ko'rinishida yozish uni o'qish uchun qulay, ya'ni besh ming to'rt yuz ellik yetti.

### Mashqlar

- Qanday yig'indi ushbu sonning o'nli yozuvi bo'ladi?  
a) 7452;      b) 772;      d) 20308;      e) 245300.
- Qanday sonlar quyidagi yig'indilar bilan berilgan:  
a)  $2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 9$ ;      d)  $7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10$ ;  
b)  $3 \cdot 10^4 + 10^3 + 4 \cdot 10 + 6$ ;      e)  $10^4 + 10^2$ .
- Masalalarni yeching:  
a) qaysi sonda: 1) 3 ta yuz ming, 2 ta o'n ming va 5 ta ming bor? 2) 6 ta o'n ming va 8 ta ming bor? 3) 5 ta yuz ming va 9 ta ming bor? 4) 8 ta ming, 7 ta yuz va 5 ta o'n bor? 5) 4 ta yuz va 6 ta bir bor?  
b) minglar sinfining 356 birligi; birinchi sinfning 300 birligi; ikkinchi sinfning 25 birligi va birinchi sinfning 180 birligi; ikkinchi sinfning bir-birligi va birinchi sinfning 6 birligi; ikkinchi sinfning 50 birligi va birinchi sinfning 50 birligidan iborat sonni ayting va yozing;  
d) quyidagi sonlarni raqamlar bilan yozing va bu sonlarda qaysi sinf va qaysi xonaning birliklari yo'qligini ayting:

uch yuz yigirma besh million; besh yuz million ikki yuz besh ming; ellik million bir yuz oltmish to'qqiz; o'ttiz million qirg.

- 6952, 5200, 7805, 9036 sonlarni xona qo'shiluvchilari yig'indisi ko'rinishida yozing.
- Sonlarni taqqoslang:  
a) 325174 va 32500184;      d) 3001257 va 3100257  
b) 41800035 va 418035;      e) 8060060 va 8006006.
- O'nliklar soni birliklar sonidan 3 marta kam bo'lgan hamma ikki xonali sonlarni yozing.
- 3 ga karrali bo'lgan eng kichik uch xonali sonni shunday yozingki, uning birinchi raqami 8 va hamma raqamlari turli bo'lsin. Shu shartlarni qanoatlantiruvchi eng katta uch xonali son mavjudmi?
- Shunday besh xonali sonni topingki, uning har bir keyingi raqami oldingi raqamidan bitta ortiq, raqamlari yig'indisi esa 30 ga teng bo'lsin.
- 9 ga bo'linadigan son hosil bo'linishi uchun 10 ning o'ng va chap tomonlariga qanday raqamni yozish kerak?
- Ikki xonali son raqamlarining yig'indisi 9 ga teng, shu bilan birga, uning o'nlar raqami birlar raqamidan 2 marta katta. Shu sonni toping.
- Ikki sonning yig'indisi 715 ga teng. Ulardan biri nol bilan tugaydi. Agar nol o'chirib tashlansa, ikkinchi son hosil bo'ladi. Shu sonlarni toping.
- Ikki natural sonning yig'indisi 352 ga teng. Agar ulardan kichigining o'ng tomoniga nol yozilsa, katta son hosil bo'ladi. Shu sonlarni toping.

### 25-§. O'NLI SANOQ SISTEMASIDA KO'P XONALI SONLARNI QO'SHISH

Amalda natural sonlarni qo'shish qanday bajarilishini aniqlaymiz.

Agar  $a$  va  $b$  sonlar bir xonali son bo'lsa, ularning yig'indisini topish uchun  $n(A) = a$ ,  $n(B) = b$  va  $A \cap B = \emptyset$  bo'lgan  $A$  va  $B$  to'plamlarning birlashmasidagi elementlar sonini hisoblash yetarli. Lekin bunday sonlarni qo'shishda har gal to'plamlarga va hisobga murojaat qilmaslik uchun ikkita bir xonali sonni qo'shishda hosil bo'ladigan hamma yig'indilar esda saqlanadi.

Bunday yig'indilarning hammasi maxsus jadvalda yoziladi, bu jadval bir xonali sonlarni qo'shish jadvali deyiladi.

Agar  $a$  va  $b$  sonlar ko'p xonali bo'lsa, u holda qo'shish amalining ma'nosi bu yerda ham saqlanadi. Ammo yig'indini  $n(A) = a$ ,  $n(B) = b$  bo'lgan kesmaydigan  $A$  va  $B$  to'plamlar birlashmasidagi elementlar sonini hisoblash bilan topish ko'pincha mumkin bo'lmay qoladi. Ma'lumki, ko'p xonali sonlar «ustun» qilib qo'shiladi. Ammo sonlarni qo'shishning bu qoidasi asosida yozadigan nazariy o'rni qanday?

**1- misol.**  $273 + 3526$  yig'indini toping.

**Yechish.** Qo'shiluvchilarni koeffitsiyentli o'ning darajalari yig'indisi ko'rinishida yozamiz:  $273 + 3526 = (2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 3) + (3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6)$ . Bularning hammasini qo'shishning tegishli qonunlari asosida bajarish mumkin. Haqiqatan, guruhlash qonuni ifodalarni qavslarsiz yozishga imkon beradi:  $2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 3 + 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6$ . O'rin almashtirish qonuniga ko'ra qo'shiluvchilar o'rni almashtiriladi:  $3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 3 + 6$ . Guruhlash qonuniga ko'ra:  $3 \cdot 10^3 + (2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^2) + (7 \cdot 10 + 2 \cdot 10) + (3 + 6)$ . Birinchi qavsdan  $10^2$  ni, ikkinchisidan  $10$  ni qavsdan tashqariga chiqaramiz. Buni qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonunini qo'llab bajarish mumkin:  $3 \cdot 10^3 + 2(2+5) \cdot 10^2 + (7+2) \cdot 10 + (3 + 6)$ . Ko'rinib turibdiki,  $273$  va  $3526$  sonlarini qo'shish tegishli xonalar raqamlari bilan tasvirlangan bir xonali sonlarni qo'shishga keltirildi. Bu yig'indini qo'shish jadvalidan topiladi:  $3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 9$ . Hosil qilingan ifoda  $3799$  sonining o'qli yozuvidir. Umuman sonlarni «ustun» qilib qo'shishning ma'lum qoidasi quyidagicha: sonlarni o'qli sanoq sistemasida yozish, qo'shishning o'rin almashtirish va guruhlash qonunlariga, qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonuniga, bir xonali sonlarni qo'shish jadvaliga asoslanadi.

**2- misol.**  $248 + 936$  yig'indini toping.

**Yechish.** Qo'shiluvchilarni koeffitsiyentli o'ning darajalari yig'indisi ko'rinishida yozamiz:  $(2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 8) + (9 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 6)$ . Qo'shish qonunlari, qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonunidan foydalanib, berilgan ifoda quyidagi ko'rinishga keltiriladi:  $(2 + 9) \cdot 10^2 + (4 + 3) \cdot 10 + (8 + 6)$ .

Bu holda ham berilgan sonlarni qo'shish bir xonali sonlarni qo'shishga keltirildi, ammo  $2 + 9$ ,  $8 + 6$  yig'indilar  $10$  sonidan

katta, shuning uchun hosil bo'lgan ifoda biror sonning o'qli yozuvi bo'lmaydi. Avval  $8 + 6$  yig'indini  $10 + 4$  ko'rinishida yoziladi:  $(2 + 9) \cdot 10^2 + (4 + 3) \cdot 10 + (10 + 4)$ . Endi qo'shish va ko'paytirish qonunlaridan foydalanib, topilgan ifoda quyidagi ko'rinishga keltiriladi:  $(2 + 9) \cdot 10^2 + (4 + 3 + 1) \cdot 10 + 4$ . Oxirgi almashtirishning mohiyati ravshan: birlarni qo'shishda hosil bo'lgan o'qli berilgan sonlardagi o'nlilarga qo'shdik. Va, nihoyat,  $2 + 9$  yig'indini  $1 \cdot 10 + 1$  ko'rinishda yozib,  $(1 \cdot 10 + 1) \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 4$  ni hosil qilamiz. Bundan  $1 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 4$ . Hosil bo'lgan ifoda  $1184$  sonining o'qli yozuvidir. Demak,  $248 + 936 = 1184$ .

O'qli sanoq sistemasida yozilgan ko'p xonali sonlarni qo'shish algoritmi umumiy ko'rinishda quyidagicha ifodalanadi:

1) ikkinchi qo'shiluvchini tegishli xonalar bir-birining ostiga tushadigan qilib birinchi qo'shiluvchining ostiga yoziladi;

2) birlar xonasidagi raqamlar qo'shiladi. Agar yig'indi  $10$  dan kichik bo'lsa, uni javobidagi birlar xonasiga yoziladi va keyingi xonaga (o'nlar xonasiga) o'tiladi;

3) agar birlar raqamlarining yig'indisi  $10$  ga teng bo'lsa, uni  $10 + c^d$  (bunda  $c^d$  — bir xonali son) ko'rinishda yoziladi:  $c^d$  ni javobdagi birlar xonasiga yoziladi va birinchi qo'shiluvchidagi o'nlar raqamiga  $1$  qo'shiladi, keyin o'nlar xonasiga o'tiladi;

4) o'nlar bilan yuqoridagi amallar bajariladi, keyin yuzlar bilan va hokazo. Yuqori xona raqamlari qo'shilgandan keyin bu jarayon to'xtatiladi.

Boshlang'ich matematika kursida ko'p xonali sonlarni qo'shish qoidasi, uch xonali sonlarni yozma qo'shish o'rganishda ifodalanadi. Bu qoidada «ustun» qilib qo'shishning yozuvidan oldin quyidagi aniq hol tushuntiriladi:  $246 + 123 = (200 + 40 + 6) + (100 + 20 + 3) = (200 + 100) + (40 + 20) + (6+3) = 300 + 60 + 9 = 369$ . Bajarilgan almashtirishlarning har bir qadami asoslanadi.  $246$  va  $123$  sonlari avval xona qo'shiluvchilarining yig'indisi ko'rinishida yoziladi. Keyingi bosqich yuzlar, o'nlarga o'nlar, birlarga birlar qo'shiladi. Buni qo'shishning o'rin almashtirish va guruhlash qonunlarining natijasi bo'lgan yig'indini yig'indiga qo'shish qoidasiga asoslanib bajarish mumkin. So'ngra qavslardagi yig'indilar topiladi. Qo'shiluvchilar yaxlit sonlar bo'lgani uchun oxirgi qavsdagi kabi, ular bir xonali sonlar bo'lgani uchun oxirgi qavsdagi kabi ular bir xonali sonlarning qo'shish jadvaliga tayangan holda

qo'shiladi.  $300 + 60 + 9$  ifoda xona qo'shiluvchilarning yig'indisidir (ya'ni sonning o'nli yozuvidir), shuning uchun uni 369 ko'rinishda yozish mumkin. Shunday qilib, 246 va 123 sonlarini qo'shish birlar, o'nlar va yuzlarni xonalar bo'yicha qo'shishga keltirildi, buni «ustun» qilib yozish qulay:

$$\begin{array}{r} 246 \\ + 123 \\ \hline 369 \end{array}$$

$318 + 471$  yig'indini topaylik.

$$\begin{array}{r} 318 \\ + 471 \\ \hline 9 \end{array} \leftarrow \begin{array}{l} 8 \text{ ta bir} + 1 \text{ ta bir} = 9 \text{ ta bir} \\ \rightarrow 9 \end{array} \left. \begin{array}{r} 318 \\ + 471 \\ \hline 89 \end{array} \right\} \begin{array}{r} 9 \\ + 780 \\ \hline 789 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 318 \\ + 471 \\ \hline 89 \end{array} \leftarrow \begin{array}{l} 1 \text{ ta o'n} + 7 \text{ ta o'n} = \\ 8 \text{ ta o'n} = 80 \text{ ta bir} \\ \rightarrow 80 \end{array} \left. \begin{array}{r} 318 \\ + 471 \\ \hline 589 \end{array} \right\} \begin{array}{r} 80 \\ + 700 \\ \hline 780 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 318 \\ + 471 \\ \hline 589 \end{array} \leftarrow \begin{array}{l} 3 \text{ ta yuz} + 4 \text{ ta yuz} = \\ 7 \text{ ta yuz} = 700 \text{ ta bir} \\ \rightarrow 700 \end{array}$$

### Mashqlar

I. Hisoblang:

a) $\begin{array}{r} 186 \\ + 29 \\ \hline \end{array}$	f) $\begin{array}{r} 789 \\ + 89 \\ \hline \end{array}$	j) $\begin{array}{r} 10959 \\ + 1961 \\ \hline \end{array}$	n) $\begin{array}{r} 12304 \\ + 908 \\ \hline \end{array}$
b) $\begin{array}{r} 267 \\ + 129 \\ \hline \end{array}$	g) $\begin{array}{r} 4069 \\ + 185 \\ \hline \end{array}$	k) $\begin{array}{r} 1324 \\ + 580 \\ \hline \end{array}$	o) $\begin{array}{r} 40517 \\ + 1080 \\ \hline \end{array}$
d) $\begin{array}{r} 1367 \\ + 269 \\ \hline \end{array}$	h) $\begin{array}{r} 4688 \\ + 499 \\ \hline \end{array}$	l) $\begin{array}{r} 80404 \\ + 105 \\ \hline \end{array}$	p) $\begin{array}{r} 30004 \\ + 209 \\ \hline \end{array}$
e) $\begin{array}{r} 2475 \\ + 197 \\ \hline \end{array}$	i) $\begin{array}{r} 3785 \\ + 148 \\ \hline \end{array}$	m) $\begin{array}{r} 60109 \\ + 3084 \\ \hline \end{array}$	q) $\begin{array}{r} 801967 \\ + 10710 \\ \hline \end{array}$

2. Hisoblang:

- $75386 + 77 + 105706035 + 880755009 + 28388406$ ;
- $275 + 80 + 9 + 786410075 + 3000000 + 259715306$ ;
- $885209734 + 42076 + 68 + 7090300 + 9004$ ;
- $1723 + 72 + 391400082 + 905 + 605210 + 8$ .

- Poyezd 180 km masofani 6 soatda, «Damas» avtomobili esa 360 km yo'lni 4 soatda bosib o'tdi. Poyezdning tezligi «Damas»ning tezligidan necha marta kichik?
- Tomoni 1 sm bo'lgan kvadratning perimetri va yuzini toping.
- Agar uyda 1 ta elektr chirog'i bir soat behuda yonib tursa, 2 kVt elektr quvvati sarf bo'ladi. Maktab bo'yicha bir kunda 700 kVt (tok quvvati) yo'qotgan bo'lamiz. Bu quvvat bilan bir yarim ming tonna non yopish mumkin yoki 70 ta kelin-kuyovlar to'yini o'tkazish mumkin. Buni tejash deyish mumkinmi?

### 26-§. O'NLI SANOQ SISTEMASIDA KO'P XONALI SONLARNI AYIRISH

$b$  sonni  $a$  sondan ayirish shunday  $c$  sonni topishga keltiriladi, uning uchun  $a = b + c$  bajariladi. Bu ayirish sonlarni qo'shish jadvaliga tayanadi.

**1-misol.**  $769 - 547$  ayirmani toping.

**Yechish.** Berilgan sonlar koeffitsiyentini o'nning darajalari yig'indisi ko'rinishida yozamiz:  $769 - 547 = (7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 9) - (5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 7)$ . Endi  $7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 9$  yig'indidan  $5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 7$  yig'indini ayirish uchun shu yig'indidan har bir qo'shiluvchini birin-ketin ayirish kifoya:  $(7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 9) - 5 \cdot 10^2 - 4 \cdot 10 - 7$ , va  $7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 9$  yig'indidan  $5 \cdot 10^2$ ,  $4 \cdot 10$ ,  $7$  sonlar ayiriladi. Yig'indidan sonni ayirish uchun shu sonni birorta qo'shiluvchidan ayirish yetarli. Shuning uchun  $5 \cdot 10^2$  sonni  $7 \cdot 10^2$  qo'shiluvchidan,  $4 \cdot 10$  sonni  $6 \cdot 10$  qo'shiluvchidan,  $7$  sonini  $9$  qo'shiluvchilardan ayiriladi:  $(7 \cdot 10^2 - 5 \cdot 10^2) + (6 \cdot 10 - 4 \cdot 10) + (9 - 7)$ .

Ayirishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot xossasiga asosan  $10^2$  va  $10$  ni qavsdan tashqariga chiqaramiz.  $(7 - 5) \cdot 10^2 + (6 - 4) \cdot 10 + (9 - 7)$ . Ko'rib turibmizki,  $769$  va  $547$  sonlarning ayirmasi tegishli xona raqamlari bilan tasvirlangan bir

xonali sonlarni ayirishga keltirildi.  $7 - 5$ ,  $6 - 4$ ,  $9 - 7$  ayirmalarni qo'shish jadvalidan topiladi.  $2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 2$ . Hosil qilingan ifoda 222 sonining o'nli yozuvidir.

Demak,  $769 - 547 = 222$ .

$X = a_n \cdot 10^n + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$ ,  $Y = b_n \cdot 10^n + \dots + b_1 \cdot 10 + b_0$  sonlari berilgan bo'lsin.

1. Ayiriluvchining mos xonalar bo'yicha bir-birining ostida bo'ladigan qilib kamayuvchining ostiga yozamiz.

2. Agar ayiriluvchining birlar xonasidagi raqam kamayuvchining tegishli raqamidan katta bo'lmasa, uni kamayuvchining raqamidan ayiriladi so'ngra keyingi xonaga o'tiladi.

3. Agar ayiriluvchining birlar raqami kamayuvchining birlar raqamidan katta (ya'ni  $a_0 < b_0$ ), kamayuvchining o'nlar raqami noldan farqli bo'lsa, kamayuvchining o'nlar raqami bitta kamaytiriladi, shu vaqtning o'zida birlar raqami 10 ta ortadi, shundan keyin  $10 + a_0$  sonidan  $b_0$  ni ayiriladi va natija ayirmaning birlar xonasiga yoziladi so'ngra keyingi xonaga o'tiladi.

4. Agar ayiriluvchining birlar raqami kamayuvchining birlar raqamidan katta bo'lib, kamayuvchining o'nlar, yuzlar va boshqa xonasidagi raqamlar nolga teng bo'lsa, kamayuvchining noldan farqi birinchi (birlar xonasidan keyingi) raqamini olib, uni bitta kamaytiriladi, kichik xonalardagi barcha raqamlarni o'nlar xonasigacha 9 ta orttiriladi va  $10 + a_0$  dan  $b_0$  ayiriladi. Natija ayirmaning birlar xonasiga yoziladi va keyingi xonaga o'tiladi.

5. Kamayuvchining katta xonasidan ayirish bajarilgandan keyin ayirish jarayoni tugallanadi.

Bajarilgan almashtirishning har bir qadamini asoslaymiz. 485 va 231 sonlarini avval xona qo'shiluvchilarining yig'indisi ko'rinishida yoziladi (ya'ni sonni o'nli sanoq sistemasida tasvirlashda foydalaniladi). So'ngra birinchi sonning yuzliklaridan ikkinchi sonning yuzliklari, o'nliklaridan o'nliklari, birliklaridan birliklari ayiriladi, bu sonidan yig'indini va yig'indidan sonni ayirish qoidasiga asosan bajariladi. Haqiqatan:

a) sonidan yig'indining ayirish qoidasiga asosan:

$$(400 + 80 + 5) - 200 - 30 - 1;$$

b) yig'indidan sonni ayirish qoidasiga asosan:

$$(400 - 200) + (80 - 30) + (5 - 1).$$

Qavslardagi ayirmalar bir xonali sonlarni qo'shish jadvaliga tayanib topiladi.  $200 + 50 + 4$  ifoda xona qo'shiluvchilarining yig'indisidir, shuning uchun uni 254 deb yozish mumkin. Shunday qilib, 485 dan 231 ni ayirish birlar, o'nlar va yuzlarni xonalar bo'yicha ayirishga keltiriladi, bu esa berilgan sonlarni «ustun» qilib yozib, ayirish uchun qulaydir.

**Masala.** 8 soniga shunday bir sonni qo'shingki, natijada 6 soni hosil bo'lsin.

**Yechish.** Izlangan son  $a$  bo'lsin. Masala shartiga ko'ra  $8 + a = 6$ , bundan  $8 - 8 + a = 6 - 8$  yoki  $a = -2$ . Demak, 8 sonidan 6 sonini hosil qilish uchun 8 dan 2 ni ayirish kerak bo'ladi, ya'ni  $8 - 2 = 6$ , chunki  $6 + 2 = 8$  bo'ladi.

**Xulosa.** Musbat sonlardan tashqari manfiy sonlar ham mavjud. Bunga keyinroq to'xtalib o'tamiz.

2- misol. 578 - 346 ni toping:

$$\begin{array}{r} 578 \leftarrow \text{kamayuvchi;} \\ - 346 \leftarrow \text{ayiriluvchi;} \\ \hline 232 \leftarrow \text{ayirma.} \end{array}$$

Shuni yodda tuting:

1)  $a + b = b + a$ . Lekin  $a - b \neq b - a$ , masalan,  $7 - 4 \neq 4 - 7$ .

2)  $(a + b) + c = a + (b + c)$ . Lekin  $(a - b) - c \neq a - (b - c)$ , masalan,  $(9 - 5) - 2 \neq 9 - (5 - 2)$ .

3- misol.  $x = 8$  da  $x - 2$  ni toping.

**Yechish:**  $x - 2 = 8 - 2 = 6$ .

4- misol.  $c = 2$  da  $7 - c$  ni toping.

**Yechish:**  $7 - c = 7 - 2 = 5$ .

5- misol. 83 - 27 ayirmani hisoblang:

$$\begin{array}{r} 83 \\ - 27 \\ \hline 56 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ raqamiga } 8 \text{ ta o'nlikdan bitta o'nlik qo'shiladi.} \\ 80 \text{ ta birlik yoki } 8 \text{ ta o'nlikdan } 7 \text{ ta o'nlik yoki} \\ 70 \text{ ta birlik qoladi.} \end{array} \right.$$

Shunday qilib,  $13 - 7 = 6$  ta bir

$7 - 2 = 5$  ta o'nlar qoladi.



Agar  $a$  va  $b$  sonlari ko'p xonali bo'lsa, ma'lumki ular «ustun» qilib ko'paytiriladi. Bu ko'paytirishning nazariy asoslari nimadan iboratligi aniqlanadi.

**1- misol.** 426 ni 123 soniga ko'paytiring.

**Yechish.** Ko'rib turibmizki, natijani hosil qilish uchun 426 sonini 3 ga, 2 ga, 1 ga, ya'ni ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirildi, ammo 2 ga ko'paytirganda natija boshqacha yozildi, ya'ni 852 sonining birlarini 1278 sonining o'nlariga tagiga yozildi, sababi aslida ikkita o'nlikka ko'paytirildi, uchinchi qo'shiluvchi 426 esa bitta yuzlikka ko'paytirishning natijasidir. Undan tashqari, ko'p xonali sonlar yig'indisi ham topildi.

426 ni 3 ga ko'paytirish jarayoni qarab chiqiladi. O'nlik sanoq sistemasida sonlarni yozish qoidasiga ko'ra, 426 sonini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:  $4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6$ , u holda  $426 \cdot 3 = (4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6) \cdot 3$ . Qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonuniga asosan oxirgi yozuvda qavslarni ochib, o'zgartirib yoziladi  $(4 \cdot 10^2) \cdot 3 + (2 \cdot 10) \cdot 3 + 6 \cdot 3$ .

Ko'paytirishning o'rin almashtirish va guruhlash qonuni bu yig'indidagi qo'shiluvchilarni quyidagicha yozishga imkon beradi:  $(4 \cdot 3) \cdot 10^2 + (2 \cdot 3) \cdot 10 + 6 \cdot 3$ .

Qavs ichidagi ko'paytmalar bir xonali sonlarni ko'paytirish jadvalidan topiladi.  $12 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 18$  ko'rib turibmizki, ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirish bir xonali sonlarni ko'paytirishga keltirildi. Ammo hosil bo'lgan ifoda sonning o'nli yozuvi emas, o'nning darajalari oldidagi koeffitsiyentlar o'ndan kichik bo'lishi kerak, shuning uchun 12 ni  $10 + 2$  ko'rinishda, 18 ni  $10 + 8$  ko'rinishda yoziladi.  $(10 + 2) \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + (10 + 8)$ . Qavslar ochiladi:  $10^3 + 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 10 + 8$  qo'shishning guruhlash qonuni va qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonunidan foydalaniladi.  $1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + (6+1) \cdot 10 + 8 \cdot 6 + 1$  yig'indi bir xonali sonlar yig'indisidir va  $1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 8$ . Hosil bo'lgan ifoda 1278 sonining o'nli yozuvidir. Shunday qilib,  $426 \cdot 3 = 1278$ . Ko'p xonali sonni ko'p xonali songa ko'paytirish algoritmini qaraymiz. Yuqorida qaralgan misolga, ya'ni  $426 \cdot 123$  ko'paytmaga qaytiladi. 123 sonini koeffitsiyentli 10 darajalari yig'indisi ko'rinishida yoziladi,  $123 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3$  va 426 ko'paytirilgan  $(1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3)$  ko'paytma yoziladi. Bu ko'paytma qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonuniga ko'ra,  $426 \cdot (1 \cdot 10^2) + 426 \cdot (2 \cdot 10) + 426 \cdot 3$  ga teng. Bunday ko'paytirishning gu-

ruhlash qonuniga asosan:  $(426 \cdot 1) \cdot 10^2 + (426 \cdot 2) \cdot 10 + 426 \cdot 3$ . Shunday qilib, ko'p xonali sonni ko'p xonali songa ko'paytirish, ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirishga keltirildi:

**1- misol.**  $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$  yig'indini topish uchun 6 ni 5 ga ko'paytirish kerak bo'ladi:

$$\begin{array}{r} 5 \leftarrow \text{ko'paytuvchi;} \\ \times 6 \leftarrow \text{ko'paytuvchi;} \\ \hline 30 \leftarrow \text{ko'paytma.} \end{array} \quad 6 \cdot 5 = 30$$

**2- misol.**  $627 \cdot 34$  hisoblang.

$$\begin{array}{r} 627 \text{ 627 sonini 4 ga} \\ \times 34 \text{ ko'paytirib,} \\ + 2508 \text{ 2508 ta birlik} \\ \hline 1871 \text{ hosil qilinadi.} \\ \hline 21218 \end{array} \quad \begin{array}{r} 627 \text{ 627 sonini 30 ga} \\ \times 34 \text{ ko'paytirib, 18710} \\ + 2508 \text{ ta birlik yoki 1871} \\ \hline 1871 \text{ ta o'nlik hosil} \\ \hline 21218 \text{ bo'ladi.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 627 \leftarrow \text{ko'paytuvchi;} \\ \times 34 \leftarrow \text{ko'paytuvchi;} \\ + 2508 \leftarrow \text{natijaning birinchi qismi;} \\ \hline 1871 \leftarrow \text{natijaning ikkinchi qismi;} \\ \hline 21218 \leftarrow \text{natija.} \end{array}$$

**3- misol.**  $4105 \cdot 612$  ni hisoblang.

$$\begin{array}{r} \text{birlar} \\ \times 4105 \\ \times 612 \\ + 8210 \\ \hline 4105 \\ \hline 24630 \\ \hline 2512260 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{o'nlar} \\ \times 4105 \\ \times 612 \\ + 8210 \\ \hline 4105 \\ \hline 24630 \\ \hline 2512260 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{yuzlar} \\ \times 4105 \\ \times 612 \\ + 8210 \\ \hline 4105 \\ \hline 24630 \\ \hline 2512260 \end{array}$$

Shunday qilib,

$$\begin{array}{r} 4105 \\ \times 612 \\ + 8210 \\ \hline 4105 \\ \hline 24630 \\ \hline 2512260 \end{array}$$

4- misol.  $405 \cdot 1634$  ni hisoblang. Masalani yechimini tushuntiring.

Yechish:

$$\left. \begin{array}{r} 1634 \\ \times 405 \\ + 8170 \\ + 0000 \\ \hline 6536 \\ 661770 \end{array} \right\} \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{r} 1634 \\ \times 405 \\ + 8170 \\ \hline 6536 \\ 661770 \end{array} \right.$$

$$405 \cdot 1634 = 661770$$

5- misol.  $5008 \cdot 3134$  ni hisoblang. Masalani yechimini tushuntiring.

Yechish:

$$\left. \begin{array}{r} 3134 \\ \times 5008 \\ + 25072 \\ + 00000 \\ \hline 1567 \\ 15695072 \end{array} \right\} \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{r} 3134 \\ \times 5008 \\ + 25072 \\ \hline 1567 \\ 15695072 \end{array} \right.$$

$$5008 \cdot 3134 = 15695072$$

6- misol.  $19000 \cdot 3341$  ni hisoblang. Javobingizni tushuntiring.

Yechish:

$$\begin{array}{r} \times 3341 \\ 19000 \\ + 30069000 \\ + 3341 \\ \hline 63479000 \end{array}$$

Tekshirish:

$$\begin{aligned} 3341 \cdot 1900 &= 3341 \cdot (19 \cdot 1000) = \\ &= (3341 \cdot 19) \cdot 1000 = 63479 \cdot 1000 = \\ &= 63479000. \end{aligned}$$

$$19000 \cdot 3341 = 63479000$$

7- misol.  $275000 \cdot 4200$  ni hisoblang.

Yechish:

$$\begin{array}{r} 275000 \\ \times 4200 \\ + 55000000 \\ + 1100 \\ \hline 1155000000 \end{array}$$

$$275000 \cdot 4200 = 1155000000$$

Natural sonlarni qo'paytirish guruhlash qonuniga bo'ysunadi, ya'ni har qanday  $a$ ,  $b$  va  $c$  natural soni uchun

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \text{ yoki } (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

tenglik o'rinli.

8- misol.  $(12 \cdot ?) \cdot 3 = 12 \cdot (6 \cdot 3)$ .

Yechish:  $12 \cdot (6 \cdot 3) = (12 \cdot 6) \cdot 3$  dan foydalanib,  $(12 \cdot 6) \cdot 3 = 12 \cdot (6 \cdot 3)$  yoziladi.

9- misol.  $4 + (3 + 9) = (7 + 3) + ?$

Yechish: Qo'shishning guruhlash qonuniga ko'ra  $7 + (3 + 9) = (7 + 3) + 6$  yoziladi.

Demak,  $7 + (3 + 9) = (7 + 3) + 6$ .

### Mashqlar

1. Ko'paytirishni bajaring:

a)  $\begin{array}{r} \times 356 \\ 204 \end{array}$ , d)  $\begin{array}{r} \times 1786 \\ 302 \end{array}$ , f)  $\begin{array}{r} \times 705 \\ 206 \end{array}$ , h)  $\begin{array}{r} \times 3804 \\ 706 \end{array}$ ,

b)  $\begin{array}{r} \times 9067 \\ 504 \end{array}$ , e)  $\begin{array}{r} \times 95046 \\ 3007 \end{array}$ , g)  $\begin{array}{r} \times 60058 \\ 9005 \end{array}$ , i)  $\begin{array}{r} \times 750009 \\ 30007 \end{array}$

2. Hisoblang:

a)  $2500 \cdot 376 = \square$ ; g)  $12000 \cdot 507 = \square$ ;  
b)  $9200 \cdot 3154 = \square$ ; h)  $300 \cdot 7855 = \square$ ;  
d)  $500 \cdot 3751 = \square$ ; i)  $2000 \cdot 799 = \square$ ;  
e)  $5000 \cdot 7008 = \square$ ; j)  $9500 \cdot 7893 = \square$ ;  
f)  $38960 \cdot 5600 = \square$ ;

3. Ko'paytiring:

a)  $\begin{array}{r} \times 450 \\ 205 \end{array}$ , d)  $\begin{array}{r} \times 805 \\ 406 \end{array}$ , f)  $\begin{array}{r} \times 8076 \\ 405 \end{array}$ , h)  $\begin{array}{r} \times 85007 \\ 6008 \end{array}$ ;

b)  $\begin{array}{r} \times 650008 \\ 40007 \end{array}$ , e)  $\begin{array}{r} \times 30508 \\ 707 \end{array}$ , g)  $\begin{array}{r} \times 7802 \\ 5008 \end{array}$ , i)  $\begin{array}{r} \times 602007 \\ 5008 \end{array}$ ;

4. Topshiriq. Bilasizmi?

a)  $4 \cdot (1 \cdot 3) = (4 \cdot ?) \cdot 3$ ; i)  $3 \cdot ? = 0$ ;  
b)  $(8 \cdot 7) \cdot ? = 8 \cdot (7 \cdot 9)$ ; j)  $? \cdot 9 = 0$ ;  
d)  $9 + ? = 9$ ; k)  $? + 3 = 3$ ;

- e)  $6 \times ? = 6$ ;                      i)  $3 \cdot 5 = 5 \cdot ?$ ;  
 f)  $7 \cdot ? = 8 \cdot 7$ ;                    j)  $6 \cdot (2 \cdot 4) = (6 \cdot ?) \cdot 4$ ;  
 g)  $? \cdot (5 \cdot 3) = (7 \cdot 5) \cdot 3$ ;      k)  $2 \cdot (8 \cdot 3) = (8 \cdot 3) \cdot ?$ ;  
 h)  $(6 \times ?) \times 4 = 4 \times (9 \times 6)$ .

5. Ifodaning qiymatini toping:  
 a)  $9306 : (135 + 24 \cdot 35)$ ;      b)  $47 \cdot 34 + 5760 : 144$ .  
 6. To'g'ri to'rtburchakning yuzi 72 sm. kv, uning bo'yi 9 sm.  
 To'g'ri to'rtburchakning eni nimaga teng?

#### 28-§. O'NLI SANOQ SISTEMASIDA KO'P XONALI SONLARNI BO'LISH

Sonlarni bo'lish metodikasi haqida so'z borar ekan, bu jarayon qoldiqli bo'lish amali kabi qaraladi. Ta'rifni eslaylik: butun nomanfiy  $a$  sonini  $b$  natural songa qoldiqli bo'lish deb,  $a = bq + r$  va  $0 \leq r < b$  bo'ladigan butun nomanfiy  $q$  va  $r$  sonlarni topishga aytiladi.  $q$  soni esa to'liqsiz bo'linma deyiladi.

**1- misol.** 54 ni 9 ga bo'ling.

**Yechish.** 9- ustunda 54 soni topiladi. U 6- satrda (6-ustunda) joylashgan. Demak,  $54 : 9 = 6$ .

**2- misol.** 51 ni 9 ga bo'ling.

**Yechish.** 9 ustunda 51 soni yo'q. Shuning uchun bu ustunda 51 dan kichik eng yaqin 45 soni olinadi. 45 soni 5- satrda bo'lganligi uchun to'liqsiz bo'linma 5 ga teng. Qoldiqni topish uchun 51 dan 45 ayiriladi:  $51 - 45 = 6$ . Shunday qilib,  $51 = 9 \cdot 5 + 6$ .

**3- misol.** 238 ni 4 ga bo'ling.

**Yechish.** Shunday to'liqsiz bo'linma  $q$  va  $r$  qoldiqni topish kerakki, ular uchun  $238 = 4q + r$ ,  $0 \leq r < 4$  bo'lsin. Shuni aytish kerakki, 238 va 4 sonlarining to'liqsiz bo'linmasi  $q$  ga bo'lgan talabni quyidagicha yozish mumkin:  $4q \cdot 238 < 4(q + 1)$ . Shunday qilib, 238 ni 4 ga bo'lganda, to'liqsiz bo'linma 59 va 2 qoldiq hosil bo'ladi,  $238 = 4 \cdot 59 + 2$ .

Ko'p xonali sonni ko'p xonali songa bo'lish ham xuddi shunday bajariladi.

**4- misol.**  $5658 = 46q + r$ ,  $0 \leq r < 46$  bajarilsin. Bundan  $46 \cdot q \cdot 5658 < 46(q + 1)$ .  $q$  bo'linmadagi raqamlar sonini aniqlang.

**Yechish.** Shubhasiz,  $q$  bo'linma 100 va 1000 sonlari orasida yotadi, chunki  $4600 < 5658 < 46000$ .

Bo'linmaning yuzlar raqamini topish uchun bo'linuvchi 46 ni ketma-ketma 100 ga, 200 ga, 300 ga va boshqalarga ko'paytiriladi.  $46 \cdot 100 = 4600$ ,  $46 \cdot 200 = 9200$  va  $4600 < 5658 < 9200$  bo'lgani uchun to'liqsiz bo'linma 100 va 200 sonlari orasida yotadi, ya'ni  $q = 100 + q_1$ , bunda  $q_1$  ikki xona son. U holda quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi:

$$46 \cdot (20 + q_0) \cdot 1058 < 46 \cdot (20 + q_0 + 1), \text{ ya'ni}$$

$$46 \cdot 20 + 46 \cdot q_0 \cdot 1058 < 46 \cdot 20 + 46 \cdot (q_0 + 1)$$

$$46 \cdot q_0 \cdot 138 < 46 \cdot (q_0 + 1).$$

Ko'p xonali sonlarni bo'lish haqida to'la tasavvurga ega bo'lish uchun bo'linmada nollar hosil bo'lgan hol qarab chiqiladi.

**5- misol.** 7549 ni 37 ga bo'ling.

**Yechish.** Shunday  $q$  va  $r$  sonlarni topingki, ular uchun  $7549 = 37 \cdot q + r$ ,  $0 \leq r < 37$  va  $37q \cdot 7549 < 37(q + 1)$  bajarilsin.

7549 va 37 sonlarining bo'linmasi  $q$  100 va 1000 sonlari orasida yotadi, chunki  $3300 < 7549 < 37000$ . 37 ni 100 ga, 200 ga va boshqalarga ko'paytirib,  $37 \cdot 200 \cdot 7549 < < 37 \cdot 300$  ekanligi aniqlanadi. Demak,  $q = 200 + q_1$ ,  $q_1$  ikki xonali son va  $37 \cdot (200 + q_1) \leq 7549 < 37 \cdot (200 + q_1 + 1)$ .

Bo'lish ko'pgina matematik malakalar bilan, jumladan, ko'p xonali sonlarni ko'paytirish va bo'lish malakasi bilan bog'liq bo'lgani uchun u boshlang'ich sinflarda asta-sekin o'rganiladi. O'quvchilar avval jadvalli bo'lishni va nol bilan tugaydigan sonlarni bo'lishni o'rganadilar, so'ngra ikki xonali sonni bir xonali va ikki xonali songa bo'lishni (yig'indini songa bo'lish qoidasiga va ko'paytirish jadvaliga tayanib), keyinroq qoldiqli bo'lishni, va nihoyat, ko'p xonali sonni bir xonali, ikki xonali va uch xonali songa bo'lishni o'rganadilar. Ba'zan sonni barcha bo'luvchilarini toping, deb so'rashadi. Bu berilgan son aniq bo'linadigan barcha natural sonlarni topish kerakligini bildiradi. Har bir son hech bo'lmaganda ikkita bo'luvchiga ega. Har bir sonning eng kichik bo'luvchisi 1, eng katta bo'luvchi sonni o'zi.

**6- misol.** 15 ni barcha bo'luvchilarini toping.

**Yechish.** 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15 sonlari olinadi. 1 va 15 ning eng kichik bo'luvchisi 1; lekin 3 va 15 ning eng kichik bo'luvchisi 3; 5 va 15 uchun esa 5. Demak, 15 soni 1, 3, 5, 15 sonlariga bo'linadi.

**7- misol.** 12 ni barcha bo'luvchilarini toping.



Yechish. 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13 ni qaraladi.

Demak, 12 ning bo'luvchilari 1, 2, 3, 4, 6 va 12.

Umuman, bo'lish ko'paytirishga teskari amal. Unda bo'lish, ko'paytirishning xususiy holi ekanligi kelib chiqadi. Bo'lish bilan bog'liq bir masalaga, ko'paytirish orqali aniq va tez javob topish mumkin. Masalan, 12 ni 3 ga bo'lsak 4, chunki  $4 \cdot 3 = 12$  bo'ladi.

Bo'lishga takror ayirish sifatida ham qaralishi mumkin.

8- misol.  $14 : 7$  ni toping.

Yechish.

$$\begin{array}{r} 14 \\ -7 \leftarrow 1\text{-marta } 7 \text{ ni ayirish} \\ \hline 7 \\ -7 \leftarrow 2\text{-marta } 7 \text{ ni ayirish} \\ \hline 0 \end{array}$$

Demak, ↓

$14 : 7 = 2$  (Tekshirish  $2 \cdot 7 = 14$ ).

Bo'linadigan raqamni bo'linuvchi, bo'ladigan raqamni bo'luvchi deyiladi.

$12 : 3 = 4$  va  $12 : 4 = 3$  holda ham bo'linuvchi 12. Lekin  $12 : 3 = 4$  da bo'linma 4, bo'luvchi esa 3 va  $12 : 4 = 3$  da bo'linma 3, bo'luvchi esa 4 sonidir.

Ko'p hollarda bo'lishda bo'linuvchi bo'luvchiga aniq bo'linmaydi (unda qoldiq noldan farqli). Masalan,

$$\begin{array}{r} 34 \overline{) 8} \leftarrow \text{bo'linuvchi} \\ -32 \overline{) 4} \leftarrow \text{bo'linma} \\ \hline 2 \leftarrow \text{qoldiq} \end{array}$$

$34 = 8 \cdot 4 + 2$

Xulosa qilib aytganda, qoldiq bo'luvchidan kichik bo'lishi kerak.

Bo'lishda qoldiq qolmasa (qoldiq nol bo'lsa), bo'luvchi va bo'linmani ko'effitsiyentlar deb atash to'g'ri bo'ladi.

Bo'linuvchini bo'luvchi va bo'linmani ko'paytmasi deb ham atash mumkin. Masalan,

$$\begin{array}{r} 522 \overline{) 9} \leftarrow \text{bo'linuvchi;} \\ -45 \overline{) 58} \leftarrow \text{ko'effitsiyent;} \\ \hline 72 \\ -72 \\ \hline 0 \leftarrow \text{qoldiq.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 74 \overline{) 3} \leftarrow \text{bo'linuvchi;} \\ -6 \overline{) 24} \leftarrow \text{ko'effitsiyent emas;} \\ \hline 14 \\ -14 \\ \hline 2 \leftarrow \text{qoldiq.} \end{array}$$

9- misol. 15 ning barcha bo'luvchilarini toping.

Yechish.

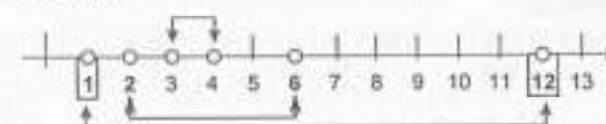


1 va 15 ni eng kichik bo'luvchisi 1;

3 va 15 ni eng kichik bo'luvchisi 3; 5 va 15 uchun esa 5  
Demak, 15 soni 1, 3, 5, 15 sonlariga bo'linadi.

10- misol. 12 ni barcha bo'luvchilarini toping.

Yechish:



Demak, 12 ning bo'luvchilari 1, 2, 3, 4, 6 va 12.

### Mashqlar

1. Bo'lishlarni bajaring:

$238 : 14 = \square$	$625 : 25 = \square$	$36547 : 42 = \square$
$1428 : 28 = \square$	$745 : 21 = \square$	$78279 : 97 = \square$
$519 : 12 = \square$	$275 : 16 = \square$	$11198 : 22 = \square$
$217 : 12 = \square$	$709 : 15 = \square$	$45247 : 52 = \square$
$5132 : 87 = \square$	$754 : 23 = \square$	$55224 : 78 = \square$
$895 : 42 = \square$	$885 : 43 = \square$	$12192 : 24 = \square$
$13056 : 32 = \square$	$629 : 13 = \square$	$62946 : 78 = \square$
$31985 : 41 = \square$	$2394 : 57 = \square$	$97514 : 91 = \square$
$9407 : 23 = \square$	$847 : 31 = \square$	$61596 : 87 = \square$
$39788 : 51 = \square$	$1645 : 35 = \square$	$244590 : 79 = \square$
$1574 : 37 = \square$	$2158 : 59 = \square$	$90244 : 293 = \square$

329768 : 314 = <input type="checkbox"/>	80912 : 389 = <input type="checkbox"/>
565090 : 715 = <input type="checkbox"/>	790660 : 815 = <input type="checkbox"/>
185503 : 89 = <input type="checkbox"/>	450478 : 421 = <input type="checkbox"/>
149568 : 492 = <input type="checkbox"/>	138924 : 681 = <input type="checkbox"/>
906960 : 935 = <input type="checkbox"/>	439775 : 411 = <input type="checkbox"/>
160840 : 935 = <input type="checkbox"/>	227936 : 215 = <input type="checkbox"/>
471104 : 786 = <input type="checkbox"/>	4138182 : 591 = <input type="checkbox"/>
45076903 : 871 = <input type="checkbox"/>	80700010 : 805 = <input type="checkbox"/>
21979818 : 784 = <input type="checkbox"/>	3437061 : 687 = <input type="checkbox"/>
14372693 : 895 = <input type="checkbox"/>	

- 165 dan 109 ta kam sonni yozing.
- 13 va 2 sonlariga bir vaqtda bo'linadigan birorta sonni yozing.
- 28 ta olma 3 tadan likopchaga qo'yildi. Qancha likopcha va qancha olma qoldi?
- Olxo'ri mevasi har bir likopchaga 5 tadan 31 ta likopchaga qo'yildi va yana 4 ta olxo'ri ortib qoldi. Qancha olxo'ri bo'lgan?
- 125 dona konfet har bir o'quvchiga 4 tadan tarqatildi va 13 dona qoldi. O'quvchilar soni qancha bo'lgan?
- Hisoblang:
  - $(1419 : 1419 - 0 \cdot 750) \cdot (625 - 625) + (890 \cdot 1) : 890 = \square$ ;
  - $(540 : 1 + 0 : 1) \cdot 0 + (250 - 249) \cdot (120 + 0 : 360) = \square$ .
- $a = 1899, b = 6$ ;
  - $a = 1242, b = 54$ ;
  - $a = 432, b = 4$ ;
  - $a = 1254, b = 38$ .
 bo'lsa,  $a$  ni  $b$  ga bo'lish jarayonini asoslang.
- Hisoblamasdan quyidagi misollarda bo'lish noto'g'ri bajarilishini qanday aniqlash mumkin:
  - $51054 : 127 = 42$ ;
  - $405945 : 135 = 307$ .

### To'rtinchi bob

#### BUTUN NOMANFIY SONLARNING BO'LINUVCHANLIGI

29- §. MURAKKAB SONLARNING BO'LINISH ALOMATLARI.  
SONLARNI TUB KO'PAYTUVCHILARGA AJRATISH USULI BILAN  
ULARNING ENG KATTA UMUMIY BO'LUVCHISI VA ENG KICHIK  
UMUMIY KARRALISINI TOPISH. EVKLID ALGORITMI

1. (sonni 6 ga bo'linish alomati).  $x$  soni 6 ga bo'linishi uchun  $u$  2 ga ham, 3 ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir.

Isbotning zarurligi. Biror  $x$  soni oltiga bo'linsin. U holda  $x : 6$  va  $6 : 2$  dan  $x : 2$  bo'lishi,  $x : 6$  va  $6 : 3$  dan  $x : 3$  bo'lishi kelib chiqadi.

Isbotning yetarliligi.  $x : 2$  va  $x : 3$  bo'lgani uchun  $x$  soni 2 va 3 ning umumiy karralisidir. Ammo sonning istalgan umumiy karralisi ularning eng kichik karralisiga bo'linadi, demak,  $x : K(2;3)$ .  $D(2;3) = 1$  bo'lgani uchun  $K(2;3) = 2 \cdot 3 = 6$ . Demak,  $x : 6$ .

2. (12 ga bo'linish alomati).  $x$  soni 12 ga bo'linishi uchun  $u$  3 ga ham, 4 ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir.

3. (15 ga bo'linish alomati).  $x$  soni 15 ga bo'linishi uchun  $u$  3 ga ham, 5 ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir.

**Teorema.** Son 18 ga bo'linishi uchun uning 2 ga ham, 9 ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir.

5. Natural son murakkab son  $n = bc$  ga bo'linishi uchun  $u$  son  $b$  ga ham,  $c$  ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir, bunda  $b$  va  $c$  sonlar uchun  $D(b;c) = 1$ .

Buning isboti 6 ga bo'linish alomatining isboti kabi bajariladi.

6. Son 60 ga bo'linishi uchun uning 4 ga ham, 3 ga ham, 5 ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir.

*Elatma.* 60 sonining 3 va 5 ga bo'linishini yodda tutish kerak.

1- misol. 1548 va 942 sonlari 18 ga bo'linadimi?

Yechish. Avval 18 ga bo'linish alomati ifodalanadi:

Birinchidan,  $2 \cdot 9 = 18$ , ikkinchidan,  $D(2, 9) = 1$ , ya'ni 2 va 9 sonlari murakkab songa bo'linuvchanligi haqidagi teoremani qanoatlantiradi. 18 sonni  $3 \cdot 6$  ko'paytmaga keltirish yarumaydi, chunki  $D(3,6) \neq 1$ . 2 ga va 9 ga bo'linish alomatlaridan foydalanib,  $1548 : 2$  va  $1548 : 9$  deyiladi. Demak,  $1548 : 18$ .  $942 : 2$ , ammo bu son 9 ga bo'linmaydi. Demak, 942 soni 18 ga bo'linmaydi.

**Ta'rif.** Sonni tub sonlar ko'paytmasi ko'rinishida ifodalash, bu sonni tub ko'paytuvchilarga ajratish (yoyish) deyiladi.

**2- misol.** 110 sonini tub ko'paytuvchilarga ajrating.

**Yechish.**  $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$  to'g'ri tenglik bo'lganligi uchun 110 soni 2, 5, 11 tub ko'paytuvchilarga ajratganligini bildiradi.

**3- misol.** 720 sonini tub ko'paytuvchilarga ajrating.

**Yechish.** 720 soni 2 ga bo'linadi. Demak, 2 sonini 720 ning yoyilmasidagi tub ko'paytuvchilarga, o'ng tomonga yoziladi. 360 ni 2 ga bo'linsa, 180 chiqadi. 180 ni 2 ga bo'linsa, 90 chiqadi, 90 ni 2 ga bo'linsa 45 chiqadi, 45 ni 5 ga bo'linsa 15 chiqadi, 15 ni 3 ga bo'linsa, 5 chiqadi. 5 soni tub son, uni 5 ga bo'linsa 1 chiqadi. Ko'paytuvchilarga ajratish tugadi.

$$\begin{aligned} 720 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \\ 360 & \\ 180 & \\ 90 & \\ 45 & \\ 15 & \\ 5 & \\ 1 & \end{aligned}$$

Bir xil ko'paytuvchilar ko'paytmasini daraja qilib yozish qabul qilingan.  $720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ . 720 sonining bunday yozilishi uning kanonik ko'rinishi deyiladi.

**4- misol.** 3600 va 288 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisi va eng kichik umumiy karralisini toping.

**Yechish.** Bu sonlarning har biri kanonik ko'rinishda yoziladi.  $3600 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 16 \cdot 9 \cdot 25 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$   
 $288 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 32 = 2^5 \cdot 3^2$ .

3600 va 288 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisining tub ko'paytuvchilarga yoyilmasiga berilgan sonlarning yoyilmalardagi eng kichik ko'rsatkichi bilan olinishi kerak. Shuning uchun 3600 va 288 sonlarini eng kichik umumiy karralisi tub ko'paytuvchilarga yoyilmasiga hech bo'lmaganda bittasida tegishli bo'lgan hamma tub ko'paytuvchilar kirishi va bu tub ko'paytuvchilarning har biri shu yoyilmalardagi eng katta darajasi bilan olinishi kerak. Shuning uchun 3600 va 288 sonlarining eng kichik umumiy karralisining yoyilmasiga  $2^4$ ,  $3^2$ ,  $5^2$  ko'paytuvchilarga kiradi. Demak,  $K(3600, 288) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 7200$ .

Berilgan sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini topish uchun:

1) berilgan har bir sonning kanonik ko'rinishi yoziladi;

2) berilgan hamma sonlarning umumiy tub ko'paytuvchilari ko'paytmasi hosil qilinadi, bunda tub ko'paytuvchilarning har birini berilgan sonlar yoyilmasiga kirgan eng kichik ko'rsatkichi bilan olinadi;

3) bu ko'paytmaning qiymatini topamiz, u berilgan sonlarning eng kichik umumiy karralisi bo'ladi.

**5- misol.** 60, 252, 264 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisini va eng kichik umumiy karralisini toping.

**Yechish.** Har bir son  $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ ,  $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$ ,  $264 = 2^3 \cdot 3 \cdot 11$  ko'rinishda yoziladi.

Berilgan sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini topish uchun berilgan yoyilmalardagi umumiy tub ko'paytuvchilar ko'paytmasi hosil qilinadi, bunda har bir ko'paytuvchini berilgan sonlarning yoyilmasiga kirgan eng kichik ko'rsatkichi bilan olinadi:  $K(60, 252, 264) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 27720$ .

**6- misol.** 48 va 245 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisini va eng kichik umumiy karralisini toping.

**Yechish.** Har bir sonni  $48 = 2^4 \cdot 3$ ,  $245 = 5 \cdot 7^2$  ko'rinishda yoziladi. Berilgan sonlar yoyilmasida umumiy ko'paytuvchilar bo'lmaganligi uchun  $D(48, 245) = 1$ ,  $K(48, 245) = 10760$ .

**7- misol.** 525 va 231 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisini toping.

**Teorema.** Agar  $a$  va  $b$  — natural sonlar hamda  $a = bq + r$  bo'lsa,  $D(a, b) = D(b, r)$  bo'ladi, bunda  $r < b$ .

525 ni 231 ga qoldiqli bo'lib, qoldiqda 63 hosil bo'ladi. Demak,  $D(525, 231) = D(231, 63)$ . 231 ni 63 ga qoldiqli bo'linadi:  $231 = 63 \cdot 3 + 42$ , ya'ni  $D(231, 63) = D(63, 42)$ . 63 ni 42 ga qoldiqli bo'linadi:  $63 = 42 \cdot 1 + 21$ . Demak,  $D(63, 42) = D(42, 21)$ . 42 ni 21 ga qoldiqli bo'lganda, 0 ga teng bo'ladi, ya'ni  $D(42, 21) = D(21, 0)$ . 21 bilan 0 ning eng katta umumiy bo'luvchisi 21 ga teng. Demak, 21 soni 525 va 231 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisi, chunki  $D(525, 231) = D(231, 63) = D(63, 42) = D(42, 21) = D(21, 0) = 21$ .

Biz bajargan hisoblashlar ko'pincha bunday yoziladi:

$$\begin{aligned} 525 &= 231 \cdot 2 + 63; \\ 231 &= 63 \cdot 3 + 42; \\ 42 &= 21 \cdot 2 + 0. \end{aligned}$$

$$D(525, 231) = 21.$$

Bu usul eng katta umumiy bo'luvchini topishni qoldiqli bo'lishga asoslangan bo'lib, birinchi marta qadimgi grek matematigi Evklid (eramizdan oldin III asrda yashagan) yaratgan va shuning uchun u Evklid algoritmi nomi bilan yuritiladi.

Evklid algoritmini umumiy ko'rinishda bunday ifodalash mumkin:

$a$  va  $b$  — natural sonlar hamda  $a > b$  bo'lsin.  $a$  soni  $b$  soniga qoldiqli bo'linadi, keyin  $b$  soni qolgan qoldiqqa qoldiqli bo'linadi, so'ngra birinchi qoldiq ikkinchi qoldiqqa qoldiqli bo'linadi va hokazo, u holda oxiri noldan farqli qolgan qoldiq  $a$  va  $b$  sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi bo'ladi.

### Mashqlar

- 1032, 2964, 5604, 8910 va 7008 sonlaridan qaysilari 12 ga karrali?
- 15 ga bo'linadigan uchta to'rt xonali son yozing.
- 20 ga bo'linish alomatini ifodalang va 20 ga bo'linadigan uchta besh xonali son yozing.
- 1) 22530; 2) 53420 sonlaridan qaysilarini 30  $q$  ko'rinishida yozish mumkinligini aniqlang, bunda  $q$  natural son (30 ga bo'lishni bajarmang).
- 124, 588, 2700, 3780 sonlarini tub ko'paytuvchilarga ajrating.
- Qanday son quyidagi yoyilmaga ega:
- 1) 175 va 245; 2) 540 va 558; 3) 120, 80 va 280; 4) 675 va 154 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisini va eng kichik umumiy karralisini toping.
- Hamma bir xonali juft sonlarning eng kichik umumiy karralisini toping.
- $D(576, 252)$ ;  $D(252, 72)$  ni isbotlang.
- Evklid algoritmi yordamida quyidagi sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini toping:  
a) 375 va 645;                      d) 960 va 1200;  
b) 12 345 va 7565;                  e) 36 354 va 30 295.
- $D(6025, 1728) = 1$  ekanini isbotlang.
- $D(6855, 10005)$  soni  $D(1679, 2231)$  dan necha marta katta?

### 30- §. BUTUN NOMANFIY SONLARNING YIG'INDISI, AYIRMASI VA KO'PAYTMASINING BO'LINUVCHANLIGI

Butun nomanfiy  $a$  son va  $b$  natural son berilgan bo'lsin. Agar  $a$  ni  $b$  ga qoldiqli bo'lganda qoldiq nolga teng bo'lsa,  $b$  soni  $a$  sonning bo'luvchisi deyiladi.

Agar  $b$  soni  $a$  ning bo'luvchisi bo'lsa, shunday butun nomanfiy son  $q$  mavjud bo'ladiki, uning uchun  $a = bq$  bo'lishligi kelib chiqadi.

**1- misol.** 8 soni 32 sonining bo'luvchisi bo'ladimi?

**Yechish.** 8 soni 32 ning bo'luvchisidir, chunki shunday butun nomanfiy  $q = 4$  son mavjudki, uning uchun  $32 = 4 \cdot 8$  bo'ladi.

**Eslatma.** «Berilgan sonning bo'luvchisi» atamasini «bo'luvchi» atamasi bilan ajrata olish kerak. Masalan, agar 18 ni 5 ga bo'lsak, 5 soni bo'luvchi deyiladi, lekin bu son 18 ning bo'luvchisi emas. Agar 18 ni 6 ga bo'lsak, bunda «bo'luvchi» va «berilgan sonning bo'luvchisi» atamasi bitta narsani anglatadi.

**Qoida.**  $b$  soni  $a$  sonining bo'luvchisi bo'lganda,  $a$  soni  $b$  soniga karrali yoki  $a$  soni  $b$  ga bo'linadi deyiladi va  $a : b$  kabi yoziladi.

**2- misol.** 36 sonining barcha bo'luvchilarini yozing.

**Yechish.** Masalan, 36 soning hamma bo'luvchilari chekli va  $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$  to'plamni tashkil qiladi.

Bo'luvchilar soni ikkita bir va o'sha sonning o'zi bo'lgan natural son *tub son* deyiladi. Ta'rifga ko'ra, 19 soni tub son, chunki uning faqat ikkita bo'luvchisi bor, ya'ni 1 va 19.

Bo'luvchilarining soni ikkitadan ortiq bo'lgan natural son *murakkab son* deyiladi. 4 soni murakkab son, chunki uning uchta bo'luvchisi bor, ya'ni 1; 2 va 4 soni tub son ham emas, murakkab son ham emas, uning bitta bo'luvchisi bor.

**3- misol.** Berilgan songa karrali sonlar cheksiz ko'p mulohazasi to'g'rimi?

**Javob.** Masalan, 4 ga karrali sonlar cheksiz va 0; 4; 8; 12; 16; 20; 24; ... Bu sonlarning hammasi 4 ga karrali bo'lgani uchun ular  $x = 4q$  formula yordamida hosil qilinishi mumkin,  $q$  soni 0; 1; 2; 3; 4 qiymatlarni qabul qiladi.

Har qanday natural soni o'z-o'ziga bo'linadi (bo'linuvchanlik munosabati refleksidir).

Haqiqatan har qanday natural  $a$  son uchun  $a = a \cdot 1$  tenglik o'rinli. Bu degani, shunday  $q = 1$  soni mavjudki, uning uchun  $a = a \cdot 1$ , bundan  $a$  ni  $a$  ga bo'linishi kelib chiqadi.

**Xulosa.** Har qanday butun nomanfiy son 1 ga bo'linadi.

$a : b$  dagi turli  $a$  va  $b$  sonlar uchun  $b : a$  emasligi kelib chiqadi.

**4- misol.** Hisoblamasdan  $114 + 348 + 908$  yig'indi 2 ga bo'linadi, deyish mumkinmi?

**Yechish.** Hisoblamasdan  $114 + 348 + 908$  yig'indi 2 ga bo'linadi, deyish mumkin, chunki bu yig'indidagi har bir qo'shiluvchi 2 ga bo'linadi.

Agar ko'paytmaning ko'paytuvchilaridan biri natural son  $n$  ga bo'linsa, u holda butun ko'paytma ham  $n$  ga bo'linadi. Masalan,  $24 \cdot 976 \cdot 305$  ko'paytma 12 ga bo'linadimi?

**Yechish.**  $24 \cdot 976 \cdot 305$  ko'paytma 12 ga bo'linadi, chunki 24 ko'paytuvchi 12 ga bo'linadi.

Agar  $ab$  ko'paytmada  $a$  ko'paytuvchi natural son  $m$  ga,  $b$  ko'paytuvchi natural son  $n$  ga bo'linsa, u holda  $ab$  ko'paytma  $mn$  ko'paytmaga bo'linadi. Masalan,

$24 \cdot 36$  ko'paytma 108 ga bo'linadimi?

**Yechish.**  $24 \cdot 36$  ko'paytma 108 ga bo'linadi, chunki 24 soni 12 ga, 36 soni 9 ga bo'linadi.

**5- misol.** Ixtiyoriy ikkita ketma-ket natural sonning ko'paytmasini 2 ga bo'linishini isbotlang.

**Yechish.** Masala shartlari belgilardan foydalanib yoziladi. Agar bitta natural son  $n$  harfi bilan belgilansa, undan keyingi sonni  $n + 1$  bilan belgilanadi. Demak,  $n(n + 1) : 2$  ning har qanday natural son uchun to'g'riligini isbotlash kerak.

Ma'lumki, butun nomanfiy sonlar to'plamini ikkita sinfga juft sonlar (ya'ni  $2q$  ko'rinishidagi sonlar) va toq sonlar (ya'ni  $2q + 1$  ko'rinishidagi sonlar) ga bo'lish mumkin.

Agar  $n = 2q$  bo'lsa, u holda  $n(n + 1) = 2q(2q + 1)$ .  $2q(2q + 1)$  ko'paytmada 2 ga bo'linadigan ko'paytuvchi bo'lgani uchun butun ko'paytma 2 ga bo'linadi. Demak,  $n(n + 1) : 2$ .

Agar  $n = 2q + 1$  bo'lsa, u holda  $n(n + 1) = (2q + 1)(2q + 2)$ . Bu ko'paytmada 2 ga bo'linadigan  $2q + 2$  ko'paytuvchi bor bo'lgani uchun butun ko'paytma ham 2 ga bo'linadi. Demak, bu holda ham  $n(n + 1) : 2$ .

### Mashqlar

1. Nima uchun 15 soni: 60 ning bo'luvchisi; 3 soniga karrali ekanini tushuntiring.
2. 2; 3; 5 sonlaridan qaysilari: 230; 225; 450 sonlarining bo'luvchilari bo'ladi?

3. 804, 75, 144, 150 sonlaridan qaysilari: 2; 3; 5; 9 sonlariga karrali?

4. 3 ga karrali bo'lgan beshta son ayting. 3 ga karrali bo'lgan boshqa sonlarni qanday formula yordamida topish mumkin?

5. Matematik simvollaridan foydalanib, bo'linuvchanlik munosabatining xossalarini yozing.

6.  $X = \{12; 9; 6; 3; 18\}$  to'plamda « $x$  soni  $y$  sonining bo'luvchisi» munosabati grafigini yasang.

7.  $a : 6$  va  $6 : 2$  ma'lum.  $a$  sonining 2 ga bo'linishi haqida qanday xulosa chiqarish mumkin?

8.  $a$  ni 3 ga bo'lganda qanday qoldiq qolishi mumkin? 3 ga bo'linmaydigan sonlar qanday ko'rinishga ega?

### 31- §. O'NLI SANOQ SISTEMASIDA SONLARNING BO'LINISH ALOMATLARI

**1- masala.** (sonning 2 ga bo'linish alomati).  $x$  soni 2 ga bo'linishi uchun uning o'nli yozuvi  $0; 2; 4; 6; 8$  raqamlarini biri bilan tugashi zarur va yetarli ekanligini isbotlang.

**Isbot.** Biror  $x$  soni o'nli sanoq sistemasida quyidagicha yozilgan bo'lsin:  $x = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots = a_n 10 + a_0 (1)$ , bunda  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$  lar  $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$  qiymatlarni qabul qiladi va  $a_n \neq 0$  hamda  $a_0$  soni  $0; 2; 4; 6; 8$  qiymatlarni qabul qiladi. U holda  $x : 2$  bo'lishi isbotlanadi.

$10 : 2$  bo'lgani uchun  $10^2 : 2, 10^3 : 2, \dots, 10^n : 2$  va, demak,  $(a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10 + a_0) : 2$ . Shartga ko'ra,  $a_0$  ham 2 ga bo'linadi, shuning uchun  $x$  ning har biri 2 ga bo'linadigan ikki qo'shiluvchining yig'indisi sifatida qarash mumkin. Demak, yig'indining bo'luvchanligidan  $x$  sonning o'zi ham 2 ga bo'linadi.

Endi teskarisi isbotlanadi: agar  $x$  son 2 ga bo'linsa, uning o'nli yozuvi  $0; 2; 4; 6; 8$  raqamlaridan biri bilan tugaydi (1) tenglikni  $a = x - (a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10 + a_0)$  ko'rinishida yoziladi. U holda ayirmaning bo'luvchanlik haqidagi teorema ko'ra,  $a : 2$  chunki  $x : 2$  va  $(a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10 + a_0) : 2$ . Bir xonali son 2 ga bo'linishi uchun  $u$   $0; 2; 4; 6; 8$  qiymatlarni qabul qilishi kerak.

$x$  soni 5 ga bo'linishi uchun uning o'nli yozuvi 0 yoki 5 raqami bilan tugashi zarur va yetarlidir. Bu alomatning isboti 2 ga bo'linish aloamatining isbotiga o'xshaydi.

Bundan tashqari,  $x$  soni 4 ga bo'linishi uchun  $x$  sonining  $o'$ nli yozuvidagi oxirgi ikkita raqamidan hosil bo'lgan ikki xonali sonning 4 ga bo'linishini isbotlash mumkin.

$x$  soni 3 ga bo'linishi uchun uning  $o'$ nli yozuvidagi raqamlar yig'indisi 3 ga bo'linishi zarur va yetarilgini talabalar mustaqil isbotlashi tavsiya qilinadi.

### Mashqlar

1. Ham 5 ga, ham 9 ga bo'linadigan besh xonali son yozing.
2. 3 ga bo'linadigan, lekin 9 ga bo'linmaydigan uch xonali son yozing.
3. 2 ga bo'linadigan, lekin 4 ga bo'linmaydigan to'rt xonali son yozing.
4. Ham 4 ga, ham 5 ga bo'linadigan besh xonali son yozing.
5. 5 ga, 25 ga va 3 ga bo'linish alomatlarini isbotlang.
6.  $1026 + 8$  soni 9 ga bo'linadimi?
7. 36 va 24 sonlarining har birining bo'luvchilarini yozing va ularning umumiy bo'luvchisini ko'rsating. Bu sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi nimaga teng?
8. Quyidagi tengliklar to'g'rimi:
  - a)  $D(32, 8) = 8$ ;
  - b)  $K(32, 8) = 32$ .

### 32-§. KARRALILAR VA BO'LUVCHILAR

63 soni 9 ga bo'linadi, chunki 63 ta predmetni 7 tadan teng 9 guruhga ajratish mumkin yoki 9 ni 7 ga ko'paytirganda 63 hosil bo'ladi. Ikkinchi tomondan, 63 soni 10 ga qoldiqsiz bo'linmaydi, chunki  $10 \cdot a = 63$  tenglik to'g'ri bo'ladigan  $a$  natural son topilmaydi. Agar  $a = n \cdot b$  tenglik to'g'ri bo'ladigan  $n$  soni mavjud bo'lsa,  $a$  soni  $b$  soniga bo'linadi, deyiladi. Bunda  $n$  soni  $a$  ni  $b$  ga bo'lishdagi bo'linma,  $a$  soni  $b$  ga karrali,  $b$  soni esa  $a$  ning bo'luvchisi deyiladi. Masalan,

$$\begin{array}{r|l}
 1001 & 7 \\
 \underline{7} & 143 \\
 \hline
 30 & \\
 \underline{28} & \\
 2 & \\
 \underline{21} & \\
 1 & \\
 \underline{0} & \\
 \hline
 0 & 
 \end{array}$$

1001 soni 7 ga karrali  
 bo'luvchi  
 1001 ni 7 ga bo'lishdagi bo'linma

$$\begin{array}{r|l}
 1001 & 11 \\
 \underline{99} & 91 \\
 \hline
 11 & \\
 \underline{11} & \\
 \hline
 0 & 
 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1001 = 7 \cdot 143 + 0 \\ 1001 = 11 \cdot 91 + 0 \\ 1001 = 13 \cdot 77 + 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1001 \text{ soni } 7, 11 \text{ va } 13 \text{ sonlarining} \\ \text{har biriga karrali.} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r|l}
 1001 & 13 \\
 \underline{91} & 77 \\
 \hline
 91 & \\
 \underline{91} & \\
 \hline
 0 & 
 \end{array}$$

Demak, bu sonlarning karralisini:  
 $K(7) = \{7; 14; 21; \dots; 1001; \dots\}$   
 $K(11) = \{11; 22; 33; \dots; 1001; \dots\}$   
 $K(13) = \{13; 26; 39; \dots; 1001; \dots\}$   
 deb yozish mumkin.

$$\begin{array}{r|l}
 10 & 2 \\
 \underline{5} & 5 \\
 \hline
 1 & 1 \\
 \hline
 1 & 
 \end{array}$$

10 sonining bo'luvchilarini  
 $B(10) = \{1; 2; 5; 10\}$  deb yozamiz.

$$\begin{array}{r|l}
 15 & 3 \\
 \underline{5} & 5 \\
 \hline
 1 & 1 \\
 \hline
 1 & 
 \end{array}$$

15 sonining bo'luvchilari  
 $B(15) = \{1; 2; 3; 5; 15\}$ .

Har ikkala son, ya'ni 10 va 15 uchun «umumiy bo'luvchi»  $B(10; 15) = \{1; 5\}$  bo'ladi.

Lekin  $k(10) = \{10; 20; 30; 40; \dots\}$  va  $k(15) = \{15; 30; 45; \dots\}$  ni hisobga olinsa «umumiy karralisi»  $UK(10; 15) = \{30; 60; 90; \dots\}$ .

1- misol.  $7 - 2^2 : 2 - 3$  ni hisoblang.  
 Yechish:  $7 - 2^2 : 2 - 3 = 7 - 8 : 2 + 3 = 7 - 4 + 3 = 3 + 3 = 6$ .

2- misol.  $35 : 7 + 4 \cdot 3^2$  ni hisoblang.  
 Yechish:  $35 : 7 + 4 \cdot 3^2 = 35 : 7 + 4 \cdot 9 = 5 + 36 = 41$ .

3- misol.  $2(13 + 50)$  va  $2 \cdot 13 + 2 \cdot 50$  ni taqqoslang.  
 Yechish:  $2(13 + 50) = 2 \cdot 63 = 126$  va  $2 \cdot 13 + 2 \cdot 50 = 26 + 100 = 126$ . Demak,  $2(13 + 50) = 2 \cdot 13 + 2 \cdot 50$ .

4- misol.  $x = 5$  da  $2 + 3 \cdot x$  ifodaning qiymatini toping.  
 Yechish:  $2 + 3x = 2 + 3 \cdot 5 = 2 + 15 = 17$ .

### Mashqlar

- Ixtiyoriy bir natural son yozing, faqat 2 raqami yordamida dastlab yozilgan natural sondan katta natural son yozing.
- 1 va 2 raqamlari yordamida to'rtta to'rt xonali son yozing va ularni o'sib borishi tartibida joylashtiring.
- Qanday qilib 5 ta 5 raqamidan amallar, qavslar yordamida 100 sonini yozish mumkin?

