М.Р.СОБИРОВА

МЕТОДИКАИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА

ВАЗОРАТИ МАЪЛУМОТИ ОЛӢ , ИЛМ ВА ИННОВАТСИЯИ ҶУМҲУРИИ УЗБЕКИСТОН

ДОНИШКАДАИ САҲИБКОРӢ ВА ОМӮЗГОРИИ ДЕНАВ

ФАКУЛТАИ ИЛМҲОИ ДАҚИҚ ВА ТАБИЙ

М.Р.Собирова

МЕТОДИКАИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА

(Китоби дарси)

ТОШКЕНТ – 2025

УЎК 37.091.33:51(075.8)
С 67

КБК 74.00+22.1я73
С 67

М.Р.Собирова

Методикаи таълими математика [Матн] китоби дарси / М.Р.Собирова. – Т., “Poytaxt exculisive” нашриёти, 2025. – 232 б.

ISBN: 978-9910-8463-3-5

САРСУХАН

Ташкили дурусти таълими математика дар муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ, қабл аз ҳама аз методикаи таълими он вобастагӣ дорад. Маълум аст, ки ҳангоми омӯзиши мавзуъҳои мухталиф истифодаи методҳои самараноки таълим маҳорати касбии омӯзгорро талаб мекунад. Аз ин рӯ, вуҷуд доштани маводи таълимии методӣ, истифодаи материалҳои пурмазмуни дидактикӣ ва омӯзиши таҷрибаи бисёрсолаи олимони соҳа ба муаллимони муассисаҳои таҳсилоти миёнаи умумӣ роҳнамои хубе шуда метавонанд.

Маълум гардид, ки дар барномаи нави таълимӣ дар пайдарпайии мавзуъҳо, миқдори соатҳои таълимӣ, вобастагии мавзуъҳо ба синфҳои мувофиқ тағйиротҳо ворид гаштаанд, аммо аз ҷиҳати мазмуну мундариҷа воситаи таълимии мазкур вобаста ба талаботи имрӯза хеле зарур мебошад.

Дар роҳнамои методӣ таҳлили адабиёти таълимӣ хеле возеҳ ва бо иқтибосхои дақиқ баён гардидааст. Донишҷӯён ва тадқиқотчиён метавонанд ҳангоми иҷрои корҳои мустақилона, корҳои курсӣ, таҳияи рисолаҳои хатм, рисолаҳои магистрӣ ва дигар корҳои илмӣ-тадқиқотӣ аз дастури методии мазкур васеъ истифода баранд.

Мураттиб

БОБИ I.
МЕТОДИКАИ УМУМӢ

1.1. МЕТОДИКАИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА ҲАМЧУН ИЛМ ВА ҲАМЧУН ФАННИ ТАЪЛИМӢ

Нақша:

1. *Методикаи таълими математика (МТМ) илм аст ё санъат ва ё предмети таълимӣ.*
2. *Мақсад ва вазифаҳои курс.*
3. *Алоқамандии методикаи таълими математика бо дигар фанҳо.*
4. *Оид ба унвони методикаи таълими математика.*
5. *Аз таърихи ислоҳоти маълумоти математикӣ. Баъзе проблемаҳои актуалии методикаи таълими математика.*
6. *Мазмуни маълумоти математикаи мактабӣ.*

Адабиёт[1]

1. Барномаҳои мактаби 8 сола ва миёна. Математика. Душанбе: Маориф, 1982, 1984;
2. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе. – М:- 1954;
3. Гастева С.А. и др. Методика преподавания математики в 8-летней школе. – М:- 1965;
4. Китобҳои дарсӣ аз математика барои синфҳои IV –XI.
5. Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и её изучении. – М: Наука, 1977;
6. Метельский Н.В. Дидактика математики. – Минск: БГУ, 1982;
7. Метельский Н.В. Очерки истории методики математики. – Минск: Вышейшая школа, 1968;

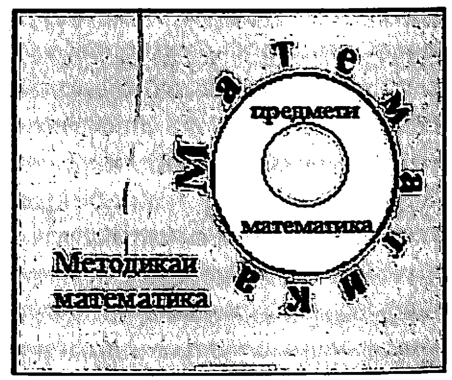
[1] Ба устодоне, ки методикаи таълими матемтикаро дарс медиҳанд, монографияи педагог-математики намоёни ҷумҳурӣ, д.и.п., проф. М. Нуъмонов – «Теоретико-методологические основы методики обучения математике как науки» (Душанбе: Ирфон, 2011) сарчашмаи асосии омӯзиши МТМ ҳисоб мешавад.

8. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. Составители: Р.С.Черкасов, А.А.Столяр. – М: Просвещение, 1985;
9. Оганесян В.А. и др. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика.- М: Просвещение, 1975, 1980;
10. Столяр А.А. Педагогика математики. – Минск: Вышейшая школа 1974;

Асбоби айёнӣ: Плакат «Квалификационная характеристика: характеристика учителя математика по специальности 2104-«Математика».

1. МТМ – илм оид ба математика, ҳамчун предмети таълими ҳисоб мешавад. МТМ асосан илми сиклҳои педагогӣ аст. Вазифаи он тадқики чараёни таълим мебошад. МТМ бояд ба саволҳои зерин ҷавоб диҳад: 1) Чаро математикаро омӯхтан лозим аст? 2) Чиро бояд омӯхт? 3) Математикаро чӣ тавр таълим додан лозим аст?

МТМ предмети тадқиқотии худ - математикаи мактабӣ, мафҳумҳои асосӣ ва таърихи худро дорад (ниг. ба расми 1).



Курси МТМ барои тайёр намудани муаллимони математикаи оянда, барои мактабҳои маълумоти умумидиҳанда ва омӯзишгоҳҳои касбӣ-техникӣ нигаронида шудааст.

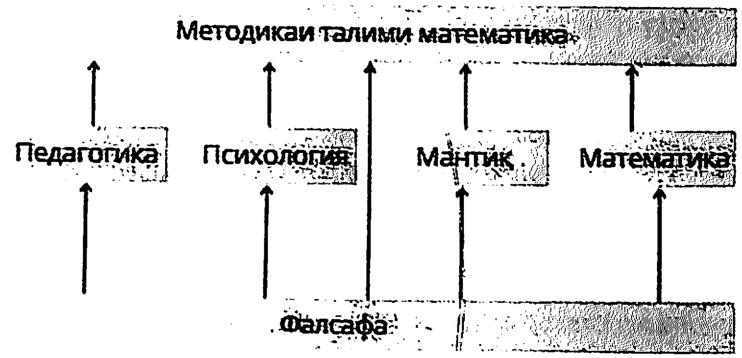
2. Мақсадҳои асосии курси МТМ инҳоянд: маълумотдиҳӣ, тарбиядиҳӣ ва амалӣ. Хонандагони мактаби миёна дар давоми ҳамаи солҳои таълим математикаро меомӯзанд. Ҳеҷ як предмет, ғайр аз забони модарӣ ва адабиёт ба чунин мавқеъ соҳиб нест. Дар асри РИТ (ревалютсияи илмӣ-техникӣ) донишҳои математикӣ васеъ паҳн шуда истодааст. Вай элементи умумии маданият ба шумор меравад. Аз ин рӯ хонандагони мактаб оид ба математика дониш ва малакаҳои мукаммал бояд дошта бошанд.

Мактаб ба ташаккулёбии ҷаҳонбинии илмӣ ва ватандустии хонандагон аҳамияти ҷиддӣ медиҳад. Дар ин роҳ омӯзиш ва таълими математика хизмати босазое мекунад. Омӯзиши математика аз ҳар як хонанда сабру тоқат ва вақти зиёдеро талаб менамояд. Малакаҳои меҳнати таълимии ҳосил гардида ба хатмкунандагон имконият медиҳанд, ки онҳоро бо самар дар иҷро намудани дигар намудҳои меҳнат истифода баранд. Ҳангоми дуруст ба амал овардани таълими математика имконият пайдо мегардад, ки тафаккури мантикии хонандагон, мушоҳидакорӣ, диққат ва ташаббускории онҳо инкишоф дода шавад; онҳо муҳим будани меҳнати коллективӣ (ҳамҷоя) – ро дарк мекунанд. Ҳамаи ин барои тарбияи маънавии хонандагон, ташаккулёбии хислатҳои онҳо аҳамияти калон дорад. Омӯзиши математика дар хонандагон оид ба мафҳумҳо тасавввуроти дурусти диалектикӣ-материалистӣ пайдо намуда барои инкишофи онҳо ва методҳои математикӣ замина ба вуҷуд меорад. Таълими математика ба хонандагон имконият медиҳад, ки онҳо ба донисташаванда будани қонунҳои дунёи реалӣ сарфаҳм раванд. Ана ҳамин тавр, омӯзиши математика ба ташаккулёбии ҷаҳонбинии илмии хонандагон мусоидат мекунад. Таълими математика дар мактаб хонандагонро на танҳо барои давом додани маълумот, балки бевосита барои ҳаёт тайёр мекунад. Зеро вазифаи асосии давлати мо-ҳаматарафа инкишофёбии шахсият дар ҷараёни таълими мактабӣ ҳисоб мешавад. Бинобар ин, ҳар як муаллим вазифадор аст, ки талаботи асосие, ки тайёрии математикии хонандагонро муайян мекунанд, ба ҷо орад. Ин вазифаҳо дар барномаҳои математикӣ дарҷ ёфтаанд.

Муаллими оянда аз курси МТМ чиро бояд донад? Омӯзгор бояд асосҳои назариявии МТМ, методҳои тадқиқотии он,

роҳҳо ва шаклҳои тарбияи хонандагон дар ҷараёни таълимӣ математикаро омӯзад, барномаҳо, дастурҳо ва китобҳои дарсиро ҳаматарафа донад; ақидаҳо ва мафҳумҳои асосии курси математикии мактабиро аз худ намояд ва ҳоказоҳо.

Ҳар як омӯзгор донишҳои педагогиро дар амал бояд тадбиқ карда тавонад, аз ӯҳдаи ҳалли масъалаҳои курси математикаи мактабӣ баромада тавонад, ҳаваси хонандагонро бо математика бедор карда тавонад, малакаҳои истифода намудани воситаҳои техникии таълим ва асбобҳои айёниро дошта бошад ва ғ.



Расми 2

3. МТМ бо педагогика (методҳои тадқиқотӣ, шарҳи тарбия, принсипҳои таълим, методҳои таълим, методҳои кори мустақилона, методҳои санҷиш ва худсанҷиши дар таълим), психология (психологияи синну сол, психологияи фаъолияти таълимӣ, таълими малака ва маҳорат, таъсири шахсияти муаллим дар ташаккулёбии коллектив, асосҳои психологии таҳсилот ва этикаи педагогӣ), философия ва математика алоқаи зич дорад (ниг. ба расми 2).

4. Калимаи «методика» юнонӣ буда маънояш «тарз», «роҳ» мебошад. Истилоҳи «методикаи математика»-ро авваин бор соли 1836 Дистервиг дохил намудааст ва он маънои «Роҳ ба математика»-ро дорад. Методикаи математика бо дигар номҳо низ паҳн гаштааст. Масалан А.А. Столяр истилоҳи «педагогикаи математика», Н.В. Метельский -«дидактикаи математика»-ро истифода намудаанд.

Кори аввалини методиро аз математика педагоги швейтсарӣ Г.Песталотси (1746-1827) бо номи «Тасвири айёнии адад» (1803) чоп карда аст. Дар Россия с.1829 Ф.И.Буссе - «Дастур барои таълими арифметика», сонитар с.1839 П.С. Гурьев низ бо ҳамин унвон кори методӣ нашр намудаанд. Дар ин бора аз китоби Брадис [3] маълумоти муфассал гирифтан мумкин аст.

Методикаи математика - қисми педагогика буда, қонуниятҳои таълими математикаро вобаста ба мақсадҳои таълим, ки ҷамъият ба миён мегузорад, тадқиқ мекунад.

Курси МТМ шартан ба се қисм ҷудо мешавад:

1) методикаи умумии таълими математика;

2) методикаи хусусӣ (масалан, методикаи таълими алгебра, геометрия ва ҳк);

3) методикаи махсус (чунончӣ, таълимот дар бораи функсия дар курси математикаи мактабӣ).

5. Солҳои охир бештар дар таълими математика калимаи «модернизатсия» (азнавсозӣ)-ро истифода менамоянд. Модернизатсия маънои ба идеяҳо, методҳо ва талаботи ҳозиразамон мувофиқ намудани мазмуни таълимро дорад.

Гарчанде **таваҷҷӯҳи** ҳозиразамони модернизатсияи маълумоти математикӣ 100 сол пеш сар шуда бошад ҳам, вале солҳои охир он аз ҳад зиёд инкишоф ёфт. Дар замони ҳозира ҳамаи мамлакатҳои ҷаҳонро ин ҳаракат фаро гирифтааст.

Обзори ислоҳоти маълумоти математика дар мамлакатҳои гуногун дар маърӯзаҳои комиссияи байналхалқӣ, ки соли 1958 дар Эдинбург, с.1962 дар Стокголм ва с.1966 дар Москва конгресси байналхалқии математикҳо шуда гузаштанд, дарҷ ёфтаанд.

Омӯзиши ин маводҳо нишон медиҳанд, ки аксарияти лоиҳаҳои **ислоҳоти** тавсия медиҳанд, ки дар мактаби миёна чор соҳаи математикаи ҳозиразамон: 1) назарияи элементарии маҷмуъ; 2) элементҳои мантиқи математикӣ; 3) мафҳумҳои алгебраи ҳозиразамон (группа, ҳалқа, майдон, вектор) ва 4) элементҳои назарияи эҳтимолӣ ва статистика омӯзонида шавад.

Маълум аст, ки дохил намудани ҳамаи ин саволҳо дар барномаи мактабӣ номумкин аст. Бо вуҷуди он аз мазмуни курси математикаи мактабӣ на ҳама чизро аз барнома партофта ва на ҳама чизи навро ба математика дохил кардан мумкин аст. Аз ин рӯ, дар бораи таълими ҳозиразамони математика сухан рондан дуруст мебошад. Зеро методҳои анъанавии таълими математика на танҳо нисбат ба мазмуни нави ба барномаҳо дохилшаванда, балки нисбат ба маводи пештара низ кӯҳна шуда мондаанд.

Ислоҳоти маълумоти математикӣ ин маънои ғоявӣ наздик намудани маълумот ба математикаи ҳозиразамонро дорад. Ба ин кор дар Белгия Жорж Папи, дар Франция Лус'ен Феликс ва гурӯҳҳои зиёде дар Америка, дар Англия С. Хоуп ва дар дигар мамлакатҳо машғуланд.

Тадқиқотҳои психологӣ-педагогӣ муайян намуданд, ки азнавсозӣ, пеш аз ҳама, бояд аз таълими ибтидоии математика оғоз ёбад. Аввалан, бачагони 7-10 сола қодиранд, ки зиёдтар фаҳманд; дуввум ин ки таълими ибтидоӣ на арифметика, балки математика бояд бошад, зеро математика ғоявӣ мазмуннок аст. Яке аз мақсадҳои асосии таълими ибтидоии математика **ҳисоб** дониста мешавад. Ба он азнавсозӣ аҳамияти аввалиндараҷа медиҳад. Барои таълими ибтидои математика эксперимент (таҷриба)-ҳои Е.Г. Бигл, П. Саппс, Р.Дэвис аз Америка, математик ва психолог З.П. Д'енеш, педагог ва математики англис Дж.Мет'юз ва диг. аҳмияти калон доранд. Ин экспериментҳо муқаррар намуданд, ки тарбияи мантиқии хонандагон ҳар чӣ барвақттар (бо ёрии бозиҳо) сар карда шавад. Бо ҳамин назардошт мазмуни математикаи ибтидоӣ дар асоси назарияи маҷмуъҳо сохта шуд. З.П.Д'енеш бошад бо номи «Блокҳои мантиқӣ» маводи дидактикӣ нашр намуд.

Ислоҳот инчунин мазмуни маълумоти синфҳои болоиро дарбар мегирад. Чунончӣ, дар хориҷа бисёр ақтдаҳо ва тавсияҳо вуҷуд доранд, ки курси геометрияи мактабӣ дар асоси назарияи маҷмуъҳо, идеяи фазои векторӣ ва табдилдиҳиҳои геометрӣ сохта шавад. Жорж Папи курси ягонаи математикаи ҳозиразамонро сохт, ки он геометрияро аз алгебра ва анализ ҷудо намекунад. Ҳанӯз соли 1918 О. Вейл ақидаи дар асоси фазои векторӣ сохтани геометрияи евклидиро ба миён гузошта буд. Ин идея дар китоби олими фаронсавӣ Ж. Д'едонне «Алгебраи хаттӣ ва геометрияи элементарӣ» тадбиқи амалии худро ёфт.

Оид ба модернизасияи мазмуни таълими математика дар Россия материали зиёдеро аз китоби Н.В.Метельский- «Очерки истории методики математики» дарёфт кардан мумкин аст.

Акнун якчанд сухан дар бораи ислоҳоти маълумоти математикӣ дар Иттиҳоди Шуравӣ. Ибтидои солҳои 60-м маълум шуд, ки барномаи нави математика ба ҳамаи талаботи замон ҷавоб дода наметавонад. Охири соли 1964 дар назди АФ ва АФП СССР комиссия ташкил карда шуд, ки ба он математик А.И.Маркушевич роҳбарӣ мекард. Он аз 15 комиссияи фаннӣ иборат буд. Ба комиссияи математикӣ академик А.Н. Колмогоров ва ба таълими математикаи ибтидоӣ профессор И.К. Андронов роҳбарӣ мекарданд. Солҳои 1965, 1966, 1967 ва 1968 лоиҳаҳои нави ислоҳоти мазмуни математика ба амал омаданд. Соли 1968 барномаи ҳозиразамони математика қабул гардид, ки он асосан то имрӯз амал мекунад.

Предмети таълимӣ дар синфҳои ибтидоӣ ба ҷои «арифметика» «математика» ном гирифт, ки он дар се сол таълим дода мешавад. Барнома бештар элементҳои геометрия ва алгебраро дар бар мегирад. Ин барнома нисбат ба барномаҳои пештара бартарии зиёд дорад. Аммо амалишавии ин барнома дар ки-

тобҳои дарсии математика чандон хуб нест. Зеро мазмуни нави таълимро ин китобҳо бо методҳои пештара пешниҳод мекунанд.

Мувофиқи барномаҳои амалкунандаи таҳсилоти умумии Ҷумҳурии Ӯзбекистон, дар синфҳои IV–V фанни математика ба таври пайваста омӯзонида мешавад. Дар ин марҳила, хонандагон бо адад ва амалҳои арифметикӣ, касрҳо, касрҳои даҳӣ, воҳидҳои андозагирии дарозӣ, масса, ҳаҷм ва вақт шинос шуда, инчунин, дониши ибтидоӣ дар бораи шаклҳои геометрии одӣ ба даст меоранд.Дар синфҳои V–VI фанни математика ҳамчун як фанни ягона омӯзонида шуда, дониши арифметикӣ таҳким ёфта, унсурҳои ибтидоии алгебра ва геометрия тадриҷан вор ид карда мешаванд. Аз синфи VII сар карда, фанни математика ба ду бахш – алгебра ва геометрия ҷудо мешавад.Дар синфҳои VII–IX фанҳои алгебра ва геометрия ба таври ҷудогона омӯзонида мешаванд. Дар курси алгебра хонандагон бо ифодаҳои алгебравӣ, баробарӣ ва нобаробарӣ, функсияҳо ва графики онҳо, прогрессияҳо ва дигар унсурҳои ибтидоии таҳлил шинос мешаванд. Дар курси геометрия бошад, нуқта, хати рост, кунҷ, секунҷа ва бисёркунҷаҳо, даври мудаввар, паралелограмм, призм, силиндр ва дигар шаклҳо омӯхта мешаванд. Дар синфҳои VIII–IX инчунин мафҳуми вектор, шаклҳо дар фазо ва унсурҳои ибтидоии тригонометрия ворид карда шудаанд. Дар синфҳои X–XI фанҳои алгебра ва асосҳои таҳлил, инчунин геометрия ба таври алоҳида омӯзонида мешаванд. Дар курси алгебра мафҳуми ҳосила ва истифодаи он, интеграл ва истифодаи он барои ҳисоб кардани масоҳат ва ҳаҷми ҷисмҳои геометрӣ омӯзонида мешавад. Дар геометрия бошад, шаклҳои геометрии фазоӣ, тарзи муайян кардани андоза ва сатҳи онҳо, формулаҳои тригонометрӣ ва унсурҳои геометрияи аналитикӣ баррасӣ мешаванд.Дар зинаи болоии таҳсилоти миёнаи умумӣ (синфҳои X–XI) инчунин мафҳумҳои ибтидоии назарияи эҳтимолият, унсурҳои статистика ва мантиқии математика дохил карда шудаанд.Тибқи нақшаи таълимие, ки аз ҷониби Инспексияи давлатии назорати сифати таҳсилот ва Вазорати маорифи халқи Ҷумҳурии Ўзбекистон тасдиқ шудааст:

- Синфҳои V–VI – математика – 5 соат дар як ҳафта;
- Синфҳои VII–IX – алгебра – 3 соат, геометрия – 2 соат;
- Синфҳои X–XI – алгебра ва асосҳои таҳлил – 3 соат, геометрия – 2 соат дар як ҳафта омўзонида мешавад.

Мазмун ва сохтори курси математика дар мактаб тибқи барномаҳои таълимие, ки аз ҷониби Академияи илмҳои Ҷумҳурии Ўзбекистон ва мақомоти дахлдор таҳия ва тасдиқ шудаанд, муайян карда мешавад. Мазмун ва структураи курси математикаи мактабиро барнома муайян мекунад.

1.2. ТАРБИЯИ ХОНАНДАГОН ДАР ҶАРАЁНИ ОМЎЗИШИ МАТЕМАТИКА

Нақша:

1. *Тарбия дар ҷараёни таълим.*
2. *Тарбияи ҷаҳонбинӣ.*
3. *Тарбияи эстетикӣ.*
4. *Тарбияи шавқу ҳавас ба фанни математика.*
5. *Тарбияи сифатҳои маънавии шахсият ва меҳанпарастӣ, (мустақилона; (1; 35)).*

Адабиёт

1. Метельский Н.В. Дидактика математики – Минск: БГУ, 1982.
2. Оганесян В.А. и др. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. – М: – 1980, с. 29.
3. Столяр А.Н. Педагогика математики - Минск: Вышейшая школа, 1974.

1. Мақсади асосии тарбия дар мактаб аз он иборат аст, ки насли наврас барои фаъолона иштирок намудан дар бунёдкориҳои ҷомеа тарбия карда шавад. Мақсади тарбия дар мактаб, оила ва берун аз мактаб ягона аст. Роли коллектив дар тарбияи шахсони алоҳида низ хеле калон мебошад.

Ҷараёни таълими математика қодир аст, ки ба шахсияти ҳар як хонанда таъсир расонад ва имконият медиҳад, ки ҳар якеи он дар фаъолияти коллективи синф иштирок намояд. Аз ин рў, идора намудани раванди тарбияи хонандагон ин маънои идора намудани фаъолияти таълимии онҳоро дорад. Ҷараёни таълими математика имкониятҳои зиёди ба амал овардани ҳолатҳои самараноки тарбияро доро аст. Ҳаминро ба назар бояд гирифт, ки: а) тарбияи хонандагон бояд хусусияти бефосила дошта бошад; б) тарбия дар ҷараёни таълим аз мазмуни он на бояд ҷудо бошад: шахсияти муаллим, ҷаҳонбинӣ ва сифатҳои шахсияти он дар тарбия роли калон мебозад; в) тарбия дар ҷараёни таълим бояд ба худтарбиякунӣ мубаддал шавад.

2. Мувофиқи талаботи дидактика таълими математика ба маълумотгирии хонандагон мусоидат намуда, дар як вақт бояд **таълими тарбиядиҳанда** бошад. Қабл аз ҳама, хонандагон бояд мавқеи математикаро дар таърихи маданияти инсонӣ фаҳмида гиранд: оид ба хусусияти универсали (умуми)-и математика дар байни дигар фанҳо тасаввурот пайдо намоянд. Муқаррар намудани алоқамандии математика бо фанҳои дигар, бо амалия, истифодаи маводи таърихӣ имконият медиҳанд, ки ҷаҳонбинии диалектикӣ- материалистии хонандагон инкишоф дода шуда, маданияти онҳо баланд бардошта шавад. Бинобар ин, ба муаллим лозим меояд, ки дар раванди таълим бештар ба масъалаҳои методологии математика диққат диҳад. Ба хонандагон нишон додан лозим аст, ки абстраксияҳои математикӣ (мафҳуми адад, шакл, функсия ва ҳк.) натиҷаи умумикунонии илмии бисёрасраи фаъолияти инсонӣ буда, объектҳо ва ҳодисаҳои дунёи реалиро ифода мекунанд. Яъне ба хонандагон математикаро таълим дода, нишон додан лозим аст, ки сарчашмаи пайдоиши математика- ин дунёи ҳақиқӣ аст. Ҳар як мафҳуми математикӣ дар натиҷаи талаботи ҷамъият ва зарурияти дохилии худи математика ба амал меояд. Чунончӣ, ададҳои комплексӣ дар назари аввал абстрактӣ намояд ҳам, вале он дар сохтани картаҳои географӣ, ҳисоб намудани сатҳи қаноти ҳавопаймо васеъ истифода бурда мешавад.

3. Таълими математика барои тарбияи илмӣ ва зебопарастии хонандагон маводи бебаҳо дорад. Ба ин мақсад аз таърихи математика ҳикояҳои ҷолиб интихоб кардан лозим аст. Дар ин бобат аз ҳаёт ва фаъолияти математикон Фалес, У.Хайём, Ибни Сино, А. Жуковский, Л.Эйлер, В.А.Стеклов ва дигарон намунаи порчаҳои насрӣ ва шеърӣ овардан ба мақсад мувофиқ аст. Муаллим ҳангоми шинос намудани хонандагон аз маданияти математикии Европа (асрҳои V-VII)

нақл мекунад, ки он ҷо китобҳои бузурги математика офарида шудаанд. Математика оид ба тарбияи зебопарастӣ ин гуна маводи зиёд дорад.. Муаллим бояд кӯшиш намояд, ки худи хонандагон дар ин бобат фаъол бошанд.

Табиати математика имконият медиҳад, ки дар онҳо ҳисси зебоӣ парварида шавад. Симметрияи шаклҳо, хосиятҳои бисёркунҷаҳои мунтазам, муносибати андозаи шаклҳо ва ғайра ҳамеша ба хонандагон таъби хуш, ҳисси эстетикӣ мебахшад. Пас, дар кадом мавзӯе, ки имконият пайдо гардад, муаллим вазифадор аст, ки ба он аҳмият диҳад.

Ҳалли ратсионалии масъала, тарзи хоссаи ҳал низ дорои хосиятҳои тарбияи эстетикӣ мебошад.

(Реферати донишҷӯён оид ба тарбияи эстетикӣ ба аудитория пешкаш карда мешавад).

4. Ҳамон муаллим дар таълим бештар ба муваффақият ва обу рӯ соҳиб мешавад, ки агар шавқу рағбати хонандагонро ба математика бедор карда тавонад. Шавқу ҳаваси хонанда ба математика ҳамон вақт ба амал меояд, ки агар ҳамаи гуфтаи муаллим ба ӯ **фаҳмо** бошад, агар масъалаҳои ҳалшаванда ҳам аз рӯи мазмун ва ҳам аз рӯи методҳои ҳал ба вай **ҳавасманд** бошад, агар хонанда имконият дошта бошад, ки **худаш фикр кунад, хулоса барорад**, масъала тартиб диҳад, **боварӣ пайдо намояд**, ки ӯ аз ӯҳдаи омӯзиши фан мебарояд.

Бинобар ин, дар ҷараёни таълими математика принсипи дидактикии таълим: аз содда ба мураккаб, аз мушоҳидаҳои мушаххас ба хулосабарорӣ, аз натиҷаҳои амалӣ ба қоидаҳо ва теоремаҳоро ба **инобат гирифтан лозим аст.**

Хонандаҳоро ҳамеша ба **меҳнати фикрӣ, эҷодиёт, кашфиёт** ҳавасманд кардан зарур аст. Ҳар чӣ қадар муаллим чунин имкониятҳоро зиёдтар фароҳам оварад, ҳамон қадар самараи таълим баланд шуда, ҳаваси хонанда ба предмет зиёд мешавад.

1.3. ПРИНСИПҲО ВА МЕТОДҲОИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА

Нақша:

I. Принсипҳои таълим ҳамчун категорияҳои дидактикӣ:

а) Принсипи илмии таълими математика.

б) Принсипи бошуурона, фаъолиятнокӣ ва мустақилонаи таълим.

в) Принсипи пай дар пайии таълими математика.

г) Принсипи дастрас будани таълими математика.

д) Принсипи айёният.

е) Принсипи мустаҳкамии таълими математика.

ж) Принсипи рафтори индивидуалионаи таълим (мустақилона).

II. Методҳо ва шаклҳои таълими математика.

а) Методи эвристикии таълими математика.

б) Методи таълими фаъолона (ё таълим бо моделҳо).

в) Методи проблемавӣ.

г) Методи таълими индивидуалӣ (мустақилона).

д) Методҳои асосии анъанавии таълими математика.

е) Методи таълими барномавӣ (мустақилона).

ж) Шаклҳои таълими математика.

Адабиёт

1. Блох А.Я. и др. Методика преподования математики. Общая методика. -М: -1985, с. 22-35.

2. Оганесян В.А. и др. Методика преподования математики. Общая методика. -М: -1980, с. 171-246.

3. Метельский Н.В. Дидактика математики. -Минск, БГУ, 1982, с. 205-107.

4. Столяр А.А. Педагогика математики. –Минск-1974, с.65-80.

5. Брадис В.М. Методика преподования математики. –М: Учпедгиз, 1954. с. 45 ва 64-82.

1. Принсипҳое, ки дар дидактикаи шуравӣ кор карда баромада шудаанд, барои ташкили чараёни таълим, мазмун, шакл ва методҳои он талаботи муҳим ҳисоб мешаванд. Ташкили раванди таълим дар асоси принсипҳои дидактика имконият медиҳанд, ки он дар асоси илмӣ сохта шаванд. Принсипҳои дидактикӣ (ПД) методҳои таълимиро муайян мекунанд. ПД дар яҷоягӣ системаро ташкил медиҳанд.

Пас, **принсип чист?**

ПД – ин принсипҳои фаъолият буда, нишон медиҳанд, ки чӣ тавр таълим ва тарбияро сохтан ва такмил додан лозим аст. Дидактҳои шуравӣ М.А.Данилов, И.Я.Лернер, М.Н. Скаткин дар тадқиқотҳои худ нишон доданд, ки принсипҳои таълим-категорияҳои дидактикӣ ҳисоб шуда, нишон медиҳанд, ки қонун ва қонуниятҳои таълим мувофиқи мақсадҳои тарбия ва маълумот чӣ тавр истифода бояд бурда шаванд.

Дидактикаи шуравӣ дар асоси системаи муайяни принсипҳо сохта шудааст. Дар адабиёти педагогӣ вариантҳои гуногуни системаҳои принсипҳо дучор меояд, ки онҳо ба ҳамдигар эквивалентанд. Чунончӣ А.А. Столяр системаеро қабул намудааст, ки он аз 6 принсип, курси МТМ (тартибдиҳандагон Черкасов Р.С. ва А.А.Столяр) аз 8 ва "Дидактика математика"-и Н.В. Метельский аз 15 принсип иборат мебошанд. Аз ин ҷо мебароянд, ки дар педагогика ақидаи ягона дар бораи миқдор ва мазмуни ПД нест.

Қайд кардан лозим аст, ки принсипҳо, методҳо ва шаклҳои таълим дар педагогика васеъ омӯхта мешавад. Мо ин ҷо ПД-ро номбар карда, онҳоро кӯтоҳ шарҳ медиҳему халос. ПД асосан инҳоанд: принсипи илмии таълими математика, таълими бошуурона, пай дар пайии таълим, дастрас будани таълим, айёният, мустаҳкамӣ ва рафтори индивидуалӣ дар таълими математика.

а) **Принсипи илмии таълим** ҳангоми тартиб додани барнома ва китобҳои дарсӣ дар амал татбиқ ёфта, бо ёрии онҳо дар таълим ҷорӣ карда мешавад. Ин принсип талаб мекунад, ки ба хонандагон ҳамингуна донишҳои математикӣ омӯзонидан лозим аст, ки онҳо мувофиқи илми математикаи ҳозиразамон бошанд. Ин принсипро аввалин маротиба Н.К.

Крупская ва баъдтар соли 1950 М.Н. Скаткин дар педагогика дохил намудаанд.

Мисолҳо: 1) муайян кардан лозим аст, ки муодилаи $x^2+1=0$ дар кадом маҷмӯи ададӣ ҳалшаванда аст.

2) Нишон додан лозим аст, ки ифодаи $a^0=1$ ва $a^{\log_a b}=b$ аз рӯи таъриф ҳосил шуда, исботнашавандаанд. Чӣ тавре ки мебинем принсипи илмӣ ба дигар ПД-пай дар пайї, дастрас будани материали таълими алоқаманд мебошад.

б) **Принсипи бошуўрона** талаб мекунад, ки ҳамаи хонандагон дуруст ва амиқ маводи математикиро аз худ кунанд, амалҳои математикиро моҳиятан аз бар намоянд, донишҳои назариявиро дар амалия тадбиқ карда тавонанд. Муаллими математика вазифадор аст: таълимро тавре ташкил намояд, ки кори таълимии хонандагон фаъол гардонда шавад.

Принсипи бошууронаи таълим бо қориёна аз бар кардани мавод, дониши рӯякӣ (формализм), гуфта додани назария, вале тадбиқ карда натавонистани он дар амалия бегона аст. Муаллим бояд методҳо ва тарзҳои гуногуни таълимро ҷустуҷӯ намояд, ки фикронии фаъоли хонандагонро дар раванди таълим таъмин карда тавонад. Агар хонанда фаъолияти таълимии худро идора карда тавонад, он гоҳ гуфта метавонем, ки малака ва маҳоратҳои математикӣ бошуурона аз худ гардидаанд.

в) **Принсипи системанок** (муттасил)-ї талаб мекунад, ки математика бо як системаи муайян омӯхта шавад. Таълими математика бо ёрии қоида: аз содда ба мураккаб, аз осон ба мушкил, аз маълум ба номаълум, аз дониш ба малака ба амал оварда мешавад. Дар ҳамин аст пай дар пайии таълим. Муаллим дар ин сурат алоқамандии байни предметҳо ва синну соли хонандагонро ба инобат мегирад.

г) **Принсипи дастрас будани таълими** математика чунин маъно дорад: таълим тавре ташкил карда шавад, ки ба синну соли хонанда мувофиқ бошад, онҳо ба қувваи худ бо-

варӣ ҳосил намоянд. Аз тарафи дигар ин принсип талаб мекунад, ки хонандагон мушкилиҳоро низ бартараф карда тавонанд. Ин принсип ба принсипи пай дар пайии таълим зич алоқаманд аст.

д) **Принсипи айёният.** Аз рӯи хусусиятҳои инъикоси дунёи реалӣ се намуди айёниятро фарқ мекунанд: **натуралӣ** (табиӣ), **тасвирӣ** (сурат, нақшаҳо), **символӣ** (графикҳо, схемаҳо, таблитсаҳо, диаграммаҳо). Дуруст истифода намудани айёният дар таълими математика ба муаллим вобаста аст.

е) **Принсипи мустаҳкамии** дониш аз талаботи мактаб бар меояд. Дониш, малака ва маҳорати мустаҳкам барои давом додани дониш, ташаккулёбии ҷаҳонбинии илмӣ, инкишофи истеъдод, тайёрӣ барои фаъолияти амалӣ зарур аст.

II. Ислоҳоти мактаби маълумоти умумидиҳанда талаб мекунад, ки методҳои самараноки таълими математика ҷустуҷӯ карда шавад. Проблемаи методҳои таълим асосан бояд ба саволи чӣ тавр бояд омӯхт? ҷавоб диҳанд. Олим-педогоги намоёни поляк С.Кырговская навиштааст: "Мазмуни барномаҳо барои инкишофи фаъолияти математикии хонандагон аҳамияти ҳалкунанда надорад. Ба аҳамияти аввалиндараҷа метод молик аст"

Пас, худи метод чист? Дар адабиёти дидактикӣ шарҳҳои гуногуни мафҳуми "методи таълим" ба чашм мерасад. Мо ба таҳлили он истода намегузарем. Фақат ҳаминро қайд мекунем, ки дар таълими пештараи методика дар бисёр ҳолатҳо мафҳуми метод бо шаклҳои таълим омехта карда мешуд. Чунончӣ, ҳикоя, нақл ва лексия дар баъзе дастурҳои методӣ ҳамчун методҳои сухании таълим ва дар дигар дастурҳо шаклҳои таълим ҳисобида мешуданд.

Дар таълим ҳамеша ду тараф: дарсдиҳӣ (фаъолияти муаллим) ва омӯзиш (фаъолияти бошууронаи фаҳмидагирии хонандагон) иштирок мекунанд. Аз ҳамин нуқтаи назар методҳои таълим дар худ методҳои дарсдиҳӣ (воситаҳо, тарзҳои ахборотдиҳӣ, идора ва санҷиши фаъолияти фаҳмидагирии хонандагон) ва методҳои омӯзиш (воситаҳо, тарзҳои азхудкунии маводи таълимӣ)-ро дарбар мегирад.

Умуман дар шароити ҳозира дар зери мафҳуми методи таълим "**комплекси ба тартиб овардашудаи воситаҳо ва тарзҳои дидактикӣ**"-ро мефаҳманд, ки бо ёрии онҳо максадҳои таълим, тарбия ва инкишоф ба амал оварда мешавад (МТМ. В.А.Оганесян ва дигарон). Аз ҳамин нуқтаи назар ҳамаи методҳои таълим дар якҷоягӣ самараи хуб бахшида метавонанд. Баъзан дар таълим анъанае дида мешавад, ки ин ё он методро аз ҳад универсалӣ, самаранок ҳисоб карда мемонанд. Ин ба натиҷаҳои мусбат оварда намерасонад. Вобаста ба вакт, хусусиятҳои предмет ҳамон як метод дар як шароит самаранок ва дар дигар вазъият бесамар шуданаш мумкин аст. Дар қатори мафҳуми методи таълим дар адабиёт инчунин «методи дидактикӣ» (М.И.Махмутов Проблемное обучение. М: -1975) истифода бурда мешавад. Тадқиқотҳо нишон медиҳанд, ки методҳои анъанавии таълим аз ӯҳдаи он вазифаҳое, ки ислоҳоти мактаб дар назди мо гузоштааст, баромада наметавонад. Ақидаи «мазмуни нави математика истифодаи методҳои нави таълимиро» талаб менамояд низ хатост. Ислоҳоти мактаб талаб мекунад, ки **муаллим на бояд ба хонандагон математикаро таълим диҳад, балки худи хонандагон дар вазъияти таълимии офаридашудаи муаллим мустақилона ва ё бо ёрии ҳамдигар системаи донишҳо, маҳорат ва малакаҳои математикиро аз худ намоянд.** Пас, имрӯз фаъолияти худи хонандагон дар таълим дар мадди аввал гузошта мешавад. Бинобар ин, лозим аст, ки **ба хонандагон методҳои азхудкунии илмиро омӯзонем.**

Фарқияти байни фаъолияти муаллим ва хонандаро ба эътибор гирифта **классификатсияи умумии методҳои таълимро** ба ду гурӯҳ ҷудо намудан мумкин аст:

а) ***методҳои дарсдиҳӣ*** (фаъолияти муаллим); ба он методҳои ахборотдиҳӣ ва методҳои идоракунии фаъолияти ҷусҷӯи хонандагон шомил мебошанд.

б) ***методҳои омӯзишӣ*** (фаъолияти хонандагон); ин ҷо методҳои фаҳмидагирии маводи таълимӣ дохил мешаванд.

Дар ин классификатсия роли асосиро методҳои гурӯҳи 2-юм мебозанд, зеро онҳо максади таълимро муайян карда системаи азхудкунии маводи таълимиро таъмин мекунанд.

Дар зери мафҳуми методҳои омӯзиши математика мо тарзҳоеро мефаҳмем, ки онҳо фаъолияти фаҳмидагирии мустақилона ва фаъоли хонандагонро таъмин карда метавонанд.

Ин методҳоро шартан ба қисмҳои зерин ҷудо кардан мумкин аст.

1. Методҳои илмии омӯзиши математика (мушоҳида ва таҷриба, муқоиса, анализ ва синтез, индуксия, дедуксия ва ғайра).

2. Методҳои таълимии омӯзиши математика (методи эвристикӣ, таълим бо моделҳо, методи барномавӣ ва ғайра).

Методҳои дарсдиҳии математика тарзҳои ба хонандагон дастрас намудани системаи муайяни донишҳо, малака, ва маҳоратҳои математикиро муқаррар мекунад.

Ба методҳои дарсдиҳӣ: ҳикоя, сӯҳбат, лексия, кори мустақилона, кор бо адабиёти таълимӣ ва ғайра дохил мешаванд.

Дар зери мафҳуми **шаклҳои таълими математика** тарзҳои ташкили раванди таълим фаҳмида мешавад. Ба шаклҳои таълими математика: корҳои лабораторӣ ва амалӣ, машғулиятҳои коллективӣ-гурӯҳӣ, машғулиятҳои индивидуалӣ-мустақилона, таълими проблемавӣ ва ғайраҳо дохил мешаванд.

Хулоса: Ба ҳар як методи дарсдиҳӣ методи муайяни омӯзишӣ **математика бояд мувофиқ бошад.** Дар китоби [3] МТМ мо ин фарқиятро намебинем.

а) **Эвристика**-ҳамчун илми нав дар ҳамаи соҳаҳои фанҳо истифода бурда мешавад. Кибернетика, философия, психология ва педагогика онро васеъ истифода мебаранд. Методи эвристикӣ (ё методӣ кашфиёт) дар таълим бо маънои маҳдудаш сӯҳбати эврестикӣ – шакли диалогии таълим фаҳмида мешавад, ки дар он муаллим ба хонандагон донишҳои тайёр надода, балки ба воситаи саволҳо онҳоро ба мафҳумҳои нав, қоидаву исботҳо оварда мерасонад. Дар маънои васеъаш - қайд мекунад Метельский Н.В. – ин метод- методи тадқиқотӣ ва дигар тарзҳои гуногуни методи таълими проблемавиро дар бар мегирад. Ба истифодаи методи эврестикӣ дар таълим педагогҳо, математикҳои пеш аз револютсионии рус С.И. Шохор-Троцкий (дар асари «Геометрия дар масъалаҳо»), Н.А. Извольский (дар «Кори комбинатсионӣ») ва дигарон аҳамияти калон дода буданд. Оид ба фаъолияти эвристикї дар илм ва аҳамияти он дар таълими математика мо фикрҳои самарабахшро дар китоби математики америкоӣ Д.Пойа - «Как решать задачу?» дарёфт карда метавонем. Ӯ кӯшиш мекунад, ки эвристикаро ҳамчун соҳаи махсуси дониш нишон диҳад. **Мақсади эвристика** қоидаҳо ва методҳое, ки ба кашфиёт ва ихтироот бурда мерасонад, тадқиқ кардан аст: **қоидаи I** -бояд шахс дорои қобилият ва дар қатори он боирода бошад; **қоидаи II** - бо устувор будан лозим аст, то лаҳзае дар тасавурот ақидаи хушбахте наояд.

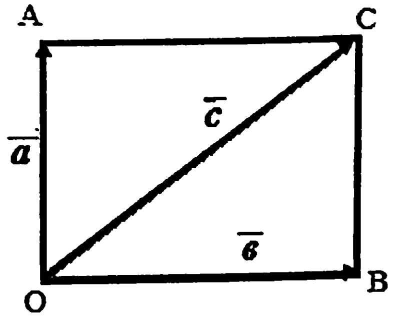
Дар охири китоб муаллиф схемаи ҳалли масъалаҳоро медиҳад, ки он аз чор давр (этап) иборат аст.

1. Фаҳмидани шарти масъала; 2. Тартиб додани нақшаи ҳал; 3. Иҷрои нақша; 4. Омӯзиши ҳалли ҳосилшуда.

Дар раванди иҷроиши ин этапҳо масъалаҳалкунанда бояд ба саволҳои зерин ҷавоб гардонад: Чӣ номаълум аст? Чӣ дода шудааст? Шарт аз чӣ иборат аст? Оё ягон масъалаи ба масъалаи додашуда наздик вуҷуд надорад? Оё онро истифода бурдан мумкин аст?

Дар ин схема як принсипи **фаъолияти эвристикӣ:** истифодаи таҷрибаи пешгузашта дар назар дошта шудааст. Ба ақидаҳои Пойа наздик мо нуқтаи назарро дар китобҳои психологҳо ва педогоҳои америкоӣ Д.Бурнер «Раванди таълим» (М: -1962) ва У. Сойёр "Прелюдия к математике" (М: -1972)

дида метавонем. Шумо ин фикрҳоро аз китоби МТМ (В.Оганесян и др. с. 192-193) хонда метавонед.



Татбиқи методи эврестикиро дар исботи теорема (синфи 7) дида мебароем. Муаллим дар назди хонандагон ягон проблема гузошта, сони бо ёрии саволҳои саҳеҳи пай дар пай хонандагонро ба кашфи ин ё он факти математикӣ оварда мерасонад. Хонандагон қадам ба қадам мушкилиҳоро бартараф намуда проблемаи гузошта шударо барои худ "кашф" мекунанд.

Теорема. Ҷамъи векторҳои $\overline{a}$ ва $\overline{в}$ ба қонуни ҷойивазкунӣ итоат мекунад.

- Чӣ дода шудааст? Чиро бояд исбот кард?

Муаллим: Аввал теоремаро барои ҳолати $\overline{a}=\overline{OA}$ ва $\overline{в}=\overline{OB}$ исбот мекунем; нуқтаҳои 0, A, B дар як хати рост намехобанд.

Муаллим: Чӣ тавр мо ба қонуни ҷойивазкунӣ боварӣ пайдо карда будем?

Оё ҳамон тарзро ин ҷо истифода бурдан мумкин нест?

-Чӣ тавр инро иҷро бояд кард?

-Кадом тарзи ёфтани суммаи векторҳоро медонем?

-Қоидаи секунҷа дар намуди формула чӣ тавр навишта мешавад?

-Аз кадом нуқта $\overline{OB}$ -ро гузорем, ки барои ёфтани $\overline{a}+\overline{в}$ қоидаи секунҷаро татбиқ карда тавонем? Инро иҷро намоед.

-Суммаи векторҳои ҳосилшударо нишон диҳед.

-Чӣ тавр суммаи $\overline{в}+\overline{a}$-ро ёфтан мумкин аст. Инро иҷро намоед.

-Натиҷаи ҳосилшударо нишон диҳед.

-Чӣ боварӣ ҳосил кардед?

Аз нақша маълум аст, ки мо қоидаи нави ҷамъи векторҳо – қоидаи параллелограмро ҳосил намудем.

-Барои кадом ҳолат теорема исбот карда шуд?

-Боз кадом ҳолатҳо шуданаш мумкин аст?

Хонандагон ба саволҳои гузошатаи муаллим ҷавобҳо мекобанд ва ҳамин тариқ материали таълимӣ бошуурона дар раванди ҷустуҷӯ аз худ карда мешавад.

(Истифодаи методи эврестикиро дар омӯзиши теоремаи Пифагор аз курси МТМ, саҳ. 194-195 коспект кунед).

Тадқиқотҳои психологӣ-педогогӣ нишон медиҳад, ки донишҳои азхудкардаи хонандагон на ба воситаи нақли муаллим ва ё бо ёрии баёни китоб, балки ба эҷодиёти худи онҳо, фаъолияти тадқиқотии онҳо аз бар карда мешаванд. Дар бисёр ҳолатҳо шунидан мумкин аст: хонанда барои азхудкунии курси математика қобилият надорад. Дар амал бошад ин тавр нест, раванди таълим ба суръат, ба пешравии хонанда мувофиқ нест. Аз ҳамин ҷиҳат ӯ қафомонда, сустхон шуда мемонад. Камсамарабахшии методҳи анъанавии таълимро Ж. Пиаже танқид карда, изҳори ақида мекунад, ки таълими математика бештар на аз **фаъолияти амалӣ**, балкӣ аз фаҳмонидадиҳии суханӣ сар мешавад.

Ӯ тасдиқ мекунад, ки ҳар як кӯдаки солим ба тафаккури математикии саҳеҳ қобилият дорад, агар ташаббуси он дар шакли бозӣ сурат гирад. Тадқиқотҳои психологҳои шуравӣ Рубинштейн С.А., Л.С. Выготский, А.Н. Леонтьев ва баъдан П.Я. Гальперин нишон доданд, ки ҳаргуна амалёти фикрӣ, пеш аз ҳама бояд этапи амалиёт бо предмет (ё ин ки ивазшавандаи он) – ро гузарад.

Барои омӯзиши фаъолонаи математикӣ мо бояд ба хонандагон иҷро намудани таҷрибаҳои гуногунро тавсия диҳем, ки онҳо ба материали мушаххас асос ёбанд. Аммо, таҷрибаҳо бо матералҳои мушаххас на ҳамеша муяссар мешаванд. Бинобар ин дар ҷараёни таълим «материалҳои сунъи» сохташуда (материалҳои дидактикӣ)-ро истифода бурдан зарур мешавад.

Дастурҳои дидактикиро аз математика ба қисмҳои зерин ҷудо кардан мумкин аст.

1. Моделҳое, ки атрофии моро иҳота намудаанд (модели нуқта, хати рост, ҳамворӣ, модели хати кач).
2. Асбобҳои айёние, ки худи хонандагон тайёр мекунанд.
3. Асбобҳои айёнии истеҳсоли фабрикавӣ.

Ба дастурҳои ғайрианъанавии нав, ки ақидаи таълими фаъолонаро самаранок таъмин менамояд хатчаҳои Кюзинер, геоплани Гаттеньо – Карасев, блокҳои мантиқии Дьенеш, моделҳои динамикии Э.Кастельнуово ҳисоб мешаванд. Ин ҷо мо фақат дар бораи геоплани Гаттеньо – Карасев ва блокҳои мантиқии Дьенеш нақл кардани ҳастем. Моделҳои Кюзинер ва Кастельнуоворо аз курси МТМ (саҳ. 207; 215) омӯзед ва конспект кунед.

Калеб Гаттеньо – профессори универстети Лондон аз ақидаи «ҳамвории геометрӣ» истифода бурда дастури дидактикие сохт, ки он бо номи геоплани Гаттеньо машҳур аст.

Чунин моделро бо номи «модели универсиалии доира» педагогӣ шуравӣ П.А. Карасев соли 1925 сохта буд. Сохти модел чунин аст. Дар фанер давра кашидашуда, дар он баъди ҳар 5^0 мехчаҳо сахт карда, як мехи дигар дар марказ, дар дохил ва берун аз доира махкам мебошанд. Барои ҳосил карданни хорда, буранда ва дигар элементҳои геометрӣ резинка истифода бурда мешавад. Геопланҳои Гаттеньо низ аз доска иборат буда, дар он мехчаҳо дар шакли квадратҳо ё ин ки бисёркунҷаҳо сахт карда шудаанд. Дар он квадратҳо бо 9, 16, 25, 121 мехча, 8 – кунҷаҳои мунтазам, 10 – кунҷаҳо ва 12 – кунҷаҳо ҳастанд. Резинкаҳои рангорангро байни мехчаҳо кашида моделҳои гуногуни геометрӣ (аз рӯи шакл, андоза, симметрия, монандӣ)-ро ҳосил кардан мумкин аст. Гаттеньо аз истифодабарии доска даст намекашад, вале ба ақидаи ӯ геоплан имконият медиҳад, ки хонанда фигурaро аз нуқтаи назари гуногун таҳлил намояд. Дар геоплан хатҳо кашида намешавад, тасвири онҳо бо ёрии резинкаҳо ба вӯҷуд меоянд. Хонандагон метавонанд мустақилона хосиятҳои фигураҳоро омӯзанд, фарзияҳо пешноҳод кунанд. Модели Гаттеньо кори эҷодӣ, тадқиқотии хонандаро дар назар дорад. Аммо ин модел ба хонандагон дониш дода наметавонад. Бинобар ин, онро дар дарсҳои математика эҳтиёткорона истифода бурдан лозим аст. (Геоплани Гаттеньо расми 74 ва75 курси МТМ.)