1. Hisoblang:

- |  |  |  |
|--|--|--|
| 1) $5 \cdot 4^2 = \square$ ;             | 18) $35 + 9 \cdot 5 = \square$ ;         | 35) $9 \cdot 8 - 9 \cdot 7 = \square$ ;  |
| 2) $3 \cdot 2^4 = \square$ ;             | 19) $10 + 8 \cdot 9 = \square$ ;         | 36) $25 - 16 + 8 = \square$ ;            |
| 3) $3 \cdot 5^2 = \square$ ;             | 20) $36 : 6 : 2 = \square$ ;             | 37) $64 : 16 : 2 = \square$ ;            |
| 4) $2 \cdot 3^3 = \square$ ;             | 21) $16 : 4 \times 4 = \square$ ;        | 38) $6^0 + 10^0 = \square$ ;             |
| 5) $17 - 8^0 = \square$ ;                | 22) $10 : 2 \cdot 5 = \square$ ;         | 39) $8 \cdot (9+7) = \square$ ;          |
| 6) $23 - 5^0 = \square$ ;                | 23) $48 : 4 \cdot 2 \cdot 6 = \square$ ; | 40) $10^2 \cdot 2^2 \cdot 3 = \square$ ; |
| 7) $67 + 3^2 = \square$ ;                | 24) $6 \cdot 4 + 20 : 5 = \square$ ;     | 41) $36 : 6 \cdot 2 \cdot 3 = \square$ ; |
| 8) $20 + 2^3 = \square$ ;                | 25) $4 \cdot 3 + 15 : 5 = \square$ ;     | 42) $10^2 \cdot 2^3 \cdot 5 = \square$ ; |
| 9) $9(8-7) = \square$ ;                  | 26) $4+3 \cdot 1^3-7 = \square$ ;        | 43) $8 \cdot 9+8 \cdot 7 = \square$ ;    |
| 10) $7 \cdot 3^2 = \square$ ;            | 27) $25 + 4 \cdot 9 = \square$ ;         | 44) $20 : 4 \times 5 = \square$ ;        |
| 11) $5 \cdot 2^2 = \square$ ;            | 28) $18 : 2 \cdot 9 = \square$ ;         | 45) $8 \cdot (9-7) = \square$ ;          |
| 12) $4 \cdot 6^2 = \square$ ;            | 29) $62-37-5 = \square$ ;                | 46) $7 \cdot (8+9) = \square$ ;          |
| 13) $15-3^0 = \square$ ;                 | 30) $42-39-5 = \square$ ;                | 47) $64:4 \cdot 2 \cdot 5 = \square$ ;   |
| 14) $15+3^2 = \square$ ;                 | 31) $72 : 2 : 2 = \square$ ;             | 48) $5 \cdot 4+20:4 = \square$ ;         |
| 15) $35+4^2 = \square$ ;                 | 32) $81 : 9 : 3 = \square$ ;             | 49) $10^2 \cdot 9^0 \cdot 4 = \square$ ; |
| 16) $2 \cdot 3^4 = \square$ ;            | 33) $8 \cdot 4+30:6 = \square$ ;         | 50) $7 \cdot 8+7 \cdot 9 = \square$ ;    |
| 17) $10^2 \cdot 9^0 \cdot 2 = \square$ ; | 34) $59 + 7 \cdot 8 = \square$ ;         | 51) $27-18+3 = \square$ ;                |

- |  |  |
|--|--|
| 52) $5 \cdot 2+7^2-2 \cdot 8 = \square$ ;    | 65) $45 + 8 \cdot 7+9 \cdot 6 = \square$ ;     |
| 53) $10+5 \cdot 3^2-5 = \square$ ;           | 66) $2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 2^2+4 = \square$ ;  |
| 54) $22 - 19 - 2 = \square$ ;                | 67) $25+6 \cdot 7+1 \cdot 13 = \square$ ;      |
| 55) $31 - 28 - 2 = \square$ ;                | 68) $1 \cdot 10^3 + 1000 = \square$ ;          |
| 56) $9^0 + 12+10^4 = \square$ ;              | 69) $2 \cdot 3 + 3^2-4 \cdot 2 = \square$ ;    |
| 57) $12 + 3 \cdot 2^0-7 = \square$ ;         | 70) $2^2 + 0 \cdot 6 + 8 \cdot 6 = \square$ ;  |
| 58) $7^0 + 8^1 + 10^2 = \square$ ;           | 71) $5 \cdot 10^2+4^2 \cdot 100 = \square$ ;   |
| 59) $5 + 2 \cdot 3^2-9 = \square$ ;          | 72) $10 \cdot 10^2 + 100 = \square$ ;          |
| 60) $8 \cdot 9 - 8 \cdot 7 = \square$ ;      | 73) $54 : 3^2 \cdot 4+3 \cdot 15 = \square$ ;  |
| 61) $5 \cdot 3+6^2-5 \cdot 8 = \square$ ;    | 74) $4 \cdot 10^2 + 3^2 \cdot 100 = \square$ ; |
| 62) $2 \cdot 10^3+1000 = \square$ ;          | 75) $4 + 9 \cdot 7 + 2 \cdot 15 = \square$ ;   |
| 63) $23 + 9 \cdot 8 + 8 \cdot 7 = \square$ ; | 76) $4 \cdot 3^2 + 5 \cdot 2^2+8 = \square$ ;  |
| 64) $10 \cdot 10^3 + 100 = \square$ ;        | 77) $9 \cdot 10^3+5^2 \cdot 1000 = \square$ ;  |

- |   |  |
|---|--|
| 78) $3 \cdot 4^2+2 \cdot 3^2+14 = \square$ ;  | 83) $5^2+8 \cdot 0+7 \cdot 9 = \square$ ;      |
| 79) $4 \cdot 3 + 5^2-3 \cdot 2 = \square$ ;   | 84) $144 : 3^2 \cdot 5+6 \cdot 70 = \square$ ; |
| 80) $8 \cdot 10^2+6^2 \cdot 1000 = \square$ ; | 85) $4^3+7 \cdot 0+8 \cdot 7 = \square$ ;      |
| 81) $3^3+9 \cdot 0+7 \cdot 8 = \square$ ;     | 86) $100-5^2 \cdot 6+8 \cdot 75 = \square$ ;   |
| 82) $5^0+5^3+7^0+10^3 = \square$ ;            | 87) $3 \cdot 4^2+2 \cdot 6^2+3 = \square$ ;    |

- a)  $a = 7$  da,  $9+3a$  ni hisoblang.  $a = 9$  da,  $32-5a$  ni hisoblang.  
b)  $d = 5$  da,  $25-3d$  ni hisoblang.  $c = 3$  da,  $32-5c$  ni hisoblang.  
d)  $x = 3$  da,  $2x^2$  ni hisoblang.  $y = 5$  da,  $3y^2$  ni hisoblang.

### 33-§. TUB VA MURAKKAB SONLAR. BO'LISHNING ASOSIY XOSSALARI

Har qanday sonni o'ziga va 1 ga bo'linishi hech kimga sir emas, bu  $a = a \cdot 1$  dan ham kelib chiqadi.

1 va o'zidan boshqa bo'luvchilarga ega bo'lmagan sonlar soddalar deyiladi. Masalan, 3; 5; 7; 11; 17. Ikkitadan ortiq bo'luvchiga ega bo'lgan sonlar murakkab sonlar deyiladi. Masalan, 6 soni murakkab, chunki 4 ta bo'luvchiga ega, ya'ni 1; 2; 3 va 6. 1 soni yagona bo'luvchi bo'lib, tub ham emas, murakkab ham emas. Bundan foydalanib,

$$\boxed{\text{Natural sonlar}} = \boxed{1 \text{ soni}} + \boxed{\text{tub son}} + \boxed{\text{murakkab son}}$$

qismlarga ajratish mumkin.

Tub sonlar qadimdan matematiklarni qiziqtirib kelgan. Eramizgacha IV asrda yashagan grek olimi Pifagor tub son tushunchasini birinchi bor fanga kiritgan. Lekin eramizgacha III asrda Evklid tub sonlarning cheksizligini isbotlagan.

Natural sonlarning bo'linishi bilan bog'liq bo'lgan masalalar turli-tuman. Ularni yechish uchun hisoblashni osonlashtirishga yordam beruvchi bo'lishning ayrim xossalari bilan tanishib o'tamiz.

**Misol.**  $5 \cdot 1011$  soni 3 ga bo'linadimi?

**Yechish.** 1011 ni 3 ga bo'linishi tushunarli, demak:

$5 \cdot 1011 = 5 \cdot (3 \cdot 371) = 3 \cdot (5 \cdot 371)$ . Ya'ni  $5 \cdot 1011$  soni 3 ga bo'linadi, bo'linma  $5 \cdot 371$ . Bu misoldan quyidagi muhim xulosa kelib chiqadi.

Agar ikkita sondan bittasi biror songa bo'linsa, unda ularning ko'paytmasi shu songa bo'linadi.

$a$  va  $b$  sonlarning birortasi  $c$  ga bo'linsin. Masalan,  $b$  soni  $c$  ga bo'linsin. Unda  $b = n \cdot c$ . Demak:  $a \cdot b = a \cdot n \cdot c = c \cdot (n \cdot a)$ .

12 sonini 6 ga bo'linishi, 6 ni 3 ga bo'linishidan, 12 sonini 3 ga bo'linishi bizga oynadek ravshan. Demak, birinchi son ikkinchi songa, ikkinchi son uchinchi songa bo'linsa, birinchi sonning uchinchi songa bo'linishi kelib chiqadi.

### Mashqlar

1.  $a$  ning qanday qiymatida  $11 \cdot a$  soni tub bo'ladi?
2. Quyidagi sonlardan 2; 3; 5 va 7 ga bo'linadigan sonlarni o'chiring. Xulosa qiling.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

3. 1 va 50 sonlari orasida joylashgan tub sonlarni yozing.
4. Bo'linma 5006 bo'lishi uchun qanday sonni 7 ga qoldiqsiz bo'lish kerak?
5. Qandaydir ikki sonning ko'paytmasi ulardan biriga teng bo'lishi mumkinmi? 2 ta misol keltiring.
6. 4808 dan 4913 gacha bo'lgan sonlarni yozing.
7. 7002; 2700; 2007; 7200; 70200; 7020; 2070 sonlarini o'sib borish tartibida yozing.
8. Hisoblamasdan ko'paytmani berilgan songa bo'linishini asoslang:
 

a) $601 \cdot 12$ ni 3 ga;	e) $75 \cdot 206 \cdot 14$ ni 15 ga;
b) $25 \cdot 1009$ ni 5 ga;	f) $210 \cdot 29$ ni 3 va 29 ga;
d) $1959 \cdot 74$ ni 37 ga;	g) $101 \cdot 80 \cdot 33 \cdot 18$ ni 11, 100 va 9 ga.
9.  $x$  ni shunday tanlangki,
 

a) $3x$ ifoda 10 ga bo'linsin;	d) $8x$ ifoda 6 ga bo'linsin;
b) $12x$ ifoda 7 ga bo'linsin;	e) $11x$ ifoda 14 ga bo'linsin.
10. Markazi  $O$  nuqtada radiusi 2 sm bo'lgan aylana chizing. Chizmada  $OX = 2$  sm,  $OB < 2$  sm,  $OA > 2$  sm bo'ladigan  $X, B, A$  nuqtalarni belgilang. Javobingizni asoslang.

### 34-§. BO'LINISH BILAN BOG'LIQ BO'LGAN SODDA MASALALAR

**1- masala.**  $8989 + 89 \cdot 89 - 178$  soni 89 soniga bo'linadimi?  
**Yechish.**  $8989$  va  $178$  sonlarining  $89$  ga bo'linishi ravshan, unda:  $8989 + 89 \cdot 89 - 178 = 89 \cdot 101 + 89 \cdot 89 - 89 \cdot 2 = 89(101 + 89 - 2)$ , demak  $8989 + 89 \cdot 89 - 178$  soni  $89$  ga bo'linadi. Bundan, agar ikkita son qandaydir bir songa bo'linsa, unda ularning yig'indisi va ayirmasi shu songa bo'linadi.

**2- masala.**  $4010181$  soni 3 ga bo'linadimi?  
**Yechish:**  $4010181 = 4000000 + 10000 + 100 + 80 + 1 = 4 \cdot 1000000 + 1 \cdot 10000 + 1 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 1$  deb yozaylik. Endi nol bilan tugagan sonlarni birning yig'indisi ko'rinishida yozib, qavslar ochiladi:  $4010181 = 4 \cdot (999999 + 1) + (9999 + 1) + (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 1 = 4 \cdot 999999 + 4 + 9999 + 1 + 99 + 1 + 8 \cdot 9 + 8 + 1 = 4 \cdot 999999 + 9999 + 99 + 8 \cdot 9 + (4 + 1 + 1 + 8 + 1)$ .

$999999, 9999, 99$  va  $9$  sonlar 3 ga bo'linadi, demak bo'linishi xossalari ko'ra, birinchi 4 ta qo'shiluvchi 3 ga bo'linadi.  $4 + 1 + 1 + 8 + 1 = 15$  bo'ladi va 3 ga bo'linadi. Demak,  $4010181$  soni 3 ga bo'linadi. Bundan quyidagi muhim xulosa kelib chiqadi. Sonlarning raqamlari yig'indisi 3 ga bo'linsa, bu son albatta 3 ga bo'linadi.  $15 \neq 1 + 5 = 6$ ;  $39 \neq 3 + 9 = 12$ .

**3- masala.**  $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1$ ;  $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 = 2^3 \cdot 3^2$ .

Yechish.	$60 \begin{array}{l} 2 \\ 30 \\ 15 \\ 5 \\ 1 \end{array}$	$72 \begin{array}{l} 2 \\ 36 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$
----------	---	---

$EKUB(60, 72) = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12 = 2^2 \cdot 3$

**4- masala.**  $EKUB(56, 81)$  ni toping.

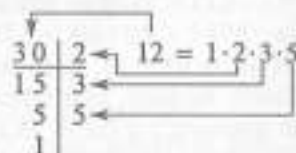
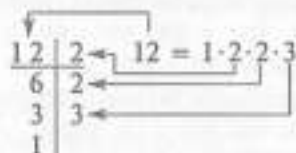
**Yechish.**  $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 7 = 2^3 \cdot 7 \cdot 1$ ;  $81 = 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 \cdot 1$ .

$56 \begin{array}{l} 2 \\ 28 \\ 14 \\ 7 \\ 1 \end{array}$	$81 \begin{array}{l} 3 \\ 27 \\ 9 \\ 3 \\ 1 \end{array}$
---	--

EKUB (56, 81) = 1.

81 va 56 sonlar tub sonlar.

5- masala. 12 va 30 sonlarini EKUKni topaylik.



### Mashqlar

- Bo'linmani  $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $c = 1$ ,  $m = 2$ ,  $n = 5$  da toping.
  - $(12a + 36b) : 3 = \square$ ; e)  $(64 + 8dx) : 8 = \square$ ;
  - $(8mn - 74) : 2 = \square$ ; f)  $(68a - 4b + 36) : 4 = \square$ ;
  - $(70c - 49d) : 7 = \square$ ; g)  $(20xy + 45 - 5k) : 5 = \square$ .
- Tenglamani yeching:
  - $\frac{x}{16} = 3$ ; d)  $(16 \cdot 700) : 70 + \frac{1+x}{2} = 6000 : 50$ ;
  - $\frac{76}{x} = 2$ ; e)  $\frac{2 \cdot (x-5) \cdot 16}{68+74} - 92 \cdot 4 = 500000012 - 49998435$ .
- 1060 va 105 ni ko'paytmasidan 1056 ni ayiring.
- $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ ,  $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$  da  
EKUB( $a, b$ ) = ?  
 $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$ ,  $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$  da  
EKUB( $a, b$ ) = ?  
 $a = 2 \cdot 3 \cdot 7$ ,  $b = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$ ,  $c = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 19$  da  
EKUB ( $a, b, c$ ) = ?  
 $a = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ ,  $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ ,  $c = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 17$  da  
EKUB ( $a, b, c$ ) = ?
- Qanday eng kichik ikki xonali sonni 17 ga bo'lganda qoldiqda 2 hosil bo'ladi?
- Fermer xo'jaligi 2 t limon uzdi. Limonning 544 kg. ni shaharga, qolganlarini 52 ta yashikka teng qilib joylash-tirishdi. Har bir yashikda necha kg limon bor?
- 8900 soni 4010 dan qancha katta?
- Agar:  
 $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ ,  $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$   
bo'lsa, EKUK( $a, b$ ) = ?

$a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$ ,

$b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

bo'lsa, EKUK( $a, b$ ) = ?

$a = 2 \cdot 3 \cdot 7$ ,  $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$ ,

$c = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$

bo'lsa, EKUK( $a, b, c$ ) = ?

$a = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ ,  $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ ,

$c = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 17$

bo'lsa, EKUK( $a, b, c$ ) = ?

- Tomoni 16 sm bo'lgan teng tomonli uchburchakning pe-rimetrini toping.
- O'quvchilar 1245 kg rangli metall yig'ishdi. Birinchi kuni barcha metallning beshdan bir qismini, ikkinchi kuni birinchi kundagidan 3 marta ko'p. O'quvchilar uchunchi kuni qancha rangli metallar yig'ishgan?

### 35- §. O'N ICHIDA QO'SHISH VA AYIRISH AMALLARI BILAN TANISHISHDA DIDAKTIK JARAYONLARNI AMALGA OSHIRISH

*Mashg'ulotning maqsadi:* 10 ichida qo'shish va ayirish amallari bilan tanishish jarayonida didaktik tamoyillarni amalga oshirish xususiyatlari bilan tanishish.

### Reja

- 10 ichida qo'shish va ayirishni o'rganish metodikasi.
  - O'quvchilarning 10 ichida qo'shish va ayirish amallari bilan tanishishlarida ko'rgazmalilik.
  - 10 ichida qo'shish va ayirish amallari bilan tanishishda o'quvchilarning bilimi puxtaligini ta'minlash vositalari.
  - O'quvchilarning faolligiga erishish vositalari.
  - «O'nlik» mavzusi bo'yicha mustaqil ishni tashkil etish.
- Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar. Rejaning 1- bandiga kitob bo'yicha qisqacha og'zaki javob tayyorlang. 2- bandga o'quv materialning tavsifini darslikning betlari bo'yicha tuzing va topshiriqlarni bajaring.

### Topshiriqlar

1. Amaliy mashg'ulotlar uchun daftarga birinchi sinf o'quv-chilari yoza oladigan qo'shish va ayirish jadvallari yozing. Nima uchun har ikki jadval bir vaqtda yod olingan?

2. 3, 4, 5 sonlarining yozilishi va qo'shish hamda ayirish usullarini tushuntiradigan topshiriqlarni yozib oling. Qo'llanilayotgan ko'rgazmalilik turini ayting.

3. Darslik bo'yicha dars bo'lagini ishlab chiqing, unda kitobda keltirilgan metodik ko'rsatmalardan foydalaning.

4. Birinchi sinf matematika kursida qo'shishning o'rin almashtirish xossasining vazifasi nimadan iborat? U qayerda birinchi marta ko'riladi? Bu xossani namoyish etuvchi topshiriqlar «Qo'shiluvchilar o'rini almashtirish» darsidan oldin beriladimi? Asoslang.

5. Darslikda qo'shishning o'rin almashtirish xossasi o'rganilayotgan materialning puxtaligini ta'minlash uchun qo'llaniladigan topshiriqlarni yozib oling.

6. O'quvchilarning fikrlashlarini fuqalashtirib qolmasdan, balki ularning «yig'indi va qo'shiluvchilar orasidagi bog'lanish» mavzusini o'rganishda tayyorlagan topshiriqlar turlarini yozib oling.

7. «Yig'indi va qo'shiluvchilar orasidagi bog'lanish» mavzusini tushuntirishda o'quvchilarning aqliy faoliyatini faollashtiruvchi usullarni o'ylab toping.

8. Darslik bo'yicha dars bo'lagini tuzing. Darsning mavzusi va maqsadini kitobdan aniqlang.

9. «O'nlik» mavzusini o'rganish natijalari nimalardan iborat?

10. «Tenglama» mavzusiga oid darsga mustaqil ish uchun material tanlang.

11. Darslikdan o'quvchilarning mustaqil ishlari uchun mashqlar tanlang.

Agar birinchi sinfda harf sonli ma'lumot masalalar bo'yicha tenglamalar tuzishda noma'lumni belgilash uchun qo'llanilgan bo'lsa, ikkinchi sinfda o'quvchilarda o'zgaruvchi tushunchasi sekin-asta shakllana boradi. Bunda harf o'zgaruvchi sifatida namoyon bo'ladi. Matematik ifodalar ( $a + b$ ,  $c - d$  ko'rinishidagi) va ba'zi umumiy qonuniyatlarni yozishda harflardan foydalanish bilan o'quvchilarni tanishtirishga alohida e'tibor beriladi. Masalan, yig'indining o'rin almashtirish xossalarini o'quvchilar harflar yordamida yoza olishlari lozim. O'quvchilar ifodadagi harflarning turli son qiymatlarida  $a + 2$ ,  $b - 3$ ,  $a + b$ ,  $a - b$  kabi sodda harfiy ifodalarning qiymatlarini topishni o'rganadilar. O'quvchilar harfiy ma'lumotli masalalarni yechish bilan ham birinchi bor tanishadilar. Ifodalarni taqqoslashga oid mashqlarda harflar qo'llaniladi. Masalan, o'quvchilar  $x \cdot 6$  va  $6 \cdot x$  ko'rinishdagi ifodalarni taqqoslashadi. Shu bilan bir

vaqtda, o'quvchilar harfiy ifoda tarkibiga kirgan harflarning turli son qiymatlarida ifodaning qiymatlarini topishni o'rganadilar. Ikki ifodaning teng bo'lgan hollari bilan birga, teng bo'lmagan hollari ham kiritiladi. Bu mashqlar tizimiga har xillik kiritishdan tashqari, o'quvchilar uchun yangi bo'lgan holni tushuntiradi. Bu yangi hol shundan iboratki, harf qiymatlarining qo'yilgan shartni qanoatlantiruvchi biror aniq son qiymati mavjud bo'ladi (masalan,  $a + 3 < 7$  yozuvi to'g'ri bo'ladigan qiymatlarni aniqlab, o'quvchilar o'zlariga ma'lum sonlar sohasida faqat 0, 1, 2, 3 largina berilgan shartlarni qanoatlantirishiga ishonch hosil qiladi).

Ikkinchi sinfda  $3 \cdot x = 18$ ,  $x - 4 = 20$ ,  $x : 2 = 6$ ,  $24 : x = 6$  ko'rinishdagi sodda tenglamalar bilan bir qatorda  $x - 4 = 42 - 6$ ,  $x : 3 = 14 : 2$ , shuningdek,  $(x + 6) - 3 = 20$ ;  $(12 - x) + 8 = 14$ .

#### 36-§. O'N ICHIDA ARIFMETIK AMALLARNI O'RGANISH

*Mashg'ulot maqsadi:* «O'nlik» mavzusi ustida ishlashda foydalana bilish lozim bo'lgan asosiy hisoblash usullarini aniqlash; mavzuni mantiqiy-didaktik tahlil etish o'quv va malakalarini takomillashtirishni davom ettirish.

#### Reja

1. 10 ichida qo'shish va ayirishni o'rganish metodikasi.
2. Birga qo'shish va birni ayirish usullarini tushuntirish uchun nomerlash tamoyillaridan foydalanish.
3. Bo'laklab (bittalab yoki guruhlab) qo'shish va ayirish usullaridan foydalanish.
4. Ayirishning qo'shish va ayirish orasidagi bog'liqlikka asoslangan usullari.

*Jihozlar:* 1- sinf uchun jadvallar, o'quvchilarning individual ko'rgazmali qo'llanmalari, katakli taxtacha.

Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar: rejaning 1-bandiga kitobdan foydalanib, og'zaki javob tayyorlang, topshiriqlarni bajaring.

#### Topshiriqlar

1. Berilgan sonning bevosita orqasidan keladigan sonning hosil bo'lishini qaysi arifmetik amal bilan bog'laydilar? Berilgan

sondan bevosita oldin keladigan sonni hosil qilishni qaysi amal bilan bog'laydilar? «O'nlik» mavzusida bu nomerlash tamoyillari bilan bog'langan barcha mashqlarni yozib oling va ularni kitobdagi rasmlardan farqli rasmlar bilan namoyish eting. Natijalarni jadvalga kiriting.

2. Natural sonlar qatori kesmasi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 bilan birni qo'shish va birni ayirishga doir didaktik o'yinni o'ylab toping.

3. Tangalar bilan didaktik o'yinni o'ylab toping.

4. Birni qo'shish va birni ayirish amallarini tushuntirish uchun qulay bo'lgan masshtabli chizg'ich tayyorlang.

5. «1 ni qo'shish va 1 ni ayirish» mavzusiga oid dars parchasini tuzing.

6. Darslik materiali bo'yicha o'qituvchi o'tkazadigan dars turini aniqlang.

7. Darslikda birinchi o'nlik sonlarining tarkibini namoyish etuvchi topshiriqlarni ajrating va javobni tuzing.

8.  $a + 2$  ko'rinishidagi qo'shish va ayirish usullarini ko'rsating. Darslikning qaysi sahifalarida 2 sonini qo'shish va 2 sonini ayirish amallari mustahkamlanadi.

9. Darslik materiali bo'yicha o'qituvchining o'tkazadigan darsi turini aniqlang.

10.  $a + 3$ ,  $a \pm 4$  ko'rinishidagi qo'shish va ayirish yo'llarini tushuntiring.

11. Topshiriqlar metodikasini tayyorlangan masshtabli chizg'ichdan foydalanib tushuntiring.

12.  $2a = 4$ ,  $4 = 7 + 3$ ,  $7a = 5$ ,  $6 + 3 = a$  ko'rinishidagi topshiriqlarning vazifasini tushuntiring.

13. «Qo'shiluvchilarning o'rmini almashtirish» mavzusiga oid darsga «Zinapoya» didaktik o'yinini o'ylab toping.

14. Yig'indi qo'shiluvchilarning o'rinlarini almashtirish bilan topiladigan misollarni ko'chirib oling.

15. Noma'lum qo'shiluvchini topish bo'yicha yangi materialni tushuntirishda o'z usulingizni o'ylab toping.

16.  $5 + 2 = 7$ ,  $7 = 5 + 2$  ko'rinishidagi topshiriqlarning vazifasini tushuntiring. Bu topshiriqlarning nazariy asosini nima tashkil etadi?

17. Qo'shish va ayirish orasidagi bog'lanishga asosan ayirish usulini tushuntiring.

18. Darslikdagi topshiriqlar bilan ishlash metodikasini ishlab chiqing. Jadvalning har biri bo'yicha xulosa chiqaring.

19. Masala shartining rasm (sxema) ko'rinishidagi qisqa yozuvini bajaring.

20. Nol bilan amallar berilgan barcha misollarni yozib oling. Bunday misollar bilan ishlash metodikasini tushuntiring.

### 37- §. YUZ ICHIDA ARIFMETIK AMALLARNI O'RGANISH

#### BIRINCHI MASHG'ULOT

1. 100 ichida qo'shish va ayirishni o'rganish metodikasi.

*Mashg'ulot maqsadi:* 100 ichida qo'shish va ayirish amallarining nazariy asoslarini aniqlash; «Yuzlik» konsentridagi materialni mantiqiy-didaktik tahlil etish.

#### Reja

1. «Yuzlik» konsentrida qo'shish va ayirish amallarining nazariy asosini tashkil etuvchi jumlar tizimini mantiqiy-didaktik tahlil etish.

2. «Ayirishni tekshirish» mavzusiga oid dars bo'lagini yozish.

*Jihozlar:* I va II sinflar uchun jadvallar, cho'tlar.

Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar: rejaning 1-bandiga kitob bo'yicha og'zaki javob tayyorlang, 1-bandga 1-, 5-topshiriqlarni, 2-bandga 6-topshiriqni bajaring.

#### Topshiriqlar

1. O'nlik sanoq sistemasi asos bo'ladigan 100 ichida qo'shish va ayirishga oid topshiriqlarga misollar keltiring.

2. Darslikdan 100 ichida qo'shish usullarini ushbu sonni yig'indiga qo'shish xossasidan foydalanish bilan tushuntiriladigan topshiriqlarni yozib oling:  $(a + b) + c = d + c$ , bu yerda  $a + b = d$ ,  $(a + b) + c = (a + c) + b$ ,  $(a + b) + c = a + (b + c)$ . Bu topshiriqlarning har biri bilan ishlash metodikasini tushuntiring.

3. 100 ichida ayirish usullarini yig'indidan sonni ayirish xossasidan foydalanish bilan tushuntiriladigan topshiriqlarga misollar keltiring.

4. Yig'indini songa qo'shish, sonidan yig'indini ayirish, yig'indini yig'indiga qo'shish, yig'indidan yig'indini ayirish xossalarning qo'llanilishini 100 ichida qo'shish va ayirish amallari misollarida ko'rnatib. 2—4-topshiriqlarni bajarishda jadval tuzing.

5. Qo'shish va ayirishning xossalardan biri bo'yicha nazorat ishining ikki variantini tuzing.

6. «Ayirishni tekshirish» mavzusi bo'yicha dars konspektini tuzing.

#### IKKINCHI VA UCHINCHI MASHG'ULOTLAR

*Mashg'ulotlar maqsadi:* ko'paytirish jadvallari xulosalari bilan bog'liq materialning davomi bilan tanishish, o'quv materiali va jadvaldan tashqari, ko'paytirish algoritmlarini tuzishning ichki bog'lanishlarini aniqlash malakalarini shakllantirish.

#### Reja

1. 100 ichida ko'paytirish va bo'lishni o'rganish metodikasi.
2. «Yuzlik» konsentrida ko'paytirish va bo'lish mavzusidagi empirik materialni tahlil etish.
3. Ko'paytirish jadvalini keltirib chiqarishda o'quvchilarning izlash faoliyatlarini tashkil etish metodikasi.
4. Jadvaldan tashqari ko'paytirish va bo'lish algoritmlarini tuzishga doir misollar keltiring.
5. «Yuzlik» konsentrida ko'paytirish va bo'lish» mavzusida yangi atamalarining kiritilishi va o'rgatilish metodikasi.

#### Topshiriqlar

1. Darslikda ko'paytirish va bo'lish amallarining ko'rinishlari sifatida qanday empirik materialdan foydalaniladi. Materiallarni jadvallar yordamida bir tizimga keltiring.
2. Ko'paytirish va bo'lish amallariga empirik materialning bir necha misollarini keltiring. Tegishli rasmlarni, o'quvchilar uchun topshiriqlar matnlarini tanlang.
3. Empirik materialdan — «Ko'paytirish» tushunchasiga o'tishda (II sinf o'quvchilari uchun) tushuntirish matnini tuzing va yozing.
4. Darslikda ko'paytirish amali kiritilganidan so'ng qaysi empirik materialdan foydalaniladi?
5. Darslikda «bo'lish» tushunchasini kiritishga bag'ishlangan matnni muammoli o'qitish uchun qayta ishlang.
6. «Ko'paytirish va bo'lish» mavzusining tuzilish sxemasini tuzing.

7. Ko'paytirish va bo'lishning maxsus hollarini yozing. Ulardan isbotlanadiganlarini ajrating. Har bir maxsus holning isbotini tushuntiring.

8. O'quvchilar tomonidan 2 ga ko'paytirish va bo'lish jadvalini o'qituvchi rahbarligidagi izlanish faoliyati asosida «kashf» etilishiga yordam beradigan ko'rgazmalar tayyorlang.

9. O'quvchilarning 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ga ko'paytirish va bo'lish jadvalini «kashf» etishlari bo'yicha izlanish ishlarini tashkil eting.

10. II sinfda jadvaldan tashqari ko'paytirish va bo'lish hollarini tushuntirish uchun qaysi empirik materialdan foydalaniladi?

11. O'quvchilarni jadvaldan tashqari ko'paytirish va bo'lishni og'li o'zlashtirishlariga olib keladigan topshiriqlarni yozib oling.

12. Topshiriq bo'yicha ikki xonali sonni bir xonali songa ko'paytirish algoritmini tuzing.

13. Topshiriq bo'yicha bir xonali sonni ikki xonali songa ko'paytirish jadvalini tuzing.

14. Jadvaldan tashqari, bo'lish masalalarini qarash uchun empirik material bo'lishi mumkin bo'lgan topshiriqlarni tanlang.

15. Ikki xonali sonni bir xonali songa bo'lish algoritmini «kashf» etishda o'quvchilarning izlanish ishlarini tashkil etishni tavsiflang.

16. II sinf o'quvchilari «Ko'paytirish va bo'lish» mavzusini o'rganishlarida tanishadigan barcha matematik atamalarni yozib oling.

17. «Qoldiqli bo'lish» darsining parchasini «bo'linuvchi», «bo'luvchi», «bo'linma», «qoldiq» atamaları bilan ishlash metodikasini ko'rsating.

100 ichida jadval yordamida hamda jadvalsiz ko'paytirish va bo'lishni o'rganish, so'ngra yozma ravishda 1000 ichida nomerlash hamda qo'shish va ayirish algoritmlarini o'rganish ikkinchi sinf matematika dasturining arifmetik o'zagidan iboratdir. 100 ichida ko'paytirish va bo'lishni o'rganishni boshlashdan oldin, bolalarning birinchi sinfda 100 ichida qo'shish va ayirishni o'rganayotganda olgan bilimlari, malakalari va ko'nikmalarini mustahkamlashga oid ish bajariladi. Ilgari o'rganilgan materialni takrorlash bilan bir vaqtda, bir qator yangi materiallar ham kiritiladi: qo'shish va ayirishni tekshirish, yig'indini yig'indiga qo'shish, yig'indidan yig'indini ayirish

qoidalari hamda bu qoidalaridan kelib chiquvchi xossa bo'yicha qo'shish va ayirish qoidalari. Shu vaqtning o'zida ko'paytirish va bo'lishga tayyorgarlik ko'riladi, yangi arifmetik amallarning aniq ma'nosi ochib beriladi.

Ko'paytirish jadvallarini tuzishga qadar, ko'paytirish bilan bo'lish orasidagi bog'lanish ochib beriladi, karrali bo'lish va teng bo'laklarga bo'lish o'rganiladi, ko'paytirish va bo'lish amallari komponentlarining hamda natijalarining nomlari kiritiladi. Bunday tayyorgarlik ishini ko'rish avval bitta ko'paytirish jadvalini tuzish va eslab qolish, so'ngra undan ko'paytuvchilarni almashtirish natijasida hosil bo'lgan misollarni yechishda hamda bo'lishga doir mos misollarni yechishda foydalanish imkonini beradi. Jadvallarni o'rganishda o'quvchilarning umumiy qonuniyatlar haqida ilgari olgan bilimlariga tayanib, o'quvchilarning ko'paytirish jadvallarini to'liq o'zlashtirishlari va bo'lishga tegishli misollarni yechishda zarur tez hisoblash malakalarini egallashlari uchun butun choralarni ko'rish kerak.

Jadvalda ko'paytirish va bo'lishni o'rganishda bu amallarning maxsus hollari ko'rib chiqiladi: birga ko'paytirish va bo'lish, nolni ko'paytirish va nolga ko'paytirish, nolni bo'lish. Jadvalsiz ko'paytirish va bo'lish usullari oldindan yig'indini songa ko'paytirish (bo'lish) va sonni yig'indiga ko'paytirishni o'rganish asosida qaraladi.

Qoldiqli bo'lish ko'paytirish jadvalda bo'lish bilan chambarchas bog'liq bo'lgani uchun uni jadvalda ko'paytirish va bo'lish to'la o'zlashtirib olingandan keyin jadvallar to'la o'zlashtirib olinganiga ishonch hosil qilingandagina qoldiqli bo'lish o'rganiladi. Qoldiqli bo'lishni o'rganishda bolalar bajarilayotgan amallarning mohiyatini, xususan, bo'lingandan keyin qoladigan qoldiq bo'luvchidan kichik bo'lishini tushunib olishlariga asosiy e'tiborni qaratish kerak.

O'qituvchi yangi mavzuni ishlab chiqar ekan, o'quvchilar egallashi kerak bo'lgan uquv va malakalarni oldindan hisobga olishi va shunga mos ravishda o'rgatuvchi, ijodiy va nazorat ishlari tizimini ishlab chiqishi kerak. O'quvchilarning mustaqil ishlari darsning barcha bosqichlarida o'z o'rnini topgan bo'lishi kerak. Yuz ichida ko'paytirish va bo'lishni o'rganishda ushbu bo'limlar kiritilgan: jadvalda ko'paytirish va bo'lish, jadvaldan tashqari ko'paytirish va bo'lish, qoldiqli bo'lish qoidalari to'la o'zlashtirishi lozim.

## 38- §. MING ICHIDA ARIFMETIK

### AMALLAR

*Mashg'ulotning maqsadi:* «Ming ichi» mazmuni va uch xonali sonlarning ko'paytirish hamda bo'lish amallari ustidagi ishlash metodikasi bilan tanishish.

### Reja

1. «Ming» ichida yozma va og'zaki hisoblash.
2. «Uch xonali sonlarni qo'shish» va «Uch xonali sonlarni ayirish» mavzularining strukturasi.
3. Uch xonali sonlarni ko'paytirish va bo'lish amallarini kiritishda muammoli yondashuv misollari.
4. «Uch xonali sonlarni qo'shish va ayirish» mavzusi bo'yicha mustaqil ishning turli usullari.

*Jihozlar:* 2- sinf uchun jadvallar, cho'tlar, sonlar kassasi.

*Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar:* rejaning 1-bandida adabiyot bilan tanishish.

### Topshiriqlar

1. 1000 ichida qo'shish va ayirishning og'zaki amallarining xossalari hamda o'nlik sanoq tizimining xususiyatlaridan foydalanish nuqtayi nazaridan tahlil qiling.
2. Uch xonali sonlarning qo'shish va ayirish yozma amallarining kiritilish ketma-ketligini tahlil eting.
3. Xona birligini qo'shish. Ushbu misolni  $123 + 246 = 369$  ustunlar shaklida yozamiz. Birliklar birliklar ostida, o'nliklar o'nliklar ostida, yuzliklar yuzliklar ostida turadigan qilib yozish; «+» ishorasi qo'yish va chiziqcha tortish.
4. Birliklarni, o'nliklarni keyin yuzliklarni qo'shish.
5. Hosil bo'lgan yig'indini o'qish.
6. «Uch xonali sonlarni qo'shish» va «uch xonali sonlarni ayirish» mavzulari tuzilishida qanday umumiylik bor va bu mavzular nimasi bilan farq qiladi?
7. Qo'shish va ayirish amallarini bunday ketma-ketlikda kiritilishi (2- topshiriq) nega qabul qilingan?
8. Boshqacha ketma-ketlik ham bo'lishi mumkinmi? (Javobingizni misollar bilan asoslang).

9. Yozma qo'shish usullariga o'tishda muammoli vaziyat yaratishni tavsiflang. Topshiriqni bajarishda o'quvchining mulohazalarini ayting.

10. Yozma ayirish usullariga o'tishda muammoli vaziyat yaratishni tavsiflang.

11. Ushbu misollarning yechilishini tushuntirishda o'quvchilarning mulohazalarini aytib bering.

12. Raqamlarni tiklashga doir misollarni yechishda muammoli vaziyat yaratilishini tavsiflang.

13. «Uch xonali sonlarni qo'shish» mavzusi bo'yicha mustaqil ishning to'rt variantini ishlab chiqing.

14. Ikkinchi sinf uchun «1000 ichida qo'shish va ayirish» mavzusi bo'yicha yakuniy nazorat ishining ikki variantini tuzing.

15. Yakuniy nazorat ishini tahlil etish sxemasini ishlab chiqing.

«Minglik» mavzusini o'rganishning asosiy maqsadi, o'quvchilar tomonidan raqamlash hamda yozma qo'shish va ayirish amallari algoritmlarini ongli, puxta o'zlashtirishlariga erishishdan iborat. Bu yerda og'zaki va yozma raqamlashni mukammal va asosli o'rganish mo'ljallanadi. (Bu masalaga ikkinchi sinfda juda ham katta e'tibor beriladi, chunki keyingi yili uchinchi sinfda o'quvchilar birinchi minglik sonlaridan hech qanday qo'shimcha tushuntirishlarsiz, to'g'ridan-to'g'ri ko'p xonali sonlarga o'tadilar). So'ngra 1000 ichida qo'shish va ayirishning og'zaki usullari ko'rib chiqiladi. 4- sinfda esa, asosan, sonni yig'indiga, yig'indini songa qo'shish va sonni yig'indidan, yig'indini sondan ayirish qoidalari asosida olib boriladi. Shundan keyin o'quvchilar qo'shish va ayirishning yozma (ustunli) usullari bilan tanishadilar.

Hisoblash malakalarini hosil qilish uchun zarur bo'lgan mashq qildirish xarakteridagi mashqlardan tashqari, qo'shimcha qator mashqlarni ko'zda tutadi. Ifodalarni taqqoslashdan o'quvchilarning ko'rilayotgan amallarning mazmunini (masalan,  $4 \cdot 3$  va  $4 \cdot 2 + 4$  ko'rinishidagi ifodalarni taqqoslash), o'rganilgan amallarning xossasini (masalan,  $10 \cdot 3 + 6 \cdot 3$  va  $16 \cdot 3$  ko'rinishidagi ifodalarni taqqoslash), amallar orasidagi mavjud bog'lanishlarni (masalan,  $3 + 3 + 3$  va  $3 \cdot 2$  ko'rinishidagi ifodalarni taqqoslash), amallarning maxsus hollarini (masalan,  $13 \cdot 0$  va  $13 + 0$ ;  $15 : 1$  va  $15 \cdot 1$ ;  $7 + 0$  va  $7 - 0$  ko'rinishidagi ifodalarni taqqoslash) chuqurroq o'zlashtirishlari maqsadida foydalaniladi.

Matematika kursini o'rganishga tayyorlash maqsadlarida boshlang'ich kursda kasr to'g'risida ko'rsatmali tasavvur beriladi. Ulush tushunchasi butunning teng bo'laklaridan biri sifatida kiritiladi. Bunda o'quvchilarga tarixiy materiallardan ham ma'lumotlar beriladi.

Dastur «surat», «maxraj» atamalarini kiritishni talab qilmaydi. Ikkinchi sinfda o'quvchilar sonning ulushini va ulushiga ko'ra sonning o'zini topishga doir sodda masalalar yechishni o'rganishlari kerak.

#### 39- §. KO'P XONALI SONLAR USTIDA ARIFMETIK AMALLAR

##### BIRINCHI MASHG'ULOT

*1- mashg'ulotning maqsadi:* «Ko'p xonali sonlar» mavzusi materialining bayoni, asosiy g'oyalari va metodik xususiyatlari bilan tanishish.

##### Reja

1. Ko'p xonali sonlarni qo'shish va ayirishni o'rganish metodikasi.
2. Ko'p xonali sonlarni qo'shish va ayirish mavzusi strukturasi.
3. Yig'indi va ayirmaning komponentlari orasidagi bog'lanishni aks ettiruvchi jadvallar bilan ishlash metodikasini ishlab chiqish.

*Jihozlar:* 2- sinf uchun jadvallar, cho'tlar, abak.

*Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar:* rejaning 1-bandiga kitob bo'yicha og'zaki javob tayyorlang.

##### Topshiriqlar

1. Ko'p xonali sonlarni qo'shish va ayirish algoritmini ifodalang.
2. Ko'p xonali sonlarni qo'shish va ayirish amallarining ketma-ketligini berilgan topshiriqlar yordamida tahlil qiling. Tahlil natijalarini jadvalga yozing.

Misol. Qaralayotgan misol  $4752 + 3246$ . Xonalardan o'tmasdan qo'shish.

3. Yozma qo'shishning o'rin almashtirish va guruhlash xossalardan bir vaqtda foydalanadigan misollarni yozib oling. Bu misollarning vazifalarini ko'rsating.

4. Ismli sonlarni qo'shish va ayirish algoritmi ifodalangan. O'quvchilarni ismli sonlarning qo'shish va ayirish algoritmlarini kashf etishlariga olib keladigan savollar tizimini ishlab chiqing.

5. «Ko'p xonali sonlarni qo'shish va ayirish» mavzusi bo'yicha ko'rsatilayotgan matematik dalillarda ma'lum qonuniyatlarni payqash qobiliyatini rivojlantirishni ko'zda tutuvchi dars bo'lagini ishlab chiqing.

#### IKKINCHI MASHG'ULOT

*2- mashg'ulotning maqsadi:* «Ko'p xonali sonlarni ko'paytirish va bo'lish» mavzusi materialining bayoni, asosiy g'oyalari va metodik xususiyatlari bilan tanishish.

#### Reja

1. Ko'p xonali sonlarni ko'paytirish va bo'lishda og'zaki hamda yozma hisoblash usullarini o'rganish metodikasi.

2. «Ko'p xonali sonlarni ko'paytirish va bo'lish» mavzusini o'rganish ketma-ketligi hamda tushunchalari tizimi.

3. Ko'paytirish va bo'lish komponentlari orasidagi bog'lanishni aks ettiruvchi jadval bilan ishlash metodikasi.

4. Ko'p xonali sonlarni ko'paytirish va bo'lish amallari yozuvini taxt qilish.

#### Topshiriqlar

1. Ko'p xonali sonlarni ko'paytirishni o'rganish ketma-ketligini tahlil eting va jadval tuzing.

2. Natural sonlarning ko'paytirish amali ta'rifi bilan ishlash metodikasini keltirilgan ko'paytirish holini ta'rifga tayanib, boshqacha qanday tushuntirish mumkin?

3. Nega yig'indining songa ko'paytirish xossasiga tayangan holda amalga oshirilganligini tushuntiring.

4. Ko'p xonali sonlarning bo'lish amalini o'rganish ketma-ketligini tahlil eting.

5. Natural sonlarni bo'lish amalining ta'rifi beriladigan topshiriqni ajrating. Uni natural sonlarning qo'shish va ayirish amallari ta'rifi bilan taqqoslang.

6. Ko'paytirish va bo'lish amallarining qiyin hollarini ajrating. Bu holat nega o'quvchilarda qiyinchilik tug'dirishini tushuntiring.

7. Qo'shish va ko'paytirish komponentlari orasidagi bog'lanishni aks ettiruvchi misollar tuzing.

8. Topshiriq bo'yicha jadvalga ko'paytuvchilardan biri, har ikki ko'paytuvchi o'zgarishi bilan ko'paytma qanday o'zgarishini aniqlashga yordam beradigan savollar qo'ying.

9. Misollarni yechish va ularning har birini tekshirishni 3-, 4- sinf o'quvchilari bajarish tartibida bajaring:

$$\begin{array}{ll} 6300 \cdot 1070; & 615 \cdot 209; \\ 508250 : 254; & 390115 : 130. \end{array}$$

10. Mashqning yechilishini tahlil qiling.

11. «Uch xonali songa bo'lish» mavzusi bo'yicha dars konspekti tuzing.

#### 40- §. OG'ZAKI QO'SHISH VA AYIRISH

1000 ichida og'zaki qo'shish va ayirish usullari, ilgari 100 ichida birinchi bosqich amallarni o'rganishda bajarilganidek amalga oshiriladi, yig'indiga sonni qo'shish (yig'indidan sonni ayirish) va songa yig'indini qo'shish (sondan yig'indini ayirish) qoidasiga asoslanib tuziladi.

1000 ichida og'zaki qo'shish va ayirish bir vaqtda o'rganiladi va quyidagi tartibda ko'rib chiqiladi:

1) qo'shish — yig'indiga sonni qo'shish qoidasi, ayirish — yig'indidan sonni ayirish qoidasiga asosan bajariladigan hollar ( $480 + 10$ ,  $480 + 200$ ,  $270 - 40$ ,  $860 - 500$ ,  $300 - 50$ ); 2) qo'shish — songa yig'indini qo'shish, ayirish — sondan yig'indini ayirish qoidasiga asosan bajariladigan hollar ( $500 + 140$ ,  $360 + 220$ ,  $80 + 40$ ,  $280 + 40$ ,  $280 + 140$ ,  $500 - 230$ ,  $670 - 350$ ,  $520 - 50$ ,  $520 - 250$ ). Bir vaqtning o'zida hisoblash usullari bo'yicha o'xshash bo'lgan qo'shish va ayirish hollarini o'rganish o'xshash bo'lgan bu hisoblash usullarini, shuningdek, ular asosida yotgan qoidalarni taqqoslash imkonini beradi. 1000 ichida qo'shish va ayirishga doir ko'rsatilgan qoidalarni tatbiq etish sonni xona yoki qulay qo'shiluvchilar yig'indisi ko'rinishiga keltirishni yaxshi bilishni talab qiladi, shuning uchun amallar ustida ishlash davomida raqamlashga doir tegishli topshiriqlarga og'zaki mashqlarni kiritish zarurdir.

Birinchi bosqichda yig'indiga sonni qo'shish va yig'indidan sonni ayirishga asoslangan usullar qaraladi. Shuning uchun ishni qoidalar va raqamlashni bilishga asoslangan qo'shish va ayirish hollarini takrorlashdan boshlash tabiiydir.  $480 + 10$  va  $480 + 200$  ko'rinishidagi hisoblash usullarni bir vaqtda, bir-biriga taqqoslab ko'rib chiqish foydalidir. Bularni o'quvchilar yig'indiga sonni qo'shish qoidasi va 100 ichida qo'shishning mos hollarini takrorlagandan keyin mustaqil bajarishlari mumkin. O'quvchilar mustaqil ishni bajarganlarida ko'rsatma-qo'llanmalardan (masalan, kvadratlar va tasmalardan) foydalanishlari qulay, chunki bunda misollar yechimining yozuvini bexato yozishga imkon yaratiladi:

$$480 + 10 = (400 + 80) + 10 = 400 + (80 + 10) = 490;$$

$$480 + 200 = (400 + 80) + 200 = (400 + 200) + 80 = 680.$$

O'quvchilar bu usullar nimasi bilan o'xshashligi va nimasi bilan farq qilishini, nima uchun birinchi misolda 80 ga qo'shilganini, ikkinchi misolda esa 400 ga qo'shilganini tushuntirishlari kerak (o'nlarni o'nlarga, yuzlarni yuzlarga qo'shish qulayroq).

Shu darsning o'zida oldingi hollar bilan taqqoslab ayirishga doir quyidagi misollar yechiladi:  $270 - 40$ ,  $860 - 500$ . Darslikda berilgan shunga o'xshash misollar yechimining yoyib ko'rsatilgan shakli, avval o'qituvchi tomonidan ko'rib chiqilishi, so'ngra o'qituvchi rahbarligi ostida ovoz chiqarib tushuntirilishi kerak. Shunday ko'rinishdagi dastlabki misollarning yechimini ovoz chiqarib tushuntirish lozim. O'quvchilar bilimni mustahkamlash uchun shu darsda matnli masalalarni ham tavsiya qilish mumkin. Bu masalalarda yig'indiga sonni qo'shish va yig'indidan sonni ayirish qoidalari tatbiq etiladi. O'quvchilar bu masalalarni yechar ekanlar, yana bir karra yechimning turli usullarini haqiqiy ma'nosiga ishonch hosil qilishlari kerak. Uch xonali sonlardan yaxlit o'nliklar va yuzliklarni ayirishning boshqa usulini qarash mumkin, bu usul birlarni o'nlarga ko'paytirishga hamda o'nlar bilan ifodalangan quyidagi sonlar ustida shunga o'xshash amallarni bajarishga asoslangan. Bunday usullarning qo'llanilishi ikkinchi sinfda og'zaki ko'paytirish va bo'lishni o'rganishga ( $608 = 60$  ta o'n 8, biriga  $630 : 7 = 63$  o'n : 7 biri = va hokazo), shuningdek, III sinfda ko'paytirish va bo'lishni o'rganishga zamin tayyorlaydi.

Keyinroq  $460 + 40$  ko'rinishidagi qo'shish hollari va  $300 - 50$  ko'rinishidagi ayirish hollari qarab chiqiladi. Qo'shishga doir

misollarning yechilishi, aslida, yuqorida ko'rilgan hollarga nisbatan hech qanday yangilik kiritmaydi. Yaxlit yuzliklardan yaxlit o'nliklarni ayirishda ( $300 - 50$ ,  $800 - 20$  va hokazo) kamayuvchi qulay qo'shiluvchilar yig'indisi bilan almashtirilishini o'quvchi esiga tushirish kerak (yuzlarning umumiy sonidan bir yuzni ajratib, shu yuzdan o'nlarni ayiramiz):

$$300 - 50 = (200 + 100) - 50 = 200 + (100 - 50) = 250.$$

Ikkinchi bosqichda  $500 + 140$ ,  $900 - 120$ ,  $260 + 310$ ,  $750 - 430$  ko'rinishidagi qo'shish va ayirish hollari qaraladi, hisoblashlarda songa yig'indini qo'shish va sondan yig'indini ayirish qoidalaridan foydalaniladi. Bu qoidalar o'quvchilarga tanish bo'lgan «Yuzlar» mavzusining boshida ham takrorlanadi, shundan keyin o'quvchilarning o'zlari hisoblash usullarini tushuntirib berib, yo'l-yo'lakay batafsil yozuvlarni bajaradilar:

$$500 + 140 = 500 + (100 + 40) = (500 + 100) + 40 = 640;$$

$$900 - 120 = 900 - (100 + 20) = (900 - 100) - 20 = 780.$$

Bu misollar yechilishining boshqacha usulini ham berish mumkin:  $500 + 140 = 50$  o'n +  $14$  o'n =  $50$  o'n +  $(10$  o'n +  $4$  o'n) =  $60$  o'n +  $4$  o'n =  $64$  o'n =  $640$ ; ( $90$  o'n -  $2$  o'n ayirish ham shunga o'xshash bajariladi).

$260 + 310$ ,  $750 - 430$  hollarda yuqoridagi usullardan tashqari, xonalab qo'shish va ayirish usullaridan foydalaniladi:

$$260 + 310 = (200 + 60) + (300 + 10) = (200 + 300) + (60 + 10) = 570;$$

$$750 - 430 = (700 + 50) - (400 + 30) = (700 - 400) + (50 - 30) = 320.$$

Ko'rinib turibdiki, bu usullar yig'indiga yig'indini qo'shish va yig'indidan yig'indini ayirish qoidalariga tayanadi, shuning uchun bu qoidalarni oldindan takrorlash zarur. Boshqa usullar bilan bir qatorda, xonalab qo'shish va ayirish usullarini amalda qattiq qo'llash bilan ularni «ishchi» usulga aylantirish kerak, chunki bu hisoblash usullari shu qoidalarga asoslangan qo'shish va ayirishning yozma usullarini o'rganishga tayyorgarlik bo'ladi.

Xona birligidan o'tib qo'shish va ayirishga doir misollar yechilganda, ikkinchi qo'shiluvchi yoki ayiriluvchi qulay qo'shiluvchilar yig'indisi ko'rinishiga shunday keltiriladiki, dastlab yaxlit yuzliklar hosil bo'ladi:

$$70 + 50 = 70 + (30 + 20) = (70 + 30) + 20 = 120;$$

$$130 - 60 = 130 - (30 + 30) = (130 - 30) - 30 = 70.$$

Yuqoridagi hollarni qarab chiqish uchun tayyorgarlik ishida mashqlarga e'tibor berish kerak. Bu mashqlar berilgan sonni ko'rsatilgan songacha to'ldirishni, masalan, 80, 60, 50, 20, 10 sonlarni 100 gacha to'ldirishni bilishni, 380, 410, 590, 830 va hokazo sonlarni eng yaqin bo'lgan katta (kichik) xona sonlari bilan almashtirishni shakllantiruvchi bo'lishi kerak. Ular o'quvchilarga yuzdan o'tib qo'shish va ayirish malakasini tezroq o'rganishga yordam beradi.

Og'zaki qo'shish va ayirish  $280 + 160$  hamda  $430 - 280$  ko'rinishidagi qo'shish va ayirishning qiyinroq hollarini yechish bilan tugallanadi. Ularni tushuntirishda songa yig'indini qo'shish (tushuntirishda birinchi qadam) va yig'indiga sonni qo'shish (tushuntirishda ikkinchi qadam) qoidalarini bilish yetarlidir. Bunda qo'shiluvchi sonlardan biri ikki qo'shiluvchi yig'indisi ko'rinishida yoziladi:

$$280 + 160 = 280 + (100 + 60) = (280 + 100) + 60 = 380 + 60 = 440 \text{ (bunda barcha tushuntirishlarni to'la berishga zarurat yo'q, chunki o'quvchilar } 380 + 160 \text{ hol bilan tanish).}$$

Hisoblashlarning yozma usulini tushuntirishga tayyorgarlik sifatida songa uch qo'shiluvchi yig'indisini qo'shish va sondan uch qo'shiluvchi yig'indisini ayirish qoidalariga alohida to'xtash kerak, chunki aytilgan qoidalar ustida ishlash o'quvchilarga yozma qo'shish va ayirishni ongli o'zlashtirishga yordam beradi.

Og'zaki qo'shish va ayirishni o'tishga hammasi bo'lib 7 dars ajratiladi. Oxirgi darsda o'quvchi o'rganilgan materialni qanday o'zlashtirganligini tekshirish ma'qul. Shu maqsadda 20—25 minutli nazorat ishi o'tkazish kerak, unga taxminan quyidagi mashqlarni kiritish mumkin:

1. 6 ta yuz va 4 ta o'ndan; 15 ta o'ndan; 807 ta birdan iborat sonni yozing.

2. 382 (759) sonni shu son xona qo'shiluvchilari yig'indisi ko'rinishida yozing.

3. 401 va 104; 401 va 410 sonlarini taqqoslang.

4. Misollarni yeching:

$620 + 340;$	$570 - 350;$	$360 - 250;$
$900 - 670;$	$700 - 360;$	$430 + 90.$
$280 + 40;$	$990 + 10;$	

1000 ichida raqamlash, qo'shish va ayirishni o'rganish bilan bir vaqtda har doim bunday tuzilgan masalalar ustida ish olib boriladi: birlikka to'g'ri va teskari keltiriladigan masalalar; ikki ko'paytuvchi yig'indisini topishga doir masalalar va unga teskari masala; uchinchi qo'shiluvchini topishga doir masalalar va hokazo.

1000 ichida og'zaki ko'paytirish va bo'lish ushbu hollar bilan chegaralanadi: 1) Yaxlit yuzliklarni bir xonali songa ko'paytirish va bo'lish ( $300 \cdot 2$ ,  $800 : 4$  va sh.o.); 2) yaxlit o'nliklarni bir xonali songa ko'paytirish va bo'lish ( $30 \cdot 8$ ,  $640 : 8$  va sh.o.); 3) yuzlardan va o'nlardan tuzilgan sonni bir xonali songa ko'paytirish va bo'lish ( $130 \cdot 3$ ,  $850 : 5$  va sh.o.).

Birinchi guruh hisoblash usullari quyidagicha tushuntiriladi:

$$300 \cdot 2 = 3 \text{ yuz} \cdot 2 = 6 \text{ yuz} = 600;$$

$$800 : 4 = 8 \text{ yuz} : 4 = 2 \text{ yuz} = 200.$$

Ikkinchi guruh hisoblash misollarini yechish yaxlit o'nliklarni jadvalda ko'paytirish va bo'lishga keltiriladi. Tegishli misollar yechilishini ushbu yozuvlar bilan tushuntirish mumkin:

$640 : 8 = ?;$	$30 \cdot 8 = ?;$
$64 \text{ o'n} : 8 = 8 \text{ o'n};$	$3 \text{ o'n} \cdot 8 = 24 \text{ o'n};$
$8 \text{ o'n} = 80 \text{ bir};$	$24 \text{ o'n} = 240 \text{ bir};$
$640 : 8 = 80;$	$30 \cdot 8 = 240.$

Uchinchi guruh misollarini yechish jadvaldan tashqari ko'paytirish va bo'lishga keltiriladi, bunday ko'paytirish va bo'lish shu guruh yechilishining asosi hisoblanadi:

$$120 \cdot 4 = 12 \text{ o'n} \cdot 4 = 48 \text{ o'n} = 480;$$

$$260 : 2 = 26 \text{ o'n} : 2 = 13 \text{ o'n} = 130.$$

Shu bilan birga, ko'paytuvchini xona qo'shiluvchilariga yoyish usulidan, boshqacha aytganda, yig'indini songa ko'paytirish qoidasidan, shuningdek, bo'linuvchini qulay qo'shiluvchilarga yoyish usulidan, ya'ni yig'indini songa bo'lish qoidasidan foydalanish mumkin:

$$130 \cdot 5 = (100 + 30) \cdot 5 = 100 \cdot 5 + 30 \cdot 5 = 500 + 150 = 650;$$

$$460 : 2 = (400 + 60) : 2 = 400 : 2 + 60 : 2 = 200 + 30 = 230;$$

$$250 : 2 = (240 + 10) : 2 = 240 : 2 + 10 : 2 = 120 + 5 = 125.$$

#### 41- §. YOZMA QO'SHISH VA AYIRISH

Yozma qo'shish va ayirish alohida-alohida, oldin qo'shish, keyin ayirish qarab chiqiladi. Yozma hisoblashlar malakalari takomillashtirilishi kerak, ammo o'quvchilarning istalgan vaqtda, birinchi talabdayoq, yechilishning har bir qadamini, ular asosida qanday nazariy fikrlar yotishini mustaqil holda tushunishi va tushuntirib berishiga erishishga harakat qilamiz.

Shuning uchun qo'shish yoki ayirishning har bir yangi holida o'qituvchi o'quvchilarga ilgari o'rgangan va hisoblashlarni bajarish jarayonida nazariy asos hisoblangan qoidalarni esga soladi. Nazariy asoslarning o'zi bilangina qanoatlanmasdan, har bir holda tatbiq etiladigan usulni maxsus ko'rsatma-qo'llanmalardan foydalanib, o'quvchilarga tushunarli qilib berish kerak. Bularni tushuntirishda har bir o'quvchidagi kvadratlar va tasmlar yig'indisi asosiy vosita bo'ladi. Yozma qo'shish quyidagi tartibda o'rnatiladi:

- 1) birlar yig'indisi va o'nlar yig'indisi 10 dan kichik bo'lgan hol;
- 2) birlar yig'indisi yoki o'nlar yig'indisi (yoki ikkalasi ham) 10 ga teng bo'lgan hol;
- 3) birlar yig'indisi yoki o'nlar yig'indisi (yoki har ikkisi bir vaqtda) 10 dan katta bo'lgan hol. Og'zaki hisoblashdan yozma hisoblashga o'tishga bag'ishlangan birinchi dars quyidagicha o'tkaziladi.

Songa yig'indini qo'shish qoidasi (uch qo'shiluvchi bo'lgan hol) takrorlanadi, bu qoidadan foydalanib,  $26 + (47 + 3 + 20)$  va hokazo ko'rinishdagi tanish misollar yechiladi, so'ngra 231 va 342 sonlari mufassal tushuntirish bilan qo'shiladi. Shundan keyin yozma qo'shish qoidasi kiritilib, uni qo'llashga oid bir qancha misol beriladi. Bir sonni ikkinchisining ostiga to'g'ri yozishning zarurligi ravshan bo'lishi uchun misollar keltiriladi. Bu misollarda qo'shiluvchilardan biri uch xonali, ikkinchisi ikki xonali son bo'lishi kerak. Darslikda berilgan ikki yozuvdan qaysi biri to'g'ri va qaysi biri noto'g'ri ekanligini o'quvchilarning o'zlari bilishlari foydali. O'quvchilar o'z natijalarini hisoblashlar orqali tekshirsinlar (avval yozmalarini, so'ngra og'zakilarini), shunda kiritilgan qoidani yuzaki emas, balki uning ma'nosini tushunib o'zgartirishadi.

Ikkinchi darsda qo'shishning  $425 + 135$ ;  $254 + 446$  ko'rinishdagi yangi hollari kiritiladi. Har bir yangi holni kvadratlar va tasmlar bilan tasvirlash maqsadga muvofiqdir. O'quvchi

yangi misolni mustaqil yechgandan keyin darslikda berilgan javob yoki aqalli biror tayanch raqam bo'yicha o'zini tekshiradi. Uch xonali sonlarni qo'shish (keyinchalik ayirish)ga doir misollar yechganda, topshiriqning ifodalanishiga e'tibor berish kerak: «Misollarni ustun qilib yozib yeching, qiyin bo'lganda sonlarni og'zaki qo'shing». Agar hisoblashlar yetarli darajada oson bo'lsa, uni og'zaki bajarish kerakligini, qiyin hollardagina «ustun» qilib yozishdan foydalanish kerakligini ta'kidlash muhimdir. O'qituvchi o'quvchilarning shu qoidaga amal qilishlarini tekshirib turishi kerak. Amalda bunday yondashish shuni ko'rsatadiki, ayrim o'quvchi 1000 ichidagi deyarli hamma hisoblashlarni og'zaki bajaradi, bu esa uning  $250 + 110$  ko'rinishdagi misollarni yechish hisoblashlarining yozma usulidan foydalaniligidan qulayroq. Keyingi darslarda qo'shishning murakkabroq hollari — o'nliklardan o'tib qo'shish hollari ko'riladi. Bunday misollarni yechishdan oldin 7 ta bir + 8 ta bir, 9.

### Beshinchi bob

## KATTALIKLAR

Bizni o'rab turgan borliqning eng muhim xususiyatlaridan biri uning tinimsiz va turli-tuman o'zgarishidir. Ob-havo, odam yoshi, kishilarning yashash sharoiti, hayvonlar va o'simliklar dunyosi o'zgaradi. Bu jarayonlarni ilmiy asoslash uchun ularning ma'lum xossalarini, masalan, vaqt, massa, tezlikni bilish kerak. Bu xossalar kattaliklardir. Siz ularni matematika, fizika, kimyo, biologiya kurslarida o'rgangansiz.

### 42-§. KATTALIK VA ULARNI O'LCHASH TUSHUNCHASI

Uzunlik, yuza, massa, tezlik, narxlar — kattaliklardir. Ular bilan dastlabki tanishish boshlang'ich maktabda yuz beradi, bunda kattalik son bilan bir qatorda, yetakchi tushuncha bo'ladi. Kattaliklar hodisalarning maxsus xossalaridir. Masalan, buyumlarning oraliqqa ega bo'lish xossasi *uzunlik* deyiladi. Aniq obyektlarning uzunliklari haqida gapirilganda, kattaliklar biror to'plam obyektlarining ayni bir xossasini ifodalaydi. Turli jinsli kattaliklar obyektlarning turli xossalarini ifodalaydi. Masalan, uzunlik va yuza turli jinsli kattaliklardir.

Uzunlik, yuza, massa va boshqa kattaliklar quyidagi xossalarga ega:

1. Har qanday bir jinsli ikki kattalik uchun yo teng, yoki biri ikkinchisidan kichik. Aniqrog'i, bir jinsli kattaliklar uchun «teng», «kichik» va «katta» munosabatlari o'rinli hamda ixtiyoriy va faqat bittasi to'g'ri.

Masalan, to'g'ri burchakli uchburchak gipotenuzasining uzunligi shu uchburchakning istalgan kateti uzunligidan katta, 10 kg olmaning massasi 15 kg tarvuz massasidan kam, to'g'ri to'rtburchakning qarama-qarshi tomonlari uzunliklari teng va hokazo.

2. Bir jinsli kattaliklarni qo'shish mumkin, qo'shish natijasida kattalik bir qiymatli aniqlanadi, u kattaliklarning yig'indisi deyiladi.

3. Kattalik haqiqiy songa ko'paytiriladi, natijada o'sha jinsli kattalik hosil bo'ladi. Har qanday kattalik va har qanday nomanfiy haqiqiy son uchun yagona kattalik mavjud.

4. Bir jinsli kattaliklar ayiriladi, bunda kattaliklar ayirmasi yig'indi orqali aniqlanadi.

5. Bir jinsli kattaliklar bo'linadi, bunda bo'linma kattaliklarni songa ko'paytmasi orqali aniqlanadi.

Kattaliklarni bevosita taqqoslash bilan ularning tengligini yoki teng emasligini aniqlash mumkin. Tekshirishda aniqrog' natijaga ega bo'lish uchun, masalan, bir jism massasi ikkinchi jism massasidan qancha kattaligini bilish uchun kattaliklarni o'lchash zarur. O'lchash berilgan kattalik bilan taqqoslashdan iborat. Taqqoslash jarayoni qaralayotgan kattaliklarning turiga bog'liq. Uzunlik uchun boshqa kattalik, yuza uchun undan boshqa, massa uchun yana boshqa va hokazo. Ammo bu jarayon qanday bo'lishidan qat'iy nazar, o'lchash natijasida kattalik tanlab olingan birlik bo'yicha ma'lum sonli qiymat qabul qiladi.

Agar  $a$  kattalik berilgan va  $e$  kattalik birligi tanlab olingan bo'lsa, u holda  $a$  kattalikni o'lchash natijasida shunday  $x$  haqiqiy son topiladiki, uning uchun  $a = x \cdot e$  bo'ladi. Bu  $x$  sonni  $a$  kattalikning  $e$  kattalik birligidagi sonli qiymati deyiladi.

Har qanday kattalikning biror son bilan shu kattalik birligining ko'paytmasi ko'rinishida yozish mumkin. Masalan, kattalikni songa ko'paytirish kattalikning bir birligidan boshqa birligiga o'tish jarayonini asoslash mumkin. Masalan, bitta sonli qiymat bilan to'la aniqlanadigan kattaliklarga uzunlik, yuza, hajm va massa misol bo'la oladi.

Matematikada skalar kattaliklardan tashqari vektor kattaliklar ham qaraladi. Vektor kattalikni ta'riflash uchun uning son qiymatligini emas, yo'nalishini ham ko'rsatish zarur. Kuch, tezlanish, elektr maydonning kuchlanganligi va boshqalar vektor kattaliklardir.

Biz faqat son qiymati musbat bo'lgan kattaliklarni qarab chiqamiz. Kattaliklarni o'lchash, ularni taqqoslashni sonlarni taqqoslashga, kattaliklar ustida bajariladigan amallarni sonlar ustida bajariladigan mos amallar bilan taqqoslanadi.

1. Agar  $a$  va  $b$  kattaliklar  $e$  kattalik birligida o'Ichangan bo'lsa,  $a$  va  $b$  kattaliklar orasidagi munosabat ularning sonli qiymatlari orasidagi munosabat kabi bo'ladi va aksincha. Masalan, agar ikki jism massasi  $a = 5$  kg,  $b = 3$  kg bo'lsa, u holda  $a$  ning massasi  $b$  ning massasidan katta deyish mumkin, chunki  $5 > 3$ .

2. Agar  $a$  va  $b$  kattaliklar  $e$  kattalik birligida o'Ichangan bo'lsa, u holda yig'indining sonli qiymatini topish uchun  $a$  va  $b$  kattaliklarning sonli qiymatlarini qo'shish kifoya.

Odamlar ilgaridan har xil kattaliklarni o'Ichash, shu bilan birga, iloji boricha aniqroq o'Ichash zarurligini tushunganlar. Aniq o'Ichashlarning asosi bo'lib, kattaliklarning qulay va tushunarli birliklari hamda bu birliklarning aniq tanlangan birliklari xizmat qiladi. O'z navbatida tanlangan birliklarning aniqligi mamlakat fan-texnika va sanoati rivojlanish darajasini aniqlaydi.

Eng qadimgi davr bo'lib, uzunlik birligi kishi tanasining qismlari bilan o'Ichangan davr hisoblanadi. Masalan, bu davrda uzunlik o'Ichov birligi sifatida kaft (bosh barmoqsiz to'rtta barmoq kengligi), tirsak (tirsak uzunligi), fut (oyoq tagi kaftining uzunligi) va boshqalar ishlatilgan.

Kattaliklar birliklari rivojlanishining keyingi davrida bir-biri bilan o'zaro bog'langan birliklar kiritildi. Masalan, Rossiyada uzunlik birligi milya, chaqirim, sarjin 1 chaqirimga teng, 7 chaqirim 1 milyaga teng.

XIV–XVI asrlarda savdo-sotiqning rivojlanishi bilan kattalikni o'Ichashning obyektiv birliklari vujudga kela boshladi. Massa birligi sifatida gramm (boshqoq massasi). Biroq kattaliklar birliklari orasidagi bog'lanish ixtiyoriy bo'lgan. Nafaqat mamlakatlar, balki bitta mamlakat ichidagi turli sohalar ham o'zining uzunlik, yuza, massa birliklariga ega bo'lgan. Ayniqsa, Fransiyada kattalik birliklari turlicha bo'lgan, u yerda har bir feodal o'z hukmronlik doirasida o'zining o'Ichovlariga ega bo'lgan. XVIII asr oxirida, buyuk fransuz inqilobi davrida Fransiyada birliklarning yangi sistemasi — Xalqaro sistema vujudga keldi. Bu sistemada uzunlikning asosiy birligi qilib metr, Parijdan o'tadigan Yer meridiani uzunligining 40 milliondan bir qismi qabul qilindi. Metrdan tashqari ar, tomonining uzunligi 10 m. ga teng bo'lgan kvadratning yuzi; litr qirrasining uzunligi 0,1 m bo'lgan kub hajmiga teng suyuqlik va sachrovchi jismlar hajmi; gramm — bu qirrasining uzunligi 0,01 m bo'lgan kub ichidagi

toza suv massasi kabi birliklar o'rnatildi. Shuningdek, old qo'shimcha yordamida hosil bo'ladigan o'nli karrali va ulushli birliklar: milya ( $10^{-1}$ ), kilo ( $10^3$ ), gekto ( $10^2$ ), deka ( $10^1$ ), desi ( $10^{-1}$ ), santi ( $10^{-2}$ ), milli ( $10^{-3}$ )lar kiritildi.

Massa birligi kilogramm  $40^\circ$  C haroratdagi 1 dm<sup>3</sup> suvning massasi sifatida aniqlangan.

Kattalikning hamma birliklari uzunlik birligi metr bilan yaqindan bog'langani uchun kattaliklarning yangi sistemasi o'Ichovlarning metrik sistemasi nomini oldi.

Tarixda birinchi marta tabiatdan olingan va o'nli sanoq sistemasi bilan uzviy bog'langan namunaga asoslanib yaratilgan izchil sistema tashkil qilingan o'Ichovlar paydo bo'ldi. Ammo tez orada bu sistemaga o'zgartirishlar kiritishga to'g'ri keldi. Bunga meridian uzunligining yetarlicha aniq hisoblanmaganligi sabab bo'ladi, undan tashqari, fan va texnikaning rivojlanishiga qarab, bu kattalikning qiymatiga aniqliklar kiritilishi aniq bo'ldi. Shuning uchun tabiatdan olingan uzunlik birligidan voz kechishga to'g'ri keladi.

Rossiyada o'Ichovlarning metrik sistemasi 1899- yildan boshlab loyihasi mashhur rus olimi D. I. Mendeleev tomonidan ishlab chiqilgan maxsus qonun bilan bir vaqtda qo'llanila boshlandi.

1921- yilda kattaliklarning birlik sistemasini takomillashtirish bo'yicha hamkorlikni mustahkamlash maqsadida o'Ichov va og'irliklarning xalqaro birligi tashkil qilindi.

XX asrda fan va sanoatning gurkirab rivojlanishi shunga olib keldiki, 50- yillarga kelib o'Ichovning metrik sistemasini to'ldiruvchi va rivojlantiruvchi turli xil birliklar sistemasi vujudga keldi. Kattaliklarning yagona sistemasini barpo qilish muammosi tug'ildi. Bu muammoni hal qilishda o'Ichov va og'irliklarning xalqaro qo'mitasi katta ish olib bordi. 1960- yilda o'Ichov va og'irliklarning XI bosh konferensiyasi xalqaro birliklar sistema (SI) ni kiritishi bilan bu muammoni hal qildi.

Birliklarning xalqaro sistemasi (SI) fan, texnika, xalq xo'jaligi va ta'lim berishning hamma sohasi uchun yagona amaliy birliklar sistemasidir. Butun dunyo uchun yagona hisoblangan bunday sistemaga bo'lgan talab yuqori bo'lgani uchun u qisqa vaqt ichida keng xalq ommasi orasida tan olindi va butun dunyoga tarqaldi.

Bu sistemada yettita asosiy birlik (metr, kilogramm, sekund, amper, kelvin, mol va kandela) va 2 ta qo'shimcha birlik (radian va steradian) bor.

Ma'lumki, uzunlik birligi metr va massa birligi kilogramm o'lovlarining metrik sistemasiga ham kirgan.

Metr elektromagnit to'liqining vakuumda (havosiz bo'shliqda) sekundning qismida o'tgan yo'li sifatida qaraladi. Metrning bunday ta'riflanishiga o'lchashlarning aniqligiga bo'lgan talabning ortganligi, shuningdek, tabiatda mavjud bo'lgan va har qanday sharoitda ham o'zgarishsiz qoladigan kattalik birligiga ega bo'lishiga intilishi sabab bo'ldi.

Massa birligi — kilogrammning ta'rifi o'zgarmadi, kilogramm 1889- yilda platina va iridiy aralashmasidan tayyorlangan silindr massasi.

Xalqaro sistemaning uchinchi asosiy birligi vaqt birligi — sekunddir. U metrqa qaraganda ancha ilgari kelib chiqqan.

1960- yilgacha sekundni quyosh sutkasining qismiga teng deb olingan, ya'ni sekund Yerning o'z o'qi atrofida aylanishi bo'yicha ta'riflangan. Bu narsa vaqtning turli birliklari orasidagi odatdagi munosabatlarni saqlash maqsadida qilingan edi. Bunday ta'riflashda bir sutkada 86400 sekund bo'ladi, bu 1440 minut yoki 24 soatni tashkil qiladi.

1960- yilda o'lchov va og'irliklarning bosh konferensiyasi Yerning quyosh atrofida orbita bo'ylab harakatiga asoslanib, vaqtning birligiga o'tish haqida qaror qabul qildi. Sekund yilning qismi sifatida olindi. Bunda o'rtacha quyosh kunlarining o'zgaruvchan ekanligi hisobga olindi va uning aniqligi anchagina orttirildi. Ammo bu ham olimlarni qanoatlantirmadi. 1967- yilda sekundni quyidagicha ta'riflashdi: «Sekund seziiy 133 atomi asosiy holatining ikki o'ta nozik sathlari orasidagi o'tishga mos bo'lgan nurlanish davridan 9192631770 marta katta vaqtga teng».

Umuman, fan va texnikaning rivojlanishi muntazam ravishda kattaliklar birliklarining ta'rifi tuzatishlar kiritib turadi.

Amalda hamma uzunliklarni metr bilan, massalarni kilogramm bilan, vaqtni sekund bilan o'lchash noqulay. Shuning uchun asosiy birliklardan ularga karrali va ulushli bo'lgan yangi birliklar hosil qilinadi. Birliklar asosiy birliklardan  $10$ ,  $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^6$ ,  $10^9$ ,  $10^{15}$ ,  $10^{12}$ ,  $10^{18}$  marta katta, ulushli birliklar asosiy birliklarning  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-6}$ ,  $10^{-9}$ ,  $10^{-12}$ ,  $10^{-15}$ ,  $10^{-18}$  qismiga teng. Birliklarning yangi nomlari «metr», «gramm», «sekund»lardan va old qo'shimchalarini qo'shish yordamida hosil qilinadi: Masalan, kilometr karrali birlik,  $1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$ ,  $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$ ; millimetr ulushli birlik,  $1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m} = 0,001 \text{ m}$ .

Umuman, uzunlik uchun karrali birlik — kilometr (km), ulushli birliklar — santimetr (sm), millimetr (mm), mikrometr (mkm), nanometr (nm); massa uchun karrali birlik — megagramm (mg), ulushli birliklar — gramm (g), milligramm (mg), mikrogramm (mkg); vaqt uchun karrali birlik — kilosekund (ks), ulushli birliklar — millisekund (ms), mikrosekund (mks), nanosekund (ns).

Uzunlik, massa va vaqt orqali aniqlanadigan kattaliklar *hosilaviy kattaliklar* deyiladi.

Ba'zi bir hosilaviy kattaliklarni va ularning birliklarini qarab o'tamiz.

1. Yuzaning birliklari kvadrat metr ( $\text{m}^2$ ), kvadrat kilometr ( $\text{km}^2$ ), kvadrat detsimetr ( $\text{dm}^2$ ).

2. Hajm birliklari kub metr ( $\text{m}^3$ ), kub detsimetr ( $\text{dm}^3$ ), litr (l), gektolitr (gl), millilitr (ml).

3. Tezlik birliklari sekundiga metr (m/s), soatiga kilometr (km/soat), sekundiga santimetr (sm/sek).

Mamlakatimizda qo'llanadigan kattaliklar birliklari, ular nomlari, belgilanishi va qo'llanish qoidalari birliklarning xalqaro sistemasi (SI) tomonidan tayinlanadi. Xususan, massa uchun tonna (t) birligini; vaqt uchun minut (min), soat, sutka, hafta, oy, yil, asr; yuza uchun gektar (ga), temperatura uchun Selsiy gradusi ( $^{\circ} \text{C}$ ) birliklarini qo'llashga ruxsat berilgan.

#### 43- §. JISMNING MASSASI VA VAQTNI O'LCHASH

Massa asosiy fizik kattaliklardan biridir. Jismning massasi tushunchasi og'irlik kuch tushunchasi bilan chambarchas bog'langan. Bu kuch bilan jism yerga tortiladi. Shuning uchun jismning og'irligi jismning o'zigagina bog'liq emas. Masalan, qutbda jism ekvatoridagiga qaraganda 0,5% og'ir. Biroq o'zining bunday o'zgaruvchanligiga qaramay har qanday sharoitda ham ikki jism og'irligining nisbati bir xildir. Jismning og'irligini boshqa jism og'irligi bilan taqqoslab o'lchashda jismning yangi xossasi kelib chiqadi, bu xossa massa deb ataladi.

Faraz qilaylik, richagli tarozining bir pallasiga birorta  $a$  jism, ikkinchi pallasiga  $b$  jism qo'yilgan bo'lsin. Bunda quyidagi hollar bo'lishi mumkin:

1) tarozining ikkinchi pallasida tushib, birinchisi shunday ko'tariladiki, ular baravar bo'lib qoladi; bu holda tarozilar muvozanatda,  $a$  va  $b$  jismlar bir xil massaga ega deyiladi;

2) tarozining ikkinchi pallasini birinchi pallasidan balandligicha qoladi; bu holda  $a$  jismning massasi  $b$  jismning massasidan katta deyiladi;

3) tarozining ikkinchi pallasini tushdi, birinchi pallasini ko'tarildi va ikkinchisidan baland bo'ldi; bu holda  $a$  jismning massasi  $b$  jismning massasidan kichik deyiladi.

Shuni eslatamizki, agar jism ekvatorida richagli tarozida o'lchansa, keyin jism va tarozi toshlari qutbga olib borib o'lchansa, o'sha natijani beradi, chunki jism ham, tarozi toshlari ham o'z og'irligini bir xil o'zgartiradi. Shunday qilib, jismning massasi o'zgar olmaydi, u qayerda bo'lmasin, uning massasi doim bir xil bo'ladi.

Massa musbat kattalik bo'lib, quyidagi xossalarga ega:

1) tarozida bir-birini muvozanatlovchi jismlarning massasi bir xil;

2) jismlar bir-birlari bilan birlashtirilsa, massalari qo'shiladi. Birgalikda olingan bir nechta jismning massasi ular massalarining yig'indisiga teng.

Agar massaga berilgan ta'rifni uzunlik va yuza uchun berilgan ta'riflar bilan taqqoslasak, massa, uzunlik va yuza ega bo'lgan xossalarga ega bo'lishini ko'ramiz.

Massalar tarozilar yordamida bunday o'lchanadi: massasi birlik sifatida qabul qilinadigan  $e$  jism tanlab olinadi. Bu massaning ulushlarini ham olish mumkin, deb faraz qilinadi. Masalan, agar massa birligi uchun kilogramm olinsa, u holda o'lchash jarayonida uning ulushidan, masalan grammdan (g) foydalanish mumkin:  $1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg}$ .

Tarozining bir pallasiga massasi o'lchanayotgan jism qo'yiladi, ikkinchi pallasiga massa birligi qilib olingan jismlar, ya'ni tarozi toshlari qo'yiladi. Bu toshlar tarozi pallaslari muvozanatga kelguncha qo'yiladi. O'lchash natijasida berilgan jismning massasini qabul qilingan birligidagi son qiymati hosil qilinadi. Masalan, agar jismning massasi 5 kg 350 g bo'lsa, 5350 sonini berilgan jism massasining taqribiy qiymati deb qarash kerak (massa birligi — gramm bo'lganda).

Uzunlik uchun ifodalangan hamma da'volar massaning son qiymatlari uchun ham o'rinli, ya'ni massalarni taqqoslash, ular ustida amallar bajarish massalarning son qiymatlarini taqqoslashga va ular ustida amallar bajarishga keltiriladi (massaning bir xil birligidagi).

Massaning asosiy birligi — kilogramm. Bu asosiy birlikdan massaning boshqa birliklari: gramm, tonna va boshqalar hosil bo'ladi.

1- misol. 8 kun 13 soatni soatga aylantiring.

8 kun 13 soat = 24 soat · 8 + 13 soat = 192 + 13 soat = 205 soat.

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 8 \\ \hline 192 \end{array}; \quad \begin{array}{r} + 13 \\ 13 \\ \hline 205 \end{array}$$

2- misol. 18 soat 27 minutni minutda ifodalang.

18 soat 27 minut = 60 min · 18 + 27 minut = 1107 minut.

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 60 \\ \hline 1080 \end{array}; \quad \begin{array}{r} + 27 \\ 27 \\ \hline 1107 \end{array}$$

3- misol. 15 soat 64 minut — 8 soat 35 minut = 6 soat 29 minut.

$$\begin{array}{r} 14 \text{ soat } 64 \text{ minut} \\ - 8 \text{ soat } 35 \text{ minut} \\ \hline 6 \text{ soat } 29 \text{ minut} \end{array}$$

4- misol. 6 soat 11 minut + 43 minut + 8 soat 19 minut =

$$\begin{array}{r} 6 \text{ soat } 11 \text{ minut} \\ + 43 \text{ minut} \\ + 8 \text{ soat } 19 \text{ minut} \\ \hline 14 \text{ soat } 73 \text{ minut} = 15 \text{ soat } 13 \text{ minut} \end{array}$$

Kishilar vaqtni o'lchashda, oy, quyosh va yulduzlardan foydalanganlar. Qadimda kishilar yilni kecha va kunduzni almashish davri deb bilganlar. Vaqtning birinchi o'lchov birligi — yil va sutka paydo bo'lgan.

Vaqt tushunchasi uzunlik va massa tushunchalariga nisbatan ancha murakkabdir. Kuendalik hayotda vaqt bir voqeani ikkinchi voqeadan ajratib turadi. Matematika va fizikadan vaqt skalār kattalik (miqdor) sifatida qaraladi, chunki vaqt oraliqlari uzunlik, yuza, massalar xossalari o'xshash xossalarga ega.

Vaqt oraliqlarini taqqoslash mumkin. Masalan, bir xil yo'lga piyoda velosipedchiga qaraganda ko'proq vaqt sarflaydi.

Vaqt oraliqlarini qo'shish mumkin. Masalan, pedagogika kollejida bitta ma'ruza o'qish uchun ketgan vaqt maktabdagi ikki darsga ketgan vaqtga teng.

Vaqt oraliqlarini ayirish va musbat haqiqiy songa ko'paytirish mumkin.

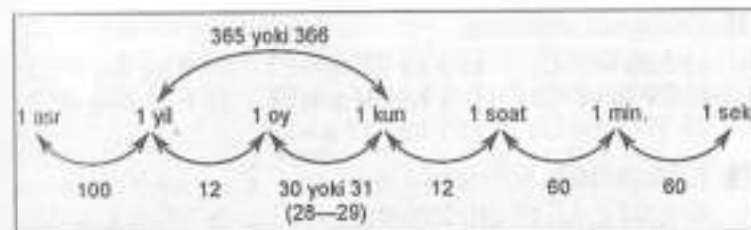
Vaqt oraliqlari o'lchanadi. Ammo vaqtni o'lchash jarayoni uzunlikni o'lchashdan farq qiladi. Uzunlikni o'lchash uchun chizg'ichni bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga surish bilan undan bir necha marta foydalanish mumkin. Birlilik sifatida qabul qilingan vaqt oralig'idan bir martagina foydalanish mumkin. Shuning uchun vaqt birligi muntazam ravishda takrorlanuvchi jarayon bo'lishi kerak. Xalqaro sistemada bunday birlik qilib sekund olingan. Sekund bilan bir qatorda, vaqtning boshqa birliklari: minut, soat, sutka, yil, hafta, oy va asr qo'llaniladi. Yil va sutka birliklari tabiatdan olingan, soat, minut, sekund birliklarini kishilar o'ylab topgan. *Yil Yerning quyosh atrofida aylanish vaqti. Sutka yerning o'z o'qi atrofida aylanish vaqti.* Yil taxminan 366 sutkaga teng. Lekin kishilarning bir yilgi hayoti sutkalarining butun sonlaridan tuzilgan. Shuning uchun, har yilga 6 soatdan qo'shish o'rni, har to'rtinchi yilga butun sutka qo'shiladi. Bu yil 366 kundan iborat.

Bizning eramizgacha 46 yilda Rim imperatori Yuliy Sezar o'sha paytda juda chalkashib ketgan kalendarni tartibga solish maqsadida yillar shunday navbat bilan keladigan yil jadvalini kiritdi. Shu yil jadvaliga asosan yangi yil 1 yanvardan boshlanadi va bir yil 12 oydan iborat. Vavilonlik astronomlar yaratgan vaqt o'lchovlaridan hafta ham saqlanib qolgan.

Oy vaqtning uncha aniq bo'lmagan birligidir, u 31 kundan, 30 kundan, 28 kundan iborat. Ammo bu birlik qadim zamonlardan beri mavjud va u o'zining Yer atrofida aylanishi bilan bog'liq. Oy taxminan 29,5 sutkada Yerni to'la bir marta aylanib chiqadi va bir yilda taxminan 12 marta aylanadi. Mana shu ma'lumotlar qadimgi kalendarni tuzushga asos bo'ldi, ko'p asr davomida mukammallashtirish natijasida hozirgi yil jadvali vujudga keldi.

Biroq kishilar asta-sekin yil jadvali bo'yicha o'lchashlar natijasi quyosh bo'yicha o'lchash natijasi bilan bir xil emasligini tushuna boshladilar. Masalan, 21 mart bahorgi teng kunlik.

Asr 100 yilga teng. Yil 12 oyga teng. Oy 30 va 31 kundan iborat. Hafta 7 kun (fevralda 28 yoki 29 kun). Bir kunda 24 soat. Soatda 60 minut. Bir minut 60 sekundga teng. Yilda 365 kun yoki 366 kun bor.



### Mashqlar

- Yozuvda kerakli sonlarni yozing:
  - Biz \_\_\_\_\_ asrda yashaymiz.
  - Men \_\_\_\_\_ yilda tug'ildim.
  - Men \_\_\_\_\_ yoshda.
  - Hozir \_\_\_\_\_ yil.
  - Hozir soat \_\_\_\_\_ dan \_\_\_\_\_ minut o'tdi.
- Ikki minutda necha sekund bor? 10 minutdachi? Bir soatda necha sekund bor?
- 120 s, 2 kun 7 soat, 100 kun 6 soat necha soatni tashkil etadi?
- Jamila maktabga soat 8 da kelib, soat 12 da ketdi. U maktabda necha soat bo'lgan?
- Hozir soat 9 dan 20 minut o'tdi. 5 soat 35 minutdan so'ng soat necha bo'ladi?
- Bir yilda necha oy bor? 30 va 31 kundan iborat oylar nechta? Fevral oyida necha kun bor?
- M harfi bilan boshlanadigan oylarni ayting.
- Maktabda dars soat nechada boshlanadi? Ta'tillar qaysi oylarda beriladi?
- Qish, bahor, yoz va kuz oylarini yozing.
- 8400 sonini hosil qilish uchun 70 sonini nechaga ko'paytirish kerak?
- 406 sonini hosil qilish uchun qanday sonni 600 ga bo'lish kerak?
- 400 ni hosil qilish uchun 5200 sonini qanday songa bo'lish kerak?
- Poyezd Toshkent bekatidan soat 5 da Termizga borish uchun yo'lga chiqdi va ertasi soat 11 dan 30 daqiqa o'tganda Termiz bekatiga yetib keldi. Poyezd yo'lida qancha vaqt bo'lgan?
- Sotuvchida bitta 500 g va ikkita 200 g lik tarozi toshchalari bor. Toshlar bir kilogramm bo'lishi uchun unga yana qanday tarozi toshi kerak?

15. Grammda ifodalang.

- a) 5 kg = □; e) 3 kg 328 g = □; h) 3 kg 2 g = □;  
 b) 29 kg = □; f) 5 kg 205 g = □; i) 4 kg 20 g = □;  
 d) 243 kg = □; g) 7 kg 313 g = □;

16. Kilogrammda ifodalang:

- a) 5000 g = □; d) 27000 g = □; f) 70000 g = □;  
 b) 50009 g = □; e) 720000 g = □; g) 1000000 g = □.

17. Amallarni bajaring:

a) 
$$\begin{array}{r} + 270548 \\ \underline{9541} \\ \hline \end{array}$$
 d) 
$$\begin{array}{r} - 170230 \\ \underline{57428} \\ \hline \end{array}$$
 f) 
$$\begin{array}{r} - 452603 \\ \underline{38447} \\ \hline \end{array}$$
  
 b) 
$$\begin{array}{r} \times 4600 \\ \underline{4} \\ \hline \end{array}$$
 e) 
$$\begin{array}{r} \times 8600 \\ \underline{20} \\ \hline \end{array}$$
 g) 
$$\begin{array}{r} + 71000 \\ \underline{60} \\ \hline \end{array}$$

- h)  $77 : 7 = \square$ ; j)  $28 : 8 = \square$ ; l)  $32000 : 8000 = \square$ ;  
 i)  $48 : 6 = \square$ ; k)  $82 : 9 = \square$ ; m)  $560000 : 7000 = \square$

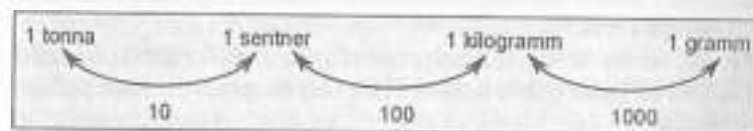


18. Kolbasaning bir bo'lagi 1 kg 250 g, ikkinchisi 450 g ga kam. Ikkala bo'lakda qancha kolbasa bor?

19. Taqqoslang:

14 kg 900 g ... 16500 g; 4 kg ... 999 g; 58 kg ... 85 kg

20. Quyidagi mulohazalar rostmi? Og'ir yuklarni o'lchashda kattaroq hajm birligi – sentner va tonnadan foydalaniladi. 1 s = 100 kg; 1 t = 1000 kg. Massa birliklari orasida quyidagi munosabatlar mavjud:



21. 1 sentnerda necha gramm bor? 1 tonnadachi?

22. Kilogrammda ifodalang:

- a) 4 s = □; d) 5 s 32 kg = □; f) 16 s 9 kg = □;  
 b) 2 t 940 kg = □; e) 23000 g = □; g) 1 t 2000 g = □.

23. Sentnerda ifodalang:

- a) 700 kg = □; d) 1300 kg = □; f) 9000 kg = □;  
 b) 57 t = □; e) 6 t 3 s = □; g) 5 t 300 kg = □.

24. Tonnada ifodalang:

- a) 7000 kg = □; b) 5000 s = □; d) 36000 kg = □.

25. Qovunning og'irligi 8 kg, tarvuzning massasi 4 kg. Quyidagi ifodalarning ma'nosini tushuntiring:

$8 + 4 = \square$ ;  
 $8 \cdot 2 - 4 \cdot 5 = \square$ ;  
 $8 : 4 = \square$ ;  
 $8 \cdot 2 + 4 \cdot 5 = \square$ ;  
 $8 - 4 = \square$ .



26. O'quvchilar uchta maydondan 4 t kartoshka qazidilar. Birinchi maydondan 960 kg, ikkinchisidan esa birinchi maydonga nisbatan 2 marta ko'p kartoshka terdilar. Uchinchi maydondan qancha kartoshka terdilar?

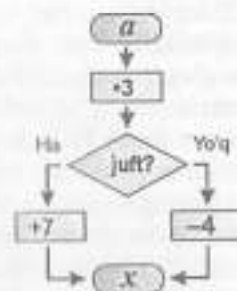
27. Hisoblang:

- a) 5 kg 282 g – 2 kg 805 g;  
 b) 5 t 817 kg + 96 kg + 1 t 600 kg;  
 d) 3 t – 6 s 37 kg;  
 e) 14 kg 29 g + 3 kg 460 g + 8 kg.

28. Tenglamani yeching:

- a)  $x + 618 = 804$ ; d)  $x - 368 = 104$ ; f)  $500 - x = 237$ ;  
 b)  $x \cdot 60 = 360$ ; e)  $x : 9 = 600$ ; g)  $520 : x = 40$ .

29. Sonlarni sxemadan foydalanib toping va kamayib borish tartibida jadvalni to'ldiring:



a	13	14	15	16	17	18	19	20
x								
	R	A	O	X	K	A	T	R


30. a) soatda ifodalang: 3 kun 14 soat; 7 kun 3 soat;  
 b) minutda ifodalang: 4 soat 37 minut; 7 soat 8 minut;  
 d) sekunda ifodalang: 9 minut 6 s.; 5 minut 13 s.;
31. Taqqoslang:  
 a) 1 asr ... 361 yil; e) 1 oy 6 kun ... 26 kun;  
 b) 1 yil ... 360 kun; f) 1 kun 21 soat ... 121 soat;  
 d) 5 minut 3 s ... 42 s; g) 3 soat 5 minut ... 35 minut.
32. O'tkir universitetga soat 7 dan 40 minut o'tganda ketdi va soat 3 dan 15 minut o'tganda qaytdi. U uyda qancha vaqt bo'lmagan?
33. Jasurda 1640 so'm pul bor. U bu pulga nima sotib olishi mumkin?



34. Masalaga hozirjavob bo'ling:  
 Rasul turnikka 16 marta tortildi, ukasi Qahramon esa ikki marta kam? Qahramon necha marta tortildi?  
 Bunyod maktabga 10 minutda boradi, Ismatilla esa 5 minut oldin boradi. Ismatilla maktabga necha minutda boradi?  
 Xurram 5 qop kartoshka qazidi, Ulug'bek esa 3 marta ko'p. Ulug'bek qancha kartoshka qazigan?

#### 44- §. KATTALIKLAR ORASIDAGI BOG'LANISHLAR

Turli qiymatlar qabul qiluvchi kattaliklar tushunchasi bizni o'rab turgan borliqning o'zgaruvchanligining aksidir. Ammo real dunyodagi mumkin bo'lgan hamma o'zgarishlar bir-biriga bog'liqdir. Bu bog'lanishlar kattaliklar orasidagi bog'lanishlarni o'rganish amaliy masalalarni yechish uchun kerak bo'ladi.

To'g'ri chiziqli tekis harakat bilan bog'liq bo'lgan vaqt, tezlik va masofa kattaliklarini qaraymiz. Jismning to'g'ri chiziqli tekis harakati natijasida o'tgan yo'li ( $s$ ) bilan, vaqt ( $t$ ) orasida bog'lanish  $\frac{s}{t}$  formula bilan ifodalanishi mumkin. Agar harakatda tezlik bir xil qiymatlar qabul qilsa, u holda o'tilgan masofaning vaqtga

bog'liqligi to'g'ri proporsional bo'ladi, chunki u  $\frac{s}{t}$  ko'rinishdagi formula bilan ifodalanadi. Bu harakat vaqti necha marta ortsa (kamaysa), o'tilgan masofa shuncha marta ortadi (kamayadi).

To'g'ri chiziqli tekis harakatdagi masofaning vaqtga bog'liqligi chiziqli bo'lishi mumkin, ya'ni  $\frac{s}{t}$  formula bilan ifodalanishi mumkin, bunda vaqt biror berilgan sonlar.

**1- misol.** Sayyohlar bir kunda 18 km, piyoda qolgan yo'lni 45 km/soat tezlikda avtobusda o'tishdi. Agar sayyohlar avtobusda 2 soat; 3 soat; 4 soat yurgan bo'lsa, ular bir kunda qancha yo'l bosgan?

**Y e c h i s h.** Agar sayyohlar avtobusda 2 soat yurgan bo'lishsa, ular bir kunda hammasi bo'lib  $s = 108$  km yo'l bosishgan.

Agar ular avtobusda 3 soat yurgan bo'lishsa, bir kunda hammasi bo'lib 315 km yo'l bosishgan.

Ular 4 soatda 36 km yo'l bosishgan. Ko'rinib turibdiki, vaqt bilan o'tgan masofa orasidagi bog'lanish chiziqli ekan, chunki u  $s_0 + v \cdot t = s$  formula bilan ifodalanishi mumkin, bunda  $s_0 = 18$  km,  $v = 45 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$ .

Agar  $s$ ,  $v$  va  $t$  kattaliklar orasida ikkita kattalik tezlik va vaqt turli qiymatlar qabul qilib, masofa o'zgarmas bo'lsa, u holda tezlik va harakat vaqti orasidagi bog'lanish teskari proporsional bo'ladi, chunki  $k = x \cdot y$  formula bilan ifodalanishi mumkin, bunda  $x$  o'zgaruvchi harakat tezligi,  $y$  o'zgaruvchi harakat vaqti (yoki aksincha),  $K$  o'zgarmas jism o'tish kerak bo'lgan masofa.

Harakat tezligi va vaqti orasidagi teskari proporsional bog'lanish harakat tezligi necha marta ortsa (kamaysa), harakatga sarflangan vaqti shuncha marta kamayadi (ortadi) deb hisoblanadi.

**2- misol.** Ikki shahardan bir-biriga qarab ikki mototsiklchi yo'lga chiqdi. Bir mototsiklchi  $90 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$  tezlik bilan harakatlanib, uchrashguncha 180 km yo'l bosdi. Agar ikkinchi mototsiklchi  $45 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$  tezlik bilan harakatlangan bo'lsa, u uchrashguncha qancha masofani o'tgan?

**Y e c h i s h.** Masalada mototsiklchilar harakati to'g'risida gap bormoqda, u uchta kattalik bilan tavsiflanmoqda: tezlik, vaqt va masofa. Masala shartiga ko'ra, turli qiymatlar qabul qilindi.

Bu kattaliklar (tezlik va masofa) orasidagi bog'lanish  $\frac{s}{v} = t$  formula bilan ifodalanishi mumkin, demak  $s$  va  $v$  kattaliklar teskari proporsionaldir.

Masala ikki usul bilan yechilishi mumkin.

**1-usul.**  $k$  koeffitsiyentni topishga mototsiklchilarning harakat vaqtini topishga keltiriladi. Buni birinchi va ikkinchi mototsiklchining harakat tezligini bilgan holda o'tgan masofani ham topish qiyin emas. Mototsiklchilarning harakat vaqtini topish uchun birinchi mototsiklchi o'tgan masofani harakat tezligiga bo'linadi:  $180 \text{ km} : 90 \frac{\text{km}}{\text{soat}} = 2 \text{ soat}$ . Ikkinchi mototsiklchining tezligini uning harakat vaqtiga ko'paytirib, o'tgan masofa topiladi.

**2-usul.** Ikkinchi mototsiklchining harakat tezligi birinchi mototsiklchining harakat tezligidan necha marta kichikligi topiladi, ya'ni  $90 \frac{\text{km}}{\text{soat}} : 45 \frac{\text{km}}{\text{soat}} = 2 \text{ marta}$ . Demak, ikkinchi mototsiklchi o'tgan masofa ham birinchi mototsiklchi o'tgan masofadan 2 marta kichik ekan:  $180 \text{ km} : 2 = 90 \text{ km}$ .

**3-misol.** Mashinaning tezligi  $60 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$ , velosipedchining tezligi undan 5 marta kichik. Velosipedchi o'z qishlog'idan temir yo'l stansiyasigacha 2 soat yurdi. Bu yo'lni mashinada qancha vaqtda bosib o'tish mumkin?

**Yechish.** Masalada uchta tezlik, vaqt va masofa kattaliklar haqida gapirilmogda. Ularning ikkitasi tezlik va vaqt turli qiymatlar qabul qiladi, uchinchi kattalik masofa o'zgarmas. Tezlik va vaqt orasidagi bog'lanish teskari proporsional, chunki  $u \cdot v = r$  formula bilan ifodalanishi mumkin.

Bu masalani yechishning 1-usuli  $s$  koeffitsiyentni topishga, ya'ni qishloqdan temir yo'l stansiyasigacha bo'lgan masofani topishga keltiriladi. Bu masofani va mashinaning harakat vaqtini ham topish mumkin.

Avval velosipedchining tezligi topiladi:  $60 \frac{\text{km}}{\text{soat}} : 5 = 12 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$ , so'ngra qishloqdan stansiyagacha bo'lgan masofa topiladi va nihoyat, 24 km. ni o'tish uchun sarflangan vaqt topiladi:  $24 \text{ km} : 60 \frac{\text{km}}{\text{soat}} = \frac{2}{5} \text{ soat} = \frac{2}{5} \cdot 60 \text{ minut} = 24 \text{ minut}$ .

**1-masala.** Elmurod «Tiko»da 2 soatda 160 km, Jahon «Damas»da 3 soatda 180 km yo'lni bosib o'tdi. Ulardan qaysi biri yo'lni tezroq bosib o'tgan.

**Yechish.** Jahon Elmurodga nisbatan ko'p vaqt sarfladi, lekin u katta masofani bosib o'tdi. Kimning tezroq yurganini bilish uchun ularning 1 soatda qancha masofani bosib o'tganini bilish kerak bo'ladi:  $160 : 2 = 80$ ,  $180 : 3 = 60$ . Elmurod 1 soatda 80 km, Jahon esa 60 km masofani bosib o'tgan. Demak, Elmurod soatiga 80 km va Jahon soatiga 60 km tezlik bilan yurgan deyiladi.

**2-masala.** Poyezd 360 km yo'lni 3 soatda bosib o'tdi. U qanday tezlik bilan yurgan?

**Yechish.** Poyezdning harakat vaqti 3 soat, bosib o'tilgan yo'l 360 km. Demak, u 1 soatda  $360 : 3 = 120 \text{ km}$  yurgan. Uning tezligi  $120 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$ .

Shunday qilib, tezlikni topish uchun bosib o'tilgan yo'lni shu yo'lni bosib o'tguncha ketgan vaqtga bo'lish kerak bo'ladi.

$c$  — mahsulotning narxi,  $a$  — uning bahosi (tovar birligi — 1 dona, 1 metr, 1 kilogramm, 1 litr va hokazo),  $n$  esa mahsulotning soni bo'lsin. Unda  $c = a \cdot n$  tenglikka narx formulasi deyiladi. Bu formula narx bahosini tovarning soniga ko'paytmasi bilan aniqlanishini bildiradi.

Formuladan  $a = c : n$ ,  $n = c : a$  ni yozish mumkin. Bundan baho narxni tovar soni nisbatiga teng va tovar soni narxni tovar bahosi nisbatiga teng.

Biz yashik, kir yuvadigan sovun, shkaf, gugurt qutusi, kubiklarni bilamiz. Bular to'g'ri burchakli parallelepipedga misol bo'la oladi va bo'yi, eni, balandligi deb nomlanuvchi uchta o'lchovga ega. Uchta o'lchovini bir-biriga ko'paytirsak, uning hajmi kelib chiqadi.

**3-masala.** O'lchovlari 8 sm, 12 sm, 3 sm bo'lgan to'g'ri burchakli parallelepipedning hajmini toping.

**Yechish.**  $8 \cdot 12 \cdot 3 = 288 \text{ (sm}^3\text{)}$ .

### Mashqlar

- Agar:  $a = 6 \text{ sm}$ ,  $a = 30 \text{ m}$ ,  $a = 2 \text{ dm}$ ,  
 $b = 10 \text{ sm}$ ,  $b = 9 \text{ m}$ ,  $b = 50 \text{ sm}$ ,  
 $c = 7 \text{ sm}$ ,  $c = 50 \text{ m}$ ,  $c = 60 \text{ sm bo'lsa}$ ,  
to'g'ri burchakli parallelepipedning hajmini toping.
- Sinf xonasining balandligi 4 m, eni 5 m, uzunligi esa 6 m bo'lsa, xonada necha kub metr havo bor? Pol, ship va devorning yuzi qancha?
- 74894507; 74894500215; 79000021; 912012; 3156653002; 88888 sonlarini o'qing. Bu sonlarni o'sish va kamayish tartibida yozing.
- Sonlarning o'qilishini tekshiring. Xatosini tuzating. 1) Avtobus Toshkent shahridan soat 10 da chiqib, kunduzi soat 3 da Samarqandga keldi. Agar shaharlar orasidagi masofa 250 km bo'lsa, u qanday tezlik bilan harakat qilgan?

- 2) Tomonlari 2 va 3 sm bo'lgan to'g'ri to'rtburchak chizing. Uni tomonlari 1 sm bo'lgan katakchalarga ajrating. To'g'ri to'rtburchakning yuzini qanday birlikda o'lchash mumkin?
5. Elmurod, Sherah, Shuhrat va Nargizalar yozma ishdan «5», «5», «4» va «3» baholar oldilar. Elmurod Shuhratga nisbatan yuqori bahoni, Sherah Nargiza kabi shunday bahoni oldi. Kim uch baho olgan?
6. 9; 0; 4; 8 va 7 raqamlardan eng kichik va eng katta natural son yozing. Hosil bo'lgan sonlarning yig'indisi va ayirmasini toping.
7. Oilada 3 ta opa-singillar bor: Gulchehra, Jamila va Komila. Gulchehra Komiladan katta emas, Jamila Gulchehradan katta emas. Opa-singillardan qaysi biri eng katta? Qaysi biri eng kichik?
8. a) 246 dan katta, lekin 265 dan kichik, oxirgi raqami 5 bo'lgan sonni ayting;  
b) 518 dan katta, lekin 543 dan kichik 7 raqami bilan tugaydigan sonni ayting. Bu masala nechta yechimga ega?
9. 1) Rustam to'g'ri to'rtburchakning perimetri uchun  $2(x \times 20) = 44$  tenglik burchaklar uchun o'rinli deb aytdi. Rustam qanday xato qildi? Javobingizni tushuntiring.  
2) Ilyosda 10000 so'm bor edi. U 300 so'mdan 12 dona daftar, 600 so'mdan 2 dona ruchka va 100 so'mdan 2 dona muzqaymoq sotib oldi. Uning nechta so'm puli qoldi? U qolgan puliga 2500 so'mlik konfet sotib olishi mumkinmi?
10. Yangi o'lchov birligida yozing: 3 km 10 m; 3 km 10 sm; 3 dm 10 mm; 3 m 210 dm; 23 dm 310 sm; 3 t 10 kg; 3 soat 10 minut; 3 kg 10 g.
11. Sotuvchida bitta 500 g va ikkita 200 g. lik tarozi toshchalari bor. Toshlar bir kilogramm bo'lishi uchun unga yana qanday tarozi toshi kerak?
12. Grammda ifodalang:  
a) 5 kg = □; e) 243 kg = □; g) 4 kg 20 g = □;  
b) 29 kg = □; f) 3 kg 2 g = □; h) 3 kg 328 g = □.  
d) 5 kg 205 g = □;
13. Kilogrammda ifodalang:  
a) 5000 g = □; d) 27000 g = □; f) 70000 g = □;  
b) 50009 g = □; e) 720000 g = □; g) 1000000 g = □.

#### 45- §. ASOSIY KATTALIKLARNI O'RGANISH METODIKASI

*Mashg'ulot maqsadi:* boshlang'ich sinflarda o'rganiladigan kattaliklarni har bir sinfdagi asosiy kattaliklarni ajratish bilan tasniflash; asosiy kattaliklarni o'rganish metodikasi; «son», «sonlar ustida amallar» tushunchalarining shakllanish jarayonida kattalik va uning xossalari haqidagi tasavvurlardan foydalanish xususiyatlarini tahlil etish.

#### Reja

1. Kichik yoshdagi maktab o'quvchilarining asosiy kattaliklar va ularni o'lchashni o'rganish metodikasi.
2. Bolalarda massa va sig'im haqidagi tasavvurlarni shakllantirish metodikasi.
3. «Vaqt o'lchovlari» bo'limining mantiqiy-didaktik tahlili.
4. Uzunlik o'lchovlarining kiritish metodikasi va uzunlik o'lchovlari jadvali.

*Jihozlar:* uzunlik, massa, vaqt o'lchovlari jadvali, soat, o'lchov chizg'ichlari, o'lchov tarozisi.

*Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar:* rejaning 1-bandiga kitob bo'yicha og'zaki javob tayyorlang.

#### Topshiriqlar

1. «Kilogramm» mavzusiga oid dars parchasini tuzing.
2. Darslikda kilogramm, massa o'lchov birliklari qo'llanilgan masalalarni yozing. Ulardan nechtasi sodda, nechtasi murakkab masala ekanligini aniqlang.
3. «Litr» mavzusiga oid dars parchasini tuzing.
4. Darslikda «litr» o'lchoviga oid masalalar necha marta uchraydi?
5. Boshlang'ich maktab o'quvchilari massa o'lchov birliklari bilan ishlashda qanday tarozi turlari bilan tanishadilar?
6. 1- sinf darsligida keltirilgan rasm bo'yicha o'quvchilarga beriladigan savollarni tuzing.
7. «Massa o'lchovlari» mavzusini mustahkamlashni ko'zda tutuvchi topshiriqlar tuzing. O'quvchilar mashqlarni bajarayotganlarida qanday mulohaza yuritishlari kerak?

8. Ismli sonlar ustida bajariladigan amallarni tushuntiring: 18 t, 13 t 680 kg, 4 kg 286 g, 13 t 2 kg, 8 t, 5 s.

9. Darslikdan o'quvchilar vaqt o'lchovlari bilan bog'liq masalalarni tanlang. Ular orasidan bilvosita shakldagi masalalarni ajrating.

10. II va IV sinf o'quvchilari vaqt o'lchovlarini o'rganayotganlarida tanishadigan tushunchalarni ajrating.

11. O'qituvchi vaqt o'lchovlarini kiritishda qaysi metodik usullardan foydalanadi?

12. Darslikda «Vaqt o'lchovlari» mavzusida dasturlashtirish elementlarini o'z ichiga olgan topshiriqlarni aniqlang.

13. III—IV sinflarda vaqt o'lchovlari jadvali mustahkamlanadigan topshiriqlar turlarini ayting.

14. Mashqlarga oid rasmlarning vazifasini aniqlang. 2-sinf va 4-sinf o'quvchilari vaqt o'lchovini ifodalaydigan ismli sonlarni qo'shish va ayirishda qanday xatoliklarga yo'l qo'yishlari mumkin? Ularni qanday tuzatish mumkin?

15. Og'irlik va uzunlik o'lchov birliklari tizimini ishlab chiqing.

16. Uzunlik o'lchovlari bilan ifodalanadigan ismli sonlar ustida amallarning yozilishiga misollar keltiring.

17. Masala uchun shartni rasm yoki chizma yordamida tasvirlang. Yechilishini tushuntiring.

18. O'lchov birliklarini ifodalovchi dars parchasini yozing.

#### 46-§. KESMA UZUNLIGI VA UNI O'LCHASH

Kesma uzunligi deb, har bir kesma uchun quyidagicha aniqlangan musbat kattalikka aytiladi:

- 1) teng kesmalar teng uzunlikka ega;
- 2) agar kesma chekli sondagi kesmalardan iborat bo'lsa, uning uzunligi bu kesma uzunliklarining yig'indisiga teng bo'ladi.

Kesmalar to'plamidan birorta  $e$  kesma tanlab olinadi va u uzunlik birligi uchun qabul qilinadi.

$a$  kesmada uning oxirlaridan biridan birin-ketin  $e$  ga teng kesmalar qo'yiladi. Agar  $e$  ga teng kesmalar  $n$  marta qo'yilgan bo'lsa va oxirgisining uchi kesma uchi bilan ustma-ust tushsa,  $a$  kesma uzunligining qiymati  $n$  natural songa teng deyiladi va  $a = ne$  deb yoziladi. Agar  $e$  ga teng kesmalar  $n$  marta qo'yilgan bo'lib va yana  $e$  kesmadan kichik kesma ortib qolgan bo'lsa, bu

kesmaga  $e_1 = \frac{1}{10}e$  ga teng kesmalar qo'yiladi. Agar ular roppa-rosi  $n$  marta qo'yilgan bo'lsa,  $a = n$  bo'ladi va  $a$  kesma uzunligining qiymati chekli o'nli kasr bo'ladi. Agar  $e_1$  kesma  $n_1$  marta qo'yilib, yana  $e_1$  dan kichik kesma ortib qolsa, unga  $e_2 = \frac{1}{100}e$  ga teng kesmalar qo'yiladi. Agar bu jarayonni cheksiz marta davom ettirsak,  $a$  kesma uzunligining qiymati cheksiz o'nli kasr bo'ladi.

Shunday qilib, tanlab olingan birlikda har qanday kesmaning uzunligi musbat haqiqiy son bilan ifodalanadi.

Teskarisi ham o'rinni: agar musbat haqiqiy son berilgan bo'lsa, uning taqribiy qiymatini ma'lum aniqlikda olib va bu son yozuvidagi yasashlarni bajarsak, uzunligining son qiymati  $n, n_1, n_2, \dots$  kasr bo'lgan kesma hosil qilamiz.

Shunday qilib, kesmalar uzunliklarining asosiy xossalardan birini isbotladik.

1. Tanlab olingan uzunlik birligida har qanday kesmaning uzunligi musbat haqiqiy son bilan ifodalanadi va har bir musbat haqiqiy son uchun uzunligi shu son ifodalangan kesma mavjud.

Shuni eslatamizki, o'lchash natijasida cheksiz o'nli kasr hosil bo'lgan hollarda, har qancha aniq bo'lishi mumkin bo'lsa-da, bir-bir kesma uzunligining qiymati taqribiy bo'ladi va uni oddiy kasr ko'rinishida yozish mumkin. Kesmalar uzunliklarining ma'lum bo'lgan yana qator xossalari isbot qilinadi.

2. Agar ikkita kesma teng bo'lsa (uzunliklarining son qiymatlari teng bo'lsa), kesmalarining o'zlari ham teng bo'ladi:

$$a = b \Leftrightarrow m_e(a) = m_e(b).$$

Haqiqatan, agar kesmalar teng bo'lsa, ular uzunliklarini o'lchashda  $e$  ga teng birlik kesmani qo'yamiz, demak teng kesmalar uzunliklarining qiymati bir xil bo'ladi.

Aksincha, agar ikkita kesma uzunliklarining son qiymatlari teng bo'lsa, ular kesmalarining yasash jarayonini tavsiflaydi.

3. Agar berilgan kesma bir nechta kesmalarining yig'indisidan iborat bo'lsa, uning son qiymati kesmalar uzunliklari son qiymatlarining yig'indisiga teng bo'ladi va aksincha, agar kesma uzunligining son qiymati bir nechta kesma uzunliklarining son qiymatlari yig'indisiga teng bo'lsa, kesmaning o'zi bu kesmalar yig'indisiga teng bo'ladi:

$$c = a + b \Leftrightarrow m_e(c) = m_e(a) + m_e(b).$$

$a$  va  $b$  kesmalar uzunliklari,  $\frac{p}{n}$  va  $\frac{q}{n}$  ularning son qiymatlari, ya'ni  $a = \frac{p}{n}e$ ,  $b = \frac{q}{n}e$  bo'lsin,  $a + b$  yig'indining qiymatini hosil qilish uchun  $\frac{1}{n}e$  ga teng  $p + q$  ta kesma qo'yiladi, keyin esa shunday kesmalardan  $n$  q tasi qo'yiladi. Natijada berilgan kesmalar yig'indisining uzunligi  $\frac{p}{n} + \frac{q}{n}$  son bilan ifodalanishi topiladi:

$$a + b = \frac{p}{n}e + \frac{q}{n}e + \left(\frac{p}{n} + \frac{q}{n}\right)e.$$

Aksincha,  $\frac{p}{n} + \frac{q}{n}$  yig'indi  $\frac{1}{n}e$  kesmani  $p + q$  marta qo'yishini bildiradi, ya'ni  $(p + q)\frac{1}{n}e = \frac{p}{n}e + \frac{q}{n}e = a + b$  kesmani hosil qilamiz. Demak, agar kesmalar uzunliklarining son qiymatlari qo'shilsa, ularga mos kesmalar ham qo'shilar ekan.

4. Agar  $a$  va  $b$  kesmalar uzunliklari  $b = xa$  munosabatni qanoatlantirsa (bunda  $x$  — musbat haqiqiy son va  $a$  kesma  $e$  birlikda o'lchangan),  $b$  kesma uzunligining son qiymatini  $e$  birlikda topish uchun  $x$  sonni  $e$  birlikda o'lchangan  $a$  kesmaning son qiymatiga ko'paytirish yetarli.

$$b = xa \Leftrightarrow x m_p(a) = m_p(b).$$

$b = xa$  va  $a = \frac{p}{n}e$  bo'lsin. U holda  $b = x\frac{p}{n}e = \left(x\frac{p}{n}\right)e$ , ya'ni  $x m_p(a) = m_p(b)$ .

$x\frac{p}{n}$  ko'paytma  $e$  kesmani  $x\frac{p}{n}$  marta qo'yish kerakligini bildiradi, ya'ni:

$$\left(x\frac{p}{n}\right)e = x\frac{p}{n}e = xa = b.$$

5. Uzunlik birligini almashtirganda yangi uzunlik birligi eski uzunlik birligidan necha marta kichik (katta) bo'lsa, uzunlikning son qiymati shuncha marta ortadi (kamayadi).

Ikkita uzunlik birligi  $e$  va  $e_1$  mavjud bo'lsin va  $e_1 = ke$ , ya'ni yangi uzunlik birligi eskisidan  $k$  marta katta bo'lsin. Agar  $a$  kesma uzunligi  $e$  birlikda  $\frac{p}{n}$  qiymatga ega bo'lsa, ya'ni  $a = \frac{p}{n}e$  bo'lsa, shu  $a$  kesma uzunligining  $e_1$  birlikdagi son qiymati  $k$  marta kamayadi:

$$a = \frac{p}{n}e = \frac{p}{n \cdot k}e_1.$$

Kesmalar uzunliklarining isbotlangan xossalari bilan yana quyidagilar kelib chiqadi:

1.  $a > b \Leftrightarrow m_p(a) > m_p(b)$ .
2.  $x = a : b \Leftrightarrow x = m_p(a) : m_p(b)$ .
3.  $c = a - b \Leftrightarrow m_p(c) = m_p(a) - m_p(b)$ .

Bu xossalar ikki kesmani taqqoslashni va ular ustida bajariladigan bu kesmalar uzunliklarining mos son qiymatlarini taqqoslashga va ular ustida amallar bajarishga keltirishga imkon beradi. Masalan,  $12 \text{ m} < 12,3 \text{ m}$ , chunki  $12 < 12,3$ ;  $7,8 \text{ sm} + 3,2 \text{ sm} = (7,8 + 3,2) \text{ sm} = 11 \text{ sm}$ ;  $17 \times 3 \text{ dm} = (17 \times 3) \text{ dm} = 51 \text{ dm}$ .

Boshlang'ich matematika kursida kesmalar uzunliklari o'lchanadi, berilgan uzunlikdagi kesmalar yasaladi, kesmalar uzunliklari taqqoslanadi, ular ustida amallar bajariladi.

Kesmalar uzunliklarini taqqoslashda uzunliklarni qo'shishda, ayirishda va boshqa amallar bajarishda bayon qilingan nazariy qonun o'zgarmas holda qo'llaniladi.

**Misol.** Birining uzunligi 6 sm, ikkinchisi undan 2 marta uzun bo'lgan ikkita kesma chizing. Ikkinchi kesma uzunligi nimaga teng?

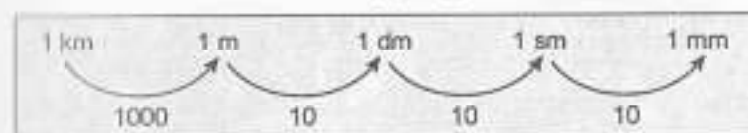
**Yechish.** 1-usul. Uzunligi 6 sm bo'lgan kesma chiziladi so'ngra  $OA$  nurda uzunligi 6 sm bo'lgan ikkita kesma birin-ketin qo'yiladi. Hosil bo'lgan  $OA$  kesma izlanayotgan kesma bo'ladi, uning uzunligi  $2 \times 6 \text{ sm} = (2 \times 6) \text{ sm} = 12 \text{ sm}$  ga teng.

2-usul. Ikkinchi kesma uzunligi topiladi:  $2 \times 6 \text{ sm} = (2 \times 6) \text{ sm} = 12 \text{ sm}$ . So'ngra birining uzunligi 6 sm, ikkinchisining uzunligi 12 sm bo'lgan ikkita kesma yasaladi.

«12 sm uzunlikdagi kesmani teng ikkiga bo'ls», — degan topshiriq uzunlikni natural songa bo'lishni nazoratda tutamiz. Biz bunday amalni ko'rsatmadik, chunki uzunlikni natural son  $n$  ga bo'lish uni  $1 : n$  kasrga ko'paytirish bilan bir xil. Shuning uchun  $12 \text{ sm}$  ni ikkiga bo'lish  $12 \text{ sm}$  ni  $\frac{1}{2}$  ga ko'paytirish bilan bir xil:  $\frac{1}{2} \cdot 12 \text{ sm} = \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right) \text{ sm} = (12 : 2) \text{ sm}$ .

Umuman, uzunlikni natural songa bo'lish uzunlikning son qiymatini berilgan natural songa bo'lishga keltiriladi.

Uzunlik birliklari orasida quyidagi munosabat mavjud:



### Mashqlar

1. a) 1 kilometrda necha detsimetr, santimetr, millimetr bor?  
 b) 1 metrda necha detsimetr, santimetr, millimetr bor?  
 d) 1 santimetrda necha millimetr bor?

2. Santimetrda ifodalang:

- a) 7 km = □;                      g) 4 dm 3 sm = □;  
 b) 5 m = □;                      h) 7 m 12 sm = □;  
 d) 240 mm = □;                  i) 3m 5 sm = □;  
 e) 3 m 5 dm = □;                j) 15000 mm = □;  
 f) 12 m 8 dm 3 sm = □;

3. Millimetrda ifodalang:

- a) 2 sm 9 mm = □;              e) 24 sm = □;  
 b) 7 dm 3 mm = □;              f) 3 dm 5 sm 6 mm = □;  
 d) 9 m 82 sm = □;              g) 2 m 3 dm 5 mm = □

4. Metrda ifodalang:

- a) 2 m 500 m = □;              e) 380 dm = □;  
 b) 2 km 4 m = □;                f) 26000 sm = □;  
 d) 5 km 18 m = □;                g) 11 km 55 m = □

5. Amallarni bajaring:

- a) 6 m 92 sm + 5 dm 7 sm;      d) 8 m 2 dm - 40 dm 3 sm;  
 b) 9 m 6 dm 3 sm - 5 m 8 sm;    e) 35 dm - 2 m 36 sm.

6. Masalani o'qing. Uni yechish mumkinmi? Nega? Javobingizni tushuntiring?

Akbar 4 dona konfet sotib oldi. U qancha to'ladi?  
 65 m gazlamadan nechta ko'ylak tikish mumkin?  
 Shuhrat 14 yoshda, Sherati 16 yoshda. Sherati Shuhratdan qancha baland?

7. Amallarni bajaring:

- a)  $\begin{array}{r} + 795079 \\ \underline{83813} \end{array}$ ;                      d)  $\begin{array}{r} + 640316 \\ \underline{381625} \end{array}$ ;                      f)  $\begin{array}{r} 303844 \\ + 82176 \\ \underline{714305} \end{array}$   
 b)  $\begin{array}{r} \times 6800 \\ \underline{7} \end{array}$ ;                              e)  $\begin{array}{r} \times 7800 \\ \underline{60} \end{array}$ ;                              g)  $\begin{array}{r} + 94000 \\ \underline{200} \end{array}$

### 47- §. FIGURANING YUZI VA UNI O'LCHASH

Biz xonaning yuzi, uchastkaning yuzi, bo'yash kerak bo'lgan sirt yuzi va boshqalar haqida aniq tasavvurga egamiz. Shuningdek, agar yer uchastkalari bir xil bo'lsa, ularning yuzalari tengligini bilamiz.

Figuraning yuzi deb, har bir figura uchun quyidagicha aniqlangan nomanfiy kattalikka aytiladi:

- 1) teng figuralar teng yuzlarga ega;  
 2) agar figura chekli sondagi figuralardan tuzilgan bo'lsa, uning yuzi bu figuralar yuzlarining yig'indisiga teng bo'ladi.

Agar bu ta'rifni kesma uzunligining ta'rifi bilan taqqoslasak, yuza ham uzunlik tavsiflangan xossalalar bilan tavsiflanganini, biroq ular turli to'plamlarda: uzunlik-kesmalar to'plamida, yuza yassi figuralar to'plamida berilganini ko'ramiz.

$F$  figuraning yuzini  $S$  bilan belgilashni shartlashib olamiz.

Odatda, yuza birligi uchun tomoni  $e$  kesmaga teng bo'lgan kvadrat yuzi olinadi. Tomoni  $e$  bo'lgan kvadratning yuzini  $e^2$  bilan belgilaymiz.

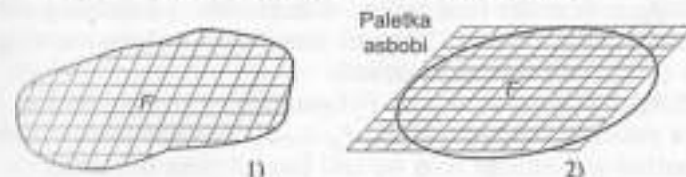
Masalan, birlik kvadrat tomonining uzunligi  $m$  bo'lsa, uning yuzi  $m^2$  bo'ladi.

Yuzani o'lchash berilgan figura yuzini birlik kvadrat yuzi  $e^2$  bilan taqqoslashdan iborat. Bu taqqoslashning natijasi  $S = xe^2$  ni qanoatlantiruvchi  $x$  sonidan iborat.  $x$  son tanlab olingan birlikda yuzaning son qiymati deyiladi.

Bevosita aniqlanadigan usullardan biri yuzani paletka asbobi yordamida o'lchashdir. (Paletka asbobi kvadratchalardan iborat soha.)

Yuza o'lchanayotgan  $F$  figura ustiga tomoni  $e$  bo'lgan kvadratlarni to'ri qo'yilgan bo'lsin. U holda bu figuraga nisbatan kvadratlarning ikki turini ko'rsatish mumkin:

- 1) butunlay  $F$  figura ichida yotadigan kvadratlar;  
 2) bir qismi  $F$  figura ichida, bir qismi uning tashqarisida yotadigan va figura konturi o'tadigan kvadratlar.



Birinchi tur kvadratlar  $m$  ta, ikkinchi tur kvadratlar  $n$  ta bo'lsin. U holda, ravshanki,  $F$  figuraning yuzi  $me^2 < S < (m+n)e^2$  shartni qanoatlantiradi.  $m$  va  $m+n$  sonlar o'lchanayotgan yuzaning taqribiy son qiymatlari bo'ladi:  $m$  — kami bilan olingan,  $n+m$  ortig'i bilan olingan taqribiy qiymati.

Ko'rib turibmizki, bunday paletka yordamida  $F$  figuraning yuzini katta aniqlikda o'lchay olmas ekanmiz. Aniqroq natija olish uchun paletka kvadratlarini maydaroq qilish kerak, buning uchun dastlabki kvadratlarini maydaroq kvadratlariga bo'lish kerak.

Masalan, tomoni  $e_1 = \frac{1}{10} e$  bo'lgan kvadratlar to'rini yasash mumkin. Natijada  $f$  figura yuzining kattaroq aniqlikdagi boshqa taqribiy qiymati hosil qilinadi.

Bu jarayonni davom ettirish mumkin.

O'lchashning kami bilan olingan har qanday taqribiy qiymatidan katta va ortig'i bilan olingan har qanday taqribiy qiymatidan kichik bo'lgan hamda o'lchanayotgan yuzaning aniq son qiymati bo'la oladigan aniq son mavjudmi?

Matematikada yuzaning tanlab olingan birligida har qanday yuza uchun bunday sonning mavjudligi va uning yagonaligi, yuza ta'rifida ko'rsatilgan 1 va 2 xossalarni qanoatlantirishi isbotlangan.

Figuralarning yuzini paletka yordamida o'lchash usuli qo'llanilishida chegaralangan uzundan-uzoq ishdur, shuning uchun uncha katta bo'lmagan figuralarning yuzigina paletka yordamida topiladi. Shu sababli matematikada paletkaning paydo bo'lishi bilan birga, figuraga tegishli bo'lgan tomonlar, balandliklar va boshqa kesmalarni o'lchash bilan yuzani topishning boshqa vositali yo'llari qidirila boshlandi. Masalan, to'g'ri to'rtburchak yuzining son qiymatini topish uchun tomonlari uzunliklarining son qiymatlari ko'paytiriladi.

Bu yuza ta'rifi va uni o'lchash mohiyatidan yuzalarni taqqoslashning va ular ustida amallar bajarishning ma'lum qoidalari kelib chiqadi. Ularning ba'zilarini ko'rib chiqamiz.

1. Agar figuralar teng bo'lsa, u holda ular yuzlarining son qiymatlari teng bo'ladi. Yuzalari teng bo'lgan figuralar, teng yuzli (tengdosh) figuralar deyiladi.

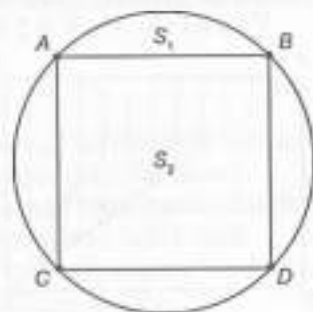
2. Agar  $F$  figura  $F_1, F_2, \dots, F_n$  figuralardan tuzilgan bo'lsa,  $F$  figura yuzining son qiymati  $F_1, F_2, \dots, F_n$  figuralar yuzalari son qiymatlari yig'indisiga teng bo'ladi (bir xil yuza birligida).

3. Yuza birligini almashtirgan yangi birlik eski birlikdan qancha kichik (katta) bo'lsa, yuzaning son qiymati shuncha marta ortadi (kamayadi).

**1- misol.**  $5 \text{ sm}^2$  ni kvadrat detsimetrlarda ifodalang.

**Yechish.** Ma'lumki,  $1 \text{ sm}^2 = 0,01 \text{ dm}^2$  va, demak,  $5 \text{ sm}^2 = 5 \times 1 \text{ sm}^2 = 5 \times (0,01 \text{ dm}^2) = (5 \times 0,01) \text{ dm}^2 = 0,05 \text{ dm}^2$ .

Boshlang'ich sinflarda o'quvchilar figuralarning yuzi haqida dastlabki tushunchalar bilan tanishadilar. Figuraning yuzi haqidagi tasavvur figuralarni taqqoslash asosida yuzaga keladi: kvadrat doira ichida yotgani uchun uning yuzi doiraning yuzidan kichik, doiraning yuzi kvadratning yuzidan katta, ya'ni  $S_2 < S_1$  yoki  $S_1 > S_2$ .



O'quvchilar figuralar yuzlarini paletka yordamida o'lchash bilan tanishadilar. O'quvchilar paletkani figura ustiga qo'yib:

- 1) figura ichida butunlay yotadigan kvadratlar sonini;
- 2) figura chegarasi o'tadigan kvadratlar sonini aniqlaydilar;
- 3) agar birinchi kvadratlar 26 ta, ikkinchi kvadratlar 18 ta bo'lsa, figura konturi o'tadigan kvadratlar soni 2 ga bo'linadi va figura ichida butunlay yotadigan kvadratlar soni qo'shiladi. Natijada berilgan figura yuzining son qiymati aniqroq hosil bo'ladi:  $26 + 18 : 2 = 26 + 9 = 35$ . Demak,  $S = 35$  kv. birlik.

Nima uchun shunday amalga oshiriladi?

To'g'ri to'rtburchakning tomonlarini  $a$  va  $b$  bilan belgilaymiz. Ma'lumki, to'g'ri to'rtburchakning yuzi  $a$  va  $b$  tomonlarning ko'paytmasiga teng bo'lsa, unda  $S = a \cdot b$  ni yozishi mumkin.

To'g'ri to'rtburchakning perimetrini  $P$  deb belgilaylik.  $P$  ni topish uchun to'g'ri to'rtburchak tomonlarini qo'shish kerak, unda  $P = a \cdot 2 + b \cdot 2$  yoki  $P = (a + b) \cdot 2$  bo'ladi. Bu tenglik  $a$  va  $b$  ni qabul qiladigan barcha qiymatlarida o'rinli. Shuning uchun uni formula deyiladi. Demak, formula — qiymatlar orasida bog'lanishni o'rnatuvchi to'g'ri tenglik.

Bitta qiymati aniq bo'lsa, ikkinchisini topishda formuladan foydalansak bo'ladi. Masalan, to'g'ri to'rtburchakning yuzini topish formulasidan  $a = S : b$ ,  $b = S : a$  kelib chiqadi.

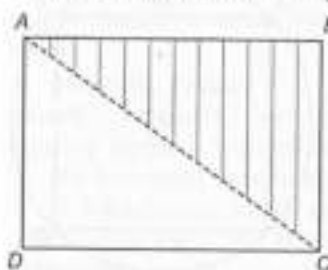
Demak, to'g'ri to'rtburchakning tomonini topish uchun yuzini ikkinchi tomoniga bo'lish lozim.

**2- misol.** Tomonlari 5 sm va 3 sm bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning yuzini va perimetrini toping.

**Yechish.**  $5 \cdot 3 = 15 \text{ (sm}^2\text{)} = S$ .  $(5 + 3) \cdot 2 = 24 \text{ (sm}^2\text{)} = P$ .

**3- misol.** To'g'ri to'rtburchakning yuzi  $30 \text{ dm}^2$ , uning tomoni esa 6 dm. Ikkinchi tomonini toping.

**Yechish.**  $30 : 6 = 5 \text{ (dm)}$ .



**Masala.** Tomonlari 6 sm va 13 sm bo'lgan  $ABCD$  to'g'ri to'rtburchakni qog'ozga chizib,  $A$  va  $C$  nuqtalarni tutashtiring va  $AC$  chiziq bo'yicha qaychi bilan kesing. Hosil bo'lgan uchburchakning tengligini ko'rsating.

**Yechish.**  $ADC$  va  $ABC$  uchburchaklarda  $D$  va  $B$  burchaklar to'g'ri burchak bo'lganligi uchun  $ADC$  va  $ABC$  uchburchaklarni to'g'ri burchakli uchburchaklar deyiladi.

To'g'ri to'rtburchakda  $AB$  va  $CD$ ,  $BC$  va  $AD$  tomonlar tengligi va  $AC$  ni har ikkala uchburchak uchun umumiy tomon bo'lganligi uchun ularning yuzalari teng. Demak,  $ABC$  uchburchakning yuzi  $ABCD$  to'g'ri to'rtburchak yuzining yarmiga teng.

### Mashqlar

1. Tomoni  $a$  ga teng bo'lgan kvadratning yuzi va perimetri formulasini yozing.  
Tomonlari 20 sm ga teng bo'lgan kvadratning yuzi va perimetrini hisoblang.
2.  $a$  ning qanday qiymatlarida quyidagi tengliklar o'rinli:  
a)  $a + 0 = 0 + a = a$ ;    e)  $a : 1 = a$ ;    h)  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ ;  
b)  $a - 0 = a$ ;            f)  $a : a = 1$ ;    i)  $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ .  
d)  $a - a = 0$ ;            g)  $0 : a = 0$ ;
3. Tomonlari 2 va 3 sm bo'lgan to'g'ri to'rtburchak chizing. Uni tomonlari 1 sm bo'lgan katakchalarga ajrating. To'g'ri to'rtburchakning yuzini qanday birlikda o'lchash mumkin?

## 48- §. BOSHLANG'ICH GEOMETRIK MA'LUMOTLARNI O'RGANISH

**Mashg'ulot.** Geometrik material bilan tanishishga bag'irlangan dars uchun turli variantlarni tuzish (1- sinf).

**Mashg'ulot maqsadi:** Matematika darslari tasnifi va birinchi sinf matematika kursi geometrik materiali mazmuni bilan tanishish; 1-sinfda matematika darslari bo'laklarini ishlab chiqish malakalarini egallash.

### Reja

1. Hozirgi zamon matematika darslariga qo'yiladigan talablar.
2. 1-sinfda o'rganiladigan geometrik material tasnifi.
3. Pedagogik amaliyoti davrida tuzgan matematika darslari parchalarini darslar tasnifi nuqtayi nazaridan tahlil etish.
4. «To'g'ri va egri chiziqlar. To'g'ri chiziq kesmasi» mavzusi bo'yicha darsning turli variantlarini ishlab chiqish.

**Jihozlar:** Ko'rgazmalar, jadvallar, kodoskop, grafaproyektor, modellar.

**Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar.** Rejaning 1-bundiga mos ma'ruza bo'yicha og'zaki javobni tayyorlang, kitob bo'yicha javob tayyorlang, o'qituvchi bergan darslar bo'laklarini tahlil eting, berilgan topshiriqlarni bajaring.

### Topshiriqlar

1. Darslikda geometrik material bayonining EMM nuqtayi nazaridan, ya'ni empirik materialdan mos matematik materialga o'tishni tahlil eting. Natijalarni jadvalda aks ettiring.
2. «To'g'ri va egri chiziqlar», «To'g'ri chiziq kesmasi» mavzusi bo'yicha darsning turli ko'rinishlarini ishlab chiqing.
3. 1-sinf uchun geometrik shakllar to'plamini tayyorlang.

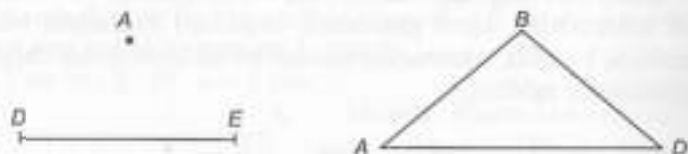
### Santimetr



### Shakllarni belgilash

Nuqtalar, kesmalar va ko'pburchakning uchlari bosh harflar bilan belgilanadi.

$A$  nuqta,  $DE$  kesma va  $ABD$  uchburchak.



1. Quyidagi shakllarni harflar bilan belgilang va o'qing.
2. To'rtburchak uchlari harflar bilan belgilang va uning qanday kesmalardan tuzilganligini ayting. To'rtburchak nechta kesmadan iborat ekan? Besh burchak-chi?

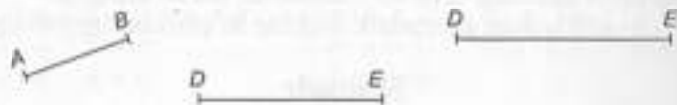


3. To'g'ri burchakni ko'rsating.



### Kesmalarning uzunligini o'lchash va taqqoslash

1. Kesmalarni o'lchang:



2. Chizg'ich yordamida o'lchang:



3. Sinf xonasining bo'yini va enini qadamlab o'lchang.

### Nuqta. Chiziqlar. Geometrik material

Ikkinchi sinfda o'quvchilar sinq chiziq bilan tanishadilar, sinq chiziq uzunligini, ko'pburchakning (jumladan, to'g'ri to'rtburchak va kvadratning) perimetrini hisoblashni o'rganadilar; aylana, doira aylana markazi va radiusi bilan tanishadilar. Sonni bir necha marta orttirish (kamaytirish)ga oid masalalarni yechish bilan uzviy bog'liqlikda kesmalarni bir necha marta uzaytirish (qisqartirish), kesmalarni karrali taqqoslash masalalari o'rganiladi. Kesmani teng bo'laklarga bo'lish yoki amaliy ravishda (qog'oz varag'ini buklash bilan) yoki o'lchash va kesmani bo'lish asosida bajariladi. Kesmalar va burchaklarni taqqoslash mashqlarini bajarish jarayonida bolalar ko'pburchaklar, xususan, uchburchaklarning turlari bilan tanishadilar. Geometrik material ko'pincha ko'rilayotgan arifmetik qonuniyatlar, bog'lanishlar va munosabatlarning ayoniy aniq tasviri bo'lib xizmat qiladi (masalan, teng kataklarga bo'lingan to'g'ri to'rtburchakdan ko'paytirishning o'rin almashtirish xossasini tasvirlashda foydalaniladi, to'g'ri to'rtburchakning perimetrini topish masalasidan yig'indini songa ko'paytirish qoidasini o'rganishda foydalaniladi).