Блокҳои мантиқии Денеш аз фигураҳои геометрӣ (40 дона), ки аз дарахт ё пластмасс сохта шудаанд, иборат мебошад. Онҳоро аз рӯи чор хосият фарқ мекунанд: **ранг**: сурх, зард, гулобӣ; **шакл**: секунҷаҳо, росткунҷаҳо, квадратҳо, доираҳо; **тунук ва ғавс**; **бузургӣ**: хурд, калон. Бо ёрии ин блокҳо бо мактаббачагон машқҳои гуногунро иҷро кардан мумкин аст. Блокҳоро аз рӯи хосияташон классификатсия кардан мумкин; чунончӣ аз рӯи рангашон (ҳамаашон гулобӣ), аз руи шаклашон (ҳамаашон доирашакл) ва ғ. Мактаббачагон фаҳмида мегиранд, ки фигураҳои ранги гулобӣ дошта, зермаҷмӯи ҳамаи фигураҳо ҳисобида мешавад. Ҳамин тавар ба классификатсияи типҳои мураккаб (ҷудо кардани фигураҳо аз рӯи шакл ва ранг) гузаштан мумкин аст. Дар ин блокҳо хосиятҳои фарқкунандаи фигураҳо, инкори баъзе хосиятҳоро нишон додан мумкин аст.

в) Методи таълими проблемавӣ ба тафаккури эҷодӣ, эвристикӣ такя мекунад. Гарчанде ақидаи ин метод дар вақташ аз тарафи Ж.Ж. Руссо пешбарӣ шуда бошад ҳам, танҳо дар солҳои охир ба он аҳамият медодагӣ шуданд. Тафаккури эҷодӣ ҳамеша дар ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ ва назарияҳои математикӣ лозим шуда мемонад. Аз ҳамин нуқтаи назар методи таълими проблемавӣ дар оянда яке аз методҳои асосии таълими математика дар мактаби миёна бояд шавад. Оид ба таълими проблемавӣ фикрҳои пурқиматро дар асарҳои профессори поляк В. Оконь – «Основы проблемного обучения» (М:-1968), педагогҳои шуравӣ – А.М. Матюшкин –

«Проблемные ситуации в мышлении и обучении» (М: -1972), М.И. Махмутов – «Теория и практика проблемного обучения» (М. -1972) ва ҳоказо дарёфт кардан мумкин аст. Мафҳуми асосии таълими проблемавӣ – **мафҳуми проблема** (таълими) ва **вазъияти проблемавӣ** ҳисоб мешавад. Аз ин ҷо мебарояд, ки «проблемавият» яке аз хусусиятҳои шакли нави таълим буда, тафсири метод ҳисоб намешавад, зеро методе, ки таълими проблемавиро ба вуҷуд меоварад, методи эвристикӣ аст.

Масъалаи таълимии математикӣ дар ду маврид вазъияти проблемавиро ба вуҷуд меорад:

1) агар дар байни шарт ва талабот субъект – одам дохил бошад;

2) агар ин шахс ҳанӯз ҳалли масъаларо намедонад.

Ҳаргуна масъала вазъияти проблемавиро ба амал оварда метавонад, агар шахси ҳалкунанда тарзи ҳалли онро надонад.

Проблема гуфта умуман масъалаеро мефаҳманд, ки тадқиқ ва ҳал кардан лозим аст. Проблемаҳои таълимӣ барои ҳалли худ донишҳо, малака ва маҳоратҳои навро, ки ба илм маълум буда, барои хонанда маълум нест, талаб мекунанд.

Проблемаи таълимӣ – элементи вазъияти проблемавӣ ҳисоб мешавад.

В. Оконь дар таълими проблемавӣ се этапро ҷудо мекунад:

1. Гузориши проблема;
2. Ҳалли он;
3. Санҷиши ҳал.

Таълими проблемавӣ чист? Дар байни педагогҳо ва олимон дар ин бора ақидаи ягона нест. М.Н. Скаткин дар асари – «Совершенствовании учебного процесса в школе» (М: -1971) низ се намуди асосии таълими проблемавиро ҷудо мекунад:

1. Баёни проблемавии дониш;
2. Ҷалб намудани хонандагон дар этапҳои ҷудогонаи баёни материал ба ҷустуҷӯ;

3. Методӣ тадқиқотии таълим.

Акнун дида мебароем, ки чӣ тавр дарси математикаро дар шакли таълими проблемавӣ ташкил кардан мумкин аст.

Муаллифони китоби дарсии МТМ [2] чунин схемаро тавсия намудаанд:

1) ба вуҷуд овардани вазъияти таълими проблемавӣ ба мақсади ҳавасманд намудани хонандагон ба ин проблема;

2) шарҳи масъала, ки он аз вазъияти проблемавии дода шуда ба амал меояд;

3) омӯхтани шартҳои гуногуне, ки масъалаи гузошта шударо шарҳ медиҳанд;

4) моделиронии шартҳо ва иваз намудани моделҳои мавҷуд буда ба моделҳои айёнӣ ва оддитарин;

5) раванди ҳалли масъалаи гузошташуда;

6) тадқиқи ҳалли масъала;

7) истифодаи донишҳои нав дар ҳалли масъалаҳои таълимии махсус интихобшуда;

8) васеъкунӣ ва умумикунонии натиҷаҳои масъалаҳои ҳалшуда дар доираи вазъияти проблемавии дода шуда;

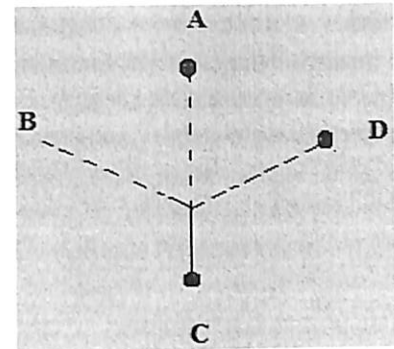
9) омӯзиши ҳалли ҳосил шудаи масъала ва ҷустуҷӯи вариантҳои дигари ҳалли он;

10) ҷамъбасти кори иҷрошуда.

(Ин схемаро ҳамчун асбоби айёнӣ омода кардан лозим!)

Дар асоси ин схема мавзӯи «Чоркунҷаҳои дарункашидашударо» баён мекунем.

1. Муаллим дар назди хонандагон чунин масъаларо мегузорад: «Дар нақша нуқтаҳои A, B, C, Д мавқеи ҷойгиршавии отрядҳои ҷавононро ифода мекунанд. Дар куҷо штаби марказии ҷавонони бозии «Шуъла»-ро ҷойгир кардан лозим аст, то ки аз он чор отряди ҷавонон дар якхел дурӣ воқеъ бошад?



2. Дар раванди муҳокимаи ин вазъияти проблемавӣ муайян карда мешавад, ки маҷмӯи ҳамаи нуқтаҳои ҳамворӣ, ки аз нуқтаи дода шудаи ҳамворӣ дар як дурӣ воқеанд, давра аст. Пас, нуқтаҳои A, B, C, Д ба давра тааллуқ доранд, ҳолати маркази он маълум нест.

3. Аз вазъияти проблемавии дода шуда масъалаи зерин ба амал меояд: аз 4 нуқтаи дода шуда давра гузаронида шавад.

4. Хонандагон ба ҳалли масъала машғул шуда бо ёрии муаллим муқаррар мекунанд, ки:

а) аз нуқтаи додашудаи A миқдори дилхоҳи давраҳоро, ки марказашон дар нуқтаи ихтиёрӣ воқеъ аст, гузаронидан мумкин аст;

b) аз болои ду нуқтаи A ва B миқдори дилхоҳи давраҳоро, ки марказашон дар порчаи AB воқеъ аст, гузаронидан мумкин аст;

c) аз болои се нуқтаи дар як хати рост нахобанда ягона давра гузаронидан мумкин аст.

Ҳалли масъала ба он оварда мерасонад, ки давраи кашида шуда бояд аз болои 4 нуқта гузарад.

Чор нуқтаро пайваст карда, хонандагон чоркунҷаи АВСД-ро ҳосил мекунанд, ки он бояд дар даруни давра воқеъ бошад. Хосияти ин чоркунҷа омӯхта мешавад. Муқаррар карда мешавад, ки бузургии

$$\angle A = \frac{1}{2}\overset{\smile}{BСД}; \qquad \angle C = \frac{1}{2}\overset{\smile}{BАД}.$$

$$\text{Пас}: \angle A + \angle C = \frac{1}{2}\overset{\smile}{BСД} + \frac{1}{2}\overset{\smile}{BАД} = \frac{4d}{2} = 2d. \ \angle B + \angle Д = 2d.$$

Кунҷҳои А ва С, В ва Д дар чоркунҷа – кунҷҳои муқобилхобидаанд.

5. Дар раванди ҳалли ин масъала хосияти нави чоркунҷаи дарункашидашуда муаяйн гардид: «Суммаи бузургиҳои кунҷҳои муқобхобидаи чоркунҷаи дарункашидашуда ба 2d баробар аст». Муаллим қайд мекунад, ки ин тасдиқ теорема аст ва исботи он дар раванди ҳалли масъала ба амал омад.

6. Муаллим ба синф рӯ оварда мегӯяд: «Оё тасдиқи баръаксӣ дуруст аст? Онро шарҳ диҳед».

7. Муаллим ба масъалаи гузошташуда баргашта, нишон медиҳад, ки чӣ тавр маркази давраи аз болои чор нуқта гузарандаро ёфтан лозим аст. Хонандагон ба ёд меоранд, ки чӣ тавр маркази давраи аз болои се нуқта гузарандаро сохта буданд. Он тарзро ин ҷо истифода мебаранд.

8. Ба хонандагон муаллим мефармояд, ки аз ду теоремаи исботшуда чигуна натиҷаҳо ҳосил кардан мумкин аст; онҳоро шарҳ диҳанд.

9. Бо ҳамроҳии муаллим хонандагон меомӯзанд, ки оё аз аз болои 5, 6 ва ҳк. нуқтаҳо давра гузаронидан мумкин аст ё не.

10. Ба сифати мустаҳкамкунии материал кори мустақилонаи зерин дода мешавад: агар дар чоркунҷа бузургии кунҷҳо пай дар пай ба 90^0, 90^0, 60^0 ва 120^0 баробар бошад, дар атрофи он давра кашидан мумкин аст?

11. Натиҷа ҷамъбаст карда шуда ба хона вазифа супорида мешавад.

Таълими проблемавиро чӣ тавр, бо кадом тарз ташкил карда, чӣ тавр ба хонандагон баҳо гузоштан лозим аст, онро аз курси МТМ (саҳ. 244 – 245) хонед.

д.) Ба методҳои анъанавии таълими математики лексияи мактабӣ, ҳикоя, сӯҳбат, кори мустақилонаи хонандагон бо китоби дарсӣ, машқҳои мустақилона дохил мешаванд. Ин методҳо методҳои догматики (юн. Dogma-муҳокимаи бедалелу исбот)-и таълим ҳисоб мешаванд, зеро дар раванди таълим танҳо муаллим ахборот медиҳаду халос; вай фаъол асту бас.

жс.) Ба шаклҳои таълими математика: кори каллективонаи хонандагон, кори гурӯҳӣ, кори фронталӣ, индивидуалӣ – мустақилона дохил мешавад. Дар зери мафҳуми шаклҳои таълими математика тарзҳои ташкили раванди таълим фаҳмида мешавад.

1.4. МАФУМҲОИ МАТЕМАТИКӢ ВА МЕТОДИКАИ ҶОРӢ НАМУДАНИ ОНҲО ДАР МАКТАБ

Нақша:

1. *Мафҳумҳои математикӣ.*
2. *Раванди ташаккулёбии мафҳумҳо.*
3. *Умумикунонӣ бо ёрии мафҳумҳо.*
4. *Мазмун ва ҳаҷми мафҳум, таърифи мафҳум.*
5. *Классификатсияи мафҳум (лот-системаи мувофиқи аломатҳои умумии тақсимшавии мафҳумҳо).*
6. *Мафҳумҳо ва терминҳо (истилоҳҳо).*
7. *Методикаи таълими мафҳумҳои математикӣ.*

Мустақилона:

Тартиб додани луғат доир ба маҷмӯи мафҳумҳое, ки дар алгебраи синфҳои VI-X, геометрияи VI-X истифода бурда мешаванд.

Адабиёт

1. Блох А.Я. и др. Методика преподования математики. Ч.1.М-1985, с.38-67.
2. Колягин Ю.М. и др. Методика преподования математики в средний школе. –М-1975.
3. Метельский Н.В. Дидактика математики. Минск: БГУ,1982, с. 64-93.
4. Оганесян В.А. и др. Методика преподования математики. Ч.1.М-1980, с.58-76.

Илова

1. **Фридман** Л.М. Учитесь, **учиться математике. М: Просвеще**ние, 1985.
2. Брадис В.М. Методика преподования математики. М: учпедгиз,1954, с.19.

1. Тафаккур бо се шакли асосӣ: мафҳум, муҳокима ва хулосабарорӣ шарҳ дода мешавад. Аз рӯи ин шаклҳо шахс дар шуури худ дунёи реалиро фаъолона инъикос мекунад. Дар ин

лексия мо танҳо ба ташаккулёбии мафҳумҳои математикӣ таваққуф менамоем.

Мафҳум яке аз шаклҳои тафаккур аст. Мафҳумҳои математикӣ - ин объектҳое мебошанд, ки дар математика дида баромада мешаванд. Адад, функсия, муодила, интеграл, секунҷа ва ҳ.к. - мафҳумҳои математикӣ мебошанд. Мафҳумҳои математикӣ - объектҳои идеалианд, онҳо дар намуди материалӣ дар табиат дучор намеоянд. Вале мафҳумҳои математикӣ аз дунёи реалӣ гирифта мешаванд. Пеш аз он, ки мафҳум ба вуҷуд ояд, бояд худи объектҳо вуҷуд дошта бошанд.

2. Ташаккулёбии мафҳум раванди психологии мураккаб аст ва он аз рӯи схемаи зерин ба амал меояд:

Ҳиссиёт – дарккунӣ – тасаввурот – мафҳум.

Одатан ин равандро ба ду дараҷа ҷудо мекунанд:

а) дараҷаи **ҳискунӣ**, ки он аз эҳсосот - дарккунӣ - тасаввурот иборат аст;

б) **мантиқӣ**- гузариш аз тасаввурот ба мафҳум бо ёрии умумикунонӣ ва абстрактсиякунонӣ ба амал меояд.

Дараҷаи ҳискунӣ дар раванди ташаккулёбии мафҳум ба этап(давр)-и якуми дониш мувофиқ аст, бинобар ин тадбиқи он истифодаи васеи айёниятро талаб мекунад. Агар ба хонанда ҳеҷ гоҳ модели кубро нишон надода бошанд, он гоҳ дар ӯ тасаввуроти мафҳуми куб пайдо намешавад.

Раванди ташаккулёбии мафҳум самаранок ҳисобида мешавад, агар хонандагон аломатҳои моҳиятноки мафҳумҳои ташаккулёбандаро фаҳмида гиранд.

Раванди ташаккулёбии мафҳуми кубро дида мебароем. Ба кӯдакони синфи 6-7 предметҳоеро нишон медиҳанд, ки онҳо аз ҳамдигар бо шакл, ранг, мавод ва андоза фарқ карда, яке шакли куб ва дигаре ин шаклро надорад. Агар ба онҳо аз маҷмӯи ҷисмҳо ёфтани кубро талаб кунанд, онҳо аз рӯи шакл кубро ёфта метавонанд. Минбаъд ташаккулёбии мафҳуми куб ин тавр сурат мегирад. Ба хонандагон мефармоянд, ки аз ҷисмҳои ҷудо карда шуда куб бо кадом хосиятҳояш фарқ мекунад. Муқаррар карда мешавад, ки куб 8 қулла ва 6 рӯя дорад. Маълум карда мешавад, ки рӯяҳои куб квадратанд. Дар натиҷаи таҳлил, яъне гузариш аз тасаввуркунӣ ба абстраксиякунонӣ муайян мегардад, ки куб як намуди параллелепипеди росткунҷа аст. Дар ҳамин диалектикаи инкишофи мафҳум зоҳир мегардад.

3. Ба воситаи мафҳум **умумикунонӣ** ба вуҷуд меояд. Чунончӣ, мафҳумҳои "секунҷаи ABC", "секунҷа" ва "бисёркунҷа"-ро дида мебароем. Мафҳуми "секунҷа" аз мафҳуми "секунҷаи ABC", мафҳуми "бисёркунҷа" аз "секунҷа" васеъ аст. Ин умумикунонӣ аз он сабаб ба амал меояд, ки хосиятҳои фарққунандаи объектҳо партофта мешаванд. Дар мафҳуми "бисёркунҷа" танҳо нишонаи **умумӣ**, ки ба ҳамаи бисёркунҷаҳо мансуб аст, ҷудо карда шудааст. Дар фаҳмиши илмӣ ин гуна мафҳумҳоро **мафҳумҳои абстрактӣ** меноманд.

Тарзи дигари умумикунонӣ имконият медиҳад, ки мафҳумҳои мушаххас ба вуҷуд оварда шаванд. Масалан, дар мафҳуми "ҳосила" хосиятҳои умумие, ки ба ҳамаи намудҳои ҳосила тааллуқ доранд, таҷассум гаштааст. Агар онро дар функсияҳои хаттӣ, тригонометрӣ, суммаи функсияҳо ва ҳоказо татбиқ намоем, онгоҳ хосиятҳои хусусии ҳосилаи ин функсия ба амал меоянд.

4. Ҳар як мафҳум дорои мазмун ва ҳаҷм аст. Ғайр аз ин мазмуни мафҳум бо ёрии **таърифи** он ифода меёбад.

Мафҳум ҳангоми суханронӣ ба воситаи калимаҳо, ки **истилоҳ** номдоранд, ифода меёбад. Дар математика мафҳум дар бисёр ҳолатҳо на фақат бо истилоҳ, инчунин бо аломатҳо низ ишора карда мешаванд.

Мисолҳо

1. Мазмуни мафҳуми "адади ҷуфт"-ро аломати он – "ададе, ки ба 2 тақсим мешавад" муайян мекунад. Ҳаҷми мафҳум- маҷмуи ҳамаи ададҳои ҷуфт. Ин маҷмӯъ беохир аст.

2. Мазмуни мафҳуми "адади $\sqrt{2}$"-ро иррационалӣ буданаш маълум менамояд. Адади $\sqrt{2}$ нисбат ба маҷмӯи ҳамаи ададҳои иррационалӣ ҳаҷми хурд дорад.

Мазмуни мафҳум ба воситаи **таърифи** он ҳам баён карда мешавад.

3. Фигурае, ки се тараф дорад, секунҷа ном дорад. Мазмуни мафҳум- "секунҷа", ҳаҷми он ҳамаи секунҷаҳо.

Дар баёни ҳаҷм ва мазмуни мафҳум қонуни муносибати баръаксӣ ҷой дорад. Агар ҳаҷми як мафҳум ҳаҷми мафҳуми дигарро дар бар гирад, онгоҳ мазмуни мафҳуми якум қисми мазмуни дуюм ҳисоб мешавад.

Мисол. Ҳаҷми мафҳуми "секунҷаи баробарпаҳлӯ" нисбат ба ҳаҷми мафҳуми "секунҷаи баробартараф" васеъ аст, аммо мазмуни якум ба мазмуни дуюм ворид мебошад.

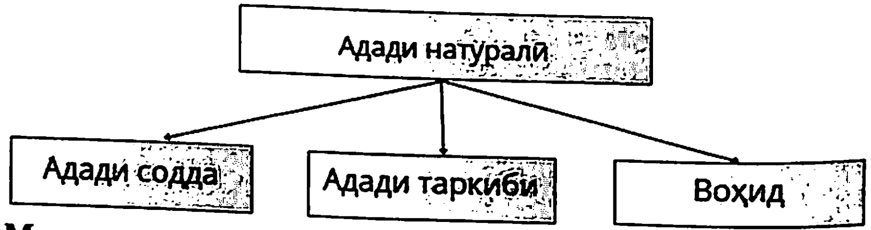
5. Омӯзиши ҳаҷми мафҳум бештар ба воситаи классификатсия (бо ёрии ягон хосияти мафҳум) ба амал оварда мешавад. Чунончӣ, аз рӯи бузургии кунҷҳо "секунҷа"-ро ба "секунҷаи тезкунҷа" (ҳамаи кунҷҳояш тезанд) ва "секунҷаи росткунҷа" (кунҷи рост дорад) ва "секунҷаи кундкунҷа" (кунҷи рост надорад) ҷудо мекунанд.

Супориш: а) боҳамҷойгиршавии хати рост ва ҳамворӣ дар фазо ва б) маҷмӯи ададҳое, ки дар КММ омӯхта мешаванд, класификатсия кунед.

Ҳангоми класификатсияи мафҳум шартҳо (талаботҳо)-и зеринро баинобат гирифтан лозим аст:

1. Класификатсия бояд аз рӯи аломати муайяни мафҳум ба амал оварда шавад.
2. Мафҳумҳое, ки дар натиҷаи класификатсия ба вуҷуд меоянд, бояд аз ҳамдигар вобаста набошанд.
3. Суммаи ҳаҷмҳои мафҳумҳо, ки ҳангоми класификатсия ба амал меоянд бояд ба ҳаҷми мафҳуми дода шуда баробар бошад.

4. Дар раванди класификатсияи мафҳуми дода шуда ба наздиктарин ќисми он гузаштан зарур аст.



Мисол:

Истифодаи ингуна схема дар класификатсияи мафҳумҳо ифодаи онро содда менамояд.

6. Мавқеи сухан ва ифодаи аломат дар ҷараёни ташаккулёбии мафҳум басо калон аст. Калима барандаи мафҳум аст. Калимае, ки мафҳуми муайянро қатъї ифода мекунад **истилох** ном дорад. Мисол: калимаи "ромб"- истилоҳи математикӣ аст. Дар баъзе ҳолатҳо калима **мавқеи манфӣ** дорад: калимаи "реша" дар маъноҳо (решаи растанӣ, решаи муодила, решаи бадбахтӣ ва ҳк.)-и гуногун фаҳмида мешавад. Мафҳум дар ин маврид яккимата ифода намеёбад. Ва баръакс, истилоҳҳои гуногун вуҷуд доранд, ки ҳамон як мафҳумро ифода мекунанд. Мисол:истилоҳи "квадрат" ба истилоҳи "чоркунҷаи мунтазам" ва "ромб бо кунҷҳои рост" синоним мебошанд.

7. Дар ташаккулёбии мафҳум методҳои мантиқи: таҳлил, муқоиса, абстраксиякунонӣ, умумикунонӣ, синтез ва ғайра мавқеъи бузург доранд. Методикаи омӯзиш аз омилҳои зиёд вобастагӣ дорад: мафҳум дар кадом синф омӯхта мешавад; то кадом андоза он мураккаб аст; оё хонандагон бо мафҳуми додашуда шиносанд ва ҳоказо.

Дар таълими математика асосан бо ду метод: мушаххасӣ-индуктивӣ ва абстрактӣ-дедуктивӣ мафҳум ворид карда мешавад.

Методи якумро бо тарзи зерин ҷорӣ кардан мумкин аст:

1. Маводи эмпирикӣ (таҷрибавӣ) таҳлил карда мешавад (ғайр аз индуксия дигар методҳо муқоиса, абстраксиякунонӣ, умумикунонӣ истифода мегарданд);
2. Аломати умумии мафҳум маълум карда мешавад;
3. Таърифи мафҳум шаҳр дода мешавад;
4. Таъриф бо мисолҳо мустаҳкам карда мешавад;
5. Азхудкунии минбаъдаи мафҳум ва таърифи он дар раванди истифодабарии оянда ба амал оварда мешавад.

Истифодаи методи дуюм бо се банди охирин (3-5) ба итмом мерасад. Масалан, баъди дохил намудани мафҳуми параллелограмм ворид кардани дигар мафҳумҳо (росткунҷа, ромб, квадрат, трапетсия) бо методи абстрактӣ-дедуктивӣ ба ҷо оварда мешавад.

Супориш. Аз китоби математикаи мактабӣ мисолҳои мафҳумҳоеро интихоб ва конспект кунед, ки онҳо бо методи мушаххасӣ-индуктивӣ ва абстрактӣ-дедуктивӣ шомил карда мешаванд.

1.5. МЕТОДИКАИ ШИНОС НАМУДАНИ ХОНАНДАГОН БА МАФҲУМҲОИ АСОСИИ КУРСИ МАТЕМАТИКАИ МАКТАБӢ
(идомаи мавзӯи пештара)

Нақша:

1. *Шинос намудани хонандагон ба мафҳумҳои асосии математикаи синфҳои ибтидоӣ (IV-V).*
2. *Мавқеи аналогия дар ташаккулёбии мафҳумҳои математикӣ.*
3. *Мавқеи таърифҳо ва символ(аломат)-ҳои математикӣ ҳангоми азхуд намудани мафҳумҳо.*

Адабиёт

1. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики. М: Учпедгиз, 1977.
2. Китобҳои дарсии математикаи мактабӣ. Синфҳои IV-X.

Илова

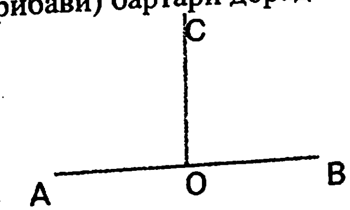
1. Глейзер Г.И. История математики в школе. VI класс. М: Учпедгиз, - 1964.
2. Глейзер Г.И. История математики в школе. VII-VIII классы. М: Просвищение, -1982, с.32.
3. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике. –Киев: Радяньска-школа, -1983.

Дар ин лексия дар бораи баъзе масъалаҳои методии шинос намудани хонандагон ба мафҳумҳои арифметикӣ истода мегузарем. Ба талабагон дурӯст омӯзонидани мафҳумҳои математикӣ (ММ) яке аз вазифаҳои муҳимми ташкили таълим мебошад.

1. Дар синфҳои IV-V маҷмӯи зиёди ММ омӯзонида мешавад. Чунончӣ, дар синфи IV мафҳумҳои зерин таълим дода мешаванд: адади натуралӣ, миллиард, касри оддӣ, сурат ва махраҷи каср, хатҳои рости параллелӣ, маҷмуъҳои ададӣ, элементи маҷмуъ, фигура, параллелепипеди росткунҷа, рӯя ва теғаҳои параллелепипеди роткунҷа, тағйирёбанда, ифодаи ададӣ, муодила, нобаробарӣ, ҳалли нобаробарӣ, касри дуруст ва нодуруст, кунҷ, кунҷи рост, тез ва кунд, тақсимкунанда, каратӣ, хатҳои рости перпендикуляр, фоиз, диаграммаи доиравӣ, формула ва ғайра.

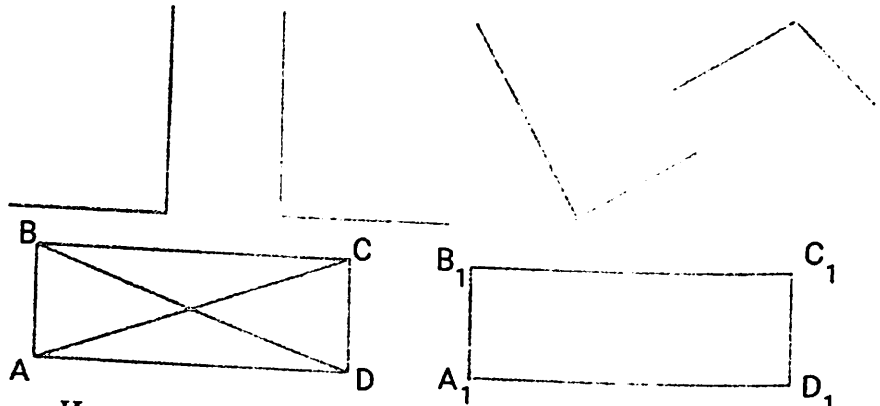
Дар ин рӯйхат мафҳумҳое вомехӯранд, ки онҳо дорои таъриф ва қисми дигарашон бошанд бе таъриф оварда шудаанд. Масалан, мафҳумҳои: маҷмуъҳои ададӣ, параллелепипеди росткунҷа, ифодаи ададӣ, диаграмма, формула ва ғайра бе таъриф баён шудаанд. Ҳангоми ташаккулёбии ММ ду метод: конкретӣ-индуктивӣ ва абстрактӣ дедуктивӣ истифода бурда мешавад.

Шарти зарурии самаранокии таълими ММ дар синфҳои IV-V истифодаи аёният мебошад, зеро дар хонандагони ин синну сол тафаккури эмпирикӣ (таҷрибавӣ) бартарӣ дорад.



Мафҳуми «кунҷи рост» (математикаи синфи 4.)-ро мегирем. Дар китоби дарсӣ кунҷи кушоди АОВ гирифта шуда, дар он нури ОС тавре гузаронида шудааст, ки вай кунҷро ба ду қисми баробар тақсим мекунад ($\angle AOC = \angle COB$). Баъд таърифи кунҷи рост пешкаши хонандагон мегардад: **нисфи кунҷи кушод - кунҷи рост номида мешавад.**

Барои беҳтар шинос шудан бо ин мафҳум ба муаллим лозим аст, ки кунҷи ростро дар ҳолатҳои гуногун дар ҳамворӣ тасвир намояд, то ин ки ҳангоми иҷро намудани машқҳо хонандагон кунҷи ростро аз фигураҳои гуногун ҷудо карда тавонанд.



Ингуна машқҳоро дар китоби дарсӣ дарёфт карда метавонем (№676, 686). Муаллим бояд қайд намояд, ки ҳолати кунҷи рост дар ҳамворӣ гуногун шуда метавонад.

Дар китоби дарсии "Математика. Синфи 5 (М.-5)" хонандагон ба мафҳумҳои зиёди математикӣ дучор меоянд: хати рости ададӣ, координата, тахтмаҷмуъ, модули адад, ҳамвории координатӣ, коэффитсиент, бадараҷабардорӣ, график, КТУ, ХКУ ва дигарҳо.

Маълум намоед, ки кадоме аз мафҳумҳо дар китоби «Математика. 5» бе таъриф ва кадоме аз онҳо бо таъриф дода шудаанд; чаро ин ё он мафҳум бе таъриф оварда шудааст? Асоснок намоед. Дар ҷадвали зерин онҳоро тасвир намоед.

№	Мафҳум	Оё таъриф дорад?	Китоби дарсӣ, саҳ
1			
2			
3			

Баъзе қисмҳои дарсро оид ба омӯхтани мафҳуми «модули адад» (М-5.) кор карда бароед. Методи таълими муносибро интихоб намоед.

2. Истилоҳи **аналогия** ҳангоми ташаккулёбии мафҳумҳо дар мактаб васеъ истифода бурда мешавад. Махсусан мавқеи аналогия ҳангоми таълими мафҳумҳои стереометрӣ хеле калон аст. Агар муаллим мулоҳизаронии хонандагонро дуруст ба амал орад, онгоҳ онҳо муқаррар карда метавонанд, ки мафҳумҳои давра ва сфера, доира ва кура, кунҷ ва кунҷи дурӯя, хатҳои рости параллелӣ ва ҳамвориҳои параллелӣ, секунҷа ва **тетраэдр**, параллелограмм ва параллелепипед ва ғайра ба таври аналогӣ ба вуҷуд меоянд.

Муқоисаи мафҳумҳои аналогӣ имконият медиҳад, ки хосиятҳои якхелаи онҳо муайян карда шуда, хосиятҳои фарқкунандаашон зоҳир карда шаванд. Мафҳумҳои аналогиро муқоиса намуда, хосиятҳои онҳоро дар шакли ҷадвал навиштан беҳтар аст. Ин тарзи кор омӯхтани хосиятҳои мафҳуми навро осон мегардонад. Масалан, ҳангоми омӯхтани параллелепипеди рост ва хосиятҳои он ҷадвали зеринро тартиб додан ба мақсад мувофиқ мебошад.

Квадрати диагонали росткунҷа ба суммаи квадратҳои ду ченаки он баробар аст.	Квадрати диагонали параллелепипеди росткунҷа ба суммаи квадратҳои се ченаки он баробар аст.
Диагоналҳои росткунҷа баробаранд.	Диагоналҳои параллелепипеди росткунҷа баробаранд.
Тарафҳои муқобилхобидаи параллелограмм порчаҳои баробаранд.	Рӯяҳои муқобилхобидаи параллелепипед – параллелограмҳои баробаранд.
Диагоналҳои параллелограмм дар нуқтаи бурриш	Диагоналҳои параллелепипед дар нуқтаи бурриш ба ду ҳис-

ба ду ҳиссаи баробар тақсим мешаванд.	саи баробар тақсим мешаванд.
Кунҷҳои муқобилхобидаи параллелограмм баробаранд	Кунҷҳои дурӯяи муқобилхобидаи параллелепипед баробаранд, кунҷҳои серӯяи муқобилхобидаи параллелепипед баробар нест.

Аналогия ба хонандагон имконият медиҳад, ки таърифи мафҳумҳои навро мустақилона шарҳ диҳанд.

Мафҳумҳои алгебравиро низ бо тарзи аналогӣ баён кардан мумкин аст. Чунончӣ, дар як ҷадвал муносибати «баробарӣ», «калонӣ» ва «хурдӣ»-ро дар маҷмӯҳои ададӣ тасвир кардан қулай аст.

Теорема. Агар $a=b$ бошад, он гоҳ $a-b$ ба сифр баробар аст.	Теорема. Агар $a>b$ бошад, он гоҳ $a-b$ адади мусбат ва агар $a<b$ бошад, $a-b$ адади манфӣ аст.
Муносибати «баробарӣ» дорои хосияти транзитивӣ аст.	Муносибати «хурдӣ» ва «калонӣ» дорои хосияти транзитивӣ аст.
....	....

Пур кардани қисми дигари ҷадвал барои кори мустақилона тавсия карда мешавад.

3. Барои аз худ намудани мафҳум **таърифи он** ёрӣ мерасонад, зеро дар таъриф нишонаҳои зарурӣ ва кифоягии мафҳум ифода меёбад. Чӣ қадаре, ки мафҳум абстрактӣ бошад, ҳамон қадар структура (сохт)-и мантиқии таърифи он мураккабтар мешавад (ба монанди: лимити пай дар паи, лимити функсия, бефосилагии функсия ва ғайра). Мавқеи таъриф дар ташаккулёбии мафҳум аз мазмуни он, структураи мантиқии таъриф, синну соли хонандагон вобастагӣ дорад.

Тадқиқотҳо нишон медиҳанд, ки таърифҳои зиёди мафҳумро дар синфҳои IV-VII бо ёрии методи конкретӣ-индуктивӣ, дар синфҳои болои бошад бо методӣ абстрактӣ-дедуктивӣ баён кардан мумкин аст. Бинобар ин, пеш аз ҳама, ба структураи мантиқии таъриф аҳамият додан лозим аст.

Пас, фаҳмидани таъриф чӣ маъно дорад?

1. Маънои ҳамаи калимаҳое, ки дар таъриф дохиланд, ба ёд овардан лозим аст.
2. Шарҳи геометрии таърифро додан зарур.
3. Мисоле гирифтан лозим, ки таърифро қаноат кунад; объекте (предмете)-ро ёфтан лозим аст, ки таърифро қаноат накунад.
4. Инкори таърифро шарҳ додан лозим.
5. Ҳамаи таърифҳои мавҷуд будаи ҳамон як мафҳумро байни худ муқоиса намудан лозим.
6. Маҷмӯи объектҳое, ки таърифи дода шударо қаноат мекунад, муқоиса кардан лозим аст.
7. Ба таърихи пайдоиши таърифи нав шинос бояд шуд.
8. Муқаррар намудан лозим аст, ки ҳар як таърифи нав чӣ тавр: конструктивӣ ва ё дескриптивӣ ба вуҷуд омадааст.
9. Барои аз худ намудани ММ-роли символ (аломат)-ҳои математикӣ басо калон аст. Сим волҳои математикӣ (дар намуди материалӣ) имконият медиҳанд, ки мафҳум дар шакли зич, бо хосиятҳои характеристики (тавсифи)-и он навишта шаванд. (Чунончӣ: $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$; $0!=1$)

Омӯзиши мафҳуми «диаметр» (геометрия)-ро мегирем. Дар китоби дарсӣ диаметр ин тавр таъриф дода шудааст. **Хор-**

дае, ки аз марказ мегузарад, диаметр ном дорад. Дар ин ҷо калимаҳои хорда, марказ, - мегузарад иштирок доранд. Маънои ин калимаҳоро ба ёд овардан лозим аст. (Хорда чист? Маркази давра кадом нуқта аст?). Сонӣ шарҳи геометрии таъриф дода мешавад. Объекте, ки таърифро қаноат мекунад: ақрабаки дақиқагард ва хурд ҳангоме, ки болои 12 ва 6, 9 ва 3 ҷойгир шаванд.

Барои ба моҳияти мафҳум амиқ сарфаҳм рафтан таърифро инкор мекунем: Хордае, ки аз марказ намегузарад диаметр ҳисоб намешавад. Муаллим метавонад таърифи дигари диаметрро (аз адабиёти методӣ) дастраси хонандагон гардонад. Чунончӣ: диаметр гуфта порчаи хати ростро меноманнд, ки ду нуқтаи давраро пайваст намуда, аз маркази он мегузарад. Ин таърифҳо баробарқувваанд, вале якс содда ва дигаре муракабтар мебошад.

Муаллим баъзе маводи таърихиро оид ба таъриф дастраси хонандагон мегардонад. Хорда (аз калимаи юнонӣ «хорд»- тор) дар маънои ҳозиразамон аз тарафи олимони аврупоӣ дар асрҳои XII-XIII дохил карда шудааст.

Радиус (аз лотинӣ «нур»); хосияти асосии диаметр – ба ду қисми барорбар тақсим намудани давраро Фалес кашф намудааст.

Таърифи диаметр – конструктивӣ ба амал омадааст.

Евклид ба ҷои радиус «хордаи аз марказ» барояндаро истифода мебурд.

Дар асри XI олими италянӣ Боэтсий (дар асараш «Санъати геомерия») калимаи «нимдиаметр»-ро истифода намудааст. Истилоҳи «Радиус» аввалин бор соли 1569 дар китоби геометрияи олими фаронсавӣ Рамус ва баъдтар дар асарҳои Виэт вомехӯрад

Диаметр (юнонӣ: diametr-маънои миёнабур)-ро дорад.

1.6. РОЛИ МАСЪАЛА ДАР ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА

Нақша:

1. *Баъзе қайдҳо.*
2. *Намудҳои масъалаҳои математикӣ.*
3. *Функсияҳои масъалаҳо дар таълим.*
4. *Методҳои умумии ҳалли масъалаҳо.*
5. *Методҳои хусусӣ. Чӣ тавр ба хонандагон масъалаҳалкуниро ёд додан лозим?*
6. *Норасогиҳои анъанавии омӯзиши масъалаҳо дар таълим (аз китоби 5, с-134-135 конспект карда шавад).*
7. *Методҳои ҳал ва схемаи ҷустуҷӯи ҳалли масъалаҳои ғайри стандартӣ.Навиштани реферат аз китоби Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий - «Как научиться решать задачи». - М: Просвещение,1984).*

Адабиёт

1. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средний школе. –М: Учпедгиз, 1954, с. 170, 215.
2. Василевский А.Б. Обучение решению задач. -Минск: Вишейщая школа, 1979;
3. Метельский Н.В.. Дидактика математики. –Минск: Вишейщая школа, 1982, с. 173-176;
4. Методика преподавания математики в средней школе. Составители: Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. -М: Просвещение, 1985, с. 148-183;
5. Оганесян А.А. и др. Методика преподавания математики в средней школе. –М: Просвещение, 1980, с. 133-145;
6. Пойа Д. Как решать задачу? –М: Просвещение, -1969;
7. Столяр А.А. Педагогика математики. –Минск: Вишейщая школа, 1974, с. 173-184;
8. Туманов А. Поиски решения задач.-М: Просвещение,1976;
9. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. –М: Просвещение, 1977;

10.Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математики в школе. –М: Просвещение, 1983, с. 142-150;

11.Фридман Л.М. Учитесь, учиться математике. –М: Просвещение, 1969.

1. Математика аз масъалаҳо пайдо шудааст. Ва он ба воситаи масъалаҳо инкишоф меёбад. Масъала яке аз воситаҳои муҳим ва шакли пешбарандаи фаъолияти таълимӣ дар раванди омӯзиши математика ба ҳисоб меравад. Он ба хонандагон имконият медиҳад, ки фаъолияти фаҳмидагирии мустақилонаи онҳо инкишоф ёбад. Аз он ки чӣ тавр масъала дар таълими математика омӯзонида мешавад, дараҷаи тайёрии омодаи хонандагон дар истеҳсолот вобастагӣ дорад. Истеҳсолоти имрӯза аз ҳар як фард эҷодкорӣ, маҳорати тарзҳои нави ҳалли масъалаҳои истеҳсолиро ба миён мегузорад. Аз ин рӯ **истифодаи масъалаҳо дар таълимӣ мактабӣ ба предмети махсуси таткиқотии соҳаи МТМ** мубаддал гаштааст.

Масъалаҳои таълимии математика воситаи асосии аз худ намудани мафҳумҳо, методҳо ва умуман назарияи математика ҳисоб мешаванд.

Аз худ намудани математика чӣ маъно дорад?- савол мегузорад Д. Пойя ва ҷавоб медиҳад: ин маҳорати ҳал намудани масъаларо дорад. Нисфи дарси математика дар мактаб ба ҳалли масъалаҳо бахшида мешавад. Таълими математика бо ёрии ҳалли масъалаҳо ба амал меояд.

Савол ба миён меояд: масъалаи математикӣ чист? Масъалаҳои математикӣ таърифи зиёд дорад. Масалан, А.А. Столяр (7; 174) масъаларо ҳамчун воситаи инкишофи фаъолияти математикии хонандагон ҳисобида, дар зери ин мафҳум талаботи ёфтани соҳаи ҳаққонияти

$$M_{(x_1, x_2, \dots, x_k)}[(x_1, x_2, \dots, x_k)(\in A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_k \wedge \varphi(p_1, p_2, \dots, p_n))]$$

-ро мефаҳмад; дар инҷо: A_1, A_2, …, A_k маҷмӯъҳо (соҳаи предметӣ), ки масъалаҳо аз онҳо ба амал меоянд; P_1, P_2, .., P_n- предикатҳо (муносибати байни элементҳоро муқаррар мекунанд);

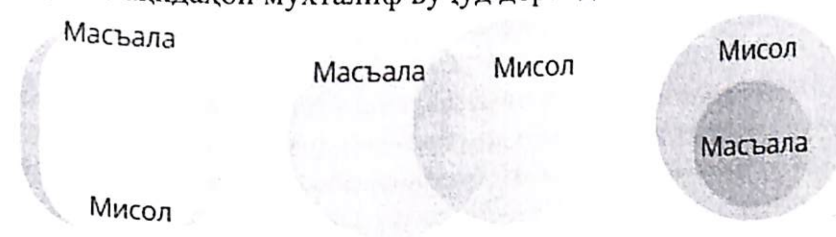
$\varphi(P_1, P_2, \dots, P_n)$-функсияи мантиқӣ. А. *Столяр мешуморад*, ки ба ин схема ҳамаи масъалаҳо, бидуни масъалаҳо оид ба исбот дохил мешаванд. Аммо, чӣ тавре, ки мебинем ин таъриф басо душворфаҳм аст.

В.М. Брадис (1; 215) ба масъала таъриф надода, онро ба се гурӯҳ:

1) масъалаҳо, мисолҳо; 2) масъалаҳо – ҳисоббарориҳо; 3) масъалаҳои инкишофдиҳанда ҷудо мекунад.

Методист Н.В. Метельский қайд мекунад, ки масъала мафҳуми таърифнашаванда аст ва он чӣ ки ҳал карданро талаб мекунад, масъала меномад.

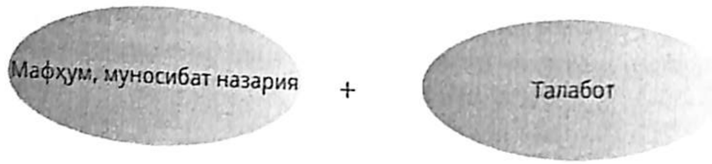
Ба ҳамин тариқ дар ҳозира таърифи саҳеҳи масъалаи математикӣ вуҷуд надорад, зеро масъала объекти омӯзиши фанҳои гуногун мебошад. Ҳатто оид ба масъала ва машқ (мисол) низ ақидаҳои мухталиф вуҷуд доранд.



П. Эрдниев Г.П. Бевз В.М. Брадис

В.М. Брадис ҳисоб мекунад, ки масъала ва машқ ҳамон як маъно дорад. П. Эрдниев тасдиқ мекунад, ки масъала қисми мисол аст. Методист Г.П. Бевз қисми умумии масъала ва машқро масъалаҳои математикии мактабӣ меҳисобанд. Ин гуфтаҳоро ба воситаи диаграммаҳои Эйлер чунин ифода кардан мумкин аст.

2. Дар ҳар як масъалаи математикӣ **шарт** ва **талабот** вуҷуд дорад. Ин ҳолатро бо ёрии диаграммаҳои Эйлер тасвир мекунем. Шарт дар худ мафҳум, муносибат ва назарияро дар бар мегирад. Баъзан матни масъаларо шарт мегӯянд.



Мазмуни схематикии масъала

Вобаста ба талабот масъалаҳоро ба гурӯҳои зерин ҷудо мекунанд: масъалаҳо доир ба исбот, ҳисоббарорӣ, созиш ва татқиқот. Намунаи масъала оид ба татқиқот: Оё бисёррӯяе вуҷуд дорад, ки 7-то теға дошта бошад?. Баъзе муаллифон масъалаҳоро аз рӯйи миқдори ҳал классификатсия мекунанд. Агар масъала 0 ҳал дошта бошад- ингуна масъала **мухолиф**, 1, ..., n ҳал дошта бошад- **муайян** ва беохир ҳал дошта бошад **номуайян** ном дорад. Ба ин классификатсия масъалаҳо доир ба исбот ва татқиқот дохил намешаванд. Дар курси математикаи мактабӣ намудҳои гуногуни масъалаҳо дучор меоянд. Масалан: муодилае тартиб диҳед, ки решаҳои он ба 2 ва 3 баробар бошанд. Ин масъаларо ба кадом тип (намуд)-и масъалаҳо дохил намоем?

Аз рӯи ақидаҳои баъзе муаллифон (чунончӣ, Н.В. Метельский) масъалаҳо **муайян, номуайян** ва **азҳад муайян** мешаванд. Аммо ингуна намудҷудокуни (типизатсияи)-и масъалаҳо мувофиқ нест. Масъалаҳо **содда** ва **мураккаб** мешаванд. Агар аз масъалаи додашуда дигар масъаларо ҷудо кардан мумкин набошад, онро содда ва дар ҳолати баръакс – мураккаб меноманд. Дар адабиёти методӣ ҷудо намудани масъалаҳо ба арифметикӣ, алгебравӣ, геометрӣ, тригонометрӣ ва аналитикӣ вомехӯрад, ки ин шартан аст. Зеро ҳамон як масъалаи матниро ҳам ба тарзи арифметикӣ ва ҳам бо усули

алгебравӣ ҳал кардан мумкин аст. Бинобар ин классификатсияи масъалаҳо аз рӯи тарзи ҳал иҷрошаванда нест.

Мувофиқи **мақсадҳои дидактикӣ** масъалаҳоро ба се тип ҷудо мекунанд: 1) донишдиҳанда (маърифатӣ); 2) машқӣ (ба амал овардани малака ва маҳоратҳои устувор) ва 3) **инкишофдиҳанда** (эҷодиёти тафаккурро талаб мекунад). Ба ингуна масълаҳо – **масъалаҳои ғайристандартӣ**, ки дар китобҳои дарсии нав миқдорашон хеле зиёданд, дохил мешаванд.

Масъалаҳоро инчунин аз рӯи раванди ҳал ва ба кадом намуди тафаккур дохил шуданашон ба **алгоритмӣ, нималгоритмӣ** (нимэвристикӣ) ва **эвристикӣ** ҷудо менамоянд. Масъалаҳои донишдиҳанда ба нималгоритмӣ, инкишофдиҳанда ба **эвристикӣ** ва машқдиҳанда ба алгоритмӣ дохиланд.

Ҳалли муодилаи квадратӣ, ёфтани қимати ададии ифодаҳои алгебравӣ, масоҳат ва ҳаҷми фигураҳо аз рӯйи формулаҳо ва ҳоказо ба масъалаҳои алгоритмӣ дохил мешаванд. Аксарияти масъалаҳои геометрӣ бо тарзи нимэвристикӣ ва эвристикӣ ҳал карда мешаванд.

3. Масъалаҳо дар таълим асосан чор функсия доранд: таълимӣ, тарбиявӣ, инкишофдиҳӣ ва санҷишӣ. Функсияи таълимии масъаларо барнома ва китоби дарсӣ муайян мекунанд. Ҳангоми ҳалли масъалаи математикӣ хонанда дониши математикӣ мегирад. Функсияҳои тарбиявии масъала аз мақсади гузоштаи давлат, функсияи инкишофдиҳӣ аз корҳои тадқиқотии психологҳою педагогҳо бармеоянд.

Дар китоби МТМ (с. 1985) муаллифон якчанд намуди масъалаҳоро аз рӯйи роли таълимдиҳандагиашон ҷудо кардаанд:

1) масъалаҳое, ки барои азхуд намудани мафҳумҳои математикӣ заруранд. Барои аз худ намудани мафҳум танҳо азёд кардани таърифи он кифоя нест, маънои ҳар як калимаи дар таъриф бударо фаҳмидан лозим аст. Воситаи асоси дар ин ҳолат масъала ҳисоб мешавад. Чунончӣ, баъди таърифи логариф мисоли мушаххас овардан шарт аст;

.2) масъалаҳо барои аз худ намудани ишораҳои математикӣ лозим аст. Чунончӣ, дар масъалаҳои зерин роли истифодабарии қавсҳо муайян карда мешавад. Дар кадоме аз ин ифодаҳо қавсҳо тартиби амалҳоро тағйир намедиҳанд:

а) $1{,}5+2\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{1}-0{,}1$; б) $\left(1{,}5+2\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2}{5}-0{,}1$;

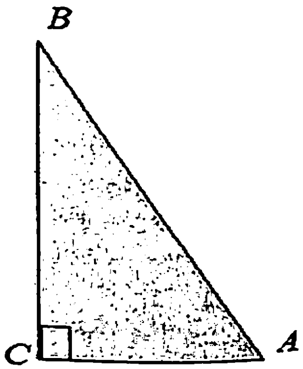
в) $1{,}5+2\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{5}-0{,}1\right)$; г) 5^2-4^2;

д) $(5-4)^2$; е) $(5\cdot4)^2$; ж) $5\cdot4^2$.

3) масъалаҳо барои ба хонандагон таълим додани **исбот** заруранд. (масъалаҳо-саволҳо ба ин дохил мешаванд).

Масалан: а) $x>y$ аст. Оё шарт аст, ки $x^2>y^2$ бошад?

б) Оё ду биссектрисаи секунҷа перпендикуляр шуда метавонанд? Ду баланди-чӣ?



Ба ин қабил масъалаҳо машқҳое дохил мешаванд, ки дар онҳо аломатҳо, калимаҳо дар матн партофта шудаанд. Онҳоро диктантҳои математикӣ гуфтан мумкин аст.

Мисол. Исбот кунед, ки гипотенузаи секунҷаи росткунҷа аз катети он дарозтар аст.

Секунҷаи ABC росткунҷа буда, дар он $\angle C=90^0$, AC ва ..., катетҳо,... гипотенуза аст. Нуқтаи С... нуқтаи В дар ... ҳисоб мешавад, зеро ВС ... СА аст. Аз рӯи теорема оид ба перпендикуляр мебарояд, ки ВС ... АВ мебошад.

Ба тариқи аналогӣ нуқтаи ... проексияи нуқтаи А дар хати рости ВС мебошад, зеро ... ⊥ ... Бинобар ин, ... <...

Дар синфҳои IV-V масъалаҳо оид ба исбот вонамехӯранд, вале ба онҳо масъалаҳо-саволҳо (баъзан исбот!) тавсия кардан мумкин аст. Ба монанди: агар а≠0 ва в≠0 бошад пас а+в≠о дуруст аст? Дар синфҳои болоӣ дар ҳар як мавзуъ масъалаҳо оид ба исбот хеле зиёданд.

4. Масъалаҳое, ки барои ташаккулёбии маҳорату малакаи математикии хонандагон мусоидат мекунанд ва ҳк.

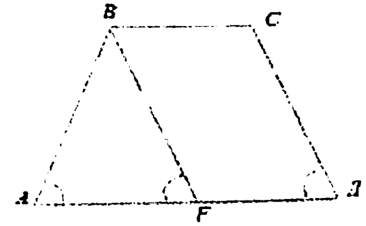
5. Бо ёрии масъала зарурияти дохил намудани мафҳумҳои нави математикиро хонандагон равшан дарк мекунанд. Масалан, масъалаи зерин проблемаи омӯхтани тарзҳои ҳалли муодилаи квадратиро ба миён меорад.

Масъала: кишти бо рафти ҷараёни дарё 48 км ҳаракат карда ба қафо баргашт ва барои ҳамаи роҳ 5 соат сарф намуд. Агар суръат ҷараёни дарё 4км/с бошад, пас суръати киштӣ ба чӣ баробар аст?

Ҳалли ин масъала ба муодилаи зерин меорад.

$\frac{48}{\vartheta+4}+\frac{48}{\vartheta-4}=5$ (ϑ-суръати киштӣ.)

Масъалаҳо имконият медиҳанд, ки қобилияти фикронӣ, тафаккури хонандагон инкишоф дода шавад. Аз ин рӯ, масъалаҳои математикӣ бояд хонандаро маҷбур созад, ки кор кунад, пеш равад, муҳокима кунад, муқоиса намояд, хулосаи дуруст барорад ва ғайра.



Бинобар ин зарур аст, ки муаллим **таълими ҳалли масъалаҳоро** дуруст ташкил намояд. Методистон тавсия медиҳанд, ки ҳалли масъалаҳоро дар ду сутун навиштан самарабахш аст: дар тарафи чап тасдиқотҳо, ҳисоббарориҳо, дар тарафи рост - асосноккуниҳо (ҷумлаҳое, ки дурустии гуфторҳоро тасдиқ мекунанд)

Мисол. Исбот кунед, ки дар трапетсияи баробарпаҳлӯ кунҷҳои назди асос ба ҳамдигар баробаранд.

Дода шуда аст. АД || ВС; BF||СД, АВ=СД

Исбот кунед, ки: $\angle$ВАД = $\angle$СДА

Исбот

BF || СД-ро мегузаронем;	аксиомаи параллелӣ;
BF = СД =АВ; $\Rightarrow$ **BF=AB;**	тарафҳои муқобилхобидаи параллелограмми ВСДF (BF ва СД) баробаранд. Хосияти транзитивии порчаҳо истифода шуд.
ΔABF баробарпаҳлӯ аст. $\angle AFB = \angle FAB$;	Кунҷҳои назди асоси секунҷаи баробарпаҳлӯ баробаранд.
$\angle BFA = \angle CDA$;	Кунҷҳои мувофиқи назди хатҳои параллелии BF ва СД ва бурандаи АД баробаранд.
$\angle$**BAD** $= \angle CDA$;	Хосияти транзитивӣ барои кунҷҳои баробар.

Шарт нест, ки ҳалли ҳар як масъаларо ҳамин тавр пурра нависем, дар баъзе ҳолатҳо шарҳи даҳанакӣ низ кифоя аст. Вале хонандагон бояд ҳамингуна малакаю маҳорат пайдо кунанд. Самараи раванди таълим пеш аз ҳама аз дараҷаи қобилияти эҷодии хонандагон ҳангоми ҳалли масъалаҳои математикӣ вобаста аст. Аз ин ру ҳамин гуна масъалаҳо ва машқҳое лозиманд, ки онҳо қобилияти фикронии хонандаро фаъол гардонида тавонанд. Психолог А.Ф. Эсаулов (Психология решения задач. -М: Просвещение, 1972) масъалаҳоро ба се намуд ҷудо мекунад: масъалаҳое, ки ҳангоми ҳалли онҳо ба хотира ва диққат аҳамият додан лозим аст; масъалаҳое, ки ҳангоми ҳалли онҳо ба ақидаи нав оварда мерасонад; масъалаҳои эҷодӣ. Тафаккури хонандагонро ду намуди охирини масъалаҳо фаъол гардонида инкишоф медиҳанд. Баъзеи онҳоро дида мебароем:

а) масъала ва машқҳое, ки элементи тадқиқотро дарбар мегиранд. Оддитарини ингуна масъалаҳо дар курси алгебра ва геометрия, ҳатто дар синфҳои 4-5 вомехӯранд:

1. Ададҳое, ки ба худашон баръакс бошанд вуҷуд доранд? Ингуна адад чанд-то аст? Онҳоро номбар кунед.

2. Дар кадом қиматҳои а ва в баробарии

$$\frac{a}{в} = 0; \frac{a}{в} = 1; \frac{a}{в} = -1; \text{ дуруст аст?}$$

б) масъалаҳо доир ба исбот ба инкишофи тафаккури хонандагон таъсири калон мерасонад.

в) масъала ва машқҳо оид ба ёфтани хатогиҳо.

Чунончӣ, талаба масъаларо ин тавр иҷро кард:

$$\frac{y^2-4}{y+2} = y-2.$$

Оё ихтисоркунӣ дуруст иҷро карда шуд?

Масъалаҳоеро, ки дар онҳо хатогиҳоро ёфтан зарурият дорад, пай дар пай мураккаб кардан лозим аст. Ба ин қатор масъалаҳо софизмҳои математикӣ дохил мешаванд. Софизмҳои математикӣ дар хонандагон мушоҳидакорӣ, тафаккури мантиқӣ ва дигар сифатҳои шахсиятро тараққӣ медиҳанд.

Мисол. 16-36=25-45. Аз ин ҷо:

$$16-36+20\frac{1}{4} = 25-45+20\frac{1}{4} \text{ ё ки}$$

$$\left(4-\frac{9}{2}\right)^2 = \left(5-\frac{9}{2}\right)^2 \Rightarrow 4-\frac{9}{2} = 5-\frac{9}{2}, \text{ яъне } 4=5 \text{ ва } 2.2=5.$$

Хатогӣ дар куҷост?

Оид ба софизмҳои математикӣ адабиёт хеле зиёд аст. Шумо метавонед аз китобҳои Нагибин Ф.Ф. Математическая шкатулка. Москва-1969, Брадис В.М., Харчевский Н. – Математические софизмы. М-1970 ва ғайраҳо истифода баред.

г) барои инкишофи хонандагон **масъалаҳои шавқовар** хеле мусоидат мекунанд. Чунончӣ: бо ёрии як аломат чӣ тавр навиштан мумкин аст, ки адади a аз -2 калон буда аз 2 хурд аст.

д) ҷустуҷӯи вариантҳои гуногуни ҳалли масъала ва интихоби тарзи ратсионалии он. Нисбат ба ҳалли микдори зиёди масъалаҳои якхела муайян намудани вариантҳои гуногуни ҳалли масъала самарабахш аст.

Чунончӣ: системаи $\begin{cases} \dfrac{x+50}{100}+0,5=\dfrac{x+50}{y}; \\ \dfrac{x}{100}+\dfrac{17}{16}=\dfrac{x+170}{y}-0,5. \end{cases}$

-ро бо тарзҳои гуногун ҳал кардан мумкин аст.

Аммо аз ҳама тарзи ратсионалиаш аз муодилаи якум дуюмро тарҳ кардан аст:

$$\frac{x}{100}+\frac{1}{2}+\frac{5}{10}-\frac{x}{100}-\frac{17}{16}=\frac{x}{y}+\frac{50}{y}-\frac{x}{y}-\frac{170}{y}+\frac{5}{10};$$

ё
$$1-\frac{17}{6}=-\frac{120}{y}+\frac{5}{10}.$$

Аз ин ҷо дар ҳол y-ро ёфтан мумкин аст.

е) Агар хонандагон математикаро бошуурона аз худ намоянд, он гоҳ онҳо худашон **мустаҳкилона масъала тартиб дода метавонанд.** Бинобар ин, ба муаллим лозим аст, ки ҳар сари вақт оид ба мавзӯҳои ҷудогона талаб намояд, ки худи хонандагон масъала тартиб диҳанд.

Акнун **роли масъалаҳои математикиро дар тарбияи хонандагон дида мебароем.** Муаллим ба хонандагон ҳалли масъалаҳоро омӯзонда дар як вақт онҳоро тарбия медиҳад, сифатҳои шахсияти онҳоро ташаккул медиҳад. Аммо худи масъалаҳо низ ба хонандагон таъсири тарбивӣ мебахшанд. Тарбияи ватанпарастӣ, хираднокӣ, масъулиятнокӣ, ҳисси вазифашиносӣ, маданиятнокӣ, ҷаҳонбинии диалектикӣ-материалистӣ ва ғайра дар раванди ҳалли масъалаҳо таъмин карда

мешавад. Шумо ин масоилро пурратар аз китоби МТМ [4; с. 162] хонда бароед.

4. Чӣ тавр ба хонандагон масъалаҳалкуниро ёд додан лозим аст?

Ин яке аз проблемаҳои мураккаби педагогӣ ба шумор меравад, зеро то алҳол ҳамингуна методи умумие (алгаритми универсалӣ) вуҷуд надорад, ки бо ёрии он ҳамаи масъалаҳои математикӣ ҳал карда шаванд. Методҳои махсусе маълуманд, ки бо ёрии онҳо класси муйаяни масъалаҳо ҳал карда мешаванд.

Д. Пойа дар китоби «Как решать задачи» кӯшиш намудааст, ки методикаи умумии ҳали масъалаҳоро дида бароядъ. Ин китоб ганҷинаи бебаҳост дар МТМ. Ба таҳлили пурраи масъала Пойа 4 этап (фаҳмидан ё дарк намудани гузориши масъала, тартиб додани нақшаи ҳал, иҷро намудани нақша ва омӯхтани ҳалли ҳосилшуда) бахшида аст, ки он ҷадвалҳои Пойаро ташкил медиҳанд. Ҳар як қисми ҷадвал аз саволҳо иборатанд. Ҷавобҳо ба ин саволҳо мазмуни асарро ташкил медиҳанд. Аммо қайд кардан лозим аст, ки агар мо ҳамаи тавсияҳои Пойаро ба ҷо орем ин маънои онро намедиҳад, ки мо ҳаргуна масъаларо ҳал карда метавонем. Ин тавсияҳо имконият медиҳанд, ки структураи муҳокимаронӣ дар раванди ҳалли масъалаҳо ташаккул дода шавад.

Дар китоби МТМ [4] методҳои умумии зерини таълими ҳалли масъалаҳои математикӣ оварда шудаанд:

1) Анализ ва синтез дар ҳалли масъалаҳо.

Мо дар лексияи гузашта истифодаи ин методҳоро дар исботи масъалаҳо дида баромадем. Акнун татбиқи ин методҳоро дар ҳалли масъалаҳои матнӣ маълум мекунем.

Масъала. Дарозии хонаи калон ба $3\frac{5}{10}$ м ва бараш ба 4м, хонаи хурд бошад дарозӣ ва бараш мувофиқан ба 4м ва $3\frac{3}{10}$ м баробар аст. Масоҳати якеяш аз дигараш чӣ қадар калонӣ дорад?

Анализ. Барои ба ин савол ҷавоб додан масоҳати хонаҳоро ёфта фарқи онҳоро ҳисоб мекунем.

Синтез. Масъалаи додашударо ба масъалаҳои содда ҷудо мекунем.

1) Масоҳати хонаи калон чӣ қадар аст?

$$5\frac{3}{10}\cdot 4 = 20 + \frac{12}{10} = 21\frac{1}{5}\ (м^2)$$

2) Масоҳати хонаи хурд чӣ қадар аст?

$$4\cdot 3\frac{3}{10} = 12 + \frac{4\cdot 3}{10} = 13\frac{1}{5}\ (м^2)$$

3) Масоҳати хонаи калон аз хонаи хурд чӣ қадар зиёд аст?

$$21\frac{1}{5} - 13\frac{1}{5} = 8\ (м^2)$$

Тарзи дуюм. Аз масоҳати хонаи якум якбора масоҳати хонаи дуюмро тахр мекунем:

$$5\frac{3}{10}\cdot 4 - 4\cdot 3\frac{3}{10} = 4\cdot(5\frac{3}{10} - 3\frac{3}{10}) = 8\ (м^2).$$

Ин тарз кулай аст, зеро қонуни тақсимотӣ истифода бурда мешавад.

Истифодаи анализ ва синтез дар масъалаҳои созишҳои геометрӣ мақоми махсус дорад. Акнун методҳои умумиеро дида мебароем, ки соҳаи тадқиқи онҳо нисбат ба анализ ва синтез маҳдудтар аст.

Методи санҷиши пурра (исчерпываций проб) ҳамаи имкониятҳоро дида баромада, ҳамон ҳолатеро маълум мекунад, ки шарти масъаларо қаноат кунонад. Бо ёрии ин метод масъалаҳои мантиқӣ, муодилаҳои номуайян ва ҳк. ҳал карда мешаванд.

Мисол. Ҳамаи ададҳои чорраҳамаеро ёбед, ки ду шартро қаноат кунонанд:

а) суммаи рақамҳояшон ба 11 баробар буда, б) худи адад ба 11 тақсим шаванд.

Ҳал. Адади чорақамаро ин тавр ишора мекунем.

$\overline{abcd} = 10^3\cdot a + 10^2\cdot в + 10\cdot c + d$

Мувофиқи шарт: $\begin{cases} a + в + c + d = 11 \\ (a + c) - (в + d) = 11.к \end{cases}$ (аз рӯи нишонаи тақсимшавӣ ба 11)

Муодилаҳоро ҷамъ карда ҳосил мекунем:

$$2(a+c)=11(к+1),\ к\in\{-1,0,1\}.$$

Фарқи тарафи чапи муодилаи дуюми система аз -11 хурд ва аз 11 зиёд шуда наметавонад, зеро суммаи рақамҳо ба 11 баробар аст. Ҳамаи қиматҳои к-ро месанҷем. Ҳангоми к=-1 будан $a+c=o \Rightarrow a=0$, ки ба шарт мухолиф аст $(a \neq 0)$; $к=0 \Rightarrow$ $2(a+c)=11$ мешавад, ки ин ҳолат ҳам ҷой надорад, чунки тарафи чап ба 2 тақсим мешавад, вале тарафи рост тақсим намешавад. Агар к=1 бошад, онгоҳ $2\ (a+c)=22 \rightarrow a+c=11$ ва $в+d=0$ мешавад: аз ин ҷо: в=0, d=0. Дар кадом қиматҳо a+c=11 мешавад?

Ҷадвали зеринро тартиб медиҳем.

a	2	3	4	5	6	7	8	9
c	9	8	7	6	5	4	3	2

Аз ҷадвал дида мешавад, ки агар a=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ва в=9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 бошанд a+c=11 аст.

Ба ҳамин тариқ ададҳои зеринро ҳосил намудем: 2090; 9020; 3080; 8030; 4070; 7040; 5060; 6050;

Масъалаи зеринро ҳал кунед: истеҳсоли газвори пахтагин бо адади серақама (бо млн метри мураббаъ) ифода меёбад, ки он аз суммаи рақамҳои садиҳо ва воҳидҳо 28 маротиба зиёд аст. Муайян кунед, ки чӣ қадар газворӣ пахтагӣ ҳосил карда шудааст.

Нишондод. Аз муодилаи $\overline{xyz} = 28.(x + z)$ x, y, z -ро ёбед.

$72x = 27z - 10y;\ x = 1;\ y = 9;\ z = 6;$ 196 млн метрии мурабба̄ъ.

Методи овардан (ба ягон ҳолат, шакли маълум). Моҳияти ин метод аз он иборат аст, ки бузургиҳои дар масъала дода шуда пай дар пай табдил дода шуда, табдилдиҳии охирин ҷавоби масъала хоҳад шуд.

Мисол: Исбот намоед, ки $x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 3 > 0$

Ҳал. Тарафи чапи нобаробариро табдил медиҳем.

$$x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x(y+1) + (y+1)^2 -$$

$$- (y+1)^2 + 2y^2 + 3 = (x - y - 1)^2 + y^2 - 2y + 1 + 1 =$$

$$= (x - y - 1)^2 + (y - 1)^2 + 1 > 0.$$

Пас нобаробарии дода шуда дуруст аст.

Ин метод дар ҳалли масъалаҳои геометрӣ оид ба сохтан, исботи теоремаҳо ва ғайраҳо васеъ истифода бурда мешавад.

Асоси методи паҳнгаштаи ҳалли масъалаҳо моделиронии математикӣ мебошад. Барои моделиронӣ объектҳои гуногуни математикӣ, формулаҳои ададӣ, таблитсаҳо, диаграммаҳо, ҷадвалҳо, схемаҳо, фигураҳои геометрӣ, нақшаҳо, моделҳои предметӣ ва ғайраҳо истифода бурда мешаванд.

Масъла. Велосипедист аз як шаҳр ба шаҳри дигар бо суръати 10км/с ҳаракат кард. Агар он бо суръати 12км/с ҳаракат мекард, он гоҳ вай ба шаҳр 4 с пештар меомад. Масофаи байни шаҳрҳоро ёбед?

Ҳал. Дар масъала объектҳои асосӣ- масофаи байни шаҳрҳо x ва суръати велосипедрон ададҳои 10 ва 12 мебошанд.

Онгоҳ муодилаи зеринро ҳосил мекунем: $\frac{x}{10} = \frac{x}{12} + 4$

Ин муодила модели математикии масъалаи дода шуда мебошад.

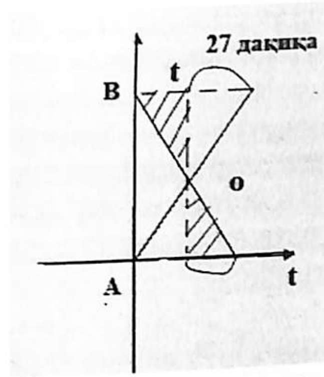
Масъала. (№78). Ду савора аз шаҳри А ва В ба воҳӯрии якдигар баромаданд. Яке аз онҳо ба шаҳри В дар 27 дақиқа,

дигаре ба А дар 12 дақиқа баъди воҳурӣ расиданд. Ҳар кадоми савораҳо чанд дақиқа вақт сарф кард.

Ҳал. Системи координати декартиро гирифта дар он вақт t ва роҳро S-ро мегузорем. То воҳӯри (нуқтаи 0) ҳар ду савораҳо якхела вақт сарф карда буданд.

Аз секунҷаҳои монанд меёбем: $\frac{t}{12} = \frac{27}{t} \Rightarrow t = 18$ дақиқа

Пас савории якум 45 дақиқа ва дуюм 30 дақиқа вақт сарф кардаанд.



Барои ҳалли ин масъала мо аз **модели графикии масъала** истифода намудем. Модели дуюм бошад муодилаи алгебравӣ аст.

Дар модели графикӣ алоқаи математика бо физика равшан дида мешавад.

Методи тақриби ёфтани қимати бузургиҳои дода шуда (бо тарзи графикӣ ҳал кардани масъалаҳо, созишҳои геометрӣ ва ғайраҳо) дар математикаи мактабӣ тадбиқи амалии зиёд дорад.

Чунинанд методҳои умумии ҳалли масъалаҳои курси математикаи мактабӣ. Дар бораи методҳои хусусӣ сухан ронда ҳаминро қайд карданием, ки онҳо хеле зиёданд ва ҳар як мавзуъ методҳои ҳалли худро дорад. Методҳои хусусӣ бештар ҳангоми ҳал кардани масъалаҳои стандартӣ истифода бурда мешаванд. Масъалаҳои стандартӣ ҳамин гуна масъалаҳое мебошанд, ки тарзи ҳалли онҳо маълум аст. Дар ин бора Шумо аз китоби Л.М. Фридман – «Как научиться решать задачи» (М:-1979, с. 39) маълумоти муффасал гирифта метавонед.

5. Акнун ба саволҳои чӣ тавр ба хонандагон масъалаҳалкуниро ёд додан лозим аст? Ҳал кардани масъала чӣ маъно дорад? ҷавоб медиҳем.

Ҳал кардани масъала раванди мураккаб аст. Аксарият тасдиқ мекунанд, ки ҳал кардани масъала ин ёфтани ҷавоби он мебошад. Аммо ин тасдиқ нодуруст аст. Фарз кунем, шахс ҷавоби масъаларо ёфт, вале ҳисоб кардан мумкин аст, ки ӯ масъаларо ҳал намуд? - Албатта не. **Ҳал кардани масъалаи математикӣ** - қайд мекунанд Л.М. Фридман ва Е.Н Турецкий, - **ин ёфтани ҳамингуна пайдарпайҳои тасдиқкуниҳои математикӣ** (таърифҳо, аксиомаҳо, теоремаҳо, қоидаҳо, формулаҳо) мебошанд, ки **истифодаи онҳо ба шарти масъала ё ин ки ба натиҷаи он ҷавоби масъаларо медиҳад.**

Қисми дигари муаллифон ба ҳалли масъала талаботи зеринро ба эътибор мегиранд: ҳал бояд бехато, исботшаванда, **пурра**, ратсионалӣ дуруст ба **тартиб** оварда шуда бошад.

Хатогиҳо дар ҳисоббарориҳо, табдилдиҳиҳо, комбинатсияи фигураҳо ва ғайраҳо вомехӯранд.

$$\frac{a+b\cancel{c}}{3\cancel{c}}=\frac{a+b}{3}?;\ \cancel{2}\sin\frac{\alpha}{\cancel{2}}=\sin\alpha?;\ \sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta?$$

Оид ба пуррагии ҳалли масъала як мисол меорем.

Кадом адад: a ё ин ки $в$ калон аст, агар $\log_2 a=\log_3 в$ бошад?

Одатан ин тавр ҳал мекунанд, ки: в>а

Агар $\log_2 a=\log_3 в=m$ гӯем => $2^m=a; 3^m=в$ мешавад. Ҳолатҳои зерин ҷой дошта метавонад: 1) $m>0; в>a>1$; 2) $m=0; в=a=1$; 3) $m<0;\ 0<в<a<1$.

Дар бораи ҳалли ратсионалии масъала, исботшавандагӣ ва ғайра дертар бармегардем. Ҳаминро қайд карданием, ки дар адабиёти методӣ бештар сухан дар бораи ҳалли масъалаҳои душвор меравад. Оид ба масъалаҳои содда чизе гуфта намешавад. Барои он ки хонандагон масъалаҳалкуниро ёд гиранд, бо ақидаи мо, муаллим пеш аз ҳама ба ҳалли масъалаҳои стандартӣ аҳамият диҳад (чор амали арифметикӣ, ҳалли

муодилаҳои оддитарини алгебравӣ, муодилаи квадратӣ ва ғайра).

Китобҳои дарсии истифодашаванда аз камбудиҳо холӣ нестанд.

Масъалаҳои даҳанакӣ дар онҳо кам дучор меоянд. Муаллимон вазифа мегузоранд, ки ҳарчӣ зиёдтар маводи таълимиро ба хонандагон баён намоянд.

Дар ҳар як дарс **бештар** масъалаҳои даҳанакӣ ҳал кардан лозим. Худи муаллим дар ҳал намудани масъалаҳо ва риоя намудани талабот ба ҳалкунии онҳо бояд намуна бошад.

Оид ба ҳалли масъалаҳои математикӣ аз китоби Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий - «Как научиться решать задачи?», Я.Депмин «Рассказы о решениях задач» (М:-1964), Л.М. Фридман. – «Учитесь учиться математике» (М: -1985, с.37) маводи фаровон дарёфт кардан мумкин аст.

Чӣ тавр муаллим ба хонандагон масъалаҳалкуниро ёд диҳад?

Вазифаи муаллими математика ба хонандагон ёд додани масъалаҳалкунӣ аст. Ёрии муаллим на зиёд ва на кам бошад. Муаллим баъзан бо воситаи маслиҳат, саволҳо ёрӣ мерасонад, ки хонанда масъалаҳалкуниро ёд гирад. Аммо танҳо маслиҳатҳои муаллим басанда нестанд. Ҳал кардани масъала санъат аст, ки он дар асоси амалия ҳосил карда мешавад.

Дар китоби МТМ (тартибдиҳандагон Р.С. Черкасов ва А.А. Столяр) аз китоби Д. Пойа истифода бурда, **ҳамингуна маслиҳатҳо оварда шудаанд**, ки оид ба онҳо мо дар боло сухан рондем.

Муаллифон Л.М. Фридман ва дигарон оид ба раванди ҳалли масъалаҳо 8 этапро нишон додаанд.

Масъалаи зеринро мегирем. Се пункт А, В, С бо хатҳои рост пайваст карда шудаанд. Дар порчаи роҳи АВ майдони квадратшакле, ки тарафи он ба нисфи дарозии АВ, дар порчаи роҳи ВС майдони квадратшакле, ки тарафаш ба дарозии ВС ва дар порчаи роҳи АС майдони ҷангали росткунҷашакле, ки дарозиаш ба АС ва бараш ба 4 км баробар аст, сохта шудаанд. Масоҳати ҷангал нисбат ба суммаи масоҳатҳои майдонҳои квадратӣ ба 20 км^2 зиёд аст. Масоҳати ҷангалро ёбед.

Ин масъала дар олимпиадаи ҷумҳуриявии математикии мактаббачаҳо пешбарӣ шуда буд.

Ҳал. а) пеш аз ҳама мазмуни масъаларо аз худ кардан лозим.

1) Ба мазмуни масъала шинос шуда, раванди ҳалро муайян мекунем.

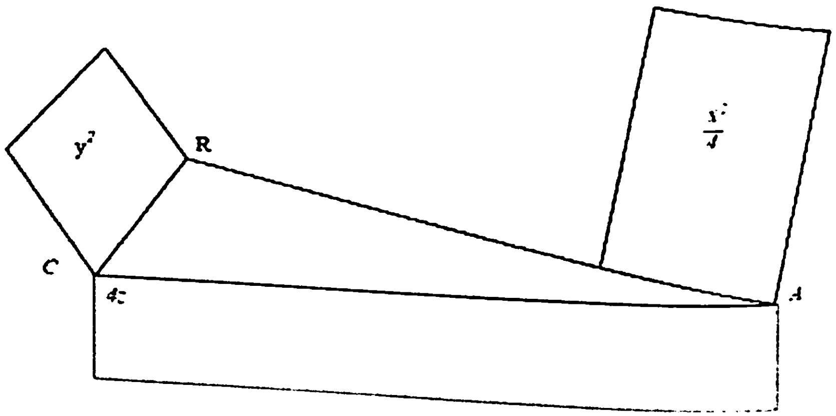
2) Додашудаҳоро ҷудо мекунем: дода шуда аст пунктҳои А, В, С, майдонҳо: $(0{,}5\ AB)^2$ ва ВС^2; масоҳати ҷангал 4АС. Маълум аст, ки масоҳати ҷангал аз суммаи масоҳати майдонҳо ба 20 км^2 зиёд аст. Номаълум масоҳати ҷангал, яъне АС аст;

3) Кашидани накҷша ба маврид аст;

4) Ишораҳо қабул мекунем: $AB = x$; $BC = y$; $AC = z$.

б) Тартиб додани накшаи ҳалли масъала.

$$4z = \frac{x^2}{4} + y^2 + 20 \qquad (1)$$



Оё пеш ҳамингуна масъала ҳал карда шуда буд? - Не. Пас, чӣ бояд кард? Дар масъала се тағйирёбанда иштирок дорад. Дар назари аввал менамояд, ки масъала ҳал надорад. Саросема шудан лозим нест. Ба худ савол мегузорем: Оё ҳамаи додашудаҳои масъаларо истифода намудем? Бо диққат азназаргузаронии шарти масъала имконият медиҳад, ки шарти дигарро нависем:

$$\begin{cases} 4z=\frac{x^2}{4}+y^2+20. \\ x+y\geq z. \end{cases} \Rightarrow x+y \geq \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}+5 \quad (*)$$

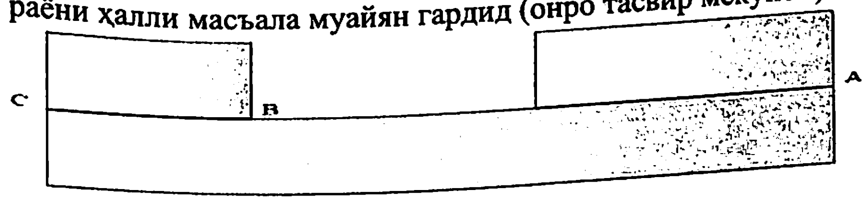
Накшаи ҳалли масъала тартиб дода шуд.

в) Амали гардонидани накша. Аз (*) ҳосил мекунем:

$$\frac{x^2}{16} - x + \frac{y^2}{4} - y + 5 = \frac{x^2}{16} - 2.\frac{x}{4}\cdot 2 + 4 + \frac{y^2}{4} - 2\cdot\frac{y}{2}\cdot 1 + 1 =$$
$$= (\frac{x}{4} - 2)^2 + (\frac{y}{4} - 1)^2.$$

Азбаски суммаи квадратҳо манфӣ намешавад, бинобар ин: $(\frac{x}{4}-2)^2+(\frac{y}{4}-1)^2=0 \cdot \Rightarrow \frac{x}{4}-2=0$ ва $\frac{y}{2}-2=0. \Rightarrow x=8$ *ва* $y=2; Z=10$ ва масоҳати ҷангал ба $4\cdot 10=40$ (км^2) баробар аст.

г) Санҷиши ҳал. Агар қиматҳои x,y,z-ро ба (1) гузорем, муодиларо қаноат мекунад. Акнун масоҳатҳои майдонҳоро ҳисоб намуда, онҳоро муқоиса мекунем: $(0{,}5\ AB)^2 = 16($км$)^2$; $BC^2 = 4($км$^2), 4AC = 20 = (0{,}5\ AB)^2 + BC^2$. Ин ҳам ба шарти масъала мувофиқ аст. Азбаски $x+y=z$ аст, пас нуқтаҳои А, В, С дар як хати рост ҷойгир будаанд. Ин алоқамандӣ дар ҷараёни ҳалли масъала муайян гардид (онро тасвир мекунем).



1.7. МЕТОДҲОИ ИЛМӢ – ТАДҚИҚОТӢ ДАР ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА

Нақша:

1. *Тавсифи умумии методҳои илмӣ.*
2. *Мушоҳида ва таҷриба дар таълими математика.*
3. *Муқоиса ва аналогия (навиштани реферат, МТМ. с.43,55).*
4. *Умумикунонӣ ва абстрактсия (навиштани реферат, МТМ. с.93,109).*
5. *Индуксия ва дедуксия (навиштани реферат, МТМ.с.46,93).*
6. *Анализ ва синтез.*
7. *Мушаххасгардонӣ (мустақилона, МТМ. саҳ. 55).*

Адабиёт:

1. Гастева С.А. и др. Методика преподавания математики в 8 летней школе. М:- 1965, с. 50;
2. Метельский Н.В. Дидактика математики. -Минск:-1982. с.127-147;
3. Методика преподавания математики. Ч.1. (Составители: Р.С. Черкасов и А.А. Столяр). М:- 1985, с. 82 – 118;
4. Оганесян В.А. и др. Методика преподавания математики. Ч.1.- М:-1980. с.37, 40 – 51, 83 – 92.

1. Маълум аст, ки ҳамаи мафҳумҳои математикӣ хосиятҳои умумии дунёи реалиро ифода мекунанд. Дар раванди фаҳмида гирифтани қонунҳои табиат олим - математик воситаҳои махсуси математикӣ, яъне методҳои илмии тадқиқотро истифода мебарад. Дар назар дошта шудааст, ки хонандагон дар раванди таълим кашоффони ҳақиқатҳои математикӣ мебошанд. Аз ин рӯ, методҳои илмии тадқиқот методҳои корҳои таълимии хонандагон ҳисоб мешаванд. Акнун ин методҳоро баён намуда, мавқеи онҳоро дар таълим муайян мекунем.

2. Мушоҳида, таҷриба (эксперимент), ченкунӣ – методҳои эмперикӣ мебошанд ва онҳо дар илмҳои табиатшиносӣ

истифода бурда мешаванд. Математика илми эксперименталӣ нест ва аз ин рӯ, тасдиқотҳои таҷрибавӣ асоси боавариноки дурустии ҷумлаҳои он ҳисоб намешавад. Аммо мушоҳида ва таҷриба манбаи асосии донишҳосилкунии хонандагони синфҳои ибтидоӣ ба ҳисоб меравад. Интуитсияи математикӣ, фарз кардан оид ба ягон қонунияти математикӣ беш аз беш дар таҷриба, дониши мукамал гирифтан инкишоф меёбад. Мушоҳида, таҷриба ва ченкунӣ имконият медиҳанд, ки хонандагон тахмини худро баён кунанд, фарзияҳо ба вуҷуд оранд, ки онҳо баъзан дуруст ва дар баъзе ҳолатҳо нодурустанд. Муаллим ба хонандагон бояд фаҳмонад, ки танҳо хулосабарории мантиқӣ ба натиҷаҳои дуруст оварда мерасонад. Мушоҳида, таҷриба, ченкунӣ ба методӣ эвристикӣ дохил мешаванд.

Акнун истифодаи мушоҳида, таҷриба ва ченкуниро дар мисолҳо дида мебароем.

1. Аз хатзании рақамҳои якхелаи сурат ва махраҷ қоидаи ихтисори касрҳо барнамеояд:

$$\frac{1\cancel{9}}{\cancel{9}5}=\frac{1}{5};\ \frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4}=\frac{1}{4};\ \frac{4\cancel{9}}{\cancel{9}8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}.$$

2. Агар ба хонандагони синфҳои IV-V фигураҳои гуногуне, ки дар атрофи мо вокеанд нишон диҳем, онгоҳ онҳо муайян карда метавонанд, ки кадоми онҳо дорои хосияти симметрӣ ва кадомашон ғайрисимметрӣ мебошанд. Пас аз мушоҳидаи фигураҳои симметрӣ (деталҳо, дарахтон, сохтмон ва ҳоказо) бо ёрии таҷриба ба омӯзиши симметрияи тирӣ гузаштан мумкин аст. Хонандагон бо ёрии қатъкунии қоғаз фаҳмида мегиранд, ки ҳаргуна нуқтаи симметрияи тирӣ худаш ба худаш симметрӣ аст. Ҳамин тавр, дигар хосиятҳои симметрияи тирӣ дар таҷриба омӯхта мешаванд. Хонандагон бо ёрии мушоҳида, таҷриба ва ченкунӣ оид ба симметрия тирӣ ҳамчун табдилдиҳии ҳамворӣ тасаввурот пайдо мекунанд, маълум мекунанд, ки ҳар як нуқтаи тири симметрӣ худаш бо худаш симметрӣ аст;

Ҳаргуна ду нуқтаи симметрии гуногун дар ду тарафи тири симметрия, дар як перпендикуляри ба тир фаровардашуда дар як масофа аз тир воқеанд ва ғайра.

Тасдиқҳое, ки дар таҷриба ба амал меоянд, мукаммал нестанд. Онҳо исботро талаб мекунанд.

3. Бо тарзи эксперименталӣ ошкор кардан мумкин аст, ки суммаи кунҷҳои дарунии секунҷа ба 180^0 баробар аст. Ҳамин, ки хонандагон бо транспортир кор карданро ёд гирифтанд, муаллим ба онҳо мефармояд, ки кунҷҳои секунҷаи дар дафтаpашон кашидашударо чен карда, натиҷаи ҳосилшударо ҷамъ кунанд. Баъзе хонандагон маълум намуданд, ки суммаи кунҷҳои дохилии секунҷа аз 180^0 хурд, қисми дигарашон «зиёдтар», гурӯҳи сеюм 180^0 ҳосил намуданд. Хонандагон фарз мекунанд, ки «дар ҳар гунна секунҷа суммаи кунҷҳои дохилӣ ба 180^0 баробар аст». Аммо ин таҷриба ҳеҷ гоҳ исботро иваз карда наметавонад.

4. Ададҳои натуралӣ аз 1 то 100 дода шудааст. Суммаи ин ададҳоро чӣ тавр бо тезӣ ёфтан мумкин аст? (синфи V).

5. Қимати суммаи пай дар пайиҳои зеринро дида бароед:

$$1;\ 1+3;\ 1+3+5;\ 1+3+5+7;$$

Оё ягон қоидаи оддии ҳисоб кардани ин сумма вуҷуд дорад? (синфи - VII).

3. Муқоиса ва аналогия – усулҳои мантиқии тафаккур буда, ҳам дар тадқиқотҳои илмӣ ва ҳам дар таълим истифода бурда мешаванд. Бо ёрии муқоиса монандӣ ва фарқияти предметҳои муқоисашаванда, яъне хосиятҳои умумӣ доштан ва ё надоштани онҳо муайян карда мешавад. Оид ба роли муқоиса дар дониста гирифтани дониш, ҳикмати халқӣ таъкид намудааст: «Ҳама чиз дар муқоиса фаҳмида мешавад». Масалан, муқоисаи параллелограмм ва трапетсия имконият медиҳад, ки хосиятҳои умумӣ (тарафҳояшон параллеланд, чоркунҷаанд) ва фарқияти онҳо (дар яке ду ҷуфти тарафҳои параллелӣ ва дар дигаре як ҷуфт тарафҳои параллелӣ) муқаррар карда шавад. Канӣ, Шумо секунҷа ва чоркунҷаро муқоиса кунед!

Муқоиса ба хулосаи дуруст оварда мерасонад, агар шартҳои зерин иҷро шаванд: 1) мафҳумҳои муқосашаванда якҷинса бошанд (яъне маъно дошта бошанд). Масалан, периметри секунҷа ва массаи ҷисмро муқоиса кардан мумкин нест; 2) муқоисакунӣ аз рӯи ҳамингуна нишонаҳои объект ба вуҷуд оварда шавад, ки онҳо моҳиятан муҳим бошанд. Чунончӣ, муқоисаи бисёркунҷаҳо аз рӯи масоҳат, периметр ва ҳоказо; 3) муқоиса аз рӯи ҳамон як хосият бояд пурра бошад.

«Дар дидактика муқоиса тарзи асосӣ бояд шавад» – гуфта буд К.Д. Ушинский.

Акнун якчанд мисолҳои истифодабарии муқоисаро дар таълими математика дида мебароем.

Ҳангоми ҷорӣ намудани мафҳуми прогрессияи арифметикӣ муаллим ба хонандагон мефармояд, ки пай дар пайиҳои додашудаи зеринро муқоиса карда, ҳамин гуна пай дар паиҳоро муайян кунанд, ки онҳо ба воситаи як хосият ташкил ёфтаанд:

1) 2; 4; 6; 8; 10; …
2) -3; -5; -7; -9; …
3) 1; -2; 5; -8; 11; …
4) 1; 2; 3; 4; 5; 6; …
5) 2; 5; 8; 11; 14; …

Дар натиҷаи муқоиса хонандагон маълум мекунанд, ки пай дар паиҳои (1), (2), (4) ва (5) дорои хосияти умумианд. Ҳар як аъзои пайдарпаи (ғайр аз якумаш) ба аъзои пешояндаи пайдарпаи, ки бо як адади доими ҷамъ шудааст баробар мебошад: $a_n=a_{n-1}+d$. Ингуна пайдарпаиҳоро муаллим пайдарпайии арифметикӣ ном бурда хосияти $a_n = \frac{a_{n+1}+a_{n-1}}{2}$ - ро муайян мекунад. Формулаи аъзои n-уми прогрессияи арифметикиро низ бо ёрии муқоиса пайдо кардан мумкин аст:

1) a_1;
2) $a_2= a_1+d$;
3) $a_3= a_2+d=a_1+d+d = a_1+2d$;
4) $a_4= a_3+d = a_1+2d+d = a_1+3d$;
5) $a_5= a_4+d = a_1+3d+d= a_1+4d$

Қадамҳои 1) ва 5) -ро муқоиса намуда, ҳосил мекунем:

$$a_n = a_1+(n-1)d$$

Хулосабарорӣ аз рӯи **аналогия** низ хулосабарорӣ аз рӯи муқоиса аст. Схемаи ин муҳокимаронӣ чунин аст:

А - дорои хосиятҳои а, в, с, d аст.

В - дорои хосиятҳои а, в, с аст.

Эҳтимол дорад, ки В -дорои хосияти d аст. Аз ин ҷо мебарояд, ки аналогия хулосабарории эътимоднок набуда, балки хулосабарории эҳтимолиятнок аст.

Дар ин сурат, ягон объект (предмет) тадқиқ карда шуда, хулосаи он ба дигар предмет гузаронида мешавад. Предмети якум **модел**, дуюм – аслӣ (образ, прототип) ном дорад. Аз ин рӯ аналогияро ҳамчун **муносибат** байни ҳаргуна модел ва асл (оригинал)-и он таъриф додан мумкин аст.

Аналогия оид ба дурустии фарзия худ аз худ ҷавоб дода наметавонад. Вале он моро ба тахминкунӣ, ба фарзкунӣ одат мекунонад. Ин бе шубҳа барои илм ва таълими математика муҳим аст.

Ба ҳамин тариқ, аналогия роли эвристикиро мебозад.

Акнун якчанд мисолҳо мегирем. Касрҳои даҳӣ нисбат ба касрҳои оддӣ барои он пеш омӯхта мешавад, ки амалҳо бо онҳо ба монанди (аналогӣ) ададҳои натуралӣ иҷро карда мешаванд. Баъди омӯхтани касрҳои оддӣ хосияти касрҳои алгебравӣ ба тариқи аналогӣ иҷро карда мешавад. Аналогия ҳамчун асосбунёд барои дар як вақт омӯхтани прогрессияи арифметикӣ ва геометрӣ хизмат мекунад.

Аммо дар таълими математика аналогия кифоя истифода бурда намешавад. Изҳори ақида мекунанд, ки гӯё бо ёрии аналогия ба хулосабарории нодуруст омадан мумкин аст. Мумкин ҳамон тавр бошад, вале ҳаминро пеши назар меорем, ки аналогия хулосабарории эҳтимолиятнок аст, бинобар ин хулосаи ба амал омадаро исбот (ё ин ки рад) кардан лозим аст. Аз ин рӯ, аз хулосабарориҳои нодуруст, ки ҳангоми аналогия ба амал меоянд, ҳаросидан лозим нест. Қобилияти эҷо-

дӣ низ ҳаминро талаб мекунад. Ба хонандагон инро ёд додан лозим аст. Агар хонандагон маводро (мавзӯъро) руякӣ аз худ карда бошанд, онгоҳ онҳо аналогияро нодуруст истифода карда хатогиҳо содир мекунанд. Чунончӣ:

аз $\sqrt{5a^2} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2}$ хулоса мекунанд, ки

$$\sqrt{5a^2} = \sqrt{5} + \sqrt{a^2};$$

аз $loga^2b^6 = loga^2 + logb^6$ бошад хулоса мекунанд, ки $log(a^2 + b^6) = loga^2 + logb^6$;

аз $(a + b) \cdot c =$ ас + bc натиҷа мебароранд, ки

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2.$$

4. Умумикунонӣ ва абстраксия – усулҳо (тарзҳо)-и мантиқӣ буда, дар раванди дониш якҷоя истифода бурда мешаванд.

Умумикунокӣ - ин фикран ҷудо намудан, сабт кардани ягон хосиятҳои умумӣ мебошанд, ки танҳо ба гурӯҳи (класси) объектҳо ё ин ки муносибатҳои дода шуда таалluк дорад.

Абстраксиякунонӣ – ин фикран ҷудо намудани хосиятҳои умумии моҳиятнок мебошад, ки дар натиҷаи умумикунонӣ ба амал омадаанд. Умумикунонӣ ва абстрактсиякунонӣ бе якдигар вуҷуд надоранд. Ин ду мафҳум бештар дар раванди ташаккулдиҳии мафҳумҳо истифода бурда мешаванд.

Масалан, ташаккулёбии мафҳуми “квадрат” дар синни хурди мактабӣ бо нишон додани маҷмӯи предметҳо аз рӯи шакл, андоза, ранг ва мавод сар мешавад. Бачаҳо ҳанӯз хосияти квадратро намедонанд, вале аз рӯи шакл шинохта метавонанд. Баъдтар дар натиҷаи таҳлили шакл хонандагон бо ёрии мушоҳида муқаррар мекунанд, ки ҳамаи квадратҳо 4 қулла ва 4 тараф доранд. Вале баъзе фигураҳое, ки ба квадрат дохил нестанд 4 тараф ва 4 қулла доранд. Маълум карда мешавад, ки дар квадрат ҳамаи кунҷҳо рост ва ҳамаи тарафҳо баробаранд. Ҳамаи фигураҳое, ки дорои ҳамин хосиятанд ба як класс – **класси квадратҳо** дохил карда мешаванд (гузариш аз хусусӣ ба умумӣ). Дар таълими минбаъда хонандагон фаҳмида мегиранд, ки класси квадратҳо ба класси росткунҷаҳо (гузариш аз умумӣ боз ба умумитар) дохиланд.

Чи тавре, ки мебинем абстрактсиякунонӣ ва умумикунонӣ дар таълим васеъ истифода бурда шуда, якe аз методҳои муҳими илмӣ ва дар айни замон методҳои таълими математика ба ҳисоб меравад. Барои он, ки хонандагон ин методҳоро аз худ намоянд, доимо истифодабарии онҳоро дар раванди таълим таъкид кардан лозим аст. Чунончӣ суръати ҳаракати ҷисм аз рӯи функсияи $V_t=V_0+at$, арзиши маҳсулот аз рӯи муодилаи $M_n=M_0+a\cdot n$, тағйирёбии дарозии меҳвар (стержен)-и металли ҳангоми гармкунӣ аз рӯи муодилаи $L_x=L_0+at$ омӯхта мешавад. Агар ин мафҳумҳо ба эътибор гирифта нашавад, онгоҳ мо функсияи $f(x)=ax+b$-ро ҳосил мекунем. Ана, дар ҳамин моҳияти абстраксиякунонӣ зоҳир мегардад. Абстраксия дараҷа ба дараҷа инкишоф меёбад. Намудҳои абстраксия гуногунанд: абстраксияи айниятдор, идеализатсия ва ғайра.

Ба раванди умумикунонӣ ва абстраксиякунонӣ – раванди тахасускунонӣ (специализация) ва мушаххаскунонӣ муқобил аст. Онро аз китоби «Методика преподования математики». [4;55] хонда конспект кунед.

5. Гузаштан аз ҳолати хусусӣ ба умумӣ, аз фактҳои алоҳида, ки бо ёрии мушоҳида ва таҷриба ба амал меоянд, ба умумикунонӣ қонунияти дониш аст. Қисми таркибии шакли мантиқии чунин гузариш **индуксия** аст. Индуксия (аз калимаи лотинӣ – ба пеш рафтан) – методи муҳокимаронӣ аз ҳолати хусусӣ ба умумӣ мебошад. Истифодаи он дар раванди таълим номи методи индуктивии таълимро гирифтааст.

Хулосабарорӣ аз рӯи индуксия се хел мешаванд: индуксияи нопурра, пурра ва методи индуксияи математикӣ.

Фарз мекунем, ки маҷмуи $M=\{a_1,a_2, \ldots\}$ дода шуда, ягон хосияти C дар ҳар кадоми он ё ҷой дорад ва ё ҷой надорад. Бигузор барои *к* ҳолат $C(a_1)$, $C(a_2)$,…$C(a_к)$ дуруст аст, онгоҳ:

$$\frac{C(a_1),C(a_2),\ldots,C(a_к)}{\forall x C(x)} \quad (1).$$

Муҳокимаронӣ аз рӯи (1) **индуксияи пурра** ном дорад. Агар муҳокимаронӣ тадқиқи ҳамаи элементҳои маҷмуи A-ро дар бар нагирад, он гоҳ онро **индуксияи нопурра меноманд. Методи индуксияи математикӣ** ба аксиомаи индуксияи математикӣ такя мекунад:

$$P(1)\wedge \forall x(P(x)\Rightarrow (P(x+1))\Rightarrow \forall nP(n)$$

Методи индуксияи математикӣ борҳо ба барномаи мактабӣ дохил карда шуда, борҳо аз он хориҷ карда шудааст. Агар методи индуксияи нопурра ба хулосабарории эҳтимолӣ дохил шавад, бо индуксияи пурра хулосаи эътимоднок ҳосил кардан мумкин аст. Ба индуксияи нопурра фарзияи илмӣ ҳамеша ҳамроҳ аст.

Истилоҳи «индуксия» ғайр аз маънои «хулосабарории индуктивӣ боз ду маънои дигарро соҳиб аст» - қайд мекунад Н.В. Метельский (саҳ 134):

1. Индуксия ҳамчун методи тадқиқот.
2. Индуксия ҳамчун шакли баёни информатсияи илмӣ дар китобҳо, машғулиятҳо дар ҷараёни таълим.

Акнун мисолҳои истифодабарии методҳои индуктивии таълимро дида мебароем.

Мисоли 1. Дар пайдар паии $f(n)=n^2+n+17$ ҳангоми $n=1, 2, 3,\ldots, 15$ будан мо ададҳои содда ҳосил мекунем. Ин ҳолат моро ба хулоса меорад, ки қимати ифода барои ҳаргуна $n \in N$ адади содда аст. Вале ин хулосабарорӣ дуруст нест. Дар ҳақиқат ҳангоми **n=16 мо** адади **таркибӣ** ҳосил **мекунем**: $16^2+16+17=16\cdot 17+17=17^2$. **Дар таърихи математика** ҳолатҳое буданд, ки математикони бузург индуксияи нопурраро истифода намуда, хато намудаанд.

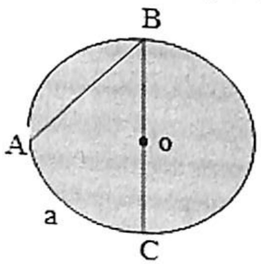
$$F(n) = 2^{2^n} + 1$$ -Ферма

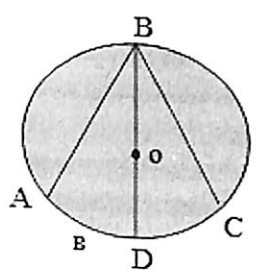
тасдиқ мекарданд, ки ин формулаҳо барои $\forall n \epsilon N$ ададҳои содда медиҳанд.

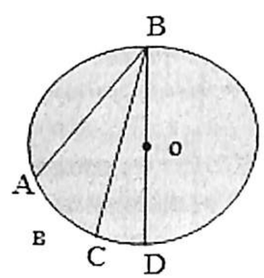
$$F(n) = n^2 - n + 41$$ -Эйлер

Ҳангоми истифодабарии индуксияи нопурра дар таълим муаллим вазифадор аст, ки ҳар дафъа қайд намояд, ки ин хулосабарорӣ эҳтимолӣ аст; онро ё рад ва ё исбот кардан лозим аст. Масалан, ҳангоми хонандагон ба воситаи ченкунӣ кашф намудаанд, ки «суммаи кунҷҳои дохилии секунҷа ба 180^0 баробар аст» ба онҳо фаҳмонидан лозим аст, ки ин танҳо фарзия ҳасту бас. Инро исбот бояд намуд.

Методи индуксияи пурра – методи қатъии исботи илмӣ аст. Вале онро дар таълим [аз сабаби ҳамаи хосиятҳои ба вуҷудомадаро дида баромадан аз имкон берун аст] кам истифода менамоянд. Чунончӣ ҳангоми ченкунии кунҷҳои дарункашидашуда се ҳолатро дида мебароянд: а) яке аз тарафҳои кунҷи дарункашидашуда диаметр ҳисоб мешавад; б) диаметр ба кунҷи дарункашидашуда дохил аст; в) диаметр ба кунҷи дарункашидашуда дохил нест.







Ду ҳолати охир, ба ҳолати якум овардашуда, теорема исбот карда мешавад. Тасдиқ карда мешавад, ки агар ин се ҳолат (бо принсипи индуксияи пурра) исбот карда шавад, теорема пурра исботшуда ҳисоб карда мешавад.

Методи индуксияи математикӣ аз ду қисм иборат аст:

Қадами 1. Дурустии ҷумларо барои n=1 месанҷем.

Қадами 2. Аз фарзи он, ки ҷумла барои n=к дуруст аст, исбот карда мешавад, ки ҷумла барои n=к+1 низ дуруст мебошад. Дар асоси ин ду қадам хулоса бароварда мешаванд, ки ҷумла барои ҳаргуна ададҳои натуралии n дуруст аст.

Мисол 1. Исбот кунед, ки

$$\forall n \in N, S_n=1^2+2^2+3^2+\ldots\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (1)$$

1. Қадам. Ҳангоми n=1 $S_1=\frac{1(1+1)\cdot(2\cdot1+1)}{6}=1$ формула дуруст аст.

2. Қадам. Фарз мекунем, ки ҳангоми n=к формула дуруст аст:

$$S_к=1^2+2^2+\ldots+к^2=\frac{к(к+1)(2к+1)}{6}$$

Исбот мекунем, ки формулаи (1) барои n=k+1 дуруст мебошад.

$$S_{к+1}=S_к+(к+1)^2=$$

$$=\frac{к(к+1)(2к+1)}{6}+(к+1)^2=\frac{(к+1)(к+2)(2к+3)}{6}$$

Пас, формулаи (1) барои ҳаргуна $n \in N$ дуруст будааст.