### 49- §. 4- SINFDA GEOMETRIK MATERIALNI O'RGANISH

*Mashg'ulot maqsadi.* Boshlang'ich sinflar o'quvchilarida geometrik shakl, 4-sinfda hajm tushunchasi, ularning xossalari va munosabatlari haqidagi tasavvurlarni yanada takomillashtirishga, eng sodda geometrik shakllarni yasash malakalarining ishlab chiqilishiga yordam beradigan usullar bilan tanishish.

### Reja

1. «Ko'p xonali sonlar» mavzusida geometriya elementlari.
2. Yasashga doir masalalar bilan ishlash xususiyatlari.
3. 4- sinfda masalalarni yechishda grafik tasvirlardan foydalanish.
4. Shakl bo'laklarga bo'linadigan va barcha hosil bo'lgan shakllarni sanash masalasi qo'yiladigan masalalarni yechishning turli usullarini tahlil etish.
5. 4- sinf matematika darsida hajmlarni hisoblashga doir topshiriqlarni tahlil eting.

*Jihozlar:* 4-sinf uchun jadvallar, 3- sinfda geometriya elementlari.

*Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar:* rejaning 1-bandiga kitob bo'yicha javob tayyorlang.

### Topshiriqlar

1. Topshiriq bo'yicha toza qog'ozda to'g'ri to'rtburchakni yasash algoritmini tavsiflang.

2. Masalani yechishda yasashga doir masalalarni yechish to'rt bosqichiga: tahlil, yasash, isbotlash va tekshirishni ajrating. Har bir bosqichlar bo'yicha o'qituvchi sinfga murojaat etadigan savollarni ta'riflang.

3. Topshiriq bo'yicha toza qog'ozda to'g'ri burchakli uchburchakni yasash algoritmini ta'riflang.

4. Darslikda toza qog'ozda geometrik shakllarni yasashga oid masalalarni ajrating.

5. III—IV sinfda yasashga doir masalalar tizimini tuzing va uni o'z masalalar to'plamingizga kiriting.

6. Masalalar shartining grafik tasvirini yasang. Bu masalalar yechilishini tahlil eting va tahlil sxemasini chizing.

7. Masalaning quyida keltirilgan yechilishi bo'yicha uni ta'riflang va chizma chizing:

I usul:  $(500 + 300) \cdot 400 = 320\ 000$  (kv.m).

II usul:  $500 \cdot 400 + 300 \cdot 400 = 320\ 000$  (kv.m)

8. Darslikdan sharti grafik yozilishi mumkin bo'lgan masalalarni ajrating va ularni yozing.

9. Masalani tenglama tuzish usuli bilan yechilishida o'quvchilarga bu tenglamani tuzishga yordam beradigan chizmani chizing.

10. Darslikdan shakl bo'laklarga bo'linadigan va hosil bo'lgan barcha bo'laklarni sanash talab etiladigan masalalar nomerlarini yozib oling.

11. Masala yechimining to'g'riligini tekshirish uchun  $A$  nuqta uchlaridan biri bo'ladigan rangli ko'pburchaklar modellarini tayyorlang. Bu modellar bilan ishlash metodikasini tushuntiring.

12. O'qituvchi topshiriqni bajarishda nega koordinatalar usulidan foydalanishini tushuntiring. Bu topshiriq bilan ishlash metodikasini tushuntiring. Koordinatalar usulini boshlang'ich sinflar o'quvchilariga tushunarli tilda qanday tavsiflash mumkin?

### 50- §. SHAKLNING YUZI. HAJMLARNI HISOBLASH

*Mashg'ulot maqsadi:* shakllar yuzlari va hajmlarni hisoblashning turli usullari bilan tanishish; to'g'ri to'rtburchak va kvadrat yuzlarini hisoblash qoidalarini asoslash; masalalarni yechishda shakllar yuzlarini hisoblash qoidalarining qo'llanishini ko'rsatish.

### Reja

1. «Ko'pburchak yuzi» bo'limini o'rganish metodikasi.
2. «Shaklning yuzi», «Kvadrat santimetr» mavzusi ustida ishlash metodikasi.
3. «Yuzni hisoblash», «Kvadrat detsimetr» mavzusi ustida ishlash metodikasi.
4. «Yuzni hisoblash», «Kvadrat metr» mavzusi ustida ishlash metodikasi.
5. «Hajmlarni hisoblash» mavzusi ustida ishlash metodikasi.

*Jihozlar:* mayda va yirik turli paletkalar, tekis geometrik modellar, 3- sinf uchun jadvallar, «To'g'ri to'rtburchakning perimetri va yuzi», «4- sinfda geometrik materiallar», «Kattaliklarni o'lchash», «O'lchovlar jadvali».

*Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar:* rejaning 1-bandiga kitob bo'yicha javob tayyorlang.

### Topshiriqlar

1. Darslikdan o'quvchilarni «shaklning yuzi» tushunchasini o'zlashtirishga tayyorlaydigan topshiriqlarni tanlang.

2. Darslikda keltirilganlardan farqli shakllar modellarini yasang. Ularga «shaklning yuzi», «hajm» tushunchasini aniqlashtiradigan savollar qo'ying.

3. O'quvchilarni yuzning yagona birligini kiritish zarurligiga mayda va yirik turli paletka yordamida qanday qilib olib kelishni aniqlang.

4. «Kvadrat santimetr» tushunchasining mazmunini tahlil qiling.

5. O'quvchilarni to'g'ri to'rtburchak yuzini hisoblash qoidasiga olib keladigan topshiriqlar tizimini tuzing. To'g'ri to'rtburchak yuzini hisoblab chiqarishni taqqoslang.

6. To'g'ri to'rtburchak yuzini aniqlash bo'yicha amaliy ish uchun to'g'ri to'rtburchaklarning individual foydalaniladigan turli modellarini tayyorlang.

7. Masalalar bilan ishlashning turli usullarini ko'rsating.

8. «Kvadrat detsimetr» tushunchasini kiritishda o'qituvchi o'tkazadigan amaliyotini tavsiflang.

9. Masala bilan ishlash metodikasini tavsiflang. Ismli sonlarni almashtirishni 100 ichida sonlarni nomerlash bilan bog'lang.

10. Masala yechilishining bir necha usullarini ko'rib chiqing.

11. O'lchovlar jadvalining tuzilish metodikasini tavsiflang:

$$1 \text{ kv m} = 100 \text{ kv dm};$$

$$1 \text{ kv m} = 10000 \text{ kv sm};$$

$$1 \text{ kv dm} = 100 \text{ kv sm}.$$

12. Darslikda keltirilganlardan to'g'ri burchakli parallelepipedning hajmi, tezlik, narx (baho) formulalari tushunchasini aniqlashtiradigan savollar qo'ying.

13. Hajmi, tezlik, narx (baho) mavzusiga oid topshiriqlarni bir tizimga keltiring (4- sinf darsligi asosida).

#### To'g'ri burchakli uchburchakning yuzi

**Masala.** Tomonlari 6 sm va 13 sm bo'lgan  $ABCD$  to'g'ri to'rtburchakni qog'ozga chizib qirqib oling.  $A$  va  $C$  nuqtalarni tutashtiring va  $AC$  chiziq bo'yicha qirqing. Hosil bo'lgan uchburchaklarning tengligini ko'rsating.

$ADC$  va  $ABC$  uchburchaklarda  $D$  va  $B$  burchaklar to'g'ri burchak bo'lganligi uchun  $ADC$  va  $ABC$  uchburchaklarni to'g'ri burchakli uchburchaklar deyiladi.

To'g'ri to'rtburchakda  $AB$  va  $CD$ ,  $BC$  va  $AD$  tomonlar teng va  $AC$  har ikkala uchburchak uchun umumiy tomon bo'lganligi uchun ularning yuzlari teng. Demak,  $ABC$  uchburchakning yuzi  $ABCD$  to'g'ri to'rtburchak yuzining yarmiga teng.

#### To'g'ri to'rtburchakning yuzi va perimetri uchun formulalar

To'g'ri to'rtburchakning tomonlarini  $a$  va  $b$  bilan belgilaylik. Ma'lumki, to'g'ri to'rtburchakning yuzi  $S$  uning  $a$  va  $b$  tomonlarini ko'paytmasiga teng, unda  $S = a \cdot b$  ni yozish mumkin.

To'g'ri to'rtburchakning perimetrini  $P$  deb belgilaylik.  $P$  ni topish uchun to'g'ri to'rtburchakning tomonlarini qo'shish kerak, unda  $P = a \cdot 2 + b \cdot 2$  yoki  $P = (a + b) \cdot 2$ . Bu tenglik  $a$  va  $b$  ning qabul qiladigan barcha qiymatlarida o'rinli. Shuning uchun uni formula deyiladi.

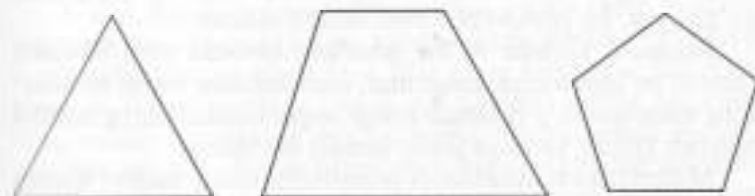
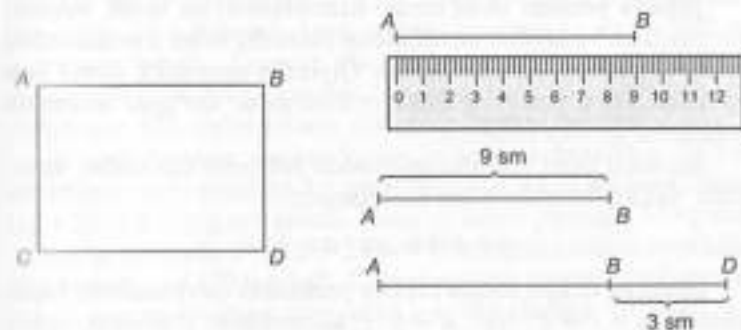
Demak, formula — qiymatlar orasidan bog'lanishni o'rnatuvchi to'g'ri tenglik.

Bitta qiymati aniq bo'lsa, ikkinchisini topishda formuladan foydalansak bo'ladi. Masalan, to'g'ri to'rtburchakning yuzini topish formulasidan

$$a = S : b, \quad b = S : a$$

kelib chiqadi.

Demak, to'g'ri to'rtburchakning tomonini topish uchun yuzini ikkinchi tomoniga bo'lish lozim.



### Oltinchi bob

## MASALALAR VA MATNLI MASALALAR HAQIDA BOSHLANG'ICH MA'LUMOTLAR

### 51- §. MASALA YECHISH NIMA? MATNLI MASALALARNI YECHISH USULLARI

Qadimdan arifmetik masalalarni yechishga hurmat bilan qaraganlar. Odamlar juda ko'p zarur amaliy hayotiy masalalarga javob bera olganlar. «Matematika — aql gimnastikasi» deyilishi bejis emas, albatta.

Masala yechish oson emas. Birinchidan, qo'shish, ayirish, ko'paytirish va bo'lish amallaridan mohirlik bilan foydalanishni bilish kerak. Bu hammasi emas. Qiyinligi shundaki, noma'lum va izlangan qiymatni topish uchun zarur bo'lgan arifmetik amallarni qo'llay bilishdir.

Bir amal bilan yechiladigan sodda arifmetik masalalar, umuman, ikkita formula bilan ifodalanadi:

$$a = b + c \text{ va } a = b \cdot c.$$

Shuning uchun sodda masala yechishda quyidagilarni bilish yetarli:  $a = b + c$  va  $a = b \cdot c$  ko'rinishda ifodalash; qaysi miqdorning noma'lumligini aniqlash (qo'shiluvchi, yig'indi, ko'paytma, ko'paytuvchi); mos amalni tanlash.

Masalani yechish — bu masalada bevosita yoki bilvosita mavjud bo'lgan sonlar, miqdorlar, munosabatlar ustida amallarning mantiqan to'g'ri ketma-ketligi orqali masalalarning talabini bajarish (uning savoliga javob berish) demakdir.

Matematikada masalalarni yechishning asosiy usullari sifatida arifmetik va algebraik usullar farq qilinadi. Arifmetik usulda masalani savoliga javob sonlar ustida arifmetik amallarni bajarish natijasida topiladi.

Ayni bir masalani yechishning turlicha arifmetik usullari berilganlar orasidagi, berilganlar bilan noma'lumlar orasidagi arifmetik amallarni tanlashda bu munosabatlarni bajarishdagi ketma-ketliklar bilan farq qiladi.

**1- masala.** 8 soatda ishchi 96 kg paxta terdi. U 5 soatda necha kg paxta teradi?

**Yechish.**

*1-usul.*  $96 : 8 = 12$  (kg) va  $12 \cdot 5 = 60$  (kg).

*2-usul.*  $8 : 5 = 1,6$  (marta) va  $96 : 1,6 = 60$  (kg).

*3-usul.* 8 soat = 480 min,  $480 : 96 = 5$  (min), 5 soat = 300 min,  $300 : 5 = 60$  (kg).

Algebraik usulda masalani savoliga javob tenglama tuzish va yechish natijasida topiladi. Harf bilan belgilash uchun noma'lum tanlashga, mulohazalar yuritish yo'llariga bog'liq ravishda ayni bir masala bo'yicha turlicha tenglamalar tuzish mumkin.

**2- masala.** Kosa va ikkita chinni piyolaga 740 g suv ketadi. Kosaga piyolaga qaraganda 380 g ko'p suv ketadi. Kosaga necha gramm suv ketadi?

**Yechish.** *1-usul.* Kosaga  $x$  g suv ketsin, u holda masala shartiga ko'ra bitta piyolaga  $(x - 380)$  g, ikkita piyolaga esa  $(x - 380) \cdot 2$  g suv ketadi, kosa va ikkita piyolaga  $(x + (x - 380)) \cdot 2$  g suv ketadi. Kosa va ikkita piyolaga 740 g suv ketgani uchun  $x + (x - 380) \cdot 2 = 740$  tenglama tuzish mumkin. Uni yechib  $x = 500$ , ya'ni kosaga 500 g suv ketishi topiladi.

*2-usul.* Piyolaga  $x$  g suv ketsin, u holda kosaga  $(x + 380)$  g suv ketadi, ikkita piyolaga  $2x$  g suv ketadi. Kosa va ikkita piyolaga  $((x + 380) + 2x)$  g suv ketadi. Kosa va ikkita piyolaga 740 g suv ketganligi uchun  $(x + 380) + 2x = 740$  tenglama tuzish mumkin. Uni yechib,  $x = 120$  topiladi. Kosaga qancha suv ketishini topish uchun  $x$  ning topilgan qiymatini  $x + 380$  ifodaga qo'yiladi. U holda  $120 + 380 = 500$ . Demak, kosaga 500 g suv ketadi.

*3-usul.* Kosaga  $x$  g suv, bitta piyolaga  $y$  g suv ketsin, u holda ikkita piyolaga  $2y$  g suv ketadi, kosa va ikkita piyolaga  $(x + 2y)$  g suv ketadi, bitta piyolaga  $(x - 380)$  g suv ketsa,  $x - 380$  ifoda kosa va ikkita piyolaga 740 g suv ketgani uchun quyidagi tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz. Bu sistemani yechib,  $x = 500$ ,  $y = 120$  olinadi. Masalada kosaga qancha suv ketishini topish talab etilayotgani uchun topilgan ma'lumotlardan talab etilayotgani tanlanadi.

Masalalarni yechish jarayonida o'quvchilar yangi matematik bilimlarini egallaydilar, amaliy faoliyatiga tayyorlana boradilar. Bunda o'qituvchining matnli masala haqida, uning tuzilishi haqida chuqur tasavvurga ega bo'lishi, masalalarni turli usullar bilan yecha olishi muhimdir.

Matnli masala biror-bir vaziyatning tabiiy tildagi ifodasi bo'lib, unda bu vaziyatning biror qismiga miqdoriy tavsif berish, uning qismlari orasidagi ba'zi munosabatlar bor-yo'qligini aniqlash yoki bu munosabat turini aniqlash talab etiladi.

Har qanday matnli masala shart va talabdan iborat.

Masalaning shartida obyektlar va berilgan obyektlarni xarakterlovchi ba'zi miqdorlar haqida, bu obyektlarning ma'lum va noma'lum qiymatlari haqida, ular orasidagi munosabatlar haqida ma'lumotlar beriladi.

Masalaning talabi nimani topish kerakligini ko'rsatishdir. Masalan, buyruq (To'g'ri to'rtburchakning yuzini toping) yoki so'roq (To'g'ri to'rtburchakning yuzi nimaga teng?) shaklidagi jumla bilan ifodalanishi mumkin.

**1- misol.** Yer maydonini «qo'l kuchi yordamida yuz kishi 10 kunda, «O'zbekiston» traktorida esa 1 soatda haydash mumkin. Bu maydon birgalikda necha kunda haydab bo'linadi?

**Yechish.** Bu masalaning sharti: yer maydonini «qo'l kuchi yordamida yuz kishi 10 kunda, «O'zbekiston» traktorida esa 1 kunda haydash mumkin. Unda uchta miqdor orasidagi munosabat ifodalanaapti: ish hajmi, mehnat unumdorligi va ishni bajarishda sarflanadigan vaqt bo'lib, bunda uchta turli vaziyat qaraladi.

**Birinchi vaziyat.** Biror ish hajmi faqat qo'l kuchi yordamida ma'lum unumdorlik bilan bajariladi. Bir miqdorning qiymati ma'lum, u ham bo'lsa, ish vaqti 10 kun. Boshqa miqdorlarning qiymati noma'lum.

**Ikkinchi vaziyat.** Aynan o'sha ish hajmi faqat «O'zbekiston» traktorida ma'lum unumdorlik bilan bajariladi. Ish vaqti ma'lum, 1 kun. Boshqa miqdorlarning qiymatlari noma'lum.

**Uchinchi vaziyat.** Aynan o'sha ish hajmi har birining mos unumdorligi bilan bajariladi. Uchala miqdorning qiymatlari noma'lum.

Masalaning talabi: «Bu maydon necha kunda haydab bo'linadi?». Unda noma'lum miqdorlardan birining qiymatini, u ham bo'lsa, ikkalasi birgalikda ishlagan vaqtini topish kerakligi ko'rsatiladi. Shu talabning o'zini buyruq shaklida ham ifodalash mumkin: «Ikkalasi birgalikda ishlaganda, maydonni haydash uchun ularga necha kun talab etilishini toping».

Mazkur masalada miqdorlarning beshita noma'lum qiymatlari bor, ulardan biri masalaning talabiga kiradi. Miqdorning bu qiymati *izlanuvchi miqdor* deb ataladi.

Kundalik turmushda turli muammoli vaziyatlar tez-tez uchray turadi. Ular asosida tuzilgan masalalarda ortiqcha ma'lumotlar, ya'ni masala talabini bajarish uchun zarur bo'lmagan ma'lumotlar bo'lishi mumkin. Masalan, yuqoridagi masalada uning talabini bajarish uchun traktorlar turlarining nomi ahamiyatga ega emas.

**2- misol.** Lola 10 ta olma va 5 ta nok oldi, Dilshod esa 7 ta olma oldi. Bolalar nechta olma olishgan?

**Yechish.** Masalada nok haqidagi ortiqcha ma'lumot bor. Berilgan «5 ta nok» ortiqcha.

Hayotda vujudga keladigan muammoli vaziyatlar asosida masala talabini bajarish uchun yetarlicha ma'lumotlar bo'lmagan masalalar tuzish ham mumkin. Masalan, «Agar bo'yi enidan 3 m katta ekani ma'lum bo'lsa, to'g'ri to'rtburchak shaklidagi maydonning bo'yi va enini toping».

### Mashqlar

1. Quyidagi ifodalarni matematik modul sifatida qabul qilib, masala tuzishga harakat qiling:

- |               |                    |                      |
|---------------|--------------------|----------------------|
| a) $a + b$ ;  | f) $c \cdot 15$ ;  | i) $3m + 3n$ ;       |
| b) $a - b$ ;  | g) $d : 3$ ;       | j) $m : 2 + n : 3$ ; |
| d) $a + 3b$ ; | h) $c : (d - 5)$ ; | k) $2a - b$ .        |
| e) $c - 6d$ . |                    |                      |

2. Hodalarning qiymatini toping:

- |   |                                  |
|---|----------------------------------|
| a) $815 + 89 - 89 + 89 - 89 + 89 - 89 + 89 - 89$ ;  |                                  |
| b) $8500 - 39 + 15 + 39 - 45 - 108 + 7 + 108 - 7$ ;   |                                  |
| d) $25 \cdot 6 : 6 \cdot 6 : 6 \cdot 6 : 6 \cdot 6 : 6 \cdot 6 : 6 \cdot 6 : 6 \cdot 6 : 6$ ; |                                  |
| e) $a + b - b + c - c$ ;  | g) $a \cdot b : b \cdot c : c$ ; |
| f) $a + a + a + a + 3a$ ;   | h) $a + 2a + c + 3a + c - 4a$ .  |

3. Quyidagi masalalarda masala sharti va talabini ajrating:

- 1) ikkita avtobus bir vaqtda shahardan 72 km masofadagi oromgoh tomon yo'lga chiqdi. Birinchi avtobus oromgohga ikkinchisiga qaraganda 15 minut oldin yetib keldi. Agar avtobuslardan birining tezligi ikkinchisiga qaraganda  $4 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$  ortiq bo'lsa, har bir avtobus qanday tezlik bilan yurgan?
- 2) agar to'g'ri to'rtburchakning tomonlaridan biri ikkinchisidan 14 sm katta va uning diagonali 34 sm ga teng ekanligi ma'lum bo'lsa, to'g'ri to'rtburchakning tomonlarini toping.

4. Quyidagi masalani ikkita usul bilan yeching:  
Kitobni nashr qilishda bir betga 28 satr va har bir satrga 40 ta harf joylashtirish ko'zda tutilgan edi. Biroq qog'ozning o'lchamiga qarab, bir betga 35 satr joylashtirish maqsadga muvofiq deb topildi. Kitobdagi umumiy betlar soni o'zgarishsiz qolishi uchun har bir satrga necha harf joylashtirish kerak?
5. Mototsiklchi  $40 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$  tezlik bilan harakatlanib, biror masofani 12 minutda bosib o'tdi. Velosipedchi  $15 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$  tezlik bilan harakatlanib, bu masofani necha minutda bosib o'tadi?
6. Bir bo'lak sim ikkinchi bo'lak simdan 54 sm uzun. Har bir bo'lak simdan 12 sm. dan qirib olingandan so'ng, ikkinchi bo'lakda birinchi bo'lakdagidan 4 marta qisqa sim qoldi. Har bir bo'lak simning dastlabki uzunligini toping.

#### 52- §. ARIFMETIK USULLARDA MASALALAR YECHISH

Matnli masalalarni arifmetik usulda yechish murakkab faoliyat bo'lib, uning mazmuni berilgan masalaga ham, masala yechuvchining malakasiga ham bog'liq. Shunday bo'lsa-da, unda bir necha bosqichni ajratish mumkin.

1. Masalaning mazmunini tushuntirib yechish va tahlil qilish.
2. Masalaning yechish rejasini izlash va tuzish.
3. Yechish rejasini bajarish. Masalaning talabini bajarish haqidagi xulosani ifodalash (masalaning savoliga javob berish).
4. Yechimni tekshirish va agar xato bo'lsa, uni tuzatish. Masalaning talabini bajarish yoki masalaning savoliga javob berish haqidagi uzil-kesil xulosani ifodalash.

Shuni ta'kidlash kerakki, masala yechish jarayonida aytib o'tilgan bosqichlar qat'iy chegaraga ega emas va har doim ham birday to'la bajarilmaydi.

Agar matn bo'yicha maxsus savollar berib va ularga javob berilsa, bu masalaning mazmunini tushunib yetish, uning sharti va talabini ajratib olish mumkinmi?

1. Bu masala nima haqida?
2. Masalada nimani topish talab etiladi?
3. «Shu butun vaqt mobaynida» so'zlari nimani anglatadi?
4. Masalada uning har bir qatnashchisining harakati haqida nima ma'lum?

5. Masalada nima noma'lum?

6. Nima izlanuvchi: sonmi, kattalikning qiymatimi, munosabatning turimi?

Masalaning mazmunini tushunib yetishda va masala yechimini izlash uchun asos yaratishda masala matnini qayta ifodalash vaziyatlarning berilgan ifodasini, barcha munosabatlarni ularni boshqa ifodasi bilan almashtirish katta yordam beradi. Bu vositadan matnni ma'noli qismlarga ajratish maqsadlarida foydalanish ayniqsa samaralidir.

Qayta ifodalanish muhim bo'lmagan, ortiqcha ma'lumotlarni chiqarib tashlash, ayrim tushunchalar ifodasini mos atamalar bilan almashtirish va, aksincha, ayrim atamalarni ularga mos tushunchalar ma'nosining ifodasi bilan almashtirish, masala matnini yechimni izlash uchun qulay bo'ladigan shaklda qayta tuzishdan iborat.

Arifmetik usullar bilan masalani yechish rejasini izlashning ancha ko'p tarqalgan usullaridan biri, matn bo'yicha masalani tahlil qilishdir.

Matn bo'yicha masalani tahlil qilish, masala shartidan ham, uning savollaridan ham boshlanishi mumkin bo'lgan mulohazalar zanjiri ko'rinishida o'tkazilishi mumkin.

Masalaning shartidan savolga tomon tahlil qilishda berilganlar bo'yicha qanday noma'lum va arifmetik amal yordamida topilishi mumkinligini aniqlash kerak. Bu noma'lumni berilgan ma'lumot deb hisoblab, yana o'zaro bog'langan ikkita ma'lumotni ajratish, uning yordamida topilishi mumkin bo'lgan noma'lumni va, shuningdek, mos arifmetik amalni aniqlash kerak va hokazo. Bu jarayonning bajarilishi noma'lumni hosil qilishga olib keluvchi amalni aniqlaguncha davom ettiriladi.

**1- masala.** Sayyoh poyezdda tezligi  $56 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$  tezlik bilan 6 soat yurdi. Shundan so'ng unga yurganidan yana 4 marta ko'p yo'l yurish qoldi. U hammasi bo'lib necha kilometr yo'l yurishi kerak edi?

**Yechish.** Mulohazani berilganlardan savolga tomon olib boramiz: «Sayyohning  $56 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$  tezlik bilan 6 soat yurgani ma'lum. Bu ma'lumotlar asosida sayyoh o'tgan masofani topish mumkin. Buning uchun tezlikni vaqtga ko'paytirish yetarli. O'tilgan masofani va qolgan masofa o'tilgan masofadan 4 marta ko'p ekanligini bilgan holda, qolgan masofa qanchaga teng

ekanligini topish mumkin. Buning uchun o'tilgan masofani 4 ga ko'paytirish kerak. Sayyoh necha km yurganini va u yana qancha yurishi kerak ekanini bilgan holda, yo'lning topilgan qismlarini va butun yo'lni topish mumkin. Shunday qilib, birinchi amal bilan sayyoh poyezdda o'tgan masofa topiladi, ikkinchi amal bilan sayyoh o'tishi kerak bo'lgan qolgan masofa, uchinchi amal bilan butun yo'l topiladi.

Masalani savoldan berilganlar tomon tahlil qilishda, savolga e'tibor berish va masala savolga javob berishi uchun nimani bilish yetarli ekanini aniqlash kerak. Masala shartiga e'tibor berish va uning uchun zarur ma'lumotlar bor-yo'qligini aniqlash kerak. Keyin reja tuziladi. Bunday holda mulohaza teskari tartibda o'tkaziladi.

Aynan shu masalaning quyidagicha tahlili keltiriladi:

Masalada butun yo'lni topish talab etiladi. Biz butun yo'l ikki qismdan iborat ekanini aniqladik. Demak, masala talabini bajarish uchun sayyoh necha km o'tganini va yana necha km o'tishi kerakligini bilish yetarli. Unisi ham, bunisi ham noma'lum. O'tilgan yo'lni topish uchun sayyohning yo'lga sarflagan vaqtini va tezligini bilish yetarli. Masalada bu ma'lum. Tezlikni vaqtga ko'paytirib, o'tilgan yo'l topiladi. O'tilgan yo'lni 4 marta orttirib, qolgan yo'lni topish mumkin. Shunday qilib, dastlab o'tilgan yo'lni topish mumkin, keyin qolgan yo'lni, undan keyin esa qo'shish bilan butun yo'lni topish mumkin.

Tekshirish yechishning yakunlovchi bosqichiga kiradi, buning natijasida bajarilgan yechishning to'g'ri yoki noto'g'ri ekanligi aniqlanadi.

Tekshirishda qator aqliy yoki amaliy faoliyatlari asosida quyidagi mulohaza ko'rinishidagi xulosa chiqarilishi kerak: «...bo'lgani uchun masala to'g'ri (noto'g'ri) yechilgan».

Masalaning to'g'ri yoki noto'g'ri yechilganligini aniqlashga yordam beradigan bir necha usul ma'lum.

**1. Chamalab ko'rish usuli.** Bu usulning mohiyati yechish natijasining to'g'riligini biror darajadagi aniqlikda oldindan aytishdan iborat. Chamalab ko'rish usuli faqat masalani yechganda chiqqan natija oldindan aytilgan natijaga mos kelmagan holdagina «Masalaning yechimi to'g'rimi?»,— degan savolga aniq javob beradi.

Bu usuldan foydalanib, quyidagi masalaning yechimini tekshirishda mulohaza qanday o'tkazilishi ko'rsatiladi:

Bir bo'lakda 5 m gazlama bor, ikkinchisida shunday gazlamadan 7 m bor. Agar ikkala bo'lak uchun 36000 so'm to'langan bo'lsa, har bir bo'lak qancha turadi?

**Yechish.** Dastlab masala mazmunini tahlil qilish asosida har bir bo'lak gazlamaning narxi 36 so'mdan kam va ikkinchi bo'lak birinchidan arzon ekani aniqlanadi. Ushbu  $5 + 7 = 12$  (m),  $36 : 12 = 3$  (so'm), hisoblashlarni bajarib, haqiqatan ham bir bo'lak gazlamaning 36 so'mdan kam turishini va ikkinchi bo'lak birinchisidan qimmat ekanini aniqlaniladi. Hosil qilingan natija oldindan aytilgan natijaga mos keladi, ko'rinishidan masala to'g'ri yechilgan.

Davom ettiriladi va bu masalani yechish natijasida quyidagiga ega bo'lamiz: birinchi bo'lak 25 so'm, ikkinchisi esa 21 so'm turadi. Bu natijalarni oldindan aytilgan natijalar bilan taqqoslab, har bir bo'lak 36 so'mdan arzon turishini, biroq ikkinchi bo'lak birinchisidan arzon ekanini hosil qilamiz. Demak, yechishda qayerdadir xatoga yo'l qo'yilgan va noto'g'ri natija olingan. Xatoni topish uchun oldin hisoblashlar tekshirib ko'riladi. Agar hisoblashlarda xato topilsa, u holda yechishni yangidan o'tkazish mumkin. Har bir amalni masala shartlari bilan taqqoslash va uning ma'nosini, amallar to'g'ri yoki noto'g'ri tanlanganligini tekshirish mumkin.

**2. Hosil qilingan natija bilan masala shartlarini taqqoslash usuli.** Bu usulning mohiyati, topilgan natija masala matniga kiritiladi va mulohazalar asosida bunda ziddiyat vujudga kelish-kelmasligi aniqlanadi.

**3-misol.** O'tqazish uchun 600 tup o'rik va 400 tup olma ko'chatlari keltirildi. Ular qatorlarga baravardan o'tqazildi. Bunda o'rik o'tqazilgan qator olma o'tqazilgan qatordan 5 ta ko'p bo'ladi. O'rik, olma o'tqazilgan qatorlar alohida nechtdan bo'ladi? Olma 10 qator va o'rik 15 qator bo'lishi mumkin.

**Yechish.** Masaladagi savollar o'rniga ularning javoblarini qo'yib, masala matnini o'qiymiz: o'tqazish uchun 600 tup o'rik va 400 tup olma ko'chatlari keltirildi. Ular qatorlarga baravardan o'tqazildi. Bunda o'rik o'tqazilgan qator olma o'tqazilgan qatordan 5 ta ko'p bo'ldi. O'rik 15 qator, olma 10 qator bo'ldi.

Bu matnda ziddiyat bor-yo'qligini aniqlaymiz. Masalan, bunday mulohaza yuritamiz. Shartda aytilishicha: o'rik o'tqazilgan qator olma o'tqazilgan qatordan 5 ta ko'p bo'ladi. Hosil bo'lgan o'rik qatorlari 15 ta, olma qatorlari 10 ta. 15 soni 10 dan 5 ta ko'p. Demak, bu munosabat o'rinli.

Masalada har bir qatordagi daraxtlar sonining tenglik shartini tekshiramiz. Buning uchun bir qatordagi o'riklar soni va bir qatordagi olmalar soni aniqlanadi,  $600 : 15 = 40$ ,  $400 : 10 = 40$ . Bu munosabat ham bajariladi.

Masalada mavjud bo'lgan hamma munosabatlar tekshirildi va ziddiyat yo'qligi aniqlandi. Demak, masala to'g'ri yechilgan.

**3. Masalani turli usullar bilan yechish.** Masalani biror-bir usul bilan yechganda biror natija hosil bo'lgan bo'lsin. Agar uni boshqa usul bilan yechganda yana shunday natija kelib chiqsa, u holda masalani to'g'ri yechilganligi haqida xulosa chiqarish mumkin.

**3-misol.** *A* shahardan  $60 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$  tezlik bilan yuk mashinasi jo'nadi. 2 soatdan so'ng uning ketidan *A* dan  $90 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$  tezlik bilan yengil mashina jo'nadi. Yengil mashina yuk mashinasiga *A* nuqtadan necha km masofada yetib oladi.

**Yechish.** Bu masala arifmetik usul bilan quyidagicha yechilgan bo'lsin:  $90 - 60 = 30 \left(\frac{\text{km}}{\text{soat}}\right)$ ,  $60 \cdot 2 = 120$  (km),  $120 : 30 = 4$  (soat),  $90 \cdot 4 = 360$  (km).

**Javob:** Yengil mashina yuk mashinasiga *A* punktdan 360 km masofada yetib oladi.

Har qanday masalani algebraik usul bilan yechishda masalaning mazmunini tahlil qilgandan so'ng noma'lum tanlanadi, harf bilan belgilanadi, shundan so'ng masala mazmunida ajratilgan bog'lanish asosida tenglik munosabati bilan bog'langan ikkita ifoda tuziladi, bu mos tenglamani yozish imkonini beradi. Tenglamani yechish natijasida topilgan ildizlar masala savoliga birdaniga javob berishi mumkin.

**4-misol.** To'g'ri to'rtburchak shakliga ega bo'lgan tomorqaning bir tomoni ikkinchi tomonidan 10 m katta. Shu tomorqani devor bilan o'rab chiqish talab etiladi. Agar tomorqa maydonining yuzi  $1200 \text{ m}^2$  ekani ma'lum bo'lsa, devorning uzunligini aniqlang.

**Yechish.** Masala shartiga ko'ra, to'g'ri to'rtburchakning bir tomoni ikkinchi tomonidan 10 metr katta ekan, yuzi esa  $1200 \text{ m}^2$  ekani ma'lum. Bu to'g'ri to'rtburchak shaklidagi maydonning perimetrini aniqlash talab etiladi.

Agar to'g'ri to'rtburchakning tomonlari uzunliklari ma'lum bo'lsa, uning perimetrini topish mumkin.  $x$  m bir tomonining uzunligi bo'lsin. U holda  $(x + 10)$  m — ikkinchi tomonining uzunligi bo'ladi. To'g'ri to'rtburchakning yuzini uning tomonlari

uzunliklari orqali ifodalash mumkin bo'lgani uchun  $x \cdot (x + 10) = 1200$  tenglama hosil bo'ladi.

Masalaning mazmuniga ko'ra,  $x$  ning qiymati musbat son bo'lishi kerak. Tenglamani faqat birinchi  $x = 30$  ildiz qanoatlantiradi. Demak, to'g'ri to'rtburchak shaklidagi maydonning bir tomoni uzunligi 30 m, ikkinchi tomoni uzunligi 40 m. ga, perimetri esa  $P = 2x + 2(x + 10)$  m. ga teng.

Tekshirishni topilgan natija bilan masala shartini taqqoslash asosida bajarish mumkin. Buning uchun masala matniga topilgan natija kiritiladi: «To'g'ri to'rtburchak shakliga ega bo'lgan bir tomoni 30 m, ikkinchi tomoni esa birinchi tomonidan 10 m uzun bo'lgan tomorqa berilgan. Shu tomorqani devor bilan o'rab chiqish talab etiladi. Devorning uzunligi 140 m, tomorqa maydonining yuzi esa  $1200 \text{ m}^2$ .

Matnda biror-bir ziddiyat kelib chiqish-chiqmasligi tekshirib ko'riladi. To'g'ri to'rtburchakning bir tomoni uzunligi 30 m, perimetri 140 m bo'lgani uchun uning ikkinchi tomonining uzunligi 40 metr bo'ladi. Tomonlar uzunliklarini bilgan holda, to'g'ri to'rtburchakning yuzini topish mumkin,  $30 \cdot 40 = 1200 \text{ m}^2$ . Hosil bo'lgan matnda ziddiyat yo'q. Demak, topilgan natija masala shartini qanoatlantiradi.

### Mashqlar

1. Olma daraxtiga bir gala qushlar kelib qo'ndi. Agar har bir shoxchaga bittadan qo'nsa, bitta qush, ikkitadan qo'nsa, bitta shox ortib qoladi. Olma daraxtida nechta qush va neshta shox bor?
2. Ikki duradgor birgalikda 14000 so'm ishladi. Ulardan biri kuniga 7 soatdan 14 kun, ikkinchisi kuniga 6 soatdan 7 kun ishladi. Agar duradgorlarning bir soatli ish haqi bir xil bo'lsa, ularning har biri necha so'm ishlagan?
3. Masalani yeching va tekshirishni natija bilan masala sharti orasida moslik o'rnatish usuli yordamida bajaring.
  - 1) sportchi nayzani yadroga nisbatan 12 marta uzoqqa yoki 48 m. ga uloqtirdi. Nayza necha metr masofaga va yadro necha metr masofaga borib tushgan?
  - 2) turli malakali ikki ishchi 6 soat birgalikda bir ishni bajaradi. Birinchi ishchining mehnat unumdorligi ikkinchisidan 2 marta ortiq. Ikkinchi ishchi butun ishni qancha vaqt ichida bajara olishi mumkin?

4. Masalani turli usullar bilan yeching.

1) avtomobil  $60 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$  tezlik bilan harakatlansa,  $A$  nuqtadan  $B$  nuqtagacha bo'lgan masofani 3 soat-u 15 minutda bosib o'tadi. Agar avtomobil tezligini  $15 \frac{\text{km}}{\text{soat}}$  ga oshirsa, u shu masofani qancha vaqtda bosib o'tadi?

2) 4,5 m gazlamaga 18 so'm to'landi. Xuddi shu gazlamaning 27 metri qancha turadi?

5. Jamoa xo'jaligi bug'doy va sholi uchun 700 ga yer ajratdi, unda sholi uchun ajratilgan maydon bug'doy uchun ajratilgan maydondan 60 ga ko'p edi. Sholi uchun necha gektar va bug'doy uchun necha gektar yer ajratilgan?

53- §. BOSHLANG'ICH GEOMETRIK TA'LIMOTLARNI O'RGATISH USLUBI

Ikki burchakni ustma-ust qo'yib taqqoslash mumkin. Bitta tomoni ustma-ust tushadigan qilib qo'yish kerak. Ikkinchi tomoni ham ustma-ust tushsa, unda burchaklar teng.



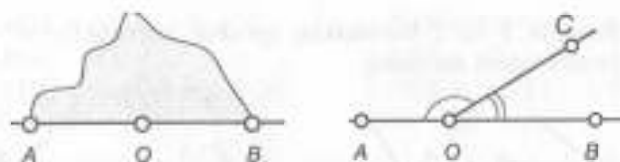
Agar ikkinchi tomoni ustma-ust tushmasa, unda kichik burchakning tomoni ikkinchi burchakning ichida yotadi.



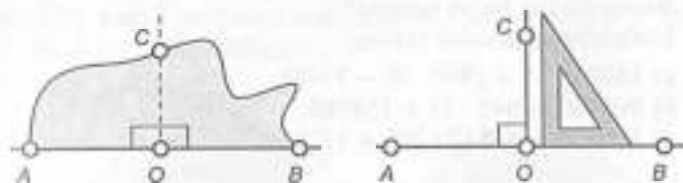
Tomonlari to'g'ri chiziq hosil qiluvchi burchak *yoyiq burchak* deyiladi.

$\angle AOB$  — yoyiq burchak.

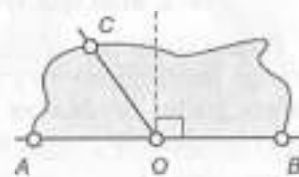
Yoyiq burchakning uchidan o'tkazilgan har qanday nur uni 2 ta burchakka bo'ladi. Ularning bitta tomoni umumiy, qolgan ikkitasi esa to'g'ri chiziqlar hosil qiladi. Bunday burchaklar *qo'shni burchaklar* deyiladi.



Yoyiq burchak bissektisasi uni 2 ta to'g'ri burchakka bo'ladi. Demak, yoyiq burchak bissektissasini uchburchakli chizmachilik chizg'ichi yordamida yasash mumkin.



Yoyiq burchak uchidan o'tkazilgan ikkinchi har qanday nur, uni biri o'tkir (to'g'ri burchakdan kichik), ikkinchisi esa o'tmas (to'g'ri burchakdan katta) bo'lgan ikki burchakka ajratadi.

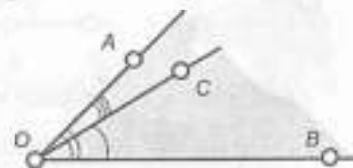


$\angle AOC$  — o'tkir;  $\angle BOC$  — o'tmas.

*Mashqlar*

1. Rasmdan foydalanib, burchaklarni taqqoslang:

$\angle COB \dots \angle OAB$ ;  
 $\angle AOC \dots \angle AOB$ .



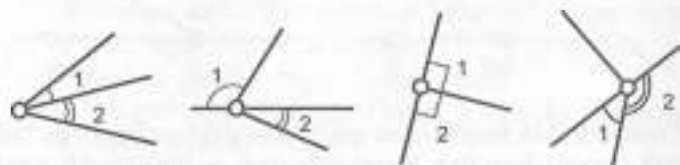
2. Amallarni bajaring:

a)  $826 \text{ m} + 4700 \text{ dm} + 3 \text{ m}$ ; d)  $2 \text{ t } 5 \text{ s } 4 \text{ kg} - 18 \text{ s } 37 \text{ kg}$ ;  
b)  $8 \text{ m } 6 \text{ sm} + 9 \text{ m} \cdot 9$ ; e)  $5 \text{ s } 22 \text{ min. } 24 \text{ s} : 24$ .

3. Qog'oz varag'iga burchak chizing va buklash yordamida burchakni teng ikkiga bo'luvchi nur yasang. Bu nur *bissektisa* deyiladi. Ushbu mulohaza rostmi?



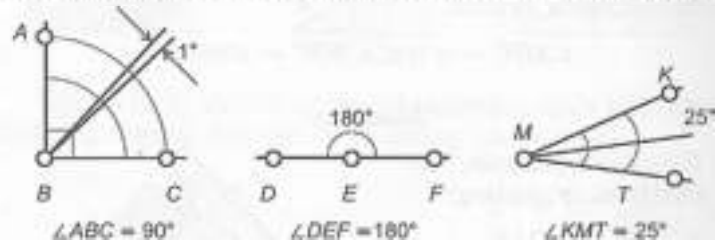
4. Rasmda 1 va 2 burchaklar qo'shni burchaklarmi? Nega? Javobingizni asoslang.



5. Yer maydonining yuzi 156 m. kv. Maydonning eni 12 m. Bu hovlining bo'yi qancha?  
 6. Ifodaning qiymatini toping:  
 a)  $16095 : 15 + (940 \cdot 70 - 7948)$ ;  
 b)  $900700 - 645 \cdot 75 + 154080$ ;  
 d)  $800800 - 83842 : 206 + 137849$ .

#### 54-§. BURCHAK O'LCHOVI VA TRANSPORTIR

Burchaklarni turli o'lchovlar bilan o'lchash mumkin, lekin ko'p qo'llaniladigani to'g'ri burchakning  $\frac{1}{90}$  bo'lagidir. Bu o'lchov gradus deyiladi va  $1^\circ$  deb belgilanadi. Shunday qilib, to'g'ri burchak  $90^\circ$ , yoyiq burchak esa  $90^\circ \cdot 2 = 180^\circ$  ga teng.



O'tkir burchak to'g'ri burchakdan kichik, shuning uchun uning gradus o'lchovi  $90^\circ$  dan kichik. O'tmas burchak to'g'ri burchakdan katta, demak u  $90^\circ$  dan katta.

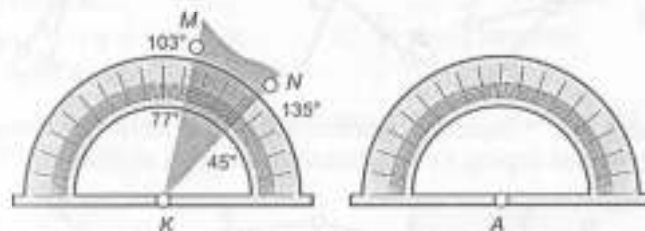
Burchaklarni qo'shishda ularning gradus o'lchovlari qo'shildi, ayirishda esa ayiriladi.

Masalan:

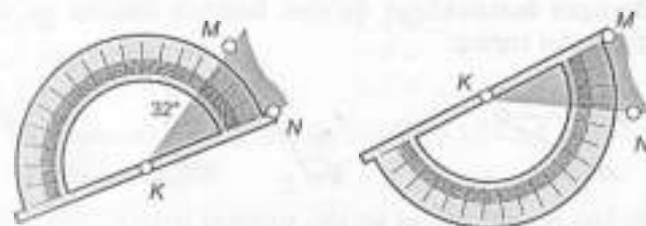


$$\begin{aligned} \angle AOB &= 30^\circ, & \angle DEF &= 135^\circ, \\ \angle BOC &= 42^\circ, & \angle KEF &= 80^\circ, \\ \angle AOC &= \angle AOB + \angle BOC, & \angle DEK &= \angle DEF - \angle KEF, \\ 30^\circ + 42^\circ &= 72^\circ. & 135^\circ - 80^\circ &= 55^\circ. \end{aligned}$$

Burchaklarni graduslarda o'lchash uchun unda nechta  $1^\circ$  borligini bilish kerak. Buning uchun burchakning bir tomonidan ketma-ket  $1^\circ$  ni qo'yib chiqish kerak. Bu usul noqulay. Lekin har qanday burchakni tez va oson o'lchashda yordam beradigan asbob bor. Bu — transportir. Transportir ko'rsatkichida  $0^\circ$  dan  $180^\circ$  gacha graduslar belgilangan.  $1^\circ$  dan tashqari  $5'$  va  $10'$  bo'yicha bo'linish berilgan.



Burchakni transportir bilan o'lchash uchun transportirning markazini burchakni uchiga qo'yish kerak. Unda burchak tomonlari orasidagi shtrixlar soni burchakning gradus o'lchovi bo'ladi.



Yuqori shkala bo'yicha:

$$\angle MKN = 135^\circ - 103^\circ = 32^\circ, A - \text{transportirning markazi.}$$

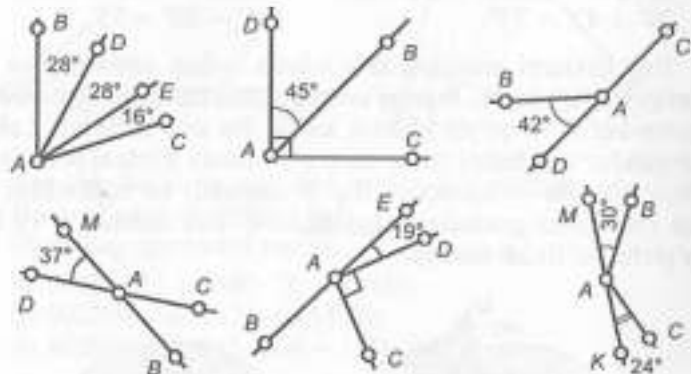
Pastki shkala bo'yicha:

$$\angle MKN = 77^\circ - 45^\circ = 32^\circ.$$

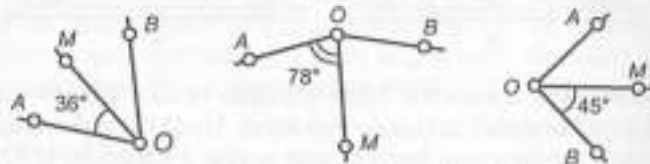
Agar burchakning tomoni shkala markazidan o'tsa, uni o'lchash qulay bo'ladi. Unda burchakning ikkinchi tomoni gradus o'lchovini ko'rsatadi.

### Mashqlar

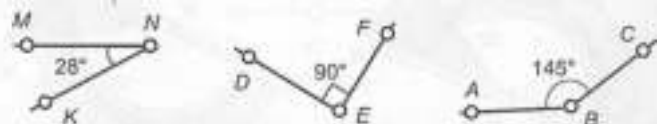
1.  $BAC$  burchaklarining qiymatini toping.



2. Agar  $OM$  – burchak bissektrisasi bo'lsa,  $AOB$  burchakning qiymatini toping va burchakning turlarini aniqlang.



3. Berilgan burchaklarga qo'shni burchak chizing va uning qiymatini toping:



4. So'roq belgisi o'rniga kerakli sonlarni yozing.

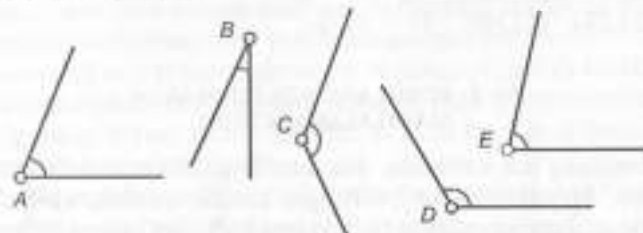


5. 72 ni har biri 3 ga qoldiqsiz bo'linadigan uchta sonning yig'indisi ko'rinishida yozing.

6. Hodalarning qiymatini toping:

- a)  $800800 - 83842 : 206 + 137849$ ;  
b)  $800800 + 83842 : 206 - 137849$ .

7. Burchaklarni transportir yordamida o'lchang va gradus o'lchovini yozing:

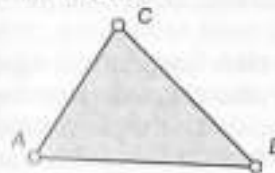


$$\angle A = \dots \quad \angle B = \dots \quad \angle C = \dots \quad \angle D = \dots \quad \angle E = \dots$$

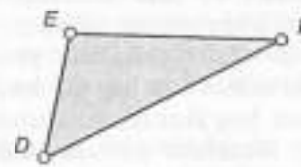
8. Hisoblang:

- a)  $\frac{1}{3}$  to'g'ri burchak;      d)  $\frac{2}{3}$  yoyiq burchak.  
b)  $68^\circ$  ning  $\frac{4}{17}$  qismi;

9. Uchburchakning burchaklarini o'lchang va ularning yig'indisini toping:

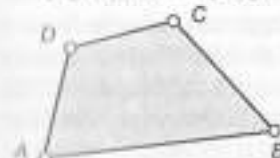


$$\begin{aligned} \angle A &= \dots \\ \angle B &= \dots \\ \angle C &= \dots \\ \angle A + \angle B + \angle C &= \dots \end{aligned}$$

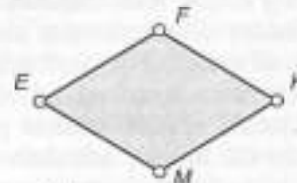


$$\begin{aligned} \angle D &= \dots \\ \angle E &= \dots \\ \angle F &= \dots \\ \angle D + \angle E + \angle F &= \dots \end{aligned}$$

10. To'rtburchaklarning burchaklarini o'lchang va ularning yig'indisini toping:



$$\begin{aligned} \angle A &= \dots \\ \angle B &= \dots \\ \angle C &= \dots \\ \angle D &= \dots \\ \angle A + \angle B + \angle C + \angle D &= \dots \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \angle E &= \dots \\ \angle F &= \dots \\ \angle K &= \dots \\ \angle M &= \dots \\ \angle E + \angle F + \angle K + \angle M &= \dots \end{aligned}$$

## II. Ifodalarning qiymatini toping:

- a)  $20000 - 282 \cdot 475 : 47 + 989$ ;
- b)  $187 \cdot (133467 : 49 - 362)$ .

### 55- §. BOSHLANG'ICH SINFLARDA MASALALAR YECHISH

Boshlang'ich sinflarda, xususan II sinfdan masalalar ustida ishlash, ko'paytirish va bo'lishga, bir xil qo'shiluvchilarning yig'indisini topishga, teng bo'laklarga bo'lishga, sonni bir necha marta orttirishga (kamaytirishga), sonlarni qisqa taqqoslashga, amallarning noma'lum komponentasini topishga doir har xil sodda masalalar, shuningdek, har xil ko'rinishdagi murakkab masalalar keltiriladi.

Har xil turdagi masalalarni yechish amallar ma'nosini ochib berish, u yoki bu tushuncha munosabatlarining shakllanishidan tashqari, o'quvchilar bilim doiralari kengayishiga ba'zi kattaliklar va ular orasidagi bog'lanishlar bilan chuqurroq tanishtirishga xizmat qiladi.

O'quvchilar masalalar yechishga zarur malakalarni egallashlari uchun turli hayotiy berilgan va izlanayotganlar orasidagi ma'lum bog'lanishlarni tushungan holda topishga o'rgatish kerak. Masalalar yechish malakasini hosil qilishda masalani tahlil qilishning umumiy metodini o'quvchilar qanday egallab olganliklari va bolalar o'zlari mustaqil masala yechimini topishlariga yordam beradigan vositalarni qanday o'zlashtirganliklari muhim ahamiyatga ega. Bu vositalar masala shartini bir vaqtda tahlil qilib, qisqa yozish, yechish rejasini tuzish, yechimini tegishli og'zaki yoki yozma tushuntirishlar bilan yozish, yechimning to'g'riligini tekshirishdan iborat.

Shunday qilib, masalalar ustida ishlaganda o'quvchi faqat u yoki bu xil masalani yechish malakasini shakllantiruvchi xususiy malakalarni rejali ravishda ishlab chiqilishi borasida g'amxo'rlik qilishi kerak. Chunki masala yechishning umumiy murakkab malakasi shu xususiy malakalardan tashkil topadi.

Boshlang'ich sinflarda o'quvchilar qanday malakalarni egallashlari kerakligini qaraymiz.

1. Masalani eshitish va uni mustaqil o'qish malakasi. Masala ustida ishlash uning mazmunini o'zlashtirishdan boshlanadi. Masala mazmunini yaxshi tushunish uchun o'quvchilarning har

biri uning mazmunini eshitibgina qolmay, balki uni mustaqil o'qib chiqishi ham kerak. Agar masala sharti bosh qotiradigan bo'lsa, o'quvchilar masala mazmunini mustaqil o'ylab ko'rishlari uchun ikki-uch minut vaqt berish maqsadga muvofiqdir. O'qishda bolalarni to'g'ri mantiqiy urg'u berishga o'rgatish kerak. Bu masala tuzilishini tushunishdan tashqari, matematik atamalarni, berilganlar bilan noma'lumlar o'rtasidagi bog'lanishini tushunishga yordam beradi.

2. Masalaning boshlang'ich tahlili (ma'lumni noma'lumdan farq qilish malakasi). Berilgan masala ustida ishlaganda, o'quvchilarning diqqat-e'tiborini avvalo masaladagi har bir so'z va har bir sonning mazmuniga qaratish zarur; masalada tasvirlanayotgan manzarani jonli tasavvur qilishlariga yordam berish kerak; shartda berilganlarni va savolni ajratishga; masalada so'z yuritilayotgan kattaliklarda qanday o'zgarishlar ro'y berayotganini tushunishga; masala savolini tushunishga ahamiyat berish kerak.

Ma'lumni noma'lumdan, muhimni muhim emasdan ajrata olish, berilganlar bilan izlanayotganlar orasidagi bog'lanishni ochib berish malakalari eng muhim malakalardandir, bu malakalarni egallamay turib, masalalarni mustaqil yechishni o'rgatib bo'lmaydi.

3. Masalani qisqa yozish malakasi. Masala ustida og'zaki ishlagandan keyin masala mazmunini matematik atamalar tiliga o'tkazish kerak va uning matematik tuzilishini qisqa yozuv (chizma, jadval) shaklida ifodalash kerak. Ikkinchi sinfdan matematik model masalalar bilan tanishtirishda yoki murakkabroq masalalarni yechishda to'la predmet, ko'rsatmalilikdan (masalan, masala berilganlarining hammasi predmetlar bilan ko'rsatilganlikdan) sekin-asta to'la bo'lmagan ko'rsatmalilikka (masalan, masalaning hamma berilganlari to'la predmetlar bilan tasvirlanmaganlikka) o'tiladi, so'ngra shartli qisqacha yozishga (grafik tasvirlashga) o'tiladi.

Shuni nazarda tutish kerakki, hamma hollarda ham qisqacha yozishni bajarish bilan birga, masala sharti tahlil ham qilinadi. Qisqacha yozishning vazifasi ana shundan iborat. Haqiqatan, shartni qisqacha yozish o'quvchi xotirasiga tayanch bo'lib, son ma'lumotlarini tushunish va yaratish imkonini beradi, bu ma'lumotlar masalada nima berilganligini va nimani izlash kerakligini aniqlashga yordam beradi.

Masala sharti murakkab bo'lganda, berilganlar orasidagi bog'lanishlarni tahlil qilish qiyin bo'lganda, shuningdek, turli ko'rinishdagi masalalarni yechishda qisqa yozishdan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Avval sodda masalani yechishda amal tanlash masalasiga to'xtalib o'tamiz. Bu malaka birinchi sinfda shakllantira boshlanadi, o'qitishning ikkinchi yilida bu rivojlantirish yana davom ettiriladi. Bu rivojlantirish shundan iborat bo'ladiki, ba'zi tanish masalalarga nisbatan amal tanlash asosi o'zgartiriladi.

Masalan, «Daraxtga 5 ta qush kelib qo'ndi, ikkita qush uchib ketdi. Daraxtda nechta qush qoldi?» — degan masalani yechishda birinchi sinf o'quvchisi qushlar uchib ketgandan keyin kamayib qolganini, shuning uchun 5 dan 2 ni ayirish kerakligini aytishadi.

O'quvchi ikkinchi sinfda xuddi shu masalani yehsa, bunday mulohaza yuritishi mumkin: «Bu qoldiqni topishga doir masala. Bunday masalalar ayirish bilan yechiladi. 5 dan 2 ni ayirib, daraxtda nechta qush qolganini bilamiz».

Ikkinchi sinfda qo'shishning (ayirishning) noma'lum komponentini topishga oid masalani yechishda o'quvchilar amal tanlashni to'g'ridan-to'g'ri tegishli qoidaga murojaat qilish bilan asoslaydilar.

Masalan, «Bir qutida bir nechta, ikkinchi qutida 4 ta qalam bor. Ikkala qutida 11 ta qalam bor. Birinchi qutida nechta qalam bor?» — degan masalani yechishda o'quvchi bunday fikr yuritadi:

— «Biz birinchi qutida nechta qalam borligini bilmaymiz — bu noma'lum; ikkinchi qutida 4 ta, ikkala qutida 11 ta qalam bor. Bu yerda yig'indi (11) va bitta qo'shiluvchi ma'lum, ikkinchi qo'shiluvchini topish kerak. Uni topish uchun yig'indidan ma'lum qo'shiluvchini ayirish kerak».

O'quvchi 1- sinfda berilgan sonni bir necha birlik orttirishga doir masalani yechishda taxminan bunday mulohaza yuritgan edi: «Masalada birinchi kuni do'konda 24 qop, ikkinchi kuni esa undan 8 qop ortiq kartoshka sotilgani aytilgan. Ikkinchi kuni necha qop kartoshka sotilganini aniqlash kerak. II kun I kunga qaraganda 8 qop ortiq kartoshka sotilganligi ma'lum, bu birinchi kundagidek va yana 8 qop kartoshka sotilgan; 24 ga 8 ni qo'shish kerak, shundan keyin biz II kuni necha qop kartoshka sotilganligini bilamiz».

«Masala shartidan I kunga qaraganda II kuni 8 qop ortiq kartoshka sotilgani ma'lum; ikkinchi kuni nechta qop kartoshka sotilganini aniqlash kerak. Demak, masalada katta sonni topish talab qilinadi, bu masala qo'shish bilan yechiladi».

Keltirilgan misollardan ko'rinadiki, sodda masalalarni yechish malakasini egallagan sari o'quvchilar asta-sekin umumlashtirishning yuqori bosqichiga ko'tariladilar.

Murakkab masalalarni yechishda masalani tahlil qilish malakasi (ya'ni masalani yechish rejasini tuzish) asosiy ahamiyatga ega. Masalani tahlil qilish nimani va nima bilan, qanday ketma-ketlikdalgini bilish; har bir bosqichda qancha miqdorda va qanday arifmetik amallar bajarilishini bilish demakdir.

Boshlang'ich sinf matematika metodikasiga oid qo'llanmalarda masalani tahlil qilishning analitik va sintetik usullari o'rganiladi.

Masalani sintetik tahlil qilish deganda shunday mulohaza yuritish tushuniladiki, bunda ikkita son ma'lumotni birlashtirish natijasida bu ma'lumotlar bo'yicha nimani bilish mumkinligi aniqlanadi, so'ngra yangi hosil qilingan ma'lumot bilan keyingi ma'lumot birlashtiriladi, bunday birlashtirish masala savoliga javob topilguncha davom ettiriladi.

Masalani analitik tahlil qilish masala savolidan boshlanadigan mulohazalar zanjiridan iborat. Masala savoliga javob hosil qilish uchun masala shartida ko'rsatilgan yoki ko'rsatilmagan zarur ma'lumotlar tanlab olinadi. Ammo bu ma'lumotlar boshqa ma'lumotlardan foydalanish natijasida hosil qilinishi mumkin.

Shunday qilib, masala tahlili analitik-sintetik metod yordamida amalga oshiriladi, chunki masala yechishda masala yechuvchining fikri doim ma'lumdan noma'lumga va noma'lumdan ma'lumga qarab borishi kerak. Masala tahlilini uning savolidan ham, berilganlardan ham boshlash mumkin. Yechish yo'llarini izlash maqsadga yo'nalgan bo'lishi muhimdir, bunda berilgan ma'lumotlar bo'yicha nimani bilish mumkinligiga doir ko'rnatma har doim «Buni bilish zarurmi?», «Bu masalani yechishga yordam bera oladimi?» degan savollar bilan tekshirib turilishi kerak, va aksincha, masala savoliga javob berish uchun nimani bilish kerakligi «Buni masalada berilganlarga qarab bilish mumkinmi?» degan savol bilan tekshirib turilishi kerak. Misol uchun bunday masalani tahlil qilishning borishini ko'rib chiqaylik:

«Ustaxonada bir nechta ko'ylak va ko'ylaklar qancha bo'lsa, shuncha kostum tikishdi. Bitta ko'ylakka 3 m, bitta kostumga 4 m material ketdi. Agar hamma ko'ylakka 24 m material sarf qilingan bo'lsa, shuncha kostum uchun qancha material sarf qilingan?».

Masalaning qisqacha yozilishi:

Har bir	—————>	Ko'ylak uchun 3 m
Kiyimlar soni	—————>	Kostum uchun 4 m
Umuman sarf qilingan material	—————>	Bir xil 24 m. dan.

Tahlil etish masaladagi son ma'lumotlariga qarab taxminan bunday bo'lishi mumkin.

Masalada nimani bilish talab qilinadi? (Hamma kostum uchun qancha material ketganini). Buni birdan bilish mumkinmi? (Yo'q). Nima uchun? (Nechta kostum tikilganligini bilmaymiz). Nechta kostum tikilganini birdan bilish mumkinmi? (Mumkin). Nima uchun? (Ko'ylaklar nechta bo'lsa, shuncha kostum tikilganligi ma'lum. Nechta ko'ylak tikilganini bitta ko'ylakka 3 m, hamma ko'ylaklarga 24 m material ketganidan bilish mumkin). Birinchi amal bilan nimani bilamiz? (Nechta (kostum, ko'ylak tikilganini). Qanday qilib bilamiz? (24 ni 3 ga bo'lamiz). Doskada va o'quvchilarning daftarlarida  $24 : 3$  (dona) yozuv yoziladi. Ikkinchi amal bilan nimani bilamiz? (Hamma kostumga qancha material ketganini). Qanday bilamiz? (4 ni birinchi amal natijasiga ko'paytiramiz).

$4 \cdot (24 : 3)$  yozuv hosil bo'ladi. Masala savoliga javob bera olamizmi? (Ha).

Ko'ryapmizki, reja tuzish sharti bo'yicha ifoda tuzish bilan birga olib borilyapti. Bundan masalaning yechimini topishga bir qadam qoladi:  $4 \cdot (24 : 3) = 4 \cdot 8 = 32$  (m).

Jadvalning yuqori qatoriga qarang: bitta ko'ylakka 3 m, hamma ko'ylakka esa 24 m material ketganini bilgan holda, nimani bilishimiz mumkin? (Nechta ko'ylak tikilganini). Qanday qilib bilamiz? (24 ni 3 ga bo'lamiz). Shunday qilish kerakmi? (Ha, kerak, chunki kostumlar nechta bo'lganini bilamiz, 1 ta kostumga ketgan materialni bilgan holda, hamma kostumga ketgan materialni bilish mumkin).

Kostumlarga qancha material ketganini qanday bilish mumkin? (4 ni birinchi amal natijasiga ko'paytiramiz). Shu bilan masala savoliga javob beramizmi? (Ha).

Masalani tahlil qilingandan keyin yechish rejani yana bir marta takrorlash zarur: javob hosil bo'lguncha o'quvchilar avval nimani bilish kerakligini gapirib berishlari kerak.

5. Masalani yechish, uni o'qituvchi talabiga binoan yozish va masala savoliga javob berish malakasi. Ishni sodda masalalardan boshlaymiz. Sodda masalani arifmetik usul bilan ham, algebraik usul bilan ham yechish mumkin.

Sodda masalani arifmetik usul bilan yechilganda ifoda tuziladi va uning qiymati topiladi. Masalan, «O'quvchi birinchi kuni kitobning 9-betini o'qidi, ikkinchi kuni esa birinchi kunga qaraganda 2 marta ko'p o'qidi. O'quvchi ikkinchi kuni necha bet o'qidi? Masalaning yechilishini bunday yozish mumkin:  $9 \cdot 2 = 18$  (bet).

J a v o b: O'quvchi ikkinchi kuni 18 bet o'qidi.

Sodda masalani algebraik usul bilan yechilganda tenglama tuziladi va tenglamadagi noma'lumning qiymati topiladi. Algebraik usul bilan noma'lum komponentni (noma'lum qo'shiluvchini, kamayuvchini, ayiriluvchini, ko'paytuvchini, bo'linuvchini, bo'luvchini) topishga doir masalalarni yechish maqsadga muvofiqdir. Masalan, «Agar o'ylangan sonni 3 marta orttirilsa, 12 hosil bo'ladi. Qanday son o'ylangan?» — degan masalaning yechimini algebraik usul bilan bunday ifodalash mumkin:

$$\begin{aligned}x \cdot 3 &= 12, \\x &= 12 : 3, \\x &= 4.\end{aligned}$$

J a v o b: 4 soni o'ylangan.

Birinchi yozish shakli ( $x \cdot 3 = 12$ ) afzal.

Agar topshiriq (darslik yoki o'qituvchi tomonidan) umumiy holda «Masalani yeching» shaklida ifodalangan bo'lsa, o'quvchilar keltirilgan usullardan ixtiyoriy foydalanishlari mumkin.

Murakkab masalani ham arifmetik usul bilan, ham algebraik usul bilan yechish mumkin.

Masalaning arifmetik usul bilan yechilishini turli usulda yozish mumkin. O'qituvchining biror topshirig'iga mos yechim yozuvlarini quyidagi masala misolida keltiramiz:

4 ta konvert 200 so'm turadi. Shunday konvertlardan 6 tasi necha so'm turadi?

Masalaning sharti jadvalda quyidagi ko'rinishga ega:

Bahosi	4 ta konvert.
Miqdori	6 ta konvert.
Qancha turadi	200 so'm.
Bir xil	?

1. Yechimni ifoda ko'rinishida yozish.

a) ifodani tushuntirish bilan birga ketma-ket yozish:  $200 : 4$  (so'm) — konvertning bahosi,  $(200 : 4) \cdot 6$  (so'm),  $(200 : 4) \cdot 6 = 300$  (so'm) — 6 ta konvertning bahosi.

J a v o b: 6 ta konvert 300 so'm turadi.

b) ifodani tushuntirishlarsiz ketma-ket yozish:

$$200 : 4 \text{ so'm, } 200 : 4 = 50 \text{ (so'm).}$$
$$(200 : 4) \cdot 6 \text{ so'm.}$$

J a v o b. 6 ta konvert 300 so'm turadi.

d) ifodani ayrim amallar va tushuntirishlarsiz ketma-ket yozish:

$$(200 : 4) \cdot 6 = 300 \text{ (so'm).}$$

J a v o b: 6 ta konvert 300 so'm turadi.

Tushuntirishlar bilan yozish yana boshqa ko'rinishda ham bo'lishi mumkin:

1) konvert  $200 : 4 = 50$  (so'm) turadi.

2) 6 ta konvert  $50 \cdot 6 = 300$  (so'm) turadi.

Birinchi yozuv (amal bajarilgandan keyin tushuntirishlarini yozish) berilgan amalni bajarishdan nimani bilish mumkin, degan savolga javob bo'ladi, ikkinchisi esa berilgan amalni bajarish bilan nimani bilishimizga ko'rsatma beradi.

b) tushuntirishlarni yozmasdan:

1)  $200 : 4 = 50$  (so'm);

2)  $5 \cdot 6 = 30$  (so'm).

J a v o b: 6 ta konvert 300 so'm turadi. Masala yechimini tushuntirishlarsiz yozishda savollar og'zaki aytiladi.

d) amallarga doir tushuntirishlarni faqat tasdiq formasidagina emas (*a* bandga qarang), balki savol shaklida ham ifodalash mumkin:

1. Bitta konvert necha so'm turadi?

$$200 : 4 = 50 \text{ (so'm).}$$

2. 6 ta konvert necha so'm turadi?

$$50 \cdot 6 = 300 \text{ (so'm).}$$

J a v o b: 6 ta konvert 300 so'm turadi.

Yechimlarni ayrim amallar ko'rinishida yozishning barcha shakllari ichida tushuntirishlar bilan yozish maqsadga muvofiqdir, chunki bu yozuv yechimni savollarning ifodalari bilan birga yozishdan qisqaroq va shu bilan birga, bu o'quvchilarning bajarilgan amalning mazmunini qanchalik tushunganlarini tekshirish imkoniyatini beradi, tushuntirishlarsiz yozishdan ustunligi shundan iborat.

Masalalarni arifmetik usul bilan yechishga o'rgatish jara-yonida yuqorida keltirilgan yozish shakllarining hammasidan masalaning xususiyatiga va o'quvchilarning tayyorgarlik darajasiga qarab foydalanish mumkin. Ammo yozishning qisqa shakliga, ayniqsa, masala bo'yicha ifoda tuzishga afzallik berish kerak. Shu vaqtning o'zida II sinfda yechiladigan bir qator masalalarga nisbatan yechimni ayrim amallar ko'rinishida yozish eng qulay ekanligini qayd qilib o'tamiz.