Мисоли 2. Нобарориро исбот намоед:

$$(1+\alpha)^n > 1+n a;\ a \in R;\ n > 1;\ n \in N;\ a > -1$$

Дедуксия (лот deduction) шакли тафаккурро ифода намуда, маънои онро дорад, ки ҷумлаи нав (фикри дар он таҷассумгашта) аз рӯи ҷумлаҳои маълум, бо тарзи мантиқӣ ҳосил карда мешавад. Назарияи дедуксия (хулосабарории мантиқӣ) аз тарафи Аристотел кор карда шуда буд. Дар мантиқи математика дедуксия номи назарияи исботро гирифтааст. Муҳокиматҳои индуктивӣ ва муҳокимаронии дедуктивӣ, нисбат ба муҳокимаронии аналогӣ бо эътибори худ фарқ мекунад. Аз ин рӯ дедуксия дар математика васеъ истифода бурда мешавад. Зеро

назарияҳои математикӣ дар асоси методи аксиоматӣ (дедуктивӣ) сохта мешаванд. Аз ҳамин ҷиҳат математикаро илми дедуктивӣ меноманд. Дедуксия ҳамчун методи таълими математика, пеш аз ҳама, таълими дедуктивии исботро дар назар дорад.

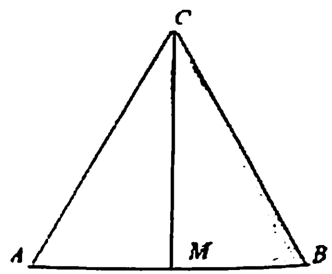
Мисолҳо:

1). Муҳокимаронии умумӣ: КТУ (а, в) = 1, агар а ва в ададҳои бо ҳам содда бошанд.

Муҳокимаронии хусусӣ: КТУ (14, 15)=1;

Муҳокимаронии хусусии нав: ададҳои 14 ва 15 боҳам соддаанд.

Дар ин мисол мо аз хулосабарории умумӣ ба хулосабарории хусусӣ баргаштем.



2). Ҳамаи ададҳои ҷуфт ба 2 тақсим мешаванд. Ҳамаи ададҳои тоқ ба 2 тақсим намешаванд. Ҳеҷ як адади ҷуфт дар як вақт адади тоқ шуда наметавонад.

Дар ин хулосабарорӣ аз ҳолати умумӣ боз ба ҳолати умумӣ баргаштем.

Бо тарзи дедуктивӣ исбот кардани теоремаҳо на танҳо пай дар пай мантиқи ҳосил шудани қадамҳо, балки маънои онро дорад, ки ҳар яки он аз рӯи ҷумлаҳои пештара асоснок карда шавад.

Теорема. Дар секунҷаи баробарпаҳлӯ кунҷҳои назди асос баробаранд.

Шарт: ΔABC баробарпаҳлӯ

Натиҷа: $\angle CAB \equiv \angle CBA$

Исбот. Дар ҷадвали поён раванди исботи ин теорема нишон дода шудааст.

Тасдиқотҳо	**Асоснокунӣ**
1. AC= BC	1. Аз рӯи шарт.
2. Байни A ва B нуқтае вуҷуд дорад, ки AM= MB	2. Аз рӯи таърифи порча, таърифи миёнаи порча.
3. Ягона хати рост вуҷуд дорад, ки аз болои нуқтаҳои C ва M мегузарад.	3. Аксиомаи 1.
4. CM= CM	4. Аз рӯи хосияти масофаи байни нуқтаҳо, таърифи баробарии порчаҳо.
5. Дар ΔAMC ва ΔBMC: $AC = BC; CM = CM$ ва $AM = BM \Rightarrow (\Delta AMC = \Delta BMC)$	5. Аломати баробарии секунҷаҳо.
6. Хулоса: $\Delta AMC = \Delta BMC$	6. Қоидаи ҷудокунӣ – modus ponens (1, 2, 4, 5).
7. Ду секунҷа баробаранд, фақат ва фақат ҳамон вақт, ки элементҳои мувофиқи онҳо баробар бошанд.	7. Ҳолати хусусии таърифи баробарӣ
8. Натиҷа: $\angle CAB \equiv \angle CBA$	8. Қоидаи ҷудокунӣ - modus ponens (7, 6).

Ду методи мантиқии исбот: **анализ** ва **синтез** вуҷуд доранд. Онҳо дар тадқиқотҳои математикӣ роли бузургро мебозанд. Мавқеи ин ду метод дар таълими математика низ калон аст. Онҳо дар шаклҳои гуногун: ҳамчун методҳои ҳалли масъалаҳо, исботи теоремаҳо, муайян намудани хосиятҳои мафҳумҳои математикӣ ва ғайра дучор меоянд. Анализ ва синтез дар амалия (ҳамеша) якҷоя истифода бурда шуда, методи аналитикӣ – синтетикиро ташкил медиҳанд. Ибтидоан анализ ҳамчун роҳ (методи тафаккур) аз бутун ба қисми бутун, синтез бошад – аз қисм ба бутун фаҳмида мешуд. Баъдтар дар зери анализ тарзҳои тафаккур, ки аз натиҷа ба сабабият ва дар зери синтез тарзҳои тафаккур, ки аз сабабият ба натиҷа гузашта мешавад, мефаҳмидагӣ шуданд.

Оид ба анализ ва синтез, алоқамандии онҳо ба муқоисакунӣ дар протсессӣ тафаккур маводи зиёдеро аз курси МТМ (В.Оганесян ва др.) хондан мумкин аст.

Истифодаи анализ ва синтезро дар исботи теоремаҳо дида мебароем.

1. Исбот кунед, ки $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a,b\,;}\; a \geq 0, b \geq 0.$

МЕТОДИ АНАЛИТИКИИ ИСБОТ

$$\frac{a+a}{2} \geq \sqrt{ab}\,;$$

$\downarrow\downarrow$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}\,;$$

$\downarrow\downarrow$

$$a-2\sqrt{ab}+b \geq 0;$$

$\downarrow\downarrow$

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0.$$

МЕТОДИ СИНТЕТИКИИ ИСБОТ

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0;$$

$\downarrow\downarrow$

$$a-2\sqrt{ab}+b \geq 0;$$

$\downarrow\downarrow$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}\,;$$

$\downarrow\downarrow$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}\,;$$

Ин нобаробарӣ ҳамеша мусбат аст.

Чӣ тавре, ки мебинем дар методи аналитикӣ барои асоснок намудани тасдиқоти матлуб худи ҳамон тасдиқот ибтидои амалиёт ҳисоб мешавад. Аз ин рӯ, методи аналитикии исбот на ҳамеша ҳаққонист. Инро дар мисоли зерин нишон медиҳем.

Исбот намоед, ки 3 = - 3

Фарз кунем, ки 3 = - 3 (!) аст, онгоҳ $3^2 = (-3)^2 \rightarrow 9=9$

Мо тасдиқоти дуруст ҳосил намудем, пас тасдиқоти матлуб (дода шуда) дуруст аст. Чи тавре, ки мебинем, ин хулоса нодуруст мебошад. Сабаби хатогии мантиқӣ дар он аст, ки «қоидаи хулосабарорӣ» нодуруст истифода шуд.

Теорема: Суммаи кунҷҳои дохилии секунҷа ба 2d баробар аст.

МЕТОДИ АНАЛИТИКИИ ИСБОТ

а) хати рости СК// АВ-ро гузаронида дар нуқтаи М кунҷи кушодро ҳосил мекунем;

б) ∠2 – дохили ҳамин кунҷи кушод аст;

в) ∠5=∠1; СК // АВ; АМ-буранда;

г) ∠4=∠3; СК // АВ; МВ-буранда;

д) ∠5+∠4+∠2= 2d.

е) кунҷҳоро иваз намуда, пайдо мекунем ∠1+∠2+∠3=2d

МЕТОДИ СИНТЕТИКИИ ИСБОТ

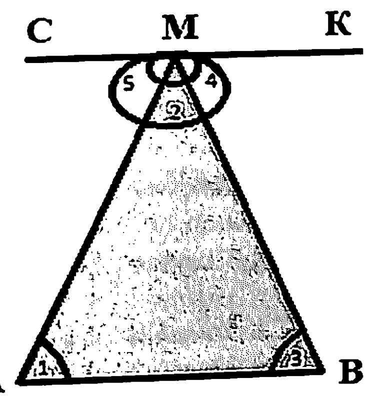
а) хати рости СК// АВ-ро мегузаронем (ниг. ба расм);

б) ∠ 4=∠3; СК//АВ; МВ буранда;

в) ∠5=∠1; СК//АВ; АМ- буранда;

г) ∠5+∠2+4=2d – кунҷи кушод.

д) ∠1+∠2+∠3=2d (дар асоси б. в)



1.8. МУҲОКИМАРОНӢ ВА ХУЛОСАБАРОРИҲОИ МАТЕМАТИКӢ

Нақша:

1. Гуфтор ва муҳокимаронӣ.

2. Хулосабарорӣ.

3. Намудҳои асосии муҳокимарониҳои математикӣ: а) аксиома; б) теорема; в) постулат.

4. Структураи мантиқии теорема: шарти зарурӣ ва кифоягӣ.

5. Исбот. Методҳои исбот. Методикаи таълими муҳокимарониҳои математикӣ ва исбот.

6. Мустақилона: тартиб додани рӯйхати муҳокимарониҳое, ки дар математикаи синфҳои IV-V ва алгебраю геометрияи синфи VII вомехӯранд.

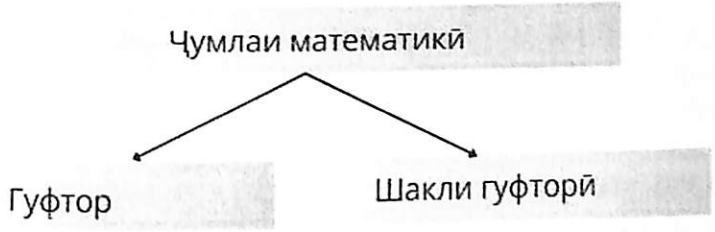
Адабиёт.

1. Метельский Н.В. Дидактика метематики. Минск: БГУ, 1982, с.127;
2. Оганесян В.А. и др. МПМ. Ч-I . М:-1980, с.70-82;
3. Столяр А.А. Педагогика математики. Минск, БГУ, -1974, с. 145.

1. Дар тафаккур мафҳумҳо бо тарзи муайян ба ҳамдигар алоқамананд. Шакли алоқамандии мафҳумҳоро **муҳокимаронӣ** меноманд. Агар муҳокимаронӣ ин вобастагиро дуруст инъикос намояд, онро ҳаққонӣ ва дар мавриди баръаксӣ нодуруст мегӯянд. Ҳаргуна мафҳуми математикӣ, ки нисбат ба дурустӣ ("д") ва нодурусти ("н")-и он сухан рондан мумкин аст, **гуфтор** ном дорад. Масалан: "ҳаргуна ромб параллелограмм" аст гуфтори "д" аст, вале "ҳаргуна параллелограмм ромб мебошад" гуфтори "н" аст. Фикр рондан моҳиятан муҳокимаронӣ аст. Бо ёрии муҳокимаронӣ фикр инкишоф меёбад. Муҳокимаронӣ бо ёрии ҷумлаҳо ифода меёбанд. Вале на ҳама ҷумла муҳокимаронӣ ҳисоб мешавад. Чунончӣ: оё ΔАВС баробарпаҳлӯ аст? муҳокимарониро ифода намекунад.

Синоними гуфтор "**тасдиқ**" аст. Ҷумлаи x+5=7 ё ки x<3 **шаклҳои гуфторӣ** ҳисоб мешаванд.

Пас, ҷумлаи математикӣ (муҳокимаронӣ) ба гуфтор ва шакли гуфторӣ ҷудо мешаванд.



Математика аз системаи муйяни муҳокимарониҳо иборат аст, ки онҳо бо ёрии истилоҳҳои математикӣ ва мантиқӣ ифода карда мешаванд.

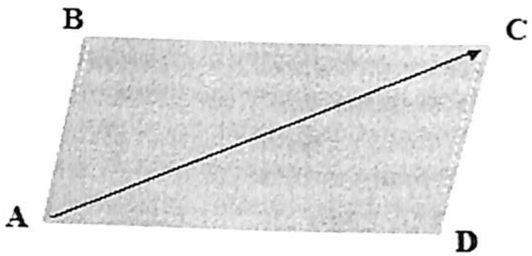
2. Муҳокимаронӣ бо ду роҳ ба амал меояд: **бавосита** ва **бевосита**. Ин фигура давра аст. Муҳокимаронии бавосита. Дар ҳолати дуюм муҳокимаронӣ дар натиҷаи фаъолияти махсуси фикронӣ ба вуҷуд меояд, ки онро **хулосабарорӣ** меноманд. Хулосабарорӣ шакли олии тафаккур аст.

Инак, раванди аз як ё якчанд муҳокимаронии дода шуда, ҳосил намудани муҳокимаронии нав хулосабарорӣ мебошад.

Мисолҳо: 1) Ҳамаи порчаҳо дарозӣ доранд. 2) Ҳеҷ як адади ҷуфт, ғайр аз 2 адади содда нест. 3) Баъзе функсияҳо бефосилаанд. 4) Ҳеҷ як функсия экстремум надорад. 5) Функсияи y=cosx функсияест, ки нуқтаи каниш дорад ва ҳк. Ин муҳокимарониҳои бевосита буда 1-3 «д», 4-5 «н» аст. 6) Диагонали параллелограмм онро ба ду секунҷаи баробар ҷудо мекунад. (муҳокимаронии 1).

Суммаи кунҷҳои дарунии секунҷа ба 2d баробар аст. (муҳокимарони. 2).

Суммаи кунҷҳои дарунии параллелограмм ба 4d баробар аст (муҳокимаронии нав).



Мисоли 6 муҳокимаронии бевоситаро нишон медиҳад.

Дар байни хулосабарориҳо класси хулосабарориҳоро бо муҳокимарониҳои муносибат дошта ҷудо намудан мумкин аст.

1. Аз (a>b) ва (b>c) $\to$ a>c;

2. Аз (a<b) ва (b<c)$\to$ a<c ва ҳк

Хулосабарорие, ки дар он муҳокимаи натиҷавӣ ба ҳақиқат мувофиқ нест, софизм ном дорад (2.2=5). Дар китоби Мельский Н.В.[1] хулосабарорӣ аз рӯи аналогия ва ҳақиқатмонанд дида баромада шудааст (хонед!).

3. Намудҳои муҳимтарини муҳокимарониҳо дар математика теорема, аксиома ва постулат мебошанд.

Аксиома (юнонӣ – axioma "*он чизе ки қабулшаванда аст*") ҷумлаест, ки бе исбот қабул карда шудааст. Аксиомаҳо фундамент (асосбунёд)-и математикаи ҳозиразамонро ташкил медиҳанд. Ҳар як қисми математика аз системаи аксиомаҳо иборат аст, ки онҳо бояд се талаботи асосӣ: **новобастагӣ**, **ғайримуқобилӣ** ва **пуррагиро** қаноат кунанд.

Калимаи постулат лотинӣ (postulatum) – буда маънояш талабот аст. Постулат – ин ҷумлаи математикиест, ки ягон талаботро нисбат ба ягон мафҳум ё ки муносибати байни мафҳумҳо ифода мекунад.

Мисол: муносибати эквивалентӣ R (дар маҷмӯи A) бо ёрии се постулат (се хосият) муайян карда мешавад:

1. $\forall a \in A$: aRa; 2. $\forall a, b \in A$: $aRb \Rightarrow bRa$;

3. $\forall a,b,c \in A$: $aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$.

Ҳаргуна гуфтор, ки дурустии он исботро талаб мекунад, **теорема** ном дорад. Теорема калимаи юнонӣ буда (theorem) маънояш фикр мекунам, дида мебароям аст (Геометрия. Дида бароед!).

Ҳамаи теоремаҳое, ки дар мактаби миёна омӯхта мешаванд, дар намуди зерин навишта мешавад: $A \Rightarrow B$. Философҳо тасдиқ мекунанд, ки на ҳамаи теоремаҳо ба ин формула мувофиқ меоянд. Масалан: кунҷҳои рост вуҷуд доранд.

4. Дар навишти $A \Rightarrow B$ ҷумлаи A шарт ва B натиҷа ҳисоб мешаванд. Агар ин теоремаро теоремаи роста ҳисоб намоем, пас аз он боз се теоремаи дигар ҳосил кардан мумкин аст. 1. $B \Rightarrow A$; 2. $\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$; 3. $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$.

Дар ин ҷо теоремаҳои $B \Rightarrow A$ ва $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ дар як вақт "д" ё "н"-анд. Инро бо ёрии ҷадвал нишон медиҳем.

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \Rightarrow B$	$\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$	$B \Rightarrow A$	$\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$
д	*д*	*н*	*н*	*д*	*д*	*д*	*д*
д	*н*	*н*	*д*	*н*	*н*	*д*	*д*
н	*д*	*д*	*н*	*д*	*д*	*н*	*н*
н	*н*	*д*	*д*	*д*	*д*	*д*	*д*

Мисолҳо:

1. Теоремаи роста. Кунҷҳои вертикалӣ баробаранд. Инро дар намуди зерин менависем. Агар кунҷҳо вертикалӣ бошанд, онгоҳ онҳо баробаранд.

2. Теоремаи чаппа. Агар кунҷҳо баробар бошанд, онгоҳ онҳо вертикалианд. Ин теорема "д" нест.

3. Теоремаи ба роста муқобил. Агар кунҷҳо вертикалӣ набошанд, онгоҳ онҳо баробар нестанд. Ин теорема низ "д" нест.

4. Теоремаи ба чаппа муқобил. Агар кунҷҳо баробар набошанд, онгоҳ онҳо вертикалӣ нестанд. Теорема "д" аст.

Баъзан мешавад, ки ҳамаи 4 теорема дурустанд. Дар таълими математика кифоя аст, ки дуруст ё нодурустии як теоремаро баён кунем.

Мустақилона: Кунҷи берунии секунҷа ба суммаи ду кунҷи даруна, ки ба он ҳамсоя нест, баробар аст, Се намуди теоремаро баён кунед.

Агар $A \Rightarrow B$ дуруст бошад, онгоҳ гуфтори А барои В шарти кифоягӣ ном дорад. Гуфтори А барои В шарти зарурӣ ҳисоб мешавад, агар $B \Rightarrow A$ дуруст бошад.

Мисол: 1) барои он ки адади натуралӣ ҷуфт бошад кифоя (вале зарур не!) аст, ки вай ба 6 тақсим шавад.

36:6: 42:6; 32:6.

2) Барои он ки адади натуралӣ ба 6 тақсим шавад **зарур** (вале кифоя не!) аст, ки вай ҷуфт бошад.

Дар математика шарти зарурӣ ва кифоягӣ ба аҳамияти калон моликанд.

Шарти А барои В - зарурӣ ва кифоягӣ ҳисоб мешавад, агар дар як вақт $A \Rightarrow B$ ва $B \Rightarrow A$ дуруст бошанд: $A \Leftrightarrow B$.

Мисол: агар адади натуралӣ ҷуфт бошад (А), онгоҳ вай ба 2 тақсим мешавад (В). Дар ин ҷо: $A \Leftrightarrow B$.

Дар курси математикаи мактабӣ ба ҷои шарти зарурӣ ва кифоягӣ ифодаҳои «фақат ва фақат», «ҳамон вақт ва фақат ҳамон вақт» вомехӯранд. Дар синфҳои болои синоними «кифоя ва зарур»-ро истифода бурдан ба мақсад мувофиқ аст.

5. Исбот амалиёти мантиқиест, ки дар раванди он дурустии ягон муҳокимаронӣ бо ёрии дигар муҳокимаронихои дуруст асоснок карда мешавад.

Исбот аз се қисми таркибӣ иборат аст: **тезис** (муҳокимароние, ки дурустии онро исбот кардан мумкин аст), **аргументҳо** (далелҳо, муҳокимароние, ки дурустии онҳо исбот карда шудаанд ва барои асосноккунии тезис заруранд) ва **намоишдиҳӣ** (тарзи исбот).

Агар далелҳо (теоремаҳо, формулаҳо ва ҳк. барои исботи теорема истифода бурда мешаванд)-ро хишт гӯем, онгоҳ **намоишдиҳӣ** тарзи гузоштани хиштҳоро муайян мекунанд.

Исбот ду хел мешавад: индуктивӣ ва дедуктивӣ. Исботи индуктивӣ ҳангоми истифодабарии индуксияи пурра ва методи индуксияи математикӣ хосил мешавад. Истифодаи индуксияи нопурра ё ин ки аналогия исбот ҳисоб намешаванд. Исботҳои математикӣ исботҳои боварибахш-дедуктивианд.

Ҳар як исбот аз (дастаи) пай дар пайии охирноки силлогизмҳо иборат аст.

Методҳои исбот: индуксияи математикӣ, методи исбот аз баръаксӣ, индуксияи пурра, методи рекуррентӣ, методи векторӣ ва ғайра.

Дар мавзӯи пештара (1.7) оид ба индуксияи математикӣ маълумоти муфассал дода будем. Он дар синфи 9 омӯхта мешавад[2]. Ҳоло бошад моҳияти методи рекуррентиро дида мебароем.

Методи рекуррентии исбот. Инро дар мисоли зерин дида мебароем. Маълум аст, ки:

$$p_n = n \cdot p_{n-1}$$

$$\left.\begin{aligned} p_2 &= 2 \cdot p_1, \\ p_3 &= 3 \cdot p_2, \\ p_k &= k \cdot p_{k-1}, \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} p_2.p_3 \ldots\ldots p_k &= (1.2.3 \ldots k).p_1.p_2 \ldots p_{k-1} \\ \cdot \quad p_k &= 1.2.3 \ldots k = k! \\ p_k &= k! \end{aligned}$$

Ин методи исбот дар синфи 8 дар исботи пайдар пайҳо истифода бурда мешавад. Дар таълим методҳои гуногуни исботро истифода бурдан лозим аст.

Акнун дар бораи **таълими исбот** истода мегузарем.

Дар зери мафҳуми таълими исбот протсессҳои фикррониӣ, ҷустуҷӯ, кашфиёт ва сохтани исбот фаҳмида мешавад (А.А. Столяр). Ингуна фаҳмиш қориазёд намудани исботи тайёрро рад мекунад. Ёд додан, омӯзонидани исбот маънои ба хонандагон муҳокимарониро ёд додан аст. Ин яке аз вазифаҳои

[2] Ҳоло дар барнома дохил нест.

асосии таълими математика ҳисоб мешавад. Вале бояд қайд намуд, ки дар амалияи мактабӣ муаллимон асосан мактаббачагонро ба қориазёд намудани исботҳо водор мекунанд. Барои таълими исбот муаллим иҷро кардани баъзе қоидаҳоро бояд ба эътибор гирад.

Яке аз ингуна қоидаҳои дидактикӣ аз он, иборат аст, ки хонандагон бояд маводи пештараро такрор намоянд, зеро онҳо дар исбот истифода бурда мешаванд. Муаллим бояд онро ҳамчун вазифаи хонагӣ ба хонандагон супориш диҳад. Пеш аз он ки ба исбот шурӯъ карда шавад муаллим боз боварӣ ҳосил кунад, ки хонандагон мазмуни теоремаро дуруст фаҳмидаанд ва аниқ шарту натиҷаи онро ҷудо карда метавонанд. Ҳангоми омӯзиши исботҳои аввалин муаллим ба хонандагон роли нақшаро дар исбот нишон диҳад. Хонандагон фаҳмида гиранд, ки нақша ҳеҷ чизро исбот намекунад, вай танҳо фаҳмиши исбот ва раванди онро осон мегардонад. Натиҷаҳо дар дафтари хонандагон бояд бо ёрии асбобҳо ба амал оварда шаванд. Ба хонандагон махсусан кашидани нақшаҳои фазои душворӣ меоварад. Барои ин қоидаи проексияи параллелиро дуруст донистан лозим аст.

Дар таълими исбот муаллифони адабиёти илмӣ-методӣ талаботи гуногунро ба миён мегузоранд. Масалан, Н.В. Метельский [1]-6 талабот, дигаре-8, сеюмин-4 ва ҳк-ро тавсия медиҳанд.

Мо мешуморем ки:

1) хонанда пеш аз ҳама исботи тайёри дар китоб бударо азхуд кунад ва онро гуфта тавонад;

2) аз рӯи аналогия мустақилона раванди исботро сохта тавонад;

3) ҷустуҷӯ ва баёни исбот аз тарафи муаллимро аз худ намояд;

4) хонанда исботи ҷумлаҳои математикиро мустақилона ҷустуҷӯ кунад.

Ҷустуҷӯи исбот асосан аз се савол: Чӣ? Аз куҷо? Чӣ тавр? иборат аст. а) Чӣ исбот карда мешавад? Ҷумлаи исботшаванда чи тавр бояд шарҳ дода шавад; б) Аз куҷо ҷумлаи исботшавандаро исбот кардан лозим аст? Кадом теоремаҳо ва аксиомаҳои маълумро истифода бурдан лозим аст? Саволҳои чӣ тавр? -маънои бо роҳи муҳокимаронӣ исбот кардани теоремаро дорад.

1.9. ТАШКИЛИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА

Нақша:

1. *Дарси математика. Талаботи асосӣ ба дарс.*
2. *Намудҳои дарсҳо аз математика.*
3. *Тайёрии муаллим ба дарс. Таҳлили дарс.*
4. *Ташкили кори мустақилонаи хонандагон ҳангоми омӯхтани математика.*
5. *Ташкили такрор. Кори индивидуалӣ ва дифференсиалӣ дар таълим.*
6. *Хусусиятҳои хоси таълими математика дар мактабҳои шабона ва касбӣ-техникӣ.*
7. *Санҷиш ва баҳодиҳии дониши хонандагон (мустақилона [2]; саҳ. 375).*

Адабиёт:

1. Методика преподования математики / Сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. М:-985, боби 6.
2. Оганесян В.А. и др. Методика преподовения математики. Ч.1.М:-1980, с.250-275.

Иловагӣ:

Метельский Н.В. Дидактика математикӣ. Минск, БГУ, 1982, с. 228.

3. Шакли асосии раванди таълимӣ-тарбиявӣ дар мактаб ба хонандагон дарс аст. Ҳар як дарс се мақсади асосӣ дорад: маълумотдиҳӣ, тарбиявӣ ва инкишофдиҳӣ.

Ба мақсади маълумотдиҳии дарс ташаккул додани донишҳо, малака ва маҳоратҳои математикии хонандагон дохил мешаванд.

Дар якҷоягӣ бо таълим мақсадҳои тарбиявӣ ва инкишофёбии шахсияти мактаббача ба амал оварда мешавад.

Барномаҳои таълимии математика аз муаллим ҳал намудани масъалаҳои муайяни тарбиявиро талаб мекунад. Аз ин

рӯ муаллим вазифадор аст, ки дар ҳар як дарс мақсади тарбиявии онро муайян намояд ва маводи таълимиро пурра истифода барад.

Барои мазмуни маводи таълимиро интихоб намудан ба муаллим барномаҳо, китобҳои дарсӣ, дастурҳо, маводи дидактикӣ ва ғайра ёрӣ мерасонанд.

Интихоб намудани методҳои таълим яке аз вазифаҳои душвори методӣ мебошад. Муаллим вобаста ба маводи таълим ва хусусиятҳои синф мавзуъро муайян карда фаъолияти коллективонаи хонандагонро барои омӯзиши он ташкил мекунад.

Мафҳуми "дарс" дар педагогика дода шудааст. **Раванди бутуни мантиқан ба охир расидани кори таълимӣ-тарбиявиро дар порчаи муайяни вақт дарс меноманд.**

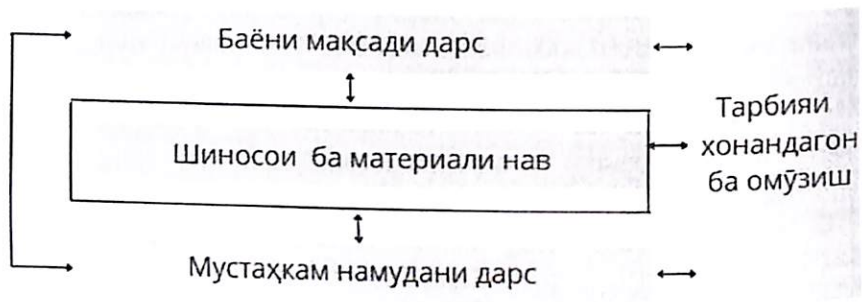
Инак, ба сифати дарс чӣ тавр баҳо дод? Оё муаллим се мақсади дарсро иҷро карда тавонист, методи интихоб намудаи таълим самаранок буд, хонандагон чӣ тавр дар дарс иштирок доштанд, саволҳое мебошанд, ки ҷавоби онҳо сифати дарси муаллимро муайян мекунанд.

Дар **структура (сохт)-и дарси математика** этапҳо (даврҳои)-и зеринро ҷудо мекунанд:

1. Мақсади дарс.
2. Санҷиши дониш, малака ва маҳорат.
3. Шинос намудани хонандагон бо маводи таълимӣ.
4. Мустаҳкам намудани дарс.
5. Вазифаи хонагӣ.

Барои ҳар як дарс этапи якум-гузориши мақсад зарур аст. **Мушоҳидаҳо нишон медиҳанд**, ки на ҳамаи муаллимон мақсади дарсро ба хонандагон баён мекунанд.

Структураи дарси маводи навро ин тавр тасвир намудан мумкин аст.



Муаллим вазифадор аст, ки дар ҳар як дарс диққати хонандагонро ҷалб намуда, дар онҳо талабот ба дониш, худсанҷишӣ ва худбаҳодиҳӣ ба вуҷуд орад.

Ба дарси математика кадом талаботи асосӣ пешбарӣ карда мешаванд?

1. Мақсаднокии дарс. Мақсади дарс ба саволи: "Дар дарс чӣ кор бояд кард?" ҷавоб медиҳад. Фарз кунем мавзӯи дарс **"Формулаи решаҳои муодилаи квадратии овардашуда мебошад".** Мақсади дарсро ин тавр шарҳ додан мумкин аст: шинос намудани хонандагон бо алгоритми ҳалли муодилаи квадратии овардашуда. Ин мақсади муаллим бояд ба мақсади хонандагон табдил ёбад. Муаллим қайд мекунад, ки хонандагон аз ин дарс чиро бояд омӯзанд, барои чӣ ин мавзуъ омӯхта мешавад ва ҳоказо. Бисёр масъалаҳои амалӣ ба ҳалли муодилаҳо оварда мерасонанд ва мо бояд онҳоро ҳал карда тавонем. Муаллим **вазъияти проблемавӣ** ба амал меорад. Баъди он ҷустуҷӯи проблема сар-мешавад. Чӣ тавр дарс ба охир мерасад-меъёри ба мақсад расидан аст.

Мувофиқи ин гуфтаҳо дарс оид ба мавзуи қайдшуда ин тавр мегузарад:

1. Халли муодилаҳои намуди $ax^2+dx=0$ ва $ax^2+c=0$.
2. Қайдҳо оид ба методҳои ҳалли онҳо.

3. Ҷудо намудани квадрати пурра дар сеаъзогии $x^2-8x-33=(x-4)^2-49$
4. Гузориши масъалаи нав. Тартиб додани нақшаи ҳалли он.
5. Ба зарбкунандаҳо ҷудо намудани сеаъзогиҳо:

$$x^2-8x-20;\ x^2+12x+35 \text{ ва ҳоказо.}$$

6. Ҳалли муодила бо ёрии ба зарбкунандаҳо ҷудокунӣ:

$$x^2-4x-45=0;\ \ x^2-x-20=0 \text{ ва } x^2+11x-60=0$$

Як алгоритми ҳалли муодилаи квадратӣ ёфт шуд.

7. Акнун ин алгоритмро барои мавриди $x^2+px+q=0$ татбиқ мекунем:

$$(x+\frac{p}{2})^2+q-\frac{p^2}{4}=0 \Rightarrow \boxed{x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}}$$

8. Ҳалли муодилаҳо бо ёрии формула (алгоритм):

$$x^2+11x-60=0;\quad x^2-5{,}6x+6{,}4=0$$

9. Муқоисаи ин алгоритмҳо (бо ёрии зарбкунандаҳо ва формула).
10. Ҷамъбасти дарс: нишондод барои вазифаи хонагӣ, омӯхтани формула, ҳалли муодилаҳо бо ду тарз: аз рӯи формула ва ҳоказо.

II. Интихоби самараноки воситаҳо, методҳо ва тарзҳои таълимию тарбиявии дарс. Дарс пеш аз ҳама ба воситаи **мазмун** ба хонандагон таъсир мерасонад. Вазифаи муҳимми муаллим аз он иборат **аст, ки хонандагонро дар рӯҳияи** масъулият ба хондан, талабот ба малакаҳои омӯзиши математика тарбия диҳад. Воситаҳо ва методҳои таълим (ВТТ, моделронии математикӣ, схемаҳо) хеле гуногунанд. Ҳеҷ кадоми он универсалӣ нест. Онҳоро вобаста ба маводи таълимӣ муаллим интихоб менамояд.

III. Интихоби ратсионалии мазмуни ҳар як дарс. Муаллим дар ҳар дарс ақидаи асосии (мазмуни) маводро бояд ҷудо кунад.

IV. Шаклҳои гуногуни ташкили фаъолияти таълимии хонандагон. Вобаста ба дараҷаи азхудкунии материал, фаъолияти хонандагон, муаллим шаклҳои индивидуалӣ, коллективӣ, гурӯҳиро истифода мебарад.

Дар адабиёти методӣ ва дидактикӣ классификатсияи дарс бештар аз рӯи мақсадҳои дидактикӣ гузаронида мешавад. Агар мақсади дидактикии дарс-шинос намудани хонандагон ба маводи нав бошад, он гоҳ дарс **номи дарси шинос кардани хонандагон ба маводи навро мегирад**, зеро этапҳои дигари дарс чандон аҳамиятнок нестанд. Агар мақсади дидактикии дарс мустаҳкамкунии мавод бошад. дарс номи **дарси мустаҳкамкунии донишро** дорад. Ана ҳамин тавр, чор тип (намуд)-и дарси математикӣ вуҷуд дорад:

1. Дарси шиносоӣ ба маводи нав;
2. Дарси мустаҳкам намудани маводи омӯхташуда;
3. Дарси санҷиши дониш, малака ва маҳорат;
4. Дарси умумикунонӣ ва систематикунони (бо тартиби муайян овардан)-и маводи омӯхташуда.

Ин классификатсия дарси омехтаро дар бар намегирад. Типи дуюми дарс асосан ба воситаи ҳалли масъалаҳо ба амал оварда мешавад. Баъзан дар амалия дарси кори мустақилонаи хонандагон, дарси сӯҳбат ва ғайраҳо вомехӯранд. Ҳамаи онҳо ба чор типи дарсҳо дохил мешаванд. Ғайр аз ин классификатсия дарсҳоро боз аз рӯи тарзи гузаронидани онҳо низ ҷудо мекунанд: дарси сӯҳбат, дарси такрор, дарси кори контролӣ, дарси омехта ва ғайраҳо. Аммо ҳеҷ як классификатсия дарсро ҳаматарафа баҳо дода наметавонад. Н.В.Метельский [3] бошад 5 типи дарсро нишон медиҳад.

3. Тайёрӣ ба дарс кори эҷодӣ, лабораторияи муаллим ҳисоб мешавад. Ба ин мақсад муаллим на танҳо дониши хуби назариявӣ ва методӣ, балки тайёрии дурусти ба нақшагирии

дарсро низ дошта бошад. Системаи ба плангирии кори муаллим аз се қисм иборат аст: 1) Ба нақшагирии солона ва нимсола; 2) ба нақшагирии тематикӣ (мавзӯӣ); 3) ба нақшагирии ҳар як дарс.

Дар аввали ҳар як сол муаллим дар хамон синфҳое, ки бояд дарс диҳад, нақшаи календарии мавзуӣ тартиб медиҳад, ки он аз графа (қисм)-ҳои зерин иборат аст: мавзуъ ва мавзуъчаҳо, миқдори соатҳо, мӯҳлати иҷро, асбобҳои аёнӣ ва воситаи техникӣ. Пеш аз тартиб додани нақшаи календарӣ муаллим барономаи таълимӣ, тавзеҳот ва талаботи он, китоби дарсӣ, дастурҳои методиро бодиққат аз назар мегӯзаронад; рӯйхати адабиётро барои муаллим ва хонандагон тартиб медиҳад, таҷҳизоти кабинети математикаро дида мебароянд. Баъзан намунаи нақшаи календарӣ дар маҷалаи "Мактаби шуравӣ"; "МВШ" чоп мешавад.

Этапи дуюми тайёрии муаллим ба дарс **банақшагирии тематикӣ**_мебошад. Дар он муаллим ҳар як дарсро пурра дар давоми сол тақсим намуда, мақсадҳои онҳо, типи дарс, методҳои таълимӣ, воситаҳои таълим ва ғайраҳоро муайян мекунад. Ин намуди банақшагирӣ дар таҷрибаи мактабҳо кам ва ё умуман дида намешаванд.

Тайёрии муаллим ба дарс аз тартиб додани нақша (конспект)-и яксоата сар мешавад. Муаллим дар асоси нақшаи календарӣ (ё тематикӣ!) нақшаи яксоата тартиб дода, дар он ҳамаи структураи дарсро ба инобат мегирад.

Яке аз вариантҳои тартиб додани нақшаи дарсиро нишон медиҳем. **Нақшаи дарсии яксоата** аз фанни «математика дар синфи V».

Мавзӯи дарс: Ҷамъ кардани ду адад бо аломатҳои муқобил.

Ин дарс ба типи якум-дарси омӯхтани маводи нав дохил мешавад.

Мақсади таълимӣ ва тарбиявии дарс: а) хонандагонро ба қоидаи ҷамъи ду адади аломатҳояшон муқобил шинос кардан; б) ба хонандагон парваридани малакаи маданиятнокии истифодаи қоидаҳо, бо диққат будан; малакаи таҳлили ҷумлаҳои математикӣ.

Таҷҳизоти дарс: 1) Модели намоишдиҳии хати рости координатӣ; 2) Кодоскоп, кодопозитивҳо.

Ба сифати методи таълим муаллим сӯҳбати проблемавиро интихоб мекунад.

Сохти дарс

I. Баёни мақсади дарс (2 дақ.). Муаллим кӯтоҳ мақсади дарсро шарҳ медиҳад.

II. Санҷиши малакаҳо оид ба мавзӯи гузашта (10 дақ.).

Муаллим то дарс дар доска барои пурсиши даҳанакии босуръати хонандагон (5-6 дақ.) мисолҳои зеринро менависад:

а) –45 ва –12; б) –2,6 ва 3,7;

в) –100 ва 100; г) $-11\frac{2}{3}$ ва 12.

Хонандагон мстақилона ин машқҳоро даҳанакӣ иҷро мекунанд.

Муаллим: 1) суммаи модулҳои ададҳои додашударо ҳисоб кунед. 2) аз модули адади калон адади хурдро тарҳ кунед.

Талабогон кор мекунанд ва муаллим ба кори онҳо аҳамият медиҳад. Аз рӯи талаботи муаллим баъзе онҳо ҷавобҳоро асоснок мекунанд.

Муаллим баҳри ҷамъбаст намудани кори фронтали (ҳамҷоя)-и хонандагон саволҳои зерин мегузорад:

1) Оё суммаи модулҳои ду адад: а) адади манфӣ: б) сифр шуда метавонад?

2) Фарқи ду модул ба сифр баробар шуда метавонад?

3) Кадом ададҳо модулҳои баробар доранд?

Кори санҷишии кӯтоҳмуддат (4-5 дақ). Муаллим мақсад ва талаботро баён мекунад, сонӣ кодопозитивҳоро дар кодоскоп гузошта онҳоро барои ҳал кардан ба хонандагон мефаҳмонад. Хонандагон баъди ҳал варақчаҳоро ба муаллим месупоранд.

Ададҳоро ҷамъ кунед.

Варианти 1.

1) –50 ва –36,5;

2) $1\frac{2}{2}$ *ва* $1\frac{5}{7}$;

3) – 13,8 ва – 22,2;

4) – 0,88 ва – 2,15;

Варианти 2.

1) –10 ва –1000;

2) $2\frac{5}{13}$ *ва* $2\frac{8}{13}$;

3) –13 ва –8,7;

4) –38 ва 0.

III. Баёни мавзӯи нав (28 дақ.). Дар ин этап муаллим методи қисман-ҷустуҷуиро ба кор мебарад, проблемаи таълимиро муайян мекунад, кори хонандагонро бо китоб ташкил мекунад, барои аз худ кардани қоидаҳо кори амалӣ ва мустақилонаи хонандагонро ташкил медиҳад, ба хонандагон рафтори индивидуалӣ ва дифференсиалӣ мекунад ва ҳоказо.

Муаллим: Ба монанди дарси пештара амал мекунем. Масъалаи зеринро мегирем: Тағйирёбии аввалаи температура ба $+9^{o}$ ва дуюмаш ба -5^{o} баробар аст. “Натиҷаи ду тағйирёбиро ёбед?”.

Дар доска навишта мешавад:

$$9+(-5)=?\Rightarrow 9+(-5)=4.$$

Ба тариқи аналогӣ менависад:

$$(+5)+(-7)=?\Rightarrow (+5)+(-7)=-2$$

Муаллим дар хати рости координатӣ ин ададҳоро нишон медиҳад.

Аз ин ҷо талаб мекунад, ки хонандагон коллективона қоидаи ҷамъи ду адади аломатҳояшон гуногунро худашон тартиб диҳанд.

Хонандагон қоидаҳоро шарҳ медиҳанд ва муаллим ёри мерасонад.

Муаллим: акнун ин қоидаҳоро аз китоб дида бароед.

IV. Мустаҳкамкунии дарси нав ба воситаи машқҳо

Муаллим: Акнун тадбиқи қоидаҳоро дар ҳалли мисолҳо дида мебароем (мисолҳоро дар тахтаи синф менависад ва хонандагонро даъват мекунад).

1) (+6)+(-38); 2) (-15)+7);

3) (-5)+28); 4) $-\frac{1}{13}+\frac{7}{13}$.

Муаллим: Мисолҳои зеринро мустақилона ҳал кунед: Ададҳоро ҷамъ кунед.

Варианти 1.

1) 17 ва +5;
2) –100 ва 1;
3) $2\frac{1}{15}$ *ва* $2\frac{13}{15}$;
4) –9 ва 3,91.

Варианти 2.

1) 3 ва -17;
2) -500 ва 501;
3) -21,8 ва 0,8;
4) $-\frac{2}{17}$ *ва* $1\frac{2}{17}$.

Дар ин маврид муаллим синфро давр зада ба хонандагони сустхон ёрӣ медиҳад. Тарзи иҷрои кори мустақилонаро назорат мекунад; аз баъзеи онҳо мепурсад. Натиҷаи кори мустақилонаи хонандагонро ҷамъбаст мекунад. Метавонад баҳои хонандагонро эълон кунад.

V. Супориши вазифаи хонагӣ (1-2 дақ).

Таҳлили дарси муаллим асосан бояд ҳамин этапҳоро дарбар гирад. Ба дарс маъмурияти мактаб ҳамкасбон ва дигарон медароянд. Асоси дарси математикаро мазмуни математикӣ ва тарбиявии он ташкил медиҳад.

Як намунаи схемаи таҳлили дарсро баён мекунем.

1. Ба амал овардани мақсади дарс (таҳлилӣ, тарбиявӣ ва инкишофдиҳандагӣ).
2. Дараҷаи илмии дарс.
3. Таҳлили стуруктураи умумии дарс.
4. Методҳои таълимии дарс.
5. Фаъолияти муаллим ва хонандагон дар дарс.

6. Ташакулёбии маҳорат ва малакаҳои таълимии хонандагон дар дарс ва ғайраҳо.

Аҳамияти кори мустақилонаи хонандагон доир ба математика хеле калон аст. Аз рӯи дараҷаи мустақилият корҳои мустақилонаро мувофиқи ақидаи П.И. Пидкасистий ин тавр классификатсия кардан мумкин аст:

1) Корҳои мустақилона аз рӯи намуна.
2) Вариативӣ (тағйирдиҳӣ).
3) Эврестикӣ;
4) Эҷодӣ (тадқиқотӣ).

Дар амалияи кории таълими математика муаллимон корҳои мустақилонаро (аз рӯи дараҷаи душвориашон) ба вариантҳои (А, Б, В, Г) ҷудо мекунанд.

Мисол.

Супориши А.

1. Дар дафтаратон намунаи ҳалли муодиларо нависед.

$169\cdot x=4225$

Ҳал: $x=4225:169$; $x=25$.

Ҷавоб: $x=25$

$$\begin{array}{r|l} \underline{-4225} & 169 \\ 338 & \overline{25} \\ \underline{-845} & \\ 845 & \\ 0 & \end{array}$$

2. Аз рӯи ин намуна муодилаҳои зеринро ҳал кунед.

а) $138\cdot x=14076$; б) $в\cdot 37=11174$; в) R:34=288 ва ҳк.

Супориши Б.

1. Дар дафтаратон намунаи ҳалли муодиларо нависед:

$(1987+x):27+2160$

Ҳал: $1987+x=2160\cdot 27$;

$1987+x=58320$;

x =58320-1987;
x =56333.
Ҷавоб: x =56333.

$$\begin{array}{r} \times\ 2160 \\ 27 \\ \hline +\ 1512 \\ 432 \\ \hline 58320 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -\ 58320 \\ 1987 \\ \hline 56333 \end{array}$$

2. Аз рӯи ин намуна муодилаҳои зеринро ҳал кунед:
а) (x+242)+76=538; б) (x-397)+125=30000; г) 28x:4=1344.

Супориши Б. нисбат ба А дараҷаи баланди мустақилиятро талаб мекунад.

Корҳои **мустақилонаи эҷодӣ** аз матемамтика ҳамингуна супоришҳо ҳисоб мешаванд, ки ҳангоми иҷроиши онҳо хонанда барои худ чизи нав кашф мекунад. Ингуна корҳо тафаккури математикии хонандагонро инкишоф медиҳад, шавқу рағбати онҳоро ба фан зиёд менамояд ва ҳоказо.

Ба корҳои эҷодии хонандагон аз математика инҳо дохил мешаванд:

a) Ҳалли масъалаҳои ғайристандартӣ; тарзи нави исботи теорема.
b) Ҳалли масъала бо тарзҳои гуногун.
c) Тартибдиҳии масъала, мисолҳо аз тарафи хонандагон.
d) Иншоҳои математикӣ.
e) Маърӯзаҳо оид ба ин ё он проблема.
f) Супоришҳои вариативӣ.

Ба сифати мисол масъалаҳоеро мегирем, ки ҳалли онҳо аз хонанда кори эҷодиро талаб мекунад.

Масъала. Чархбол масофаи 510 киломертро ба рафти шамол дар 3 соат ва ба муқобили шамол дар 4 соат тай намуд.

Савол гузошта масъаларо ҳал кунед.

Хонандагон ба ин масъала ду саволи зеринро гузоштанашон мумкин аст. 1) Суръати шамол чӣ қадар аст? 2) Суръати чархбол ба чанд баробар аст?

Муаллим дар мавзуъҳои муйаян аз хонандагон навиштани иншои математикиро талаб мекунад ва барои он 1-2 моҳ мӯҳлат медиҳад.

Чунончӣ (барои синфи 4-5). 1) Ададҳои содда; 2) Фигураҳои симметрӣ; 3) Математика ва мусиқӣ; 4) Дарозии давра ва масоҳати доира;

Барои синфҳои болоӣ: 1) инкишофи мафҳуми адад; 2) математика ва мусиқӣ; 3) теоремаи Пифагор ва ҳк.

Аз рӯи сарчашмаҳои дониш ва методҳо корҳои мустақилонаро ин тавр классификатсия мекунанд:

а) кор бо китоб; б) кор бо мавод; в) ҳал ва тартиб додани масъала; г) машқҳои таълимӣ; д) иншо; е) супориш аз рӯи схема, нақшаҳо ва графикҳо.

Яке аз қисмҳои таркибии раванди таълимӣ кори мустақилонаи хонандагон дар хона мебошад. Кори мустақилонаи хонагӣ малакаҳои худмаълумотгирии хонандагонро инкишоф медиҳад. Муаллим бояд ҳаҷми кори хонагиро ба эътибор гирад, дараҷаи душвории онро омӯзад, рафтори индивидуалӣ ва дифференсиалӣ намояд.

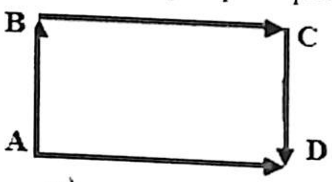
5. Дар раванди таълими математика ба ташкил ва гузаронидани такрори маводи омӯхташуда эътибори ҷиддӣ дода мешавад, зеро такрор хотираи хонандагонро инкишоф медиҳад, дониши назариявӣ мустаҳкамтар аз худ карда мешавад ва ғайраҳо. Такрор дар мавридҳои зерин гузаронида мешавад: а) ҳангоми баёни мафҳуми нав; б) ҳангоми мустаҳкамкунии мавзуъҳои гузашта; в) ҳангоми ташкили кори мустақилонаи хонандагон; г) ҳангоми санҷиши дониши хонандагон ва ғайра.

Масалан, ҳангоми ҳал намудани муодилаҳо дар синфҳои 4-5 бо тарзи нав аз синфҳои ибтидоӣ тарзи ёфтани номаълумро (аз рӯи компонентҳо) такрор кардан лозим аст.

Такрор дар вақти мустаҳкам намудани маводи нав.

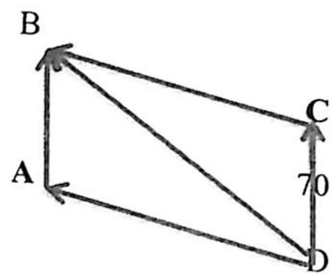
Мисол. Ҳангоми иҷро намудани машқҳо оид ба мафҳуми «вектор» худи вектор ва хосиятҳои онро такрор кардан лозим аст. Машқҳои такрорӣ барои кори мустақилона метавонанд дар намуди программавӣ дода шаванд.

Супориш. Дар ҳар як фигура чанд вектор тасвир ёфтааст?



a)

а)
1) якто;
2) дуто;
3) сето;
4) чорто.



b)
1) чорто
2) сето
3) дуто
4) якто
5) панҷто

Барои санҷидани малакаю маҳорат, мустаҳкам намудани малакаҳои ҳисоббарорӣ дарси такрорӣ зарур мебошад. Дарси такрории ҷорӣ баъди омӯхтани мавзӯъҳои калон, бобҳои алоҳида гузаронида мешавад. Онҳо мақсади обзорӣ, систематикунонии донишро доранд. Ҳамингуна такрорро муаллим дар охири курс низ мегузаронад. Чунончӣ, баъди омӯхтани мавзӯи “Касрҳо. Касрҳои баробар. Ҷамъ ва тарҳи касрҳо” такрори обзорӣ гузаронида мешавад. Муаллим ба ин мақсад маводи назариявӣ ва мисолу масъалаҳои мувофиқ интихоб менамояд:

1. Хосияти асоси касрҳоро шарҳ диҳед. Мисолҳо оред:
2. Касрҳои $\frac{3}{7}$ *ва* $\frac{4}{9}$ ба махраҷи 63 оред.

3. Касрҳоро ихтисор намоед: $\frac{12}{80}$ *ва* $\frac{19}{57}$.
4. Оид ба ададҳои содда мисолҳо гиред.
5. Ададҳои 24, 49, 60-ро ба зарбкунандаҳои содда ҷудо кунед.
6. Ададҳоро муқоиса намоед: а) $\frac{9}{13}$ *ва* $\frac{10}{11}$; б) $\frac{5}{18}$ *ва* $\frac{7}{27}$.
7. Муодиларо ҳал кунед: $x+7\frac{2}{7}=20$.
8. Амалро иҷро кунед: $8\frac{7}{12}-\left(4\frac{7}{16}-1\frac{5}{12}\right)$ ва ҳоказо.

Муаллимони пешқадам барои мунтазам ташкил намудани такрори мавод дар ибтидои соли хониш (сентябр) кори контролӣ мегузаронанд ва муайян мекунанд, ки аз синфи пештара кадом мавзӯъро такрор кардан лозим аст.

6. Мактабҳои шабонаи маълумоти умумидиҳанда аз рӯи чор типи нақшаҳои таълимӣ кор мекунанд. Барои шакли рӯзона ва ғоибонаи таълим-36 ҳафта, барои шакли рӯзонаи таълим дар қишлоқҷойҳо 28 ҳафта муқаррар карда шудааст[3]. Дар мактабҳои шабона имконияти таълим аз синфи 5 то 11 ва дар синфҳои устоҳо аз 9 то11 мавҷуд аст. Дар нақшаҳои таълимӣ ба математика аҳамияти калон дода шуда аст. Барномаҳои математика (мактабҳои шабона) дар асоси барномаи математикаи мактабҳои маълумоти умумӣ тартиб дода шудаанд. Дар ин барнома идея ва методҳои асосии математикаи ҳозиразамон инъикос ёфтаанд. Онҳо хусусияти таълимро ба инобат мегиранд. Дар қатори барномаи математика адабиёти таълимӣ-методӣ барои муаллим, маводи дидактикӣ ва дастурҳои махсус барои хонандагони мактабҳои шабона нашр карда мешаванд. Барои шакли ғоибонаи таълим бошад китобҳои “Супоришҳо барои хонандагони ғоибхон” нашр мегарданд, ки

[3] Нақшаҳои таълимии ҳамон солҳо дар назар дошта шудааст.