Bular, asosan, ikkita sonni ayirmali yoki karrali taqqoslashni talab qiladigan masalalardir. Masalan, «Do'konga 45 ta mototsikl keltirishdi. Birinchi kun 27 ta mototsiklni sotishdi. Do'konda qolgan mototsikldan ortiq sotishdimi yoki kam sotishdimi va qancha ortiq yoki kam sotishdi?» ko'rinishdagi masalalar. Masala savoliga javob berish uchun taqqoslash kerak bo'ladigan sonlarni topish, ya'ni masalani amallar bo'yicha yechish kerak.

$$1) 45 - 27 = 18 \text{ ta (mototsikl);}$$

$$2) 27 - 18 = 9 \text{ ta (mototsikl).}$$

J a v o b: Qolganidan 9 ta ortiq mototsikl sotilgan.

Ifoda ancha katta bo'lib ketganda yoki ifodalar tuzishda katta qavslarni kiritishda ham masala yechimini ayrim amal ko'rinishida yozishda foydalanish afzal. Misol uchun, II sinf uchun bunday masalani ko'rib chiqamiz: «Palto, kostum va botinka birgalikda 10 000 so'm turadi. Palto 5000 so'm, kostum undan 1200 so'm arzon turadi. Botinka necha so'm turadi?» Masalaning qisqa yozuvi:

$$\{P - 5000 \text{ so'm}$$

$$10\,000 \text{ so'm } \{K - ? \text{ Paltodan } 1200 \text{ so'm arzon.}$$

Masalani ifoda tuzish yordamida yechishga harakat qilib, kvadrat (o'rta) qavslar kiritish zaruratini payqaymiz:

$$10000 - [5000 + (5000 - 1200)].$$

Ammo boshlang'ich sinflarda biz bolalarni o'rta qavslarning ishlatilishi bilan tanishtirmaymiz. Shuning uchun ko'rilayotgan masala yechimini (unga o'xshashlarining yechimini ham) ayrim amallar ko'rinishida yozish kerak. Masalan:

1) kostum  $5000 - 1200 = 3800$  (so'm) turadi;

2) palto va kostum birgalikda

$$5000 + 3800 = 8800 \text{ (so'm) turadi;}$$

3) botinkalar  $10000 - 8800 = 1200$  (so'm) turadi.

Masalalarni sinfda yechishga tayyorlashda o'qituvchi oldindan masala yechimini yozishning qaysi shaklidan foydalanish kerakligini o'ylashi kerak, u albatta, masalaning xususiyatlarini va o'quvchilarning tayyorlik darajalarini hisobga olishi kerak.

Endi murakkab masalalarni algebraik usulda yechish, ya'ni masalani tenglamalar tuzish bilan yechishni ko'rishga o'tamiz. Misol uchun, yuqorida qaralgan konvertlar haqidagi masalani ko'ramiz.

Masalani tenglamalar tuzish bilan yechish zarurati masalaning qisqa yozuvida ham akslanadi:

Bahosi.

Miqdori.

Qancha turadi.

Bir xil.

4 ta konvert.

6 ta konvert.

200 so'm.

$x$  so'm.

«?» belgisi (arifmetik yechish usulida) o'rniga noma'lumni harf bilan belgilash (bu holda  $x$  bilan) kiritiladi.

Bu masala yechimini tenglama tuzish yordamida yozish quyidagi ko'rinishga ega:

$$x = (200 : 4) \cdot 6;$$

$$x = 50 \cdot 6;$$

$$x = 300.$$

Javob: 6 ta konvert 300 so'm turadi.

Ko'rilayotgan masala algebraik usul bilan quyidagicha ham yechilishi mumkin:  $x : 6 = 200 : 4$ . Haqiqatan ham konvert

bahosini ikki xil ko'rinishda ifodalash mumkin:  $x : 6$  (so'm) va  $200 : 4$  (so'm). Ammo konvertlarning bahosi bir xil bo'lgani uchun tuzilgan ifodalarni qiymati bir xil bo'lishi kerak. Demak, tenglama tuzish va bu tenglamani yechish bilan masalani yechish mumkin. Bunday yo'l tutishda (III sinfga xarakterli) yechim yozuvi ushbu ko'rinishga ega.

$$x : 6 = 200 : 4;$$

$$x : 6 = 50;$$

$$x = 6 \cdot 50;$$

$$x = 300.$$

Javob: 6 ta konvert 300 so'm turadi.

Masala bo'yicha ifoda tuzish tenglamalar metodi bilan masalalar yechishga yaxshi tayyorgarlik bo'ladi. Bu holda tegishli yozuv quyidagicha bo'ldi:

$x - 6$  ta konvertning qancha turishi,  $x : 6$  (so'm) — bitta konvert bahosi.

$$200 : 4 \text{ (so'm) — bitta konvert bahosi; } x : 6 = 200 : 4.$$

Javob: 6 ta konvert 300 so'm turadi.

Masalalarni algebraik usulda ham, arifmetik usulda ham yechish mumkin bo'lgan yozish shakllarini ko'rib chiqdik. Masalalarni arifmetik usul bilan yechishda ifoda tuzish afzalligini yana bir bor eslatish ortiqcha bo'lmaydi; bunda o'qituvchining ikkinchi asosiy vazifasi bolalarni masala sharti bo'yicha tenglamalar tuzishga o'rgatishdir.

6. Masala yechimini tekshirish malakasi. Masala yechimini tekshirish — yechimning to'g'ri yoki noto'g'riligini aniqlashdan iborat. Boshlang'ich sinflarda, xususan, II sinfda tekshirishning quyidagi to'rtta usulidan foydalaniladi.

1. Masalalarning shartlari bilan topilgan javoblar orasida o'zaro moslik o'rnatish. Tekshirishning bu usuli bilan o'quvchilar birinchi sinfdayoq tanishishgan. Shu usulning o'zi II sinfda ham qo'llaniladi. Masala yechimini bu usul bilan tekshirishda masala savoliga javob berilayotganda topilgan sonlar ustida arifmetik amallar bajariladi: agar bunda masala shartida berilganlar kelib chiqsa, masala to'g'ri yechilgan, deb hisoblash mumkin. Misol sifatida bunday masalani qaraymiz: «Karim 10 ta baliq, Ofim esa unga qaraganda 2 marta kam baliq tutdi. Ikkala bola birgalikda qancha baliq tutgan?»

Yechilishi.  $10 + 10 : 2 = 10 + 5 = 15$  (ta baliq).

**Tekshirish.** Masala shartiga ko'ra, Olim Karimga qaraganda 2 marta kam baliq tutgan, haqiqatan ham:

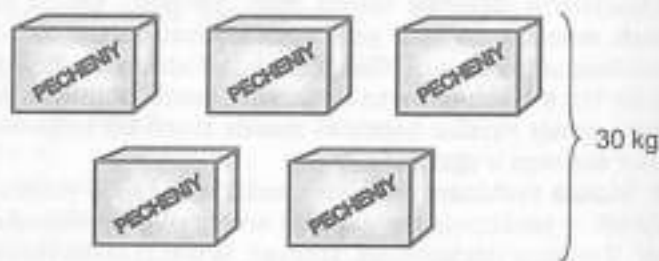
1)  $15 - 10 = 5$  (ta baliq); 2)  $10 : 5 = 2$ .

2. Teskari masala tuzish va yechish. Darslikda berilgan yoki o'qituvchi bergan ixtiyoriy masalani to'g'ri masala deb hisoblaymiz.

To'g'ri masala shartida nechta son berilgan bo'lsa, bu masalaga doir shuncha teskari masala tuzish mumkin. Agar teskari masalani yechish natijasida (to'g'ri) masalada berilgan son chiqsa, unda bu masala to'g'ri yechilgan, deb hisoblash mumkin. Masalan, quyidagi masalani ko'ramiz:

«5 ta bir xil yashikka 30 kg pecheniyni joylash mumkin. 42 kg pecheniyni joylash uchun shunday yashiklardan nechta kerak?»

Yashikning og'irligi.	1. Bir xil.
Yashiklar soni.	5 ta.
Umumiy og'irligi.	30 kg.
Yechilnshi.	$42 : (30 : 5) = 7$ yashik.



Berilgan masalani yechish natijasida 42 kg pecheniyni joylash uchun 7 ta bir xil yashik kerakligini topamiz. So'ngra o'qituvchi teskari masala tuzishi, ya'ni masalaga shunday o'zgartirish kiritishi kerakki, natijada masalada izlanayotgan noma'lum (7 ta yashik) berilgan son bo'lib, berilgan sonlardan biri esa, masalan 5, izlanayotgan son bo'lsin. O'quvchilar yangi masalani ifodalaydilar: «7 ta bir xil yashikka 42 kg pecheniy joylash mumkin. 30 kg pecheniyni joylash uchun shunday yashiklardan nechta kerak?» Jadvaldan ko'rinadiki, bunday teskari masalaning yechilishida 5 soni chiqdi, demak berilgan masala to'g'ri yechilgan.

Qolgan ikkita teskari masala ham shunga o'xshash yechiladi. Ularda berilgan masalaning izlanayotgan miqdori ma'lum (7), berilganlardan biri esa (avval 30, so'ngra 42), noma'lum bo'lib qoladi. Masalaning yechimini tekshirish uchun mumkin bo'lgan teskari masalalarni tuzish va yechish zaruriyati yo'q. Mumkin bo'lgan bitta teskari masalani tuzish va uni yechish bilan cheklanish mumkin.

3. Masalani turli usullar bilan yechish. Agar masalani boshqa usul (usullar) bilan yechish mumkin bo'lsa, unda bir xil natijalarning hosil qilinishi masala to'g'ri yechilganini tasdiqlaydi. Quyidagi masalani ko'ramiz: «Mehnat darsi uchun 100 so'mdan 4 g'altak oq ip va shu bahoda 6 g'altak qora ip sotib olindi. Bu iplar uchun qancha pul to'langan?»

*I usul:*  $100 \cdot 4 + 6 \cdot 100 = 400 + 600 = 1000$  (so'm).

*II usul:*  $(4 + 6) \cdot 100 = 10 \cdot 100 = 1000$  (so'm).

Masalani ikkinchi usul bilan yechganimizda yig'indini songa ko'paytirdik, birinchi usul bilan yechishda esa har bir qo'shiluvchini shu songa ko'paytirdik va hosil bo'lgan natijalarni qo'shdik.

4. Javob chegaralarini belgilash (taxminiy javob). Tekshirishning bu usulini qo'llash shundan iboratki, masalani yechishga qadar o'quvchilar masalaning javobi qaysi oraliqda bo'lishini, berilgan sonlarning bironasidan katta yoki kichik bo'lishini aniqlaydilar. Agar javob aniqlangan chegaralarga mos kelmasa, demak masala noto'g'ri yechilgan bo'ladi. Bu usul ayrim hollarda yechimning noto'g'riligini aniqlashga imkon beradi. Bu usul boshqa tekshirish usullarini rad qilmaydi. Misol sifatida quyidagi masala yechimini tekshirishni ko'ramiz: «Vali 2 quti qalam sotib oldi. Po'lat shunday qalamdan 5 quti sotib oldi. Vali qalamlarga 400 so'm to'ladi. Po'lat qalamlarga qancha to'lashi kerak?»

Masalani yechishga qadar bunday suhbat o'tkaziladi:

— Siz nima deysiz, kim qalamlar uchun ko'p pul to'lagan? (Po'lat).

— Nima uchun? (U ko'proq quti qalam sotib oldi).

— Javobda yana nimani esda tutish kerak? (Javobda 400 dan katta bo'lgan son hosil bo'lishi kerak).

— Agar javobda 400 dan kichik son chiqsa, unda masala noto'g'ri yechilgan bo'ladi.

O'qituvchi darsga tayyorlanishida ko'rgazmalardan foydalanishi kerak.

5. Masala ustida ishlashda mustaqil ravishda ma'lum bir tizimni belgilab olish va bu tizimni tatbiq qilish malakasi.

O'quvchilar yuqorida ko'rib o'tilgan malaka va ko'nikmalar-ning har birini ishonch bilan egallashdan tashqari, har birining masala xususiyatlarini hisobga olgan holda bir-biriga bog'lab o'rganishlari muhimdir.

Topshiriqlar yoziladi va o'quvchilar masalalar yechishda ko'rgazmalarda ko'rsatilgan topshiriqlarni qat'iy ma'lum tartibda bajarib, o'quvchilar masala ustida ishlash malakasini egallab boradilar, ularda masala ustida ishlashning umumiy metodi tarkib topa boradi.

Rasmga qarab masala tuzing va masala yechimini tahlil qiling:



700 so'm.



1000 so'm.

a) rasm bo'yicha masala tuzing va yeching. Bitta koptok necha so'm turadi?

b) jami pulga ikkita sumka olish mumkinmi?

#### Masala ustida ishlash rejasi

1. Masalani o'qing va masalada nima to'g'rida gapirilayotganini o'zingizcha tasavvur qilib ko'ring.

2. Masalada nima ma'lum va nimani bilish kerakligini bilib oling. Agar masala mazmunini tahlil qilish qiyinlik qilsa, uni qisqacha yozing.

3. Har bir son nimani ko'rsatishini qisqa yozuv bo'yicha tushuntirib bering va masala savolini qaytaring.

4. Masala savoliga birdaniga javob berish mumkinmi, o'ylab ko'ring, agar mumkin bo'lmasa, nima uchun mumkin emasligini tushuntiring? Oldin nimani, so'ng nimani bilish mumkin? Yechish rejasi tuzing.

5. Yechishni bajaring.

6. Yechishni tekshiring va javobini yozing.

7. O'z-o'zingizga «qiziq» savollar bering va shu savollarga javob toping.

Har bir masalani yechishda keltirilgan rejaga qat'iy amal qilish umuman shart emasligini nazarda tutish kerak. Agar, masalan, tanish ko'rinishdagi masala berilsa va o'quvchi uni birinchi marta o'qishdan keyinroq yechish yo'lini tasavvur qila olsa, rejaning hammasini qat'iy bajarish ortiqcha vaqt sarflashga sabab bo'lar edi. Bunday holda o'quvchi masalani tez yechadi va yechimni tekshiradi. Bitta masalaning o'zini ba'zi o'quvchilar birdaniga yechishlari mumkin, boshqa o'quvchilar qisqacha yozish bilan yechishlari mumkin va hokazo. Agar o'qituvchi, masalan, bolalar qisqacha yozishni qanchalik bilishlarini aniqlashni xohlasa, o'quvchilarning hammasidan qisqacha yozishni bajarishlarini yoki masalaga oid chizma chizishni talab qilishi mumkin. Bolalarga eslatma yordamida qanday ishlash mumkinligini tanishtirishni bunday amalga oshirish mumkin:

— Bugun siz masala ustida boshqacha ishlashni o'rganasiz. Qo'lingizdagi ko'rgazmalarda yozilgan topshiriqlardan foydalanib, masalalar yechamiz. Agar siz ko'rgazmalardan foydalanishni bilib olsangiz, masalani mustaqil yecha olasiz.

Masalan, «Bochkada 40 chelak suv bor edi. Gullarni sug'orish uchun ertalab 12 chelak, kechqurun 15 chelak suv olindi. Bochkada necha chelak suv qoldi?»

— Qumri, birinchi topshiriqni o'qing. (O'quvchi eslatmadagi birinchi topshiriqni o'qiydi).

— Topshiriqni bajaring. (Hamma masalani ichida o'qiydi).

— Po'lat, ikkinchi topshiriqni o'qing. (O'qiydi).

— Topshiriqni daftarlaringizda bajaring. Karim esa doskada bajaradi. (Karim doskaga masalani yozadi):

Bor edi — 40 chelak.

Olindi — 12 va 15 chelak.

Qoldi — ?

Karim qisqa yozish bilan birga, masalani tahlil ham qiladi, ya'ni nima ma'lum, nima noma'lumligini aniqlaydi.

— Rahim, uchinchi topshiriqni o'qing. (O'qiydi).

— Jo'ra sonlar to'g'risida savollar beradi, siz esa unga javob bering.

Jo'ra: — Guli, 40 soni nimani ko'rsatadi?

Guli: — Bochkada qancha suv bo'lganini.

Jo'ra: — Ahmad, 12 soni nimani ko'rsatadi?

Ahmad: — Sug'orish uchun ertalab qancha suv olinganini.

Jo'ra: — Gulsum, 15 soni nimani ko'rsatadi?

*Gulsum:* — Kechqurun sug'orish uchun qancha suv olinganini.

*Jo'ra:* — Surayyo, masalada nimani bilish talab qilingan?

*Surayyo:* — Bochkada qancha suv qolganini. (Keyinchalik bu topshiriqni bir o'quvchi bajarishi mumkin).

Eslatmaning boshqa topshiriqlari ustida ham xuddi shunday ish olib boriladi. Masala tahlil qilinganidan so'ng o'quvchilar masalaning quyidagi yechimiga ega bo'ladilar:

$$40 - (12 + 15) = 40 - 27 = 13 \text{ (chelak).}$$

*Javob:* 13 chelak.

Qaralayotgan masalada tekshirishni masalani boshqacha ikki usul bilan yechish orqali olib borish maqsadga muvofiqdir (sondan yig'indini ayirish xossasidan foydalaniladi).

*II usul:*

$$(40 - 12) - 15 = 28 - 15 = 13 \text{ (chelak).}$$

*Javob:* 13 chelak.

*III usul:*

$$(40 - 15) - 12 = 25 - 12 = 13 \text{ (chelak).}$$

*Javob:* 13 chelak.

Javoblarni taqqoslab, o'quvchilar masalani birinchi usulda yechilgandagi kabi javob hosil qilganliklariga ishonch hosil qiladilar. Bu yerdan masala to'g'ri yechilgan, degan xulosa chiqarish mumkin. Masala yechib bo'lingandan keyin bolalarga «qiziqarli» savollarni berish mumkin.

— Qiziq savollarni hozircha men beraman, keyinchalik sizlar ham o'rganib olasizlar, — deydi o'qituvchi. Mana bu savolni eshiting:

— Qanday shartda javob 13 dan kichik son hosil bo'ladi? (Agar ertalab sug'orish uchun ko'proq chelak suv olingan bo'lsa, agar kechqurun sug'orish uchun ko'proq chelak suv olingan bo'lsa, agar bochkada kamroq chelak suv bo'lsa).

Bunday ish natijasida o'quvchilar topshiriqlar bilan aniqlangan ishlash usullarini o'zlashtiradilar, ularni masalalar yechishda qo'llaydilar, bu — masala ustida ishlash metodidir.

Masalani yechib bo'lingandan va tekshirishdan so'ng masala ustida qo'shimcha ishlash foydalidir. (Bunday ishlardan biri yuqorida o'qituvchi «qiziqarli» savollar berganida amalga oshiriladi).

Maktabda masalalar yechish ustida ishlashning quyidagi turlari ishlatiladi:

1. Masalani boshqacha usul bilan (agar mumkin bo'lsa) yechish.

2. Masalani almashtirish — teskari masala tuzish va uni yechish.

Ko'rsatilgan bu ikki xil ish usuli bir vaqtning o'zida masalani tekshirish usullari hamdir.

3. Masala shartida elementlarni o'zgartirish:

a) shartlardan birini o'zgartirish;

b) berilganlardan birini o'zgartirish (masalan, yuqorida ko'rilgan masalada «qiziqarli» savollarni taklif qilib, berilganlardan birini o'zgartirib, savollarga javob olgan edik);

d) masala savolini o'zgartirish («Bir tokchada 12 ta kitob, ikkinchisida esa undan 3 ta kam kitob bor. Ikkinchi tokchada nechta kitob bor?» — degan masalani yechgandan so'ng, bolalarga masala savolini u ikki usul bilan yechiladigan qilib o'zgartirishlar taklif qilinadi);

c) yuqorida ko'rsatilgan elementlardan ikkitasini va bir nechtasini o'zgartirish.

Masala ustida qo'shimcha ishlash o'quvchilarning yechilayotgan masala mazmunidagi miqdorlarning munosabatlarini va bog'lanishlarini, masalani almashtirishda, o'zgartirishda yoki kengaytirishda hosil bo'ladigan o'zgarishlarni yaxshi tushunishlariga yordam beradi.

Shu maqsadda o'quvchilarni mustaqil ishlashga o'rgatishning quyidagi tizimi amalga oshirilmoqda:

1. O'quvchilar oldin muhokama qilingan va sinf doskasida yozilgan masala yechimini o'z daftarlariga mustaqil ravishda yozadilar.

Bu holda o'quvchilardan uncha ko'p mustaqillik talab qilinmaydi, chunki masala yechilgan, tushuntirilgan, yozilgan.

Shunday hollar bo'ladiki, bunday ishni ham o'quvchilar xatosiz bajara olmaydilar. Bu holda o'qituvchi o'z ishini tahlil qilib ko'rish kerak; ya'ni u o'z ishini to'g'ri olib boryaptimi, o'quvchilar uni o'rgatishlarini tushunyaptilarmi, bu ishda sinfning hamma o'quvchilari qatnashmoqdami, o'rgatishda shoshma-shosharlik yo'qmi, avvalgi material o'zlashtirilganmi.

2. O'quvchilar mustaqil ishlashining ikkinchi bosqichi masala sharti tahlil qilingandan so'ng va yechish rejasi tuzilgandan so'ng masalani yechishdan iborat. Yechim doskaga yozilmaydi,

og'zaki aytilmaydi ham, o'quvchilar sinfda yoki uyda mustaqil bajaradilar.

3. Uchinchi bosqich o'quvchilarning masala yechish rejasini mustaqil tuzishlari va masalani mustaqil yechishlaridan iborat. O'qituvchi sinfda faqat masalaning shartini analiz qiladi.

4. Mustaqil ishlashning to'rtinchi bosqichi — bu darslikdan nomeri ko'rsatilgan masalani yoki o'qituvchi sinf doskasiga yozgan masala sharti bo'yicha masalalarni mustaqil yechish.

Agar bolalarning mustaqil ishlarini turli masalalarni yechish bo'yicha tashkil qilinsa, o'tilayotgan dars yanada samaraliroq bo'ladi. Buni darslikdan bir qancha o'xshash masalalarni tanlab olish orqali amalga oshirish mumkin. O'zbekistonning ilg'or o'qituvchilari ish tajribasida ushbu ish usuli qo'llanilmoqda: o'qituvchilarning o'zlari masalalarni tuzadilar va tanlaydilar hamda ularni alohida ko'rgazmalarga yozadilar, darsda bolalarga turli masalalarni beradilar, bu vaqtda bir partada o'tirgan qo'shni o'quvchilar boshqa-boshqa masalalarni yechishadi. Bu o'quvchilarga individual yondashishni ta'minlaydi va to'la mustaqillik uchun qulay sharoit hamda har bir o'quvchining o'z qobiliyati bo'yicha ishlashiga qulay imkon beradi.

O'qituvchi bolalarning masalani to'g'ri yechishlarini kuzatib turadi, yo'l qo'ygan xatolarini tuzatishni aytadi, navbatdagi ish uchun har bir o'quvchiga, ularni yo'l qo'ygan xatolarini tuzatishga yordam beradigan topshiriqlarni tanlaydi. Bunday ishlar masala yechish malakasini oshiradi va mustahkamlaydi.

Matematika o'qitishni turmush bilan bog'lash, bolalarda umumlashtirish malakasini rivojlantirish, bir qator matematik tushunchalarni chuqur o'zlashtirish, miqdorlar orasidagi funksional aloqa va bog'lanishlarni yaxshi tushunish uchun o'quvchilarning o'zlari masala tuzishlari katta ahamiyatga ega.

Masala tuzish uchun sonli ma'lumotlarni o'qituvchining o'zi beradi yoki o'quvchilar o'zlarining o'quv, mehnat, o'yin faoliyatlaridan tanlab oladilar.

Masalalar tuzishda o'qituvchi bolalar tanlagan mazmun hayot bilan mos tushishini kuzatib borishi kerak. Ba'zan bolalar, masalan, bunday masalalar tuzishga moyillik bildiradilar: «Onam menga 5 ta ko'ylak, otam esa unga qaraganda 4 ta ortiq ko'ylak sotib oldi. Otam nechta ko'ylak sotib olgan?» (Mazmun aniq haqiqatga to'g'ri keladimi? Ota-onalar o'z bolasiga birdaniga 9 ta ko'ylak sotib oladilarmi?)

Ikkinchi sinfda masalalar tuzishga doir quyidagi topshiriqlarni berish maqsadga muvofiqdir:

1. Rasm bo'yicha masala tuzish.
2. Qisqa yozuv yoki chizma bo'yicha masala tuzish.
3. Ifoda yoki tenglama bo'yicha masala tuzish.
4. Bajirilgan amallarga doir masala tuzish.
5. Ko'rsatilgan xilda masala tuzish.
6. Ko'rsatilgan amallar bo'yicha masala tuzish.
7. Boshqa son ma'lumotlarni tanlash, boshqa miqdorlar vositasida yechilgan masalaga o'xshash yangi masala tuzish.
8. Berilgan sonlar bo'yicha masala tuzish.

#### 56- §. SODDA MASALALARNI YECHISHGA O'RGATISH

*Mashg'ulot maqsadi:* sodda masalalarning turli ko'rinishlari bilan tanishish; arifmetik amallarning ma'nosini hamda amallar-ning natijasi va komponentlari orasidagi bog'lanishni ochib beradigan masalalar guruhlarini ajratish; sodda masalalarni yechishni o'rgatish metodikasi masalalarini ko'rib chiqish.

#### Reja

1. I va II sinfda sodda arifmetik masalalar.
2. Matematikani o'qitishda sodda arifmetik masalalarning vazifalari.
3. Qo'shish va ayirishga doir sodda masalalar bilan ishlash metodikasi.
4. Ko'paytirish va bo'lishga doir sodda masalalar bilan ishlash metodikasi.

*Jihozlar:* «Qo'shish va ayirishga doir sodda masalalar» diafilmi.  
*Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar.* Kitob bo'yicha qisqacha javob tayyorlang, topshiriqlarni bajaring.

#### Topshiriqlar

1. Darslik bo'yicha «Qo'shish va ayirishga doir sodda masalalar» jadvalini tuzing.
2. Ta'riflangan masalalarning komponentlarini ajrating.
3. O'qituvchi o'quvchilarni masalalarning asosiy qismlari hamda ularni tahlil etish va yechishni tanishtiradigan dars par-

chasini (nima ma'lum, nima noma'lum, noma'lum sonni qanday bilish mumkin, yechilishini yozish, masala yechimiga javob berish), keltirish.

4. Darslikda berilgan masalalarni birinchi bola shartni, ikkinchisi savolni, uchinchisi yechilishini, to'rtinchisi javobni ifodalay olsin.

5. Darslik bo'yicha qo'shishga doir «Sodda masalalarning turlari» jadvalini to'ldiring.

6. Darslik bo'yicha «Ayirishga doir sodda masalalar» jadvalini to'ldiring.

7. Masalalar ustida ishlash xususiyatlarini darslikdan tanlangan masala misolida ko'rsating.

8. «Qo'shish va ayirishga doir sodda masalalar» ajrating. O'quvchilarni masalani yechimga yo'naltiradigan savollarni qo'ying.

9. Boshlang'ich sinf matematika darsligidan o'quvchilarni natural sonlarni ko'paytirish amaliga oid masalalarni ajrating. Natijalarni jadvalga yozing.

10. Darslik bo'yicha «Ko'paytirishga doir sodda masalalar» va «Bo'lishga doir sodda masalalar» jadvalarini 5, 6- topshiriqlar namunasi bo'yicha tuzing.

11. Ko'paytirish va bo'lish bilan yechiladigan sodda masalalar har bir turining yechilishini tahlil qiling.

#### 57- §. MASALALAR YECHISH HAQIDA

Birinchi sinfdagidek, ikkinchi sinfda ham masalalarni yechishni o'rganish yangi tushunchalarni shakllantirish, sodda masalalar yechishdan murakkab masalalar yechishga o'tish yordamida amalga oshiriladi. Bu yerda ko'paytirishga va bo'lishga doir har xil sodda masalalar, ya'ni bir xil qo'shiluvchilarning yig'indisini topishga, karrali bo'lishga va teng bo'laklarga bo'lishga doir, sonni bir necha marta kattalashtirishga (kichiklashtirishga) oid bilvosita va bevosita ifodalangan masalalar, sonlarni taqqoslashga, amallarning noma'lum komponentlarini topishga doir sodda masalalar, shuningdek, murakkab masalalar, shu jumladan, ikki ko'paytuvchining yig'indisini topishga doir va unga teskari masalalar, yig'indini songa ko'paytirishga (bo'lishga) keltiriladigan masalalar va boshqa masalalar o'rgatiladi.

Agar berilgan masala o'zining qiyinligi bilan sinfda yechilgan masalaga mos yoki o'xshasa (teng kuchli bo'lsa), u holda bolalar taklif qilingan masalaning yechilish yo'lini mustaqil topishga o'rganishlari kerak. Bu maqsadda o'quvchilar masala yechimiga yaqinlashishning eng sodda umumiy usullarini egallashlari kerak. Shunday qilib, bolalar o'qituvchi rahbarligida masala shartini qisqa va yaqqol yozib olishlari, yechish yo'llarini topishni osonlashtirish maqsadida shartini chizma yoki rasm bilan yaqqol tasvirlay olishlari kerak; aniq masalaning shartlarini («baho», «miqdor», «qancha turishi» kabi abstrakt atamalardan foydalanish asosida) abstraktlash usulini egallashlari; masaladagi berilgan va izlanayotgan miqdorlar orasidagi (mantiqiy) bog'lanishni ochishga yordam beradigan boshqa usullarni o'rganishlari kerak.

Bolalar yechilayotgan masalada nima ma'lum, nima noma'lumligini, masala shartidan nima kelib chiqishini, qanday arifmetik amallar yordamida, qanday tartibda masala savoliga javob topish mumkinligini lo'nda, aniq va ravshan tushuntirishga o'rganishlari kerak. Ular har bir amalni nega tanlaganliklarini asoslay olishlari, masala bo'yicha ifoda yoki tenglama tuza olishlari, uni yecha olishlari, masala savoliga javob bera olishlari, masala yechimining to'g'riligini tekshira olishlari kerak.

#### 58- §. O'N ICHIDA MASALALAR USTIDA ISHLASH METODIKASI

*Mashg'ulot maqsadi:* O'n ichida sodda masalalarni yechishda ko'rgazmali qo'llanmalarni qo'llanishda ba'zi o'quv va malakalarni egallash.

#### Reja

1. Qo'shishga va ayirishga oid sodda masalalar.
2. Qo'shishga oid sodda masalalar tasnifi.
3. Ayirishga oid sodda masalalar tasnifi.
4. «O'nlik» konsentrida sodda masalalarni yechishda ko'rgazmali qo'llanmalarni qo'llash metodikasi.

*Jihozlar:* I sinf uchun jadvallar, «qo'shish va ayirishga oid sodda masalalar» ko'rgazmasi, katakli taxtacha.

*Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar:* rejaning 1-bandiga tavsifiya etilgan adabiyot bo'yicha og'zaki javob tayyorlang.

### Topshiriqlar

1. «O'nlik» konsentrida qo'shishga oid sodda masalalarning ushbu turlarini ajrating: ikki yoki bir necha qo'shiluvchining yig'indisini topish; bir necha birlik orttirish; kamayuvchini topish; (masalani sahifa nomeri bilan, tayyorgarlik davri masalasini esa rasm va sahifa nomeri bilan ko'rsating). Jadval tuzing.

2. Ikki yoki bir necha qo'shiluvchining yig'indisini topishga doir sodda masalalar ustida ish bosqichlarini ajrating.

3. Bir necha birlik orttirishga doir masalalar ustida ishlash xususiyatlarini ko'rsating.

4. «O'nlik» konsentrida ayirishga oid sodda masalalarning ushbu turlarini ajrating: qoldiqni topish; bir necha birlik kamaytirish; noma'lum ayiriluvchini topish; ayirmani taqqoslash.

5. Noma'lum qo'shiluvchini topishga oid sodda masalalar misolida masala strukturasi ustida ishlashni ko'rsating.

6. Ayirmani taqqoslashga oid sodda masalalar ustida ishlash metodikasini tavsiflang.

7. «Qo'shish va ayirishga oid sodda masalalar» biri ustida ishlash metodikasini tushuntiring.

8. Qoldiqni topishga oid masalalarning hosil bo'lish jarayonini katakli taxtacha ustida ko'rsating.

9. O'qituvchilar ayirishga oid sodda masalalar tuzishlari uchun hikoyalar, rasmlar, qisqa yozuvlar o'ylab toping.

10. O'qituvchi mustaqil va nazorat ishlarini tashkil etishda foydalana olishi mumkin bo'lgan sodda masalalarning barcha turlaridan rasmlari bilan ko'rgazma tayyorlang.

11. Masalalar ustida ishlash metodikasini tavsiflang.

### 59- §. «YUZLIK» KONSENTRIDA MASALALAR USTIDA ISHLASH METODIKASI

*Mashg'ulot maqsadi:* o'quvchilarni yuzlik konsentrida sodda masalalarni yechishga o'qitish metodikasini mashq qilish; ko'paytirish va bo'lishga doir masalalar bilan tanishish.

### Reja

1. «Yuzlik» konsentrida qo'shishga va ayirishga oid sodda masalalarning yangi turlari. «Yuzlik» konsentrida ko'paytirish va bo'lish bilan yechiladigan sodda masalalar.

2. Ayirishning noma'lum komponentini topishga oid masalalar bilan ishlash metodikasi.

3. Ko'paytirish va bo'lish bilan yechiladigan masalalarning yozuv shakllari.

4. «Yuzlik» konsentrida masalalarni yechishni o'qitishda ko'rgazmalilik va texnik vositalarning qo'llanilishi.

*Jihozlar:* I va II sinflar uchun jadvallar, «Sodda masalalarni yechishga oid ko'rgazmalar».

*Mashg'ulotlarga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar:* rejaning 1-bandiga ko'rsatilgan adabiyot bo'yicha og'zaki javob tayyorlash.

### Topshiriqlar

1. «Yuzlik» mavzusiga xos masalalar tanglang va ularning yechilishini tushuntiring.

2. «Yuzlik» mavzusida o'quvchilarga masalalar yechimini izlashga yo'naltiradigan savollarni yozing.

3. Masalalarni yechish algoritmini va o'quvchilarning mulohazalarini tahlil qiling.

4. Qo'shish va ayirishning noma'lum komponentini topishga oid masalalarni ajrating. Bu masalalarni tasniflang.

5. Noma'lum ayiriluvchini topishga oid masalalarning algebraik yechilish usulini tushuntiring.

6. Noma'lum kamayuvchini topishga doir masalalar to'plamini tuzing.

7. Ko'paytirish va bo'lish bilan yechiladigan sodda masalalar turlarini ajrating. Jadval tuzing.

Masalalar turlari.

Masalalar nomerlari.

Bir xil qo'shiluvchilar.

Yig'indini topish.

8. Ko'paytirish va bo'lish ma'nosini ochib beradigan masalalar ustida ishlash metodikasini tushuntiring. Bunday masalalarning yechilishini yozing.

9. Ko'paytirish va bo'lishning noma'lum komponentlarini topishga doir sodda masalalarni algebraik yechish usulini tushuntiring.

10. Bir necha marta orttirishga doir ikkita sodda masala uchun chizma yordamida masala shartini qisqa yozing. Tuzilgan qisqa yozuv bo'yicha ishlash metodikasini tushuntiring.

11. Karrali taqqoslashga doir sodda masalalarni yechishda o'quvchilarning bilimini tekshirish bo'yicha mustaqil ishning turli usullarini tuzing.

12. «Sodda masalalarni yechish» ko'rgazmasi bilan ishlash metodikasini tavsiflang. O'quvchilarni murakkab masalalarni yechishga o'rgatadigan usullarni tasnifini izohlang.

#### IKKINCHI MASHG'ULOT

*Mashg'ulot maqsadi:* o'quvchilarni «Yuzlik» konsentrida murakkab masalalarni yechishga o'rgatish metodikasi.

#### Reja

1. «Yuzlik» konsentrida murakkab masalalar ustida ishlash, 1- va 2- sinflarda «Yuzlik» konsentrida ikki amalli murakkab masalalar tasnifi.

2. Murakkab masalalarni yechishda analiz va sintez metodlari.

3. Murakkab masalalarning yechilish (yozuv) shakllari.

*Jihozlar:* jadvallar, «Murakkab masalalar»ga doir ko'rgazmalar.

*Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar:* rejaning 1-bandiga adabiyot bo'yicha og'zaki javob tayyorlang.

#### Topshiriqlar

1. «11—20 sonlari» mavzusida o'quvchilarni ikki amalli masalalarga olib keladigan masalalarni tanlang.

2. «Ikki amalli masalalar» mavzusiga oid dars» parchasini yozing.

3. «Yuzlik» konsentrida qo'shish va ayirishga oid ikki amalli masalalarni, ulardagi sonli ma'lumotlar va har bir amaldagi ishoralar bo'yicha tasniflang. Jadval tuzing.

Masala turi.

Mazkur turdagi masalaga doir misol.

Masala nomeri.

Bir qutichada 6 ta qalam, ikkinchisida 2 ta kam qalam bor. Ikkala qutida nechta qalam bor?

II sinfda «Yuzlik» mavzusida barcha arifmetik amallarga oid ikki amalli tarkibli masalalarni tasniflang.

4. 2- sinfda. «Yuzlik» mavzusida ikki amalli masalalarni ajrating. Bu masalalar bilan ishlash metodikasini tushuntiring.

5. «Yuzlik» mavzusida uch amal bilan yechiladigan misollarni keltiring.

6. Masalani analiz va sintez qiling.

7. Masala yechilishini ayrim amallarni (tushuntirish bilan ham, savollar bilan ham) yozish bilan, ifoda tuzish bilan, tenglama tuzish bilan bajaring.

8. Masalalar shartini qisqa yozuvining turli shakllarini ifodalang va ularning ishlash metodikasini tushuntiring.

#### 60- §. IKKI AMALLI MURAKKAB MASALALARNI YECHISHNI O'QITISH METODIKASI

*Mashg'ulot maqsadi:* murakkab masala ustida ishlash metodikasi bilan tanishish; murakkab masalalar misolida analiz va sintezni o'tkazishga o'rganish; o'quvchilarni masalalar yechimini izlashga o'rgatish.

#### Reja

1. II sinfda murakkab masalalar ustida ishlash. Murakkab masalalarni sodda masalalar to'plamiga keltirish.

2. Kamayuvchini topishga doir sodda masalani o'z ichiga olgan murakkab masalalar.

3. Ayirmali taqqoslashga doir sodda masalani o'z ichiga olgan murakkab masalalar.

4. Masala ustida ijodiy ishlash asosida umumiy usullarini o'qitish.

5. Biri ko'paytirish bo'lgan ikki amal bilan yechiladigan masalalar.

*Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar:* rejaning 1-bandida darslikda bayon qilingan materialni o'rganing, topshiriqlarni bajaring.

### Topshiriqlar

1. Darslikdan masala tanlang va shartini chizma ko'rinishida qisqacha yozing. Masala yechilishini tahlil etishda analiz va sintez metodini qo'llang.

2. Kamayuvchini topishga doir sodda masalani o'z ichiga olgan murakkab masala o'ylab toping.

3. Darslikdan masala shartini chizma ko'rinishida qisqacha yozing. Masala yechilishi ustida ishlashda sintez metodini qo'llang.

4. Darslikdan masala tanlang, yechishning turli usullarini tavsiflang.

5. Kitobdan o'quvchilarga masalalar yechish uchun qo'llanma sifatida beriladigan eslatmani ko'chirib yozing.

6. Qo'shish va ayirishga doir ikkita sodda masaladan iborat murakkab masala tuzing. Bu masala ustida ishlash metodikasini (uni sodda masalalarga keltirish) eslatmadan foydalanib ishlab chiqing.

7. Masalalar ustida eslatmadan foydalanib ishleng. Ularning yechilishini tushuntirish bilan yozing.

### Ayirishning to'g'riligini tekshirish

1. 10 ta Xo'roz — 2 ta.  
Tovuq — ?

2. 10 ta Tovuq — 8 ta.  
Xo'roz — ?

Tovuq — 8 ta.  
Xo'roz — 2 ta.

Ya'ni,  $10 - 2 = 8$ ;  $10 - 8 = 2$ ;  $8 + 2 = 10$ .

Bu uchta masala o'zaro teskari bo'lib, bir-birini tekshirishga xizmat qiladi: Yechilishi:  $10 - 2 = 8$  ta tovuq.

$10 - 8 = 2$  ta xo'roz;  $8 + 2 = 10$  tovuq va xo'rozlar.

Agar kamayuvchidan ayirmani ayirganda ayiriluvchi hosil bo'lsa, ayirish to'g'ri bajarilgan bo'ladi.

Agar ayiriluvchi ayirmani qo'shganda kamayuvchi hosil bo'lsa, ayirish to'g'ri bajarilgan bo'ladi.

### Ikki amalli masalalar

1.  $20 + (8 - 3)$ ;  $17 - (7 - 1)$ ;  $9 + (9 - 8)$ ;  
 $30 + (9 - 2)$ ;  $23 - (3 - 3)$ ;  $9 + (3 - 2)$ .

2. Birinchi tramvayda 22 ta yo'lovchi bor, ikkinchi tramvayda esa undan 12 ta kam yo'lovchi bor. Ikkala tramvayda nechta yo'lovchi bor?

3. Birinchi qutida 5 ta qalam bor, ikkinchi qutidagi qalamlar soni 2 ta ortiq. Ikkala qutida nechta qalam bor?

4. Qanday ikkita bir xonali sonning yig'indisi 15 ga teng? Shunday yig'indilardan nechta yozib bera olasiz?

5. Ertalab do'konda 40 ta kitob javoni bor edi. Kunning birinchi yarmida 10 ta javon, ikkinchi yarmida yana 10 ta javon sotildi. Nechta javon sotilmay qoldi?

### 61- §. «MING» KONSENTRIDA MASALALAR USTIDA ISHLASH METODIKASI

*Mashg'ulot maqsadi:* «Ming» konsentrida o'quvchilarni murakkab masalalarni yechishga o'rgatish.

### Reja

Masalalarni yechishni o'qitish metodikasi xususiyatlari.

1. Proporsional bo'lishga doir masalalar bilan ishlash metodikasi.

2. Harakatga doir masalalar bilan ishlash metodikasi.

3. Sonning ulushini va ulushiga ko'ra sonning o'zini topishga doir masalalar bilan ishlash metodikasi.

4. Noma'lumni topishga doir masalalar.

### Topshiriqlar

1. «Ming» konsentriga doir masalalarga misollar keltiring.

2. Rejaga oid masalalarni yechishning ikki usulini tushuntiring.

3. Masala yechilish usulini analiz va sintez qiling.

4. Berilgan masalaga uchta teskari masala tuzing.

5. Harakatga doir masalalarni tasniflashda ushbu jadvalni tuzing. Harakatga doir masalalar turlari.

Misol.

Chizma.

6. Masalaning yechilishini ayrim amallarni yozish, ifoda, tenglama tuzish bilan bajarang. So'nggi yechish turiga to'g'ri yechimni izlashga yo'naltiradigan savollar qo'yning.

7. «Ming» konsentrida sonning ulushini va ulushiga ko'ra sonning o'zini topishga doir masalalarni tanlang.

8. Masala shartining qisqa yozuvini chizma shaklda ifodalang.

9. Masalani analiz va sintez qiling.

10. Masala ustida ishlash metodikasini tushuntiring.

11. Ayirma bo'yicha sonlarni topishga oid to'rtta masala tuzing.

12. Ko'paytma va ayirma bo'yicha masalalar ustida ishlash metodikasini tasniflang.

#### 62-§. «KO'P XONALI SONLAR» KONSENTRIDA MASALALAR USTIDA ISHLASH METODIKASI

##### BIRINCHI MASHG'ULOT

*Mashg'ulot maqsadi:* «Ko'p xonali sonlar» konsentrida o'quvchilarni murakkab masalalarni yechishga o'qitish metodikasi.

##### Reja

1. «Ko'p xonali sonlar» mavzusida barcha amallarga oid matnli masalalar.

2. «Ko'p xonali sonlar» mavzusida murakkab masalalarning tasnifi.

3. Noma'lumni topishga oid masalalar bilan ishlash metodikasi.

4. Proporsional bo'lishga oid masalalar bilan ishlash metodikasi.

5. «Ko'p xonali sonlar» mavzusidagi ba'zi masalalarni algebraik yechish usuli.

##### Topshiriqlar

1. «Ko'p xonali sonlar» mavzusiga oid masalalarni ajrating.

2. «Ko'p xonali sonlar» mavzusida masalalarning turli vazifalarini tahlil eting.

3. Yechilgan masala ustidagi ish algoritmini (o'qituvchi uchun) tuzing.

4. 4-sinf metodika darsligidan noma'lumni topishga doir masalalar nomerlarini sanab o'ting.

5. «Ming» konsentrida o'quvchilarni noma'lumni topishga doir masalalarni yechishga tayyorlash uchun Siz qanday tayyorgarlik ishini rejalashtirgan bo'lasiz?

6. Masala yechishning analiz va sintez sxemasini tuzing.

7. Masalaning tarbiyaviy, o'quv va amaliy ahamiyatini aniqlang.

8. Darslikdan proporsional bo'lishga doir masalalar nomerlarini sanang.

9. Proporsional bo'lishga doir masalalar shartining qisqa yozuviga misollar keltiring.

10. Bahoni  $a$ , qancha turishini  $b$ , miqdorini  $k$  orqali belgilang. Qancha turishini bahosi va miqdori bo'yicha ifodalang. Miqdori o'zgarmas bo'lganda qancha turishi bahoga qanday bog'liq? Bahosi o'zgarmas bo'lganda qancha turishi miqdorga qanday bog'liq?

11. Masalaning qisqa sharti bo'yicha yechish metodikasini tavsiflang.

115 so'm \_\_\_\_\_ Bir xil

615 so'm \_\_\_\_\_ Bir xil \_\_\_\_\_ ? so'm

12. Masala turini aniqlang va uning ustida ishlash metodikasini tavsiflang.

13. «Ko'p xonali sonlar» mavzusida uchraydigan masalalarni algebraik usulga yechiladiganlarini ajrating.

14. Masalaga oid analiz va sintez sxemasini tuzing.

15. Masalani arifmetik va algebraik usullar bilan yeching. Ulardan har birining afzallik tomonlarini tahlil eting.

16. Murakkab masalalar ustida ishlash metodikasini tushuntiring.

17. «Ko'p xonali sonlar» mavzusi bo'yicha algebraik usulda yechish mumkin bo'lgan masalalar tuzing.

##### IKKINCHI MASHG'ULOT

*Mashg'ulot maqsadi:* o'quvchilarni harakatga doir va shakllarining yuziga doir masalalarni yechishga o'qitish metodikasini mashq qilish.

### Reja

1. Shakl yuzini topishga doir masalalarni yechishda rasmlar, sxemalar, chizmalar.
2. Harakatga doir masalalar bilan ishlash metodikasi.
3. Shakl yuzini topishga doir masalalar bilan ishlash metodikasi.

### Topshiriqlar

1. «Ko'p xonali sonlar» konsentrida harakatga doir masalalarni tasniflang.
2. Harakatga doir masalalarning har biri bilan ishlash metodikasini tushuntiring.
3. Ushbu turdagi masalalarni tuzish bo'yicha ishlashda topshiriqlar turlarini keltiring:
  - a) berilgan masalaga o'xshash masala tuzish;
  - b) masalani shartining qisqa yozuvi bo'yicha tuzish;
  - d) masalalarni qisqacha jadvalli yozuvi bo'yicha tuzish;
  - e) chizma bo'yicha masalalar tuzish;
  - f) sxema bo'yicha masalalar tuzish;
  - g) masalalarni ko'rsatilgan arifmetik amallar bo'yicha tuzish;
  - h) berilgan masalaga teskari masala tuzish.
4. Jadval bo'yicha shakl yuzini hisoblashga doir masalalarni tasniflashni amalga oshirish.
5. Ko'rsatilgan turdagi masalalarning har biri ustida ishlash metodikasini tushuntiring.
6. Ko'pburchak, kvadrat yuzini hisoblash mavzusi bo'yicha dars bo'lagini yozing.
7. Og'zaki hisoblash malakalarining shakllanganlik darajasini tekshirish va mashqlar tuzish.

Boshlang'ich sinflarda o'quvchilar og'zaki hisoblash bilimini shakllantirish hozirgi zamon o'qitish metodikasida yangi texnologiyani joriy etishni asosiy masala qilib qo'yimoqda. Lotin yozuviga asoslangan matematika darsliklarimizda, ayniqsa, yuz ichida, ming ichida arifmetik amallar bajarish jarayoni o'quvchilarni fikrlash qobiliyatlarini o'stiradigan, ijodiy qobiliyatini aniqlaydigan holatdir. Yig'indidan ko'paytmaga o'tish qoidasi, ko'paytma, bo'linma tushunchalari, ularning komponentlari orasidagi munosabatlarini mukammal o'zlashtirishni talab etadiki, bu yuqori sinf matematika fanidan oladigan bilimni

mustahkamlash asosi bo'lsin. Boshlang'ich sinflarda eng qulay usul bilan hisoblash masalasi arifmetik amallar bajarishning asosiy tayanchi hisoblanadi. O'qituvchi darslikdagi materiallar bilan cheklanib qolmasdan balki ijodiy fikrlaydigan materiallar bilan darsni boyitishi maqsadga muvofiqdir. Masalan, 10, 100, 1000 ichida ko'paytirishni turli ko'rinishlaridan foydalanish o'quvchilarning qiziqishini oshiradi.

$$68 \cdot 5 = (34 \cdot 2) \cdot 5 = 34 \cdot (2 \cdot 5) = 34 \cdot 10 = 340, \\ 68 \cdot 50 = 34 \cdot 100 = 3400.$$

Qo'shishning distrebutivlik qonuniga ko'ra:

$$17 \cdot 50 = (16 + 1) \cdot 50 = 16 \cdot 50 + 1 \cdot 50 = 800 + 50 = 850.$$

Sonlarni bo'lish usuliga ko'ra:

$$135 : 5 = (135 : 2) : (2 \cdot 5) = 270 : 10 = 27, \\ 2250 : 50 = 4500 : 100 = 45.$$

O'quvchilar diqqatini og'zaki va yozma ko'paytirishga jalb etish zarurki, bunda o'quvchilar qiziqishi ortib borsin.

$$24 \cdot 25 = (6 \cdot 4) \cdot 25 = 6 \cdot (4 \cdot 25) = 6 \cdot 100 = 600.$$

Bunda imkon boricha qisqa holat tanlashga intilish zarur:

$$24 \cdot 25 = (24 : 4) \cdot (25 \cdot 4) = 6 \cdot 100 = 600.$$

Ko'paytirishning qavslardan foydalanish holatlari juda ham qiziqarlidir:

$$37 \cdot 25 = (36 + 1) \cdot 25 = 36 \cdot 25 + 25 = 900 + 25 = 925; \\ 35 \cdot 25 = (36 - 1) \cdot 25 = 36 \cdot 25 - 25 = 900 - 25 = 875; \\ 38 \cdot 25 = (36 + 2) \cdot 25 = 36 \cdot 25 + 2 \cdot 25 = 900 + 50 = 950.$$

25 ga ko'paytirishning og'zaki usulini 24 va 26 ga ko'paytirishni  $(25 - 1)$  va  $(25 + 1)$  ifoda bilan almashtirish maqsadga muvofiqdir (Bu chorak, bo'lak, ulushlar tushunchasi o'tilganda zarur bo'ladi).

Masalan:

$$36 \cdot 26 = 36(25 + 1) = 36 \cdot 25 + 36 \cdot 1 = 900 + 36 = 936; \\ 36 \cdot 24 = 36 \cdot (25 - 1) = 36 \cdot 25 - 36 \cdot 1 = 900 - 36 = 864.$$

25 ga bo'lish esa 5 ga bo'lish qoidasidek bajariladi. Yuqoridagi hisoblashlarni teskari hisoblashlarni bajarish bilan mustahkamlaymiz.

Bo'luvchini 2 ga, 4 ga ikki martalab ko'paytirilgan hollar uchun xonalarni nollar bilan to'ldirish qoidalariga asoslanadi:

$$225 : 25 = (225 \cdot 2) : (25 \cdot 2) \text{ yoki} \\ (225 \cdot 4) : (25 \cdot 4) = 900 : 100 = 9.$$

Agar 9, 99 va 999 ga ko'paytirish kerak bo'lsa, u holda eng qulay usulda hisoblash qoidasiga ko'ra  $(10 - 1)$ ,  $(100 - 1)$ ,  $(1000 - 1)$  ko'rinishlarda distrebutivlik qonuniga ko'ra:

$$678 \cdot 9 = 678(10 - 1) = 6780 - 678 = 6102, \\ 577 \cdot 99 = 577(100 - 1) = 57700 - 577 = 57123, \\ 34 \cdot 999 = 34 \cdot (1000 - 1) = 34000 - 34 = 33966$$

3 sinfda  $(14 \cdot 15)$  ko'paytirish qoidasi:

$$14 \cdot 15 = 14 \cdot (10 + 5) = 140 + 14 \cdot 5 = 140 + 70 = 210.$$

Buni hisoblashga shoshilmasdan bajarish zarur, chunki

$$14 \cdot 15 = 14 \cdot 10 + 14 \cdot 5 = (14 + 7) \cdot 10 = 21 \cdot 10 = 210$$

ko'rinishda hisoblashni bajarishni unutmaslik kerak.

Agar  $23 \cdot 15$  bo'lsa,

$$23 \cdot 15 = (22 + 1) \cdot 15 = 22 \cdot 15 + 1 \cdot 15 = 330 + 15 = 345.$$

Shuningdek, 14 va 16 ga ko'paytirishni  $(15 + 1)$  va  $(15 - 1)$  ifodaga almashtirish mumkin:

$$66 \cdot 14 = 66 \cdot (15 - 1) = 66 \cdot 15 - 66 = 990 - 66 = 924, \\ 62 \cdot 16 = 62 \cdot (15 + 1) = 62 \cdot 15 + 62 = 930 + 62 = 992, \\ 61 \cdot 69 = 6 \cdot (6 + 1) \cdot 100 + 1 \cdot 9 = 4200 + 9 = 4209, \\ 243 \cdot 247 = 24 \cdot 25 \cdot 100 + 3 \cdot 7 = 60000 + 21 = 60021.$$

Bunday usullardagi hisoblashlarni bajarish o'quvchilarning og'zaki hisoblash texnologiyasini mustahkamlaydi.

### Yettinchi bob

## KASRLAR TO'G'RISIDA BOSHLANG'ICH MA'LUMOTLAR

### 63-§. KASR TUSHUNCHASI

Boshlang'ich sinfda o'rgangan son haqidagi ma'lumotlarni umumlashtiramiz. Hammamizga ma'lumki, qadimdan hayotiy, amaliy masalalarni yechishda predmetlarni sanash va miqdorlarni o'lchash kerak bo'lgan. Asta-sekin sonlar paydo bo'lgan. Qadimgi grek faylasufi va matematigi Pifagor: «Xudo bir sonini yaratdi, qolgan sonlarni esa odamlar o'ylab topdilar», — deb hisoblaydi. Avvaliga odamlar alohida predmetlarni sanash uchun bizga ma'lum bo'lgan natural sonlarni o'ylab topganlar.

«Qancha», «Necha» savollariga javob berishda natural sonlar yetarli bo'lmagan. Masalan, 10 ta ovchi o'ljani tutib teng bo'lib olishib «qanchadan» tegishini sonida ifodalay olmaganlar. Uzoq vaqt, yillar davomida uchta nonni beshta bolasiga teng qilib bergan ona, har bir bolasining qanchadan non olganini ayta olmagan. Shu tariqa yangi son, ya'ni kasr son to'g'risida o'ylash zarurati tug'ilgan.

Miqdorlarni aniqroq o'lchashga bo'lgan talab, o'lchov birligini bir necha teng qismga bo'lishga olib kelgan: 2; 81; 8 va hokazo. Har bir qism alohida nomga ega bo'lgan. Masalan, yarimni qadimgi Rusiyada «poltinik», to'rttdan birini — «chet» sakkizdan biri «polchet», o'n oltidan birini «polpolchet» va hokazo. O'lchovning teng qismlarini ulush deb ataganlar va hokazo.

Qiziqarli kasrlar sistemasi qadimgi Rimda bo'lgan. Ular ASS deb ataluvchi qadimgi Rim massa birligining bo'linishiga asoslangan. ASSning to'rttdan biri UNSIYA deb ataganlar. Vaqt o'tishi bilan unsiya boshqa miqdorlarni o'lchashda foydalanilgan. Masalan, rimliklar: «U yo'lda 7 unsiya yurdi», — deb ayta olganlar. Bu bilan ular yo'lning «unsidal bir qismini» o'tdi degan gapni aytishni nazarda tutganlar.

Qadimda kasrlarni yozish va ular ustida amallar bajarish qiyin bo'lgan, kasrni o'rganish arifmetikaning eng og'ir bo'limi bo'lgan. Uni o'rganishda kasrlar ustida katta sondagi amallar tartibini bajarishga to'g'ri kelgan. Masalan, qadimgi Rimda 18 ta turli kasr bo'lgan:

«SEMIS» – yarim ass, «SEKSTANS» – uning oltidan bir ulushi, «SESKUN-SIYA» – sakkizdan, «TRIENS» – uchdan bir ass, «BES» – uchdan ikki, «SEMIUNSIYA» – yarim unsiya, yoki asspiy yigirma to'rt dan bir ulushi va hokazo. Ulushlar bilan ishlash uchun TRIENS va SEKSTANSning yig'indisini SEMIS, BESANI SESKUNSIYA ga ko'paytirishdan UNSIYA hosil bo'lishini bilish kerak bo'lgan. Bu yo'l kasrlar ustida muomala qilishda ancha qo'l kelgan. Shuning uchun har doim va hamma joyda hurmatga sazovor bo'lgan.

Qadimda asosiy kasrlar uchun maxsus belgilar, qolganlari asosiy kasrlar ustida bajarilgan arifmetik atamalar yordamida hosil qilingan. Masalan, Misrda kasrlar quyidagicha belgilangan:

yarim –  $\zeta$ ; to'rt dan bir –  $x$ ;  
uchdan bir –  $\lambda$ ; oltidan bir –  $\xi$ .

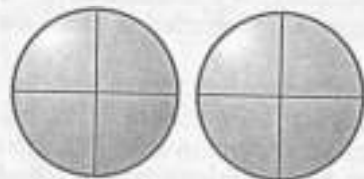
Rimliklar 6 unsiyani – S (semis so'zi lotincha bo'lib – yarim). Masalan, o'n ikkidani yettini: «S» – deb yozganlar.

Kasrning (surati va maxraji bilan) zamonaviy yozuvi Hindistonda yaratilgan, unda faqat kasr chizig'i bo'lmagan. Kasrning hozirgi aniq yozuvini XVI asrda arablar yozganlar.

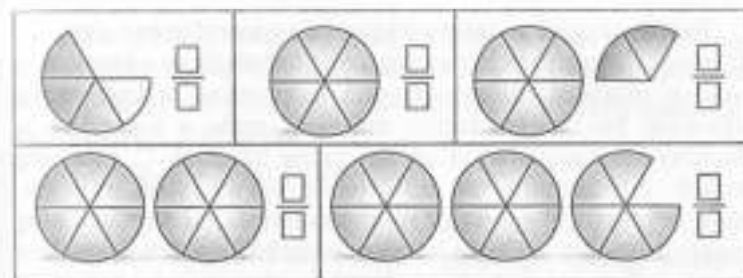
**1- masala.** Ikkita bir xil doiraning har biri 4 ta teng qismga bo'lingan. Bitta doira to'rt dan necha ulushga ega? Ikkita doirachi?  $1 = \frac{4}{4}1$ ,  $2 = \frac{8}{4}2$  tengliklarni to'g'ri yozing.

Doiraning to'rt dan besh ulushini rangli qalam bilan bo'yang. Bo'yalgan qismi qanday kasr bilan ifodalanadi?

$\frac{5}{4}$  ni yozing.

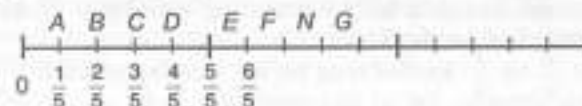


**2- masala.** Rasmda doiralarning bo'yalgan qismini kasr ko'rinishida yozing.



**3- masala.** Hosil bo'lgan kasrlardan qaysi biri 1 ga teng, 1 dan kichik va 1 dan katta?

**4- masala.** Rasmda bo'linish nuqtalariga mos kelgan kasrlarni yozishga harakat qiling.



Biz nimalarni bildik? Kasrning surati maxrajiga teng, kichik yoki katta bo'lishi mumkin ekan. Bu mulohaza rostmi?

**1- qoida.** Surati maxrajidan kichik bo'lgan kasr to'g'ri kasr deyiladi. Masalan,  $\frac{3}{8}$ ;  $\frac{7}{15}$ ;  $\frac{26}{55}$ . To'g'ri kasr har doim birdan kichik.

**2- qoida.** Surati maxrajiga teng yoki katta bo'lgan kasr noto'g'ri kasr deyiladi. Masalan,  $\frac{9}{9}$ ;  $\frac{5}{2}$ ;  $\frac{30}{3}$ . Noto'g'ri kasr har doim birdan katta yoki teng.

To'g'ri va noto'g'ri kasrni yozganda kasr chizig'ini bo'lish amali deb tushunamiz.

Masalan,  $\frac{7}{7} = 7 : 7 = 1$ ;  $\frac{3}{2} = 3 : 2$ ;  $\frac{30}{3} = 30 : 3 = 10$ .

$a$  kesma olamiz. Uning uzunligini topish uchun kesma uzunligining birligi sifatida  $e$  olinadi. O'lchashda  $a$  kesmaning uzunligi  $3e$  dan katta, lekin  $4e$  dan kichikligi topildi. Shuning uchun uni natural son bilan ( $e$  uzunlik birligida) ifodalab bo'lmaydi. Ammo  $e$  kesmani har biri  $e$  ga teng bo'lgan to'rtta teng qismga bo'lsak,  $a$  kesmaning uzunligi  $4e$  ga teng bo'ladi.

$a$  kesma va  $e$  birlik kesma berilgan bo'lsin, bunda  $e$  kesma har biri  $e$  ga teng bo'lgan  $n$  ta kesma yig'indisi. Agar  $a$  kesma har biri  $e$  ga teng  $m$  ta kesmadan tuzilgan bo'lsa, uning uzunligi  $\frac{m}{n}e$  ko'rinishida bo'lishi mumkin.  $\frac{m}{n}$  belgi kasr deyiladi, unda  $m$  va  $n$  – natural sonlar. Bu belgi  $\frac{m}{n}$  dan  $m$  deb o'qiladi.

Tanlab olingan  $e$ , kesma  $e$  kesmaning to'rtidan bir qismidir. Ravshanki,  $a$  kesmaga butun son marta qo'yiladigan  $e$  kesmaning bunday ulushini tanlash yagona usul emas.  $e$  kesmaning sakkizdan bir qismini topish mumkin, unda  $a$  kesma 28 ta shunday kesmadan iborat bo'lib, uning uzunligi  $\frac{28}{8} e$  ga teng bo'ladi.  $e$  kesmaning o'n oltidan bir qismini olish mumkin, unda  $a$  kesma 56 ta shunday kesmadan iborat bo'lib, uning uzunligi  $\frac{56}{16} e$  bo'ladi. Bu jarayonni cheksiz davom ettirsak,  $a$  kesmaning uzunligi turli kasrlarning cheksiz to'plami bilan ifodalanishi mumkin:  $\frac{14}{4}; \frac{28}{8}; \frac{56}{16}; \dots$

Umuman, agar  $e$  uzunlik birligida  $a$  kesmaning uzunligi  $\frac{m}{n}$  kasr bilan ifodalansa, u ixtiyoriy  $\frac{mk}{nk}$  kasr bilan ifodalanishi mumkin, bunda  $k$  — natural son.

$e$  uzunlik birligida bitta kesmaning uzunligini ifodalovchi kasrlar *teng kasrlar* deyiladi.

Agar  $\frac{m}{n}$  va  $\frac{p}{q}$  kasrlar teng bo'lsa, bunday yoziladi:  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ .

**1- misol.**  $\frac{14}{4}$  va  $\frac{28}{8}$  kasrlar tengmi?

**Yechish.**  $\frac{14}{4}$  va  $\frac{28}{8}$  kasrlar  $e$  uzunlik birligida bitta kesmaning uzunligini ifodalaydi, demak,  $\frac{14}{4} = \frac{28}{8}$ .

**Teorema.**  $\frac{m}{n}$  va  $\frac{p}{q}$  kasrlar teng bo'lishi uchun  $mq = np$  bo'lishi zarur va yetarlidir.

**Isbot.** 1.  $\frac{m}{n}$  va  $\frac{p}{q}$  bo'lsin.  $mq = np$  ni ko'rsatiladi. Har qanday  $q$  natural son uchun  $\frac{m}{n} = \frac{mq}{nq}$ , har qanday  $n$  natural son uchun  $\frac{p}{q} = \frac{pn}{qn}$  bo'lgani uchun  $\frac{m}{n}$  va  $\frac{p}{q}$  kasrlarning tengligidan  $\frac{mq}{nq} = \frac{pn}{qn}$  tenglik kelib chiqadi, bundan o'z navbatida  $mq = np$  tenglik kelib chiqadi.

2.  $mq = np$  bo'lsin.  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$  ni ko'rsatamiz.  $mq = np$  to'g'ri tenglikning ikkala qismini  $nq$  natural songa bo'lsak,  $\frac{mq}{nq} = \frac{pn}{qn}$  to'g'ri tenglik hosil bo'ladi. Ammo  $\frac{m}{n} = \frac{mq}{nq}$ ,  $\frac{p}{q} = \frac{pn}{qn}$ . Demak,  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ .

**1- qoida.** Agar berilgan kasrning surat va maxraji bir xil natural songa ko'paytirilsa yoki bo'linsa, berilgan kasrga teng kasr hosil bo'ladi.

**2- qoida.** Kasrlarni qisqartirish berilgan kasrni unga teng surat va maxraji undan kichik bo'lgan kasrga almashtirishdir.

Agar kasrning surat va maxraji bir paytda faqat 1 ga bo'linsa, kasr *qisqarmas kasr* deyiladi. Masalan,  $\frac{1}{3}$  kasr qisqarmas kasr.

Kasrni qisqartirish natijasida, odatda, unga teng qisqarmas kasr hosil bo'lishi kerak.

**2- misol.**  $\frac{48}{80}$  kasrni qisqartiring.

**Yechish.**  $\frac{48}{80}$  ga teng qisqarmas kasrni hosil qilish uchun berilgan kasrning surat va maxrajini ularning eng katta umumiy bo'luvchisiga bo'lish kerak. Uni topamiz:  $D(48, 80) = 16$ . 48 ni 16 ga va 80 ni 16 ga bo'lib,  $\frac{48}{80} = \frac{3}{5}$  hosil bo'ladi.  $\frac{3}{5}$  kasr qisqarmas kasr.

**3- qoida.** Kasrlarni umumiy maxrajga keltirish kasrlarni ularga teng, lekin bir xil maxrajli kasrlarga almashtirishdir. Ikki kasrning umumiy maxraji  $n$  va  $q$  sonlarning umumiy karralisi, eng kichik umumiy maxraj esa ularning eng kichik umumiy karralisi bo'ladi.

**4- misol.**  $\frac{4}{35}$  va  $\frac{8}{15}$  kasrlarni eng kichik umumiy maxrajga keltiring.

**Yechish.** 15 va 35 sonlarni tub ko'paytuvchilarga ajratamiz.  $15 = 3 \cdot 5$ ,  $35 = 5 \cdot 7$ . U holda,  $K(15, 35) = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$  bo'ladi.  $105 = 15 \cdot 7 = 35 \cdot 3$  bo'lgani uchun  $\frac{4}{35} = \frac{4 \cdot 3}{35 \cdot 3} = \frac{12}{105}$ ,  $\frac{8}{15} = \frac{8 \cdot 7}{15 \cdot 7} = \frac{56}{105}$ .

### Mashqlar

- Ifodaning qiymatini toping:
  - $900100 - 694 \cdot 705 + 154080 : 428$ ;
  - $800100 - 460 \cdot 370 + 83842 : 206$ .
- Maktab ekin maydoni to'g'ri to'rtburchak shaklida bo'lib, bo'yi 52 m, eni 35 m, o'quvchilar maydonning  $\frac{1}{4}$  qismiga pomidor, qolgan qismiga bodring ekishdi. Qancha joyga bodring ekilgan?
- Erkin har sutkaning  $\frac{1}{3}$  qismida uxlaydi. Erkin necha soat uxlaydi?
- Kesmani o'lchash jarayonida:  $\frac{7}{3}$ ;  $\frac{13}{4}$  va  $\frac{2}{5}$  kasrlar qanday paydo bo'lishi mumkinligini ko'rsating.
- $\frac{7}{3}$  va  $\frac{13}{4}$  kasrlarga teng uchta kasr yozing.
- $\frac{1110212}{27}$  va  $\frac{45469}{41033}$  kasrlarni qisqartiring.

#### 64- §. MUSBAT RATSIONAL SON TUSHUNCHASI

Bizga bitta kesmaga cheksiz ko'p teng kasrlarni mos keltirish mumkin ekanligi ma'lum. Bu kasrlar kesma uzunligini tanlab olingan  $e$  birlikda ifodalaydi. Ammo kesma uzunligi yagona son bilan berilishi kerak. Shuning uchun bitta sonning turli yozuvini teng kasrlar, sonning o'zini esa musbat *ratsional son* deyiladi.

Umuman, musbat ratsional son teng kasrlar to'plamidir, bu to'plamga tegishli har bir kasr shu sonning yozuvidir.

Masalan,  $\left\{\frac{7}{3}, \frac{14}{6}, \frac{21}{18}\right\}$  to'plam biror musbat ratsional sonidir,  $\left\{\frac{7}{3}, \frac{14}{6}, \frac{21}{18}\right\}$  hokazo kasrlar esa shu sonning turli yozuvidir.

$\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{5}{10}, \frac{20}{40}\right\}$  to'plam boshqa musbat ratsional sonni aniqlaydi.

Yuqorida berilgan ta'rifga ko'ra,  $\frac{m}{n}$  yozuvga qarab  $\frac{m}{n}$  kasr yoki  $\frac{m}{n}$  kasr ko'rinishida yozilgan musbat ratsional son deymiz. Ko'pincha qisqacha bunday deyiladi: «Musbat ratsional son  $\frac{m}{n}$  berilgan». Bu degani, musbat ratsional son va kasr tushunchasi aynan bir xil degani emas. Bular turli tushunchalardir, lekin jumla qisqa bo'lishi uchungina shunday deyiladi.

1- savol.  $\frac{5}{9}$  yozuv nimani anglatadi?

J a v o b: «Bu kasr», «Bu musbat ratsional sonning yozuvi».

2- savol.  $\frac{5}{9}$  ni musbat ratsional son deyish mumkinmi?

J a v o b: Mumkin, faqat gapni qisqartirish maqsadida shunday deyish mumkin.

Biror musbat ratsional sonning barcha yozuvlari orasidan qisqarmas kasr ajratiladi, ya'ni surat va maxrajining eng kichik umumiy bo'luvchisi 1 ga teng bo'lgan kasr ajratib olinadi.

Masalan, ratsional sonni aniqlovchi  $\left\{\frac{7}{3}, \frac{14}{6}, \frac{21}{18}\right\}$  to'plamdagi kasrlar orasida  $\frac{7}{3}$  kasr qisqarmas kasrdir.

**Xulosa.** Har qanday musbat ratsional son uchun shu sonning yozuvi bo'lgan bitta va faqat bitta qisqarmas kasr mavjud.

1- qoida. Suratini maxrajidan kichik bo'lgan kasr to'g'ri kasr deyiladi.

2- qoida. Suratini maxrajiga teng yoki katta bo'lgan kasr noto'g'ri kasr deyiladi.

3- qoida. Noto'g'ri kasrning butun qismini ajratish uchun suratini maxrajiga bo'lish kerak. Bo'linma butun qismi, qoldiq surat, bo'luvchi esa maxraj bo'ladi.

#### Mashqlar

1. Quyidagi fikrlar to'g'rimi?  $\frac{4}{5}$  kasr biror ratsional sonning yozuvidir;  $\frac{16}{7}$  kasr;  $\frac{16}{7}$  musbat ratsional son.
2. Ratsional sonlar  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$  kasrlar bilan berilgan. Qanday shartlar bajarilganda bu ratsional sonlar teng bo'ladi?
3.  $\frac{171717}{252525} = \frac{1717}{2525} = \frac{17}{25}$  va  $\frac{313131}{757575} = \frac{3131}{7575} = \frac{31}{75}$  bo'lishini isbotlang.
4.  $a$  ning har qanday qiymatida quyidagi kasrlarning qisqarmas kasr ekanligini isbotlang:
  - a)  $\frac{2a+1}{a}$ ;
  - b)  $\frac{2a+3a+7+a^2}{5a}$ .

#### 65- §. BIR XIL MAXRAJLI KASRLARNI QO'SHISH VA AYIRISH

Biz bir xil maxrajli kasrlarni qo'shish va ayirish bilan boshlang'ich sinfdan tanishganmiz.

Bunday kasrlarni qo'shish uchun suratini suratiga qo'shib, maxrajini esa o'zgarishsiz qoldirish kerak.

$a$ ,  $b$ ,  $c$  kesmalar berilgan bo'lib,  $c = a + b$  tanlab olingan uzunlik birligi  $e$  da  $a = \frac{3}{4}e$  va  $b = \frac{13}{4}e$  bo'lsin. U holda,  $c = a + b = \frac{3}{4}e + \frac{13}{4}e = 3e_1 + 13e_1 = 16e_1 = \frac{16}{4}e = 4e$ , ya'ni  $c$  kesma uzunligi 4 soni bilan ifodalanadi, bu sonni  $\frac{3}{4}$  va  $\frac{13}{4}$  sonlarining yig'indisi sifatida qarash maqsadga muvofiqdir.

Agar  $a$  va  $b$  musbat ratsional sonlar  $\frac{m}{n}$  va  $\frac{p}{n}$  kasrlar bilan ifodalangan bo'lsa, u holda  $a$  va  $b$  sonlarning  $n$  yig'indisi deb,  $\frac{m+p}{n}$  kasr bilan ifodalangan songa aytiladi:

$$\frac{m}{n} + \frac{p}{n} = \frac{m+p}{n} \quad (1)$$

Agar  $a$  va  $b$  musbat ratsional sonlar turli maxrajli kasrlar bilan ifodalangan bo'lsa, bu kasrlar, odatda, eng kichik umumiy maxrajga keltiriladi va (1) qoida bo'yicha qo'shiladi. Masalan,  $\frac{1}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{5+6}{10} = \frac{11}{10}$ .

**Xossa.** Har qanday ikkita musbat sonning yig'indisi mavjud va u yagonadir. Bu isbotsiz qabul qilinadi.

Musbat ratsional sonlarni qo'shish o'rin almashtirish va guruhlash qonunlariga bo'ysunadi:

Har qanday  $a, b \in Q$ , uchun  $a + b = b + a$  tenglik o'rinli.

Isbot.  $a$  va  $b$  sonlar bir xil maxrajli kasrlar  $a = \frac{m}{n}$  va  $b = \frac{p}{n}$  bilan ifodalangan bo'lsin. U holda yig'indining ta'rifiga ko'ra,  $a + b = \frac{m}{n} + \frac{p}{n} = \frac{m+p}{n}$ .

Ammo  $\frac{m+p}{n}$  kasrning suratida natural sonlar qo'shilmogda, ular uchun ilgari isbotlanganiga ko'ra, o'rin almashtirish qonuni o'rinli, ya'ni  $\frac{m+p}{n} = \frac{p+m}{n}$ .

So'ngra yana ratsional sonlarni qo'shish qoidasini qo'llab,

$$\frac{p+m}{n} = \frac{p}{n} + \frac{m}{n} = b + a$$

ni hosil qilamiz.

Shunday qilib, musbat ratsional sonlarni qo'shishning o'rin almashtirish qonuni bu sonlarni qo'shish ta'rifidan va natural sonlarni qo'shishning o'rin almashtirish qonunidan kelib chiqdi, deyish mumkin ekan.

Har qanday  $a, b, c \in Q$ , uchun  $(a + b) + c = a + (b + c)$ .

Bu qonun ham shunday isbotlanadi.

Ratsional sonlarni qo'shish ta'rifidan  $\frac{m}{n}$  ko'rinishdagi yozuvlarning ma'nosini aniqlashtirishga imkon yaratiladi.

To'g'ri va noto'g'ri kasrlar farq qilinadi. Agar kasrning surati maxrajidan kichik bo'lsa, bu kasr to'g'ri, agar surati maxrajidan katta yoki unga teng bo'lsa, kasr noto'g'ri kasr deyiladi.  $\frac{m}{n}$  noto'g'ri kasr bo'lsin. U holda  $m > n$ . Agar  $m \cdot n$  karrali bo'lsa,  $\frac{m}{n}$  kasr natural sonning yozuvi bo'ladi. Masalan, agar  $\frac{15}{3}$  kasr berilgan bo'lsa, u holda  $\frac{15}{3} = 5$ . Agar  $m$  soni  $n$  ga karrali bo'lmasa,  $m$  ni  $n$  ga qoldiqli bo'lamiz, ya'ni  $m = nq + r$ , bunda  $r < n$ .  $\frac{m}{n}$  kasrda  $m$  o'rniga  $nq + r$  qo'yiladi va (1) qoida qo'llaniladi.

$$\frac{m}{n} = \frac{nq+r}{n} = \frac{nq}{n} + \frac{r}{n} = q + \frac{r}{n}$$

$r < n$  bo'lgani uchun  $\frac{r}{n}$  to'g'ri kasr. Demak,  $\frac{m}{n}$  kasr  $q$  natural son va  $\frac{r}{n}$  to'g'ri kasrning yig'indisi ko'rinishida ifodalangan bo'lib qoldi. Bu amal noto'g'ri kasrdan butun qismini ajratish deyiladi.

Masalan,  $\frac{11}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{4} + \frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4}$ . Natural son bilan to'g'ri kasrning yig'indisini qo'shish belgisiz yozish qabul qilingan, ya'ni  $2 + \frac{3}{4}$  o'rniga  $2\frac{3}{4}$  deb yoziladi va bu yozuv *aralash son* deyiladi.

**Xulosa.** Har qanday aralash sonni noto'g'ri kasr ko'rinishida yozish mumkin.

$a$  va  $b$  ratsional sonlarning ayirmasi deb, shunday  $c$  musbat ratsional songa aytiladiki, uning uchun  $a = b + c$  o'rinli.

$b = \frac{p}{n}$ ,  $a = \frac{m}{n}$  bo'lib,  $a - b$  ayirma  $\frac{x}{n}$  kasr bilan ifodalangan bo'lsin.  $x$  ni topamiz. Ayirish ta'rifiga ko'ra,  $\frac{m}{n} = \frac{x}{n} + \frac{p}{n}$  (1); qoidaga ko'ra  $\frac{x}{n} + \frac{p}{n} = \frac{x+p}{n}$ . Shunday qilib,  $m = p + x$ , ammo  $m$ ,  $p$  va  $x$  natural sonlar. Bu sonlar uchun yuqoridagi yozuv  $x = m - p$  ni anglatadi. Quyidagi qoidaga keldik:

$$\frac{p}{n} - \frac{m}{n} = \frac{p-m}{n} \quad (2)$$

Shunday qilib, aralash sonlarni qo'shish uchun kasr qismini eng kichik maxrajga keltirish, butun va kasr qismlarini alohida qo'shish, agar noto'g'ri kasr hosil bo'lsa, butunni ajratib olish va uni yig'indiga qo'shish kerak.

Kasrlarni ayirish ham shunga o'xshash bajariladi.

Shunday qilib, aralash sonlarni ayirish uchun kasrlarni eng kichik umumiy maxrajga keltirish, agar kamayuvchi kasr qismi ayiriluvchidan kichik bo'lsa, butun qismini maydalash va birni suratiga qo'shish, butun va kasr qismlarini alohida ayirish kerak.

### Mashqlar

1. Avval kasrlarni qisqartirib (agar mumkin bo'lsa), keyin qo'shing:

a)  $\frac{15}{120} + \frac{17}{68} + \frac{39}{78}$ ;

d)  $3\frac{11}{12} + \frac{3}{15} + \frac{2}{9}$ .

b)  $1\frac{4}{40} + \frac{4}{530} + \frac{10}{30}$ ;

2. Qo'shish qonunlarini qo'llab, ratsional usul bilan hisoblang:

a)  $\frac{2}{15} + 1\frac{5}{13} + 3\frac{1}{5} + 4\frac{3}{26}$ ;

d)  $3\frac{4}{9} + 3\frac{1}{14} + 5 + 2\frac{16}{14} + 3\frac{5}{9}$ .

b)  $5\frac{15}{24} + 3\frac{22}{33} + 1\frac{32}{48} + 1\frac{7}{24} + \frac{2}{3}$ ;

3. Ayirmani toping:

a)  $10\frac{59}{63} - 8\frac{37}{45}$ ;

b)  $105\frac{2}{17} + 3\frac{1}{13}$ .

4.  $24\frac{5}{24}$  va  $22\frac{5}{6}$  sonlari yig'indisini  $7\frac{7}{15}$  ta kamaytiring. Buni necha usul bilan bajarish mumkin?

## 66- §. KO'PAYTIRISH VA BO'LISH

Agar musbat ratsional sonlar  $\frac{m}{n}$  va  $\frac{p}{q}$  kasrlar bilan ifodalangan bo'lsa, u holda ularning ko'paytmasi  $\frac{mp}{nq}$  kasr bilan ifodalangan son bo'ladi:

$$\frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{mp}{nq} \quad (3)$$

Musbat ratsional sonlarni ko'paytirish qo'shishga nisbatan o'rin almashtirish, guruhlash va taqsimot qonunlariga bo'ysunadi. Ular qo'shish qonunlari qanday isbotlangan bo'lsa, xuddi shunday isbotlanadi.

Ikki  $a$  va  $b$  musbat ratsional sonning bo'linmasi deb shunday  $c$  songa aytiladiki, uning uchun  $a = b \cdot c$  bo'ladi.

Agar  $a = \frac{m}{n}$  va  $b = \frac{p}{q}$  bo'lsa, bo'linma qanday topiladi?  $c = \frac{mp}{nq}$  son shu bo'linma ekanligini ko'rsatamiz. Bo'linma ta'rifiga ko'ra,  $a = bc = \frac{p}{q} \cdot \frac{mp}{nq}$ . Musbat ratsional sonlarning ko'paytirishning (3) qoidasini va ko'paytirish qonunlarini qo'llab, shakl almash-tirishlar bajaramiz:

$$\frac{p}{q} \cdot \frac{mp}{nq} = \frac{p(mp)}{q(np)} = \frac{(mp)q}{(qn)q}$$

Chiqqan kasrni  $nq$  natural songa qisqartiramiz:  $\frac{(pq)m}{(nq)n} = \frac{m}{n}$ .

Shunday qilib, ikki musbat ratsional sonning bo'linmasi

$$\frac{m}{n} : \frac{p}{q} = \frac{mq}{np} \quad (4)$$

formula bo'yicha topiladi.

**Eslatma.**  $\frac{m}{n}$  kasr yozuvidagi chiziq belgisini bo'lish amali deb qarash mumkin. Haqiqatan, ikkita  $m$  va  $n$  natural sonni olamiz va (4) qoida bo'yicha ularning bo'linmasini topamiz:

$$m : n = \frac{m}{1} : \frac{n}{1} = \frac{m}{n}$$

Aksincha, agar  $\frac{m}{n}$  kasr berilgan bo'lsa,  $\frac{m}{n} = m : n = \frac{m}{1} : \frac{n}{1} = m : n$ ,  $\frac{m}{n} = m : n$  bo'lgani uchun har qanday musbat ratsional sonni ikki natural sonning bo'linmasi deb qarash mumkin. Shuni aytish kerakki, «ratsional son» atamasi lotincha ratsio so'zidan kelib chiqqan bo'lib, «nisbat» (bo'linma) ma'nosini anglatadi.

## Mashqlar

1. Simvoldan foydalanib, musbat ratsional sonlarni ko'paytirish qonunlarini yozing va ularni isbotlang.
2. Ko'paytirish qonunlaridan foydalanib hisoblang:

$$a) \frac{3}{5} \cdot 3\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3};$$

$$d) \frac{4}{7} \cdot 6\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{8};$$

$$b) \frac{5}{8} \cdot \frac{17}{18} \cdot 1\frac{3}{5} \cdot \frac{6}{7};$$

$$e) \left(4\frac{2}{3} + 3\frac{3}{10}\right) \cdot \frac{5}{11}.$$

3. Amallarni bajaring;

$$a) 8\frac{6}{57} : 12\frac{3}{19};$$

$$d) \left(4\frac{1}{2} \cdot 5\frac{2}{3}\right) : 6\frac{3}{4}.$$

$$b) 4\frac{1}{4} : \left(11\frac{1}{3} \cdot 5\frac{1}{4}\right);$$

4. Amallar natijalari orasidagi bog'lanishdan foydalanib, tenglamani yeching:

$$a) 5 \cdot \left(\frac{1}{3}x - 20\right) = 8;$$

$$d) \left(4\frac{1}{2} - 2x\right) \cdot 3\frac{2}{3} = \frac{11}{15};$$

$$b) \left(10\frac{2}{5} + x\right) \cdot 1\frac{1}{7} = 9\frac{1}{3};$$

$$e) \frac{4}{9} : \left(3\frac{2}{3} - 5x\right) = \frac{1}{6}.$$

5. Turli usullar bilan sonlarning qaysi biri katta ekanligini aniqlang:

$$a) \frac{19}{34} \text{ yoki } \frac{28}{51};$$

$$d) \frac{39}{8513} \text{ yoki } \frac{26}{5675}.$$

$$b) \frac{37}{99} \text{ yoki } \frac{3737}{9999};$$

6.  $20\frac{5}{7}$ ;  $42\frac{5}{6}$  va  $2\frac{20}{21}$  sonlarning yig'indisi kattami yoki  $125\frac{5}{14}$  va  $51\frac{5}{18}$  sonlar ayirmasi kattami va qancha katta?

7. Hisoblamadan ifodalar qiymatini taqqoslang:

$$a) 34\frac{1}{3} \left(8\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4}\right) \text{ va } 34\frac{1}{3} \left(8\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4}\right);$$

$$b) 82\frac{19}{17} \left(13\frac{51}{32} + 17\frac{1}{6}\right) \text{ va } \left(13\frac{51}{52} + 17\frac{1}{7}\right) \cdot 82\frac{19}{17}.$$

67- §. MUSBAT RATSIONAL SONLAR TO'PLAMINING  
TARTIBLANGANLIGI VA O'NLI KASR  
KO'RINISHIDAGI YOZUVI

Natural sonlar kabi kasrlarni bir-biri bilan taqqoslash mumkin. Bir xil maxrajli kasrlarni taqqoslashdan boshlaylik.

**1- qoida.** Maxrajleri bir xil bo'lgan ikkita kasrdan kichik kasr deb, surati kichigiga aytiladi, shuningdek bir xil suratli kasrlarni taqqoslash ham qulay.

**2- qoida.** Suratleri bir xil bo'lgan ikkita kasrdan maxrajli kattasiga kichik kasr deb aytiladi.

Ammo turli surat va maxrajli kasrlarni qanday taqqoslash mumkin. Bu muammoni ham osongina yechish mumkin. Bizda kasrni bir xil surat yoki bir xil maxrajga keltirish imkoniyati bor.

Agar ratsional sonlar teng kasrlar bilan ifodalangan bo'lsa, ular teng bo'ladi. Masalan, agar  $a$  ratsional son  $\frac{3}{4}$  kasr bilan,  $b$  ratsional son  $\frac{6}{8}$  kasr bilan ifodalangan bo'lsa, u holda  $a = b$  bo'ladi, chunki  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ .

$a$  va  $b$  ratsional sonlardan qaysi biri kichik (katta) ekanligini qanday bilish mumkin?

$a$  va  $b$  — musbat ratsional sonlar bo'lsin. Agar shunday  $c$  ratsional son mavjud bo'lsaki, unda  $a + c = b$  bo'lsa,  $a$  son  $b$  sonidan kichik ( $a < b$ ) bo'ladi. Bunday holda  $b$  soniga  $a$  dan katta ( $b > a$ ) deb ham aytiladi.

**Teorema.**  $a$  va  $b$  musbat ratsional sonlarning ayirmasi mavjud bo'lishi uchun  $b < a$  bo'lishi zarur va yetarli.

Bu shartning isboti natural sonlar to'plamida ayirma mavjud bo'lishi haqidagi teoremaning isbotiga o'xshaydi.

«Kichik» munosabatining keltirib chiqarilgan ta'rifidan bu munosabatni o'rgatishning amaliy usullarini chiqarish mumkin.

1. Agar  $a = \frac{m}{q}$ ,  $b = \frac{p}{n}$  bo'lsa,  $m < p$  bo'lganda va faqat shunda  $a < b$  bo'ladi.

Masalan, agar  $a = \frac{3}{14}$ ,  $b = \frac{9}{14}$  bo'lsa,  $a < b$  bo'ladi, chunki  $3 < 9$ .

2. Agar,  $\frac{m}{n}$  va  $\frac{p}{q}$  berilgan bo'lsa,  $mq < np$  bo'lganda va faqat shunda  $a < b$  bo'ladi.

Haqiqatan,  $a = \frac{m}{n}$ ,  $b = \frac{p}{q}$  kasrlarni umumiy maxrajga keltiramiz:  $\frac{m}{n} = \frac{mq}{nq}$ ,  $\frac{p}{q} = \frac{pn}{qn}$ . Natijada berilgan kasrlarni taqqoslash ularning suratlarini taqqoslashga keltiriladi: agar  $mq > pn$  bo'lsa,  $a > b$ ; agar  $mq < pn$  bo'lsa,  $a < b$ .

Masalan, agar  $a = \frac{7}{8}$ ,  $b = \frac{11}{13}$  bo'lsa,  $b < a$ , chunki  $7 \cdot 13 = 91$ ,  $8 \cdot 11 = 88$  va  $8 \cdot 11 < 7 \cdot 13$ .

**Eslatma.** Musbat ratsional sonlar to'plamidagi tartib munosabati natural sonlar to'plamidagi tartib munosabatidan farqli xossalarga ega. Ma'lumki,  $N$  to'plamda eng kichik son bir va  $N$  to'plam diskret natural sonlar orasida boshqa natural sonlar yo'q.

Musbat ratsional sonlar to'plamida eng kichik son yo'q va ixtiyoriy ikkita ratsional sonning orasida  $Q$  to'plamining cheksiz ko'p elementi bor.

**Misol.** 0,3472 va 0,34800 o'nli kasrlarni taqqoslang.

**Yechish.**  $3472 < 0,3480$  chunki o'nli va yuzli ulushlari teng bo'lgani bilan birinchi sonning mingli ulushi ikkinchi sonnikidan kichik ( $7 < 8$ ).

**Savol.**  $\frac{m}{n}$  ko'rinishidagi har qanday kasrni ham o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkinmi?

**Javob:** Masalan,  $\frac{8}{25}$  va  $\frac{3}{7}$  kasrlarni olaylik,  $\frac{8}{25}$  kasr  $\frac{32}{100}$  kasrga teng, demak  $\frac{8}{25} = 0,32$ . Ammo  $\frac{3}{7}$  kasr uchun maxrajli 10 ning darajasi bo'lgan unga teng kasrni topib bo'lmaydi. Nima uchun?

**Misol.**  $\frac{19}{80}$  kasrni o'nli kasr ko'rinishida yozing.

**Yechish.**  $\frac{19}{80}$  kasrni o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin, chunki u qisqarmas va maxrajining tub ko'paytuvchilarga yoyilmasi 2 va 5 sonlaridagina iborat,  $80 = 2^4 \cdot 5$ .

**Misol.**  $\frac{11}{15}$  kasrni o'nli kasr ko'rinishida yozing.

**Yechish.**  $\frac{11}{15}$  kasrni o'nli kasr ko'rinishida yozib bo'lmaydi, uning maxrajining tub ko'paytuvchilarga yoyilmasida 3 soni bor,  $15 = 3 \cdot 5$ .

O'nli kasr orasidan 0,01 kasr ajralib turadi va undan ko'p foydalaniladi. U *prosent* deb ataladi va 1% deb belgilanadi.

**Masala.** Mahsulotning narxi 20% ga arzonlashtirildi, shakarqamishda 15% shakar bor deyildi. Buni bilgan holda 10 t shakarqamishda qancha shakar borligini toping.

**Yechish.** Buning uchun 0,15 kasrni 10 ga ko'paytirish kerak.  $0,15 = 10 t = 1,5 t$ . Demak, 10 t ning 15% i 1,5 t ni tashkil qiladi ekan.

### Mashqlar

1. Talabaga  $\frac{195}{260}$  kasrni o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin yoki mumkin emasligini aniqlash topshirildi. U bu kasrning maxrajini tub ko'paytiruvchilarga ajratdi:  $260 = 22 \cdot 5 \cdot 13$  va quyidagicha xulosaga keldi:  $\frac{195}{260}$  kasrni o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin emas. O'qituvchi talabani javobini noto'g'ri deb topdi. Nima uchun?
2.  $\frac{14}{21}$ ,  $\frac{192}{375}$ ,  $\frac{15}{24}$ ,  $\frac{17}{20}$  kasrlardan qaysilarini o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin?
3. Sonlar yozuvi berilgan:  $0,40$ ;  $\frac{500}{100}$ ;  $0,4$ ;  $\frac{6}{3}$ ;  $5$ ;  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{3}{5}$ ;  $0,6$ ;  $\frac{12}{20}$ . Nechta turli son yozilgan? Bu sonlarning nechitasi kasr son?
4. Quyidagi ifodalar qiymatini ratsional usul bilan toping.
  - a)  $8,3 + 3,85 + 9,7 + 5,15 + 2,25 + 0,125$ ;
  - b)  $8,7 = 7,73$ .

### 68- §. CHEKSIZ DAVRIY O'NLI KASRLAR

$\frac{6}{7}$  kasrni olamiz. Uning maxraji 7 soni bo'lgani uchun uni o'nli kasr ko'rinishida yozib bo'lmaydi. Bunda chekli o'nli kasr ko'zda tutiladi. Demak, 6 ni 7 ga bo'lish jarayoni cheksiz bo'ladi, aks holda sonni chekli o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin bo'lar edi. Shuning uchun  $\frac{6}{7}$  kasr o'nli kasrga teng, deb hisoblanadi. Undan tashqari, 6 ni 7 ga bo'lganda bo'linmada raqamlar guruhi takrorlanishi ko'zga tashlanadi;  $\frac{6}{7} = 0,857142857142857142...$

**1- qoida.** Sonning o'nli yozuvida verguldan keyin bunday ketma-ket takrorlanadigan raqamlar guruhi *davr* deyiladi.

**2- qoida.** Yozuvda davr qatnashgan cheksiz o'nli kasr esa *davriy kasr* deyiladi.

Davrni kichik qavs ichida bir marta yozish qabul qilingan  $\frac{6}{7} = 0,(857142)$ .

Davriy kasrlar ikkiga, ya'ni sof va aralash davriy kasrlarga bo'linadi.

Sof davriy kasrlar davr verguldan keyin darhol boshlanadi va aralash davriy kasrlar vergul va davr orasida boshqa o'nli xonalar bor bo'ladi.

Masalan,  $0,(857142)$  sof davriy kasr,  $3,27(346)$  aralash davriy kasr.

Qisqarmas kasr maxrajining tub ko'paytuvchilarga yoyilmasida 2 va 5 dan farqli boshqa ko'paytuvchi bo'lgan holda har doim kasr davriy o'nli kasr ko'rinishida ifodalanadimi?

Agar  $\frac{m}{n}$  kasr qisqarmas va maxrajning yoyilmasida 2 va 5 dan farqli boshqa tub ko'paytuvchi bo'lsa, kasr cheksiz davriy o'nli kasr ko'rinishida ifodalanadi.

**Xulosa.** Ixtiyoriy musbat ratsional sonni chekli o'nli kasr orqali ifodalash mumkin.

**Natija.** Ixtiyoriy musbat cheksiz o'nli kasr biror musbat ratsional sonni ifodalaydi.

**3- qoida.**  $\frac{m}{n}$  musbat ratsional sonni cheksiz davriy o'nli kasr ko'rinishida yozish uchun suratni maxrajga bo'lish kerak.

**Savol.**  $\frac{m}{n}$  cheksiz davriy o'nli kasrni oddiy kasr ko'rinishida qanday yozish mumkin?

**Javob:** Cheksiz davriy o'nli kasr  $0,(28)$  berilgan bo'lsin, ya'ni  $0,282828...$ . Unga mos ratsional sonni  $a$  orqali belgilaymiz, u holda  $a = 0,282828...$ . Bu tenglikning ikkala tomonini 100 ga ko'paytiramiz:

$$100 \cdot a = 28,2828... \text{ yoki } 100a = 28 + 0,2828... = 28 + a, \\ 100a = 28 + a$$

tenglamani yechamiz va  $a = \frac{28}{99}$  ni topamiz. Bu kasr qisqarmas.

Umuman, sof davriy cheksiz o'nli kasr shunday oddiy kasrga tengki, uning surati davrga teng, maxraji esa kasr davrida nechta raqam bo'lsa, shuncha to'qqizdan iborat.

**Misol.**  $0,8(61)$  ni o'nli kasrga aylantiring.

**Yechish.** Aralash davriy kasr  $0,8(61)$ , ya'ni  $0,86161...$  berilgan bo'lsin. Unga mos ratsional sonni  $a$  orqali belgilaymiz, u holda  $a = 0,86161...$ . Bu tenglikning ikkala qismini 10 ga ko'paytirib,  $10a = 8,6161...$  sof davriy kasrni hosil qilamiz. Keyingi o'zgartirishlar yuqoridagidek bajariladi.  $x = 8,6161...$  deymiz. Bu tenglikning ikkala qismini 100 ga ko'paytiramiz:  $100 \cdot x = 861,6161...$  yoki  $100x = 861 + 0,6161...$ . Ikkala qismga 8 ni qo'shamiz:  $100x + 8 = 861 + 8,6161$ .  $861 + x$  bo'lgani uchun  $100 + 8 = 861 + x$  tenglamani hosil qilamiz, bundan  $x = \frac{861-8}{99}$ .  $x$  ning bu qiymatini  $10a = 8,6161...$  tenglikka qo'yamiz:  $10a = \frac{861-8}{99}$ , bundan  $a = \frac{861-8}{990} = \frac{853}{990}$ .

Umuman butun qismi 0 bo'lgan aralash davriy kasr shunday oddiy kasrga tengki, uning surati ikkinchi davrgacha yozilgan

sondan birinchi davrgacha yozilgan sonning ayirmasidan, maxraji esa davrda nechta raqam bo'lsa, shuncha to'qqizdan va birinchi davrgacha nechta raqam bo'lsa, shuncha noldan iborat.

Shuni aytish kerakki, cheksiz davriy o'nli kasrni oddiy kasrga aylantiradigan bu qoidalar uncha to'g'ri emas. Ularni keltirib chiqarishda cheksiz kasrlar ustidagi amallar chekli o'nli kasrlar uchun aniqlangan qoidalar bo'yicha bajariladi.

### Mashqlar

- Nima uchun  $\frac{17}{19}$  va  $\frac{8}{33}$  kasrlarni chekli o'nli kasr ko'rinishida yozib bo'lmashligini tushuntiring?
- $\frac{10}{11}$  sonni cheksiz o'nli kasr ko'rinishida yozing va nima uchun bu kasr davriy kasr ekanligini tushuntiring.
- Quyidagi oddiy kasrlarni cheksiz o'nli kasrlar ko'rinishida yozing:
 

a) $\frac{8}{33}$ ;	b) $\frac{137}{18}$ ;	d) $\frac{127}{28}$ .
---------------------	-----------------------	-----------------------
- Oddiy kasr ko'rinishida yozing:
 

a) 0,(43);	d) 0,(301);	f) 5,7(27);
b) 6,31(8);	e) 15,43(29);	g) 2,(29).

### 69- §. SONLI O'Q TUSHUNCHASI

Chapdan o'ngga qarab nur chizamiz va nurning boshiga 0 sonini yozamiz. Tayin uzunlikka ega bo'lgan kesma olamiz va nurni boshidan ketma-ket bir, ikki, uch va hokazo marta qo'yamiz. Belgilangan nuqtalarga mos sonlarni yozamiz.

Biz sonli o'qni hosil qildik.



Sonli o'qni yasashda quyidagilarni yodda saqlash kerak:

0 – soni, nurning boshiga mos keladi;

sonli o'qda teng kesmalar ketma-ket qo'yiladi.

Nurning har bir nuqtasidan nurning boshigacha bo'lgan masofa shu nuqtaga mos kelgan songa teng bo'ladi.

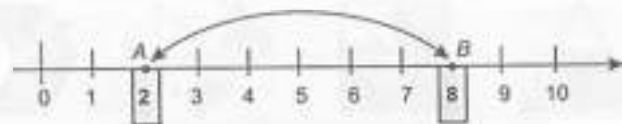
Masalan, 4 soni nurning boshidan 4 birlik masofada, 27 soni 27 birlik masofada yotadi.

Sonli o'qda har qanday sonni tasvirlash mumkin, shuningdek kasr sonni ham.

Sonli o'q yordamida sonlarni taqqoslash mumkin.

Sonli o'qda yotgan ikki sondan chapdagisi kichik, masalan,  $2\frac{1}{3} < 4\frac{2}{3}$ ,  $4\frac{2}{3} < 5\frac{1}{3}$ , chunki  $2\frac{1}{3}$  soni chapda,  $4\frac{2}{3}$  soni esa o'ngda joylashgan.

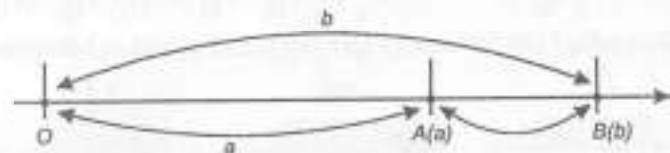
**Misol.** Nurda  $A(2)$  va  $B(8)$  nuqtalarni belgilang. Ular orasida necha birlik kesma bor?



$A$  va  $B$  nuqtalar orasidagi masofa hisoblash yordamida qanday topiladi?

Sonlar o'qidagi ikki nuqta orasidagi masofani topish uchun, katta koordinatasidan kichigini ayirish kerak.

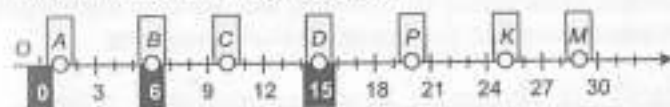
Rasmda  $M$  nuqta 4 soni bilan beriladi, chunki  $M$  nuqta nurni boshidan 4 birlik masofada joylashgan.



$M$  nuqtadan  $O$  nurning boshigacha bo'lgan masofani aniqlovchi son,  $M$  nuqtaning koordinatasi deyiladi. Rasmda  $M$  nuqtaning koordinatasi 4 ga teng va  $M(4)$  deb yoziladi. Demak, sonli o'qni koordinata o'qi desak bo'ladi.

### Mashqlar

- $O, A, B, C, D, P, K, M$  nuqtalarning koordinatalarini yozing va birlik kesmada ifodalangan  $KC, AD, PM, OK, BP$  kesmalarning uzunligini toping:



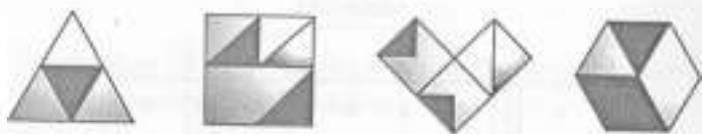
$$KC = 25 - 10 =$$

$O (...);$                        $D (...);$                        $AD = ;$   
 $A (...);$                        $P (...);$                        $PM = ;$   
 $B (...);$                        $K (...);$                        $OK = ;$   
 $C (...);$                        $M (...);$                        $BP = .$

2. Tenglamani yeching:

$$(x + 2\frac{9}{10}) - 3\frac{7}{10} = 1\frac{3}{10}; \quad 12\frac{2}{9} - (6\frac{7}{9} + a) = 3\frac{5}{9}.$$

3. Figuraning qanday bo'lagi bo'yalgan?



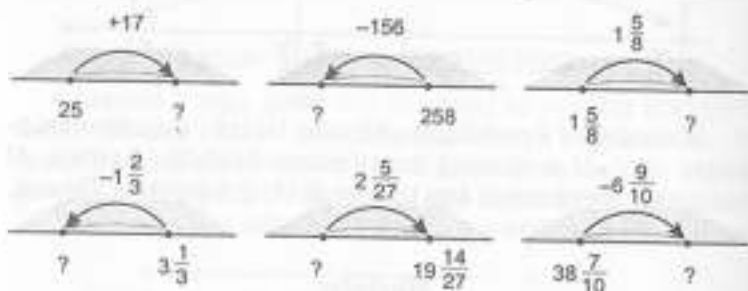
4. Hisoblang:

$$13056 : 32 \cdot 704 + (4301 - 39 \cdot 97) - (2378 + 12622) : 300 =$$

5. Xatolikni toping:

a)  $7\frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 2 + 3}{3} = \frac{17}{3};$                       d)  $2\frac{3}{7} + 1\frac{6}{7} = 3\frac{9}{7} = 3\frac{2}{7};$   
 b)  $\frac{58}{9} = 4\frac{6}{9};$                       e)  $5\frac{2}{11} - 1\frac{4}{11} = 5\frac{13}{11} - 1\frac{4}{11} = 4\frac{9}{11}.$

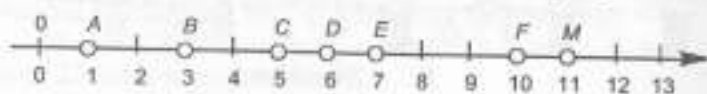
6. Rasmdagi strelka uchiga qanday sonni yozishni bilasizmi?



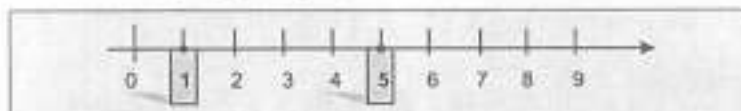
7. Agar 90 dan 18 ayirilsa, unda hosil bo'lgan son o'ylangan sondan 9 marta katta, qanday son o'ylangan?

8. Ikkita son o'ylandi. Ulardan biri 102. Agar uni 4 marta orttirsang, unda u ikkinchisidan 10 ta ortiq bo'ladi. Ikkinchi sonni toping.

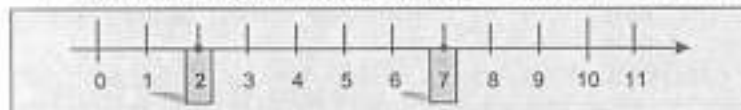
9. Rasmda nuqtalarning koordinatalarini aniqlang:



10. «5 soni 1 dan katta» ekanligini tushuntiring: 5 soni 1 dan 4 birlik o'ngda joylashgan, demak  $5 > 1$  mulohaza rostmi?



11.  $2 < 7$  yozuvni tahlil qiling. Javobingizni asoslang: 2 soni 7 dan 5 birlik chapda joylashgan, demak  $2 < 7$  mulohaza rostmi?



12. Kasrning qaysi biri natural songa teng:

a)  $\frac{14}{7} = \dots;$                       d)  $\frac{27}{9} = \dots;$                       f)  $\frac{32}{8} = \dots;$   
 b)  $\frac{40}{4} = \dots;$                       e)  $\frac{36}{36} = \dots;$                       g)  $\frac{57}{19} = \dots$

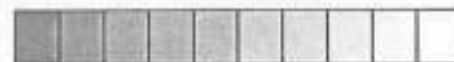
13. Amallarni bajaring:

a)  $\frac{3}{11} + \frac{3}{11} = \dots;$                       d)  $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \dots;$                       f)  $\frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \dots;$   
 b)  $\frac{9}{12} - \frac{6}{12} = \dots;$                       e)  $\frac{10}{9} - \frac{5}{9} = \dots;$                       g)  $\frac{11}{11} - \frac{6}{11} = \dots;$

6. Hisoblang:

a)  $8050 \cdot 807 : 141 - (201000 - 183112) : (6800 : 80) \cdot 43;$   
 b)  $5000418 - (45150 : 75 \cdot 306 + 37095 \cdot 9) - 345 \cdot 7.$

#### 70- §. KASRNING ASOSIY XOSSALARI VA KASRLARNI TAQQOSLASH



Rasmda to'g'ri to'rtburchakning  $\frac{1}{2}$  bo'lagi bo'yalgan. Har bir yarmida to'g'ri to'rtburchakning  $\frac{5}{10}$  qismi joylashgan. Har ikkala qism teng, ya'ni:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} \text{ yoki } \frac{5}{10} = \frac{5 : 5}{10 : 5} = \frac{1}{2}.$$

Bundan, agar kasrning surati va maxraji bir xil songa ko'paytirilsa yoki bo'linsa, unda unga teng kasr hosil bo'ladi,

degan xulosa kelib chiqadi. Bu ifodani matematik tilda quyidagicha yoziladi: har qanday  $a$ ,  $b$ , va  $c$  natural soni uchun

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}, \quad \frac{a}{b} = \frac{a:c}{b:c}$$

tengliklar o'rinli.

Ikkinchi kasrdan,  $\frac{32}{44} = \frac{32:4}{44:4} = \frac{8}{11}$  ni yoza olamiz.

Bu kasrni qisqartirish deyiladi. Demak,  $\frac{32}{44}$  kasrni 4 ga qisqartirdik. Hosil bo'lgan  $\frac{8}{11}$  kasrni qisqartirish mumkin emas, chunki uning surat va maxraji tub sonlar. Bunday kasrga qisqarmas kasr deyiladi.

Maxrajleri bir xil bo'lgan ikkita kasrdan kichik kasr deb, surati kichigiga aytiladi, shuningdek bir xil suratli kasrlarni taqqoslash ham qulay. Masalan:

$$\frac{3}{7} < \frac{3}{5}$$

Suratlari bir xil bo'lgan ikkita kasrdan kichik kasr deb, maxraji kattasiga aytiladi. Ammo turli surat va turli maxrajli kasrlarni qanday taqqoslash mumkin. Bu muammoni ham osongina yechish mumkin. Bizda kasrni bir xil surat yoki bir xil maxrajga keltirish imkoni bor.

Masalan,  $\frac{4}{9}$  va  $\frac{5}{12}$  ni taqqoslaymiz.

1-usul.  $\frac{4}{9} = \frac{4 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{16}{36}$ ,  $\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{15}{36}$ ,  $\frac{16}{36} > \frac{15}{36}$  bo'lgani uchun  $\frac{4}{9} > \frac{5}{12}$ .

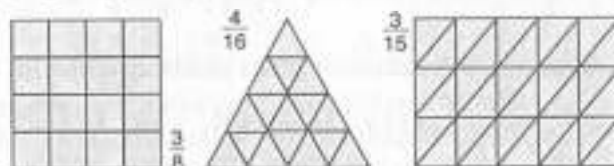
2-usul.  $\frac{4}{9} = \frac{4 \cdot 5}{9 \cdot 5} = \frac{20}{45}$ ,  $\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 4}{12 \cdot 4} = \frac{20}{48}$ ,  $\frac{20}{45} > \frac{20}{48}$  bo'lgani uchun  $\frac{4}{9} > \frac{5}{12}$ .

### Mashqlar

1. Kasrlarni qisqartiring:

- |  |                           |                           |   |
|--|---------------------------|---------------------------|---|
| a) $\frac{88}{275}$ ;                                | f) $\frac{36}{135}$ ;     | i) $\frac{30}{540}$ ;     | l) $\frac{875}{1750}$ ;                       |
| b) $\frac{8ab}{48bc}$ ;                              | g) $\frac{5bnk}{15cnk}$ ; | j) $\frac{9c-9t}{9t}$ ;   | m) $\frac{5a+3a}{56a}$ ;                      |
| d) $\frac{8x-8y}{24y}$ ;                             | h) $\frac{m^2n}{6mn}$ ;   | k) $\frac{12abd}{8bdx}$ ; | n) $\frac{8 \cdot 5 \cdot 28}{40 \cdot 49}$ ; |
| e) $\frac{39 \cdot 48 - 39 \cdot 29}{39 \cdot 60}$ ; |                           |                           |   |

2. Rasmdagi figuraning kasr bilan ifodalangan qismini bo'yang. Bo'yalgan qismini yana qanday kasrda ifodalash mumkin?



3. Detsimetr metrning qanday qismini tashkil etadi?  
4. Musobaqaga 180 ta o'g'il va qiz bolalar ketishdi. Barcha bolalar 10 ta avtobusga 38 tadan joylashtirildi. Musobaqaga qancha qizbolalar ketishgan?

5. Kasrlarni taqqoslang:

- |   |   |   |
|---|---|---|
| a) $\frac{11}{14}$ va $\frac{17}{21}$ ;   | g) $\frac{1996}{1997}$ va $\frac{1997}{1998}$ ; | k) $\frac{9}{11}$ va $\frac{4}{5}$ ;      |
| b) $\frac{2}{91}$ va $\frac{4}{179}$ ;  | h) $8\frac{1}{3}$ va $4\frac{2}{3}$ ;           | l) $\frac{52}{260}$ va $\frac{15}{195}$ ; |
| d) $\frac{8}{9}$ va $\frac{11}{18}$ ;   | i) $\frac{4}{15}$ va $\frac{3}{7}$ ;            | m) $\frac{7}{24}$ va $\frac{13}{30}$ ;    |
| e) $\frac{5}{6}$ va $\frac{5}{8}$ ;   | j) $\frac{17}{32}$ va $\frac{5}{8}$ ;           | n) $\frac{79}{68}$ va $\frac{5}{118}$ ;   |
| f) $\frac{7 \cdot 15 \cdot 48}{25 \cdot 49 \cdot 24}$ va $\frac{8 \cdot 81 \cdot 59}{39 \cdot 45 \cdot 16}$ ; |   |   |

6. Agar bo'linuvchi 65 va bo'luvchi 8 ga teng bo'lsa, bo'linma va qoldiqni toping.

7. Tiko avtomashinasi soatiga 81 km tezlik bilan 10 soat yurdi. Tiko bu masofani 9 soatda bosib o'tishi uchun u qanday tezlik bilan yurishi kerak?

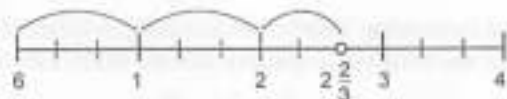
### 71-§. ARALASH SONLAR, ULARNI QO'SHISH VA AYIRISH

1-misol.  $\frac{8}{3}$  ni noto'g'ri kasrlarni butun son va to'g'ri kasr yig'indisi ko'rinishida ifodalang.

Son o'qida  $\frac{8}{3}$  kasr belgilangan. U 2 butun va  $\frac{2}{3}$  qismdan iborat.

Demak,  $\frac{8}{3} = 1 + \frac{2}{3}$ .

$2 + \frac{2}{3}$  yig'indini  $2\frac{2}{3}$  deb yozish qabul qilingan. Aralash son hosil bo'ldi. U «ikki butun uchdan ikki» deb o'qiladi.



Qo'shishning o'rin almashtirish va guruhlash qonuniga ko'ra:

$$1\frac{4}{9} + 4\frac{1}{9} = \left(1 + \frac{4}{9}\right) + \left(4 + \frac{1}{9}\right) = (1+4)\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9}\right) = 5 + \frac{5}{9} = 5\frac{5}{9},$$

qisqacha  $1\frac{4}{9} + 4\frac{1}{9} = 5\frac{4+1}{9} = 5\frac{5}{9}$ .

$$3\frac{6}{7} + 2\frac{11}{14} = 5\frac{12+11}{14} = 5\frac{23}{14} = 6\frac{9}{14} \text{ yoki}$$

$$3\frac{6}{7} + 2\frac{11}{14} = 3 + \frac{6}{14} + 2 + \frac{11}{14} = 5\left(\frac{12}{14} + \frac{11}{14}\right) = 5 + \frac{23}{14} = 5 + 1\frac{9}{14} = \\ = (5+1) + \frac{9}{14} = 6\frac{9}{14}$$

deb yozish mumkin.

Shunday qilib, aralash sonlarni qo'shish uchun kasr qismini eng kichik maxrajga keltirish; butun va kasr qismlarini alohida qo'shish; agar noto'g'ri kasr hosil bo'lsa, butunni ajratib olish va uni yig'indiga qo'shish kerak. Kasrlarni ayirish ham shunga o'xshash bajariladi:

$$4\frac{9}{11} - 2\frac{6}{11} = \left(4 + \frac{9}{11}\right) - \left(2 + \frac{6}{11}\right) = (4-2)\left(\frac{9}{11} - \frac{6}{11}\right) = 2 + \frac{9}{11} = 2\frac{3}{11};$$

$$7\frac{5}{6} - 5\frac{8}{15} = 2\frac{25-16}{30} = 2\frac{9}{30} = 2\frac{3}{10};$$

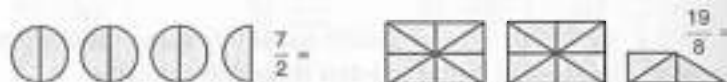
$$9\frac{2}{3} - 3\frac{11}{12} = 8\frac{5}{3} - 3\frac{11}{12} = 5\frac{20-11}{12} = 5\frac{9}{12} = 5\frac{3}{4}.$$

Shunday qilib, aralash sonlarni ayirish uchun:

- kasrlarni eng kichik umumiy maxrajga keltirish;
- agar kamayuvchi kasr qismi ayiriluvchidan kichik bo'lsa, butun qismini maydalash va birni suratiga qo'shish;
- butun va kasr qismlarini alohida ayirish kerak.

### Mashqlar

1. Rasmdan foydalanib, aralash son yordamida noto'g'ri kasrni yozing:



2. Tushirib qoldirilgan raqamlarni yozing:

a)  $3\frac{1}{4} - 3 + \frac{1}{4} = \frac{\dots}{4} + \frac{1}{4} = \frac{\dots}{4};$  d)  $4\frac{1}{1} = 4 + \frac{1}{3} = \frac{\dots}{3} + \frac{1}{3} = \frac{\dots}{3};$

b)  $3\frac{4}{6} = 3 + \frac{4}{6} = \frac{\dots}{6} + \frac{4}{6} = \frac{\dots}{6};$  e)  $2\frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} = \frac{\dots}{5} + \frac{3}{5} = \frac{\dots}{5}.$

3. Rustam va Nilufarning nikoh to'yiga 210 ta taklifnoma berildi. Mehmonlarning  $\frac{2}{3}$  qismi chap tomonda, necha kishi o'ng tomonda joylashgan?

4. Tenglamani yeching:

a)  $\frac{3}{7} + x = \frac{3}{7};$  b)  $6\frac{3}{8} - x = 6\frac{3}{8};$  d)  $\frac{1}{3} - x = 0.$

5. Hisoblang:

$$(20000 - 823 \cdot 5) \cdot 3 : 1451 - 8007 \cdot 708 + 1331044 : 10000 + 145 \cdot 192.$$

6. 100 soni noma'lum songa bo'linganda, bo'linma 7 va 2 qoldiq hosil bo'ldi. Noma'lum son nimaga teng?
7. Perimetri 25 sm va tomoni 4 sm bo'lgan teng tomonli uchburchakning yuzasini topish mumkinmi?

### 72- §. MANFIY SONLAR

$OX$  koordinata to'g'ri chizig'ini olamiz. Musbat haqiqiy sonlarni tasvirlovchi hamma nuqtalar  $O$  nuqtadan o'ngda joylashadi. Masalan,  $A$  nuqta haqiqiy son 4 ga,  $B$  nuqta 5,5 soniga,  $C$  nuqta esa  $\frac{3}{2}$  songa mos keladi.

$O$  nuqtadan berilgan yo'nalishga qarama-qarshi yo'nalishda 4 marta birlik kesma qo'yamiz. Sanoq boshiga nisbatan  $A$  nuqtaga simmetrik  $A'$  nuqta hosil bo'ladi.  $A'$  nuqtaning koordinatasi 4 bilan belgilanadi, ya'ni  $A'(-4)$ . Shunga o'xshash o'sha rasmdagi  $B$  nuqtaga simmetrik  $C'$  nuqtaning koordinatasi  $-5,5$  soni bo'ladi. 4 va  $-4$ , 5 va  $-5$  sonlari qarama-qarshi sonlar deyiladi.

Koordinata to'g'ri chizig'ida berilgan yo'nalishda joylashgan sonlar *musbat sonlar*, koordinata to'g'ri chizig'ida berilgan yo'nalishga qarama-qarshi yo'nalishda joylashgan sonlar *manfiy sonlar* deyiladi.

**Natija.** 0 soni musbat ham, manfiy ham emas.

Manfiy haqiqiy sonlar to'plamining musbat haqiqiy sonlar to'plami va nol bilan birlashmasi *haqiqiy sonlar to'plami* deyiladi, u  $R$  harfi bilan belgilanadi.

Sanoq boshidan koordinatasi  $x$  soni bo'lgan nuqttagacha masofa sonning *moduli* deyiladi va  $|x|$  kabi belgilanadi.

*Eslatma.*  $|-7| = 7$ ;  $|5.5| = 5.5$   $|0| = 0$ .

$a - b$  ayirma manfiy son bo'lganda va faqat shunda  $a < b$  bo'ladi.

$a - b$  ayirma musbat son bo'lganda va faqat shunda  $a > b$  bo'ladi.

Berilgan har qanday  $a$  va  $b$  sonlar uchun  $a < b$ ,  $a > b$ ,  $a = b$  holatlarning bittasi va faqat bittasi o'rinli bo'ladi:

Ikki haqiqiy sonning yig'indisi deb, quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi songa aytiladi:

1) ikki musbat sonning yig'indisi musbat son bo'lib, musbat haqiqiy sonlar to'plamida ta'riflangan qoidalar bo'yicha topiladi;

2) ikki manfiy sonning yig'indisi manfiy son; yig'indining modulini topish uchun qo'shiluvchilarning modullari qo'shilishi kerak;

3) turli ishorali ikki son yig'indisi moduli katta bo'lgan qo'shiluvchi qanday ishorali bo'lsa, o'sha ishorali songa teng;

4) yig'indining modulini topish uchun katta moduldan kichik modulni ayirish kerak.

Ikki haqiqiy sonning ko'paytmasi deb, quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi songa aytiladi:

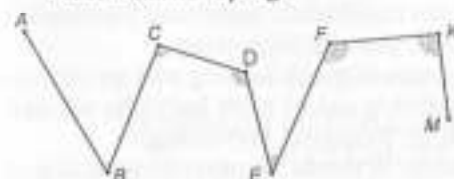
1) ikki musbat sonning ko'paytmasi musbat son bo'lib, musbat haqiqiy sonlar to'plamida ta'riflangan qoidalar bo'yicha topiladi;

2) ikki manfiy sonning ko'paytmasi musbat son; turli ishorali ikki sonning ko'paytmasi manfiy son; ko'paytmaning modulini topish uchun bu sonlar modulini ko'paytirish kerak.

### Mashqlar

- Nurda  $a + 3$  va  $a - 5$  sonlarini tasvirlang.
- Quyidagi fikrni isbotlang yoki inkor qiling:
  - 35 sonidan katta har qanday son musbat;
  - 19 dan kichik har qanday son musbat;
  - 19 dan kichik musbat son mavjud;
  - har doim har qanday sondan kichik butun musbat sonni ko'rsatish mumkin;
  - biror manfiy sondan kichik har qanday son manfiy son; noldan katta bo'lmagan har qanday son manfiy son.
- Qanday shartda quyidagi jumla chin fikr bo'ladi: «Agar  $a$  sonining moduli  $b$  sonining modulidan katta bo'lsa,  $a$  soni  $b$  sonidan katta bo'ladi».

4. Rasmdan siniq chiziq tashkil etgan o'tkir, to'g'ri va o'tmas burchaklarni toping:



O'tkir burchaklar.

To'g'ri burchaklar.

O'tmas burchaklar.

5. Ayirishni tekshiring. Xulosa chiqaring:

$$\begin{array}{r} 10 \\ -83 \\ \hline 27 \\ 56 \end{array}; \quad \begin{array}{r} 30 \\ -692 \\ \hline 456 \\ 236 \end{array}; \quad \begin{array}{r} 1000 \\ -52093 \\ \hline 4167 \\ 47926 \end{array}; \quad \begin{array}{r} 11111 \\ -20000 \\ \hline 585 \\ 19411 \end{array}$$

### 73- §. KASRLARNI O'RGANISH METODIKASI

*Mashg'ulot maqsadi:* «Ulushlar» (3- sinf) va «Kasrlar» (4-sinf) mavzulari ustida ishlash xususiyatlari bilan tanishish; mavzulardagi asosiy tushunchalarni (obyektlar va ular orasidagi munosabatlar) ajratish; sonning kasrini va ulushiga ko'ra sonni topishga doir masalalarni yechishning o'qitish metodikasi masalalarini qarash.

#### Reja

- «Ulushlar» va «Kasrlar» mavzulari.
- «Kasrlar» mavzusining mantiqiy-didaktik tahlili.
- 3- sinfda ulushlar va 4- sinfda kasrlar bilan tanishtirishda amaliy ishlarni tashkil etish metodikasi.
- «Ulushlar» va «Kasrlar» mavzularida masalalar yechimini izlashning o'qitish metodikasi.

*Jihozlar:* «Kattalik ulushi», «Kasrlar»ga doir ko'rgazmalar.

*Mashg'ulotga tayyorlanish uchun ko'rsatmalar.* Rejaning 1-bandiga kitoblar bo'yicha og'zaki javob tayyorlang.

#### Topshiriqlar

- «Ulushlar» va «Kasrlar» mavzularida yangi tushunchalarni ajrating.
- «Ulushlar» va «Kasrlar» mavzulari orasidagi bog'lanish munosabatlarini ajrating.

3. «Ulushlar», «Kasrlar» tushunchalari va «teng», «katta», «kichik» munosabatlarini shakllantirishning didaktik asoslarini ajrating.

4. II sinfda ulushlar bilan tanishishda individual foydalanish uchun geometrik shakllar to'plamini tayyorlang.

5. Mashqlarni bajarayotgan o'quvchilarning yo'l qo'yishlari mumkin bo'lgan xatoliklarining oldini olish bo'yicha ish olib borish uchun ko'rgazmali qo'llanmalar tayyorlang.

6. Ulushlarni belgilashga o'tishda o'qituvchi yaratadigan muammoli vaziyatni topshiriqlar misolida tavsiflang.

7. Darslikdan ulushlarning hosil bo'lish jarayonini va yozilishini mustahkamlaydigan topshiriqlarni aytib bering. (Shu ishni darslik uchun ham bajaring.)

8. Ulushlar, kasrlar bilan tanishish jarayonidagi amaliy ishlarining vazifasini psixologiya, mantiq, pedagogika, matematika nuqtayi nazaridan baholang.

9. Topshiriqni o'quvchilarni «kasr» tushunchasiga olib keladigan amaliy ishlar ketma-ketligi bilan almashtiring.

10. Ulushlar va kasrlar bilan tanishishda foydalaniladigan ko'rgazmali qo'llanmalar turlari bilan tanishing.

11. III va IV sinf matematika darslarida «Kattalikning ulushi. Kasrlar» o'rnini belgilang.

12. III sinf uchun jadvallarga oid savollar ketma-ketligini yozing. Ular orasida muammoli ruhdagi savollarning tagiga chizing.

13. O'quvchilarni sonning ulushini va ulushiga ko'ra sonning o'zini, sonning kasrini topishga doir masalalarni yechishga tayyorlaydigan kasrlarini ajrating.

14. Topshiriqlarga oid rasmlarda kasrlarning qaysi xossasi tavsiflanadi? Kasrlarning bu xossasidan foydalaniladigan topshiriqlarni aytib bering.

15. O'quvchilarni sonning ulushini topishga tayyorlaydigan topshiriqlarni aytib bering.

16. Darslikdan «Sonning ulushini topish» bo'yicha tahlil etiladigan masalalarni ajrating.

17. Masala shartining qisqa yozuvini rasm ko'rinishida yozing. Bu masalaning yechimini izlashda rasmning ahamiyatini ko'rsating.

18. Sonni uning ulushi bo'yicha topishga oid masalalarni yechishga o'quvchilarni tayyorlaydigan topshiriqlarni ko'rsating.

19. Topshiriqlarning yechimini izlashni faollashtiruvchi usullarni tavsiflang.

### Sakkizinchi bob

## IFODALAR HAQIDA BOSHLANG'ICH MA'LUMOTLAR

### 74- §. MATEMATIKA TILINING ALIFBOSI HAQIDA. SONLI VA O'ZGARUVCHILI IFODALAR

$2x + 3 = 5$ ,  $2x + 7 > 5x$  matematik belgilar yordamida yozilgan jumlarlar sof matematik jumlarlar hisoblanadi.

O'nta sanoq sistemasida sonlarni yozish uchun o'nta raqamdan foydalaniladi: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. O'zgaruvchilarni to'plam va ularning elementlarini belgilash uchun lotin alifbosining harflaridan foydalaniladi:  $a, b, \dots, z, A, B, C, \dots, Z$ . Amallarni yozish uchun  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$ ,  $:$  va boshqa belgilardan foydalaniladi. Jumla tuzish uchun munosabat belgilari kerak:  $=$ ,  $>$ ,  $<$ ,  $\|$  va boshqalar. Undan tashqari, qavs, vergullar qo'llaniladi.

Viyet algebrada lotin alifbosining bosh harflarini keng qo'llagan va birinchi bo'lib belgilashlarni kiritgan. Tenglik ( $=$ ) belgisi birinchi marta ingliz olimi R. Dekart ishlarida qo'llanildi, 18 asrdagina bu belgini hamma qo'llaydigan bo'ldi. Tengsizliklar « $<$ », « $>$ » belgilari 17 asr boshlarida paydo bo'ldi, ularni ingliz matematigi Gariot kiritdi. « $=$ », « $<$ », « $>$ » belgilarining paydo bo'lganiga hali uncha ko'p vaqt bo'lmagan bo'lsa-da, tenglik va tengsizlik tushunchalari qadim zamonlarda vujudga kelgan.

Ifodalar raqamlar, harflar, qavs va belgilar, arifmetik amallar yordamida tuziladi. Masalan:  $325$ ;  $(36 + 109) \cdot 107$ ;  $a + 15$ ;  $b - (c + a)$ ;  $a \cdot b$ ;  $(a + b) \cdot c$ ;  $a + b + c$ ;  $a \cdot 2$ .

$a \cdot b$ ,  $(a + b) \cdot c$ ,  $a \cdot 2$  ifodalarni  $ab$ ,  $(a + b)c$ ,  $2a$  ko'rinishida yozish qabul qilingan. Odatda, son va harflar ko'paytirilganda, ko'paytmada son oldin yoziladi.

$325$ ;  $(36 + 109) \cdot 107$  ifodalarda yo'q. Bunday ifodalar sonli ifodalar deyiladi.  $a + b$ ,  $c - d$ ,  $m \cdot n$ ,  $-xy$  ifodalar sodda matematik ifodalarga,  $(a - b) + c$  ni  $a - b$  ayirmani  $c$  ga yig'indisi,  $(a + b)(c - d)$  ni  $a + b$  yig'indini  $c - d$  ayirmaga ko'paytmasi ko'rinishidagi ifodalar esa murakkabroq ifodalarga misol bo'la oladi.

Sonli ifodalarda ko'rsatilgan amallarni tartib bilan bajarsak, qandaydir bir son hosil bo'ladi. Bu son ifodaning qiymati deyiladi. Masalan,  $(103 + 47) \cdot 2$  ifodaning qiymati 300 soniga teng.

**1-qoida.** Agar ifodada qavs qatnashsa, unda avval qavs ichidagi ifodani qiymati hisoblanadi. Tuzilgan ifodada chapdan o'ngga tartib bilan avval ko'paytirish va bo'lish so'ngra qo'shish va ayirish bajariladi.

**2- qoida.** Agar qavssiz ifodada faqat qo'shish va ayirish yoki faqat ko'paytirish va bo'lish amallari qatnashsa:

- a) chapdan o'ngga qarab bajarish mumkin;
- b) bir xil ishoralisini qo'shib, so'ng hisoblash mumkin;
- d) sonlarni qulay usulda guruhlab, so'ng hisoblash mumkin.

**3- qoida.** Qavssiz ifodada avval ko'paytirish va bo'lish, so'ngra qo'shish va ayirish amallari bajariladi.

8 : (4 - 4) ifoda ma'noga ega emas, chunki uning qiymatini topib bo'lmaydi;  $4 - 4 = 0$ , 0 ga esa bo'lish mumkin emas.  $x^2 + 9$  ifoda ham haqiqiy songlar to'plamida  $x^2 + 9$  yig'indi nol bo'ladigan sonli qiymatga ega emas, chunki kvadrati  $-9$  ga teng bo'lgan haqiqiy son mavjud emas. Natural sonlar to'plamida  $7-9$  ifoda ham qiymatga ega emas.

$2a + 3$  yozuvni qaraymiz. 2 va 3 raqamlaridan, «+» belgisidan va  $a$  harfidan tuzilgan. Agar  $a$  harfi o'rniga sonlar qo'yilsa, turli sonli ifodalar hosil bo'ladi:  $a = 3$  da  $2 \cdot 3 + 3$ ;  $a = 7$  da  $2 \cdot 7 + 3$ ;  $a = -4$  da  $2 \cdot (-4) + 3$ .  $2a + 3$  yozuvda  $a$  harfi o'zgaruvchi,  $2a + 3$  yozuvning o'zi o'zgaruvchili ifoda deyiladi.

### Mashqlar

1. Quyidagi yozuvlar orasidan sonli ifodalarni ko'rsating:

- a)  $42 : 5$ ;                      d)  $3^2$ ;                      f)  $2^7$ .
- b)  $27 - 4 = 20 + 3$ ;        e)  $13 - 5 < 7$ ;

2. 85 va 17 sonlari berilgan. Matematik tilda yozing.

- 1) berilgan sonlarning yig'indisini ikkilantiring;
- 2) berilgan sonlarning orttirmasini besh marta kamaytiring;
- 3) berilgan sonlarning bo'linmasini o'nga orttiring.

3. Ifodalarni yozing va savollarga javob bering. Sinfdagi o'quvchilar soni  $a$ ; darsga kechikib keluvchilar soni  $b$ ; ikkiga o'qiydigan o'quvchilar soni  $c$ ; a'lochi o'quvchilar soni  $d$ ; o'tanasiga sidqidildan yordam beradigan o'quvchilar soni  $x$ .

4. Ifodaning qiymatini toping:

- a) agar  $a = 0, 12, 36$  bo'lsa,  $50 + a$ ;
- b) agar  $b = 0, 9, 810$  bo'lsa,  $100 - b : 9$ ;
- d) agar  $c = 1, d = 15,7, e = 5$  bo'lsa,  $240 : c - 4(d + e)$ .

5.  $x$  ning qanday qiymatlarida quyidagi shartlar bajariladi:

- a)  $120 - a > 4a$ ;    b)  $120 - a < 4a$ ;    d)  $120 - a = 4a$ ?

6.  $a$  ning qanday qiymatlarida quyidagi tengliklar to'g'ri bo'ladi:

- a)  $a + 0 = 0 + a$ ;                      f)  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ ;
- b)  $a - 0 = a$ ;                          g)  $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ ;
- d)  $a - a = 0$ ;                          h)  $a : a = 1$ ;
- e)  $0 : a = 0$ ;                          i)  $a : 1 = a$ .

7. Qo'shish va ayirishning quyidagi xossalarini matematik tilda yozing.

- 1) yig'indidan sonni ayirish uchun bu sonni qo'shiluvchilarning biridan ayirib, so'ngra natijani ikkinchi qo'shiluvchiga qo'shish kerak;
- 2) yig'indidan sonni ayirish uchun bu sondan qo'shiluvchini ayirish, so'ngra natijadan ikkinchi qo'shiluvchini ayirish kerak;
- 3) ayirmaning songa ko'paytirish uchun bu songa kamayuvchi va ayiriluvchini ko'paytirib, birinchi ko'paytmadan ikkinchi ko'paytmani ayirish kerak;
- 4) ayirmaning songa bo'lish uchun kamayuvchi va ayiriluvchini songa bo'lib, birinchi bo'linmadan ikkinchi bo'linmani ayirish kerak.

8. Eng qulay usul bilan hisoblang:

- a)  $(873 + 107) - 873$ ;                      h)  $(737 + 205) - 205$ ;
- b)  $(912 + 518) - 517$ ;                      i)  $(825 + 159) - 725$ ;
- d)  $951 - (931 + 7)$ ;                      j)  $376 - (19 - 276)$ ;
- e)  $134 - 98 - 2$ ;                          k)  $590 - 89 - 11$ ;
- f)  $93 \cdot 9 - 83 \cdot 9$ ;                      l)  $7 \cdot 39 - 7 \cdot 29$ ;
- g)  $5 \cdot 96 - 204 \cdot 86$ ;                      m)  $916 \cdot 43 - 816 \cdot 43$ .

9. Ifodani soddalashtiring va uning qiymatini toping:

- a) Agar  $a = 6$  bo'lsa,  $14a + 36a - 18a + 3a$  ni;
- b) Agar  $b = 25$  bo'lsa,  $42b - 27b - 6b + 20b$  ni;

- d) Agar  $c = 30$  bo'lsa,  $14c + m + 17m - 9m$  ni;  
 e) Agar  $d = 20$  bo'lsa,  $31n + 5n + n + 19n$  ni;  
 f) Agar  $m = 4$  bo'lsa,  $12m + 6 + 9m + 8 + m$  ni.
10. Quyidagi ifodalarni so'z bilan ifodalashga harakat qiling:  
 a)  $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$ ;      d)  $a : b = (a \cdot c) : (b \cdot c)$ ;  
 b)  $a : (b \cdot c) = (a : b) : c$ ;      e)  $a : b = (a : c) : (b : c)$ .
11. Amallar tartibini aniqlang va oxirgi amalga belgi qo'ying. Ifodani o'qing va hisoblang:  
 a)  $65 \cdot (307 - 208)$ ;      b)  $777 : (186 + 73)$ .
12. Omborda 725 qop birinchi navli va 207 qop ikkinchi navli un bor. Omborda necha qop un bor?
13. 40 dona gul sotib olindi. 5 turdagi guldani bitta guldasta, qolganlaridan 7 ta bir xil guldasta tayyorlandi. Har bir guldastada nechtdan gul bor?
14. Madamin 20 dona yong'oqni 3 ta qiz bola va 2 ta o'g'il bolaga teng taqsimladi. Har bir o'quvchi qancha yong'oq olgan?
15. Amallarni bajarib, tartibini aniqlang:  
 a)  $a \cdot (b + c) : d - e$ ;      d)  $k : b + (a - c) \cdot b$ ;  
 b)  $m - c \cdot (a + d) + n : b$ ;      e)  $(a - b \cdot c) : d + m$ .
16. Amallarni bajarish tartibini aniqlang va ifodaning qiymatini toping:  
 a)  $326 - 46 + 210 - 85$ ;      d)  $575 + 209 - 156 - 184$ ;  
 b)  $2400 : 30 : 20 : 5$ ;      e)  $3600 : 9 : 60 : 80$ .
17. 120 s; 2 kun 7 soat; 100 kun 6 soat necha soatni tashkil etadi?
18. Hozir soat 9 dan 20 minut o'tdi. 5 soat 35 minutdan so'ng soat necha bo'ladi?
19. Amallarni bajarish tartibini tuzing va hisoblang:  
 a)  $(83047 + 2796) - (150039 - 94557)$ ;  
 b)  $603292 - (356 + 39728) - (743860 - 560105)$ .
20. Amallarni bajarish tartibini aniqlang:  
 a)  $m - a : b + c \cdot d$ ;      d)  $a : b \cdot c - d \cdot k : m$ ;  
 b)  $a \cdot k + c : b - d : m$ ;      e)  $b \cdot m - a : d \cdot b + k$ .

21. Ifodani tuzing va o'qing:  
 a)  $a$  va  $b$  sonlarining ayirmasini  $n$  ga bo'ling;  
 b)  $a$  va  $b$  sonlarining yig'indisini  $n$  marta orttiring;  
 d)  $c$  soniga  $a$  va  $b$  ning ko'paytmasini qo'shing;  
 e)  $a$  va  $b$  sonlarining bo'linmasidan  $c$  ni ayiring;  
 f)  $a$  va  $b$  sonlarining yig'indisini  $c$  va  $d$  ning ko'paytmasiga bo'ling.
22. Hozirjavob bo'ling:  
 a) Dilmurodda  $a$  so'm, Bahodirda esa 2000 so'm kam, Bahodirda necha so'm bor?  
 b) Chorida  $a$  so'm, Zikrda esa 3 marta ko'p pul bor. Zikrda Choriga nisbatan qancha ortiq pul bor?  
 d) Hamidda  $b$  so'mdan 4 ta tanga va  $c$  so'mdan 3 ta tanga bor. Hamidda jami qancha pul bor?
23. 4; 6; 7; 9; 10; 11; 12 sonlarini katakchalarga shunday joylashtiringki, natijada ixtiyoriy uchtasini turli yo'nalish bo'yicha qo'shganda yig'indida 24 soni hosil bo'lsin.
24. 9, 12, 20, 42 sonlarining bo'luvchilarini toping. Javobingizni tushuntiring.

#### 75-§. SONLI TENGLIKLAR VA TENGSIZLIKLAR

$a$  va  $b$  ikkita sonli ifoda bo'lsin. Ularni tenglik belgisi bilan birlashtiramiz.  $a = b$  jumla hosil qilamiz, bu jumla *sonli tenglik* deyiladi. Masalan,  $3 + 2$  va  $6 - 1$  sonli ifodalar olinadi va ular tenglik belgisi bilan birlashtiriladi.  $3 + 2 = 6 - 1$  sonli tenglik hosil bo'ladi. Bu jumla rost. Agar  $3 + 2$  va  $7 - 3$  sonli ifodalarni tenglik belgisi bilan birlashtirsak,  $3 + 2 = 7 - 3$  sonli tenglik hosil bo'ladi, bu jumla yolg'on. Shunday qilib, mantiqiy nuqtayi nazardan sonli tenglik bu rost yoki yolg'on bo'lgan fikrlardir.

Agar tenglikning chap va o'ng qismlaridagi sonli ifodalarning qiymatlari bir xil bo'lsa, sonli tenglik rost bo'ladi.

Rost sonli tengliklarning ba'zi xossalari eslatib o'tamiz. 1) agar  $a = b$  rost sonli tenglikning ikkala qismiga ma'noga ega bo'lgan bir xil sonli ifoda  $c$  qo'shilsa, yana rost sonli  $a + c = b + c$  tenglik hosil bo'ladi; 2) agar  $a = b$  rost sonli tenglikning ikkala qismi ma'noga ega bo'lgan bir xil sonli ifoda  $c$  ga ko'paytirilsa, yana rost sonli tenglik  $ac = bc$  hosil bo'ladi.

$a$  va  $b$  — ikkita sonli ifoda bo'lsin. Ularni « $>$ » (yoki « $<$ ») belgisi bilan birlashtiramiz.  $a > b$  (yoki  $a < b$ ) jumlasini hosil bo'ladi, bu jumla sonli tengsizlik deyiladi. Masalan, agar  $6 + 2$  va  $13 - 7$  ifodalarni « $>$ » belgisi bilan birlashtirilsa, sonli tengsizlik  $6 + 2 > 13 - 7$  hosil bo'ladi. Bu jumla rost. Agar shu ifodalarni « $<$ » belgisi bilan birlashtirilsa, yolg'on tengsizlik  $6 + 2 < 13 - 7$  hosil bo'ladi. Shunday qilib, mantiqiy nuqtayi nazardan sonli tengsizlik — bu rost yoki yolg'on mulohazadir.

Rost sonli tengsizliklarning ba'zi xossalarini eslatib o'tamiz:

1) agar  $a > b$  rost sonli tengsizlikning ikkala qismiga ma'noga ega bir xil sonli ifoda  $c$  qo'shilsa, yana rost sonli tengsizlik  $a + c > b + c$  hosil bo'ladi;

2) agar  $a > b$  rost sonli tengsizlikning ikkala qismi ma'noga ega va musbat qiymatlar qabul qiladigan bir xil  $c$  sonli ifodaga ko'paytirilsa, yana rost sonli tengsizlik  $ac > bc$  hosil bo'ladi;

3) agar  $a > b$  rost sonli tengsizlikning ikkala qismi ma'noga ega va manfiy qiymatlar qabul qiladigan bir xil  $c$  sonli ifodaga ko'paytirilsa, rost sonli tengsizlik, ya'ni  $ac < bc$  tengsizlik hosil bo'ladi.