онҳо барои ташкили кори мустақилона аҳамияти калон доранд.

Машғулиятҳои мактабҳои шабона дар шакли дарс мегузаранд. Аммо дар мактабҳои ғоибона шакли асосии таълим-машваратҳои гурӯҳӣ, индивидуалӣ ва иҷрои корҳои мустақилона ҳисоб меёбанд.

Дар мактабҳои шабона коргарҷавононе таҳсил мекунанд, ки таҷрибаи кории зиёд доранд ва тайёрии асосиашон (базавиашон) суст аст. Ба муаллим лозим меояд, ки маводи асосиро такрор намояд, методҳои фаъолгардонии дарсро бештар истифода кунад, дар ҳар як дарс кори мустақилона ташкил намояд, маводи дидактикӣ ва супоришҳои индивидуалиро истифода барад ва ҳоказо.

Барои ташкили кори мустақилонаи хонандагони ғоибхон маводҳое кор карда баромада мешаванд, ки онҳо:

1) мавзуи санҷишҳо (корҳои контролӣ), мӯҳлати (календарӣ) тайёрӣ ва супоридани онҳо;

2) талабот ба дониш, малака ва маҳорат;

3) материали таълимӣ: бобҳо, параграфҳое, ки омӯхтани онҳо заруранд, кадом кори хатӣ ё амалиро иҷро кардан лозим аст;

4) маводи дидактикӣ: намунаи иҷроиши кори контролӣ, тавсияҳо барои омӯхтани мавод;

5) саволҳои барои худсанҷиширо дарбар мегиранд.

Мактабҳои касбӣ-техникӣ низ хусусияти хоси худро доранд. Шакли асосии таълим-дарс мебошад. Азбаски дар мактабҳои касбӣ техникӣ коргар тайёр карда мешавад, бинобар ин таълими математика ба воситаи ҳалли масъалаҳою машқҳо ба амал оварда мешаванд. Муаллими математика вазифадор аст, ки барномаҳои таълимии дигар фанҳоро омӯзад; алоқамандии байни фанҳоро муайян кунад. Масъалаҳое интихоб намояд, ки онҳо мазмуни истеҳсолӣ дошта бошанд ва ҳоказо.

1.10. ХУСУСИЯТИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА ДАР МАКТАБҲОЕ, КИ ОМӮЗИШИ АМИҚИ МАТЕМАТИКАРО ТАЛАБ МЕКУНАНД

Нақша:

1. *Мактабҳои математикӣ.*
2. *Машғулиятҳои факултативӣ.*
3. *Хусусияти кори муаллимони математика дар синфҳои бардавом (мустақилона).*

Адабиёт:

1. Методика преподования математики /Сост. Р.С.Черкасов, А.А. Столяр. М:-1985, с.243,317.

2. Оганесян и др. Методика преподования математики. Ч.1. М:-1980. с. 294-297, 305.

1. Дар солҳои охир барои ҳаматарафа ва амиқ омӯхтани математика шаклҳои гуногуни корҳои беруназсинфӣ бо хонандагон ба вуҷуд омадаанд: лексияҳои оммавӣ, мактабҳои математикии ҷавонон (ММҶ), мактабҳои махсус (барои барномасозҳо-ҳисобкунандаҳо), мактаб-интернатҳо, мактабҳои математикии шабона ва ғоибона, мактабҳои тобистона ва зимистона.

Талаботи ҷамъият ба кадрҳои математикӣ ММҶ-ро ба вуҷуд овард. Ингуна мактабҳо соли 1959/60 дар назди институтҳои педагогии Иваново ва Кишенев ва соли 1960/61 дар назди институтҳои педагогии Тамбов ва Москва ба амал омаданд. Машғулиятҳо дар ММҶ дар як ҳафта 1-2 бор гузаронида мешавад, зеро хонандагон инчунин дар мактабҳои маълумоти умумӣ ва техникумҳо таҳсил мекунанд. Дар ММҶ дар қатори донишҳои математикӣ хонандагон касби ояндаи худро низ интихоб мекунанд. ММҶ барномаи ягонаро надоранд. Барномаҳои мавҷуд буда бештар имконияти ташкилотчиёни мактаб, шӯъбаи маориф ва институт, шавқу ҳаваси муалимонро ба инобат мегиранд. Ба хонандагон муаллимони унвондор, аспирантҳо ва донишҷӯён таълим медиҳанд. Ин мактабҳо дар асосҳои ҷамъиятӣ кор мекунанд.

Соли 1963 дар назди университети Москва барои хонандагони синфҳои 7-9 ММШ (мактаби математики шабона) ташкил карда шуд. Дар он хонандагоне, ки ба математика шавқу рағбат доранд, таҳсил мекарданд. Барои хонандагони синфи 7 ва 9-10 профессорҳо ва муаллимони МГУ дар як ҳафта сикли лексияҳо мехонданд. Баъд хонандагон санҷиш месупоранд. Дар ММШ ба шакли гурӯҳии машғулият аҳамияти асоси дода мешавад. Хонандагон дар ин машғулиятҳо бештар **масъалаҳои ғайристандартӣ** ҳал мекунанд. Дар байни хонандагон дар як сол 2-3 бор озмуни ҳалли масъалаҳо гузаронида мешавад. Ҳалли беҳтарини масъалаҳо дар маҷмӯаи "Мактаби математикӣ" нашр карда мешавад.

Дар ММШ дилхоҳ хонанда иштирок карда метавонад. Ва факт баъди чанд вақт ҳамон хонандае, ки аз ӯҳдаи ҳалли масъалаҳо баромада метавонад соҳиби дафтарчаи санҷишӣ шуда, дар рӯйхати хонандагон навишта мешавад. Соли 1964 барои ҷавонони қишлоқҷойҳо дар назди МГУ мактаби математикии ғоибонаи (ММҒ) ташкил карда шуд.

Соли 1965 университети давлатии Новосибирск (УДН) барои хонандагони қисми шарқии мамлакат ММҒ ташкил кард.

Вазифаҳои асосии ММҶ, ММШ ва ММҒ аз зерин иборат аст:

1. Паҳн намудани математика дар байни ҷавонон;
2. Ба амал овардан ва инкишиф додани ҳаваси хонандагон ба математика;
3. Инкишофи тафаккур ва қобилияти математикии хонандагон;
4. Ба амал овардани рағбати хонандагон ба корҳои тадқиқотӣ;
5. Васеъ ва амиқ аз худ намудани донишҳои математикӣ;

6. Таъсири мусбат расонидан ба синф, ба мактабе, ки дар он ҷо хонанда таҳсил мекунад.

Дар қатори ММҶ синфҳои эксперт-барномасоз ҳисоббарор (соли 1959-1960 дар назди мактаби №444 шаҳри Москва) ба амал омаданд. Ингуна синфҳо дар назди мактабҳое ташкил карда мешавад, ки базаи техникӣ доранд (маркази ҳисоббарорӣ, муалимони ихтисосманд ва ҳоказо). Барномаи "Курси умумии математика"-и ин мактабҳо дар қатори барномаи математикӣ боз масъалаҳои иловагӣ аз таҳлили математикӣ, алгебра ва дигар шохаҳои математикаро дар бар мегирад. Ҳамчун предмети асосии амалӣ - "Барномасозӣ ва математикаи ҳисоббарорӣ" таълим дода мешавад.

Соли 1963 дар назди МГУ мактаб-интернати №18 барои хонандагони қишлоқҷой, ки қобилияти баланди математикӣ зоҳир кардаанд, ташкил карда шуд. Дар ҳозира вақт қариб дар назди ҳамаи донишгоҳҳо чунин мактаб-интернатҳо ташкил карда шудаанд. Ғайр аз ин дар назди баъзе мактабҳои маълумоти умумӣ синфҳои махсуси шакли математикӣ дошта ба вуҷуд омаданд. Мақсади ин синфҳо ба хонандагон омӯзонидани донишҳои мустаҳкам ва амиқӣ математикӣ мебошад.

2. Мувофиқи қарори ЦК КПСС ва Совети Вазирони СССР аз 10 ноябри соли 1966 "Оид ба чораҳои минбаъд беҳтар намудани кори мактабҳои маълумоти умумӣ" дар нақшаҳои таълимӣ машғулиятҳои факултативӣ (аз рӯи ҳамаи предметҳо) ташкил карда шудаанд. Мақсади асосии машғулиятҳои факултативӣ аз математика васеъ ва амиқ омӯхтани фан, баланд бардоштани ҳавасмандии хонандагон ба предмет, инкишоф додани қобилияти математикӣ ва тарбияи эҷодии хонандагон мебошад.

Барномаи машғулиятҳои факултативӣ аз математика, ҳамин тавр тартиб дода шудаанд, ки ҳамаи саволҳои он параллел (дар як вақт) бо барномаи асосӣ омӯхта мешаванд.

Барои ташкили машғулиятҳои факултативӣ зарур аст, ки:

1. Дар мактаб муаллими баландихтисос ё дигар мутахасис бояд бошад, то ки машғулиятҳоро ба дараҷаи баланди илмӣ-методӣ ташкил карда тавонад.

2. Камаш 15 хонанда изҳори хоҳиши омӯзиши курс дошта бошанд. Навиштани хонандагон ба машғулиятҳои факултативӣ ихтиёрист. Аз синфи 7 машғулиятҳои факулативӣ дар ҷадвали дарсӣ гузошта шуда, муаллим аз рӯи он машғулиятҳоро мегузаронад.

Машғулиятҳои факултативӣ - яке аз намудҳои таълими дифференсиалӣ мебошад. Дар баробари ташкили машғулиятҳои факултативӣ муаллим дигар корҳои беруназсинфи аз математика (маҳфилҳои математикӣ, олимпиадаҳо, шабнишиниҳо...)-ро низ ба роҳ мемонад.

Шаклҳои асосии гузаронидани машғулиятҳои факултативӣ: лексия, семинар, сухбат (дискуссия), ҳалли масъалаҳо, рефератҳо, иншоҳои математикӣ, маърӯзаҳои хонандагон ва ғайраҳо мебошад. Дар машғулиятҳои факултативӣ кори мустақилонаи хонандагон аввалиндараҷа аст.

Машғулиятҳои факултативӣ асосан ба ду қисм ҷудо карда мешавад. Қисми якуми машғулият ба омӯзиши маводи нав ва кори мустақилонаи хонандагон (назария ва амалия) бахшида мешавад. Дар ин қисм хонандагон супориши вазифаи хонагӣ (аз назария ва тадбиқи он) мегиранд. Кисми дуюм бошад ба ҳалли масъалаҳои мураккаб ва муҳокимаронии онҳо бахшида мешавад. Машғулиятҳои факултативӣ дар шакли таълими проблемавӣ низ ташкил карда мешаванд. Дар машғулиятҳои факултативӣ ҳал кардани масъалаҳои ғайристандартӣ ва озмунӣ зарур аст.

БОБИ II. МЕТОДИКАИ ТАЪЛИМИ БАЪЗЕ СИСТЕМАҲОИ АДАДӢ, АЛГЕБРА ВА ИБТИДОИ АНАЛИЗ

2.1. МЕТОДИКАИ ОМӮЗИШИ АДАДҲОИ РАТСИОНАЛӢ ВА ҲАҚИҚӢ

Нақша:

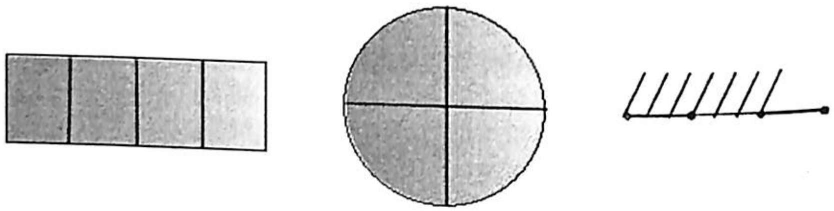
1. *Таълими касрҳои оддӣ дар синфи 4.*
2. *Маълумотҳои минбаъда оид ба методикаи таълими ададҳои ратсионалӣ.*
3. *Дохил намудани ададҳои ирратсионалӣ дар мактаби 8-сола.*
4. *Омӯзиши ададҳои ҳақиқӣ дар синфҳои болоӣ.*
5. *Маводҳои омӯзиши мустақил (тавсияҳои методӣ)*

Адабиёт

1. ***Методикаи таълими фанни математика*** *(дастури методӣ барои омӯзгорон), Тошканд: Фан, 2019.*
2. ***Китобҳои дарсии математика барои синфҳои 4–5****, тасдиқшуда аз ҷониби Вазорати маорифи халқи Ҷумҳурии Ӯзбекистон.*
3. ***Китоб ва дастури методии алгебра барои синфҳои 9–10****, Тошканд: 2020.*
4. ***«Кӯмак ба омӯзгор»: Математикаи синфи 4****, Тошканд: «Уқитувчи», 2018.*
5. ***Маҷаллаҳои илмӣ ва нашрияҳои амалӣ оид ба методикаи таълими математика*** *– маҷаллаҳои "Маорифи халқ", "Уқитувчи" ва ғайра.*

1. Мувофиқи барномаи математикаи ҳозиразамон баъди таълими ададҳои натуралӣ дар синфи IV пропедевтика (ибтидо)-и таълимоти касрҳои оддӣ омӯзонида мешавад. Аммо хонандагон ба касрҳои оддӣ ҳанӯз аз синфҳои ибтидоӣ шиносанд. Дар синфи II хонандагон ба касрҳои $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$, дар III-аз рӯи моделҳои мушаххас (қисми доира; росткунча; порча) ба мафҳуми ‘каср”, “махраҷ”, “сурати каср”, муқоисаи касрҳо шинос мебошанд. Яъне хонандагон ҳангоми ба омӯзиши касрҳои оддӣ шурӯъ кардан ба бисёр мафҳумҳо шинос ҳастанд. Инро муаллим бояд ба эътибор гирад. Хонандагон чиро бояд донанд? Онҳо бояд хондан ва навиштани касрӣ оддӣ (нишон додани сурат ва махраҷи каср), ҷамъ ва тарҳи касрҳои махраҷашон якхеларо донанд.

Муаллим: Ба ин фигураҳо назар афканед:



Онҳо ба ду, чор, ҳашт ҳиссаи баробар тақсим карда шудаанд.

Як ё якчанд ҳиссаи воҳидро каср меноманд. Барои навиштани каср ду адади натуралиро истифода мебаранд. Адади якуми дар болои хатча навишта шуда **сурат** ва дуюми дар зери хатча навишташуда **махраҷ** ном доранд. Чунончӣ, давраро ба 4–ҳисса тақсим намуда 3–ҳиссаашро мегирем: $\frac{3}{4}$

Муаллим: Касрҳои оддиро дар натиҷаи ченкунӣ ҳам ҳосил мекунанд. Фарз кунем бари синфхонаро чен карда пайдо

намуданд: $2\frac{1}{2}$ м (“ду бутуну як тақсими ду метр”). Махраҷ ва сурати каср дилхоҳ адади натуралӣ шуда метавонад. Пас: $\frac{a}{в}$.

Муаллим бештар мисолҳои ҳаётӣ мегирад, ба ҳисоббарории шифоҳӣ аҳамият медиҳад, то моҳияти амалии пайдошавии касрҳои оддӣ ба хонандагон фаҳмо шавад.

Масалан: а) Одам дар якшабонаруз 8 соат хоб мекунад. Кадом ҳиссаи шабонарӯзро одам хоб мекунад?

б) Як дақиқа чанд ҳиссаи соатро ташкил медиҳад? ва ғайраҳо.

Омӯзонидани мавзӯи “касрҳои дуруст ва нодуруст”, “муқоисаи касрҳо”-ро низ муаллим бо ёрии тақсими порчаҳо иҷро мекунад ва он чандон душвор нест (Аз китоб хонед!).

Махсусан муаллим ба малака ва маҳорати хонандагон оид ба ҷамъ ва тарҳи касрҳои оддӣ бояд аҳамият диҳад. Гарчанде ин мавзуъ дар синфи V омӯзонида шавад ҳам, вале базаи асосиро хонандагон аз синфи IV мегиранд. Омузонидани онҳо барои хонандагон чандон осон нест. Аз ин рӯ, омӯзиши он дар давоми ду сол анҷом меёбад. Барои ба моҳияти ҷамъи касрҳои оддии махраҷашон якхела сарфаҳм рафтан аз мисолҳои ҳаётӣ сар кардан беҳтар аст.

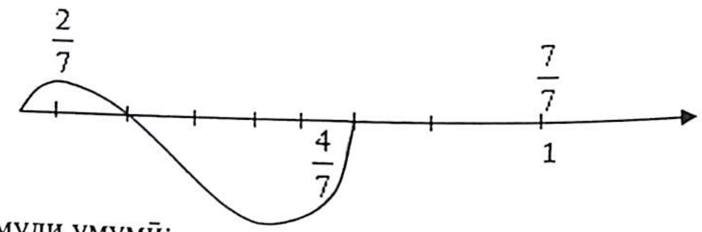
Муаллим: Талаба дар як рӯз $\frac{2}{5}$ ҳиссаи китоб, дар рӯзи дуюм $\frac{1}{5}$ ҳиссаи онро хонд. Дар ду рӯз талаба чанд қисми китобро хонд?

$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ (китобро).

Барои ҷамъ намудани ду касри махраҷашон якхела суратҳои онҳоро ҷамъ намуда, махраҷро бетағйир магузорем.

Муаллим ин қоидаро бо ёрии нури ададӣ (координатӣ) фаҳмонида медиҳад: $\boxed{\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}}$

$\frac{2}{7}+\frac{4}{7}=\frac{6}{7}.$



Дар намуди умумӣ:

Ин қоида барои се ва зиёда ҷамъшаванда ҷой дорад:

$$\frac{3}{19}+\frac{7}{19}+\frac{4}{19}=\left(\frac{3}{19}+\frac{7}{19}\right)+\frac{4}{19}=\frac{3+7}{19}+\frac{4}{19}=\frac{10}{19}+\frac{4}{19}=\frac{14}{19}$$

Муаллим ба машқҳо, махсусан машқҳои шифоҳӣ аҳамият медиҳад. Тарҳи касрҳои махраҷашон якхеларо муаллим ба хонандагон ин тавр мефаҳмонад.

Муаллим. a-b чӣ маъно дорад? (a>b).

Талаба: Фарқи a-b маънои ёфтани адади натуралии c-ро дорад, ки ҳангоми онро бо b ҷамъ намудан a ҳосил мешавад.

Муаллим: Ана ҳамин қоида ҳангоми тарҳи касрҳо низ ҷой дорад.

$$\frac{5}{7}-\frac{2}{7}=\frac{3}{7}, \qquad \text{зеро} \qquad \frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{5}{7}.$$

Барои тарҳи касрҳои махраҷашон якхела аз сурати камшаванда сурати камкунандаро тарҳ намуда махраҷшро бе тағйир мегузорем:

$$\frac{a}{n}-\frac{в}{n}=\frac{a-в}{n} \quad (a\geq в)$$

1. Мувофиқи стандарти давлатии амалкунандаи таҳсилоти миёнаи умумии Ҷумҳурии Ӯзбекистон, мавзӯи **касрҳои даҳӣ** дар нимасоли дуюми курси математикаи синфи 4 таълим дода мешавад. Ба ин мавзӯъ ба ҳисоби миёна **15 соат** ҷудо карда мешавад. Хонандагон аввал бо **касрҳои оддӣ** шинос шуда, сипас **касрҳои даҳӣ**, хондан ва навиштани онҳо, муқоиса ва иҷрои амалиётҳо бо онҳо (ҷамъ ва тарҳ) омӯзонида мешаванд.

Ҳангоми таълими ин мавзӯъ омӯзгор бояд ба *масъалаҳои зерин* диққати махсус диҳад:

- Шарҳи касрҳо бо ёрии **тасвирҳои визуалӣ** (монанди давра, мураббаъ, расмҳои хаттӣ).
- Овардани **мисолҳо аз ҳаёти воқеӣ** (масалан, воҳидҳои пул, вақт, дарозӣ).
- **Мустаҳкамсозии дониш** тавассути машқҳо ва супоришҳои амалӣ.[4]

2. Дарси математикаи синфи 5 бо мавзӯи **"Сонҳои мусбат ва манфӣ"** оғоз меёбад. Дар ин марҳила, хонандагон асосан маълумоти пешинаи худро (сонҳои натуралӣ, сифр, касрҳои оддӣ ва даҳӣ) ба ҳайси асос гирифта, бо тавзеҳи **сонҳои манфӣ** шинос мешаванд. Мақсади ин мавзӯъ дар дарслик ва дастурҳои методӣ ба таври аниқ баён шудааст: "Генерализатсия кардани тасаввуроти хонандагон дар бораи сонҳо ва омӯхтани истифодаи сонҳои манфӣ дар вазиятҳои гуногуни ҳаёт."

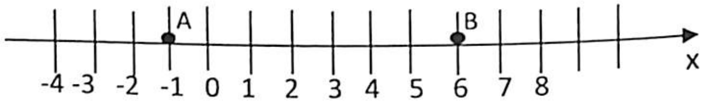
Тавсияҳои методӣ:

- Барои тасвир кардани **сонҳои манфӣ ва мусбат**, истифодаи **нури сонӣ (чизма)** тавсия дода мешавад.
- Ташреҳ кардани мавзӯъ бо истифода аз **мисолҳо аз ҳаёти воқеӣ**, ба монанди ҳарорат, ҳисобу китобҳои бонкии, ва нуқтаҳои пасттар аз сатҳи баҳр.
- **Кори гурӯҳӣ, истифодаи супоришҳои мушкил ва бозии математикӣ.**[5]

[4] Китоби дарсии математика барои синфи 4, тасдиқшуда аз ҷониби Вазорати маорифи халқи Ҷумҳурии Ӯзбекистон. (Нашри соли 2021).

[5] Китоби дарсии математика ва дастури методӣ барои синфи 5, Тошканд: "Ӯқитувчи", 2022

Муаллим: аз нуқтаи 0 самти ростро мусбат ва самти чапро манфӣ ҳиссоб мекунанд.



Ададҳои: 1, 2, 3, 4, 5, – мусбат, ададҳои: -1, -2 , -5, -3 ва ғайра манфӣ мебошанд; 0 на мусбат ва на манфист.

Ададе, ки мавқеи нуқтаро дар хати рост нишон медиҳад, координатаи ҳамин нуқта ном дорад. Чунончӣ, координатаи нуқтаи A(-1), B(6) мебошанд.

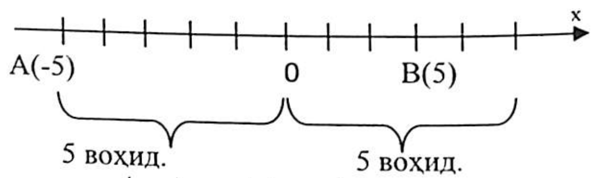
Муаллим: Оё шумо хатҳои рости координатиро дар ягон ҷой дидед?

Шкалаи термометр ададҳои гуногун дорад. Аз хати рости координатӣ истифода бурда, мафҳумҳои ададҳои муқобил, модули адад, муқоисакунии ададҳо, ҳамвории координатӣ омӯзонида мешавад.

Ба муаллим лозим меояд, ки ба таълими “модули адад” **бештар аҳамият диҳад.**

Масофаи нуқтаи A аз ибтидои ҳисоб 0 ба 5 порчаи воҳидӣ баробар аст.

Адади 5-ро модули адади 5 меноманд:



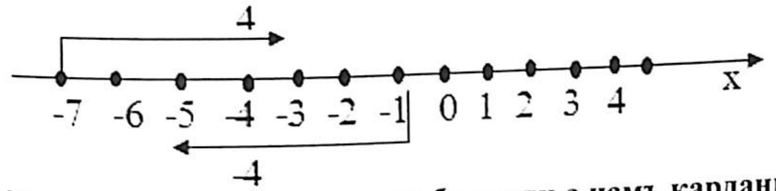
$$|-5|=5;\ |5|=5;\ |0|=0$$

Пас, модули адад дарозии порча будааст.

Мисолҳо: $|81|=81;\ |-5,2|=5,2;\ \left|-\frac{3}{4}\right|=\frac{3}{4}$ ва ҳк.

Муаллим мисолҳои даҳанакӣ мегузорад ва машқҳои зиёде ҳал менамояд.

Барнома барои таълими ададҳои манфӣ ва мусбат 30 соат ҷудо намудааст. Ҷамъу тарҳи ададҳои манфӣ ва мусбат (26 соат) дар асоси хати рости координатӣ фаҳмонида мешавад.



Маънидод карда мешавад, ки **ба адади а ҷамъ кардани b ин адади а-ро b воҳид тағйир додан аст.**

Мисол: $(-7)+4=-3$, $(-2)+(-4)=-6$.

Дар китоб хулоса карда мешавад, ки натиҷаи ду тағйирёбии пайдарпайро бо ёрии амали ҷамъ меёбанд.

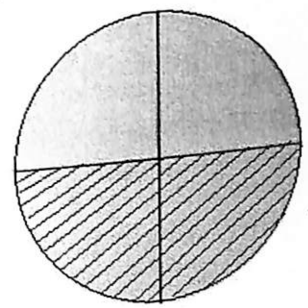
Хосиятҳои ҷамъ: ҷойивазкунӣ ва ҷойдигаркунӣ индуктивӣ ҳосил карда мешаванд.

1) $а+в=в+а$; $(-6)+(-10)=(-10)+(-6)=-16$

2) $(а+в)+с=а+(в+с)$;

$-4+(-20)+6+4=(-4)+4+(-20)+6=-14$:

Қоидаи тарҳ ва хосиятҳои он низ индуктивӣ ҳосил карда мешавад. Дар китоби дарсӣ мавод оид ба зарб ва тақсими ададҳои мусбат ва манфи (40с) барои хонандагони синфи V дастрас баён ёфта, қоидаҳои зарб ва тақсим индуктивӣ шарҳ дода шудаанд. **Хосияти сифр ҳангоми амали зарб ва тақсим қайд шудааст.**



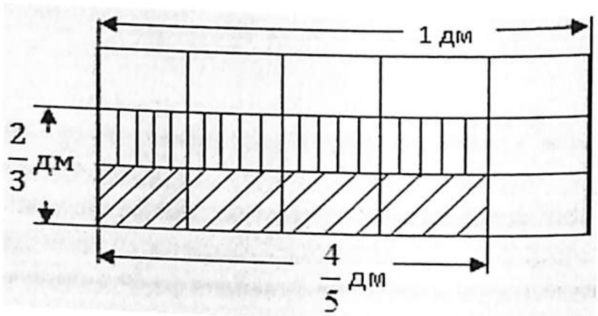
Фасли охирини китоби синфи VI “Ададҳои ратсионалӣ” (88 соат) ном дорад[6]. Ин фасл ҳамаи курси математикаро дар зарфи 5 сол ба система медарорад. Дар ин ҷо хонанда аввалин бор ба **хосияти каср, ихтисори касрҳо, ба махраҷи нав овардани каср** дучор меояд.

$$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\ \text{(ба расм нигаред)};\quad \frac{2}{4}=\frac{2\cdot3}{4\cdot3}=\frac{6}{12}.$$

Ададҳоеро, ки ба намуди каср навиштан мумкин аст, **ададҳои ратсионалӣ** меноманд.

Ишора: **Q;** $4=\frac{4}{1};-6=\frac{-6}{1};0=\frac{0}{1}$. Баъди ин мавзуъ муқоисаи касрҳо омӯзонида мешавад.

Қоидаи зарби касрҳо дар мисоли ҳисоб намудани масоҳати росткунҷа ҳосил карда мешавд.



Масалан: Барои росткунҷа $\frac{2}{3}$ дм ва дарозии он $\frac{4}{5}$ дм мебошад. Масоҳати росткунҷаро ёбед.

Ҳал. дм^2-ро ба 15 қисми якхела тақсим мекунем $(3\cdot5=15)$ ва 8-то ҳамин хел қисмро мегирем. Масоҳати росткунҷа баробари $\frac{8}{15}$ дм^2 мешавад. Дар натиҷаи зарб кардани

[6] Аз рӯи барномаи нав (с.2002) фасли охирин (IX) бо «Системаи координатаҳои росткунҷа» (10 соат) ба охир мерасид.

$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{2\cdot4}{3\cdot5}=\frac{8}{15}$ ҳосил мешавад. Тақсими каср дар асоси таърифи амали баръаксӣ дода шудааст .

Масъала: Масоҳати росткунҷа $\frac{5}{7}$ м^2 буда, дарозии як тарафи он $\frac{3}{4}$ м мебошад. Дарозии тарафи дуюмро ёбед.

Ҳал. $x\cdot\frac{3}{4}=\frac{5}{7};\quad x=\frac{5}{7}\cdot\frac{4}{3}=\frac{20}{21}$ (м)

Дар китоби дарсӣ ҷамъ ва тарҳи касрҳои махраҷашон гуногун баъди зарб ва тақсими касрҳо омадааст. Ин сабаб дорад, зеро мавзуъ барои азхудкунии хонандагон душвортар аст.

3-4. Умуман омӯхтани ададҳои ратсионалӣ дар синфи V ба охир мерасад. Дар курси алгебра малакаҳои хонандагон ҳангоми иҷрои алгебра ба ин ададҳо такмил меёбанд. Дар курси алгебраи синфи VII ҳангоми омӯхтанӣ мавзӯи "Решаҳои квадратӣ" зарурияти васеъ намудани ададҳо ва дохил намудани ададҳои иррационалӣ ба миён меояд.

Барномаи нави математика омӯзиши ин масъаларо дар синфи VIII дар мавзӯи "Решаҳои квадратӣ" (22 с) ҷой додааст:

Решаҳои квадратӣ. Мафҳум дар бораи адади иррационалӣ. Ададҳои ҳақиқӣ. Ёфтани қимати тақрибии решаи квадратӣ. Формулаи $y=\sqrt{x}$, хосият ва графики он. Ҳисоббарорӣ бо ёрии калкулятор".

2.2 МЕТОДИКАИ ТАЪЛИМИ ИФОДАҲОИ АЛГЕБРАВӢ. ОМӮЗИШИ ТАБДИЛДИҲИҲОИ АЙНИЯТӢ ДАР МАРҲИЛАҲОИ ГУНОГУНИ ТАЪЛИМ

Нақша:

1. Мавқеи маданияти ҳисоббарорӣ ва табдилдиҳиҳои айниятӣ дар курси математикаи мактабӣ (КММ).

2. Намудҳои ҳисоббарориҳо ва табдилдиҳии айниятӣ, методҳои омӯзиши онҳо.

3. Мақсаднокии табдилдиҳиҳои айниятӣ. (Мустақилона: МПМ саҳ. 92-95, конспект карда шавад).

Адабиёт

1. Метельский Н.В. Дидактика математики.-Минск -1982.
2. Методика преподования математики. Ч. 2.- М: -1977, с. 78-92.

1. Таъмин намудани маданияти баланди ҳисоббарорӣ ва табдилдиҳӣ яке аз проблемаҳои муҳимми таълими математика мебошад. Вале ин проблема то алҳол ҳалли пурраи худро наёфтааст. Маданияти ҳисоббарории баъзе хонандагон ва онҳое, ки ба мактабҳои олӣ дохил мешаванд, хеле паст аст. Ҳамаи ин натиҷаи формализм дар дониши хонандагон мебошад. Мо ин ҷо бештар ба омӯзиши табдилдиҳиҳои айниятӣ истода мегӯзарем.

2. Ҳисоббарориҳо аз рӯи тарзи иҷроишашон ба се намуд ҷудо мешаванд: даҳонӣ, хаттӣ ва ҳисоббарорӣ бо ёрии воситаҳои ёридиҳанда (ҷадвалҳои математикӣ, графикҳо, асбобҳои ҳисобкунанда). Табдилдиҳиҳои айниятӣ даҳонӣ ё хаттӣ иҷро карда мешаванд. Асоси маданияти табдилдиҳиҳои айниятӣ дар синфҳои ибтидоӣ гузошта мешавад. Табдилдиҳиҳои айниятӣ воситаест, ки барои исботи теорема, тадқиқи функсия, ҳалли муодила (нобаробарӣ) ва ғайра истифода бурда мешаванд, бинобар ин зарур аст, ки малака ва маҳорати хонандаро дар ин соҳа баланд бардорем.

Мафҳуми **ифода, ифодаҳои айниятӣ** ва **табдилдиҳиҳои айниятии ифодаҳо** дар курси алгебраи синфи VII омӯхта мешавад. Аммо пропедевтикаи он ҳанӯз аз синфи I сар мешавад, масалан дар синфи I иҷрои амли $5+2=5+(1+1)=$ $=(5+1)+1=6+1=7$ бо ёрии табдилдиҳии айниятӣ ба амал оварда мешавад. Омӯзиши хосиятҳои амалҳо дар мактаби ибтидоӣ ба табдилдиҳиҳои айниятӣ такя мекунад.

Дар синфи IV-V бо васеъ шудани мафҳуми адад ва амалҳо бо онҳо аппарат (воситаҳо)-и табдилдиҳиҳои айниятӣ васеъ мешавад. Омӯзиши мунтазами табдилдиҳиҳои айниятӣ дар синфи VII аз таърифи ***"Ду ифода айниятан баробар номида мешаванд, агар ҳамаи қиматҳои мувофиқи онҳо баробар бошад"*** оғоз меёбад:

$$3p+5m=5m+3p; \qquad a+b=b+a.$$

"Баробариҳое, ки тарафи чап ва рости он ифодаҳои айниятан баробаранд – айният ном дорад". "Иваз кардани ифода ба ифодаи ба он баробар, табдилдиҳии айниятии ифода номида мешавад".

$$bc+bc+bc=3bc; \quad 15(x+b)=15x+15b$$

Мақсади асосии табдилдиҳиҳои айниятӣ содда намудани ифода, бо тарзи ратсионалӣ ҳисоб кардани қимати ададии ифода аст. Хонандагон гарчанде табдилдиҳиҳои айниятро иҷро карда тавонанд, ҳам вале аксар вақт моҳияти онро намедонанд. Мақсади табдилдиҳиҳои айниятӣ бояд ҳаматарафа асоснок карда шавад. Сабаби ин дар он аст, ки хонандагон **ҳангоми омӯхтани амалҳо ва хосиятҳои онҳо дониши устувор** нагирифтаанд. Ҳангоми навишти таърифҳо ва хосияти амалҳо ду шакли ҳарфӣ ($a+b=b+a$; $(a+b)\cdot c=ac+bc$; $ab=ba$; $(ab)\cdot c=abc$; $a^n=a\cdot a........a$ ва ҳоказо) ҳамеша қайд кардан лозим аст, ки ин баробариҳо дар дилхоҳ қимати ҳарфҳо дурустанд. Дар ҳамин асос исботи айнияти $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ -ро ин тавр баён кардан мумкин аст.

Муаллим: $(a+в)^2=(a+b)\cdot(a+b)=$ (аз рӯи таърифи дараҷа) $\approx a(a+b)+b(a+b)=$ (қонуни тақсимотии зарб нисбат ба ҷамъ, барои ҳар гуна қиматҳои ҷамъшаванда ва зарбшаванда)= $a^2+2ab+b^2$ барои ҳаргуна қиматҳои a ва b дуруст аст.

Китоб (синфи 7) бошад чунин тасдиқотҳоро дар бар намегирад. Дар синфи 7 табдилдиҳиҳои айниятӣ хеле васеъ омӯхта мешавад. Дар асоси айнияти $a^m\cdot a^n=a^{m+n}(m,n,\in Z)$, ки хосияти ҳосили зарби дараҷаҳо бо асосҳои якхеларо ифода мекунад ва қонунҳои зарб якҷоягӣ ба намуди стандартӣ овардa мешавад; айниятҳои ҳосили зарб исбот карда мешаванд, ки мисолҳои ҷудокунии бисёраъзогиҳо ба зарбкунандаҳо дида баромада мешавад.

1) $(a-b)(a+b)=a^2-b^2; (ay^2+bx^2)(bx^2-ay^2); (2a-5)\cdot(2a+5);$

2) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^2; 100-a^4; x^2-y^2; 53^2-63^2;$

3) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2); 125x^9+89^6; 328^3+172^2:500;$

4) $a^3+b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2); 125a^3-b^3;$

Ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед: $x^3+8y^3+xy(x+2y);$

Дар синфи VIII табдилдиҳиҳои ададҳои ратсионалӣ, ихтисори касрҳои алгебравӣ дида баромада мешавад. Азбаски ифодаҳои касрӣ дорои хосияти махсусанд, бинобар васеъ намудани мафҳуми айният ба амал меояд.

Масалан, баробарии $\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$-ро дар ҳол айният гуфтан мумкин нест, зеро дар ҳолати $b=0$ будан маънои худро гум мекунад. **Айният ҳамчун баробарие, ки барои қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо дуруст аст, таъриф дода мешавад.**

Оё ифодаҳои дода шуда айниятан ҳастанд?. $\frac{5}{a-b}$ ва - $\frac{5}{b-a}$; $\frac{8}{(x-y)^2}$ ва $\frac{8}{(y-x)^2}$

Дар синфҳои болоӣ табдилдиҳиҳои айниятии ифодаҳои алгебравӣ ва транстседентӣ дида баромада мешавад.

$a^xa^y=a^{x+y};\ (a^x)^ya^{xy};\ (ab)^x=a^xb^x$

$\ell g(xy)=\ell gx+\ell gy;\ \ \ell g\frac{x}{y}=\ell gx-\ell gy;\ \ \ell g(x^n)=n\ell gx;$

$a^x=10^{\ell g(a^x)};\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1;\ tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\sin(90^0-x)=\cos a;\ \sin(180^0-x)=\sin a;\ \cos(90^0-a)=\sin x$

$\cos(180^0+\alpha)=\cos\alpha$;

Дар синфи IX омӯзиши табдилдиҳиҳои айниятӣ боз ҳам васеъ мешавад. Айниятҳои комбинаторӣ, формулаи суммаи аъзоҳои прогрессияи геометрии беохир, суммаи квадратҳои n адади натуралӣ, формулаҳои синус ва косинуси фарқ, тангенси сумма, ва др. дида баромада мешаванд. Табдилдиҳии айнияти ифодаҳои транстседентӣ дар синфи XI идома меёбад.

2.3. МЕТОДИКАИ ОМӮЗИШИ МУОДИЛА ВА НОБАРОБАРИҲО ДАР КУРСИ МАТЕМАТИКАИ МАКТАБӢ (КММ)

Нақша:

1. Таърифҳои гуногуни муодила ва нобаробарӣ.

2. Омӯзиши пропедевтикаи муодилаҳо ва нобаробариҳои тағйирёбандадор.

3. Истифодаи алоқамандии мафҳуми функция бо мафҳуми муодила ва нобаробарӣ дар таълим.

4. Методикаи таълими муодила ва нобаробарӣ:

а) муодила ва нобаробарӣ бо параметрҳо;
б) системаи муодила ва нобаробариҳо дар КММ } *Мустақилона МПМ. с.262.*

Адабиёт

1. Методика преподавания математики. Ч.II.-М:-1977, с.235-271.

2. А.А Столяр. Педагогика математики. Минск-1974, с.257.

3. П.М.Эрдниев. Преподавания математики в школе. М-1978, с. 212.

1. Муодила (нобаробарӣ) чист? Дар адабиёти педагогӣ - методӣ таърифҳои гуногуни муодила (нобаробарӣ) дучор меоянд. Кадоме аз онҳо дуруст аст, хулоса кардан душвор аст (вале аз нуқтаи назари педагогӣ кадоме аз онҳо ба мақсад мувофиқанд сухан рондан мумкин аст). Баъзеи онҳоро дида мебароем.

а) **Муодила гуфта баробариеро меноманд, ки дар ҳамаи қиматҳои имконпазири номаълумҳо дуруст аст.** Оё $f(x)=\varphi(x)$ муодила аст? Мувофиқи ин таъриф санҷидан мумкин аст, ки дар кадом қиматҳои х баробарӣ ҷой дорад. ах=в ҳангоми $a\neq 0$- муодила, вале ҳангоми а=в=0 муодила набуда айният аст.

б) Мувофиқи нуқтаи назари дуюм муодила ва айният муқобил гузошта нашуда, айният ҳолати хусусии муодила

фаҳмида мешавад. Агар $f(x)=\varphi(x)$ дар ҳамаи қиматҳои имконпазири х дуруст бошад, онгоҳ он муодила айният аст. Дар ҳар дуи ин нуқтаи назар дар таърифи муодила мафҳуми «баробарӣ» иштирок мекунад. Пас, **баробарӣ чист?**

в) Аз рӯи тасдиқи сеюм муодила- ин баробари нест, балки ёфтани ҳамингуна қимати номаълум аст, ки дар онҳо баробарӣ ҳосил мешавад. Дар ин сурат «муодила» ва «ҳалли муодила» фарқ карда намешавад.

г) Столяр-муодила гуфта формулаеро меномад, ки аломати «=» -ро дарбар мегирад.

Муодила (нобаробарӣ) аз рӯи функсияе, ки тарафи чап ва рости онро тасвир менамояд, классификатсия карда мешавад.

Муодилаи $f(x)=\varphi(x)$ (нобаробарии $f(x) \vee \varphi(x)$):

– алгебравӣ ном дорад, агар f(x) ва $\varphi(x)$– функсияҳои алгебравӣ бошанд;

– транстсендентӣ ном дорад, агар ақалан яке аз ин функсияҳо транстсендентӣ бошад;

– ратсионалӣ ном дорад, агар функсияҳои f(x) ва φ(x) ратсионалӣ бошанд;

– ирратсионалии алгебравӣ ном дорад, агар ақалан яке аз функсияҳо ирратсионалӣ бошад;

Муодилаи f(x) = 0 ($f(x) \vee 0$), ки дар ин ҷо f(x)- бисёраъзогии стандартӣ аст, муодилаи хаттӣ (дараҷаи як), квадратӣ, кубӣ, чорӣ ном дорад, агар f(x) мувофиқан дараҷаи як, ду, се ва ғайра дошта бошад. Муаллим бояд инро нағз донад. Бинобар ин, **ба фикри муаллифони китоби дарси розӣ шудан мумкин** нест, ки тасдиқ кардаанд: зарур аст, ки ҳал кардани муодиларо хонандагон ёд гиранд (на таърифи онҳоро!).

2. Муодила, таълими он аз синфи 1 сар мешавад. Дар синфи 1 ҳарфҳо барои ишора намудани ададҳои номаълум ҳангоми ҳалли масъалаҳо истифода бурда мешаванд. Масъалаҳое, ки ба муодилаҳои зерин меоранд: х+2=6; 3+х=7 (аз рӯи қоидаи сумма ва яке аз ҷамшавандаҳои маълум) ҳал карда мешаванд. Бо тамом кардани синфи ибтидоӣ хонандагон бояд муодилаҳои намуди (30-x)+46=254; (a+24):15=4; 476-x·4=300 ва ғайраро ҳал карда тавонанд. Дар аввали соли сеюми хониш муодила ин тавр таъриф дода мешавад: «Баробарие, ки адади номаълумро дар бар гирифта, бо ҳарф ишора карда мешавад, муодила ном дорад». Мафҳуми решаи муодила дохил карда нашудааст. Ҳал кардани муодила- ёфтани адади номаълумро дорад.

Дар синфи IV-VI то таърифи функсия муодила дар асоси пропедевтикаи функционалӣ дода мешавад. Асоси онро омӯзишӣ «тағйирёбанда», «кимати тағйирёбанда» ва ғр. ташкил медиҳад.

Дар синфи VI таърифи муодила дода нашудааст. Танҳо мафҳуми решаи муодила ва ҳал кардани муодила хотирнишон карда шудааст[7].

Ба мафҳуми «калон», «хурд», «баробар нест» бачагон то ба мактаб омаданашон шиносанд. Бинобар ин, ба муносибатҳои «>», «<» бачагони синфи I ҳангоми омӯхтани ададҳо то доираи 10 шинос мешаванд. Яъне пропедевтикаи омӯзиши нобаробарӣ баробари омӯзиши муодилаҳо сар мешавад.

Дар синфи II хонандагон оид ба муқоисаи ифодаҳои ҳарфӣ машқҳо иҷро мекунанд. Масалан, бачагон ду ифодаи a+3 ва a+1-ро муқоиса карда ба хулосае меоянд, ки a+3> a+1 .

Дар ҳамин синф хонандагон инчунин нобаробариҳоро ҳал менамоянд.

1). Аз рӯи ҷадвал истифода бурда, ҳамингуна қиматҳои a-ро ёбед, ки a+28< 32 шавад.

2). Дар кадом қиматҳои ҳарфҳо навиштаҳо дурустанд?

a+200<203, в-120>10, c·5<20

Калимаи «нобаробарӣ» дар синфи 7 дохил карда мешавад. Чунин машқҳо дода мешаванд: якчанд қимати ҳарфҳоро

[7] Дар барномаи нав (с. 2002) дар ин бобат дигаргунӣ зиёд аст.

муайян кунед, ки нобаробариҳои a>7, c<16, к<279 дуруст бошанд.

Мафҳуми **ҳалли нобаробарӣ** дар синфҳои ибтидоӣ дохил карда нашудааст. Дар синфи IV мафҳуми нобаробарӣ бо тағйирёбанда дохил гардидааст.

Дар синфи V барои муносибати «<», «>» дар маҷмӯи Q мафҳуми модули адад дохил карда шудааст. Нобаробариҳои IxI<a, IxI≤a, Ix-aI<в, Ix-aI≤в дида баромада мешавад. Дар асоси мафҳуми нобаробарии дучанда дар синфи VI мафҳуми адад бо фосилаҳои ададӣ дохил шудааст. Дигар маълумотҳо то омӯхтани мавзӯи «нобаробарӣ» дар синфи VII ба хонандагон доир ба нобаробариҳои тағйирёбандадор дода мешавад.

3. Дар таърифҳои гуногуни муодила (нобаробарӣ) таърифҳое дучор меоянд, ки ба мафҳуми функсия такя мекунанд. Масалан, дар таърифи «Баробарии тағйирёбандадорро» муодила меноманд, дохил шудани тағйирёбанда дар ҳар ду тараф ё ин ки дар як қисми муодила дар назар дода шудааст. Дар ин ҷо бевосита функсияи яктағйирёбандадор иштирок дорад. Алоқамандии мафҳуми функсия бо мафҳуми муодила (нобаробарӣ) -ро ҳангоми омӯхтани хосиятҳои онҳо истифода намудан мумкин аст. Масалан, агар $y=ax^2+вx+c$ бошад (синфи VIII), соҳаи муайянии функсия $[-\infty,+\infty]$ мебошад[8]. Агар $ax^2+вx+c-y=0$ y-ро ҳамчун параметр қабул намоем, онгох ҳосил мекунем. Дар ин маврид:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a(c-y)}}{2a}$$

Маҷмӯи қиматҳои y аз рӯи нобаробарии $в^2-4a(c-y)\geq 0$ муайян карда мешавад. Ҳангоми a>0 меёбем: $y \geq \frac{4ac-в^2}{4a}$

[8] Ҳоло мувофиқи барномаи нав двр синфи 9 омӯзонида мешавад.

Яъне маҷмӯи қиматҳои функися у ба $\left|\frac{4ac-\text{в}^2}{4a},+\infty\right|$ баробар аст.

Агар а<0 бошад $y \le \frac{4ac-\text{в}^2}{4a}$ ва $y=\left|-\infty,\frac{4ac-\text{в}^2}{4a}\right|$ мебошад.

Чӣ тавре, ки дидем бо ёрии муодила ва нобаробарӣ маҷмӯи қиматҳои **функсияи дода шуда** ёфта шудаанд.

Мисоли дигар. Барои муайян намудани тоқ будани функсияи f(x)=sinx муодилаи sin(-x)=-sinx-ро тартиб медиҳем:

$\sin(-x)+\sin x=0$; $2\sin 0.\cos(-x)=0$; $\underbrace{0.Cos(-x)=0}_{\text{айният аст.}}$.

Пас, функсияи f(x)=sin(x) тоқ аст.

Дар баъзе ҳолатҳо аниқ ҳал намудани муодилаи f(x)= $\varphi(x)$ (нобаробарии. f(x)v(x)) муяссар намешавад. Дар ин маврид басанда аст, ки ба баъзе хосиятҳои функсияи f ва φ диққат диҳем, онгоҳ ҳал доштан ё надоштани муодила (нобаробарӣ) бо осонӣ муайян мегардад.

Мисол: муодилаи $2^{|x|}=-x^2+0,5$ ҳал карда шавад.

$f(x)=2^{|x|}$; $x=\left]-\infty,+\infty\right[$, $y=\left[1,+\infty\right[$ 1 - қимати хурдтарини функсия

$\varphi(x)=-x^2+0,5$, $x=\left]-\infty,+\infty\right[$; $y=\left]-\infty,0,5\right]$; 0,5 қимати калонтарини функсия.

Пас, дар ҳеҷ як қимати $x\in X$ қимати функсияҳои f ва φ ба ҳамдигар баробар шуда наметавонанд. Хосияти функсияро ҳангоми графикӣ ҳал кардани муодила (нобаробарӣ) истифода бурдан мумкин аст.

Муодила (нобаробарӣ) ҳангоми омӯхтани ҳар як мавзӯъ истифода бурда мешавад. Бинобар ин, доимо истифода намудани алоқамандии мафҳуми функсия ва муодила, функсия ва нобаробарӣ барои мустаҳкам ахзуд намудани КММ мусоидат менамояд.

4. Дар синфи IV таърифи муодила дохил карда мешавад. Методикаи дарсро чунин ташкил кардан мумкин аст.

Муаллим: 1) Санҷед, ки оё х=3 решаи муодилаи 3х+1=10 мешавад?

2) аз ададҳои 2, 4, 5 ҳамонашро интихоб кунед, ки муодилаи 6х+3=15-ро қаноат кунад,

3) муодилае тартиб диҳед, ки решаи он адади 5 бошад.

4) агар х=6 решаи муодилаи 2х +□=15 бошад, дар ҷои □ кадом адад гузоштан мумкин аст?

Баъди ҳамингуна машқҳо таърифи муодиларо додан мумкин аст.

Дар дарсҳои минбаъда мафҳуми **маҷмӯи ҳалли муодила** муқаррар карда мешавад.

Масалан, ба хонандагон тавсия карда мешавад, ки ададҳои 0,1 ва 2 решаи муодилаи х·(х-1)(х-2)=0 мебошад; инро санҷед. Дигар қиматҳои х решаи муодила шуда наметавонад. Дар хонандагони синфи IV тасаввурот оид ба қиматҳои имконпазири тағйирёбанда, ки дар муодила дохиланд ташаккул дода мешаванд.

Мисол: (6-х)·2=8

Оё решаи муодила аз 8 калон шуда метавонад? – Не.

10:(х-3)=5. Оё решаи муодила ба 3 баробар шуда метавонад? –Не.

Дар синфи V алгоритми ҳалли муодилаи дараҷаи якро (баъди дохил намудани амали ҷамъ ва тарҳи ададҳои мусбат ва манфӣ) истифода бурдан мумкин аст:

$$x+a=\text{в};\ x+(a-a)=\text{в}+(-a\text{-}ax=\text{в}-a$$

$$a-x=\text{в};\ (a-a)-x=\text{в}+(-a);\ -x=\text{в}-a;\quad x=a-\text{в}$$

Баътар муодилаҳои намуди 2х=х+3,5 дида баромада мешавад (дар ин муодила ҳар ду қисм тағйирёбанда дорад). Инчунин дар синфи V нишон дода мешавад, ки ҳар ду тарафи муодиларо ба як адад зарб ва тақсим (ғайр аз сифр) кардан мумкин аст. Ба ҳамин тариқ, хонандагони синфи V методи ҳалли умумии муодилаи дараҷаи якро ёд мегиранд.

Дар синфи V хонандагон ҳалли муодилаи намуди (x+a)(x+в)(x+c)=0 ва баъдтар (ax+в)(cx+d)….(кx+p)=0 дида мебароянд.

Хонандагони синфи VI бошад муодилаи намуди f(x)=0 (f(x) бисёраъзогии дараҷаи аз як боло аст ва онро ба зарбкунандаҳо ҷудо кардан мумкин аст)-ро дида мебароянд.

Чунин аст **пропедевтикаи** омӯзиши муодила (нобаробарӣ) дар **КММ**. Баъди дохил намудани мафҳуми функсия муодила (нобаробарӣ) ҳамчун функсия дида баромада мешавад.