### Mashqlar

1. Quyidagi sonli tenglik va tengsizliklarning qaysilari rost ekanligini aniqlang:

- a)  $102 + 112 + 122 = 132 + 142$ ; d)  $33 + 43 + 53 = 63$ ;  
b)  $66 + 64 - 63 < 68$ ; e)  $1,0905 : 0,025 - 1 > 0$ .

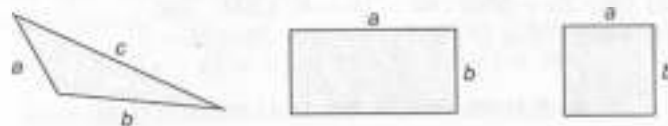
2. 85 va 17 sonlari berilgan. Matematik tilda yozing:

- a) berilgan sonlarning yig'indisini ikkilantiring;  
b) berilgan sonlarning ayirmasini besh marta kamaytiring;  
d) berilgan sonlar bo'linmasini o'nta orttiring.

3. Harfiy ifodalarni o'qing:

- a)  $99 - a$ ; f)  $m + n$ ;  
b)  $d : 2$ ; g)  $5ab$ ;  
d)  $a(b + c)$ ; h)  $(a - c) : 21$ ;  
e)  $a - 3b$ ; i)  $(a - b)(a + b)$ .

4. Rasmdagi figuralarning perimetri uchun ifodalar tuzing:



5. Ifodani soddalashtiring:

- a)  $40 + 19 + a$ ; f)  $4 \cdot x \cdot 5$ ; j)  $16m + 2m$ ;  
b)  $705 + (b + 302)$ ; g)  $y \cdot 8 \cdot 6$ ; k)  $102x - x$ ;  
d)  $18 + c + (c + 12)$ ; h)  $6 \cdot e \cdot 3 \cdot l \cdot 10$ ; l)  $15a + a + 7a$ ;  
e)  $d + 13 + (d + 102)$ ; i)  $m \cdot 5 \cdot 6 \cdot n \cdot 5$ ; m)  $109n - 93k - h$ .

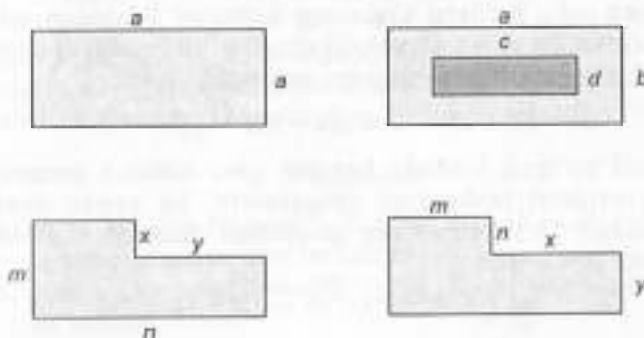
6. Jadvalni to'ldiring:

a	1	3	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
b	0	1	0	1	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0
$2a + b$														36
$2a - 2b$														37
$2(a - b)$														38

7. Amallarni bajaring:

- a)  $16 \text{ dm}^2 - 17 \text{ sm}^2 + 27 \text{ dm}^2 - 8 \text{ m}^2$ ;  
b)  $13 \text{ sm}^2 - 81 \text{ mm}^2$ ;  
d)  $18 \text{ m} - 36 \text{ sm} - 15 \text{ dm} - 8 \text{ sm}$ ;  
e)  $2 \text{ dm}^2 - 46 \text{ sm}^2 + 18 \text{ dm}^2 - 4 \text{ sm}^2$ ;  
f)  $12 \text{ km} - 24 \text{ m} + 3 \text{ km} - 690 \text{ m}$ .

8. Rasmda bo'yalgan figuralar uchun ifoda tuzing:



9. Sonli ifodaning qiymatini toping:

- a)  $(90 \cdot 20 + 600) : 40 - 16 - 4 \cdot (200 : 50)$ ;  
b)  $4900 : 70 + (57 + 7) : 8 \cdot 20 - 30 \cdot (26 - 6)$ .

#### 76- §. IFODALARDA SHAKL ALMASHTIRISH

O'zgaruvchili ikki  $5(x + 1)$  va  $5x + 25$  ifoda olamiz. Bu ifodalarning aniqlanish sohasi haqiqiy sonlar to'plami  $R$  bo'ladi. Sonli ifodalarda  $x$  o'zgaruvchini uning  $R$  dagi qiymatlari bilan almashtirish natijasida hosil bo'ladigan qiymatlar taqqoslanadi.  $x$  ning 0 ga,  $-2$  ga,  $-4$  ga teng qiymatlarida berilgan ifodalarning mos qiymatlari teng, ya'ni  $x \cdot 5(x + 1) = 5x + 25$ .

$5(x + 1)$  va  $5x + 25$  ifodalar haqiqiy sonlar to'plamida aynan teng deyiladi.

Agar o'zgaruvchilarning ifodalarni aniqlanish sohasidan olingan har qanday qiymatida ikki ifodaning mos qiymatlari teng bo'lsa, bu ikki ifoda *aynan teng* deyiladi.

O'zgaruvchining har qanday qiymatida to'g'ri bo'lgan tenglik *ayniyat* deyiladi.

To'g'ri sonli tengliklar ham ayniyat hisoblanadi. Nol va birlar bilan bajariladigan qoidalar ham ayniyat hisoblanadi:

$$\begin{aligned}a + 0 &= 0 + a = a, \\a \cdot 0 &= 0 \cdot a = 0, \\a &= a.\end{aligned}$$

Berilgan ifodani aynan shakl almashtirishni berilgan ifodadan aynan teng bo'lgan boshqa ifodaga ketma-ket o'tish deb tushunib, ifodalarning aynan tengligi aniqlanadi.

**1- misol.**  $ax - bx + ab - b^2$  ifodani ko'paytuvchilarga ajrating.

**Yechish.** Berilgan ifodaning hadlarini ikkitadan qilib guruhlaymiz, bunday aynan shakl almashtirish haqiqiy sonlarni qo'shishning guruhlash qonuniga asoslanadi:

$$ax - bx + ab - b^2 = (ax - bx) + (ab - b^2).$$

Hosil bo'lgan ifodada har bir qavs ichidan umumiy ko'paytuvchini tashqariga chiqaramiz, bu aynan shakl almashtirish ko'paytirishning qo'shishga nisbatan taqsimot qonuniga asoslanadi:

$$(ax - bx) + (ab - b^2) = (a - b)x + (a - b)b.$$

Hosil bo'lgan ifodada qo'shiluvchilar umumiy ko'paytuvchiga ega, uni qavsdan tashqariga chiqaramiz, aynan shakl almashtirishdir:

$$x(a - b) + b(a - b) = (a - b)(x + b).$$

Shunday qilib,  $ax - bx + ab - b^2 = (a - b)(x + b)$ .

**2- misol.**  $\frac{1-2x}{2x-3} - \frac{1-5x}{3-2x}$  ifodani soddalashtiring.

**Yechish.** Kasrlarning maxraji bir xil bo'lishi uchun ikki kasrning surat va maxrajini  $-1$  ga ko'paytiramiz, bu aynan shakl almashtirishdir. (Agar kasrning surat va maxraji bir xil songa ko'paytirilsa, berilgan kasrga teng kasr hosil bo'ladi).

$$\frac{1-2x}{2x-3} - \frac{1-5x}{3-2x} = \frac{1-2x}{2x-3} - \frac{5x-1}{2x-3}.$$

Endi bir xil maxrajli kasrlarni ayirish qoidasidan foydalanamiz — bu aynan shakl almashtirishdir:

$$\frac{1-2x}{2x-3} - \frac{5x-1}{2x-3} = \frac{1-2x-5x+1}{2x-3}.$$

Hosil bo'lgan kasr suratida o'xshash hadlarni ixchamlaymiz:

$$\frac{1-2x-5x+1}{2x-3} = \frac{2-7x}{2x-3}.$$

Shunday qilib,  $\frac{1-2x}{2x-3} - \frac{1-5x}{3-2x} = \frac{2-7x}{2x-3}$ .

Boshlang'ich matematika kursida faqat sonli ifodalardagina shakl almashtiriladi. Bularga qo'shish va ko'paytirishning o'rin almashtirish xossasi hamda yig'indini songa qo'shish, sonni yig'indiga qo'shish, yig'indidan sonni ayirish va boshqa qoidalarga nazariy asos bo'ladi.

**3- misol.**  $4 \cdot (5 + 10)$  ifodaning qiymatini toping.

**Yechish.**  $4 \cdot (5 + 10) = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 10 = 20 + 40 = 60$ . Bunda berilgan ifodadan unga aynan teng  $4 \cdot 5 + 4 \cdot 10$  ifodaga o'tish sonli yig'indiga ko'paytirish qoidasi asosida bajariladi, so'ngi natural sonlarni ko'paytirish va qo'shish qoidalari qo'llaniladi.

#### Mashqlar

- $x^4$  va  $7x^2 - 6x$  ifodalar  $\{-3; 0; 1; 2; -1\}$  va  $2) \{-3; 1; 2\}$  to'plamda aynan teng bo'ladimi?
- $3(4y + 2) = 6 + 12y$  tenglik  $\{-1; 2; 3\}$  va  $R$  to'plamda ayniyat bo'ladimi?

3. Quyidagi tengliklarning qaysilari haqiqiy sonlar to'plamida ayniyat bo'ladi:

- a)  $3p + 5m = 5m + 3p$ ;                      d)  $x - y = y - x$ ;  
 b)  $b \cdot 7 = 7 \cdot b$ ;                                e)  $m(3 + t) = 3m + mt$ ?

4. Quyidagi ifodalarni shakl almashtirishdagi har bir qadamni asoslang:

- a)  $5(1 - 2x) - 10x = 5 - 10x + 10x = 5$ ;  
 b)  $(a + 1)(a + 3) = a^2 + a + 3a + 3 = a^2 + 4a + 3 = a(a + 4) + 3$ .

#### 77- §. BIR O'ZGARUVCHILI TENGLAMA

Turli qiymatlarni qabul qiluvchi miqdor o'zgaruvchi deyiladi. Masalan,  $s = v \cdot t$  to'g'ri chiziqli tekis harakatda  $s$  — masofa va  $t$  — o'zgaruvchi miqdor,  $v$  — esa parametrlar.

Yozuvida  $\Leftrightarrow$  belgidan foydalaniladigan mulohazalar tenglama deyiladi. Har qanday mulohazada tenglik to'g'ri yoki noto'g'ri bo'lishi mumkin. Masalan,  $5 \cdot 5 = 25$  tenglik to'g'ri,  $x + 4 = 9$  tenglama esa  $x = 5$  bo'lganda, to'g'ri va  $x$  ning boshqa qiymatlarida noto'g'ri.

**Ta'rif.**  $f(x)$  va  $g(x)$   $x$  o'zgaruvchili ifodalar va ularning aniqlanish sohasi  $X$  bo'lsin. U holda  $f(x) = g(x)$  ko'rinishdagi fikriy forma bir o'zgaruvchili tenglama deyiladi.

$x$  o'zgaruvchining tenglamani to'g'ri sonli tenglikka aylantiradigan  $X$  to'plamidan olingan qiymati tenglamaning yechimi (ildizi) deyiladi. Berilgan tenglamaning yechimlari to'plamini topish bu tenglamani yechish demakdir.

**1- misol.**  $4x = 5x + 2$ ,  $x \in R$  tenglamani yeching.

**Yechish.** Bu tenglama  $x = -2$  dagina to'g'ri sonli tenglikka aylanadi. Demak, uning yechimlar to'plami  $\{-2\}$ .

**2- misol.**  $(x - 1)(x + 2) = 0$ ,  $x \in R$  tenglamani barcha yechimlarini toping.

**Yechish.** Bir o'zgaruvchili bu tenglama  $x = 1$  da to'g'ri sonli tenglikka aylanadi. Demak, berilgan tenglamaning yechimlar to'plami  $\{-2; 1\}$ .

**3- misol.**  $(3x + 1) \cdot 2 = 6x + 2$ ,  $x \in R$  tenglamani yeching.

**Yechish:** Agar chap qismidagi ifodada qavslar ochilsa, berilgan tenglama  $6x + 2 = 6x + 2$  ko'rinishni oladi. Bunday tenglama  $x$  o'zgaruvchining har qanday haqiqiy qiymatida chin fikrga aylanishini bildiradi. Bunday holda berilgan tenglamaning yechimlar to'plami haqiqiy sonlar to'plami deyiladi.

**4- misol.**  $(3x + 1) \cdot 2 = 6x + 1$ ,  $x \in R$  tenglamani yeching.

**Yechish.** Berilgan tenglama  $x$  ning hech bir haqiqiy qiymatida to'g'ri sonli tenglikka aylanmasligiga oson ishonch hosil qilish mumkin: chap qismda shakl almashtirishdan keyin  $6x + 2$  ga ega bo'lamiz, o'ng qismida esa  $6x + 1$ , ammo  $1 \neq 2$ . Bunday holda berilgan tenglama yechimga ega emas yoki uning yechimlar to'plami bo'sh to'plam deyiladi.

Biz ayrim tenglamalarni yechishni bilamiz. Endi noma'lum bilan ma'lum sonlar orasidagi bog'lanishlarni ko'rib chiqamiz.

1.	$x + 280 = 530$ $x = 530 - 280$ $x = 250$	Noma'lum qo'shiluvchi. Noma'lum qo'shiluvchini topish uchun yig'indidan ma'lum qo'shiluvchini ayirish kerak.
2.	$y - 340 = 260$ $y = 340 + 260$ $y = 600$	Qo'shiluvchi kamayuvchi. Kamayuvchi noma'lumni topish uchun ayirmaga ayiriluvchini qo'shish kerak.
3.	$350 + z = 190$ $z = 190 - 350$ $z = -160$	Noma'lum ayiriluvchi. Ayiriluvchi noma'lumni topish uchun kamayuvchidan ayirmani ayirish kerak.
4.	$70 \cdot a = 560$ $a = 560 : 70$ $a = 80$	Noma'lum ko'paytuvchi. Noma'lum ko'paytuvchini topish uchun ko'paytmani ma'lum ko'paytuvchiga bo'lish kerak.
5.	$b : 230 = 40$ $b = 230 \cdot 40$ $b = 9200$	Noma'lum bo'linuvchi. Noma'lum bo'linuvchini topish uchun bo'luvchini bo'linmaga ko'paytirish kerak.
6.	$900 : c = 50$ $c = 900 : 50$ $c = 180$	Noma'lum bo'luvchi. Bo'linuvchi noma'lumni topish uchun bo'linuvchini bo'linmaga bo'lish kerak.

**5- misol.**  $x + 88 = 153$ .

**Yechish.**

$$\begin{array}{r} + x \longleftarrow \text{noma'lum qo'shiluvchi;} \\ + 88 \longleftarrow \text{ma'lum qo'shiluvchi;} \\ 153 \longleftarrow \text{yig'indi.} \end{array}$$

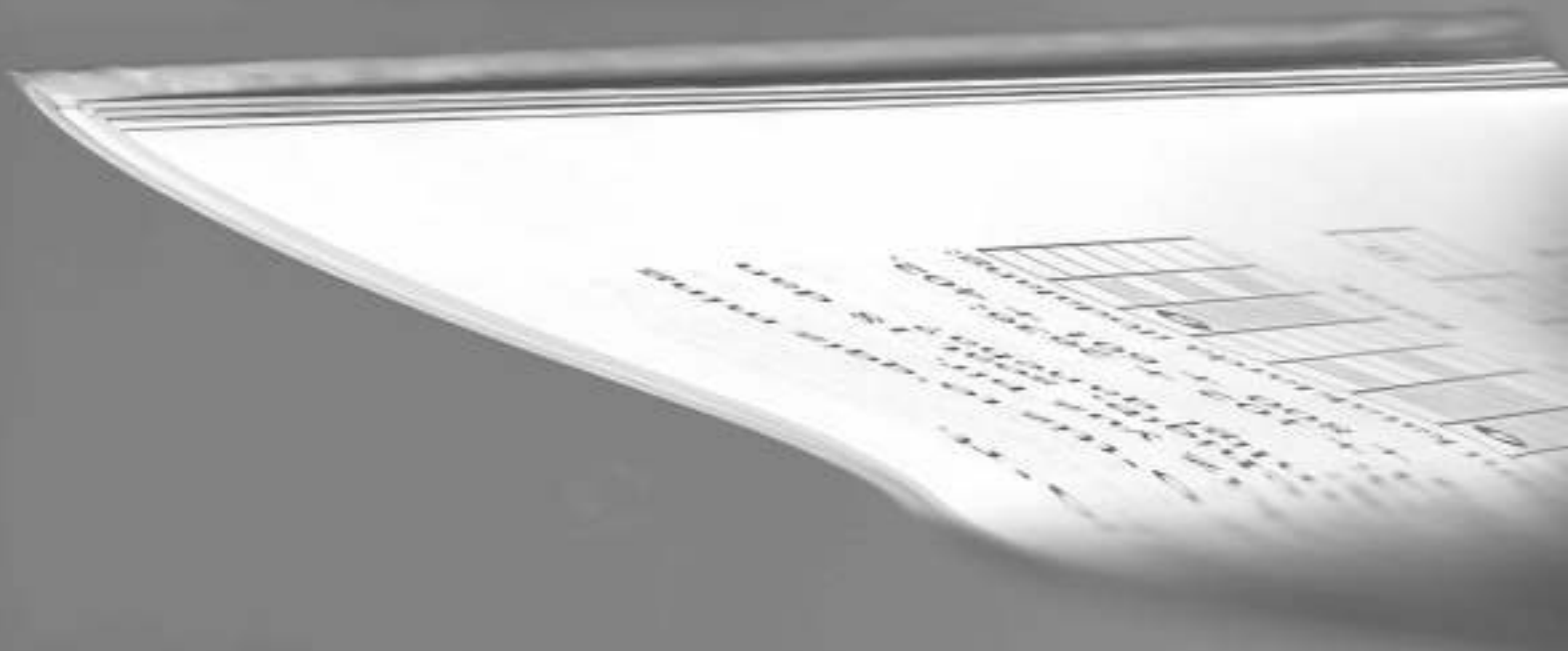
$$153 - 88 = 65; \quad x = 65.$$

**6- misol.**  $y - 134 = 26$ .

**Yechish.**

$$\begin{array}{r} - y \longleftarrow \text{noma'lum kamayuvchi;} \\ - 134 \longleftarrow \text{ayiriluvchi;} \\ 26 \longleftarrow \text{ayirma.} \end{array}$$

$$134 + 26 = 160; \quad y = 160.$$



Shohidaga qaraganda 10 kg oz. Musobaqada necha kg paxta terilgan?

10. Ifodani o'qing va uni qulay usul bilan hisoblang:

- a)  $2089 + (111 + 1036)$ ; d)  $(3802 + 1509) - 2802$ ;  
 b)  $5708 - (2708 + 50)$ ; e)  $(7096 + 120) + 104$ .

11. Tenglamalarni yeching:

- a)  $x : 12 + 109 = 211$ ; d)  $24000 : (x - 12) = 80$ ;  
 b)  $63 : x = 27 : 3$ ;

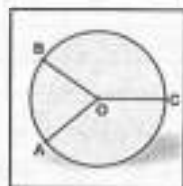
12. Yetishmagan figurani chizing.



13. Oralardagi masofa 360 km bo'lgan ikkita shahardan «Tiko» va «Neksiya» mashinalari bir-biriga qarab yo'lga chiqdi. «Neksiya»ning tezligi soatiga 96 km, «Tiko»ning tezligi soatiga 84 km bo'lsa, ular necha soatdan keyin uchrashadi?

14. Quyidagi mulohazalar rostmi?

- Aylana — doiraning chegarasi.  
 A nuqta — aylananing chegarasi.  
 AO, OB, OC kesmalar — radiuslari.

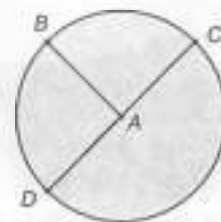


15. Tenglamani yeching va tekshiring:

- a)  $3129 + x = 3609$ ; d)  $y - 564 = 206$ .  
 b)  $800 - z = 123$ ;

16. Rasmda AB, AC va AD radiuslarni o'lchang va yozing. Yana bitta radius chizing va o'lchang. Xulosa chiqaring.

- AB = ... sm;  
 AC = ... sm;  
 AD = ... sm.



#### 78- §. MASALA SHARTINI MATEMATIK TILGA O'TKAZISH

Bir qarashda yechilishi amaliy jihatdan bir xil, lekin umuman boshqa masalalarni qarash mumkin. Masalan, agar 3 ta olma, 4 ta nok va 2 ta anor bor bo'lsa, mevalarning umumiy soni qanday topiladi? Albatta  $3+4+2=9$ . Shuningdek, dars jadvalidagi bugun o'tiladigan ikki soat matematika, ikki soat chet tili va jismoniy tarbiya bo'lsa,  $2+2+1=5$  tenglikni yozamiz. Har ikkala holat uchun matematik modeldan foydalandik, ya'ni olma, nok, anorlarni va matematika, chet tili, jismoniy tarbiyalarni qo'shmasdan natural sonlarni qo'shdik.  $3+4+2$  yoki  $2+2+1$  ifodalar berilgan masalalarning *matematik modeli* deyiladi.



Biz masala shartini matematik tilga o'tkazishni bilamiz. Lekin hosil bo'lgan sonli ifodaning qiymatini topishni qanday bajaramiz? Bu savolga javob berish uchun misollar yechishga murojaat qilamiz.

1- misol.  $1200 - 250 - 250 \cdot 2$  ifodaning qiymatini toping.

Yechish. Biz bu ifodaning qiymatini qulay usulda  $1200 - 250 - 250 \cdot 2 = 950 - 500 = 450$  deb topamiz.

2- misol. Agar  $x + 2x = 60$  bo'lsa,  $x$  va  $2x$  noma'lumlarni toping.

Yechish. Ko'paytirish va qo'shish xossalariidan foydalanib,  $x + 2x = 1 \cdot x + 2 \cdot x = (1 + 2) \cdot x = 3x$  ni yozib,  $3x = 60$ ,  $x = 60 : 3$ ,  $x = 20$  ni topamiz.

$2 \cdot x = 2 \cdot 20 = 40$ . Javoblarga ega bo'lamiz. Har ikkala misol uchun hisoblash, almashtirish, fikrlashga matematik model bilan ishlash deb tushunamiz.



*To'qqizinchi bob*

**BOSHLANG'ICH SINFLARDA MATEMATIKA  
O'QITISHGA O'RGATISHNING UMUMIY  
TUSHUNCHALARI**

**79- §. BOSHLANG'ICH SINFLAR O'QITUVCHILARINING  
METODIK-MATEMATIK TAYYORGARLIGI VAZIFALARI**

Boshlang'ich sinflar o'qituvchilarining metodik-matematik tayyorgarligi deyilganda biz uni ilmiy dunyoqarash asosida matematikani o'qitish metodikasi bo'yicha umumiy psixologik-pedagogik va matematik tayyorgarlik bilan uzviy bog'lanishda tayyorlanishni tushunamiz. Bunday tayyorlanish vazifasiga matematikadan boshlang'ich ta'lim sohasida ma'lum bilim va uquvlarni egallash va bolalarni o'qitish orqali tarbiyalashni o'zlashtirishi kiradi.

Metodik-matematik tayyorgarlik boshlang'ich sinflar o'qituvchisini tayyorlashning tarkibiy qismi bo'lib, uning ta'limiy-tarbiyaviy faoliyatidan ajralgan holda qaralishi mumkin emas. Ikkinchi tomondan, boshlang'ich sinflarda matematikani o'qitish birinchi bosqichdir, ya'ni bolalarni navbatdagi maktab matematika kursini o'zlashtirishga tayyorlash bosqichidir yoki matematikadan tayyorligidir. Matematikadan boshlang'ich ta'limning bu ikki jihati (aspekti) (boshlang'ich ta'limning tarkibiy qismi va matematika oldi tayyorgarligi) metodikada o'zining munosib aksini topishi lozim.

Boshlang'ich matematika kursi, bir tomondan, bilimlarning boshqa sohalarida foydalaniladi va bolalarning rivojlanishiga yordam beradi. Shu bilan boshlang'ich bilimlar yagona majmuini yaratadi, ikkinchi tomondan, zaruriy metodologik tasavvurlarni va fikrlashning mantiqiy tuzilishlarini shakllantirishga yo'naltirilgan.

6—10 yoshli davr bolalarining eng muhim fikrlash tuzilmalarining shakllanishida mas'ul davr ekanligini psixologlar isbot qilishgan. Mana shu bolalikda shakllantirilmagan narsalarni keyinchalik to'ldirish juda qiyin. Shu sababli boshlang'ich ta'lim metodikasining, xususan, matematikadan boshlang'ich ta'lim

metodikasining markaziy vazifalaridan biri o'qitishning yetarlicha yuqori rivojlantiruvchi samaradorligini oshirishni ta'minlashda o'qitishning bolalarning aqliy rivojlanishlariga ta'sirlarini jadallashtirishdan iborat.

Matematikadan boshlang'ich ta'lim-tarbiyaviy vazifalari nazariy bilimlar tizimi asosidagina hal etilishi mumkin. Bu o'zicha ilmiy dunyoqarash, psixologiya, didaktika, matematikani va matematika fani xususiyatini o'z ichiga oluvchi metodologik o'qitish nazariyasini (matematika didaktikasi) oldi. Biroq birgina nazariy bilimlarning o'zi, har qanday boshqa faoliyatga tayyorlanishdagi kabi yetarli emas. O'qitishning ma'lum mazmuni va o'qituvchilarning aqliy faoliyati saviyasi bilan ta'sirlanadigan u yoki bu o'quv yo'nalishi uchun eng yaroqli usullarini tiklash va qo'llanishini bilish darsga tayyorlanishda yoki darsning o'zida yuzaga keladigan aniq metodik vazifalarni hal etishni bilishi zarurdir.

Ayni shu boshlang'ich sinflarda bolalarning aqliy rivojlanishlariga asos solinishi sababli boshlang'ich sinflar o'qituvchisi uchun o'quvchilarning aqliy faoliyatlari darajasini va imkoniyatlarini bilish va hisobga olish ayniqsa muhimdir. Kelgusidagi amaliy faoliyat uchun xususiy, amaliy, o'quvchilar mustaqil ish natijasida, xususan, seminar, amaliy va laboratoriya ishlarida matematikani o'qitish metodikasida bajariladigan ishlar orqali egallanadi.

Nazariy bilimlarni amaliy mashg'ulotlarga tayyorlanishda va mashg'ulotlarning o'zida o'qitish amaliyotida foydalanish jarayonida yuzaga keladigan turli-tuman metodik masalalar hal etilishi lozim.

Metodik masalalar har bir darsda yuzaga keladi, shu bilan birga, odatda, ular bir qiymatli yechimga ega emas. Darsda yuzaga kelgan metodik masalaning mazkur o'quv vaziyati uchun eng yaroqli yechimining o'qituvchi tez topa olishi uchun bu sohada yetarlicha keng tayyorgarlikka ega bo'lish talab etiladi. Qo'llanmada keltirilgan metodik masalalar darsda iloji boricha turli usullar bilan hal etilishi lozim.

Boshlang'ich ta'lim metodikasi bu xususiyatni hisobga olmaydi. O'yinda o'qitish vositasi sifatida mutlaqo foydalanilmaydi. Mavjud didaktik o'yinlar mantiq ilmi va matematika nuqtayi nazaridan mazmunan yetarli emasligi tufayli ulardan kam foydalaniladi, shu bilan birga, boshqacha yo'l bilan o'rganilgan materialni faqat mustahkamlash vositasi sifatida ishlatiladi.

Bolalarni 6—7 yoshdan o'qitishning mazmuni va usullarida muammolar yuzaga keladi. Sanoqni o'rganish, qo'shish va ko'paytirishni birinchi bosqichda o'rgatish (yigirma ichida) boshlang'ich ta'limning markaziy vazifasi bo'lib kelgan va shunday bo'lib qoladi. Biroq bu vazifa yagona bo'lib qolmasdan, balki u bolalarni matematikani o'rganishga yanada kengroq va har tomonlama tayyorlash ishining tarkibiy qismi bo'lib qoladi va ushbu ikkita asosiy yo'l bilan belgilanadi: pedagogik yo'l, ya'ni bolalar fikrlashini qo'llaniladigan matematik mulohazalarga tayyorlash va matematika yo'li, ya'ni bolalarni eng muhim matematik tushunchalarni va eng avvalo natural son va geometrik shakl tushunchalarini o'rganishga tayyorlash.

Yosh bolalarni matematikani o'rganishga tayyorlashda ishini nimadan boshlash yangicha yechimni taqozo etadi? Matematikani «jiddiy» o'rganish uchun bolalarni partaga o'tqazishdan oldin balki ular bilan «matematik o'yin» o'tkazish lozimdir.

#### 80- §. BOSHLANG'ICH SINFLARDA MATEMATIKA O'QITISH METODIKASINING FAN SIFATIDA SHAKLLANISHI

Matematika so'zi qadimgi grekcha — mathema so'zidan olingan bo'lib, uning ma'nosi «fanlarni bilish» demakdir. Matematika fanining o'rganadigan narsasi (obyekti) fazoviy formalar va ular orasidagi miqdoriy munosabatlardan iboratdir.

Maktab matematika kursining maqsadi o'quvchilarga ularning psixologik xususiyatlarini hisobga olgan holda matematik bilimlar sistemasini berishdan iboratdir.

Bu matematik bilimlar sistemasini ma'lum usullar (metodika) orqali o'quvchilarga yetkaziladi.

«Metodika» — grekcha so'z bo'lib, «metod» degani «yo'l» demakdir.

Matematika metodikasi pedagogika fanlari sistemasiga kiruvchi pedagogika fanining tarmog'i bo'lib, jamiyat tomonidan qo'yilgan o'qitish maqsadlariga muvofiq matematika o'qitish qonuniyatlarini matematika rivojining ma'lum bosqichida tatbiq qiladi. Maktab oldiga hozirgi zamon prinsipial yangi maqsadlarning qo'yilishi matematika o'qitish mazmunining tubdan o'zgarishiga olib keldi.

Boshlang'ich sinf o'quvchilariga matematikadan samarali ta'lim berilishi uchun bo'lajak o'qituvchi boshlang'ich sinflar uchun ishlab chiqarish MO'M ni egallab, chuqur o'zlashtirib olmog'i zarur.

Matematika boshlang'ich ta'limi metodikasining predmeti quyidagilardan iborat:

1. Matematika o'qitishdan ko'zda tutilgan maqsadlarni asoslash. (Nima uchun matematika o'qitiladi, o'rgatiladi.)

2. Matematika o'qitish mazmunini ilmiy ishlab chiqish (nima o'rgatish) sistemalashtirilgan bilimlar darajasini o'quvchilarning yosh xususiyatlariga mos keladigan qilib qanday taqsimlansa, fan asoslarini o'rganishda izchillik ta'minlanadi, o'quv ishlariga o'quv mashg'ulotlari beradigan nagruzka bartaraf qilinadi, ta'limning mazmuni o'quvchilarning real bilish imkoniyatlariga mos keladi.

3. O'qitish metodlarini ilmiy ishlab chiqish (qanday o'qitish kerak, ya'ni o'quvchilar hozirgi kunda zarur bo'lgan iqtisodiy bilimlarni, malaka, ko'nikmalarni va aqliy faoliyat qobiliyatlarini egallab olishlari uchun o'quv ishlari metodikasi qanday bo'lishi kerak?)

4. O'qitish vositalari — darsliklar, didaktik materiallar, ko'rsatma, qo'llanmalar va texnik vositalarini ishlab chiqish (nima yordamida o'qitish).

5. Ta'limni tashkil qilishni ilmiy ishlab chiqish (Darsni va ta'limning darsdan tashqari formalarini qanday tashkil etish).



O'qitishning maqsadlari, mazmuni, metodlari, vositalari va formalari metodik sistemasining asosiy komponentlarida murakkab sistema bo'lib, uni o'ziga xos grafik bilan tasvirlash mumkin.

Matematika o'qitish metodikasi boshqa fanlar, eng avvalo, matematika fani — o'zining bazaviy fani bilan uzviy bog'liq.

Hozirgi zamon matematikasi natural son tushunchasini asoslashda to'plamlar nazariyasiga tayanadi.

Boshlang'ich sinf uchun mo'ljallangan hozirgi zamon matematika darsligining birinchi sahifalarida biz o'quvchilar uchun berilgan topshiriqlarga duch kelamiz: «Rasmda nechta yuk mashinasi bo'lsa, bir qatorda shuncha katakni bo'yang, rasmda nechta avtobus bo'lsa, 2- qatorda shuncha katakni bo'yang».

Bunday topshiriqlarni bajarish bolalarni ko'rsatilgan to'plamlar elementlari orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatishga undaydi, bu esa natural son tushunchasini shakllantirishda muhim ahamiyatga ega.

MO'M umumiy matematika metodikasiga bog'liq. Umumiy matematika metodikasi tomonidan belgilangan qonuniyatlar kichik yoshdagi o'quvchilarning yosh xususiyatlarini hisobga olgan holda boshlang'ich matematika o'qitish metodikasi tomonidan ishlatiladi.

Boshlang'ich sinf MO'M pedagogika va yangi pedagogik texnologiya fani bilan uzviy bog'liq bo'lib, uning qonuniyatlariga tayanadi. MO'M bilan pedagogika orasida ikki tomonlama bog'lanish mavjud.

*Bir tomondan*, matematika metodikasi pedagogikaning umumiy nazariyasiga tayanadi va shu asosda shakllanadi, bu hol matematika o'qitish masalalarini hal etishda metodik va nazariy yaqinlashishning bir butunligini ta'minlaydi.

*Ikkinchi tomondan* — pedagogika umumiy qonuniyatlarini shakllantirishda xususiy metodikalar tomonidan erishilgan ma'lumotlarga tayanadi, bu uning hayotiyli va konkretligini ta'minlaydi.

Shunday qilib, pedagogika metodikalarning konkret materialidan «oziqlanadi», undan pedagogik umumlashtirishda foydalaniladi va o'z navbatida metodikalarni ishlab chiqarishda yo'llanma bo'lib xizmat qiladi.

Matematika metodikasi pedagogika, psixologiya va yosh psixologiyasi bilan bog'liq. Boshlang'ich matematika metodikasi ta'limning boshqa metodikalari (ona tili, tabiatshunoslik, rasm va boshqa fanlar metodikasi) bilan bog'liq.

Predmetlararo bog'lanishni to'g'ri amalga oshirish uchun o'qituvchi buni hisobga olishi juda muhimdir.

Ilmiy tadqiqot metodlari — bu qonuniy bog'lanishlarni, munosabatlarni, aloqalarni o'rnatish va ilmiy nazariyalarni tuzish maqsadida ilmiy informatsiyalarni olish usullaridir.

Kuzatish, eksperiment, maktab hujjatlari bilan tanishtirish, o'quvchilar ishlarini o'rganish, suhbat va anketalar o'tkazish ilmiy-pedagogik tadqiqot metodlari jumlasiga kiradi.

So'nggi yillarda matematik va kibernetik metodlardan, shuningdek, modellashtirish metodlaridan foydalanish qayd qilinmoqda.

Matematika metodikasi ta'lim jarayoni bilan bog'liq bo'lgan quyidagi uch savolga javob beradi:

1. Nima uchun matematikani o'rganish kerak?
2. Matematikadan nimalarni o'rganish kerak?
3. Matematikani qanday o'rganish kerak?

Matematika metodikasi haqidagi tushuncha birinchi bo'lib shvetsariyalik pedagog matematik G. Pestalosining 1803- yilda yozgan «Sonni ko'rgazmali o'rganish» asarida bayon qilingan, boshlang'ich ta'lim haqida ulug' mutafakkir Abu Rayhon Beruniy, Abu Ali ibn Sino va boshqalar ta'lim va tarbiya haqidagi fikrlarida boshlang'ich ta'lim asoslarini o'rganish muammolari haqida o'z davrida ilg'or g'oyalarni olg'a surganlar.

O'zbekistonda boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi bilan N. U. Bikboyeva, M. Ahmedov, P. Ibragimov, M. E. Jumayev va boshqalar shug'ullanmoqdalar.

MO'M o'zining tuzilish xususiyatiga ko'ra shartli ravishda uchga bo'linadi.

1. Matematika o'qitishning umumiy metodikasi.

Bu bo'limda matematika fanining maqsadi, mazmuni, shakli, metodlari va vositalarining metodik sistemasi pedagogika, psixologik qonunlar hamda didaktik tamoyillar asosida ochib beriladi.

2. Matematika o'qitishning maxsus metodikasi.

Bu bo'limda matematika o'qitish umumiy metodikasining qonun va qoidalarini aniq tema materiallariga tatbiq qilish yo'llari ko'rsatiladi.

3. Matematika o'qitishning aniq metodikasi.

Bu bo'lim ikki qismdan iborat:

1. Umumiy metodikaning xususiy masalalari.
2. Maxsus metodikaning xususiy masalalari.

Boshlang'ich matematika o'qitish metodikasi butun pedagogik tadqiqotlarda *pedagogik texnologiya*, *axborot texnologiyalari* yutuqlarida qo'llaniladigan metodlarning o'zidan foydalaniladi.

Kuzatish metodi — odatdagi sharoitda kuzatish natijalarini tegishli qayd qilish bilan pedagogik protsesni bevosita maqsadga yo'naltirilgan holda idrok qilishdan iborat.

Kuzatish aniq maqsadni ko'zlagan reja asosida uzoq va yaqin vaqt oralig'ida davom etadi. Kuzatish tutash yoki tanlanma bo'lishi mumkin.

Tutash kuzatishda kengroq olingan hodisa (masalan, matematika darslarida kichik yoshdagi o'quvchilarning bilish faoli-

yatlari) tanlanma kuzatishda kichik-kichik hajmdagi hodisalar (masalan, matematika darslarida o'quvchilarning mustaqil ishlari) kuzatiladi.

Eksperiment — bu ham kuzatish bo'lib, maxsus tashkil qilingan, tadqiqotchi tomonidan nazorat qilib turiladigan va mun-tazam ravishda o'zgartirib turiladigan sharoitda o'tkaziladi.

Eksperiment natijalarini tahlil qilish taqqoslash metodi bilan o'tkaziladi. Pedagogik tadqiqotda suhbat metodidan ham foy-dalaniladi.

Tadqiqotning maqsad va vazifalarini yaqqol aniqlash, uning nazariy asoslari va tamoyillarini ishlab chiqarish, ishchi gipote-zani tuzish, boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodi-kasining shakllanishida asosiy mezonlar hisoblanadi.

#### 81- §. BOSHLANG'ICH SINFLARDA MATEMATIKA O'QITISH METODIKASI O'QUV PREDMETI SIFATIDA

Hozirgi vaqtda ilmiy-texnika taraqqiyoti asrida matematika muhim rol o'ynaydi. Shuning uchun keyingi o'n yilliklarda maktab matematikasini bir necha marta isloh qilishga to'g'ri keldi. Shu sababli 1969- yildan boshlab va 1990- yillarda bosh-lang'ich sinf matematikasini o'qitish va uning dasturiga o'zga-rishlar kiritildi. Yangi dastur bo'yicha matematikadan yangi metodik sistema ishlab chiqildi. Matematika o'qitish metodikasi eng avvalo kichik yoshdagi o'quvchilarni umumiy sistemada o'qitish va tarbiyalash vazifasini qo'yadi.

Umumiy metodika boshlang'ich sinf matematikasining mazmunini va tuzilishini ochib beradi, har bir bo'limni o'qitish-ning o'ziga xos xususiy metodlarini o'rgatadi.

Xususiy metodika matematika o'qitishning asoslangan me-todlarini va o'qitish shakllarini, shuningdek, o'quv faoliyatlarini tashkil qilish yo'llarini ko'rsatadi. Ma'lumki, o'qitish tarbiyalash bilan bog'liqdir. Metodika o'qitishni tarbiyalash bilan qo'shib olib borish yo'llarini o'rgatadi.

Boshlang'ich matematika o'qitish metodikasi bir necha fanlar bilan chambarchas bog'liqdir.

1. O'qitish asosi bo'lgan matematika.
2. Pedagogika.
3. Psixologiya.

4. Boshqa o'qitish metodikalari bilan (rus tili, mehnat, ...).  
Boshlang'ich matematika o'qitish kursi o'quv predmetiga aylangan. Boshlang'ich matematika o'qitish metodikasining o'qitish vazifalari:

1. Ta'lim-tarbiyaviy va amaliy vazifalarni amalga oshirishi.
2. Nazariy bilimlar sistemasini o'rganish jarayonini yoritib berishi.
3. O'quvchilarning siyosiy dunyoqarashini shakllantirish yo'llarini o'rgatishi.
4. Insonni tarbiyalash vazifasini yoritib beradi.
5. Matematika o'qitish jarayonida insonni mehnatni sevishta, o'zining qadr-qimmatini, bir-biriga hurmati kabi fazilatlarini tar-biyalashni ko'rsatib beradi.
6. O'qitish metodikasi I—IV sinf matematikasining davomi bo'lgan V—VI sinf matematikasi mazmuni bilan bog'lab o'qi-tishni ko'rsatadi.

Boshlang'ich matematika kursining vazifasi maktab oldiga qo'yilgan «o'quvchilarga fan asoslaridan puxta bilim berishda yangi texnologiyadan foydalanish, ularda hozirgi zamon ijti-moiy-iqtisodiy bilimlarni berish, turmushga, kasblarni ongli tan-lashga o'rgatish» kabi vazifalarni hal qilishda yordam berishdan iborat.

Shunday qilib, boshqa har qanday o'quv predmeti kabi matematika boshlang'ich kursi matematika o'qitishning maqsadi quyidagi uch omil bilan belgilanadi:

1. Matematika o'qitishning umumta'lim maqsadi.
2. Matematika o'qitishning tarbiyaviy maqsadi.
3. Matematika o'qitishning amaliy maqsadi.

Matematika o'qitishning umumta'lim maqsadi o'z oldiga quyidagi vazifalarni qo'yadi:

a) o'quvchilarga ma'lum bir dastur asosida matematik bi-limlar berish. Bu bilimlar sistemasi fan sifatidagi matematika to'g'risida o'quvchilarga yetarli darajada ma'lumot berishi, ularni matematika fanining yuqori bo'limlarini o'rganishga tayyorlashi kerak.

Bundan tashqari, dastur asosida o'quvchilar o'qish jarayonida olgan bilimlarining ishonchli ekanligini tekshira bilishga o'rga-nishlari, nazorat qilishning asosiy metodlarini egallashlari lozim.

b) o'quvchilarning og'zaki va yozma matematik bilimlarini tarkib toptirish.

Matematikani o'rganish o'quvchilarning o'z ona tillarida xatosiz so'zlash, o'z fikrini aniq, ravshan va lo'nda qilib bayon eta bilish malakalarini o'zlashtirishlariga yordam berishi kerak.

d) o'quvchilarni matematik qonuniyatlar asosida real haqiqatlarni bilishga o'rgatish.

Bunday bilimlar berish orqali esa o'quvchilarning fazoviy tasavvur qilishlari shakllanadi hamda mantiqiy tafakkur qilishlari yanada rivojlanadi.

Boshlang'ich matematika o'qitishning tarbiyaviy maqsadi o'z oldiga quyidagi vazifalarni qo'yadi:

a) o'quvchilarda ilmiy dunyoqarashni shakllantirish;

b) o'quvchilarda matematikani o'rganishga bo'lgan qiziqishlarini tarbiyalash.

Boshlang'ich sinf o'qituvchisining vazifasi o'quvchilarda mustaqil mantiqiy fikrlash qobiliyatlarini shakllantirish bilan birga, ularda matematikaning qonuniyatlarini o'rganishga bo'lgan qiziqishlarini tarbiyalashdan iboratdir;

d) o'quvchilarda matematik tafakkurni va matematik madaniyatni shakllantirish.

Matematika darslarida o'rganiladigan ibora, amal belgilari, tushuncha va ular orasidagi qonuniyatlar o'quvchilarni atroflicha fikrlashga o'rgatadi.

Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitishning amaliy maqsadi o'z oldiga quyidagi vazifalarni qo'yadi:

a) o'quvchilarni matematika darsida olgan bilimlarini kundalik hayotda uchraydigan elementar masalalarni yechishga tatbiq qila olishga o'rgatish, o'quvchilarda arifmetik amallar bajarish malakalarini shakllantirish va ularni mustahkamlash uchun maxsus tuzilgan amaliy masalalarni hal qilishga o'rgatish;

b) matematika o'qitishda texnik vosita va ko'rgazmali qurollardan foydalanish malakalarini shakllantirish. Bunda diqqat o'quvchilarning jadvallar va hisoblash vositalaridan foydalana olish malakalarini tarkib toptirishga qaratilgan;

d) o'quvchilarni mustaqil ravishda matematik bilimlarni egallashga o'rgatish.

O'quvchilar imkoni boricha mustaqil ravishda qonuniyat munosabatlarini ochish, kuchlari yetadigan darajada umumlash-tirishlar qilishni, shuningdek, og'zaki va yozma xulosalar qilishga o'rganishlari kerak.

O'qitish samaradorligining zaruriy va muhim sharti o'quvchilarning o'rganilayotgan materialni o'zlashtirishlari ustidan nazoratdir. Didaktikada uni amalga oshirishning turli shakllari ishlab chiqilgan: bu o'quvchilardan og'zaki so'rash; nazorat ishlari va mustaqil ishlari; uy vazifalarini tekshirish, testlar, texnik vositalar yordamida sinash. Didaktikada dars turiga, o'quvchilarning yosh xususiyatlariga va hokazolar bog'liq ravishda nazoratning u yoki bu shaklidan foydalanishning maqsadga muvofiqligi masalalari, shuningdek, nazoratni amalga oshirish metodikasi yetarlicha chuqur ishlab chiqilgan.

Boshlang'ich maktabda matematika o'qitish metodikasida mustaqil va nazorat ishlari, o'quvchilardan individual yozma so'rov o'tkazishning samarali vositalari yaratilgan. Ba'zi didaktik materiallar dasturning chegaralangan doiradagi masalalarining o'zlashtirilishini reyting tizimida nazorat qilish uchun, boshqalari boshlang'ich maktab matematika kursining barcha asosiy mavzularini nazorat qilish uchun mo'ljallangan. Ayrim didaktik materiallarda (ayniqsa, kam komplektli maktab uchun mo'ljallangan) o'qitish xarakteridagi materiallar, boshqalarida esa nazoratni amalga oshirish uchun materiallar ko'proqdir.

Boshlang'ich maktab matematikasida barcha didaktik materiallar uchun umumiy narsa — topshiriqlarning murakkabligi bo'yicha tabaqalashtirilishidir. Bu materiallarni tuzuvchilarning g'oyasiga ko'ra, ma'lum mavzu bo'yicha topshiriqning biror usulini bajarishi o'quvchining bu mavzuni faqat o'zlashtirganligi haqidagina emas, balki uni to'la aniqlangan darajada o'zlashtirganligi haqida ham guvohlik beradi.

Matematika o'qitish metodikasida «o'quv materialining o'zlashtirilish darajasi» tushunchasining mazmuni to'la ochib berilmagan. O'qituvchilar uchun qo'llanmalarda didaktik materialning u yoki bu topshirig'i qaysi darajaga mos kelishini aniqlashga imkon beradigan kriteriyalar (mezonlar) yo'q.

Amaliyotda o'qituvchilar ko'pincha biror topshiriqning usullaridan biri boshqalaridan soddaroq yoki murakkabroq deb aytadilar. Bundan tashqari, didaktik materiallar qanchalik san'atkorona tuzilgan bo'lsa, ularning mazmuni va tuzilishida sermahsul va chuqur g'oyalar amalga oshirilsa, barcha metodik vazifalarni tezda hal etishga yordam beradi.

Shunday qilib, didaktik materiallarni o'quvchilarning o'quv materialini o'zlashtirish darajasini nazorat usullaridan biri sifatida

qarash lozim. Shu bilan birga, muayyan usul mazkur sinf, mazkur o'qituvchi uchun eng yaxshi usul bo'lmashligi ham mumkin. Shu sababli didaktik materiallar o'qituvchini o'quvchilarning bilim va uquvlarini o'zlashtirish darajasini aniqlash imkonini beradigan individual tekshirish uchun ishlar matnini tuzishdan xalos eta olmaydi. Bu umummetodikaning asosiy vazifalaridan biridir.

#### 82- §. O'QUVCHILARNI MATEMATIKA KURSINI O'RGANISHGA TAYYORLASH

I—IV sinflarda matematika o'qitishning asosiy vazifasi bo'lgan ta'lim-tarbiyaviy vazifalarni hal qilishda ulardagi matematika kursini qanday darajada tayyorgarligi borligiga, bolalar bog'chalarining tayyorlov guruhlar dasturi orqali hamda uylarda mustaqil matematikani o'rganib, qanday bilimlarga egaligiga bog'liq.

Shuning uchun I-sinfga kelganlarning bilimlarini aniqlash, sinf o'quvchilarining bilimlarini tenglashtirish, ya'ni past bilimga ega bo'lgan o'quvchilarning bilimlarini yaxshi biladigan o'quvchilarga yetkazib olish vazifasi turadi. O'qituvchi quyidagi sistema bilan o'quvchilar bilimini maxsus daftarga hisobga olib boradi:

1. Nechagacha sanashni biladi?
2. Nechagacha sonlarni qo'shishni biladi?
3. Nechagacha sonlarni ayirishni biladi?
4. «>», «<», «=» belgilarini ishlata oladimi?
5. Noma'lumlar bilan berilgan qo'shish va ayirishda bu noma'lumlarni topa oladimi?
6. Qaysi shakllarning nomlarini biladi va chiza oladi?
7. Nechagacha sonlarni yoza oladi?
8. O'ngga, chapga, kam, ko'p, og'ir, yengil, teng kabilarni farqlay oladimi?
9. Pul, narx, soat, minut, uzunlik, og'irlik o'lchov birliklari bilan muomala qila oladimi?

Bolalarni tayyorlashda asosiy ish metodi tahlil, sintez, taqqoslash, umumlashtirish, tabaqalash kabi aqliy operatsiyalarni bajarish malakalarini shakllantirishga qaratilgan bo'lishi kerak. Bunday ishlar o'quvchilarning og'zaki va yozma nutqlarini rivojlantirishga katta yordam beradi, matematik bilimlarni o'zlashtirishga qiziqishi kuchaya boradi.

Nazorat savollari:

1. I—IV sinflarda matematika o'qitishning asosiy vazifalari nimalardan iborat?
2. Bolalarni matematika kursini o'rganishga tayyorlashning asosiy vazifalarini sanab chiqing.
3. I—III va IV—V sinflarda matematika o'qitishdagi izchillikni amalga oshirishning asosiy yo'llari qanday?

#### 83- §. BOSHLANG'ICH SINFLARDA MATEMATIKA O'QITISH METODLARI

Arifmetik material kursning asosiy mazmunini tashkil etadi. Boshlang'ich kursning asosiy o'zagi natural sonlar va asosiy miqdorlar arifmetikasidan iborat. Bundan tashqari, bu kursga geometriya va algebraning asosiy tushunchalari birlashadi.

Boshlang'ich sinf matematika kursi maktab matematika kursining organik qismi bo'lib hisoblanadi. V—XI sinflarda o'qitiladigan matematikaning eng asosiy va o'quvchilar yoshiga mos bo'lgan elementar tushunchalari beriladi. Yuqori sinflarda shu tushunchalar kengaytirilgan, chuqurlashtirilgan va boyitilgan holda o'qitiladi. Demak, boshlang'ich sinf matematikasining mazmuni yuqori sinf matematikasining mazmunini ham belgilab beradi. Boshlang'ich matematikaning tuzilishi o'ziga xos xususiyatlarga ega:

1. Arifmetik material kursning asosiy mazmunini tashkil qiladi. U natural sonlar arifmetikasi, asosiy miqdorlar, algebra va geometriya elementlarining propedivtik kurslari asosiy bo'lim shaklida o'qitilmasdan, arifmetik material bilan qo'shib o'qitiladi.

2. Boshlang'ich sinf materiali konsentrik tuzilgan. Masalan, oldin 1 o'nlikni nomerlash o'qitilsa, keyin 100 ichida nomerlash va arifmetik amallar bajarish o'qitiladi. Undan keyin 1000 ichida arifmetik amallar bajarish, keyin ko'p xonali sonlar ichida.

Bularni o'qitish bilan birga, nomerlash, miqdorlar, kasrlar, algebraik va geometrik materiallar qo'shib o'qitiladi.

3. Nazariya va amaliyot masalalari o'zaro organik bog'langan xarakterga ega.

4. Matematik tushuncha, xossa, qonuniy bog'lanishlarni ochish kursda o'zaro bog'langan.

5. Har bir tushuncha rivojlantirilgan holda tushuntiriladi.



Masalan, arifmetik amallarni o'qitishdan oldin uning aniq mohiyati ochiladi, keyin amalning xossalari, komponentlar orasidagi bog'lanish, amal natijasi, oxirida amallar orasidagi bog'lanish beriladi.

6. Asosiy tushunchalar va natijaviy tushunchalar o'zaro bog'lanishda berilgan. Masalan, qo'shish asosida ko'paytirish keltirib chiqarilgan.

Boshlang'ich matematika kursi o'z tuzilishi bo'yicha uch fanni o'z ichiga olgan butun kursdir, unda arifmetik, algebraik va geometrik materialdan iborat qismlarni farqlash kerak.

Boshlang'ich matematika kursida arifmetik materialning konsentrik joylashuvi saqlanadi.

Ammo amaldagi dasturda konsentrlar soni kamaytirilgan: o'nlik, yuzlik, minglik, ko'p xonali sonlar. Shuni ham aytish kerakki, material shunday katta guruhlashgan, unda o'zaro bog'langan tushunchalar, amallar, masalalarni qarash vaqt jihatdan yaqinlashtirilgan.

Arifmetik amallarning xossalari va mos hisoblash usullarini o'rganish bilan bir vaqtda, arifmetik amallar natijalari bilan komponentlari orasidagi bog'lanishlar ochib beriladi. (Masalan, agar yig'indidan qo'shiluvchilardan biri ayirilsa, ikkinchi qo'shiluvchi hosil bo'ladi). Komponentlaridan birining o'zgarishi bilan arifmetik amallar natijalarining o'zgarishi kuzatiladi.

Algebra elementlarini kiritish chuqur tushunilgan va umumlashgan o'zlashtirish maqsadlariga javob beradi: tenglik, tengsizlik, tenglama, o'zgaruvchi tushunchalari ochib beriladi.

1- sinfdan boshlab sonli tengliklar va tengsizliklar ( $4 = 4$ ,  $6 = 1 + 5$ ,  $2 < 3$ ,  $6 + 1 > 5$ ,  $8 - 3 < 8 - 2$  va hokazo) qaraladi. Ularni o'rganish arifmetik materialni o'rganish bilan bog'lanadi va uni chuqurroq ochib berishga yordam beradi.

2- sinfdan boshlab  $(x + 6) - 3 = 2$  va hokazo ko'rinishdagi tenglamalar qaraladi.

Tenglamalarni yechish oldin tanlash metodi bilan, so'ngra amallarning natijalari bilan komponentlari orasidagi bog'lanishlarni bilganlik asosida bajariladi.

O'zgaruvchi bilan amaliy tekshirish o'quvchilarning funksional tasavvurlarini egallashlariga imkon beradi.

*Geometrik material* bolalarning eng sodda geometrik shakllar bilan tanishtirish, ularning fazoviy tasavvurlarini rivojlantirish, shuningdek, arifmetik qonuniyatlarni, bog'lanishlarni ko'rsatmali maqsadlariga xizmat qiladi. (Masalan, to'g'ri to'rtburchakning teng kvadratlarga bo'lingan ko'rsatmali obrazidan ko'paytirishning o'rin almashtirish xossasini bog'lanishi ochib foydalaniladi).

1- sinfdan boshlab to'g'ri va egri chiziqlar, kesmalar, ko'pburchaklar va ularning elementlari, to'g'ri burchak va hokazo kiritilgan.

O'quvchilar geometrik figuralarni tasavvur qila olishni, ularning nomlari, katakli qog'ozga sodda yasashlarni o'rganib olishlari kerak. Bundan tashqari, ular kesma va sinq chiziq uzunligini, ko'pburchak perimetrini, to'g'ri to'rtburchak, kvadrat va umuman har qanday shaklning yuzini (paletka yordamida) topish malakasini egallab olishlari kerak.

#### 84- §. O'QITISH METODI TUSHUNCHASI

Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitishning maqsadlari quyidagilar: umumta'lim maqsadi, tarbiyaviy maqsadi, amaliy maqsadi. Bu maqsadlar bir-biri bilan uzviy bog'liq bo'lib, bir-birini to'ldiradi.

1. Umumta'lim maqsadi o'qituvchidan quyidagilarni talab qiladi.

- o'quvchilarga matematik bilimlar sistemasidan, bilim, malaka, ko'nikma berish;
- haqiqiy real olamni matematik metodlar bilan o'rganish;
- o'quvchilarning og'zaki va yozma nutqlarini o'stirishni, uning sifatli bo'lishini ta'minlash;
- o'quvchilarga matematikadan shunday bilimlar berishni ta'minlash kerakki, bu bilimlar orqali, aktiv bilish faoliyati — bilim, malaka, ko'nikmalari ortib borsin.

2. *Tarbiyaviy maqsad.* Matematikani o'qitishda o'quvchilarni sabotlilikka, tirishqoqlikka, puxtalikka, o'z fikri va xulosalarini nazorat qila olishga, ayniqsa, kuzatish, tajriba va fahmlash asosida aytiladigan fikrlarning ravon bo'lishiga erishish kerak. Miqdorlar orasidagi bog'lanishni ifodalash uchun matematikadan simvollar ishlatiladi. Mana shu matematik simvolik til rivojlanishi kerak.

O'qituvchining vazifasi simvolik tilda ifodalangan matematik fikrni ona tiliga ko'chirishga o'rgatishdan iborat bo'lmog'i kerak.

Bilishga intilish mustaqil ishdan qanoat hosil qilish tuyg'ularini tarbiyalashi kerak. Matematika fanini o'qitishning o'zi o'quvchilarda diqqat va fikrni bir narsaga to'play bilishni tarbiyalaydi.

O'qituvchi quyidagilarni ta'minlashi kerak.

a) o'quvchi moddiy olamdagi bog'lanishlarni, miqdorlarning o'zgarishini, bir-biri bilan aloqasini fahmlab yeta bilish;

b) o'quvchilarning matematikani o'rganishga astoydil qiziqishini ta'minlash;

d) mehnatga, Vatanga, insonlarga bo'lgan munosabatini tarbiyalash, estetik did hosil qilish;

e) o'zbek millatining tarixi, jumladan, matematika o'qitilishi tarixiga bo'lgan dunyoqarashni tarbiyalash;

f) o'quvchilarning matematik fikrlash qobiliyatini va matematik madaniyatini tarbiyalash.

3. *Amaliy maqsad.* Matematikani o'qitishdan kuzatilgan amaliy maqsad — o'quvchilar olgan bilimlarini amalda qo'llay olishga o'rgatishdan iborat. Olingan bilimlarni sonlar va matematik ifodalar, nuqtalar ustida bajariladigan amallarga tatbiq qila bilish, har xil masalalarni yechishda foydalana bilishga o'rgatish. Bu bilimlarni kundalik hayotda uchraydigan masalalarni hal qilishga qo'llay bilishga o'rgatishdir.

O'qitish metodi tushunchasi didaktika va metodikaning asosiy tushunchalaridan biri.

Shunday qilib, o'qitish metodlari o'zlashtirish, tarbiyalash va rivojlanish kabi uchta asosiy funksiyani bajaradi.

Ma'lum o'qitish metodlaridan, ta'limning yangi mazmuniga, yangi vazifalariga mos keladiganlariga ongli tanlab olish uchun oldin hamma o'qitish metodlarini klassifikatsiyalashni o'rganib chiqish zarur.

### 1. Ilmiy-tadqiqot metodlari haqida ma'lumot

Pedagogik tarbiyalashga oid ish tajribalarni o'rganmay va umumlashtirmay, pedagogik jarayonni chuqur tadqiq qilmay turib, pedagogikani rivojlantirib bo'lmaydi. Hozirgi ta'lim-tarbiya pedagogikani ilmiy bilishning umumiy metodi bilan qurollantiradi, ammo boshqa har qanday fan kabi pedagogika fanining ham xususiy spesifik tadqiqot metodlari mavjud.

Ilmiy-tadqiqot metodlari — bu qonuniy bog'lanishlarni, munosabatlarni, aloqalarni o'rnatish va ilmiy nazariyalarni tuzish maqsadida ilmiy informatsiyalarni olish usullaridir. Kuzatish, tajriba, maktab hujjatlari bilan tanishish, o'rganish, o'quvchilarning ishlarini o'rganish, suhbat va anketalar o'tkazish ilmiy-pedagogik tadqiqot metodlari jumlasiga kiradi. So'nggi vaqtlarda matematik va kibernetik metodlardan, shuningdek, modellash-tirish metodlaridan foydalanish qayd qilinmoqda.

Boshlang'ich matematika o'qitish metodikasida butun pedagogik tadqiqotlarda qo'llaniladigan metodlarning o'zidan foydalaniladi.

### 2. Kuzatish metodi

Kuzatish metodi — odatdagi sharoitda kuzatish natijalarini tegishli qayd qilish bilan pedagogik protsessni bevosita maqsadga yo'naltirilgan holda idrok qilishdan iborat. Kuzatish metodidan o'quv-tarbiya ishining u yoki bu sohasidagi ishning qanday borayotganini o'rganish uchun foydalaniladi, bu metod o'qituvchi va o'quvchilarning faoliyatlari haqida majbur qilinmagan tabiiy sharoitda faktik material to'plash imkonini beradi.

### 3. Eksperiment

Eksperiment — bu ham kuzatish bo'lib, maxsus tashkil qilingan, tadqiqotchi tomonidan nazorat qilib turiladigan va muntazam ravishda o'zgartirib turiladigan sharoitda o'tkaziladi. Pedagogik eksperiment o'qitishning va tarbiyalashning u yoki bu usulining, ko'rsatma, qo'llanmalarining samaradorligini tadqiq qilishda qo'llaniladi.

### 4. Maktab hujjatlarini o'rganish

Pedagogik tadqiqotlarning keng tarqalgan metodlaridan biri o'quvchilar ishlari va hujjatlarini o'rganishdan iborat. O'quvchilarning ishlari ularni dasturning ayrim bo'limlari bo'yicha tayyorgarlik darajasini aniqlash, o'qitishning ma'lum davri davomida o'sishi va rivojlanishlarini kuzatish imkonini beradi. Masalan, maxsus yozma va grafik ishlar shu maqsadda o'tkaziladiki, ularni tekshirish natijasida bolalarning matematikadan olgan bilimlari va malakalari aniq ko'rinishi kerak; ma'lum vaqt oralig'ida bunday maxsus ishlarni bajartirib

turish, o'quvchilar olg'a siljiyotganini va qanday darajada siljiyotganini ko'rsatadi. O'quvchilarning yozma ishlarida yo'l qo'ygan xatolarini tahlil qilish muhim ahamiyatga ega. Bunday tahlil butun sinf o'quvchilarining duch keladigan murakkab qiyinchiliklarini, shuningdek, o'quvchilarning matematikani o'zlashtirishlaridagi individual xususiyatlarini aniqlash imkonini beradi.

### 5. Suhbat metodi

Pedagogik tadqiqotlarda suhbat metodidan ham foydalaniladi. Bu metoddan foydalanish kuzatishdan olingan ma'lumotlarni to'ldiruvchi va aniqlovchi materiallar olish, eksperimental topshiriqlar bajarish imkonini beradi. Bu metod muvaffaqiyatining asosi bolalar bilan aloqa o'rnatilishi, ular bilan bemalol erkin muloqotda bo'lish imkoniyatidan iborat. Aks holda har doim o'quvchilarning formal javoblari xavfi, ishonchsiz va yuzaki natija olish xavfi mavjud.

### 6. Anketalashtirish metodi

Biror masalaga nisbatan fikrlarni aniqlash, ba'zi faktlarni to'plash talab qilingan hollarda anketalashtirish metodidan foydalaniladi. Agar javoblar og'zaki olinadigan bo'lsa, u holda bu javoblar qarorga to'la yoziladi. Ko'pchilik bir savolning o'ziga javob berganda, buning ustiga har kim mustaqil javob bersa, yozma anketalash qimmatli bo'ladi.

Anketadan foydalanilganda, quyidagi ikki talabga amal qilish zarur:

- 1) anketada savollar kam bo'lishi kerak;
- 2) savollar shunday bo'lishi kerakki, ularni hamma bir xil tushunsin, ular aniq (mujmal bo'lmagan) javoblarni talab qilsin.

#### 85- §. OG'ZAKI, KO'RSATMALI VA AMALIY METODLAR

1) Og'zaki metodlar — qisqa muddat ichida hajmi bo'yicha eng ko'p ma'lumot berish, o'quvchilar oldiga muammolar qo'yish, ularni hal qilish yo'llarini ko'rsatish imkonini beradi.

Bu metodlar o'quvchilarning abstrakt tafakkurlarining rivojlanishiga sharoit yaratadi.

1. **Tushuntirish.** Bilimlarni tushuntirish metodining mohiyati shundan iboratki, bunda o'qituvchi materialni bayon qiladi, o'quvchilar esa uni, ya'ni bilimlarni tayyor holda qabul qilib olishadi.

Materialning bayoni aniq, tushunarli, qisqa bo'lishi kerak. Boshlang'ich matematika kursining bir qator masalalarini qarashda bilimlarning izchil bayoni zarur.

O'qituvchining bilimlarni tushuntirish metodidan ma'lumotlar to'g'risidagi nazariy materiallar ishlatish bo'yicha yo'l-yo'riq berishda foydalaniladi.

2. **Ko'rsatmalik metodlar.** O'qitishning ko'rsatmalik metodlari — o'quvchilarga kuzatishlar asosida bilimlar olish imkonini beradi. Kuzatish hissiy tafakkurning faol shaklidir, bundan o'qitishda, ayniqsa, boshlang'ich sinflarda keng foydalaniladi. Atrof — borliqdagi predmet va hodisalar, ularning turli-tuman modellari (har xil tipdagi ko'rsatma — qo'llanmalar) kuzatish obyektlari hisoblanadi. O'qitishning ko'rsatmalik metodlarini o'qitishning og'zaki metodlaridan ajratib qo'yib bo'lmaydi. Ko'rsatma — qo'llanmalarni namoyish qilishni har doim o'qituvchining va o'quvchilarning tushuntirishlari bilan birgalikda olib boriladi. O'qituvchining so'zi bilan ko'rsatma vositalardan birgalikda foydalanishning 4 ta asosiy shakli aniqlangan:

- 1) o'qituvchi so'zlar yordamida o'quvchilarning kuzatishlarini boshqaradi;
- 2) og'zaki tushuntirishlar obyektning bevosita ko'rinmaydigan tomonlari haqida ma'lumotlar beradi;
- 3) ko'rsatma — qo'llanmalari o'qituvchining og'zaki tushuntirishlarini tasdiqlovchi yoki konkretlashtiruvchi ilustratsiya bo'lib xizmat qiladi;
- 4) o'qituvchi o'quvchilar kuzatishlarini umumlashtiradi va umumiy xulosa chiqaradi.

3. **Amaliy metodlar.** Malaka va ko'nikmalarni shakllantirish va mukammallashtirish jarayoni bilan bog'liq bo'lgan metodlar o'qitishning amaliy metodlari hisoblanadi. Xususan, bunday metodlar o'qitishning jumlasiga yozma va og'zaki mashqlar, amaliy va laboratoriya ishlari, mustaqil ishlarning ba'zi turlari kiradi. Mashqlar asosan mustahkamlash va bilimlarni tatbiq qilish, malaka va ko'nikmalarni shakllantirish metodi sifatida qo'llaniladi.

Mashq deb, biror amalni, shu amalni o'zlashtirish yoki mustahkamlash maqsadida rejali ravishda tashkil qilingan takroriy

bajarishga aytiladi. Mashqlar tayyorlash, mashq qildirish va ijodiy mashqlarga katta ahamiyat beriladi. Ijodiy xarakterdagi mashqlarga, masalan, masala va misollarni turli usullar bilan yechish, ifoda bo'yicha masala tuzish, qisqa yozuv, sxemaga ko'ra masala tuzish, muammoli xarakterdagi masalalarni yechish mashqlari va boshqa mashqlar kiradi.

#### 86-§. INDUKSIYA, DEDUKSIYA, ANALOGIYA

Bu uch metod yangi bilimlarni egallashning har bir holi asosida yotuvchi xulosalarning xususiyatlariga qarab bir-biridan farq qiladi.

Induksiya metodi bilishning shunday yo'liki, bunda o'quvchining fikri birlikdan umumiylikka, xususiy xulosalardan umumiy xulosaga boradi. Induktiv xulosa – xususiydan umumiyga qarab boradigan xulosadir. Bu metoddan foydalanib, biror qonuniyatni ochish yoki qoidani chiqarish uchun o'qituvchi misollar, masalalar, ko'rsatmali materiallarni puxtalik bilan tanlaydi.

Boshlang'ich sinflarda induksiya metodi bilan uzviy bog'liq holda deduksiya metodidan ham keng foydalaniladi. Boshlang'ich sinflarning yangi o'qitish dasturi talablariga o'tishi munosabati bilan deduksiya metodidan foydalanish chegaralari ancha kengaydi. Odatdagi metodika deyarli induktiv va deduktiv metoddan foydalanishning cheklanganligini uqtirib turadi.

Deduksiya metodi bilishning shunday yo'liki, bu yo'l umumiyroq bilimlar asosida yangi xususiy bilimlarni olishdan iboratdir.

$$1 + 2 = 3, 3 - 2 = 1, 3 - 1 = 2.$$

Deduksiya bu umumiy qoidalardan xususiy misollarga va konkret qoidalarga o'tishdir.

Induktiv va deduktiv xulosalarga misollar keltiramiz. Birinchi sinf o'quvchilariga yig'indi bilan qo'shiluvchi orasidagi bog'lanishni tushuntirish uchun bolalarni xulosaga induktiv yo'l bilan olib kelamiz. Ko'rsatmalilikdan (har xil doirachalardan) foydalanib, oldin hamma doirachalar qanchaligi topiladi ( $1 + 2 = 3$ ).

Shundan keyin 1 ta qizil doiracha (birinchi qo'shiluvchini ifodalovchi) surib qo'yiladi, bunda bolalar 2 ta ko'k doiracha, ya'ni ikkinchi qo'shiluvchi qolishiga ishonch hosil qilishadi

( $3 - 2 = 1$ ) Shundan keyin 3 ta doirachadan 2 ta ko'k doiracha (ikkinchi qo'shiluvchini ifodalovchi) ayirilsa, 1 ta qizil doiracha, ya'ni birinchi qo'shiluvchi qolishiga ishonch hosil qiladilar ( $3 - 1 = 2$ ). Shundan keyin boshqa sonlar hamda boshqa ko'rsatmali materiallar bilan bir qatorda, shunday mashqlar bajariladi va bolalarning o'zlari ushbu umumiy xulosani ifodalashadi: *agar birinchi qo'shiluvchi ayirilsa, ikkinchi qo'shiluvchi qoladi, agar yig'indidan ikkinchi qo'shiluvchi ayirilsa, birinchi qo'shiluvchi qoladi.*

Bolalar tomonidan induktiv yo'l bilan chiqarilgan xulosa 5, 6, 7, 8, 9 sonlarini ayirish qaralayotganda deduktiv mulohazalar yuritish uchun foydalaniladi.

«Analogiya shunday xulosaki, bunda predmetlar ba'zi belgilarining o'xshashligi bo'yicha bu predmetlar boshqa belgilari bo'yicha ham o'xshash, degan taxminiy xulosa chiqariladi. Analogiya «xususiydan xususiya boradigan», bir konkret fakt-dan, boshqa konkret faktlarga boradigan xulosadir.»