1. Ҳарду қисми муодила (нобаробарӣ)-ро функсия мешуморанд.

$$f(x) = \varphi(x);\ f(x) < \varphi(x);$$

2. Соҳаи муайянии муодила (нобаробарӣ) (**СҚИ**) муқаррар карда мешавад.

3. Мунтазам методи графикии ҳалли муодила (нобаробарӣ) истифода бурда мешавад, ки он сохтани графики функсияҳои мувофиқро талаб менамояд.

4. Ҳангоми омӯхтани муодила (нобаробарӣ) хосияти функсияҳо истифода бурда мешаванд.

Яке аз мавзуъҳои қулай барои шинос намудани хонандагон ба мафҳуми **соҳаи қиматҳои имконпазир (СҚИ)** ё ки соҳаи муайянии муодила (нобаробарӣ) мавзӯи «Каср» (синфи VII) мебошад.

Мисол: $\frac{1}{x-1}=3$; сқи: $x \neq 1$:

$$\frac{1}{x}+\frac{x^2+2x-1}{x}=2;\ x \neq 0.$$

Аммо ҳал карда меёбем, ки: x=0

Мафҳуми баробарқувваги муодилаи (нобаробарӣ) дар синфи VII барои омӯхтани нобаробариҳо дохил карда шуда

аст. Аммо баъди ин дар ҳеҷ ҷои китоб дар масъалаи баробарқуввагӣ сухан намеравад.

1) $\sqrt{2x+5}+\sqrt{x-1}=8$; СҚИ $x \geq 1$.

$$x^2-372x+362=0;\ \text{СҚИ: } -\infty < x < +\infty$$

$$x_1=10;\ x_2=362$$

Вале $x_2=362$ муодилаи **дода шударо** қаноат намекунад, зеро баъди табдилдиҳии **СҚИ** васеъ шуда, решаи бегона пайдо шуд.

2) $\frac{1}{x-1}\cdot(x-1)(x+2)=x^2-x$; СҚИ: $-\infty < x < +\infty$

x=1 решаи муодила ҳисоб шуда, решаи муодилаи дуюм ҳисоб намешавад.

3) $\lg x^2 = 2$; сќи $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$

$2\lg x = 2;\ x = 10;$ СҚИ $]0,+\infty[$, дар натиҷаи табдилдиҳӣ хурдшавии СҚИ ба амал омад.

Муодилаи дигарро ҳал менамоем: $\lg x^2 = \lg 100$; $x^2=100$; $x_1=10$; $x_2=-10$ ҳарду реша муодиларо қаноат мекунанд.

4) $tg\,(x+\frac{\pi}{4}) = 2ctgx;\ \ x \neq \pi n,\ \ x \neq \frac{\pi}{4}+\pi n.$

$\frac{tgx+1}{1-tgx}=\frac{2}{tgx}-1;\ \ x \neq \pi n,\ x \neq \frac{\pi}{4}+\pi n\ \ x \neq \frac{\pi}{2}+\pi n$; хурдшавии СҚИ ба амал омад.

$$tg^2x+tgx=2-3tgx+tg^2x;\ x \neq \frac{\pi}{2}+\pi n$$

$$x=arctg\frac{1}{2}+\pi n.$$

Санҷиш: $tg(arctg\frac{1}{2}+\pi n)=2ctg(arctg\frac{1}{2}+\pi n)$

Яке аз масъалаҳои асосии таълими муодилаҳо-методикаи мевтартиб додани муодила ҳангоми ҳалли масъалаҳо ҳисоб мешавад.

Барои ҳалли масъалаҳо бо ёрии муодилаҳо зарур аст, ки:

1. Ба мазмуни масъала дуруст сарфаҳм рафта, номаълум интихоб карда шавад, вобастагии байни бузургиҳо ёфта шаванд.
2. Навиштаи схематикӣ истифода бурда шавад.
3. Муодила тартиб дода шавад.
4. Муодила ҳал карда шавад
5. Ҳалли ёфта шуда санҷида ва таҳлил карда шавад

Масъала. Дар се зарф 50л керосин буд, дар зарфи якум нисбат ба дуюм 10л зиёд буд. Вақте, ки аз зарфи якум ба сеюм 26 л рехтанд, дар дуюм ва сеюм зарф миқдори керосин баробар шуд. Дар ҳар як зарф аввал чанд литри керосин буд?

Ҳал. Ишора мекунем:

x литр- керосин дар зарфи якум;
(x-10)л - .... - дуюм;
50-(x+(x-10))- дар зарфи сеюм;
(x-26)л- дар зарфи якум баъди рехтан
50-x-(x-10)+26

Аз рӯи шарт миқдори керосин дар зарфи дуюм ва сеюм баробар шуд.

Пас: x-10=50-x-(x-10)+26

x=32л.

Масъала ҳал карда шуд. Санҷиш нишон медиҳад, ки x=32 решаи муодилаи x-10=32-10=22л дар зарфи дуюм, вале дар ду зарф 32+22=54л (ҳол он ки дар се зарф 50 л мебошад) мешавад. Пас, муодила ба мо ахбороти нодуруст дод; **масъала ҳал надорад.**

Инро аз рӯи зарфи сеюм ҳам муайян кардан мумкин аст.

50-32-(32-10)=-4л!

2.4. МЕТОДИКАИ ОМӮЗИШИ ФУНКСИЯҲОИ ЭЛЕМЕНТАРӢ ДАР МАКТАБ

Нақша:

1. *Методикаи ҷорӣ намудани мафҳуми функсия.*
2. *Методикаи таълими функсияи хаттӣ:* $y = kx + b$.
3. *Методикаи таълими функсияи квадратӣ:* $y = ax^2 + bx + c$.
4. *Методикаи таълими функсияи нишондиҳандагӣ ва логарифмӣ:* $y = a^x$; $y = \log_a x$ *(кори мустақилона).*

Адабиёт

1. Методика преподавания математики. Ч-II. М: - 1977, саҳ. 111-137;
2. Столяр А.А. Педагогика математики. Минск-1974, саҳ 208;
3. Эрдниев П.М. Преподавание математики в школе, -М:-1978, саҳ. 210;
4. Репьев В.В. Методика преподавания алгебры в восьмилетней школе.-М:-1967, саҳ. 252- 268;
5. Китобҳои дарсӣ аз «Алгебра. Барои синфҳои 6–10».

1. Мафҳуми функсия – яке аз мафҳумҳои фундаментали (асоси)-и математика мебошад. Дар ин мафҳум бисёррангии дунёи реалӣ (тағйирёбӣ, боҳамалоқамандии ҳодисаҳо ва ғайра) инъикос ёфтааст.

Истилоҳи функсия дар якчанд маъно истифода бурда мешавад.

Равияи **классикӣ** дар таърифи функсия ба “бузургиҳои пештара тағйирёбанда” такя мекунад. Дар адабиёти методии пештара инчунин функсия гуфта, ҳаргуна **қоидаеро** меноманд, ки ба қимати тағйирёбандаҳои новобаста қиматҳои тағйирёбандаи вобаста мувофиқ меоянд.

Ин таърифҳоро таърифи қатъии функсия ҳисобидан мумкин нест, зеро дар онҳо истилоҳи “бузургиҳои тағйирёбанда” иштирок доранд, ки маънои он эзоҳталаб аст.

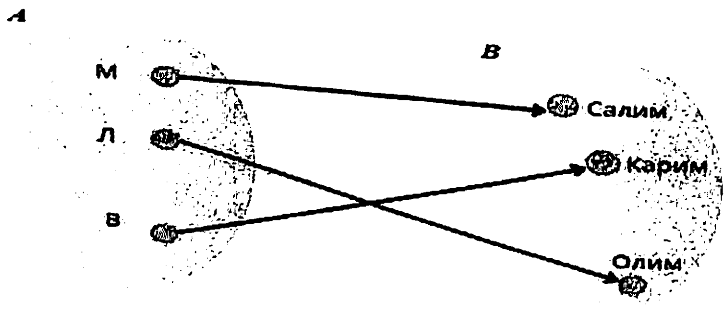
Дар **ҳозира** якчанд вариантҳои таърифи функсия вуҷуд доранд. Баъзе муаллифон функсияро мафҳуми ибтидои (таърифнашаванда)–и математика ҳисоб мекунанд. Дигар муаллифон бошад мафҳуми **инъикосро** –ибтидоӣ ҳисобида, **инъикоскунии як маҷмӯи ададиро дар дигараш функсия меноманд.** Функсияро ҳамчун ягон **мувофиқати байни элементҳои маҷмӯъ дида баромадан мумкин аст.** Қисми дигари мутахассисон **функсияро ҳамчун муносибат** медонанд.

Мафҳуми функсия дар Алгебраи синфи 6 омӯзонида мешавад ва он дар асоси назарияи мувофиқат баён ёфтааст (Ҳоло мувофиқи барномаи Алгебра. Барои синфҳои 7-11. Душанбе: Матбуот, 2002 дар синфои 7 “ҳамчун вобастагии як тағйирёбанда ба тағйирёбандаи дигар шарҳ дода мешавад).

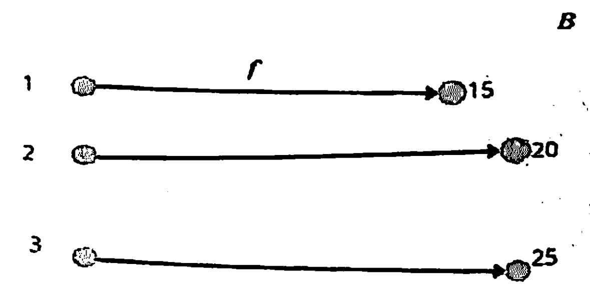
Муаллим пеш аз ҳама қайд менамояд, ки бо ёрии функсия қонунҳои табиат идора карда мешаванд. Функсия воситаи муҳими омӯхтани хосиятҳои қонунҳои табиат аст.

Аввалин маротиба таърифи функсия аз тарафи Лобачевский Н.И. сол 1834 дода шуда буд. Баъдтар соли 1837 таърифи функсияро Дирихле баён кард.

Барои омӯхтани мафҳуми функсия дар мисолҳои мушаххас мафҳуми мувофиқат ҷорӣ карда мешавад (Бобо, наберахо ва тӯфаҳо):



расми 1



Мегӯянд, ки байни маҷмӯи А ва В бо ёрии порчаҳо мувофиқат муқаррар карда шудааст.

Муаллим миқдори зиёди мисолҳоро гирифта моҳияти мувофиқатро ба хонандагон мефаҳмонад. (А– маҷмӯи дарсҳо дар ҷадвали дарсӣ, В– маҷмӯи рӯзҳо).

Сонӣ таърифи функсия дода мешавад:

Мувофиқати байни маҷмӯи Х ва маҷмӯи У, ки ҳангоми он ба ҳар як элементи маҷмӯи $x \in X$ **фақат як элементи маҷмӯи** $y \in У$ **мувофиқ меояд, функсия ном дорад.**

Маҷмӯи Х – соҳаи муайянии функсия, маҷмӯи У – соҳаи қиматҳои функсия номида мешавад.

Ин мувофиқатро инъикос ҳам мегӯянд. Масалан, дар расми 2 инъикоси f ададӣ 1–ро ба 15 табдил додааст. Инро чунин менависанд: $f(1)=15$ хонда мешавад: “эф аз як баробар аст ба понздаҳ”.

Ҳамин тавр ишораи функсия дохил карда мешавад. Сонӣ тарзҳои ҷадвалӣ, графикӣ ва формулавӣ дода шудани функсия омӯхта мешавад.

Дар таълим ва ташаккули функсия Столяр А.А. панҷ дараҷаро нишон медиҳад.

2. Муаллифони МТМ (Ч. II. саҳ. 129) схемаи зерини омӯхтани функсияро дар мактаб тавсия намудаанд:

1. Мисолҳо (масъалаҳо)-и мушаххасе овардан лозим аст, ки ба функсияи дидабароянда оварда расонанд;

2. Таърифи функсияро баён карда, формулаи онро навиштан зарур аст; ҳарфҳо (параметрҳо)-и дар формула дохил бударо шарҳ додан лозим;

3. Хонандагонро бо гарафики функсия Γ_f шинос кардан лозим аст.

4. **Функсияро тадқиқ кардан зарур (соҳаи муайянӣ, қиматҳо, афзуншавӣ ва камшавӣ, ҷуфт ва тоқ будан ва ҳоказо).**

Дар мактаби 8 – сола хосиятҳои функсия айёнӣ аз график маълум карда мешаванд. Дар синфҳои боло хосиятҳои функсия пеш аз графики он тадқиқ карда мешавад.

5. **Хосиятҳои омӯхташудаи** функсияро дар ҳалли масъалаҳо (муодила ва нобаробарӣ) истифода намудан шарт аст.

Ин схема барои омӯзиши ҳамаи функсия тадбиқшаванда мебошад. Тадбиқи амалии схемаро дар мисоли омӯзиши функсияи хаттӣ (синфи 7) дида мебароем. Қайд кардан лозим аст, ки китоби алгебра схемаи баёншударо қаноат мекунад.

Мисолҳои зиёде гирифтан мумкин аст, ки моро ба омӯзиши функсияи хаттӣ оварда мерасонад.

а) $S(t) = S_0 + \vartheta t$;

б) Кишти бо суръати 20 км/соат ҳаракат мекунад. Дар t соат чӣ қадар масофа тай мекунад? $s = 20 \cdot t$

в) Формулаи ададҳое, ки ба 5 тақсим шуда дар бақия 3 мемонад чунин аст: $N = 5n + 3$

г) Дар телеграф қоидае вуҷуд дорад: ҳар як шахс барои телеграмма b тин ва барои ҳар як x калимаи матн a тин месупорад. Ин қоидаро бо формулаи зерин тасвир кардан мумкин аст: $y = ax + b$

Пас, ҳодисаҳои зиёде вуҷуд доштаанд, ки ҳамаи онҳоро бо як функсия баён кардан мумкин аст. Ин функсияро ном дода хосиятҳои онро меомӯзем.

Функсияи намуди $y = ax + b$ – **функсияи хаттӣ ном дорад**, ки дар ин ҷо x ва y тағйирёбандаҳо, a ва b – ададҳо мебошанд. Дар мисолҳои мушаххас ($y = -2x + 3$; $y = -0{,}7x + 2$) нишон додан мумкин аст, ки Γ_f **хати рост аст**. Ҳаргуна графики функсияи хаттиро аз рӯи ду нуқта сохтан мумкин аст:

$$(0, \mathrm{b}) \text{ ва } \left(-\frac{\mathrm{b}}{a}, 0\right)$$

Бо мисолҳо муқаррар карда мешавад, ки Γ_f $y = 2x$; $y = 2x + 1$; $y = 2x - 1$; $y = 2x + 3$; $y = 2x - 3$ ва ҳоказоҳо хати ростанд.

Маънои коэффитсиенти a муайян карда мешавад: аз рӯи график нишон дода мешавад, ки агар $a \prec 0$ бошад кунҷ кунд, $a \succ 0$ бошад кунҷи тез. Коэффитсиенти a-ро коэффитсенти кунҷии хати рост (ё суръати тағйирёбии функсия) меноманд.

Аз рӯи график хосиятҳои функсияи $y = ax + b$-ро муқаррар мекунем.

1) соҳаи муайянии функсия ҳамаи ададҳои ҳақиқӣ ($x \in R$)

2) соҳаи қиматҳои функсия ҳамаи адади ҳақиқӣ ($y \in R$)

Функсияи хаттӣ маҷмӯи ҳамаи адади ҳақиқиро ба худаш инъикос мекунад.

3) Дар кадом қимати x, қимати функсия баробари сифр мешавад?

$$ax + b = 0;\ x = -\frac{\mathrm{b}}{a}\ (a \neq 0)$$

$x = -\dfrac{\mathrm{b}}{a}$ решаи (сифрӣ) функсия ном дорад.

Дар дигар қиматҳои аргумент функсияи қиматҳои мусбат ё манфиро қабул мекунад.

4) Барои $a \succ 0$ (аз график) функсия меафзояд, ҳангоми $a \prec 0$ кам мешавад ва дар ҳолати $\alpha = 0$ доимӣ мемонад.

Пас, функсияи $y = ax + b$ – функсияи монотонӣ дар ҳамаи соҳаи муайянии он мебошад (ин исбот карда намешавад).

5) Функсия номаҳдуд аст; қимати калонтарин надорад;

Барои тадбиқи функсияи хаттӣ дар китоб масъалаҳои зиёде дода шудаанд. Баъди "якаъзогӣ" функсияҳои $y = x^2$ ва $y = x^3$ омӯзонида мешавад.

3. Мувофиқи барномаи такмилдодашуда функсияи квадратӣ дар синфи 8 баъди мавзӯи "Сеаъзогии квадратӣ: ҷудо намудани сеаъзоги квадратӣ ба зарбкунандаҳо" омӯзонида мешавад. Аз рӯи барномаи пештар [амалкунанда] ин мавзуъ дар синфи 7 омӯхта мешуд.

Ба хонандагон $Г_f$ $y = ax^2$ аз синфи 6 маълум аст[9]. Муаллим аз масъалаҳои мушаххас сар карда хосиятҳои ин функсияро ба ёд меорад.

1) Ба ҳавопаймои парвозкунанда ҳаво муқобилият мекунад. Агар дар ҳамон баландӣ ҳавопаймо суръаташро 2 маротиба зиёд кунад, муқовимати ҳаво 4 маротиба зиёд мешавад, агар суръат 3 маротиба зиёд шавад, муқовимат 9 маротиба зиёд мешавад.

2) Ба қаиқи зери обӣ муқовимати об таъсир мерасонад. Дар ин ҳолат ҳам дар чуқурии доими муқовимати об ба квадрати суръати қаиқи зериобӣ баробар аст, яъне: $f = a\vartheta^2$.

f - муқовимати муҳит, ϑ - суръат, a -коэффитсиенти мутаносубӣ.

Умуман: $y = ax^2$

---

[9]) Аз рӯи барномаи нав $Г_f$ $y = ax^2$ ва $y = x^3$ дар синфи 7 омӯзонида мешавад.

Аз рӯи графикҳои тайёр хосиятҳои функсия хотирнишон карда мешаванд. ($y = 2x^2$; $y = x^2$; $y = -x^2$; $y = -2x^2$)

1. $Г_f$ - аз ибтидои координат мегузарад;
2. $Г_f$ - тири симметрия дорад; он тири ордината аст;
3. Ҳангоми $a \succ 0$ шохаҳои парабола ба боло ва ҳамаи график дар нимҳамвории боло, ҳангоми $a \prec 0$ шохаҳои парабола ба поён нигаронида шуда, ҳамаи график дар нимҳамвории поён воқеъ аст.
4. Аз коэффитсиенти a шакли парабола вобаста аст; чӣ қадаре, ки a калон бошад, ҳамон қадар шохаҳои парабола тез ба боло меравад.

Муаллим бо шаблон ин хосиятҳоро тез фаҳмонида метавонад.

Функсияи намуди $y = ax^2 + bx + c$ -ро функсияи квадратӣ меноманд, ки дар ин ҷо a, b, c – ададҳои дилхоҳи ҳақиқӣ мебошанд (Аз рӯи барномаи ҳозира дар синфи 9 омӯзонида мешавад)

Дар мисолҳои мушаххас $Г_f$ -ро месозем: $y = x^2 + 4x + 5$.

Дар фосилаи [–4, 2] барои якчанд қимати x қиматҳои y– ро меёбем:

x	– 4	– 3	– 2	– 1	0	0,5	1	2
y	– 5	– 8	– 9	– 8	– 5	– 2,75	0	7

Агар ин нуқтаҳоро (инро бо ёрии шаблони $y = x^2$ иҷро кардан мумкин аст) пайваст кунем, онгоҳ графике пайдо мешавад, ки ҳамаи нуқтаҳо ба парабола тааллуқ доранд.

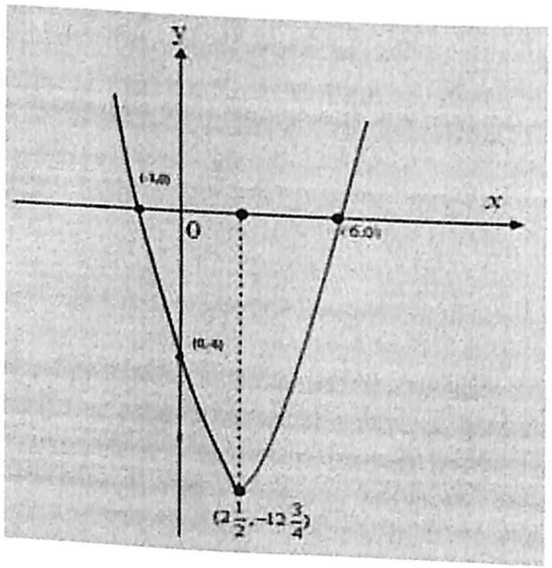
Барои сохтани $Г_f$ квадратӣ қуллаи парабола, нуқтаҳои бурриши графикро ба тирҳои координат муайян кардан лозим аст.

Ба ин мақсад сеаъзогии квадратиро табдил медиҳем:

$$y = ax^2+bx+c = a(x^2+\frac{b}{a}+\frac{c}{a}) = a(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}\cdot x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}) =$$

$$= a[(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}] = a(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

Ҳангоми $x=-\frac{b}{2a}$; $y=-\frac{b^2-4ac}{4a}$; қуллаи парабола $(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a})$ мебошад.



Агар $x=0$ бошад, $y=c$ мешавад. Нуқтаи бурриши график бо тири y (0, c) аст.

Агар $y=0$ бошад муодилаи $ax^2+bx+c=0$-ро ҳал карда ду решаи онро меёбем. Ин нуқтаҳо бурришии графикро бо тири x муайян мекунанд.

Мисол: Γ_f-и $y=x^2-5x-6$ сохта шавад.

$$x=\frac{5}{2\cdot 1};$$

$$y=\frac{25}{4}-5\cdot\frac{5}{2}-6=\frac{25}{4}-\frac{25}{2}-6=\frac{25-50-24}{4}=\frac{-51}{4}=-12\frac{3}{4}$$

Қуллаи парабола $(2\frac{1}{2},-12\frac{3}{4})$;

Нуқтаи бурриши график бо тири y (0, -6).

$x^2-5x-6=0$ $x_{1.2}=\frac{5\pm 7}{2}$; $x_1=6$; $x_2=-1$;

Нуқтаҳои бурриши график бо тири x (6, 0) ва (-1, 0)

Мувофиқи ин нуқтаҳо Γ_f– ро месозем.

Аз график хосиятҳои функсияро уайян кардан мумкин аст:

1. Γ_f– парабола аст;
2. Тири симметрияи он ба тири x перпендикуляр аст;
3. Ҳангоми $a \succ 0$ шохаҳо ба боло, дар мавриди $a \prec 0$ шохаҳои парабола ба поён равона ҳастанд;
4. Γ_f-ро аз графики $y=ax^2$ бо ёрии параллелкӯчонӣ ҳосил кардан мумкин аст (агар $\frac{b}{2a}\succ 0$ кӯчониш ба тарафи чап, дар ҳолати $\frac{b}{2a}\prec 0$ - кӯчониш ба тарафи рост ба амал меояд).
5. Функсия ҷуфт аст:
6. Соҳаи муайянии функсия ҳамаи ададҳои ҳақиқӣ, соҳаи қиматҳои функсия низ ҳамаи ададҳои ҳақиқӣ мебошад.

2.5. МЕТОДИКАИ ОМӮЗИШИ ПАЙДАРПАИҲО ВА ПРОГРЕССИЯҲО ДАР КУРСИ МАТЕМАТИКАИ МАКТАБӢ

Нақша:

1. Омӯзиши пайдарпаиҳои ададӣ дар курси математикаи мактабӣ.

2. Таълими прогрессияҳои арифметикӣ ва геометрӣ дар курси алгебраи синфи VIII.

3. Омӯзиши қаторҳои ададии оддитарин.

Адабиёт

1. Методика преподавания математики. Ч. II. М:-1977, с. 310.
2. Алгебраи синфи – 8.

1. Барои омӯзонидани прогрессияҳо дар синфи VIII мафҳуми пайдарпаи ҷорӣ карда мешавад[10]. ***Пайдарпаи*** тарзи дигари мафҳуми функсия аст.

Чунончӣ, ададҳои дурақамае, ки бо 5 тамом мешаванд, менависем: $15; 25; 35; 45; 55; 65; 75; 85;$.

Онҳоро бо тартиб номер мегузорем, ба адади якуми дурақама 15, ба дуюм 25, ба сеюм – 35 ва ҳоказо, мувофиқ меоянд.

$1 \to 15; 2 \to 25; 3 \to 35$ ва ғайраҳо. **Ин мувофиқат** функсия аст. Онро бо f ишорат намуда, ҳосил мекунем.

$f(1)=15$; $f(2)=25$; $f(3)=35$ ва ҳоказо.

Дар ин маврид мегӯянд, ки **пайдарпаӣ** дода шуда аст.

Аъзои якуми пайдарпаиро бо a_1, дуюмро бо аломати (символ)-и a_2,...аъзои рақами n доштаро бо a_n ишора мекунем.

[10]) Аз рӯи барномаи нав он фасли 3-и «Алгебра»-и синфи 9-ро ташкил медиҳад ва барои омӯзтани мавзуъ 12 соат ҷудо карда шудааст.

Он гоҳ пайдарпаӣ ин намудро мегирад: $a_1; a_2; \ldots a_n; \ldots$

Дар ин ишора индекс (рақами тартибии аъзо) ба қимати аргумент ва a_n – қимати функсияро ифода мекунад. Худи пайдарпаи бо символи (a_n) ишора карда мешавад.

Намудҳои пайдарпаиҳо:

$2; 3; 4; 5; 7; 10; 11;$ – афзуншаван да;

$20; 15; 10; 5; 0; -5$ – камшаванда.

Азбаски пайдарпаи функсия аст, бинобар ин он бо тарзи шифоҳӣ, ҷадвалӣ, формулавӣ, графикӣ ва рекуррентӣ дода мешавад.

Маълумоти баён кардашуда барои таълими прогрессияи арифметикӣ ва геометрӣ хеле заруранд.

2. Шиносшавии хонандагонро бо прогрессияи арифметикӣ (геометрӣ) муаллим аз якчанд мисолҳои мушаххаси пайдарпаиҳо сар мекунад.

$(a_n): 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10;$ (1)

$(b_n): 10; 8; 6; 4; 2; 0; -2; -4;$ (2)

$(c_n): \frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{5}{4}; \frac{7}{4};$ (3)

Хосияти характеристикии ин пайдарпаиҳо аз чӣ иборат аст?

Дар якум ҳамаи аъзоҳо аз дуюм сар карда ба як адади доими як зиёд, дар дуюм (b_n) ҳамаи аъзоҳо бо як адади доимӣ ду кам, дар сеюм ҳамаи аъзоҳо аз дуюм сар карда бо як адади доимӣ $\left(\frac{1}{2}\right)$ зиёд шуда истодаанд.

Муаллим: ингуна пайдарпаиҳоро ***прогрессияи арифметикӣ*** меноманд.

Муаллим: Оё Шумо таърифро дода метавонед?

Пайдарпаии ададие, ки ҳар як аъзои он аз дуюм сар карда ба аъзои пештара, ки бо ҳамон як адад ҷамъ карда шудааст баробар аст, прогресияи арифметикӣ меноманд.

Дар мисоли (1) адади доими 1, дар дуюм -2, сеюм $-\frac{1}{2}$ мешавад. Ин адад фарқи прогрессия ном дорад ва онро бо d ишора мекунанд. Барои он ки прогрессияи арифметикии (a_n) дода шавад ду шарт лозим аст.

1) аъзои якуми прогрессияи $a_1 = a$; 2) фарқ d маълум бошад зеро, $a_{n+1} = a_n + d$. Ин баробарӣ нишон медиҳад, ки прогрессияи арифметикӣ бо тарзи рекуррентӣ дода мешавад.

Хосиятҳои прогрессияи арифметикӣ:

a_n, a_{n+1}, a_{n+2}

$$a_{n+1} - a_n = a_{n+2} - a_{n+1} \Rightarrow a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$$

Дар мисоли 2, аъзои сеюм $b_3 = \frac{8+4}{2} = 6$;

Акнун дар бораи ҳосил кардани формулаи аъзои n-уми прогрессияи арифметикӣ истода мегузарем. Дар китоби дарсӣ формула вобаста ба таъриф ҳосил карда мешавад:

$$a_2 = a_1 + d,$$
$$a_3 = a_2 + d,$$
$$-------$$
$$a_n = a_{n-1} + d.$$

$$a_2 + a_3 + \ldots + a_n = a_1 + a_2 + \ldots a_{n-1} + d\cdot(n-1)$$
$$a_n = a_1 + d\cdot(n-1)$$

Ҳосил намудани формула бо ин тарз ба хонандагон душворие намеорад. Ин формуларо бо ёрии индуксияи математикӣ низ исбот кардан мумкин аст.

Мисол. Аъзои 15 ва 37 прогрессияи арифметикиро ёбед, агар пайдарпаи дар намуди зерин дода шуда бошад: $а)\ 3; 7; \ldots$ $б)\ -5; -1; \ldots$

$a_1 = 3; d = 4;$ $a_{15} = 3 + 4\cdot(15-1) = 3 + 56 = 59$.

$a_{37} = 3 + 4\cdot(37-1) = 3 + 4\cdot 36 = 147$.

Формулаи суммаи n аъзои прогрессияи арифметикиро низ аз мисолҳои мушаххас гирифтан лозим аст.

Муаллим барои ҳавасманд намудани хонандагон оид ба Гаусси 5 сола нақл мекунад, ки ӯ чӣ тавр суммаи n аъзои $(1+2+3+\ldots+100)$-ро ёфтааст.

Прогрессияро ду маротиба ин тавр менависем:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n,$$
$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \ldots a_2 + a_1,$$
$$a_2 + a_{n-1} = (a_1 + d) + (a_n - d) = a_1 + a_n.$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \ldots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$$

Аз баски $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \ldots = a_{n-1} + a_2 = a_n + a_1$ *аст*,

Пас, $S_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}$.

Мисол: $(b_n)\ 1; 3; 5; \ldots$ суммаи 20 аъзои прогрессия ёфта шавад.

Омӯзиши прогрессияи геометриро низ ҳамин тавр ҷорӣ кардан лозим аст. (Ин мавзуъро аз китоб конспект кунед!).

Танҳо ҳаминро қайд мекунем, ки мувофиқи барномаи нав формулаи $x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \ldots + x + 1)$ аз рӯи прогрессияи геометрии афзуншаванда ҳосил карда мешавад.

Дар ҳақиқат:

$$1 + x + x^2 + \ldots + x^{n-2} + x^{n-1} = \frac{x^n - 1}{x - 1}.$$

$$S_n = \frac{b_1(q^{n-1}-1)}{q-1} = \frac{1\cdot(x^n-1)}{x-1} = \frac{x^n-1}{x-1}.$$

$b=1;\ q=\frac{x}{1}=x;$

Мафҳуми прогрессияро дар ҳалли масъалаҳои гуногун мустаҳкам кардан лозим аст.

3. Мафҳуми қатори ададӣ дар синфи X дохил карда мешавад. Чаро [маҳз] қаторҳои ададии оддитарин омӯхта мешавад? Инро муаллим бо мисолҳои мушахас мефаҳмонад.

а) Фарз кунем **касри даҳии беохири даврии** зеринро ба **касри оддӣ** баргардонидан лозим бошад:

$$0,(17)=0,171717\ \ldots=\frac{17}{100}+\frac{17}{10000}+\frac{17}{1000000}+\ldots$$

Ҷамъшавандаҳои ин сумма – аъзоҳои прогрессияи геометрии беохир камшаванда мебошад; дар ин ҷо: $a_1=\frac{17}{100};\ q=\frac{1}{100}$.

Аз рӯи формулаҳои прогрессияи геометрии камшаванда

$$S=\frac{a_1}{1-q}=\frac{17}{100}:\left(1-\frac{1}{100}\right)=\frac{17}{99}.$$

б) Фарз кунем прогрессияи геометрии беохир камшавандаи зерин дода шудааст:

$\frac{8}{100};\frac{8}{1000};\frac{8}{10000};\ldots$ Дар ин ҷо: $a_1=\frac{8}{100};\ q=\frac{1}{10}$.

Пас: $S=\frac{8}{100}:\left(1-\frac{1}{10}\right)=\frac{13}{45}$.

Аз ин ҷо чӣ хулоса мебарояд?

Агар ифодаи $x+x_2+\ldots+x_n+\ldots$ (1) дода шуда бошад суммаи ҳамаи аъзоҳоро ёфтан мумкин аст. Муаллим қайд мекунад, ки ифодаи (1) қатори ададӣ ном дорад ва (x_n)-ро аъзои n-уми қатор меноманд.

Сонӣ таърифи суммаи n аъзои аввалаи қатори ададӣ дода мешавад.

Таъриф. Суммаи n аъзои аввалини қаторро суммаи хусусии n-ум номида бо S_n ишора мекунанд:

$$S_1=x_1;$$
$$S_2=x_1+x_2;$$
$$S_3=x_1+x_2+x_3;$$
$$-----------$$
$$S_n=x_1+x_2+\ldots+x_n;$$

Дар асоси мафҳуми лимити пайдарпаї таърифи суммаи қатор ва истилоҳҳои «наздикшаванда» ва «дуршаванда» дохил карда мешавад.

Таъриф. Агар лимити пайдарпаии суммаҳои хусусии қатор (S_n) мавҷуд бошад, ин қаторро наздикшаванда гуфта, лимити мазкурро суммаи қатор меноманд.

Аз мисоли а) мебарояд, ки прогрессияи геометрии беохир камшаванда, ки дар он $|q|<1$ аст, қаторро ташкил дода, он наздикшаванда аст ва суммааш:

$$\frac{17}{100}+\frac{17}{10000}+\frac{17}{1000000}+\ldots=\frac{a_1}{1-q}=\frac{17}{99}\ \text{аст.}$$

Таъриф. Агар лимити пайдарпаии суммаҳои хусусии қатор вуҷуд надошта бошад, чунин пайдарпаиҳо дуршаванда номида мешавад.

Мисол:

(1) $1+1+\ldots+1+\ldots$

$S_1=1;\ S_2=1+1=2;\qquad S_3=1+1+1=3;$

$S_n=\underbrace{1+1+\ldots+1}_{n-\text{ҷамъшаванда}}=n\qquad \lim\limits_{n\to\infty}S_n=\lim\limits_{n\to\infty}n=\infty$

Пас, қатор дуршаванда аст.

(2) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}+\ldots$; Аъзои n -ум:

$$a_n=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1};$$

$$S_1=a_1=\frac{1}{1\cdot 2}=1-\frac{1}{2};$$

$$S_2=a_1+a_2=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=1-\frac{1}{3};$$

$$S_n=a_1+a_2+\ldots+a_n=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)+$$
$$+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=1-\frac{1}{n+1};$$

Аз инљо:

$$\lim_{n\to\infty} S_n=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=1.$$

Пас, қатор наздикшаванда будааст.

Дар китоби дарсї суммаи прогрессияии геометрӣ барои $|q|<1$ дида баромада шудааст. Ҳолати $|q|\geq 1$-ро муаллим метавонад бо хонандагон дар маҳфили математика дида бароянд:

$$a_1+a_1q+a_1q^2+\ldots a_1q^{n-1}+\ldots \quad (*)$$

$$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1}{1-q}-\frac{a_1 q^n}{1-q} \quad (q\neq 0)$$

$$\lim_{n\to\infty} S_n=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{a_1}{1-q}-\frac{a_1 q^n}{1-q}\right]=\frac{a_1}{1-q}\left[1-\lim_{n\to\infty} q^n\right]=$$

$$=\begin{cases}\frac{a_1}{1-q}, \text{агар } |q|<1,\\ \infty, \text{агар } |q|>0.\end{cases}$$

Яъне $\lim_{n\to\infty} q^n=\begin{cases}0, \text{агар } |q|<1\\ \infty, \text{агар } |q|>1\end{cases}$

Пас, ҳангоми $|q|<1$ қатори (*) наздикшаванда будааст.

Дар китоби дарсӣ оид ба қаторҳои ададӣ мисолҳо хеле зиёданд. Муаллим дар ҳалли машқҳо мафҳуми қатори «наздикшаванда», «дуршаванда» - ро мустаҳкам мекунад.

Нишон диҳед, ки пайдарпаии (x_n) наздикшаванда ва (y_n) дуршаванда мебошад:

а) $x_n=\frac{6n-3}{3n}$;

б) $y_n=(-1)^n+1$;

в) $x_n=2+\frac{(-1)^n}{n}$;

г) $y_n=2n-1$

2.6. МАФҲУМИ ЛИМИТ ВА БЕФОСИЛАГИИ ФУНКСИЯ. ҲОСИЛА ВА ТАТБИҚИ ОН

Нақша:

1. Мавқеи омӯзиши мафҳумҳои лимити функсия, бефосилагӣ ва ҳосилаи функсия дар курси математикаи мактабӣ (КММ).
2. Методикаи омӯзиши мафҳуми лимити функсия дар синфи X.
3. Методикаи таълими мафҳуми бефосилагии функсия.
4. Методикаи ҷори намудани ҳосила.

Адабиёт

1. Методика преподавания математики. Ч. II. –М:-1977, с.318-329;
2. Столяр А.А. Педагогика математики. - Минск-1974, с. 291;
3. Китобҳои дарсии мактабӣ аз алгебра ва ибтидои анализ.

1. Он донишҳое, ки хонандагони синфҳои X оид ба «Пайдарпаиҳои беохир» гирифтаанд, барои тайёрии минбаъдаи онҳо - омӯхтани қисмҳои ибтидои анализ: мафҳуми ҳосила ва дар синфи XI бошад мафҳуми «Интеграл» кифоягӣ намекунанд.

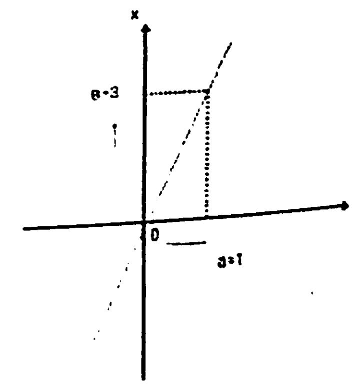
Барои сохтани курси ибтидоии анализ зарурияти омӯхтани на танҳо лимити пайдарпайӣ, балки лимити функсияи аргументи бефосила ба миён меояд. Мафҳумҳои лимити функсия, бефосилагӣ ва ҳосила- мафҳумҳое мебошанд, ки бо андозаи баланди абстрактиашон тавсиф дода мешаванд. Аз ин рӯ лозим аст, ки барои омӯзонидани ин мафҳумҳо шакли айёнӣ (аз мисолҳои мушаххас) бештар истифода бурда шавад.

Кадом мавзуъ: лимити функсия ё бефосилагиро пештар омӯхтан лозим аст? Муаллифони китоби методикаи таълими математика тавсия медиҳанд, ки омӯхтани лимити функсия пеш аз бефосилагӣ дар КММ ба мақсад мувофиқ аст.

2. Акнун дар бароии методикаи ҷорӣ намудани мафҳуми лимити функсия дар мактаб истода мегузарем. Омӯзиши ин мавзӯъро аз мисолҳои мушаххас, масалан аз функсияи хаттӣ

сар кардан ба мақсад мувофиқ аст. Як мисолро дида, сонӣ ба функсияи мураккабтар мегузарем.

Мисол: $f(x)=2x+1$; аз Г, мебинем, ки ҳангоми ба нуқтаи а=1 наздик шудани х қимати функсия ба адади $в=f(1)=3$ наздик мешавад.



Ҳангоми ба адади 1 майл кардан х адади 3-ро лимити функсия ҳисоб мекунанд ва менависанд: $\lim\limits_{x \to 1}(2x+1)=3$

Ин чӣ маъно дорад? Фарқи зеринро дида мебароем. $f(x)-3=(2x+1)-3=2(x-1)$ модули ин фарқ $|f(x)-3|=2|x-1|$ масофаи байни адади f(x) ва адади 3 мебошад. Агар $|x-1|\prec 0.005$ бошад, яъне агар х ба интервали $]0.9995;1,005[$ тааллуқ дошта бошад, онгоҳ $|f(x)-3|\prec 0.005\cdot 2=0,01$; $|f(x)-3|\prec 0,01$ мешавад.

Агар $|f(x)-3|\prec 0,0001$ бошад, онгоҳ $x\in\,]0,9995:1,00005[$, яъне барои адади дилхоҳи мусбати ε, адади мусбати дилхоҳи хурди δ-ро ёфтан мумкин аст, ки агар $|f(x-1)|\prec\delta$ шавад, $|f(x)-3|\prec\varepsilon$ мешавад.

Акнун ба функсияи мураккабтар мегузарем. Фарз мекунем, ки $y=x^2$ дода шудааст. Соҳаи муайянии функсия –ҳамаи хатти рости ададӣ. Қиматҳои функсияро барои х, масалан барои ягон сарҳади нуқтаи $x=3$ (аз интервали $]3-\varepsilon,3+\varepsilon[$) дида мебароем.

Ҷадвали зеринро тартиб медиҳем.

x	2,9	2,99	2,999	3	3,01	3,01	3,1
f(x)=x²	8,4	8,94	8,994	9	9,006	9,06	9,6

Аз ин ҷадвал дидан мумкин аст, ки чӣ қадаре x ба 3 наздик бошад, ҳамон қадар қимати функсияи *f(x)* ба 9 наздик аст. Фарз мекунем ε-адади кифоя хурди мусбат бошад, онгоҳ *f(x)* аз ε сарҳади нуқтаи 9 қимат қабул мекунад, агар қимати x аз ягон δ сарҳади нуқтаи 3 гирифта шавад. Яъне: $|x-3| \prec \delta$ бошад, онгоҳ $|x^2-9| \prec \varepsilon$ мешавад.

Мегӯянд, ки лимити функсияи *f(x)* дар нуқтаи x=3 (ё ки ҳангоми $x \to 3$) ба адади 9 баробар аст. Менависем: $\lim\limits_{x\to 3} x^2 = 9$

Баъди ингуна мисолҳо таърифи лимити функсияро ба хонандагон медиҳем.

Таъриф. Адади в ҳангоми ба а майл кардани *x* лимити функсияи *f(x)* номида мешавад, агар барои адади мусбати дилхоҳи ε чунон адади мусбати δ ёфт шавад, ки барои ҳамаи *x≠a* нобаробарии $|x-a| \prec \delta$-ро қаноаткунанда, нобаробарии $|f(x)-в| \prec \varepsilon$ иҷро шавад.

Аз нобаробарии $|x-a| \prec \delta$ мебарояд, ки $a-\delta \prec x \prec a+\delta$. Интервали $]a-\delta, a+\delta[$ атрофи нуқтаи а ном дорад.

Барои он ки лимити функсия дар нуқтаи *a* мавҷуд бошад, зарур аст, ки функсияи *f(x)* дар ҳамаи нуқтаҳои ягон атрофи нуқтаи *a* (мумкин ба ғайр аз нуқтаи а) муайян бошад.

Мисол. Функсияи $f(x) = \dfrac{x^2-9}{x+3}$ дар ҳама ҷо, ғайр аз нуқтаи *x=-3* муайян аст. Ҳангоми $x \to -3$ лимити функсия ба (-6) баробар аст:

$$\lim_{x\to -3} \frac{x^2-9}{x+3} = \lim_{x\to -3} \frac{(x-3)(x+3)}{x+3} = -6$$

Омӯзиши мафҳуми лимити функсия дар нуқта бо баён намудани теорема оид ба ягонагии лимит ба охир мерасад.

Функсия дар як нуқта ду лимит дошта наметавонад.

Теорема. Агар функсияи *f(x)* ҳангоми ба а майл кардани *x* лимит дошта бошад, онгоҳ ин лимит ягона аст.

Исбот. Агар $\lim\limits_{x\to a} f(x) = в$ ва $\lim\limits_{x\to a} f(x) = c$ бошад, онгоҳ барои $|x-a| \prec \delta$ якбора ду нобаробарии зерин иҷро мешавад.

$$|f(x)-в| \prec \frac{\varepsilon}{2} \quad \text{ва} \quad |f(x)-c| \prec \frac{\varepsilon}{2}$$

$$|в-c| = |[в-f(x)] + [f(x)-c]| \le |в-f(x)| + |f(x)-c| \le \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon$$

мебошад.

Адади $|в-c| \prec \varepsilon$ шуд. Фақат сифр чунин адад мебошад. Аз ҳамин сабаб $|в-c| = 0$; $в-c=0$ ва $в=c$. Пас функсияи $f(x)$ ҳангоми $x \to a$ дорои як лимит будааст.

Теоремаҳо оид ба лимити функсияҳо ба монанди теоремаҳо оид ба лимити пайдарпайҳо мебошанд. Бинобар ин шарт нест, ки ин теоремаҳо (лимити сумма, зарб, тақсими функсия) исбот карда шаванд. Хонандагон қоидаи ҳисоб намудани лимити функсияро бояд ёд гиранд! (Аз китоби А.9 ин теоремаҳоро конспект кунед!)

3. Яке аз мафҳумҳои муҳимтарин мафҳуми бефосилагии функсия мебошад, ки он ба мафҳуми лимити функсия зич алоқаманд аст. Мавридеро дида мебароем, ки тағйирёбандаи x ба сифати қимати худ адади а-ро қабул мекунад, яъне f(a) яке аз қиматҳои *f(x)* мебошад. Агар қимати $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ ба қимати f(a) мувофиқ ояд, дар ин маврид функсияи *f(x)* –ро дар нуқтаи *x=a* бефосила меноманд.

Таъриф. Агар лимити функсияи *f(x)*, ҳангоми ба а майл кардани x ба қимати функсияи додашуда дар ҳамин нуқта баробар бошад, онгоҳ функсияи *f(x)*-ро дар нуқтаи *x=a* бефосила меноманд: $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$.

Мисоли 1. Бефосилагии функсияи $f(x) = x^2$-ро дар нуқтаи x=2 месанҷем.

Ҳангоми *x=2* будан *f(x)=4* ва $\lim\limits_{x\to 2} x^2 = 4$. Пас, функсияи мазкур дар нуқтаи *x=2* бефосила мебошад.

Агар барои адади мусбати ихтиёрии пешаки додашудаи ε чунин адади $\delta = \delta(\varepsilon) \succ 0$ ёфтан мумкин бошад, ки ҳангоми $|x-a| \prec \delta$ будан нобаробарии $|f(x) - f(a)| \prec \varepsilon$ ҷой дошта бошад, онгоҳ функсияи *f(x)* дар нуқтаи *x=a* бефосила номида мешавад.

Мисоли 2. Аз таърифи бефосилагии функсия истифода бурда нишон медиҳем, ки функсияи $f(x) = \dfrac{x+3}{2-3x}$ дар нуқтаи $x = \dfrac{1}{2}$ бефосила аст.

Ҳал: $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\dfrac{1}{2}+3}{2-\dfrac{3}{2}} = 7$ ва

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{x+3}{2-3x} = \frac{\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}(x+3)}{\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}(2-3x)} = \frac{\dfrac{1}{2}+3}{2-3\cdot\dfrac{1}{2}} = \frac{\dfrac{1+6}{2}}{2-\dfrac{3}{2}} = \frac{7/2}{1/2} = \frac{7}{2}\cdot\frac{2}{1} = 7.$$

4. Фарз мекунем, ки функсияи *y=f(x)* дар маҷмӯи X, ки он аз фосилае иборат аст, дода шуда бошад. Бигузор $x = x_0 \in X$ бошад. Ба ин афзоиши Δx-ро чунин илова мекунем, ки $x_0 + \Delta x \in X$ бошад. Онгоҳ қимати *y=f(x₀)* бо қимати нави

$y + \Delta y = f(x_0 + \Delta x)$ иваз мешавад. Дар натиҷа афзоиши функсия шакли $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$-ро мегирад.

Методикаи таълими ҳосила.

1. Мақсади дидактикии мавзуъ: ба хонандагон додани донишҳои нав оид ба мафҳуми ҳосила.

2. Зарурияти донишҳои базавии хонандагон:

Муаллим бо ҳамроҳии хонандагон таърифи лимити функсия дар нуқтаро ба хотир меорад.

Таърифи 1. Адади в ҳангоми ба а майл кардани x лимити функсияи f(x) номида мешавад, агар барои адади мусбати дилхоҳи ε чунин адади мусбати δ ёфт шавад, ки аз $|x-a| \prec \delta \Rightarrow |f(x) - в| \prec \varepsilon$;

$$\lim_{x\to a} f(x) = в$$

Таърифи 2. Агар лимити функсияи *f(x)*, ҳангоми ба а майл кардани x ба қимати функсияи дода шуда, дар ҳамин нуқта баробар бошад, онгоҳ функсия *f(x)*-ро дар нуқтаи x=a бефосила меноманд:

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

Донистани ин таърифҳо ба мо ёрӣ мерасонад, ки мафҳуми ҳосиларо дуруст аз худ намоем.

3. **Ваҷди таълим.**

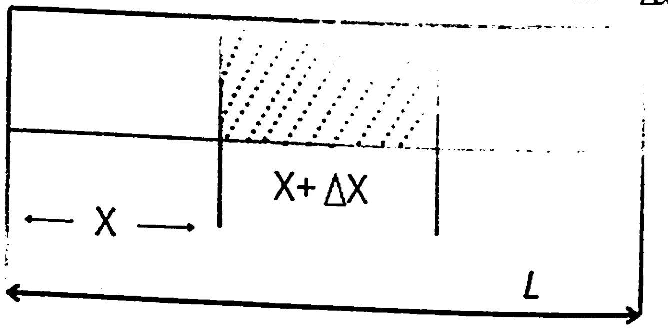
Ҳамингуна масъалаҳое дар ҳаёт вомехӯранд, ки онҳо бевосита ба мафҳуми ҳосила оварда мерасонанд.

а) суръати лаҳзагӣ аз физика. $\vartheta_{миёна} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

(хонандагон шиносанд.)

$$\vartheta_{лахтагӣ} = \lim_{\Delta t\to 0} \vartheta_{миёна} = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

б) масъала оид ба муайян намудани зичигии хаттии стержен (меҳвар)-и ғайриякҷинса. Зичигии хаттии стержени якчинса $\upsilon = \dfrac{m}{\ell}$ (нисбати масса ба дарозии он). Агар меҳвар ғайриякчинса бошад, онгоҳ m=*f(x)*, яъне масса функсияи масофа аз ибтидои меҳвар ҳисоб мешавад: $\upsilon_x = \lim\limits_{\Delta X \to 0} \dfrac{\Delta m}{\Delta x}$



Ин масъалаҳо гуногун бошанд ҳам, вале ҳалли онҳо ба ҳамон як хел муҳокимаронӣ оварда расонид: бузургии матлуб ба лимити нисбати ду афзуншавӣ баробар аст. Барои муҳим будани роли ин лимит дар математика ва дигар илмҳо ба он номи махсус дода шудааст.

4. ***Таърифи ҳосила.*** Фарз мекунем, ки *y=f(x)* функсияи бефосила аст. **Лимити нисбати афзоиши функсия ба афзоиши аргумент, ҳангоми афзоиши аргумент ба сифр майл кардан ҳосилаи функсияи додашуда ном дорад.**

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y^{1} = f^{1}(x) = \frac{dy}{dx}$$

Алгоритми муайян намудани ҳосилаи функсия.

1) ба х афзоиши дода афзоиши функсияро меёбем.

$$y + \Delta y = f(x + \Delta x)$$

2) Аз қимати афзоиши функсия қимати аввалаи функсияро тарҳ мекунем:

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$$

3) Нисбати афзоиши функсия ба афзоиши аргументро меёбем.

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ (ин суръати миёнаи тағйирёбии функсия аст)

4) Лимити ин нисбатро ҳангоми $\Delta x \to 0$ меёбем.

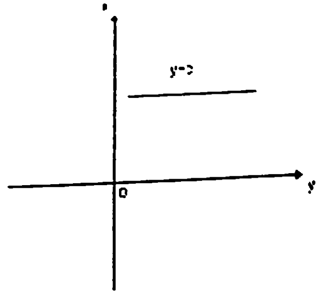
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = y'$$

Истилоҳи «ҳосилаи функсияро ёбед» ва «функсия дифференсиронида шавад» як аст.