Masalan, uch xonali sonlarni qo'shish va ayirishning yozma usullarini ko'p xonali sonlarni qo'shish va ayirishga o'tkazish analogiyani qo'llanishiga asoslangan. Shu maqsadda metodik adabiyotlarda ko'p xonali sonlarni yozma qo'shish va ayirish bilan tanishtirishda shunday misollarni yechish tavsiya qilinadiki, bunda har bir navbatdagi misol oldingisini o'z ichiga oladi.

«Masalan:

$$\begin{array}{r} + 126 \\ + 172 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} 4752 \\ + 3246 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} 54752 \\ + 43246 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{r} 837 \\ - 425 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{r} 6837 \\ - 2425 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{r} 76837 \\ - 52425 \\ \hline \end{array}$$

Bunday misollarni yechgandan keyin o'quvchilarning o'zlari ko'p xonali sonlarni yozma qo'shish va ayirish, uch xonali sonlarni yozma qo'shish va ayirishdek bajariladi, deb xulosa chiqaradilar.

Yuqorida qaraigan metodlardan (induksiya, deduksiya, analogiya) foydalanish asosida aqliy operatsiyalar: analiz, sintez, taqqoslash, umumlashtirish va abstraksiyalash yotadi.

Butunni uning tashkil etuvchi qismlariga ajratishga yo'naltirilgan fikrlash (tafakkur) usuli *analiz* deb ataladi.

Predmetlar yoki hodisalar orasida bog'lanishlar o'rnatishga yo'naltirilgan tafakkur usuli *sintez* deb ataladi.

100 sonida nechta o'nlik va nechta birlik bor degan savolga javob berishda o'quvchilar sonni analiz qilishadi.

Shu so'zlarga amal qilishadi (ya'ni, noto'la analiz o'tkazishadi), bunday qilish esa ko'pincha xatoga, ya'ni xato sintezga olib keladi.

Taqqoslash usuli qaralayotgan sonlar, arifmetik misollar, masalalarning o'xshash va farqli alomatlarini ajratishdan iborat.

Matematika boshlang'ich kursi taqqoslash usulining qo'llanilishi uchun katta imkoniyatlar ochib beradi: sonlarni, ifodalar va sonlarni taqqoslash; ikkita ifodani taqqoslash; masalalarni taqqoslash va hokazo.

Matematik yangi tushunchalarni, qonunlarni tarkib toptirishda bolalar umumlashtirishga duch keladilar.

Umumlashtirish — bu o'rganilayotgan obyektlardan umumiy muhim tomonlarini ajratish va ularni muhim emaslaridan ajratishdan iborat.

Boshlang'ich sinflarda asosiy matematik tushunchalarni shakllantirishning interaktivlik metodlari.

### 1. Asosiy matematik tushunchalar haqida

Boshlang'ich matematika o'qitishning asosiy vazifalaridan biri o'quvchilarda asosiy matematik tushunchalarni shakllantirishdir.

Tushuncha — bu predmet to'plamlarining muhim, umumiy belgilari to'g'risidagi fikr. Tushuncha o'quvchilarda predmet va haqiqiy olam hodisalarining hissiy obrazlari bo'lgan tasavvurlarni umumlashtirish asosida vujudga keladi.

Masalan: to'g'ri to'rtburchak shakliga ega bo'lgan har xil predmetlarni — taxtacha, qog'oz varag'i, stol usti, g'isht yoki gugurt qutisi va shunga o'xshashlar, badan, muskul sezgilari orqali idrok qilish bilan o'quvchilar to'g'ri to'rtburchak to'g'risida aniq tasavvurga ega bo'ladilar.

Bu predmetlarning qanday materialdan tayyorlanganligini ularning og'irligi, rangi va boshqa xossalarini e'tiborga olmay, bu tasavvurlarni taqqoslab o'quvchi uning umumiy, muhim xossalarini umumlashtiradi. Bu tekis shakllarda 4 tomon, 4 ta to'g'ri burchak borligini aniqlaydi.

Bu misoldan ko'rinadiki, geometrik tushunchalarning shakllanish usullaridan biri qaralayotgan predmetlar to'plamiga mos bo'lmagan har xil belgilarni chiqarib tashlab, umumiy, muhim, belgilarni saqlashdan iboratdir.

Bunda o'quvchilar o'qituvchi rahbarligida ayrim xususiy ko'rinishlardan boshlab tekis geometrik shakllar to'plamini qarashlari mumkin.

Kvadrat — to'g'ri to'rtburchak — parallelogramm — qavariq to'rtburchak — ixtiyoriy to'rtburchak yoki teskarisi.

Hamma to'rtburchaklar to'plamidan qism to'plami bo'lgan qavariq to'rtburchaklarni ajratish, bundan esa uning qismi bo'lgan parallelogramm, undan to'g'ri to'rtburchak va oxirida kvadratni ajratish mumkin.

Bu tushunchalar orasida bog'lanish tushunchalar ta'rifida uning yaqin turi va ko'rinishi farqlarini ko'rsatish bilan ifodalash mumkin.

Masalan: kvadratni hamma tomonlari teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak sifatida ta'riflash mumkin. To'g'ri to'rtburchak — hamma burchaklari teng parallelogramm sifatida, parallelogrammni esa qarama-qarshi tomonlari parallel qavariq to'rtburchak sifatida ta'riflash mumkin.

Ko'rsatilgan usul bilan tushunchalarning shakllanishidan tashqari, predmetlar orasidagi munosabatni aniqlash ham mavjuddir.

Masalan: geometrik forma tushunchasi yuqoridagi usul bilan vujudga kelishi mumkin emas.

Boshqa matematik tushunchalar qaralayotgan obyektlar orasidagi munosabatlarni o'rnatish bilan shakllanadi.

Masalan: kesmaning uzunligi tushunchasi kesmalarining ekvivalentlik munosabatlarini o'rnatish (ustma-ust qo'yganda mos tushuvchi kesmalar ekvivalent deyiladi).

Kesmaning uzunligini o'zaro ekvivalent bo'lgan kesmalar sinfida xarakterlaydigan umumiylikdir. «Natural son» tushunchasi ham chekli to'plamlar orasida ekvivalent munosabatlar o'rnatish orqali hosil qilinadi. Natural son chekli to'plamlarni xarakterlovchi umumiylik sifatida qaraladi.

### 2. O'quvchilarning o'quv-matematik faoliyatiga rahbarlik

Darsda o'qituvchi o'quvchilarni o'qitadi, o'quvchilar esa o'qiydi, degan fikrni boshqa so'zlarda quyidagicha ifodalash mumkin: o'quvchilar uquv, malaka va bilimlarni egallaydilar, o'qituvchilar esa bilimni egallash jarayoniga rahbarlik qiladilar.

Bu rahbarlik o'qituvchining o'quvchilar o'quv faoliyatini tashkil qilishdan iborat bo'lib hisoblanadi. Buning uchun o'qituvchi kerakli material tanlaydi, uni ma'lum ketma-ketlikda joylashtiradi, o'quvchilarning bilim manbalarini tavsiya qiladi, o'quvchilarning o'zlashtirish bo'yicha faoliyatini tashkil etadi, bilimni o'zlashtirish jarayoni qanday o'tishini nazorat qiladi.

### 3. O'qituvchi va o'quvchilar faoliyati orasidagi moslik

O'quvchilarning bilim olishlari va o'qituvchining unga rahbarligini quyidagicha ko'rsatish mumkin.

O'qituvchining faoliyati:	O'quvchilar faoliyati:
1. O'quvchilarning bilimni so'rash, suhbat, hisoblash, masalalar yechish uchun amaliy topshiriqlar berish asosida o'quvchilar bilimni aniqlash.	1. O'qituvchi savollariga javob berish, o'lchash, hisoblash, masalalar yechish yordamida topshiriqlar bajarish.
2. Ko'rgazmali qurol va vositalarni namoyish qilish va kuzatishni tashkil qilish.	2. Tavsiya qilingan obyektlar ustida kuzatish, tahlil, sintez, taqqoslash, umumlashtirish, deduktiv xulosalar chiqarish.
3. Suhbat, tushuntirishlarni bog'lagan holda bilimlarni bayon qilish, kitob bilan ishlashni uyushtirish.	3. O'qituvchining bayonini tinglash, kitob o'qish, faktlarni umumlashtirish va eslash.
4. Mashqlarni uyushtirish: o'quvchilarning o'quv-amaliy va hayotiy-amaliy ishlarni tashkil etish.	4. Egallangan bilimlarni amaliy ishlarni bajarishga qo'llash, oldin egallangan bilimlarni o'zgartirgan sharoitda qo'llash.
5. So'rash va amaliy ishlarni bajarish bo'yicha topshiriq berish yo'li bilan o'quvchilar bilimni tekshirish.	5. O'qituvchining savollariga javob berish, amaliy ishlarni bajarish.

#### 87-§. I—IV VA V—VI SINFLARDA MATEMATIKA O'QITISH BORASIDA IZCHILLIK

Boshlang'ich sinflarda matematik bilimlarning shunday puxta poydevorini qo'yish kerakki, bu poydevor ustiga bundan keyingi matematik ta'limni uzluksiz davom ettirish mumkinligi o'z ifodasini topsin. Buning uchun I—IV sinflardagi matematika o'quv materiallari bilan V—VI sinf o'quv materiallari orasida uzilish bo'lmasligi kerak. Boshlang'ich sinf o'quv materialining bevosita davomchisi bo'lib, V—VI sinf matematikasi davom etishi kerak. Boshlang'ich sinflarda matematik bilimlarning shunday puxta poydevorini qo'yish kerakki, bu poydevor ustiga bundan keyingi matematik ta'limni ishonch bilan qurish mumkin bo'lsin.

I—IV va V—VI matematika dasturidagi o'zaro izchillik ana shu qat'iylikka amal qilgan holda oshiriladi. Masalan, V sinf matematikasining I bobi «Natural sonlar» deb ataladi. Lekin

o'quvchilar natural son bilan boshlang'ich sinfda tanishganlar. Bu yerda esa natural son tushunchasi kengaytiriladi, chuqurlashtiriladi, yangi tushunchalar bilan boyitiladi, natural sonlarning bo'linish belgilari, EKUB va EKUK tushunchalari kiritiladi. Shuningdek, manfiy sonlar, oddiy va o'nli kasrlar, tenglama va tengsizlikni boshqacha usullar bilan yechish, yechim, ildiz kabi tushunchalar kiritiladi. Matematik logikaga asoslangan holda «to'g'ri va noto'g'ri fikrlar», «o'zgaruvchan mulohazalar», «yechimlar to'plami», algebraik amallar kabi tushunchalar bilan boyitiladi. Shuning uchun bu sinflar o'qituvchilari o'zaro fikr almashishda va bir-birining o'quv materialini, o'qitish metodi bilan tanish bo'lishi kerak. V—VI sinfga kelganda I—IV sinfda o'rganilgan o'quv materialini kengaytirishni davom ettirish, chuqurlashtirish masalasi qo'yiladi. Shuningdek, V—VI sinfga kelganda faqatgina 4 amal o'qitilmasdan undan tashqari to'plam, tenglama va tengsizliklar, manfiy va kasr sonlar, geometrik yasashlar, almashtirishlar kabi materiallar qo'shib o'qitiladi.

#### 88-§. UMUMIY TA'LIM MAKTABLARI BOSHLANG'ICH SINFLAR UCHUN DTS VA DASTUR MAZMUNI

##### 1- sinf

*Haftasiga 5 soatdan, jami 160 soat*

1. Narsa, miqdor, o'rin va vaqtga doir tasavvurlar (10 soat).
2. Bir xonali sonlar, ularning o'qilishi va yozilishi (35 soat).
3. 10 ichida qo'shish va ayirish (34 soat).
4. Ikki xonali son va uning tarkibi (41 soat).
5. Yaxlit o'nliklarni qo'shish va ayirish (40 soat).

##### O'quvchilarning bilimi va malakalari mezonlari

Bilimlar mezonlari	Malakalar mezonlari
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 1 dan 100 gacha sonlar ketma-ketligi. Ularning qatoridagi o'rni va tarkibi.</li> <li>• 20 ichida qo'shish va ayirish.</li> </ul> <p>Amal hadlari bilan natija orasidagi munosabat.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Masalaning tarkibi: sharti, savoli, yechimi, javobi.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 100 gacha sonlarni o'qish va yozish. To'g'ri va teskari sanash. Ikkitalab, beshtalab va o'ntalab sanash.</li> <li>• Bir xonali sonlarni qo'shish va ayirish. Yaxlit o'nliklarni qo'shish va ayirish.</li> <li>• Qo'shish va ayirishga doir sodda tenglamalar yechish.</li> <li>• Masala tarkibini tahlil qilish. Bir, ikki amali masalalar yechish.</li> </ul>

Davomi

Bilimlar mezonlari	Malakalar mezonlari
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kesmaning uzunligi. Santimetr, detsimetr.</li> <li>• Ko'pburchak: uning uchi, tomoni va burchagi.</li> <li>• Ikki xonali sonlarda raqamlarning o'nli martabali qiymati.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Masalaning yechilishini tekshirish.</li> <li>• Chizg'ichdan foydalanib kesma uzunligini o'lchash. Uchburchak, kvadrat va to'g'ri to'rtburchak chizish.</li> <li>• Ko'pburchaklarni bir-biridan farqlash.</li> <li>• Ikki xonali sonlarni xona birliklarining yig'indisi shaklida ifodalang.</li> </ul>

### 2- sinf

Haftasiga 5 soatdan, jami 166 soat

1. 100 ichida qo'shish va ayirish (45 soat).
2. 100 ichida ko'paytirish va bo'lish. Ko'paytirish jadvali. (81 soat).
3. 1000 ichida o'g'zaki va yozma tartiblash. Yaxlit sonlar bilan amallar (20 soat).
4. Turli miqdorlar bilan amallar bajarish (20 soat).

#### O'quvchilar bilimi va malakalari mezonlari

Bilimlar mezonlari	Malakalar mezonlari
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 1000 gacha bo'lgan sonlar ketma-ketligi va ularning o'nli martabali tarkibi.</li> <li>• Bir xonali songa ko'paytirish va bo'lish qoidasi.</li> <li>• Amal hadlari bilan natija orasidagi munosabat.</li> <li>• Nol bilan tugagan sonlarni ko'paytirish.</li> <li>• Masala yechishning turli usullari.</li> <li>• Uzunlik, pul (qiymat), og'irlik, vaqt o'lchovlari: ularni maydalash, yiriklash, yaxshilash.</li> <li>• Ko'pburchaklar: uchburchak, to'rtburchak, to'g'ri to'rtburchak, kvadrat va aylana (halqa) haqida tushuncha.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 1000 gacha sonlarni o'qish va yozish. Beshtalab, o'ntalab, yuztalab sanash. Sonlarni xona birliklarining yig'indisi shaklida ifodalash.</li> <li>• Bir xonali songa ko'paytirish va bo'lish.</li> <li>• To'rt arifmetik amalga doir misollar yechish. Amallar tartibi.</li> <li>• Qo'shish, ayirish ko'paytirish va bo'lishni tekshirish.</li> <li>• Ikki amaliy masalalarning qisqacha shartini tuzib, amallar tartibiga ko'ra yoki ifoda tuzib yechish.</li> <li>• Uzunlik o'lchov birliklari. Kesmani o'lchash. Vaqtni tejash. Tejamkorlik.</li> <li>• To'g'ri to'rtburchak va kvadrat chizma olish: ularning boshqa ko'pburchaklardan farqini bilish, ular yordamida naqshlar va bezaklar yasash.</li> </ul>

### 3- sinf

Haftasiga 5 soatdan, jami 166 soat

1. 1000 ichida to'rt amalga doir misol-masalalar yechish (45 soat).
2. Ulushlar. Rim raqamlari (17 soat).
3. To'g'ri to'rtburchak (kvadrat)ning yuzasini o'lchash (17 soat).
4. Miqdorlarni o'lchash (24 soat).
5. Iqtisodiy mazmunli masalalar (23 soat).
6. Ko'p xonali sonlarning yozilishi va o'qilishi (18 soat).
7. Ko'p xonali sonlar bilan amallar (22 soat).

#### O'quvchilar bilimi va malakalari mezonlari

Bilimlar mezonlari	Malakalar mezonlari
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Milliongacha bo'lgan sonlarning o'qilishi va yozilishi. Ularning xona birliklari.</li> <li>• Million ichida 4 arifmetik amal. Amallar tartibi va hisoblarini tekshirish.</li> <li>• 2-3 amaliy masalalarni yechishning turli usullari.</li> <li>• Qoldiqli bo'lish.</li> <li>• Qo'shish va ko'paytirishning o'rin almashtirish va gurublash xossasi.</li> <li>• 10 ga, 100 ga, 1000 ga ko'paytirish qoidasi.</li> <li>• Turli o'lchov birliklari jadvali (uzunlik, og'irlik, vaqt, pul).</li> <li>• Baho, miqdor, qancha turishi va tezlik, vaqt masofa kabi miqdorlar orasidagi munosabat.</li> <li>• Yuza o'lchov birliklari: kv, sm, kv, dm, kv.m.</li> <li>• Qo'shish, ayirish, ko'paytirish va bo'lishda amal hadlari bilan natija orasidagi munosabat.</li> <li>• Tenglamalar yechish.</li> <li>• Tenglamaning yechimi.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Milliongacha bo'lgan sonlarni xona birliklarining yig'indisi shaklida ifodalash.</li> <li>• To'rt amalga doir misollarni amallar tartibiga ko'ra yechish.</li> <li>• Ko'paytuvchini xona birliklarining yig'indisi shaklida ifodalab, yig'indini songa ko'paytirish qoidasiga muvofiq hisoblash.</li> <li>• Qoldiqli bo'lishning to'g'riligini tekshirish.</li> <li>• Nol bilan tugallangan sonlarga ko'paytirishga doir misollar yechish.</li> <li>• Amaliy ishlarda va masalalar yechishda o'lchov birliklaridan foydalanish.</li> <li>• Baho, miqdor, qancha turishi va tezlik, vaqt, masofa kabi miqdorlar orasidagi bog'lanishlardan foydalanib, masalalar yechish. Teskari masalalar yechish.</li> <li>• To'g'ri to'rtburchakning yuzasini hisoblash.</li> <li>• Ixtiyoriy shaklning yuzasini paletka yordamida o'lchash.</li> </ul>

#### 4- sinf

Haftasiga 5 soatdan, jami 166 soat

1. Ko'p xonali sonlar ustida to'rt amal (45 soat).
2. Ismli sonlar bilan amallar bajarish (34 soat).
3. Formulalar. Geometrik bilimlarni tartiblash (24 soat).
4. Kasr haqida dastlabki ma'lumotlar (20 soat).
5. Tezlik, vaqt, masofa (24 soat).
6. Takrorlash, umumlashtirish va yakunlash (20 soat).

#### O'quvchilar bilimi va malakalari mezonlari

Bilimlar mezonlari	Malakalar mezonlari
<ul style="list-style-type: none"><li>• Ko'p xonali sonlar: ularning xona birliklari.</li><li>• Ko'paytirish jadvali va bo'lishning unga mos hollari.</li><li>• Ko'p xonali sonlarni ikki xonali songa yozma ko'paytirish va bo'lish.</li><li>• Kasrlar haqida dastlabki ma'lumotlar.</li><li>• Amal hadlari bilan natija orasidagi bog'lanishlar.</li><li>• Uzunlik, yuza, vaqt, vazn, pul birliklari jadvali.</li><li>• Baho, miqdor, jami puli, tezlik, vaqt, masofa hamda bo'yi, eni, yuzasi kabi miqdorlar orasidagi bog'lanishlar.</li><li>• To'g'ri to'rtburchakning perimetrini va yuzasini hisoblash formulasi.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ko'p xonali sonlarni o'qish, yozish va xona birliklariga ajratish.</li><li>• Ko'paytirish va bo'lishga doir misollar yechish, to'g'ri bajarilganligini tekshirish.</li><li>• Harfli ifodaning qiymatini topish.</li><li>• 3—4 amalli masalalarni turli usullar bilan yechish. Berilgan masalaga teskari masala tuzib yechish.</li><li>• Sonning ulushini va ulushiga ko'ra sonning o'zini topish.</li><li>• Mikrokalkulyatorlar yordamida oddiy misollar yechish.</li><li>• O'lchash, sanash, hisoblash va masalalar yechishda turli o'lchov birliklaridan foydalanish.</li><li>• To'g'ri to'rtburchak (kvadratning) yuzasini va perimetrini topishga doir masalalar yechish.</li></ul>

#### O'ninchi bob

### SINFDAN VA DARS DAN TASHQARI MASHG'ULOTLAR O'TKAZISH

Sinfdan tashqari ishlarga doir mashg'ulotlar boshlang'ich sinf o'quvchilarini tarbiyalashda, ularga kasb-hunar tanlashga oid bilim berishda yuqori natijalar beradi. Ayniqsa, iqtidorli o'quvchilarda fanga qiziqishi, dunyoqarashi, zehni namoyon bo'ladi. Bu esa boshlang'ich sinf o'quvchilariga to'la-to'kis bilim berishda har bir o'quvchining shaxsiy xususiyatlarini o'rganishda o'quvchining qobiliyati namoyon bo'ladi. Boshlang'ich sinflarda sinfdan tashqari ishlarga doir mashg'ulotlarni birinchi navbatda, matematika darslarida tashkil qilish katta ahamiyatga ega. Shu o'rinda o'qituvchi birinchi bosqichda o'quvchilar orasidan matematikaga qiziqishi va iqtidorini aniqlashga imkon berib, ular bilan til topa oladi.

Boshlang'ich sinflarda sinfdan tashqari ishlarga doir mashg'ulotlar didaktik o'yinlar, olimpiadalar, kechalar, viktorinalar o'tkazishga yordam beradi. Ilmiy-texnik taraqqiyot matematikaga bog'langanligi sababli asta-sekin murakkabroq masalalar yechimini o'rganishga imkoniyat beradi. Masalan, EHMda, mikrokalkulyatorlarda hisoblashlar o'rganiladi.

Boshlang'ich sinflarda «Sinfdan tashqari ishlar»ga doir mashg'ulotlarda o'quvchilarning matematik tafakkuri, fikrlash qobiliyati rivojlanadi.

Sinfdan tashqari ishlarga doir mashg'ulotlarni boshlang'ich sinflarda turli xil tarzda olib borish mumkin, ayniqsa, III—IV sinflarda qiziqarli, ya'ni: o'quvchilarning matematikaga bo'lgan qiziqishini har tomonlama hisobga olgan holda olib borish lozim.

Boshlang'ich sinflarda matematika fanidan sinfdan tashqari ishlarga doir mashg'ulotlar taxminiy rejasini keltiramiz.

Boshlang'ich sinflarda sinfdan tashqari ishlarga doir mashg'ulotlarni tashkil etish mohiyati juda katta ahamiyat kasb etadi. Sinfdan tashqari ishlarga doir mashg'ulotlarda darslik materiallarini takrorlamaydigan materiallar o'rganilib, lekin

e'tibor boshlang'ich sinf o'quvchilarining darsdan olgan bilimini mustahkamlash va chuqurlashtirishga qaratilishi lozim.

Ayniqsa, sharq mutafakkirlari ijodini o'rganish, matematika darslari samaradorligini oshirishda tarixiy materiallardan foydalanish har bir mashg'ulotlarda tavsiya etiladi. Masalan:

1- mashg'ulotda Abu Rayhon Beruniy;

2- mashg'ulotda Ibn Sino, keyingisida Al-Xorazmiy, Ulug'-bek kabi mutafakkirlar merosidan boshlang'ich sinfga xos tomonlari o'rganiladi.

IV sinfda «Sinfdan tashqari ishlar»ga doir mashg'ulotlarda o'rganish mumkin bo'lgan taxminiy reja — Abu Ali ibn Sinoga bag'ishlangan mashg'ulot namunasini sizlarga havola etamiz.

1- mashg'ulot. Abu Ali ibn Sino haqida ma'lumot.

2- mashg'ulot. Abu Ali ibn Sinoning «Al-hisob» nomli asari. Ibn Sinoning «Ash-shifo» nomli asari bo'limlaridan biri riyoziyot, hisob (arifmetika), handasa (geometriya) va aljabr (algebra) faniga bag'ishlangan.

Ibn Sino arifmetikasi arab tilida yozilgan bo'lib, to'rt bo'limdan iborat.

Birinchi bo'limda turli ketma-ketlik sonlar xossalari bayon etilgan.

Ikkinchi bo'limda sonlar tengligini tengsizligi bilan solishtirish amallari ko'rsatiladi.

Uchinchi bo'limda arifmetikaning geometriya qonunlaridan ayrimlari bilan bog'lanish ifodalanadi.

To'rtinchi bo'limda arifmetik va geometrik ko'rsatmali vositalar aniqlanadi.

IV sinfda matematikadan sinfdan tashqari ishlarga doir mashg'ulotlarda quyidagi xossalardan foydalanish mumkin.

#### 89- §. SONLARNING XOSSALARI

Ibn Sino aytishicha, sonlarning tabiiy qatori shunday berilgan: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ...

Bunday qatordagi har bir sonning boshqalariga turlicha bog'lanishlari xossalari olim tomonidan ko'rsatib beriladi.

Sonning eng ilgarigi mashhur xossasi:

1. Har bir son yonidagi kichigi bilan kattasi yig'indisining yarmiga teng va o'zidan shunday teng uzoqlikdagi sonlar yig'indisining yarmiga teng.

Masalan, 5 ni tanlasak, yonidagi kichigi 4, kattasi 6. Ko'ramizki,  $5 = (4 + 6) : 2$ , bu 5 dan 3 va 7, 2 va 8 dan teng uzoqlikda, shuning uchun  $5 = (3 + 7) : 2$  va  $5 = (2 + 8) : 2$ .

2. Har bir son o'z-o'ziga ko'paytmasining 2 martasiga 2 qo'shilgani bilan ikki yondagi qo'shni sonning o'z-o'ziga ko'paytmasi yig'indisiga teng bo'ladi.

Berilgan son 6 bo'lsin, yonidagi sonlar 5 va 7.

$$6 \cdot 6 \cdot 2 + 2 = 74, \quad 5 \cdot 5 + 7 \cdot 7 = 74.$$

Demak,  $6 \cdot 6 \cdot 2 + 2 = 5 \cdot 5 + 7 \cdot 7$ .

3. Har qanday sonning o'z-o'ziga ko'paytmasi unga qo'shni bo'lgan sonlar ko'paytmasiga bir qo'shilganiga teng:

Masalan,  $5 \cdot 5 = 4 \cdot 6 + 1$  yoki  $8 \cdot 8 = 7 \cdot 9 + 1$ .

4. Sonlar sanog'i toq bo'lsin:  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$  — sanog'i 7 ta. Buni  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$  ko'rinishda yozamiz. Tushunish osonki,  $7 \cdot (7 + 1) : 2 = 28$ .

5. Sonlar sanog'i juft bo'lsin:  $1 + 2 + 3 + 4$ , sanog'i 4 ta.  $4 + 3 + 2 + 1$  ko'rinishda yozamiz, bundan  $4 \cdot (4 + 1) : 2 = 10$ .

Qo'shishga tegishli xossalar:

1. Sonlar ketma-ket ortib boruvchi bo'libgina qolmay, 2 tadan, 3 tadan, 4 tadan... ortib boruvchi bo'lsin.

Birov ayttsaki, qatordagi sonlarning birinchisi 4, ikkinchisi 7, uchinchisi 10, ya'ni keyingi har biri oldingisidan 3 tadan ortiq bo'lsa, unday qatordagi 7 ta son yig'indisi qancha desa, shunday 2 ta qator yozamiz:

$$4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22 = 91,$$

$$22 + 19 + 16 + 13 + 10 + 7 + 4 = 91.$$

Natijadan shu narsa ma'lumki, bitta qator yig'indisi:

$$7 \cdot (4 + 22) : 2 = 7 \cdot 13 = 91.$$

Demak, qatordagi sonlar yig'indisi birinchi son hamda oxirgi son yig'indisining yarmi bilan qatordagi sonlar sanog'i ko'paytmasiga teng bo'ladi.

Qatordagi sonlar bittadan ortib boruvchi bo'lsin:  $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ . Qatorda 5 ta son bor. Bularning yig'indisi:

$$5 \cdot (1 + 5) : 2 = 5 \cdot 3 = 15 \quad \text{yoki} \quad 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.$$

2. Sonlar qatoridagi toq sonlar yig'indisi sonlar sanog'ining o'z-o'ziga ko'paytmasiga teng. Masalan, qatordagi sonlar:

$1 + 3 + 5 + 7 + 9$  bo'lsin. Sanog'i 5 ta. Yig'indisi  $5 \cdot 5 = 25$  bo'ladi. Shuningdek,  $1 + 3 = 2 \cdot 2 = 4$ ;  $1 + 3 + 5 = 3 \cdot 3 = 9$ ;  $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \cdot 4 = 16$ ;  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 33 + 37 + 39 = 20 \cdot 20 = 400$ . Chunki bu qatordagi sonlar sanog'i 20 ta, qonuniyatni chiqarish uchun  $1 + 3 + 5 + 7$  qatorni  $1 + (2 + 1) + (3 + 2) + (4 + 3)$  ko'rinishda yoki  $1 + 2 + 3 + 4 + 1 + 2 + 3$ , yoki  $1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1$ , yoki  $1 + 2 + 3 + 3 + 2 + 1 + 4$  ko'rinishda, yoki  $(1 + 3) \cdot 3 + 4$ , yoki  $4 \cdot 3 + 4$ , yoki  $4 \times (3 + 1) = 4 \cdot 4 = 16$  ko'rinishda yozamiz.

3. Opa-singil Mohigul va Maqsuda, aka-uka Jasur va Jahongir barcha bir va ikki xonali sonlarni bo'linishiga ko'ra tekshirib chiqishib, quyidagi xulosaga kelishdi. 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 lar «xudbin» sonlar ekan. Ya'ni, ular o'zlaridan tashqari faqat 1 soniga bo'linadi, boshqa hech bir songa bo'linmaydigan sonlar toifasiga kirar ekan. Buni tekshirib ko'ring.

4, 9, 25, 49 sonlari esa «axis» — atigi birgina bo'luvchisi bor sonlar guruhini tashkil etar ekan.

Ikki va undan ortiq bo'luvchisi bor sonlar ko'pchilikni — tekshirilgan sonlarning uchdan ikki qismini tashkil etarkan. Ammo to'rtta: 60, 72, 90, 96 sonlarning bag'rilari juda keng ekan. Negaki, ularning har biri o'zlar va 1 ni istisno etganda, oz emas, ko'p emas, roppa-rosa o'ttiztadan songa bo'linar ekan!

$$60 = 2 \cdot 30, 3 \cdot 20, 4 \cdot 15, 5 \cdot 12, 6 \cdot 10 \text{ va h.k.};$$

$$72 = 2 \cdot 36, 3 \cdot 24, 4 \cdot 18, 6 \cdot 12, 8 \cdot 9 \text{ va h.k.};$$

$$90 = 2 \cdot 45, 3 \cdot 30, 5 \cdot 18, 6 \cdot 15, 9 \cdot 10 \text{ va h.k.};$$

$$96 = 2 \cdot 48, 3 \cdot 32, 4 \cdot 24, 6 \cdot 16, 8 \cdot 12 \text{ va h.k.}$$

#### 90-§. MATEMATIKADAN TO'GARAK MASHG'ULOTLARI

Matematikadan to'garak mashg'ulotlari, asosan, 2, 3, 4-sinflarda o'tkazilib, 2-sinfda bir yilda ikki marta, 3-sinfda har chorakda bir marta, 4-sinfda esa har oyda bir marta amalga oshirish mumkin. Ayniqsa, to'garak mashg'ulotlarida matematikaga oid boshlang'ich tarixiy (boshlang'ich sinf o'quvchilari yoshiga xos holda) ma'lumotlar va sharq mutafakkirlari merosidan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

4-sinf uchun mo'ljallangan to'garakning taxminiy rejasini quyida havola etamiz.

#### I mashg'ulot

1. Ziyrakligingizni tekshirib ko'ring.

Stolda 6 ta stakan qator qilib qo'yilgan. Ulardan 3 tasi bo'sh bo'lib, 3 tasiga suv quyilgan. Stakanlarni shunday joylashtiringki, suvli va bo'sh stakanlar bir-biri bilan almashib ketsin.

2. Uzunligi 78 metr bo'lgan simni, 12 sm. li va 15 sm. li bo'laklarga shunday bo'lingki, natijada sim ortib qolmasin. Buni qanday bajarish mumkin?

3. Jamoa xo'jaligida quyon va tovuqlar boqiladi. Ularning hammasida 28 bosh va 88 oyoq bor. Nechta quyon, nechta tovuq boqilgan? Masalani bir o'zgaruvchili tenglama yordamida yeching.

4. Bir son o'ylang, unga birni qo'shing, 3 ga ko'paytiring, yana birni qo'shing. Natijaga o'ylagan soningizni qo'shing, qanday son hosil bo'lganini ayting, siz o'ylagan sonni topaman.

5. Raqamlar yashiringan olam. (Hikoya).

6. Qiziqarli savollar.

#### II mashg'ulot

1. Qay biri uzun chizmaga diqqat bilan razm soling va tez javob topishga intiling. (O'zingiz chizma tanlang).

2. Katta yarim doira uzunligi kattami yoki 3 ta kichik yarim doira yig'indisimi?

3. Tomoni 40 m kvadrat shaklidagi yer maydoni 16 ta kvadrat jo'yaklardan iborat. 100 metrlik quvurni kvadrat tomoni o'rtasidan boshlab o'tkazing, shunda maydon teng 2 ga bo'linsin.

4. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 sonlarning yig'indisini qisqa va tez topish usulini ayting.

5. Men bir son o'yladim, uni 3 ga bo'lib, hosil bo'lgan songa 3 ni qo'shsam va yangi hosil bo'lgan sonni 3 ga ko'paytirsam, 999 chiqadi. Men o'ylagan sonni toping.

6. Pifagor hayratlangan muammo. Dunyoning yetti mo'jizasi. (Hikoya).

7. Qiziqarli savollar.

#### III mashg'ulot

1. Rasmdagi bo'sh kvadratlarga juft sonlarni tartib bilan joylashtiring. Diagonallarda turgan sonlar yig'indisi bir xil qiymatga ega bo'lsin.

2	4	6	8	10
12	14	16	18	20
22	24	26	28	30
32	34	36	38	40
42	44	46	48	50


2. Vali maktabga velosipedda ketyapti. Dars soat 9.00 da boshlanadi. Soat 8.40 da u yarim yo'lga yetdi. Agar shu tezlik bilan yursa, u maktabga darsdan 10 minut oldin yetib keladi. Vali maktabga necha minutda yetib boradi?

3. To'g'ri to'rtburchak shaklidagi ekin maydonining bo'yi 80 metr, eni 20 metr qisqa. Har 100 kv.m yerdan 3 qop kartoshka kavlab olindi. Ekin maydonidan necha qop kartoshka chiqqan.

4. Oila a'zolarini aniqlash o'yini. O'rtog'ingizning nechta aka-uka va opa-singlisi borligini aniqlash mumkin. Buning uchun aka-ukalar soniga 3 ni qo'shing, yig'indisini 2 ga ko'paytiring. Hosil bo'lgan songa opa-singillar sonini qo'shing. Yig'indisiga 5 ni qo'shib, natijani aytsangiz, men sizga nechta aka-ukangiz va nechta opa-singlingiz borligini ayta olaman. Bu qanday topiladi.

5. Raqamlar haqida suhbat.

6. Qiziqarli savollar.

#### IV mashg'ulot

1. Ushbu bo'sh kvadratlarga toq sonlarni tartib bilan joylashtirib chiqing. Diagonallarda turgan sonlar yig'indisi bir xil qiymatga ega bo'lsin.

1	3	5	7	9
11	13	15	17	19
21	23	25	27	29
31	33	35	37	39
41	43	45	47	49


2. Balandligi 6 metr bo'lgan simyog'ochga chumoli o'rmlab chiqyapti. U bir kunda 4 metr ko'tariladi, 3 metr qaytib tushadi. Necha kunda u simyog'ochga chiqib ulguradi?

3. Uchta bir xil tarvuzni to'rt kishiga teng qilib bo'lib bering. Buni qanday bajarish mumkin?

4. Bir son o'ylang. U sondan 1 ni ayiring, ayirmaga o'ylangan sonni qo'shing. Qanday son hosil bo'ladi? Siz natijani aytsangiz, men o'ylagan soningizni topaman.

5. «Sirlı» raqamlar haqida suhbat.

6. Qiziqarli savollar.

Qiziqarli savollarni quyidagicha tavsiya etish mumkin:

1. Uchta sanoq cho'pini shunday joylashtiringki, natijada 4 soni hosil bo'lsin.

2. To'rtta sanoq cho'pini shunday joylashtiringki, natijada 7 soni hosil bo'lsin.

3. Uchi ochilmagan olti yoqli qalamning yoqlari nechta?

4. Shunday sonlar borki, ular harflar bilan yozilganda, ishlatiladigan harflar soni raqamlar soniga teng. Ular qaysi sonlar?

5. Samolyot Toshkentdan Termizga 1 soat-u 10 minutda uchib keladi, qaytishda esa shu yo'lni 70 minutda uchib o'tadi. Samolyot borishda tez uchganmi yoki qaytishdami?

#### 91- §. DIDAKTIK O'YINLAR

Matematika darslarida didaktik o'yinlardan, matematikaga oid she'rlardan foydalanish o'quvchilar zehni o'stirish, tez hisoblash ko'nikmalarini oshirishga xizmat qiladi.

#### «Matematik topishmoq» o'yini

Boshlang'ich sinflarda o'tiladigan matematika darslarining sifatini yanada takomillashtirishda, o'quvchilarga chuqurroq bilim o'rgatishda, fikrlash qobiliyatini o'stirishda matematik topishmoqlarning ahamiyati katta. Masalan, uyingizning nomerini va yoshingizni nechadalgini aytib bermoqchiman. Buni quyidagicha bajaramiz. Uyingizning tartib nomerini yozing, uni 2 marta orttiring, natijaga 3 ni qo'shing, keyin 50 ga ko'paytiring, ko'paytmaga o'z yoshingizni, yana 65 ni ham qo'shing, chiqqan natijadan 215 ni ayiring. Natijani ayting.

Uyning tartib nomeri 47,  $47 \cdot 2 = 94$  bo'ladi, 94 ga 3 ni qo'shsak, 97 bo'ladi, keyin natijani 50 ga ko'paytirsak, 4850 hosil bo'ladi, hosil bo'lgan ko'paytmaga o'z yoshingizni qo'shsak, 4912 hosil bo'ladi, unga 65 ni qo'shsak, 4977 bo'ladi, chiqqan natijadan 215 ni ayirsak, 4762 hosil bo'ladi. Natijani ayting: 4762 hosil bo'lgan natijadan qanday xulosaga kelish mumkin? Natijadan ko'rinib turibdi: oxirgi ikkita raqam necha yoshda ekanligingizni, qolgan oldingi raqamlar uy nomeringizni bildiradi. Demak, uy nomeringiz 47, yoshingiz 62 da ekan. Ana shunday matematik topishmoqlardan o'quvchilarning o'zlariga ham topib kelish topshirig'i beriladi. Bunday matematik topishmoqlar o'quvchilarning bilimini mustahkamlash, fikrini charxlashga yordam beradi.

#### «Misollar zanjiri» o'yini

O'yin jihozi: 3 qatorga mo'ljallangan misollar jamlamasi, darstaxta, raqamli ko'rgazmalar.

O'qituvchi o'yin qoidasi bilan tanishtiradi. Bu o'yinni og'zaki va yozma ravishda, sinf sharoiti va o'quvchilar o'zlashtirishiga qarab tashkil etish mumkin.

Masalan, o'qituvchi birinchi misolni aytadi, ya'ni  $19 - 7$  desa, bundan keyin keladigan misolni o'quvchilarning o'zlari tuzadilar, ular o'z misollarini oldingi misolning javobi bo'lgan sondan boshlaydilar. 5, 6 ta misol tuzganlaridan so'ng o'qituvchi ishni doiraviy misollar hosil bo'ladigan misol tuzish bilan tugatishni taklif qiladi, ya'ni birinchi misolning javobi 12 bo'lsa, oxiridagi misolning javobi 12 bilan yakunlanishi kerak. Bu o'yinni qayiqchalar bilan o'tkazilganda qayiq jo'nab ketgan joyidan suzib, yana jo'nab ketgan joyiga qaytib kelishi mumkin, samolyot ham uchib ketgan joyidan aylanib kelib, yana o'sha joyga qo'nishi mumkin. Misollar ana shunday zanjir shaklida yoki doiraviy misollar o'yini tarzida berilishi mumkin.

$$\begin{array}{lll} 28 + 10 = 38; & 38 + 7 = 45; & 45 - 6 = 39; \\ 57 - 19 = 38; & 59 - 2 = 57; & 39 + 20 = 59. \end{array}$$

Misollarni uchala qatorga ustun shaklida doskaga yozib berish ham mumkin. Doskada yozilgan misollarni o'quvchilar musobaqa tarzida yechadilar.

1- qator	2- qator	3- qator
$17 + 20 = 37;$	$87 - 82 = 5;$	$64 + 30 = 94;$
$37 + 30 = 67;$	$5 + 70 = 75;$	$94 - 25 = 69;$
$67 - 9 = 58;$	$75 - 16 = 59;$	$69 + 11 = 80;$
$58 - 21 = 37;$	$59 - 54 = 5;$	$80 + 14 = 94.$
$28 + 4 = 32;$	$39 + 5 = 44;$	$54 + 13 = 67;$
$32 - 4 = 28;$	$44 - 5 = 39;$	$67 - 13 = 54;$
$32 - 28 = 4;$	$44 - 39 = 5;$	$67 - 54 = 13.$

Uchinchi uslubda yechiladigan misollar o'zaro bog'liqligi nimada? O'quvchilar o'ylab, fikrlab aytib berishlari kerak.

$18 + 6$ ,  $27 + 5$ ,  $6 + 18$  kabi misollarda bir xil bo'lgan misollar bormi-yo'qmi? Izlab topish kerakligi aytiladi. Bolalar qo'shish natijasini ko'rgazma bilan ko'rsatadilar va bu misollar qaysiligini aytadilar. Bu yerda javobi 24 ga teng bo'lgan ikkita misol bor:  $18 + 6$  va  $6 + 18$ . O'quvchilar bu misollar nima uchun «zanjir misollar» deb atalishini izohlashlari kerak. O'quvchilarning o'zlariga ham ana shunday «zanjir misollar» tuzib kelish topshirig'i beriladi. Bu esa o'quvchilarning qiziqishini ortirishga katta yordam beradi.

«Misollar zanjiri» o'yinini og'zaki ham bajarish mumkin. Buning uchun birinchi misolni o'qituvchi aytadi, undan keyin esa bolalarning o'zlari misol tuzadilar. Ular o'z misollarini oldingi misolning javobi bo'lgan sondan boshlaydilar. Shunday qilib, birinchi misolning javobi ikkinchi misolning boshlanishi, ikkinchi misolning javobi uchinchi misolning boshlanishi bo'lib, shu tarzda zanjir bo'lib ulanib ketadigan bo'lishi kerak.

O'yin davomida eng muhimi jismoniy daqiqalar o'tkazish jarayonida she'riy usullardan foydalanish mumkin.

#### Nega javoblar bir xil?

Dugonalar gaplashib o'tirishardi.

— Qizlar, istagan biror soningizni o'ylanglar, — dedi Nargiza.

— O'yladik, — deyishdi qolganlar.

— Endi o'z o'ylagan soningizni 2 ga ko'paytirib, keyin ko'paytmaga 2 ni qo'shinglar.

— Shunday qildik.

— Endi yig'indini 2 ga bo'lib, so'ngra undan dastlab o'ylagan sonlaringizni ayiringlar.

- Buni ham bajardik.
- Javobi 1. Shundaymi?
- Ha, shunday, — deya uning topqirligiga tan berishdi dugonalari.

Maqsuda 1, Mohigul 2, Jasur 3, Jahongir esa 5 sonlarini o'ylashgan ekan. Shunga qaramay barchaning javobi bir xil chiqishi juda g'aroyib edi. Qiziq, siri nimada ekan-a?

$$(C \times 2 + 2) : 2 - C = 1.$$

### 9 ga oid 9 topshiriq

1. 9 gacha bo'lgan raqamlarni qo'shib, natijani nechaga bo'lsa, 9 chiqadi?
2. 9 gacha bo'lgan raqamlarni ikkitadan yozing, ularning yig'indisidan 9 hosil bo'laversin.
3. 9 gacha bo'lgan raqamlardan shunday sonlar hosil qilingki, ularni 9 ga bo'lganda 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 chiqsin.
4. 9 ga qaysi sonni ko'paytirilsa, ko'paytma 9 bo'ladi?
5. Qaysi songa 10 ni qo'shib, 10 ga bo'lsa, 9 chiqadi?
6. Qaysi sonning o'z-o'ziga ko'paytmasi 9 bo'ladi?
7. Maktablarda 9-oydan boshlanadigan o'quv yili necha oy davom etadi?
8. Qaysi songa 9 ni qo'shsa, yig'indi 9 ga teng bo'ladi?
9. Qaysi son dan 19 ni ayirib, 9 ga bo'lsa, 9 chiqadi?  
Buni kim bajaradi?  $9 \cdot 9 \cdot 9 =$   
Bu juda qiziq. 9 ni istalgan songa ko'paytirsak, natijada raqamlar yig'indisi 9 ga qoldiqsiz bo'linadi. Buni qanday tushuntirasiz?  
Ikkinchi sinf o'quvchilari uchun (1-chorak) matematik ertaliklardan birining rejasini keltiramiz:
1. Mashg'ulot maqsadini (sanash, yechish, topish) aniqlovchi misollarni yechish.
2. «Kim chaqqon?», «O'nga, yuzga to'ldir!» o'yinlari.
3. She'riy masala va mashqlardan foydalanish.
4. Topishmoqlarni topish.
5. Matematika tarixiga oid suhbat.

### 92-§. «NOLNING KUCHI»

Bir kuni raqamlar o'z o'rinlari va tartiblaridan norozi bo'lishib janjallashishibdi. Bu kelishmovchilikni bartaraf etish uchun arifmetika shohiga arz qilishga o'tlanishibdi. Tartib bilan

yo'lga chiqqan raqamlar sahroga duch kelishibdi. Havo juda issiq, jazirama yoz kunlari ekan. Uzoqdan daryo ko'rinibdi. Barcha raqamlar suv ichgani shoshilishibdi. Raqamlar daryoga yetib borib endi suv ichaman deganda, daryodan: «Tartib bilan ikkitadan bo'lib turing va qo'shiling», — degan sado chiqibdi. Sonlar juft-juft bo'lib maza qilib suv ichishibdi. Lekin bir raqami nol bilan qo'shib bir martagina suv ichibdi (Bu qaysi amal). Bundan jahli chiqqan bir raqami arifmetika shohiga arz qilib, nol bilan do'stlashmasligini aytishni ko'ngliga tugib qo'yibdi. Suv ichib dam olishgan raqamlar yana yo'lga davom etishibdi. Quyosh yana qizdira boshlabdi. Raqamlar charchab, horib turganida navbatdagi daryo ko'rinibdi: Daryodan suv ichishga yetib kelgan raqamlar yana daryodan kelgan sadodan hayron qolishibdi. Daryo esa ovoz berib: «Tartib bilan ikkitadan bo'lib turish va katta son dan kichik sonni ayirganda javob qancha bo'lsa, shuncha marta suv ichishni» buyuribdi (Bu qaysi amal).

Bir raqami buyruqni bajarib, yana bir marta suv ichibdi.

Sonlar manzilga yetish uchun yo'lga davom etishibdi. Ta'bi xira bo'lgan bir va nol ham bir-biriga qovog'ini uyib ketaverishibdi.

Sonlar ko'p yurganlaridan keyin oldilaridan yana bitta daryo chiqibdi. Suv ichgisi kelib turgan sonlar bundan xursand bo'lib, suv ichish uchun daryoga o'tlanibdilar. Shunda daryodan sado chiqib: «Shoshmanglar, kimda-kim mendan suv ichmoqchi bo'lsa, tartib bilan juftlashib ko'paytirilsa, kimda necha javob chiqsa, shuncha marta suv ichadi», — deb aks sado beribdi. Suv ichgisi kelgan sonlar noiloj bunga amal qilishibdi. Bir raqami qo'l uzatsa ham qo'lga hech suv chiqmas emish. Shunda bir raqamiga suv tegmabdi. (Bu qaysi amal, qaysi xossa?)

Yana bir raqami bir amallab chidab, shohga qattiq arz qilib, tanbal nol bilan do'stlashmayman, nolni safimizdan olib tashlashni taklif qilaman deb, barcha sonlar qatori yo'lga ravona bo'lishibdi.

Kun bo'yi charchab yo'l yurgan sonlar navbatdagi daryoga duch kelishibdi, shunda hech qaysi son nol bilan birga daryoga yaqinlashmasliklarini bildirishibdi. Shunda yana bir soni nol bilan birga daryoga yo'l olibdi. Shu payt birdaniga daryo ovoz berib: «Oldingi daryodan suv ichmaganlarni yo'latmasligini ma'lum qilibdi va sonlar juft-juft bo'lib katta sonlar kichik songa bo'linsa, shuncha suv ichadi», — debdi. Yana bir va nol raqamiga

suv ichish nasib etmabdi. (Bu qaysi amal, qaysi xossa?) Bir amallab barcha sonlar qatori bir va nol ham shohning huzuriga yetib boribdi. Shunda shoh bugun dam olinglar, ertaga arzlaringni eshitaman, deb javob beribdi. Ertasiga arifmetika shohi tartib bilan turgan sonlarning arizini eshitibdi.

Sonlar bir ovozdan, bir nol bilan do'stlashmaymiz, deya yo'lda bo'lgan voqealarni so'zlab berishibdi.

Shunda shoh raqamlardan bittasini o'rtaga chiqishini taklif qilibdi. Bir raqami yugurib o'rtaga chiqibdi va nol bilan do'stlashmasligini bildiribdi. Shoh shunday masala qo'yibdi. Agar har bittalarningni yonlaringda nol tursa necha bo'lasizlar, ikkita nol tursa-chi, deb savol beribdi. Shunda ziyraklik bilan sonlar bilibdiki, nol bilan kuchlari 10, 100... martagacha oshar ekan. Shunda sonlar nol bilan do'stlashishni bildirib, qo'l ushlab qaytishibdi. Yo'lda suv ichkilari kelganda yonlariga nol qo'shib olishibdi. Shu bilan nol talash bo'lib, hamma raqamlar u bilan do'stlashishibdi. Arifmetika shohi sonlar tartib bilan turishi uchun nolni hammadan oldinga chiqarib qo'yganligini bildiribdi.

Ertak bilan har xil ishlash mumkin: o'qib bo'linganidan keyin bir qator savollar bo'lgan topshiriqlar sifatida qarash.

O'quvchilarga berish mumkin bo'lgan savollarning ba'zi namunalarini keltiramiz. Tartib nomeri ertak namunasiga to'g'ri keladi.

1. Qanday daryolar mamlakatini kesib o'tadi? Bu daryolarga qanday umumiy nom berish mumkin? (Amallar). Nimalar sahrani kesib o'tmoqchi bo'lishdi? (Sonlar). Sonlar raqamlardan nimasi bilan farq qiladi?

2. Nol qo'shilgan son nega norozi bo'ldi?

3. Ertak so'zlarini ifodalovchi ikkita misol keltiring. «... ikkita dan bo'lib turish va katta son dan kichik sonni ayirish: kimda kichik son chiqsa, o'sha ko'p suv oladi». Nega nol bilan juft tashkil qilgan son yutqazib qo'ydi? Sonlar har bir juftga bir xilda suv tegadigan bo'lib juftlashishlari mumkinmi? Misollar keltiring.

4. Nega nol bilan juftlikda turgan son ko'paytirish daryosidan suv ololmadi?

5. Nega bo'lish daryosidan o'tganda, sonlar nol bilan juftlashishni xohlashmadi?

6. Birinchi son ikkinchi son dan necha marta katta yoki kichik: 7 va 70, 3 va 30, 50 va 5?

Bolalarga ertakni bayon qilishni taklif qilish mumkin.

Shuni ham qayd qilamizki, takrorlash va mustahkamlash darslarida ertaklardan foydalanish ularga qiziqarli vaziyat yaratadi.

O'qituvchi ertak bilan ishlashning boshqa shakllarini o'zi ijodiy tashkil etishi mumkin.

Matematikadan olimpiadalar o'tkazishga tayyorgarlik ko'rish o'quvchilarning o'z kuchiga ishonchini, fikrlash qobiliyatlarini, topqirligini mustahkamlaydi. Ular darslarda faollashib boradi. Qiziqish istagi paydo bo'lib, matematika fani bilan shug'ullana boshlaydi. Olimpiadalarga tayyorgarlik ko'rish jarayoni, sinfdan tashqari ishlarning barcha turlari bo'yicha o'tkaziladigan tadbirlar va ularda foydalaniladigan materiallar mazmuni quyidagilardan iborat bo'lishi mumkin.

1. O'quvchilarning dastur materiallarini puxta o'zlashtirishlariga yordamlashish.

2. Matematikaning elementar nazariy masalalarini o'rganishga tayyorlash.

3. Mustaqil hisoblash ishlarini bajarish.

4. Miqdorlar orasidagi bog'lanishga doir masalalarni yechish.

5. Algebra va geometriya elementlarini puxta o'rganishga tayyorlash.

6. Matematikani amalda tatbiq eta bilish.

7. Mantiqiy fikrlashni rivojlantirishga imkon beradigan masalalar yechish.

8. Fazoviy tushunchalarni, chizmachilik ko'nikmalarini shakllantirish.

Olimpiadalar o'tkazishdan maqsad, matematikadan qobiliyatli, iqtidorli bo'lgan bolalarni aniqlash va shu fanga bo'lgan qiziqishni oshirishdir. Olimpiadalar asosan maktabda, tumanda yoki shahar miqyosida o'tadi.

O'qituvchi bolalarni olimpiada davrida beriladigan topshiriqlarga o'xshash misol va masalalar bilan tanishtiradi.

Bu topshiriqlar quyidagicha bo'lishi mumkin:

1. 5 / va 8 / li idishlar yordamida sutli bidondan 7 / sutni qanday quyib olish mumkin?

2. Geolog 7 ta tosh topdi. Bu toshlar 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg, 6 kg, 7 kg. lik toshlardan iborat edi. Hamma toshlarni 4 ta qopga joylaganda, toshlarning og'irligi bir xil edi. Buni qanday bajaradi?

3. 21, 19, 30, 25, 3, 12, 9, 15, 6, 27 sonlaridan 3 tasini tanlang-ki, ularning yig'indisi 50 ga teng bo'lsin.

4. Bir taqsimchada 5 ta bir xil olma va 3 ta bir xil nok, ikkinchi taqsimchada 4 ta shunday olma, 4 ta nok bor. Ularning og'irligi teng. Ayting-chi, bularning qaysi biri yengil: nokmi, olmami?

5. Qutida 6 ta tanga bo'lib, ularning ichida 1, 3, 5 va 15 qolganlari 2 tiyinlikdan iborat. 28 tiyindan kichik bo'lgan necha tiyinni bu tangalar yordamida hosil qilish mumkin emas?

6. Bir gala qushlar uchib kelib daraxt shoxlariga qo'ndi. Ular shoxlarga ikkitadan qo'nsa, bitta shox ortib qoladi. Bittadan qo'nsa, bitta qush ortib qoladi. Qushlar nechta-yu, shoxlar nechta?

Javobi: qushlar 12 ta, shoxlar 5 ta.

7. Osmonda bir gala g'oz uchib ketayotgan edi. Bir g'oz ularga: «Salom, yuz g'oz», — dedi. Bir g'oz ularga qarab shunday deb javob qaytardi: «Biz yuz g'oz emasmiz, bizlar nechta bo'lsak, yana shuncha, keyin bizning yarmimizcha, undan keyin yarmimizning yarmicha yana shularning ustiga sen ham qo'shilsanggina sonimiz yuzta bo'ladi», — deb javob qaytaribdi. G'ozlar nechta bo'lgan?

Javobi: 36 ta ( $36 + 36 + 18 + 9 + 1 = 100$ ).

## BOSHLANG'ICH MATEMATIKA NAZARIYASI VA METODIKASI FANI BO'YICHA DTS TALABLARI

Fanni o'rganish natijasida o'quvchilar quyidagi ko'nikmalarga ega bo'lishlari kerak:

- matematikaning umumiy tushunchalarini;
- «va», «yoki», «emas» so'zlarining ma'nosini;
- umumiylik va mavjudlik kvantorlarini;
- induksiya, deduksiya, analogiyaning ma'nosini;
- to'plamlar va ular ustida amallar, to'plamlar orasidagi munosabatlarni;
- munosabatning xossalari, ekvivalentlik va tartib munosabatlarini;
- ikki to'plam elementlari orasidagi moslik va o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatishni;
- tartibiy va miqdoriy natural sonlarning ma'nosini;
- sonlargacha bo'lgan davrda matematikani o'qitishni;
- konsentrlar bo'yicha sonlarni raqamlashni;
- manfiy bo'lmagan butun sonlar ustida arifmetik amallar bajarishni;
- manfiy bo'lmagan butun sonlarning bo'linuvchanligini;
- matnli masalalarni tahlil qilish va ularni yechishni;
- «ulush» va «kasr» tushunchalarini bilishni;
- sonli ifodalar va ularning qiymatlarini topishni;
- boshlang'ich sinflarda tenglamalarni yechishni;
- bir o'zgaruvchili tenglama va tengsizliklarni yechishni;
- kattaliklar haqida tushunchaga ega bo'lish va ularni o'lchashni;
- boshlang'ich geometrik ma'lumotlar haqidagi tushunchani;
- matematika o'qitishning umumiy tushunchalarini aytib olishni;
- sinfdan tashqari mashg'ulotlar va ular turlarini bilishlari kerak.

Fanni o'rganish natijasida o'quvchilar quyidagi bilimlarga ega bo'lishlari kerak:

- «va», «yoki», «emas» so'zlari asosida murakkab jumlar tuza olish;
- umumiylik va mavjudlik kvantorlarni farqlay olishni va misollar keltira bilish;
- o'qitish metodlarini bilish;
- to'plamlar ustida amallarni bajarishni va grafikda tasvirlay olish;
- ikki to'plam elementlari orasida moslik tuza olishni va munosabatning xossalarini bilish;
- tartibiy va miqdoriy natural sonlarning ma'nosini, narsalarni sanashni, taqqoslay olish;
- sonlargacha bo'lgan davrda o'quvchilar faoliyatini tashkil etish;
- sonlarning tuzilishi;
- manfiy bo'lmagan butun sonlar ustida arifmetik amallarni og'zaki va yozma hisoblashlarni bajarish va tushuntira olish, hadlarning nomini bilish, hadlari bilan natijalari orasidagi bog'lanish;
- ifodalarning qiymatini to'g'ri hisoblash;
- jadvaldan tashqari ko'paytirish va bo'lishni, qoldiqli bo'lish;
- jadval bo'yicha;
- o'nli sanoq sistemasida sonlarning bo'linish alomatlarini, murakkab sonlarga bo'linish alomatlarini bilishi;
- sodda va murakkab masalalarni tahlil qilish va turli usullar bilan yechish;
- sonning ulushini va sonni ulushga ko'ra sonning o'zini topish;
- sonli tenglik va tengsizliklarni, bir o'zgaruvchili tenglama va tengsizliklarni yecha olishni va yechimlar to'plamini asoslab berish;
- kesma uzunligini o'lchash, shakllar yuzasini paletka yoki boshqa usullar bilan o'lchash;
- kattaliklar (mahsulotning narxi, miqdori va qiymati, to'g'ri chiziqli harakatda yo'l tezlik va vaqt) orasida bog'lanishlarni qo'lib amaliy mazmundagi masalalarni yechish;
- matematika fanidan sinfdan tashqari mashg'ulotlarni tashkil etish va o'tkazishni bilishlari kerak.

NAMUNAVIY MAVZULAR TAXMINIY REJASI

Mavzular nomi	Soutlar	
	Nazariy mashg'ulot	Amaliy mashg'ulot
Kirish	2	
1- mavzu. Matematikaning umumiy tushunchalari.	4	
2- mavzu. Matematik jumlar, matematik isbotlar.	10	2
3- mavzu. To'plamlar va ular ustida amallar.	7	2
4- mavzu. Moslik va munosabat.	6	2
5- mavzu. Manfiy bo'lmagan butun sonlar haqida tushuncha va ularni taqamlashni o'rgatish uslubi.	16	8
6- mavzu. Manfiy bo'lmagan butun sonlar ustida amallarni bajarish.	49	9
7- mavzu. Manfiy bo'lmagan butun sonlarning bo'linuvchanligi.	8	1
8- mavzu. Matnli masalalar va ularni yechish.	18	8
9- mavzu. Son tushunchasini kengaytirish.	2	
10- mavzu. Algebraik tushunchalarni o'rgatish uslubi.	12	2
11- mavzu. Kattaliklar va ularni o'lchash.	17	3
12- mavzu. Boshlang'ich geometrik ma'lumotlarni o'rgatish uslubi.	4	
13- mavzu. Boshlang'ich sinfda matematika o'qitishga o'rgatishning umumiy tushunchalari.	13	3
14- mavzu. Matematikadan sinfdan tashqari ishlar.	4	
15- mavzu. Umumiy takrorlash.	4	2
JAMI:	176	42

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Barkamol avlod — O'zbekiston taraqqiyotining poydevori. — T.: «Sharq», 1997.
2. Bikbayeva N. U., Sidelnikova R. I., Adambekova G. A. Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi. O'rta maktab boshlang'ich sinf o'qituvchilari uchun metodik qo'llanma. — T.: «O'qituvchi», 1996.
3. Axmedov M., Ibragimov R., Abdurahmonova N., Jumayev M. 1-sinf matematika darsligi. — T.: «O'zinkomsentr», 2003.
4. Axmedov M., Abdurahmonova N., Jumayev M., Ibragimov R. O'qituvchi kitobi. Birinchi sinf matematika darsligi uchun metodik qo'llanma. — T.: «O'zinkomsentr», 2003.
5. Bikbayeva N. va boshqalar. Ikkinchi sinf matematika darsligi. — T.: «O'qituvchi», 2004.
6. Jumayev M., Axmedov M., Abdurahmonova N. Birinchi sinf matematika daftari. — T.: 2003.
7. Jumayev M. va boshqalar. Matematika o'qitish metodikasi. — T.: «Ilm-Ziyo», 2003.
8. Jumayev M. Matematika o'qitish metodikasidan praktikum. — T.: «O'qituvchi», 2004.
9. Мороз М. И., Пышкало А. М. Методика обучения математике в 1—3 классах. Пособия для учителей. — М.: «Просвещение», 1975.
10. Стоилова Л. П., Пышкало А. М. Boshlang'ich matematika asoslari. — T.: «O'qituvchi», 1991.
11. Эрдниева П. М. Укрепление дидактических единиц как технология обучения. Часть 1. — М.: «Просвещение», 1992.
12. Жикалкина Т. К. Игровые и занимательные задания по математике. — М.: «Просвещение», 1989.

## MUNDARIJA

Kirish .....	3
<b>Birinchi bob. Matematikaning umumiy tushunchalari</b> .....	4
1-§. Matematik tushunchalar .....	4
2-§. Rost va yolg'on mulohazalar, kvantorlar .....	7
3-§. Jumlalar orasidagi kelib chiqishlik va teng kuchlilik munosabatlari zarur va yetarli shartlar. Teoremaning tuzilishi va ularning turlari .....	13
4-§. Matematik isbotlar. To'liqmas induksiya, deduksiya, analogiya. Algoritm tushunchasi va uning xossalari .....	17
5-§. To'plam tushunchasi .....	24
6-§. To'plamlar ustida amallar .....	26
7-§. Ikki to'plam elementlari orasidagi moslik. Binar munosabatlari va ularning xossalari .....	28
8-§. Sonlar o'qi .....	31
9-§. Tekislikda koordinatalar sistemasi .....	33
10-§. Koordinatalariga ko'ra nuqtani yasash .....	35
11-§. Munosabat tushunchasi. Munosabatlarning xossalari .....	37
12-§. Moslik tushunchasi, moslik ustida amallar .....	41
<b>Ikkinchi bob. Butun nomli sonlar</b> .....	46
13-§. Son tushunchasi. Natural son va nol tushunchasini vujudga kelishi .....	46
14-§. «Teng» va «kichik» munosabatlari. Qo'shish. Qo'shish qonunlari .....	49
15-§. Ayirish qonunlari .....	54
16-§. Ko'paytirish. Ko'paytirish qonunlari .....	60
17-§. Sonni daraja ko'rinishida yozish .....	67
18-§. Bo'lish .....	69
19-§. «... marta katta» va «... marta kichik» munosabatlari. Yig'indini songa va sonni ko'paytmaga bo'lish qoidalari .....	73
20-§. Qoldiqli bo'lish .....	78
21-§. Natural son kesma uzunligining qiymati sifatida .....	81
<b>Uchinchi bob. Sanoq sistemalari haqida qisqacha ma'lumot</b> .....	86
22-§. O'nli sanoq sistemasini paydo bo'lishi haqida qisqacha ma'lumot .....	86

23- §. Butun nomanfiy sonlarni yozish usullarining paydo bo'lishi va rivojlanishi .....	89
24- §. Sonlarning o'qli sanoq sistemasidagi yozuvi .....	94
25- §. O'qli sanoq sistemasida ko'p xonali sonlarni qo'shish .....	97
26- §. O'qli sanoq sistemasida ko'p xonali sonlarni ayirish .....	101
27- §. O'qli sanoq sistemasida ko'p xonali sonlarni ko'paytirish .....	105
28- §. O'qli sanoq sistemasida ko'p xonali sonlarni bo'lish .....	110
<b>To'rtinchi bob. Butun nomanfiy sonlarning bo'linuvchanligi</b> .....	115
29- §. Murakkab sonlarning bo'linish alomatlari. Sonlarni tob ko'paytuvchilarga ajratish usuli bilan ularning eng katta umumiy bo'luvchisi va eng kichik umumiy karralisini topish. Evklid algoritmi .....	115
30- §. Butun nomanfiy sonlarning yig'indisi, ayirmasi va ko'paytmasining bo'linuvchanligi .....	119
31- §. O'qli sanoq sistemasida sonlarning bo'linish alomatlari .....	121
32- §. Karralilar va bo'luvchilar .....	122
33- §. Tub va murakkab sonlar. Bo'lishning asosiy xossalari .....	125
34- §. Bo'linish bilan bog'liq bo'lgan sodda masalalar .....	127
35- §. O'n ichida qo'shish va ayirish amallari bilan tanishishda didaktik jarayonlarni amalga oshirish .....	129
36- §. O'n ichida arifmetik amallarni o'rganish .....	131
37- §. Yuz ichida arifmetik amallarni o'rganish .....	133
38- §. Ming ichida arifmetik amallar .....	137
39- §. Ko'p xonali sonlar ustida arifmetik amallar .....	139
40- §. Og'zaki qo'shish va ayirish .....	141
41- §. Yozma qo'shish va ayirish .....	146
<b>Beshinchi bob. Kattaliklar</b> .....	148
42- §. Kattalik va ularni o'lchash tushunchasi .....	148
43- §. Jimning massasi va vaqtni o'lchash .....	153
44- §. Kattaliklar orasidagi bog'lanishlar .....	160
45- §. Asosiy kattaliklarni o'rganish metodikasi .....	165
46- §. Kesma uzunligi va uni o'lchash .....	166
47- §. Figuraning yuzi va uni o'lchash .....	171
48- §. Boshlang'ich geometrik ma'lumotlarni o'rganish .....	175
49- §. 4- sinfda geometrik materialni o'rganish .....	177
50- §. Shaklning yuzi. Hajmlarni hisoblash .....	179
<b>Oldinchi bob. Masalalar va matnli masalalar haqida boshlang'ich ma'lumotlar</b> .....	182
51- §. Masala yechish nima? Matnli masalalarni yechish usullari .....	182
52- §. Arifmetik usullarda masalalar yechish .....	186
53- §. Boshlang'ich geometrik ta'limotlarni o'rgatish usuli .....	192
54- §. Burchak o'lchovi va transportir .....	194
55- §. Boshlang'ich sinflarda masalalar yechish .....	198
56- §. Sodda masalalarni yechishga o'rgatish .....	215
57- §. Masalalar yechish haqida .....	216
58- §. O'n ichida masalalar ustida ishlash metodikasi .....	217
59- §. «Yuzlik» konsentrida masalalar ustida ishlash metodikasi .....	218
60- §. Ikki amali murakkab masalalarni yechishni o'qitish metodikasi .....	221

61- §. «Ming» konsentrida masalalar ustida ishlash metodikasi .....	223
62- §. «Ko'p xonali sonlar» konsentrida masalalar ustida ishlash metodikasi .....	224
<b>Yettinchi bob. Kasrlar to'g'risida boshlang'ich ma'lumotlar</b> .....	229
63- §. Kasr tushunchasi .....	229
64- §. Musbat ratsional son tushunchasi .....	234
65- §. Bir xil maxrajli kasrlarni qo'shish va ayirish .....	235
66- §. Ko'paytirish va bo'lish .....	238
67- §. Musbat ratsional sonlar to'plamining tartiblanganligi va o'qli kasr ko'rinishidagi yozuvi .....	240
68- §. Cheksiz davriy o'qli kasrlar .....	242
69- §. Sonli o'q tushunchasi .....	244
70- §. Kasrning asosiy xossalari va kasrlarni taqqoslash .....	247
71- §. Aralash sonlar, ularni qo'shish va ayirish .....	249
72- §. Mantfiy sonlar .....	251
73- §. Kasrlarni o'rganish metodikasi .....	253
<b>Sakkizinchi bob. Ifodalar haqida boshlang'ich ma'lumotlar</b> .....	255
74- §. Matematik tilning alifbosi haqida. Sonli va o'zgaruvchili ifodalar .....	255
75- §. Sonli tengliklar va tengsizliklar .....	259
76- §. Ifodalarda shakl almashtirish .....	262
77- §. Bir o'zgaruvchili tenglama .....	264
78- §. Masala shartini matematik tilga o'tkazish .....	269
<b>To'qqizinchi bob. Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitishga o'rgatishning umumiy tushunchalari</b> .....	272
79- §. Boshlang'ich sinflar o'qituvchilarining metodik-matematik tayyorgarligi vazifalari .....	272
80- §. Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasining fun sifatida shakllanishi .....	274
81- §. Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi o'quv predmeti sifatida .....	278
82- §. O'quvchilarni matematika kursini o'rganishga tayyorlash .....	282
83- §. Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodlari .....	283
84- §. O'qitish metodi tushunchasi .....	285
85- §. Og'zaki, ko'rsatma va amaliy metodlar .....	288
86- §. Induksiya, deduksiya, analogiya .....	290
87- §. I-IV va V-VI sinflarda matematika o'qitish borasida izchilik .....	294
88- §. Umumiy ta'lim maktablari boshlang'ich sinflar uchun DTS va dastur mazmuni .....	295
<b>O'ninchi bob. Sinfdan va darsdan tashqari mashg'ulotlar o'tkazish</b> .....	299
89- §. Sonlarning xossalari .....	300
90- §. Matematikadan to'g'arak mashg'ulotlari .....	302
91- §. Didaktik o'yinlar .....	305
92- §. «Nolning kuchi» .....	308
<b>Boshlang'ich matematika nazariyasi va metodikasi fani bo'yicha DTS talablari</b> .....	313
<b>Foydalanilgan adabiyotlar</b> .....	316

*Ti*

*Be*

*Jumayev Erkin Ergashevich*

**BOSHLANG'ICH MATEMATIKA  
NAZARIYASI VA METODIKASI**

*Kash-hunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma*

*Oh*

Muharrir: *D. Sagdullayeva*  
Texnik muharrir: *T. Smirnova*  
Musahhih: *M. Akramova*  
Kompyuterda tayyorlovchi: *Sh. Sohibov*

20.02.05 da chop etishga ruxsat etildi. Bichimi 84×108<sup>1/32</sup>.  
«Tayms» garniturasida bosildi. Shartli bosma tabog'i 16,8.  
Nashriyot tabog'i 18,7. Adadi 1000 nusxa. Buyurtma №70.

«ARNAPRINT» MCHJ bosmaxonasida bosildi,  
Toshkent, H. Boyqaro ko'chasi, 51.