Ҳосилаҳои функсияҳои зеринро меёбем:

I. y=c; 1) $y + \Delta y = c$; 2) $\Delta y = 0$; 3) $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{0}{\Delta x} = 0$; 4) $\lim\limits_{\Delta v \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 0$;

y'=(c)'=0;



II. y=x; 1). $y + \Delta y = x + \Delta x$; 2) $\Delta y = \Delta x$; 3) $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 1$; 4) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} 1 = 1$;

II. *y=sinx;* 1) $y + \Delta y = \sin(x + \Delta x)$;

$$2)\Delta y = \sin(y + \Delta x) - \sin x = 2\cos\frac{x + \Delta x + x}{2}\sin\frac{x + \Delta x - x}{2} =$$

$$= 2\cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) \cdot \sin\frac{\Delta x}{2};$$

3). $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) \cdot \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}$;

4). $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) \cdot \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} = \cos x \cdot 1 = \cos x.$

$y' = (\sin x)' = \cos x.$

№350. $f(x) = 3x - 5.$

1) $f(x + \Delta x) = 3(x + \Delta x) - 5$;

2) $f(x + \Delta x) - f(x) = 3x + 3\Delta x - 5 - 3x + 5$;

3) $f(x + \Delta x) - f(x) = 3\Delta x$;

4) $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = 3$; 5) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = 3 = f'(x).$

№359. $f(y) = 4y^2 + 3y + 1$, $f'(x), f'(1), f'(2), f'(5)$-ро ёбед.

№354. $y(x) = \sqrt{x}$

Таъриф. Агар лимити нисбати афзоиши функсия $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ дар нуқтаи x_0 бар афзоиши аргумент Δx ҳангоми $\Delta x \to 0$ вуҷуд дошта бошад, онро ҳосилаи функсияи $f(x)$ дар нуқтаи x_0 меноманд ва бо $y' = f'(x_0)$ ишора мекунанд.

Қимати ҳосила дар нуқтаи $x = x_0$ чунин навишта мешавад: $f'(x_0)$

Мисол: Ҳосилаи функсияи $y = x^3$**-ро дар нуқтаи** $x = 1$ ҳисоб мекунем.

Ҳал: Ду қимати аргумент 1 ва $1 + \Delta x$-ро мегирем.

Афзоиши функсия:

$\Delta y = (1 + \Delta x)^3 - 1^3 = 1 + 3\Delta x + 3(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 - 1 = 3\Delta x + 3(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3$ мешавад.

Нисбати $\frac{\Delta y}{\Delta x}$-ро тартиб медиҳем.

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 3 + 3\Delta x + (\Delta x)^2$. Аз нисбати ҳосилшуда ҳангоми $\Delta x \to 0$ лимит мегирем.

$y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \left[3 + 3\Delta x + (\Delta x)^2\right] = 3$. Пас, $y'(1) = 3$ мешавад.

Амали ёфтани ҳосила аз функсияи додашуда дифференсиронидани функсия номида мешавад.

Барои дифференсиронии функсияи $y' = f(x)$ чунин рафтор мекунем.

1) Барои функсияи додашуда $y = f(x)$ ду қимати аргумент x ва $x + \Delta x$-ро гирифта, афзоиши Δy-и функсияро дар нуқтаи x тартиб медиҳем;

2). Нисбати афзоиши функсия бар афзоиши аргумент, яъне $\frac{\Delta y}{\Delta x}$-ро мегирем.

3). Лимити $\frac{\Delta y}{\Delta x}$-ро дар асnoи $\Delta x \to 0$ ҳисоб мекунем.

Дар натиҷа мо ҳосилаи матлуби функсияи додашударо меёбем.

Мисол: $y = x$; $y = x^2$

а) $y = x$; 1). $y + \Delta y = x + \Delta x$; $\Delta y = (x + \Delta x) - x = \Delta x$; $\Delta y = \Delta x$;

2) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$; 3) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$ ё ки $x' = 1$.

$y = x^2$-ро мегирем:

1) $y + \Delta x = (x + \Delta x)^2$; $\Delta y = (x + \Delta x)^2 - x^2 = 2x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2$,

2) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x$, 3) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} (2x + \Delta x) = 2x$; $y' = 2x$ ё ки $(x^2)' = 2x$.

Машқҳои зерин мустақил ҳал карда шаванд:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$; в) $y = \frac{2}{x^2}$

Ҳосилаи функсияи дараҷагӣ.

Бигузор, ки функсияи $f(x)=x^n$ дода шуда бошад, ки дар он n-адади натуралӣ мебошад.

$f(x+\Delta x)=(x+\Delta x)^n$; $\quad f(x+\Delta x)-f(x)=(x+\Delta x)^n-x^n$;

$\Delta y=(x+\Delta x)^n-x^n$.

Қисми рости ин баробариро ба зарбшавандаҳо ҷудо карда меёбем:

$$\Delta y=[(x+\Delta x)-x]\cdot$$
$$[(x+\Delta x)^{n-1}+(x+\Delta x)^{n-2}+\ldots+x^{n-1}]=$$
$$=\Delta x[(x+\Delta x)^{n-1}+(x+\Delta x)^{n-2}+\ldots+x^{n-1}];$$
$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=[(x+\Delta x)^{n-1}+(x+\Delta x)^{n-2}+\ldots+x^{n-1}].$$

Ниҳоят лимити $\frac{\Delta y}{\Delta x}$-ро дар ҳолати $\Delta x\to 0$ меёбем.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=x^{n-1}+x^{n-1}+\ldots+x^{n-1}=nx^{n-1}$$ ё ки

$$y=f'(x)=(x^n)'=nx^{n-1};$$

Аз ин хулоса мебарояд, ки ҳосилаи функсияи дараҷагии $f(x)=x^n$ ба ҳосили зарби нишондиҳандаи он n бар x^{n-1} баробар аст.

Мисол: 1) $y=x^3$; $y'=3x^{3-1}=3x^2$; $y'=(x^3)'=3x^2$

2) $\sqrt[3]{x}$; $\quad y=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$; $\quad y'=\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1}=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$;

$$y'=(\sqrt[3]{x})'=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}};$$

2.7. МЕТОДИКАИ ТАЪЛИМИ ФУНКСИЯИ ИБТИДОӢ ВА ИНТЕГРАЛ. МУОДИЛАҲОИ ОДДИТАРИНИ ДИФФЕРЕНСИАЛӢ ДАР КУРСИ МАТЕМАТИКАИ МАКТАБӢ

Нақша:

1. *Мафҳуми функсияи ибтидоӣ.*
2. *Интеграл.*
3. *Муодилаҳои оддитарини дифференсиалӣ.*

Адабиёт:

1. Китобҳои дарсии мактабӣ оид ба «Алгебра ва ибтидои анализ».
2. Оганесян В.А. и др. Методика преподавания математики. -М:-1980.
3. Метельский Н.В. Дидактика математики. -Минск-1982.

1. Мақсади дидактикии мавзуъ: фаҳмонидани мафҳуми функсияи ибтидоӣ.

Воситаҳои техникӣ: **кодоскоп.**

2. **Актуализатсия** (муҳимми)-и донишҳои пештараи хонандагон. Такрор намудани мафҳуми ҳосила, тарзҳои ҳисоб намудани ҳосила ва татбиқи он.

3. Ҳавасмандгардонӣ дар таълим. Дар асоси мафҳумҳои пештара дохил намудани мафҳуми функсияи ибтидоӣ.

4. Функсияи ибтидоӣ.

Ҳангоми дохил намудани мафҳуми ҳосила мо аз мисоли $S(t)=4{,}9t^2$ (1) истифода карда будем. (Галилей муқаррар карда буд, ки роҳи тай намудаи ҷисми озодафтанда дар вақти t ба квадрати вақт мутаносиб аст).

$\vartheta(t)=S'(t)=9{,}8t$ (суръат); $\vartheta'(t)=a(t)=9{,}8$ (тезшавӣ доимӣ аст).

Фарз кунем, ки барои функсияи $S(t)$ ҳосилаи он $S'(t)=9{,}8t$ маълум аст. Оиди худи функсияи $S(t)$ чӣ гуфтан мумкин аст? Дидан мумкин аст, ки функсияи (1)-ро ҳаргуна функсияи намуди $S(t)=4{,}9t^2+C$ (2) қаноат мекунонад; C- доимӣ; ҳосилаи он ба сифр баробар аст. Дигар ҳеҷгуна функсияи $S(t)$, ки ҳосилаи он ба $9{,}8t$ баробар бошад, вуҷуд надорад. Яъне функсияи $S(t)=4{,}9t^2+C$ барои $S'(t)=9{,}8t$ ибтидоӣ ҳисоб мешавад.

Мисоли дигар. Функсияи $F(x)=-\frac{1}{x}$ барои функсияи $f(x)=\frac{1}{x^2}$ ибтидоӣ аст, зеро $(-\frac{1}{x})'=\frac{1}{x^2}$ дар фосилаи $(-\infty;0)$ ва $(0;+\infty)$.

Таъриф: Функсияи F барои функсияи f дар фосилаи додашуда ибтидоӣ номида мешавад, агар $F'(x)=f(x)$ шавад.

Мисол. $F(x)=\sqrt{x}$ барои $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ функсия ибтидоӣ аст, зеро $F'(x)=(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ дар интервали $x\in(0;+\infty)$.

Ҳамин тариқ ҳаргуна функсияи дифференсиронидашаванда барои ҳосилаи худ дар фосилаи дилхоҳ **ибтидоӣ** аст.

Истилоҳи «ибтидоӣ» (инчунин мафҳуми ҳосила)-ро Ж.Л. Лагранж (асри XVIII) дохил намудааст. Сонӣ, муаллим бо кодоскоп ҷадвали зеринро нишон медиҳад ва хонандагон онро пур мекунанд.

Ҷадвали функсияҳои ибтидоии зеринро пур намоед.

№	f(x)	F(x)
1.	0	....
2.	1	....

3.	x	$\frac{1}{2}x^2+C$
4.	$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}+C$
5.	Sinx	- Cosx + C
6.	Cosx	......
7.	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	......

Бо ҳамроҳии хонандагон мисолҳои зерин ҳал карда мешаванд. Функсияҳои ибтидоиро барои функсияҳои зерин ёбед:

1) $f(x)=x$; $F(x)=\frac{x^2}{2}+C$, зеро $F'(x)=\frac{2x}{2}+0=x$

2) $f(x)=\frac{2}{3}x$; $F(x)=\frac{x^2}{3}+C$, чунки $F'(x)=\frac{2}{3}x+0=\frac{2}{3}x$

3) $f(x)=2x+1$; $F(x)=x^2+x+c$, зеро $F'(x)=2x+1$

4) $f(x)=(1-2x)(1+4x)=1+2x-8x^2$;

$F(x)=-\frac{8}{3}x^3+x^2+x+c$

5) $f(x)=x^4-3x^3+2x^2$; $F(x)=?$

6) $f(x)=2x^5; F(x)=?$

7) $f(x)=\sin x$; $F(x)=-\cos x+c$, зеро $F'(x)=\sin x$.

Чӣ тавре, ки мебинем маълум кардани функсияи $F(x)$ кори осон нест, то ба кай онро фикр карда муайян мекунем.

Оё ягон амале вуҷуд надорад, ки бо ёрии он функсияҳои ибтидоӣ қулайтар ёфта шаванд?

Мавзӯи дигар ба ҳисоб кардани масоҳати фигураҳои каҷхатта бахшида мешавад. Нишон дода мешавад, ки масоҳати

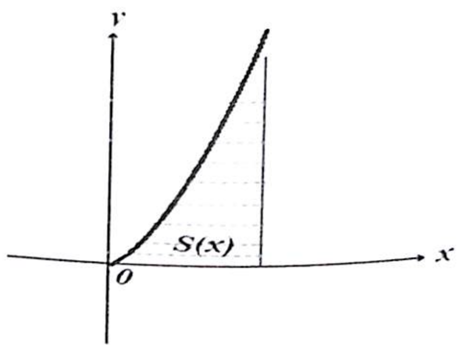
$S(x)$ трапетсияи каҷхатта барои функсияи додашуда $F(x)$ функсияи ибтидоӣ аст:

$$S'(x) = f(x).$$

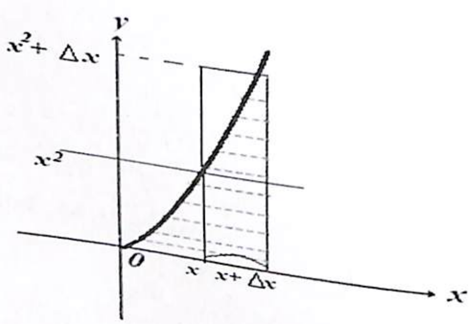
Мисол: Масоҳати $S(x)$ фигураеро меёбем, ки бо камони параболаи $y = x^2$ маҳдуд карда шудааст. Агар x афзояд $x+\Delta x$, онгоҳ $S(x)$ ҳам меафзояд: $\Delta S(x) = S(x+\Delta x) - s(x)$; $\Delta s(x)$ ба чӣ баробар аст?

Ин масоҳат: $x^2\Delta x < \Delta S(x) < (x+\Delta x)^2 \Delta x$,

$$x^2 < \frac{\Delta S(x)}{\Delta x} < (x+\Delta x)^2$$



Накшаи 1



Накшаи 2

Агар $\Delta x \to 0$, онгоҳ $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta S(x)}{\Delta x} = x^2 = S'(x)$; $S'(x) = x^2$

Функсияи ибтидоии $S'(x)$ ба чӣ баробар аст?

$S(x) = \frac{x^3}{3} + C.$

Ҳангоми $x = 0$; $S(0) = 0$; яъне $C = 0$ ва $S(x) = \frac{x^3}{3}$

2. Чӣ тавре, ки мебинем $F(x)$ яке аз функсияҳои ибтидоии $f(x)$ дар ягон фосила ҳисоб мешавад. Ҳамаи функсияҳои ибтидоӣ бошад ба $F(x)+C$ **баробар** аст. Муаллим қайд мекунад, ки мо оператсияе (амале)-ро дида мебароем, ки бо ёрии он функсияҳои ибтидоиро ёфтан мумкин бошад. Ин амал «интеграл» ном дорад. Яке аз тарзҳо (методҳо)-и дохил намудани интегралро дида мебароем.

Таъриф: Ифодаи умумии $F(x)+C$ -ҳамаи функсияҳои ибтидоии $f(x)$-ро интеграли номуайяни ин функсия меноманд ва ишора мекунанд.

$\int f(x)dx$ ($\int$ - аз калимаи summa, d – аз калимаи differentia – фарқ гирифта шудааст); $dx = \Delta x$

Мисол:

1) $f(x) = x$; $F(x) = ?$; $F(x) = \frac{x^2}{2} + C$; $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$

2) $f(x) = \frac{1}{x^2}$; $F(x) = ?$; $F(x) = -\frac{1}{x} + C$; $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$.

Чаро калимаи «номуайян»-ро истифода бурдем? Ин чунин маъно дорад, ки мо кулли функсияҳои ибтидоиро дида мебароем. Дар дарси гузашта муқаррар карда шуда буд, ки барои ёфтани масоҳати трапетсияи каҷхатта дар фосилаи (а, в): $S = F(b) - F(a)$ *мешавад*; $F(b) - F(a)$ функсияҳои ибтидоӣ барои $F(x)$ мебошад.

Лейбнитс қабул кард, ки ифодаи $F(b) - F(a)$ ин тавр навишта шавад:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \quad (*)$$

Ва он интеграли функсияи $F(x)$ дар ҳудуди аз а то в ном дорад. Адади а – ҳудуди поёнии интеграл, в – ҳудуди болоии интеграл, функсияи $f(x)$ функсияи зери интегралӣ ва баробарии (*) интеграли муайян унвон гирифтаанд.

Интегралҳоро ҳисоб кунед:

1). $\int_1^4 dx = x\Big|_1^4 = 4 - 1 = 3$;

2) $\int_2^3 xdx$;

3). $\int_0^2 udu = \frac{u^2}{2}\Big|_0^2$;

4). $\int_2^5 tdt$;

БОБИ III. МЕТОДИКАИ ТАЪЛИМИ ГЕОМЕТРИЯ

3.1. СОХТИ МАНТИҚИИ КУРСИ ГЕОМЕТРИЯИ МАКТАБӢ

Нақша:

1. *Тарзҳои методии сохтани курси геометрияи мактабӣ (КГМ).*
2. *Тавсифи курси геометрияи мактабӣ.*

Адабиёт:

1. Методика преподавания математики в средней школе. Ч.2. –М: -1977, с.451.
2. Методика преподавания математики в восьмилетней школе. –М:-1965, с. 480.
3. А.В. Погорелов. Геометрия. 6-10. Душанбе: Маориф, 1987.

Супориш: Конспект (лот. Conspectus-хулоса) навиштан ва аз худ намудани системаи аксиомаҳои планиметрия аз китоби дарсӣ.

1) Мувофиқи барномаҳои таълимӣ курси мунтазами геометрия (қисми планиметрия) дар синфи 6 (ҳафтае 2 соатӣ) омӯзонида мешавад[11].

Дар мактуби эҳзоии «Программаи геометрия» қайд карда шудааст, ки "аз мавзӯи якуми синфи VI диққати талабагон **ба сохти мантиқии** фанни геометрия ҷалб карда шавад".

Ин чӣ маъно дорад? Умуман системаи (тартиб)-и сохтани курси геометрия чигуна бояд бошад? Муаллим бояд дастурҳои гуногунро донад, ба тарзи баёни материали онҳо шинос шавад, бартарӣ ва норасогии ҳар як аз онҳоро фаҳмида гирад.

[11] Аз рӯи барномаи имрӯза омӯзиши «Геометрия» аз синфи 7 оғоз меёбад.

Барои сохтани КГМ талаботҳои зерин: принсипи илмӣ, дастрас, системанокӣ ва айёниятнокии таълим ба инобат гирифта мешавад.

Аз ҳамин нуқтаи назар системаи сохтани КГМ гуногун шуда метавонад. Методист – математики рус Н.А Извольский соли 1948 китоби "Геометрия дар ҳамвори"-ро нашр намуд. Материали китоб чунон ҷойгир карда шудааст, ки **пай дар пайи онҳо** аз тарафи хонандагон **табиӣ** қабул карда мешавад. Ин дастур (қатъи) мантиқан сохта нашудааст.

Мазмуни барномаҳои таълимӣ ва китобҳои дарсӣ аз он вобастагӣ доранд, ки дар геометрия кадом ақида (аз нуқтаи назари илми ҳозиразамон) муҳимтар ҳисобида мешавад.

Масалан, то солҳои 70 яке аз ғояҳои пешбарандаи геометрия **табдилдиҳиҳои геометрӣ** ба шумор мерафт. Дар китоби дарсии А.П.Киселёв (Геометрия. Қ-1, 1958) оид ба ин ақида ҳарфе гуфта нашудааст. Дар курси геометрияи элементарии Н.А.Глаголев (Қ-1. Планиметрия, 1954) ба ин проблема эътибори ҷиддӣ дода шудааст. Дар он мафҳуми симметрияи тирӣ ва марказӣ барои исботи як қатор теоремаҳо истифода бурда шудааст ва фигураҳои монанд бошад дар асоси табдилдиҳии гомотетӣ баён карда мешаванд. Барои талаботҳои амалӣ дар курси планиметрия баъзе қисмҳои тригонометрияи ростхатта: функсияҳои тригонометрии кунҷи тез ва ҳалли секунҷаҳои росткунҷа дохил карда шуда буданд. Сохти курси геометрияро муаллифон аз рӯи салоҳдиди худ интихоб мекунанд.

Курси геометрияро бе ҷудо намудани қисми планиметрия ва стереометрия сохтан мумкин аст. Боҳам якҷо намудани ду қисми геометрия номи **фузионизмро** гирифтааст.

Тадбиқи ин ақидаҳоро дар китобҳои дарсии С.А. Богомолов (Геометрия. Курси систематикӣ. 1949) ва Н.Душин (Курси геометрияи элементарӣ.1923) дидан мумкин аст. Аммо ингуна тарзи сохтани курси геометрия дар мактаб ҷорӣ нагардид. Дар ҳозира ингуна кӯшишҳо аз тарафи прафессор П. Эрдниев ба чашм мерасад.

Акнун ба тартиби ҷойгиршавии мавзӯъҳо дар китобҳои дарсӣ як назар меафканем.

Дар «Ибтидо»-и Евклид теоремаҳое, ки дар исботи онҳо аксиомаи параллелӣ истифода бурда намешаванд, пеш ҷойгир шудаанд. Геометрияи Лежандр (охири асри XVIII), А.Ю.Давыдов ва А.П. Киселев ҳамин тавр сохта шудаанд. Дар онҳо аввал мавзӯи «Секунҷаҳо» ва баъд «Хатҳои рости параллелӣ» баён ёфтаанд.

Аз нуқтаи назарӣ педагогӣ ва методӣ ингуна ҷойгиркунии материал дар таълими геометрия норасогиҳои зиёд дошт: теорема дар бораи суммаи кунҷҳои дарунии секунҷа то мавзӯи «хатҳои параллелӣ» мавкуф гузошта мешуд, теорема доир ба хосиятҳои кунҷи берунаи секунҷа аз тарафи хонандагон **сатҳи аз худ карда мешуд**.

Ин душвориҳоро ба назар гирифта бисёр муллифон аз он ҷумла Н.А.Глаголев мавзӯи «хатҳои рости параллели»-ро пеш аз «секунҷаҳо» гузошт. Китобҳои дарсии минбаъда низ ҳамингуна рафтор карданд. Инак, ба сохти КГМ диққат медиҳем. Дар ин хусус Программаи соли 1980 чунин қайд мекунад:

«Микдори на он қадар зиёди мафҳумҳои асосӣ ҷудо карда мешаванд, ки онҳо возеҳ нишон дода шуда, мафумҳои боқимонда ба воситаи ин маҳумҳои асосӣ муайян карда мешаванд, ҳамаи ҷумлаҳо бо ёрии мафҳумҳои асосӣ ё мафҳумҳое, ки соҳиби таърифанд баён карда мешаванд, як миқдор ҷумлаҳо ҷудо карда шуда ба сифати аксиомаҳо қабул карда мешаванд, ҷумлаҳои боқимонда ба намуди теоремаҳо исбот карда мешаванд».

Курси геометрияи мактабӣ (планиметрия) дедуктивӣ–дар асоси аксиоматикӣ сохта шудааст.

Масалан, курси геометрияи 6-8 (дар зери таҳрири А.Н. Колмогоров) чунин сохта шуда буд. Дар сарсухани китоб чор мафҳуми асосии геометрӣ: **нуқта, хати рост, ҳамворӣ ва масофа аз як нуқта ба нуқтаи дигар** бе таъриф, ҳамчун маълум қабул карда шудаанд[12].

Сонӣ, хосиятҳои ин мафҳумҳо муайян карда мешавад. Ин хосиятҳо дар §6 **аксиома** ном гирифтаанд. Бо рӯйхати ҳамаи аксиомаҳо хонандагон баъдтар шинос карда мешаванд. Дар асоси мафҳумҳо ва аксиомаҳо геометрияро сохтан мумкин аст.

Ба саволи сохти мантиқии геометрия хонандагони синфи 6 дар охири банд пункти 10 ҷавоб мегиранд: курси систематикии геометрия сохти мантиқии зеринро дорост:

1. Мафҳумҳои асосӣ бе таъриф баён карда мешавад.
2. Бо ёрии онҳо мафҳумҳои дигари геометрӣ таъриф дода мешаванд.
3. Аксиомаҳо баён карда мешаванд.
4. Дар асоси аксиомаҳо ва таърифҳо теоремаҳо исбот карда мешаванд.

Дар охири соли таҳсил хонандагони синфи 8 ба сохти мантиқии геометрия пурра шиносоӣ пайдо мекарданд. Сонӣ, системаи аксиомаҳо (тааллуқдорӣ 1_1–1_3,масофа 11_1–11_3, тартиб 111_1–111_4, ҳаракатӣ (ҳамворӣ*)* – IV, параллелӣ –V, ҷамъ -12 аксиома) баён ёфта буданд. Ҳамин тавр, мувофиқи китоби дарсии пештара хонандагон амиқ ба сохти мантиқии геометрия дар синфи 8 сарфаҳм мерафтанд.

Ба маврид аст, қайд намоем,ки мувофиқи программаи нав (V-XI, 1986) хонандагон ба сохти мантиқии курси геометрия дар синфи IX шинос мешаванд. [Зеро омӯзиши геометрия на аз синфи 6, балки аз синфи VII сар мешавад]. Ба ин максад сӯҳбати алоҳида ҷудо карда шудааст.

[12] Дар китоби Ҷ. Шарифов, У.Бурҳонов. Геаметрия. 7-8 Душанбе: Матбуот 2000 низ дар боби 1 (синфи 7) оид ба мафҳумҳои оддитарин: нуқта, хат, хати рост, ҳамворӣ маълумот дода шудааст. Ҳамин тавр сохти мантиқии геометрия ибтидо мегирад.

2) Дастури А.В. Погорелов низ дар асоси аксиоматикӣ навишта шудааст. Агар китоби дарсии геометрияи Колмогоров дар асоси ақидаи назирияи маҷмуъҳо навишта шуда бошад, пас А.В.Погорелов тарафдорӣ баёни анъанавии курси геометрия аст. Ҳамаи материали китоб дедуктивӣ – аз рӯи 10 аксиома баён шудааст.

Мафҳумҳои асосӣ (бе таъриф): нуқта, хати рост, тааллуқ дорад ба, мехобад байни, дарозии порча, ченаки кунҷ мебошанд.

А.В. Погорелов – «Мавҷудияти секунҷаи ба секунҷаи дода шуда баробарро» ҳамчун аксиома қабул мекунад. Ин аксиома имконият медиҳад, ки аломати баробарии секунҷаҳо бо осонӣ исбот карда шавад. Ақидаи бо тарзи аксиоматикӣ сохтани геометрияро А.В.Погорелов дар §1 амалан татбиқ мекунад. Онҳо аксиомаҳо не, хосиятҳои асосии фигураҳои геометрӣ ном гирифтаанд.

Оид ба мафҳуми таъриф А.В.Погорелов чизе намегӯяд, вале дар §1 шарҳи онро медиҳад: «Ба ягон чӣ **таъриф** додан ин чӣ будани онро фаҳмондан аст.» (Г. 6-8, с.14, 1983). §1 - баёни сарсухан, аз §2 –баёни систематикии курс сар мешавад. Дар синфи 7 тригонометрия дохил карда шудааст. Функсияҳои тригеонометрӣ дар ҳудуди 0^0 то 180^0 омӯхта мешавад. Ҳамаи масъалаҳо аз Рыбкин гирифта шудааст,кунҷи ихтиёрӣ дида баромада намешавад. Табдилдиҳиҳои геометрӣ дар охири синфи 7 вомехӯрад. Ба табдилдиҳиҳои геометрӣ таъриф дода мешавад, ки он дар китоби геометрияи Колмогоров набуд. Вектор ва параллелекӯчонӣ дар синфи 8 омӯзонида мешавад.

Таҳлил, муҳокима родан ва асоснок намуданро А.В. Погорелов мақсади асосии таълими геометрия мешуморад. Воситаи таълими геометрия масъала ҳисоб мешавад. Қисми зиёди дарс бояд барои ҳал намудани масъалаҳо сарф карда шаванд. Геометрияӣ А.В.Погорелов барои хонандагон навишта шудааст. Онро хонандагон баъди фаҳмондани муаллим истифода бурда метавонанд.

А.В. Погорелов ба нақша диққати махсус медиҳад; нақша роҳи исботро муайян мекунад –қайд мекунад ӯ. Таърифҳои мафҳумҳо асосан **генетикӣ** (пайдоишӣ) ва **конструктивианд**. А.В. Погорелов мешуморад, ки ҳангоми навиштани исбот чӣ дода шудааст ва чиро исбот кардан лозим аст навиштан шарт нест (барои ин нақша хизмат менамояд). Аз рӯи таълимоти психология ин тасдиқ хилофӣ надорад, аммо навиштан шарт аст.

Ҳамаи фигураҳоро А.В. Погорелов ба ду синф (класс) чудо мекунад: фигураҳое, ки ҳамаи нуқтаҳои он дар ҳамворӣ воқеанд (доира, квадрат ва ғайра) ва баръакс (онҳо фигураҳои фазоӣ ном гирифтаанд: кура, параллелепипед ва др). А.В. Погорелов ду истилоҳ: секунҷа ва секунҷаи ҳамворро истифода мебарад. Истилоҳи секунҷаш ҳамвор ҳангоми омӯзонидани масоҳатҳо истифода бурда мешавад. Секунҷа гуфта умуман секунҷаи каркасӣ фаҳмида мешавад. Дар ҳамаи дастур (6-10) 1200 масъала вуҷуд дорад. Онҳо аз рӯи принсипи содда ба мураккаб ҷойгир нестанд. Масъалаҳо баъди §§-ҳо омадаанд. Дар дастур намунаи ҳалли масъалаҳо оварда шудаанд.

Ин масъалаҳоро бояд муаллим ва хонандагон ҳал кунанд. Кори мустақилонаи хонандагонро аз рӯи саволҳо ва ҷавобҳо ташкил кардан мумкин аст. Падару модарон ҳам метавонанд аз рӯи ин саволҳо дониши фарзандонашонро санҷанд.

Умуман геометрияро бо тарзҳои зерин сохтан мумкин аст:

А-формалӣ-мантиқӣ (курси геометрияи универсалӣ);
В-айёнӣ - дедуктивӣ (системаи аксиомаҳо пурра нест);
С- индуктивӣ -дедуктивӣ (аксиома надорад, исбот ҳаст);
Д- индуктивӣ – эксперименталӣ.

3.2. МЕТОДИКАИ ҶОРИ НАМУДАНИ ДАРСҲОИ АВВАЛИНИ КУРСИ СИСТЕМАТИКИИ ГЕОМЕТРИЯ

Нақша:

1. *Тавсифи умумии дарсҳои аввалини курси планиметрия.*
2. *Методикаи ҷорӣ намудани дарсҳои аввалини курси планиметрия.*

Адабиёт:

1. Гастева С.А. и др. Методика преподавания математики в 8 летней школе. –М:-1965, с. 600.
2. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе. -М:-1954, С. 343-347.
3. Погорелов А.В. Геометрия. 6-10. -Душанбе: Маориф,1987.

Супориш: Навиштани реферат дар мавзӯи: «Мафҳумҳои асосие, ки дар дарсҳои аввалини планиметрия омӯхта мешаванд».

1. Мувофиқи программаи нав (V-X, 1986) материали геометрӣ аз синфи IV бардошта шуда, он дар синфи V дар мавзӯи «Чен намудани бузургиҳои геометрӣ» гирд оварда шудаанд. Албатта ин норасогии программаи нав аст.

Муаллим аз дарсҳои аввалин сар карда ба тадбиқи амалии геометрия бояд аҳамият диҳад; машқҳои хусусияти амали дошта интихоб намояд (ингуна масъалаҳо дар китоби А.В. Погорелов хеле кам аст ва онҳо ҳам талаботи имрӯзаро қаноат намекунанд). Бо ин роҳ ба муаллим муяссар мегардад, ки хонандагон назарияро беҳтар азхуд намоянд ва аз тарафи дигар шавқу рағбати онҳо ба фан зиёд мешавад.

Инкишофи тасаввуроти фазоӣ, тафаккури мантиқӣ ва ба амал овардани малакаю маҳорати амалии хонандагон дар дарсҳои геометрия вазифаи асосии муаллим ҳисоб мешавад.

1. Дарсҳои аввалини геометрия ба хонандагон бояд нишон диҳанд, ки шаклҳои фазогии дунёи реалӣ предмети омӯзиши геометрия аст. Дар ҳар лаҳза муаллим аз тасаввуроти

амалии хонандагон бояд истифода намояд. Шарт нест, ки муаллим ба хонандагон фарқи байни ҷисми геометрӣ ва физикиро баён кунад. Фаҳмондадиҳии дуру дароз низ ба натиҷаи манфӣ оварда мерасонад. Хонандагонро ҳарчӣ тезтар ба амалиёт, ба иҷрои супоришҳои мушаххас даъват кардан лозим аст.

Аз ин рӯ, дарсҳои аввалини геометрия аз муаллим тайёрии ҳаматарафа (мавҷуд будани асбобҳои хониш, моделҳои фигураҳо, истифодаи воситаҳои техникӣ)-ро талаб мекунад.

Муаллим ҳаминро низ ба эътибор гирад, ки мақсади омӯзиши геометрия-азхуд намудани асосҳои ин фан дар асосҳои аксиоматикӣ мебошад. Ғайр аз ин хонандагон дар синфҳои IV-V ба баъзе материалҳои геометрӣ (пропедевтикаи курс) шинос ҳастанд. Чунончӣ, онҳо ба мафҳумиҳои порча, хати рост, нур, кунҷ, секунҷа, квадрат, росткунҷа, давра, доира, баробарии фигураҳо, симметрияи фигураҳо, куб, параллелопипеди росткунҷа, кураро медонанд; ба бузургиҳои дарозӣ, масоҳат, ҳаҷм, ченаки градусии кунҷ (воҳидҳои бузургиҳо), масштаб, масоҳати росткунҷа ва секунҷаи росткунҷа, ҳаҷми параллелопипеди росткунҷа, формулаи дарозии давра ва масоҳати доира, сохтани порча ва кунҷ, сохтани перпендикуляр ба хати рост, тасвири ададҳо дар хати рост, системаи координатаи росткунҷагӣ ва ҳоказо (аз рӯи барномаи амалкунанда - 1986-1987) шинос ҳастанд. Ҳангоми таълими дарсҳои аввалини курси мунтазами геометрия ӯ ба донишҳои ибтидоии хонандагон аз геометрия бояд такя кунад. Агар дар ин соҳа норасогиҳо вуҷуд дошта бошад, муаллим барои бартараф намудани онҳо кӯшиш намояд.

2. Акнун оид ба методикаи дарсҳои аввалини геометрия истода мегузарем. Омӯзиши планиметрия аз «Хосиятҳои асосии фигураҳои геометрии соддатарин» сар мешавад (16-соат). Муаллим бо сарсухани кӯтоҳ дарси якумро баён мекунад: геометрия бевосита аз талаботи амалии одамон ба вуҷуд омадааст. Олимони Юнони Қадим мешумориданд, ки гаҳвораи

геометрия Миср аст. Фалес, Пифагор, Демакрит, Евдокс ва др., ки ба онҳо баъдтар шинос мешавем ба Миср ва Вавилон сафар карда, мусиқӣ, математика ва астрономияро омӯхтаанд. Бесабаб нест, ки Фалеси милетӣ дар геометрия исботро дохил намудааст.

Геометрия барои мисриҳо на танҳо барои барқарор кардани сарҳади заминҳои назди ҳавлигӣ баъди обхезиҳои дарёи Нил, инчунин барои корҳои гуногуни хоҷагӣ (кандани каналҳо, сохтани пирамидаҳои мӯҳташам, буридани сангҳои мармар ва ҳоказо) зарур буд. Аз ин рӯ, калимаи «геометрия» (юнонӣ «гео-замин», «метрия-ченкунӣ») маънои заминченкуниро дорад. Ғайр аз ин масъалаҳое, ки онҳо дар папирусҳо навишта шуда то ба мо омада расидаанд дар бораи ҳисоб намудани масоҳатҳо ва ҳаҷмҳо баҳс мекунанд.

Баъдтар геометрия хосияти **фигураҳо** ва **ҷисмҳоро** меомӯхтагӣ шуд. Донистани геометрия ба муҳандис, баҳрнавард, артиллерист, астроном ва ғайра зарур аст. Қисми геометрия, ки хосиятҳои фигураҳои ҳамворро меомӯзад **планиметрия** ном дорад.

Геометрия кадом хосиятҳои фигураҳоро меомӯзад? Фигураҳо ва ҷисмҳои гуногун (доскаи синф, модели ҷисмҳо, деталҳо ва ғ.)-ро дида баромада, муаллим қайд мекунад, ки геометрия шакли ҷисм, андозаи он, ҷойгиршавии қисмҳои онро меомӯзад. Аз кадом материал ҷисм сохта шудааст, рангаш чӣ хел аст, чӣ қадар вазн дорад барои геометрия фарқ надорад. Ба ин мақсад ба хонандагон ҷисмҳои аз материалҳои гуногун сохта шударо, ки шаклҳои якхела доранд нишон додан шарт аст. Муаллим савол мегузорад, ки онҳо дар синфҳои поёнӣ кадом фигураҳои геметриро омӯхтаанд. Бо супориши муаллим хонандагон хати бурриши ду девор, нуқтаи бурриши ду роҳи оҳанро дар карта, куб, параллелопипеди росткунҷа ва ҳоказоро нишон медиҳанд. Онҳо хати рост, нуқтаро нишон дода таъриф намедиҳанд.

Муаллим қайд мекунад, ки акнун хосиятҳои фигураҳо пурра омӯхта мешаванд. Баъди сарсухан муаллим ба муайян намудани мафҳуми **фигураи геометрӣ** мегузарад. Геометрия хосияти фигураҳоро меомӯзад; дар ҳаёт фигураҳо бисёр дучор меоянд: фигураи шоҳмот, фигураи рақсӣ ва ҳоказо. Инҳо фигураҳои геометрӣ нестанд.

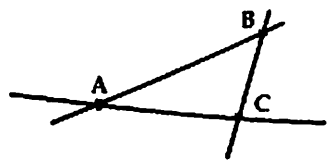
Фигураҳои геометрӣ: секунҷа, квадрат, доира, куб ва ҳоказоҳо мебошанд. Ин фигураҳоро нишон диҳед ва онҳоро бо ҳарфҳо ишора кунед.

Нуқта ва хати рост фигураи асосии геометрия дар **ҳамворӣ** мебошад. Дар маҳал нуқтаҳоро бо ёрии чубчазанӣ маълум мекунанд. Бо ёрии ду чӯбча хати рост кашидан мумкин **аст.** Хатҳои рост бо ёрии хаткашак сохта мешавад.

Ишораи нуқтаҳо: А, Б, С,Д….. Хатҳои рост: а, в, с, д…..

Ҳаргуна фигураи геометрӣ аз нуқта иборат аст.

Машқ: 1) Аз болои нуқтаҳои А, Б, С чанд хати рост гузаронидан мумкин аст.



Ҷавобро асонок кунед.

2) Ҳар кас муайян кунад, ки аз болои нуқтаҳои А, Б, С, Д чанд хати рост мегузарад.

Мустаҳкамкунӣ. Ба хонандагон вақт ҷудо кардан лозим аст, ки матни китоб (с.3-4)-ро хонанд. Сонӣ муаллим тавсия медиҳад, ки чӣ тавр саволҳо барои такрорро ҳангоми иҷрои вазифаи хонагӣ истифода бурдан мумкин аст.

Вазифаи хонагӣ: саволҳо барои такрор 1-6 (ҷавобҳоро тайёр кунед!)

Машқҳои 1-3.

Дарси дуюм. Хосиятҳои асосии тааллуқдории нуқтаҳо ва хатҳои рост

Дар ин дарс мафҳумҳои нав: тааллуқ дорад (барои нуқтаҳо ва хатҳои рост) ва якдигарро мебуранд (барои хатҳои

рост) дохил карда шуда, ду аксиома (I_1-I_2) дида баромада мешавад ва теоремаи якум-хосияти 1.1 исбот карда мешавад.

Мақсади дарс: мустаҳкам намудани истилоҳҳои қабулшуда дар баёни боҳамҷойгиршавии нуқтаҳо ва хатҳои рост.

Омӯзиши материали навро аз рӯи нақшаи зерин сар кардан мумкин аст.

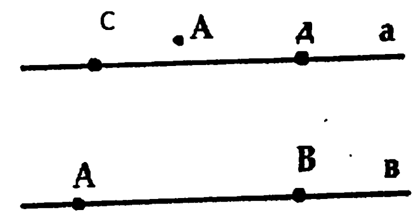
1) Нуқта ба хати рост тааллуқ дорад ё ин ки хати рост аз болои нуқта мегузарад.

2) Хатҳои рости а ва в дар нуқтаи С ҳамдигарро мебуранд ё ин ки нуқтаи С-нуқтаи бурриши хатҳои рости а ва в мебошад.

3) Хосиятҳои асосии таалуқдории нуқтаҳо ва хатҳои рост дар ҳамворӣ;

4) Хосияти 1.1;

5) ҳалли масъалаҳо.



Муаллим: Ба расм диққат медиҳем.

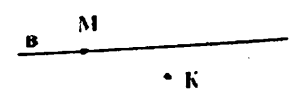
Нуқтаҳои С ва Д дар хати рости а **воқеанд**.

Нуқтаҳои С ва Д ба хати рости а **таалуқ доранд**.

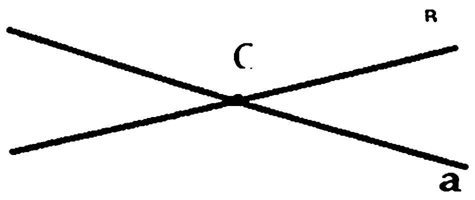
Хати рости в аз болои **нуқтаҳои А ва В мегузарад**.

Ҳамаи ин се ҷумла ҳамон як маъно дорад.

Ба хонандагон тавсия карда мешавад, ки аз рӯи нақшаи зерин бо ҳамҷойгиршавии нуқтаҳо ва хати ростро баён кунанд:

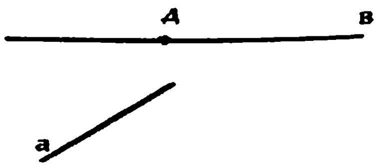


Муаллим: Акнун ба нақшаи зерин диққат диҳед:



Хати рости а ва **в дар** нуқтаи С якдигарро мебуранд. Ё бо тарзи дигар: нуқтаи С-нуқтаи бурриши хати рости а ва в аст.

Муаллим: оё дар нақшаи поён хати рости а ва в ҳамдигарро мебуранд?



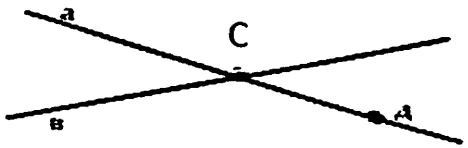
Сонӣ муаллим мазмуни хосиятҳоро шарҳ медиҳад **ва** онҳоро бо нақшаҳо мефаҳмонад. Ӯ медонад, ки ин хосиятҳо баъдтар номи аксиомаро мегиранд.

l_1. Хати рост чӣ хеле, ки бошад, нуқтаҳое мавҷуданд, ки ба ин хати рост тааллуқ доранд ва нуқтаҳое мавҷуданд, ки ба ин хати рост тааллуқ надоранд.

l_2. Аз ду нуқтаи дилхоҳ хати рост гузаронидан мумкин аст ва фақат якто.

Муаллим: Оё ду хати рости гуногун аз якто зиёд нуқтаи бурриш дошта метавонанд?

Ба нақша назар мекунем:



Фарз кунем, ки ду хати рости а ва в ду нуқтаи бурриши гуногун С ва D-ро доранд, онгоҳ аз болои нуқтаҳои **С** ва **D** ҳар яке аз хати рости а ва в мегузашт, ки ин ба хосияти l_2 муқобил аст.

Муаллим таъкид мекунад, ки ин хосияти фигурароро бо роҳи муҳокимаронӣ аз рӯи хосиятҳои дигар ҳосил кардем.

1.1. Ду хати рости гуногун ё якдигарро намебуранд ва ё якдигарро дар як нуқта мебуранд.

Дар асл ин хосият теорема аст, вале муаллим ҳанӯз теорема намегӯяд.

Мустаҳкамкунӣ.

Вазифаи хонагӣ: саволҳо барои такрор:7-9, №4, §1 (аз китоби дарсӣ).

3.3. МЕТОДИКАИ ОМӮЗИШИ БИСЁРКУНҶАҲО ДАР МАКТАБ

Нақша:

1. *Мавқеи мавзӯъ дар курси геометрияи мактабӣ.*
2. *Методикаи дохил намудани мафҳуми хати шикаста.*
3. *Методикаи омӯхтани бисёркунҷаҳои барҷаста.*
4. *Методикаи омӯхтани бисёркунҷаҳои мунтазам.*
5. *Методикаи дохил намудани мафҳуми дарозии давра.*

Адабиёт

1. Брадис В.М.. Методика преподавание математики в средней школе. –М:- 1954, с.371
2. Тесленко И.Ф. О преподавании геометрии в средней школе. –М:-1985, с.80
3. Погорелев А.В. Геометрия. 6-10. Душанбе-1983, с.151-172.

Супориш

Навиштани реферат дар мавзӯи: «Масоҳати бисёркунчаҳо»

1. Мавзӯи сеюми курси геметрияи синфи 8-ро «Бисёркунчаҳо» (12 соат) ташкил медиҳад[13]. Дар ин мавзӯъ ҳамингуна материали геометрӣ ҷамъ оварда шудааст, ки дар назари аввал чунин менамояд, ки гӯё онҳо ба ҳамдигар алоқаманд нестанд: хати шикаста, бисёркунҷаҳои барҷаста ва мунтазам, дарозии давра, кунҷи марказӣ ва камони давра. Агар ба моҳияти материал сарфаҳм рафта нашавад бешубҳа ҳар як банд бе алоқамандии якдигар омӯзонида мешаванд. Дар амал ҳамаи мавзӯъҳои номбаршуда боҳам алоқаманданд. Инро дида мебароем. Дар ҳамаи мавзӯъҳои пештараи синфҳои 6-8 хосиятҳои фигураҳо дар ҳамворӣ омӯхта шудаанд. Худи ***ҳамворӣ*** ҳамчун фигураи алоҳида , ҳамчун объекти фазоӣ бо хосиятҳояш омӯхта нашуда буд. Хонандагон бо образи идеалии (қисми) ҳамворӣ дар шакли материал (миз, шиша, об дар кул ва ғайра) шинос шуда буданд. Дар синфи 8 имконият пайдо шудааст, ки хосиятҳои худи ҳамворӣ (тақсим кардани ҳамворӣ ба қисмҳо; ба забони заминченкунандаҳо-тақсим намудани сатҳи замин ба қисмҳо) омӯхта шаванд.

Дар синфи 6 хосияти одитарин-ҷудо намудани ҳамворӣ ба ду нимҳамворӣ аз рӯи хати рост (аксиомаи II_2) хосияти нуқтахои ҳамворӣ ҳангоми таърифи давра ва **ҷ.г.н** истифода шудаанд. Баъди дохил намудани системаи координат-***ҳамворӣ*** хосияти координатиро қабул кард. Аз нуқтаҳои ҳамворӣ (ҷуфти ададхо) истифода бурда параллелкучонӣ ва хосиятҳои он, баробарии векторҳо ва амалҳо бо онҳо омӯхта шуданд. Дар мавзӯи «Бисёркунчаҳо» бисёр мафҳумҳо конструктивӣ дохил карда мешаванд. Нуқтаҳои додашуда, порчаҳо пайваст карда мешаванд (нишон дода намешавад, ки онҳо ба ҳамворӣ тааллуқ доранд).

Ба нақшадарории мавзӯъ дар маҷаллаи «МВШ» №5,1984 дарҷ ёфтааст.

2.Таълими мавзӯъ (1 соат) бо хонандагон он қадар душворие намеоварад, зеро материали таълимӣ чандон муракқаб нест. Дарсро бо методи саволу ҷавоб ташкил кардан мумкин аст.

Муаллим: Якчанд нуқтаҳоро дар ҳамворӣ мегирем.

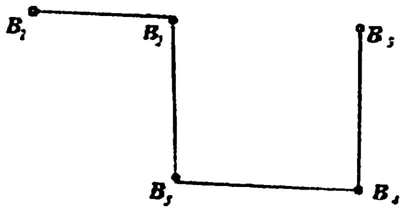
(B_1, B_2, …., B_5) ва онҳоро бо порчаҳои B_1B_2, B_2B_3, B_3B_4, B_4B_5 пайваст мекунем.

Дар натиҷа хати шикастаи $B_1B_2B_3B_4B_5$ пайдо мешавад.

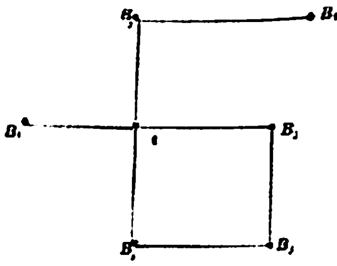
B_1,B_2,…. , B_5 –қулаҳои хати шикаста;

B_1B_2 , …. , B_4B_5- қисмҳои хати шикаста.

[13]) Мавзуъҳои зикршуда дар китоби дарсии муаллифон Ҷ.Шарифов, У. Бурҳонов. Геометрия. 7-9 (Душанбе: Матбуот, 2002) ба синфи 7 ва 9 тааллуқ дорад.



Муаллим ва бо ёрии он талабагон таърифи хати шикастаро медиҳанд.



Таъриф. Фигурае, ки аз нуқтаҳои $B_1, \ldots, B_5$ ва порчаҳои онҳоро пайвасткунанда ($B_1B_2, \ldots, B_4B_5$) ташкил шуда аст, хати шикастаи $B_1B_2B_3B_4B_5$ ном дорад. Дар расм ***хати шикастаи содда*** тасвир ёфтааст, зеро он худашро намебурад.

Муаллим: канӣ, хати шикастае кашед, ки худашро буррад!

Хонандагон хатњои шикастаи гуногун мекашанд.

Муаллим: дарозии хати шикастаро чи хел ёфтан мумкин аст?

Хонандагон: ***суммаи*** дарозиҳои ҳамаи қисмҳои хати шикастаро меёбем.

Сонӣ теоремаи зерин исбот карда мешавад.

Теорема. Дарозии хати шикаста аз дарозии порчае, ки нӯгҳои онро пайваст мекунад, хурд нест.

Теорема барои n-нуқтаҳо исбот карда мешавад (дар расм бошад n нуқта кашидан мумкин нест). Муаллим метавонад теоремаро барои 5 ё ин ки 6 нуқта исбот карда барои n нуқта хулоса барорад.

$B_1B_2B_3B_4B_5$- хати шикаста, агар B_1-ро ба B_3 пайваст намоем, онгоҳ хати шикаста $B_1B_3B_4B_5$ ҳосил мешавад, ки дарозии он аз дарозии хати шикастаи додашуда калон нест зеро мувофиқи нобаробарии секунҷа $B_1B_3 < B_1B_2 + B_2B_3$. Агар B_1B_3 -ро ба B_1B_4 иваз кунем, онгоҳ $B_1B_3B_4$ ҳосил мешавал, дарозии

он аз дарозии хати шикастаи додашуда калон нест.Дар охир порчаи B_1B_5 ҳосил мешавад, ки нӯгҳои хати шикастаро пайваст мекунад. Аз ин ҷо мебарояд, ки дарозии хати шикаста аз дарозии порчаи нугҳои онро пайвасткунанда хурд нест.

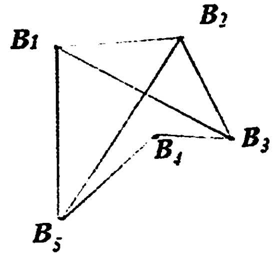
Ба сифати мустаҳкамкунӣ машқи зеринро дида баромадан мумкин аст.

Дар бораи ду хати шикастае, ки дар як ҳамворӣ мехобанд чӣ гуфтан мумкин аст? Ба хона масъалаи (1) аз китоб, саҳифаи 152.

Хонандагон дар ин мавзӯъ ба якчанд мафҳумҳои нав шинос мешаванд.

3. Ҳангоми дохил намудани мафҳуми бисёркунҷаи барчаста (2 соат) ду истилоҳ: «хати шикастаи содда» ва «хати шикастаи соддаи маҳдуд» истифода карда мешавад. Пас аз ин ба ***ҳамворӣ*** – бисёркунҷаи ҳамвор таъриф дода мешавад.

Агар нӯгҳои хати шикаста ҳамҷоя шаванд, **хати шикастаи сарбаста** ҳосил мешавад. Агар қисмҳои ҳамсояи хати шикастаи соддаи сарбаста дар як хати рост воқеъ набошанд, онро **бисёркунҷа** меноманд. Қуллаҳои хати шикаста- қуллаҳои бисёркунҷа, қисмҳои хати шикаста тарафҳои бисёркунҷа ном доранд. Порчаҳое, ки қуллаҳои ҳамсоя набудаи бисёркунҷаро пайваст мекунад, диагоналҳо номида мешаванд. Бисёркунҷае, ки n-то қулла ва n-то тараф дорад, n-кунҷа ном дорад.

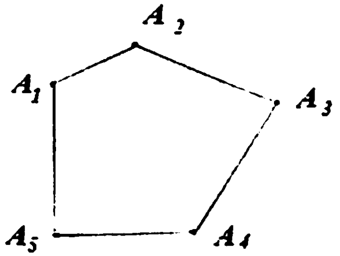


Қисми охирдори ҳамворӣ, ки бо бисёркунҷа маҳдуд аст, **бисёркунҷаи ҳамвор** ё соҳаи бисёркунҷа ном дорад.

Муаллим: аз B_4 ва B_3 хати рост мегузаронем; мебинем, ки бисёркунҷа дар ду тарафи ин хати рост ҷойгир шудааст. Агар бисёркунҷа нисбат ба хати росте, ки тарафашро дарбар мегирад, дар як нимҳамворӣ воқеъ бошад, бисёркунҷаро **бисёркунҷаи**

барҷаста меноманд. Дар расми боло бисёркунҷаи ғайри-барҷаста тасвир ёфтааст.

Кунҷе, ки тарафҳои аз як қулла бароянда бисёркунҷаро ташкил медиҳад, кунҷи бисёркунҷаи барҷаста ном дорад.



Баъди ин мафҳумҳо теорема дар бораи суммаи кунҷҳои n-кунҷаи барҷаста исбот карда мешавад:

$$\boxed{180^0(n-2)}$$

Барои мустаҳкамкунӣ:

а) бисёркунҷа 4 кунҷи тез дорад. Нишон диҳед, ки он барҷаста нест.

б) Се кунҷи бисёркунҷаи барҷаста ба 80^0 дигарашон ба 150^0 баробар аст. Ин бисёркунҷа чандто қулла дорад (5-то)

Барои хона: саволҳои 3, 4, 5, №5, 6

Дарси дуюм ба исботи теоремаи суммаи кунҷҳои n-кунҷаи барҷаста бахшида мешавад.

Муаллим омӯзиши мавзӯро аз масъалаи (№16, 812) зерин сар мекунад: аз як қуллаи n-кунҷа чандто диагонал гузаронидан мумкин аст?

Ба ҳамаи қуллаҳо ғайр аз ду қуллаи ҳамсоя, диагонал гузаронидан мумкин аст, яъне (п-3)-то.

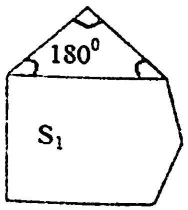
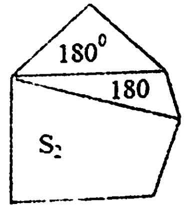
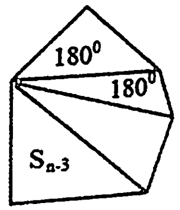
Муаллим: Суммаи кунҷҳои секунҷаро ёбед. -180^0

Суммаи кунҷҳои чоркунҷаро ёбед (ба ду секунҷа ҷудо кардан мумкин). -360^0

Суммаи кунҷҳои панҷкунҷаро ёбед (бо чоркунҷа ҷудо кардан мумкин). -540^0

Сонӣ муаллим чунин савол мегузорад: Суммаи кунҷҳои n-кунҷаро чӣ тавр ҳисоб кардан мумкин аст? Ба хонандагон мақсади асосии мавзӯъ фаҳмонида мешавад: n-кунҷа ба воситаи диагонал, ки аз қуллаи бисёркунҷа мегузарад ба секунҷа

ва (n-1) кунҷа ҷудо карда мешавад, он гоҳ суммаи кунҷҳои n-кунҷа $S_n=180^0+S_1$ (S_1-суммаи кунҷҳои (n-1) кунҷа) мебошад; S_1-ро бо ёрии диагонал ба секунҷа ва (n-2) кунҷа ҷудо мекунем: $S_1=180^0+S_2$ ва ин протсесро давом дода бисёркунҷаи охирин (n-3)-ро бо ёрии диагонал ба ду секунҷа ҷудо мекунем.

Суммаи кунҷаҳои n-кунҷаи барҷаста S=180 (n-2)		
Миқдори диагонал		
1	2	3
		
$S_n=180^0+S_1$	$S_n=180^0\cdot2+S_2$	$S_n=180^0\cdot(n-3)+180^0$

Муаллим нақли худро аз рӯи ҷадвали зерин шарҳ медиҳад:

Дар охир теорема шарҳ дода мешавад: $\boxed{S_n=180^0\cdot(n-2)}$

Мустаҳкамкунӣ: а) Суммаи кунҷҳои 10 кунҷа,15-кунҷаро ёбед б) Бисёркунҷа чанд-то тараф дорад, агар суммаи кунҷҳои он ба 1620^0; 1800^0 баробар бошанд? (11, 12)

Супориш ба хона: саволи 6, №7, 8, §12

4. Барои омӯхтани мавзӯъ 4-соат ҷудо карда шуда аст.

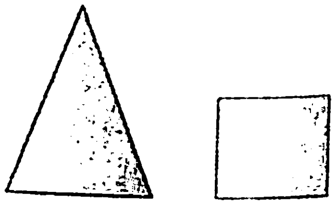
Муаллим: агар дар бисёркунҷаи барҷаста ҳамаи тарафҳо баробар ва ҳамаи кунҷҳо баробар бошанд, ингуна бисёркунҷаро **бисёркунҷаи мунтазам меноманд**. Баъд муаллим бисёркунҷаи мунтазам (секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа, шаш-кунҷа)-ро дар доска аз рӯи нақша ё ки аз кардон сохта шуда шарҳ медиҳад.

Барои мустаҳкамкунӣ саволҳо дода шуда масъала ҳал кардан лозим аст:

а) Чигуна секунҷа (чоркунҷа)-ро мунтазам меноманд?

б) Кадом чоркунҷаи барҷаста баробартараф буда мунтазам нест?

в) Бузургии кунҷи куллаи ихтиёрии секунҷа, чоркунҷа, панкунҷаи мунтазам ба чӣ баробар аст?



секунҷаи баробартараф *квадрат*

г) Бузургии кунҷи берунии ҳаргуна n-кунҷаи мунтазам ба чӣ баробар аст?

$$180^{0}-\frac{180^{0}\cdot(n-2)}{n}=\frac{360^{0}}{n}$$

д) Бисёркунҷаи мунтазам чанд тараф дорад, агар кунҷи назди куллаи он ба 108^{0} баробар бошад?

$$\frac{180^{0}\cdot(n-2)}{n}=108^{0};\ n=5.$$

Супориш: №10 (1), 11(1)}12.

Дар дарси дуюм мафҳумҳои бисёркунҷаи дарункашидашуда ва берункашидашудаи давра омӯхта мешавад.

Муаллим **сӯҳбатро** ин тавр сар карда метавонад.

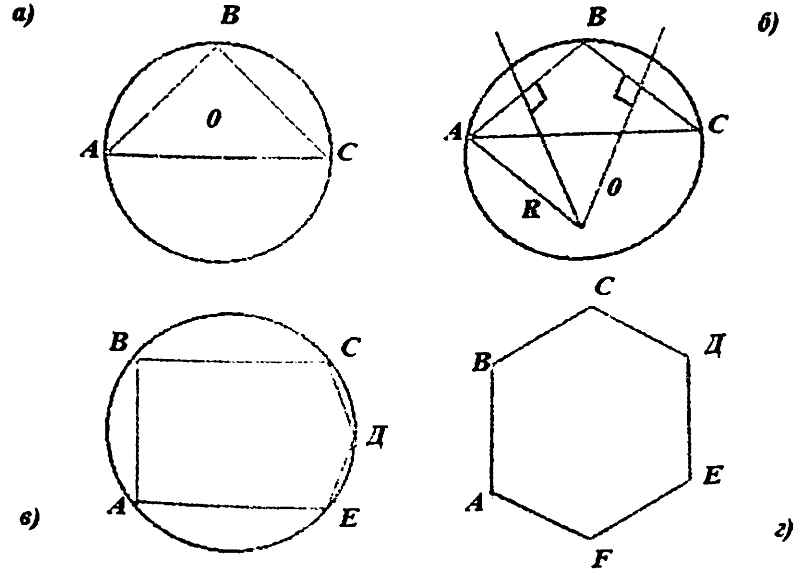
Муаллим: чигуна секунҷаро секунҷаи дарункашидашудаи давра ё ки чигуна давраро давраи берункашидашудаи секунҷа меноманд? Ҷавоби хонандагон асоснок карда мешавад (расми а).

Муаллим: Чӣ тавр маркази давраро, ки дар атрофи секунҷа кашида шудааст, ёфтан мумкин аст? Радиус ба чӣ баробар аст? (расми б).

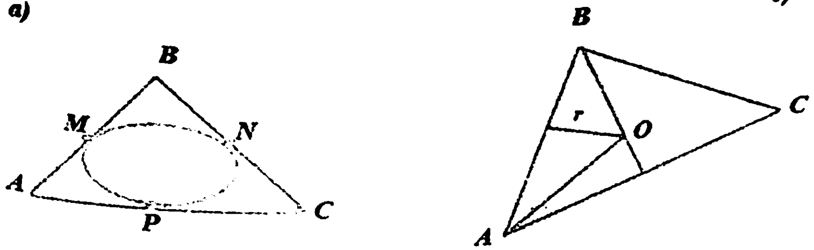
Муаллим: Пас, бисёркунҷаи дарункашидашудаи давраро чӣ тавр таъриф додан мумкин аст? (расми в).

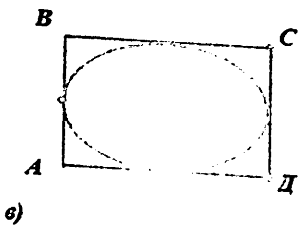
Муаллим: Оё дар атрофи ҳаргуна бисёркунҷаи мунтазам давра кашидан мумкин аст?. Ҳа (расми г).

Айнан ҳамин тавр муаллим дар бораи давраҳои дарункашидашуда дар бисёркунҷаҳо савол мегузорад ва ҳангоми сӯҳбат расмҳоро истифода мебарад.

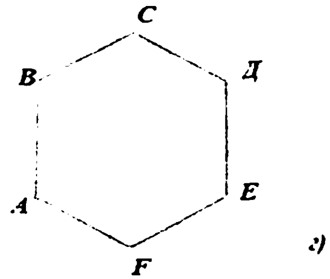


Барои қисми дуюм низ якчанд-то фигура тасвир мекунем.





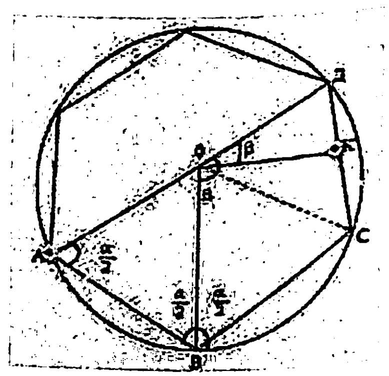
в)



г)

Баъди ин тайёриҳо теорама шарҳ дода, исбот карда мешавад.

Теорема. Бисёркунҷаи барҷастаи мунтазам, бисёркунҷаи дарункашидашудаи давра ва бисёркунҷаи берункашидашудаи давра мебошад.



Исботро аз рӯи китоби дарсӣ гузаронидан мумкин аст. A ва B-қуллаҳои ҳамсояи биёркунҷа; биссектрисаи кунҷҳоро мегузаронем, онҳо дар нуқтаи 0 ҳамдигаро мебурранд.

ΔAOB –баробарраҳлӯ, кунҷҳои назди асосаш $\frac{\alpha}{2}$ аст.

Нуқтаи 0-ро ба C пайваст мекунем.

ΔABO=ΔCBO, зеро 0B-тарафи умумӣ;

AB=BC ҳамчун тарафҳои бисёркунҷа, кунҷҳои назди қуллаи B ба $\frac{\alpha}{2}$ баробар аст. Пас, ΔOBC секунҷаи баробарпаҳлӯ мебошад ва кунҷи назди қуллаи C ба $\frac{\alpha}{2}$ баробар аст. CO- биссектрисаи кунҷи C-и биёркунҷа мебошад. Ҳамин тавр агар нуқтаи O-ро бо дигар қуллаҳои секунҷа пайваст намоем, секунҷаи баробарпаҳлӯ ҳосил мешавад.

Яъне ҳамаи қуллаҳои бисёркунҷа дар давраи марказаш O ва радиусаш баробари тарафи паҳлӯи секунҷа воқеъ мебошанд.

Дар секунҷаи ОСД:

$$\beta = 180^0 - (90^0 + \frac{\alpha}{2}) = 90^0 - \frac{\alpha}{2} = 90^0 - \frac{180^0 \cdot (n-2)}{2 \cdot n} = \frac{180^0}{n};$$

$$R = ОД = \frac{КД}{\sin\beta} = \frac{a}{2\sin\frac{180^0}{n}}; \quad r = OK = \frac{КД}{tg\beta} = \frac{a}{2tg\frac{180^0}{n}};$$

$$R_3 = \frac{a}{2\sin 60} = \frac{a}{\sqrt{3}}; \quad r_3 = \frac{a}{2\sqrt{3}}; \quad R_4 = \frac{a}{\sqrt{2}}; \quad r_4 = \frac{a}{2}; \quad R_6 = a;$$

$$r_6 = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Мустаҳкамкунӣ:

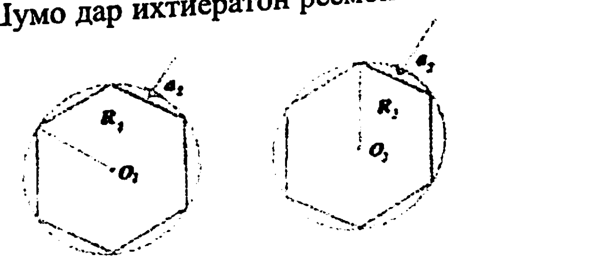
а) Дар атрофии секунҷа. (чоркунҷа)-и мунтазам давра кашед.

б) Дар даруни секунҷа. (чоркунҷа)-и мунтазам давра кашед.

Супориш: саволи 7; №10(2), 12,

5. Ба омӯзиши дарозии давра 1 соат вақт ҷудо карда шуда аст. Таълими мавзӯъро ба тариқи зайл сар кардан мумкин аст.

Муаллим: Бачаҳо, чӣ тавр мо формулаи дарозии давраро надониста дарозии давраи бурриши кундалангии сутуни дарахтро ёфта метавонем. Шумо дар ихтиёратон ресмон ва хаткашак доред. Албатта хонандагон нишон медиҳанд, ки ресмонро гирдогирди сутун тоб дода баъд дарозии онро чен мекунем. Беҳтар аст, ки



ин корро барои дарахти шакли силиндри дошта амалан иҷро кард.

Сонӣ, муаллим дар доска (ё бо ёрии кодоскоп) давра кашида савол мегузорад: агар дар ихтиёри мо танҳо хаткашак бошад, онгоҳ дарозии давраро чӣ тавр ёфтан мумкин аст? Ақида: дар давра бисёркунҷаи барҷастаи мунтазами тарафҳояш зиёд кашида периметри онро чен кардан лозим аст.

Дарозии давра аз периметр вобаста аст.

Теорема (12,4) шарҳ дода мешавад: **нисбати дарозии давра ба диаметраш аз давра вобаста нест, яъне барои ду давраи дилхоҳ якхел аст.**

Муаллим, пешакӣ, дар доска навиштаҳои зеринро қайд мекунад:

Дода шуда аст. ℓ_1-дарозии давраи радиусаш R_1;

ℓ_2-дарозии давраи радиусаш R_2.

Исбот карда шавад: $\frac{\ell_1}{2R_1}=\frac{\ell_2}{2R_2}$. Фарз кунем, ки: $\frac{\ell_1}{2R_1}\neq\frac{\ell_2}{2R_2}$

Бигузор $\frac{\ell_1}{2R_1}\prec\frac{\ell_2}{2R_2}$ бошад, он гоҳ $\frac{P_1}{2R_1}\leq\frac{P_2}{2R_2}$ * (P_1 ва P_2 – периметрҳои n-кунҷаи барҷастаи мунтазам, тарафҳояшон кифоя зиёд);

$$P_1=a_1\cdot n;\ P_2=a_2\cdot n$$

$$P_1=2R_1\cdot n\ \sin\frac{180^0}{n};\ P_2=2R_2\cdot n\cdot\sin\frac{180^0}{n};\ \frac{P_1}{2R_1}=n\cdot\sin\frac{180^0}{n};$$

$\frac{P_2}{2R_2}=n\cdot\sin\frac{180^0}{n}\Rightarrow\frac{P_1}{2R_1}=\frac{P_2}{2R_2}$, ки ин ба нобаробарии (*) мухолиф аст. Ба тариқи аналогӣ муҳокима ронда нишон додан мумкин аст, ки $\frac{\ell_1}{2R_1}$ аз $\frac{\ell_2}{2R_2}$ калон шуда наметавонад.

Яъне: $\frac{\ell_1}{2R_1}=\frac{\ell_2}{2R_2}$

Нисбати дарозии давра ба диаметрашро бо ҳарфи юнонии $\pi=(\pi\varepsilon\rho\acute{\iota}\varphi\varepsilon\rho\iota\alpha$ – *давра*$)$ ишорат мекунанд: $\frac{\ell}{2R}=\pi$

Адади π-ирратсионалӣ аст. Қимати тақрибии он π =3,1416. Соли 1961 машинаи ИБМ-7090 адади π-ро то 100625 аломат ҳисоб кард. Машина 8 соату 1 дақиқа кор кард.

$$\ell=2\pi R \text{ ё } \ell=\pi d$$

Мустаҳкамкунӣ: №32(1) §12; №33 §12.

Ба хона: саволҳои 10, 11, №32(2), 35, 37, 40, §12

3.4. МЕТОДИКАИ ОМӮЗИШИ СОЗИШҲОИ ГЕОМЕТРӢ

Нақша:

1. *Созишҳои геометрӣ дар сифҳои VI.*
2. *Созишҳои геометрӣ дар сифҳои VII.*
3. *Созишҳои геометрӣ дар сифҳои VIII.*

Адабиёт

1. Гастева С.А. и др. Методика преподавания матиматике 8-ей школе. -М:-1965, с.571;
2. Погорелов А.В. Геометрия. 6 – 10. Душанбе 1987;
3. Столяр А.А. Педагогика математики. –Минск-1974, с.337.

1. Ба созишҳои геометрӣ бо ёрии хаткашак, паргор хонандагон аз синфи **5** шинос ҳастанд. Аз ин рӯ, дар дарсҳои авалини геометрияи синфи 6 онҳо сохтанҳои гуногунро (бо ёрии асбобҳои нақшакашӣ: хаткашак, паргор, транспортир ва ғайра) иҷро мекунанд. Созишҳои геометрӣ имконият медиҳанд, ки хонандагон хосиятхои фигураҳоро дурусттар фаҳмида гиранд, материали назариявиро истифода намоянд.

Масъалае, ки дар он аз рӯи баъзе элементҳо ва дигар шартҳо сохтани фигура талаб карда мешавад, масъалаи созиш ном дорад.

Масъалаҳо оид ба созиш аз асбобҳои нақшакашӣ вобастагӣ дорад. Ҳамон як масъаларо бо ёрии асбобҳои нақшакашӣ бо тарзҳои гуногун ҳал кардан мумкин аст.

2. Раванди ҳалли масъалаҳо оид ба сохтан анъанавӣ аз чор этап (давр): **таҳлил, созиш, исбот** ва **тадқиқ** иборат аст.

Мақсади таҳлил – тартиб додани нақшаи ҳалли масъала аст. Дар ин маврид фигураи матлуб сохташуда ҳисоб карда мешавад ва ё шарти масъаларо ба якчанд кисмҳо ҷудо мекунанд.

Созиш – ба амал овардани нақшаи ҳалли масъала мебошад.

Исбот – муайян кардани дурустии ҳалро мефаҳмонад.

Тадқиқ – муайян намудани миқдори ҳалли масъала аст.

Дар китоби дарсӣ (А.В. Погорелов. Г. 6-10) оид ба масъалаҳои созиш дар синфи 7 ба ду этапи ҳалли масъала: сохтан ва исбот диққат дода мешаваду халос. Барнома низ ҳаминро талаб мекунад. Ба сифати асбобҳои нақшакашӣ хаткашак ва паргор истифода бурда мешаванд.

Бо ёрии хаткашак хати рости дилхоҳ, хати рости дилхоҳи аз нуқтаи додашуда гузаранда кашидан мумкин аст.

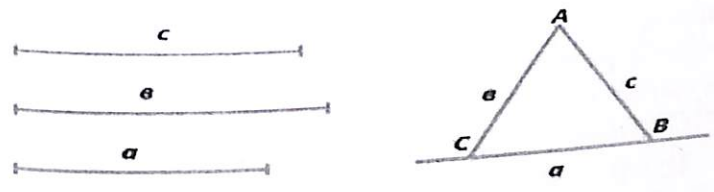
Ба воситаи **паргор** аз маркази дода шуда давраи радиусаш маълумро кашидан мумкин аст; дар хати рост (аз нуқтаи дода **шуда**) порчи маълумро ҷудо кардан мумкин аст.

3. Дар синфи VII созишҳои зерин иҷро карда мешавад: сохтани секунҷа аз рӯи таърифҳояш, сохтани кунҷи ба кунҷи дода шуда баробар, тақсими порча ба ду қисми баробар, сохтани хати рости перпендикуляр[14].

Ин масъалаҳоро дида мебароем.

Масъалаи 1. Секунҷаи тарафҳояш дода шуда а, в, с сохта шавад.

Дода шуда аст:



Сохта шавад △ABC

14) дар китоби дарсии муаллифон Ҷ.Шарифов, У.Бурҳонов.-«Геометрия. Синфи 7» боби алоҳида ба «Сохтани геометрӣ» ҷудо карда шудааст, ки масъалаҳои созишро дарбар мегирад.

Таҳлил. Талаб карда мешавад, ки секунҷаи матлуб аз рӯи се тараф сохта шавад. Фарз кунем, ки секунҷаи АВС сохта шудааст (бо даст мекашем!).

Бо ёрии хаткашак хати рости дилхоҳ мегузаронем ва дар он нуқтаи ихтиёрии В-ро ишора мекунем.

Паргорро ба андозаи a баробар карда, аз нуқтаи B давраи радиусаш а-ро мекашем. Нуқтаи бурриши давра ва хати ростро бо C ишора мекунем. Акнун паргорро бо андозаи c кушода, аз маркази B бо ин радиус давра мекашем. Аз маркази C бо радиуси $в$ давра мекашем. Онҳо дар нуқтаи A якдигарро мебуранд. Секунҷаи ҳосилшудаи ABC секунҷаи матлуб аст.

Созиш. 1. Хати рости дилхоҳи t-ро мегирем ва дар он нуқтаи B-ро қайд мекунем.

2. давраи радиусаш A ва марказаш дар нуқтаи B бударо мекашем.

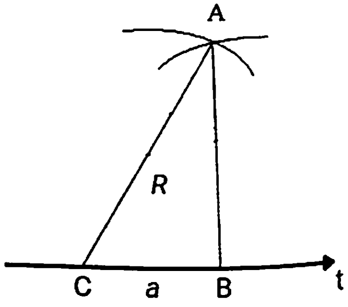
3. нуқтаи буриши давра бо хати ростро бо C ишора мекунем .

4. аз нуқтаи C бо радиуси $в$ давра мекашем.

5. аз нуқтаи B бо радиуси c давра мекашем.

6. буриши ин давраҳоро бо A ишор мекунем.

7. порчаҳои AC ва AB-ро мегузаронем.



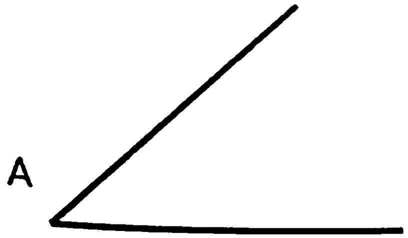
Секунҷаи ҳосилшудаи ABC – секунҷаи матлуб аст.

Исбот. Секунҷаи ABC шарти масъалаи дода шударо қаноат мекунад, зеро мувофиқи созиш $BC = a$, $AB = в$ ва $AB = c$ мебошанд.

Чӣ тавре ки қайд шуд **тадқиқ** гузаронидан шарт нест.

Масъалаи 2. Аз нимхати рости додашуда кунҷи ба кунҷи додашуда баробарро ҷудо карда созед.

Масъалаи 3. Биссектрисаи кунҷи додашуда сохта шавад. Дода шуда аст.

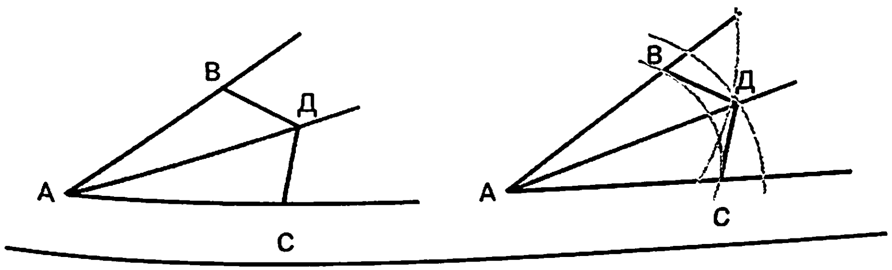


Бессектрисаи кунҷи А-ро созет.

Созиш: Аз қуллаи А, чун аз марказ давраи радиусаш дилхоҳ мекашем. Давра тарафҳои кунҷро дар нуқтаҳои B ва C мебурад.

Аз нуқтаҳои B **ва** C бо ҳамин радиус (ва ё радиуси дилхоҳ) давраҳо мекашем. Д – нуқтаи буриши ин давра мебошад.

Нимхати рости $АД$-ро мегузаронем. Ин нимхати рост $\angle BAC$-ро ба ду қисми баробар тақсим мекунад.



Исбот:

$\angle A = \angle BAC$ – мувофиқи созиш.

$AB = AC$ – радиусҳои ҳамон як давра.

$BД = ДC$ – радиусҳои ҳамон як давра.

$\Delta BAД = \Delta ДAC$; $AД$-тарафи умумӣ.

Пас: $\angle ДAB = \angle ДAC$.

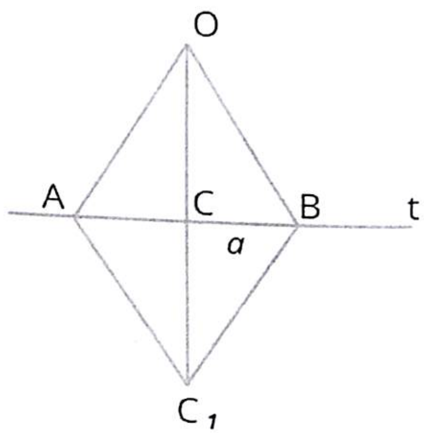
Қайд кардан лозим аст, ки дар ҳалли масъалаҳои созишҳои геометрӣ дар ҳамворӣ асосан се метод: а) ҷои геометрии нуқтаҳо (методи буриш); б) ҷойивазкунӣ (параллелкучонӣ, гардиш, симметрияи тирӣ) ва в) методи монандӣ истифода бурда мешавад. Ҳамаи созишҳои геометрӣ дар синфи 6 ба **ҷ.г.н.** (методи буриш) асос меёбанд.

Моҳияти **ҷ.г.н**-ро дар масъалаи тақсими порча ба ду қисми баробар дида мебароем.

Масъалаи 4. Порча ба ду қисми баробар тақсим карда шавад.

Дода шуда аст:

Талаб карда мешавад, ки он ба ду қисми баробар тақсим карда шавад.



Созиш. Дар хати рости дилхоҳи t бо ёрии паргор порчаи a -ро мегузорем. Охирҳои порчаро бо A ва B ишора мекунем. Аз ин нуқтаҳо бо радиуси AB давра мекашем.

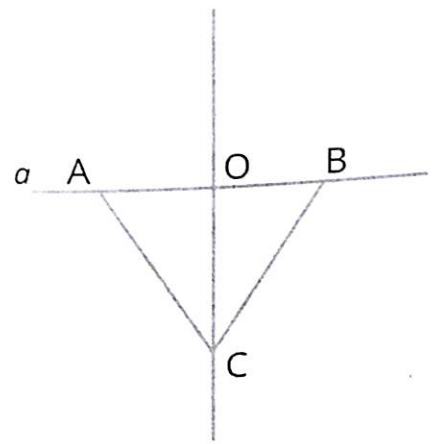
Нуқтаҳои буришро бо C ва C_1 ишора мекунем. Порчаи CC_1 хати рости AB-ро дар нуқтаи 0 мебурад. Ин нуқта миёнаҷои порчаи AB аст.

Эзох: Хонандагон бояд хати рости дилхохро кашида ва нуқтаи дилхоҳро қайд карда тавонанд.

Исбот. $\Delta CAC_1 = \Delta CBC_1$ (аломати сеюми баробарии секунҷаҳо) $\angle ACO = \angle BCO$ (аз рӯи аломати якуми баробарии секунҷаҳо). Тарафҳои AO ва BO тарафҳои мувофиқанд. $AO = OB$ ва 0 миёнаҷои порчаи AB аст.

Масъалаи 5. Аз нуқтаи дода шудаи O хати рости ба хати рости додашудаи a перпендикуляр гузаронида шавад.

Мавриди 1. (Нуқтаи 0 дар хати рост мехобад)



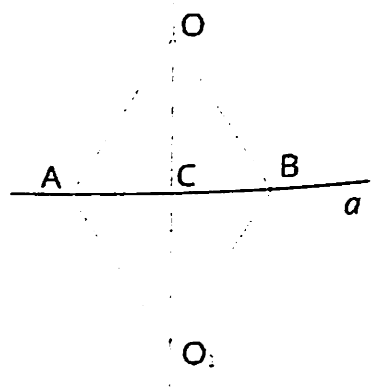
$AO = OB$, $AC = BC$,
$0C$ тарафи умумӣ, $\Delta AOC = \Delta BOC$,
$\angle AOC = \angle BOC$.
Пас, хатҳои рости OC ва AB перпендикуляранд.

Мавриди 2. Нуқтаи 0 берун дар хати рост)

$AB x 00_1 = C_1$

$\Delta AOB = \Delta AO_1 B$

$AC_1 = C_1 B$; $OO_1 \perp = AB$

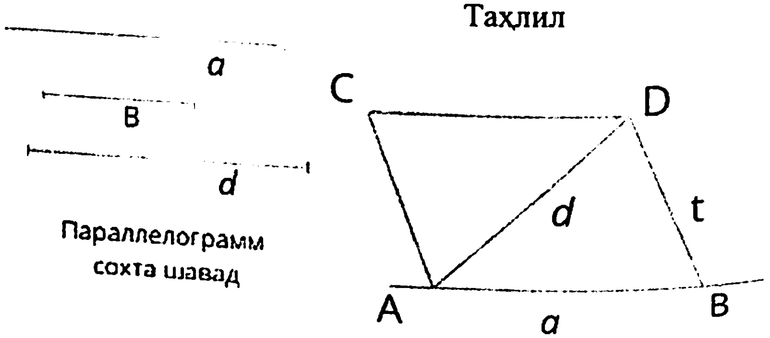


2. Дар синфи 7 маҳорати масъалаҳалкунии хонандагон оиди сохтан доир ба чоркунҷаҳо боз ҳам инкишоф меёбад. Методи буриш **(ҷ.г.н.)** дар сохтани чоркунҷаҳо васеъ истифода бурда мешавад. Чунончӣ, масъалаи зеринро (№19 (1), саҳ.75) мегирем:

Аз рӯи ду тараф ва диагонал параллелограмм созед.

Дода шуда аст.

Таҳлил



Созиш.

1. Дар хати рост t AB-ро мегузорем;
2. Бо радиуси d давра мекашем.
3. Аз нуқтаи A ва B бо радиуси в давра мекашем.
4. Буриши давраҳои радиусашон d ва в нуқтаи Д-ро медиҳанд.
5. Аз нуқтаи Д бо радиуси а давра мекашем.

6. Буриши в ва а нуқтаи С-ро медиҳад.
7. Фигураи АВСД параллелограмм аст.

Исбот.

$AД = d$; $\left.\begin{matrix} AC=ДB=в \\ CД=AB=a \end{matrix}\right\}$ мувофиқи созиш.

$CД \parallel AB; AC \parallel BД$: чоркунҷаи $ABCД$ параллелограми матлуб аст.

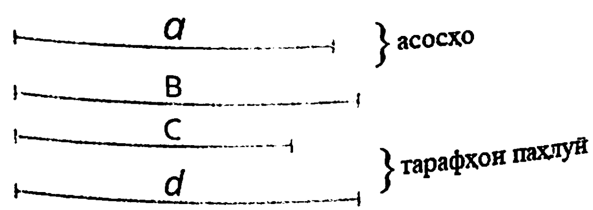
Баъзе методистон зарур мешуморанд, ки дар сифҳои VII-VIII ба воситаи савол муайян кардан лозим аст, ки масъала чанто ҳал дорад.

№20, 30, 34 ва др.-ро ба методи буриш сохтан мумкин аст.

Дар синфи VII хонандагон бо методи ҷойивазкунӣ шинос мешаванд. Онҳо бояд фигураҳои геометриро бо ин метод сохта тавонанд. Барои шарҳи метод плани ҳалли чанд масъаларо, ки дар он намудҳои гуногуни ҷойивазкунӣ (параллелкӯчонӣ, гардиш ва тири симметрия) истифода бурда мешаванд, мисол меорем.

Масъала (65). Аз рӯи асосҳо ва тарафҳои паҳлӯӣ трапетсия созед.

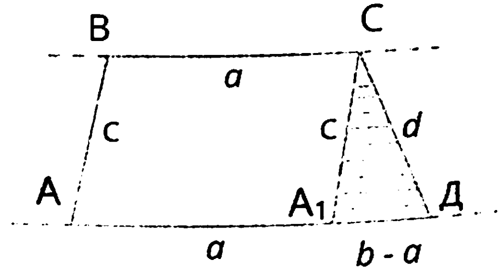
Дода шуда аст.



Трапетсия сохта шавад

Таҳлил. Чигуна амал намоем, ки то ки аз рӯи дода шудаҳо трапетсия ҳосил шавад. Ин ҷо методи параллелкӯчониро истифода менамоем. Моҳияти метод: яке аз элементҳои хатии фигураи матлуб ба худаш ҳамин тавр параллел кӯчонида мешавад, то ки имконияти сохтани фигураи ёрирасон аз ҳисоби додашудаҳо пайдо шавад.

Тарафи АВ-ро ба худаш параллелкарда мекӯчонем; секунҷаи A_1СД-и иловагиро ҳосил мекунем, ки аз ин секунҷа чен карда трапетсияи матлубро сохтан мумкин аст

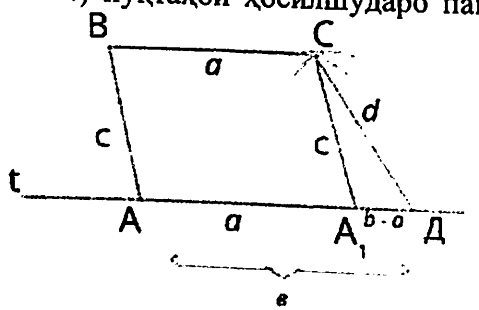


Созиш: 1) дар **хати рости t нуқтаи ихтиёрии** А-ро мегирем ва аз он сар карда a баъд (в-а)-ро мегузорем;

2) аз нуқтаҳои A_1 ва Д бо радиуси с ва d давраҳо мекашем ва нуқтаи буриши онҳо С-ро меёбем.

3) аз нуқтаи С бо радиуси а ва аз нуқтаи А бо радиуси с давраҳо мекашем, нуқтаи буриши онҳо В аст.

4) нуқтаҳои ҳосилшударо пайваст менамоем; чоркунҷаи АВСД трапетсияи матлуб аст.



Исбот. $АД = в$ (аз рӯи созиш); $ДС = d$ (аз рӯи созиш); $AB = A_1C = a$ (созиш); $BC \parallel АД$; $АВСД$ - **трапетсия.**

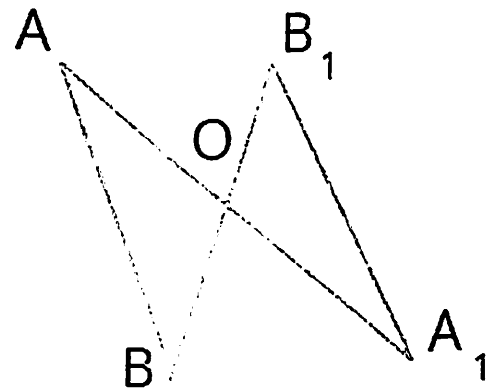
Тадқиқ. Созиш ҳамеша имконпазир аст, агар $в > a$, бояд. $в - a < c + d$ бошад.

Акнун масъалаеро доир ба **симметрия** месозем. Моҳияти методи симметрия: аввал элементҳои алоҳидаи фигураи

матлуб нисбат ба нуқта ё ин ки хати рост симметрӣ сохта мешавад, баъд ба сохтани фигура матлуб мегузаранд.

Масъала (2; саҳ.123). Порчаи АВ ва нуқтаи О, ки дар хати рости АВ воқеъ нест, дода шудааст. Фигурае, ки нисбат ба нуқтаи О ба порчаи АВ симметрӣ аст, чигуна фигура мебошад? Онро созед.

Созиш:



Бо ёрии симметрия (марказӣ) параллелограмм, ромб ва масъалаҳо ба онҳо мансубударо ҳал кардан мумкин аст.

Бо методи гардиш ва **методи монандӣ** як қатор масъалаҳои синфи VII-ро сохтан мумкин аст.

3. Масъалаҳо оид ба сохтан дар курси геометрияи синфи VIII – хеле кам дучор мешаванд[15]. Бо вуҷуди он барнома талаб мекунад, ки хонандагон бояд маҳорати масъалаҳалкуниро оид ба татбиқи хосиятҳои гомотетӣ дар масъалаҳои созиш инкишоф диҳанд ва ҳангоми омӯзиши бисёркунҷаҳои мунтазам доир ба сохтан масъалаҳо ҳал кунанд.

15) Дар китоби Ч.Шарифов, У. Бурхонов. «Геометрия. Синфи 8» масъалаҳои созиш доир ба симметрияи тирӣ ва марказӣ хеле зиёданд.

3.5. МЕТОДИКАИ ОМӮЗИШИ ТАБДИЛДИҲИҲОИ ГЕОМЕТРӢ

Нақша:

1. *Мавқеи мавзӯъ дар курси геометрии мактабӣ.*
2. *Симметрияи тирӣ.*
3. *Симметрияи марказӣ.*

Адабиёт:

1. Погорелов А.В. Геометрия 6-10. -Душанбе: Маориф, 1983.
2. Болтянский В.Г., Яглом И.М. Геометрия. Барои синфи IX. Душанбе- Маориф, 1963.

Мустақилона: Ҳаракат ва хосиятҳои он; Табдилдиҳии монандӣ, монандии фигураҳо.

1. Табдилдиҳии фигураҳо мавзӯи охирини (§9) синфи 7 аст. Ҳаҷман мавзӯъ чандон калон нест. Он аз ақидаи табдилдиҳии нуқтаи фигураҳо сар мешавад. Дар ин мавзӯъ мафҳумҳои симметрия нисбат ба нуқта ва хати рост, симметрияи марказӣ ва тирӣ ва баъди мафҳуми «ҳаракат»-гардиш, кӯчонидани параллелӣ (теоремаи 9-3) ва гомотетия омӯзонида мешавад.

Қайд. Соли 1963 китоби дарсии Болтянский В.Г. ва И.М. Яглом «Геометрия. Барои синфи IX мактаби миёна» нашр шуда, аз рӯи он хонандагони синфи IX таълим дода мешуд. Калимаи «переобразование» он солҳо «шаклдигаркунӣ» тарҷума шуда буд. Акнун бошад калимаи «табдилдиҳӣ»-ро истифода мебурдагӣ шуданд.

Ҳангоми омӯзиши ин мавзӯъ материалҳои омӯхташавандаро такрор намудан ба мақсад мувофиқ аст. Такрори материалҳоро ба воситаи ҳалли масъалаҳо (хати рости параллелӣ, чоркунҷаҳо, теоремаи Пифагор) ташкил намудан лозим аст.

Ба «Мисолҳои табдилдиҳии фигураҳо» 5 соат вақт ҷудо карда шудааст. Дар дарси якум мафҳуми табдилдиҳии фигураҳоро дода, ба табдилдиҳӣ мисолҳо овардан зарур мебошад.

Намуди якуми табдилдиҳӣ-симметрия нисбат ба нуқта омӯхта мешавад.

Дар дарси дуюм – мафҳуми фигураҳои **марказашон симметрӣ, маркази симетрии** фигураҳо дида баромада мешавад.

Дар ду дарси оянда симметрия нисбат ба хати рост ва фигураҳо дида баромада мешавад.

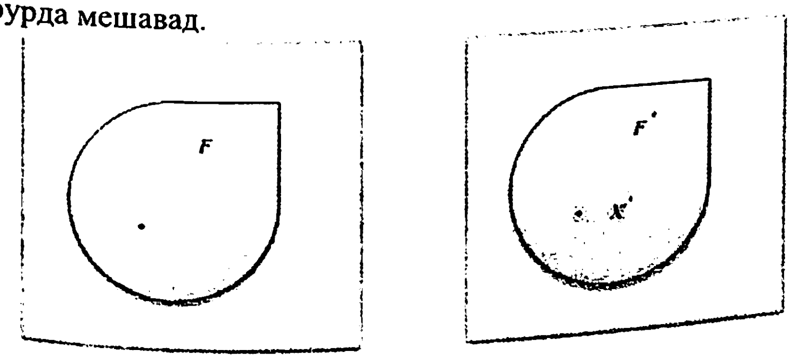
Дарси панҷум ба гомотетия нисбат ба маркази 0 бо коэффитсиенти $к$ бахшида шудааст[16].

Дарси якумро бо нақшаи зерин гузаронидан мумкин аст.

1. Мафҳум оид ба табдилдиҳии фигураи F ба фигураҳои F^1;
2. Мисолҳои табдилдиҳии фигураҳо.
3. Нуқтаҳои ба нуқтаи дода шудаи симметрӣ.
4. Табдилдиҳии симметрӣ нисбат ба нуқтаи дода шуда.

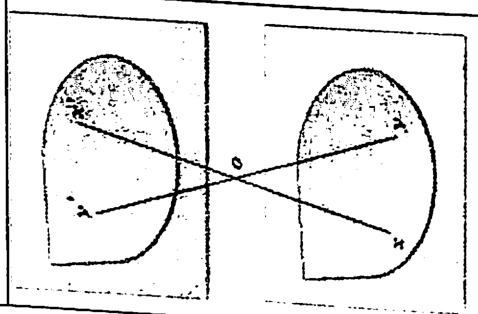
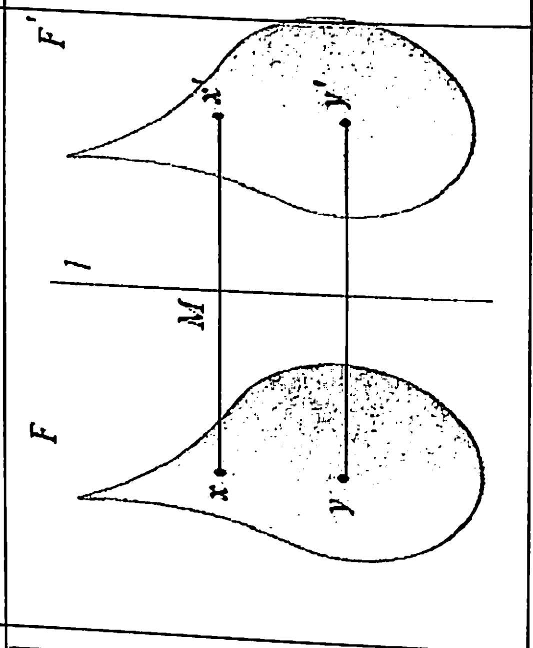
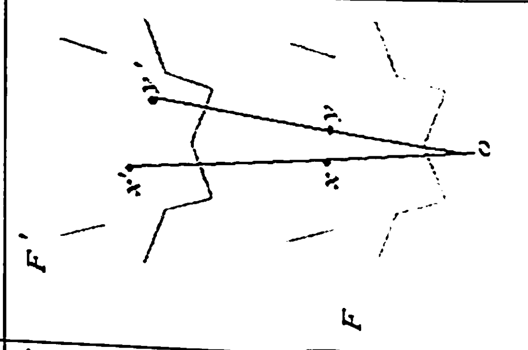
Муаллим: Агар ҳар як нуқтаи фигураро бо ягон тарз ҷойиваз намоем, фигураи нав ҳосил мешавад. Дар ин сурат мегӯянд, ки фигураи F бо ёрии табдилдиҳӣ аз фигураи F ҳосил шудааст.

Дар мисоли поён аз кодоскоп (графопроексияҳо) истифода бурда мешавад.



[16]) Ҳоло «Монанди ва гомотетия» дар синфи 9 омӯзонида мешавад.

Мисолҳои табдилдиҳии фигураҳо

Симметрия нисбат ба нуктаи 0	Симметрия нисбат ба хати рост ℓ	гомотетия нисбат ба маркази 0 бо коэффитсиенти к
		
Созиш	Созиш	Созиш
1. X∈F 2. Нури X0-ро месозем 3. X'0 =0X.	1. X∈F 2. Нури XM ⊥ ℓ месозем 3. MX' = MX	1. X∈F 2.Нури X0-ро месозем 3. 0X' = к·0X

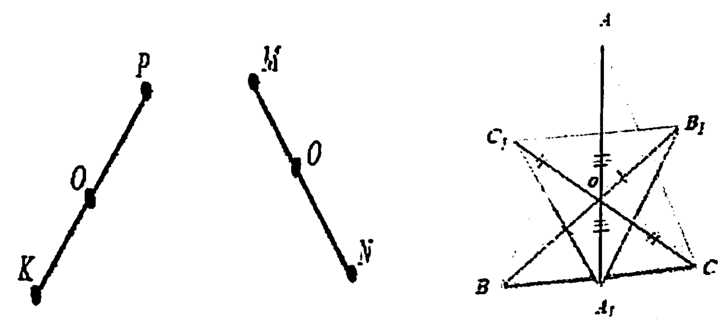
Барои табдилдиҳии фигураҳо муаллим ҷадвали зеринро тайёр мекунад. (дар он се намуди табдилдиҳӣ нишон дода шуда аст).

Қайд карда мешавад, ки дар ин дарс симметрия нисбат ба нуқта омӯхта мешавад.

Муаллим шарҳ медиҳад, ки чигуна нуқтаҳо нисбат ба нуқтаи дода шуда симметрӣ номида мешаванд. Қоидаи сохтани нуқтаи X' ба нуқтаи X нисбат ба нуқтаи 0 маълум карда мешавад.

1. Нуқтаҳои X, X' ва 0 дар як хати рост мехобанд;
2. Нуқтаҳои X ва X' дар тарафҳои гуногунии нуқтаи о ҷойгиранд;
3. 0X=0X';

Барои мафҳуми навро мустаҳкам намудан якчанд мисолҳо овардан мумкин аст.



Нуқтаҳое, ки нисбат ба нуқтаи 0 симметрианд номбар намоед.

Дарси дуюм ба мафҳуми фигураҳои марказан симметрӣ бахшида мешавад. Ба ин мақсад ба хонандагон машқҳои зерин тавсия карда мешавад.

Фигураҳое созед, ки нисбат ба нуқтаи 0 симметрӣ бошад:

а) Барои ΔABC (нуқтаи 0 дар дохили секунҷа мехобад) дар доска навиштаҳои зерин қайд карда мешавад.

$A \to A_1$; $B \to B_1$; $C \to C_1$;

$\Delta ABC \to \Delta A_1B_1C_1$.

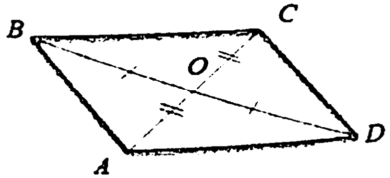
б) Барои параллелограмми ABCD (нуқтаи 0 нуқтаи бурриши диагоналҳои он аст).

$A \to C$; $AO = OC$

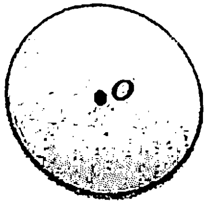
$B \to Д$; $BO = OД$

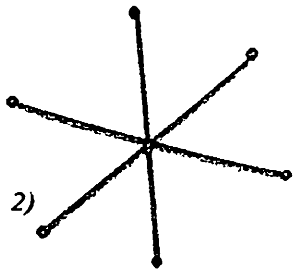
$C \to A$; $Д \to B$.

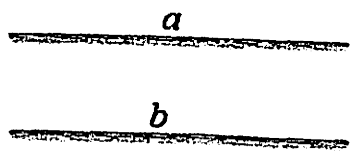
Хулоса: Табдилдиҳии марказан симметрӣ нисбат ба нуқтаи 0 параллелограммро ба худаш табдил медиҳад.

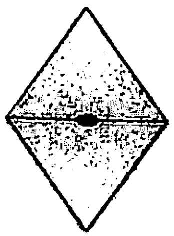


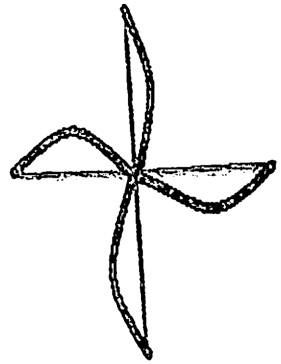
Паралле лограмм фигураи марказан симметрӣ аст. 0-маркази симметрия аст. Барои мустаҳкамкунӣ муаллим ҷадвал тартиб дода дигар мисолҳои фигураҳои марказан симметриро ба хонандагон дастрас менамояд.

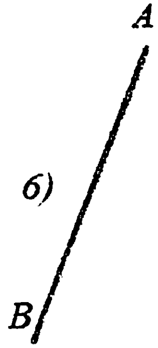
1)


2)


3)


4)


5)


б)


а) Маркази симметрияи фигураҳои 1.2...-ро нишон диҳед.

б) Исбот намоед, ки нуқтаи 0 маркази симметрияи давра аст (№3, §9).

в) Фигураҳоеро номбар кунуд, ки аз як маркази симметрия зиёд доранд (№22. §9 хатҳои рости параллелӣ аз як маркази симметрӣ зиёд доранд).

3.6. МЕТОДИКАИ ОМӮЗИШИ ВЕКТОРҲО

Нақша:

1. *Сарсухан.*
2. *Таърифи вектор.*
3. *Хосиятҳо.*
4. *Методикаи дохил намудани мафҳуми вектор дар синфи 9.*

Адабиёт:

1. Погорелов А.В. Геометрия. 6-10.-Душанбе: Маориф, 1987.
2. Гусев В.И др. Векторы в школьном курсе геометрии. -М: -Просвещение, 1976.
3. Бевз Г.П. и др. Геометрия. 9 класс .-М:-Просвещение, 1987.
4. МВШ, №2, 1980.

Мустақилона: Ҷамъи векторҳо. Зарби векторҳо ба адад. Мафҳуми скалярии ҳосили зарби векторҳо. Погорелов А.В. Геометрия. 6-10. саҳ. 134-137, 211.

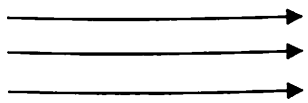
1. Мафҳуми вектор соли 1853 аз тарафи математики Ирландӣ Уилям Гамильтон дар илм дохил карда шудааст. 20-сол баъди Гамильтон олими фаронсавӣ Коши ишораи вектор $\vec{a}$-ро дохил намуд. Мешумориданд, ки вектор-мафҳуми физики аст, вале муқаррар шудааст, ки вектор - мафҳуми математикӣ мебошад. Мавзӯи «вектор» аввал дар синфи VIII ва баъд дар синфи IX ва қисман дар синфи X омӯзонида мешуд.

2. **Векторро ҳамчун "порчаи равишдор"** (Погорелов), **ҷойивазкунии параллелӣ (геометрияи Колмогоров. 6-8) таъриф** медиҳанд. Ҳамчун **объектҳои материалӣ векторҳо** дар табиат вуҷуд надоранд. Пас, дар бораи кадом вектор сухан меравад? Вектор-образи идеалӣ (фр. ideal- мафҳум) буда ва барои мақсадҳои амалӣ ба вуҷуд омада аст.

Дар математика асосан векторҳои озод истифода бурда мешаванд. Оид ба векторҳои озод ақидаи олимон гуногун аст. Яке мешуморад ки вектори озод (a_1, a_2, a_3) аст, дигаре ҷуфти

нуқтаҳо (А, В), сеюмин порчаи равишдор → ва ғайра. Ҳамаи ин таърифҳо дурустанд; тасдиқ кардан нодуруст мебуд, ки яке аз ин таъриф (*df*)-*ҳо* дуруст буда, дигараш нодуруст аст. Вале онҳо таъриф набуда ишораи векторианд: онҳо моделҳои векторро тасвир мекунанд. Аз нуқтаи назари илми ҳеҷ яке аз ин моделҳо бартарӣ надоранд, вале аз ҷиҳати дидактикӣ фарқи калон доранд. Агар мо таърифи векторро ҳамчун **порчаи равишдор** қабул намоем, ин барои хонандагон айёнӣ мешавад.

Пас, вектор порча ҳаст? – Ҳама, ҷавоби мусбат медиҳад. Аммо, порчаи равишдор – порча нест. Ин фигура ҳаст? – Не. Порчаи равишдор -ин **структураест** (сохтест), ки аз порча ва равиш иборат аст:



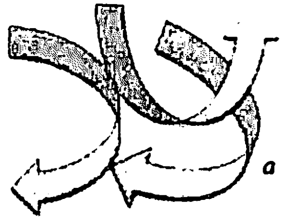
Аммо вектори сифрӣ $\bar{0}$ равиш надорад. Колмогоров тасдиқ мекунад,ки агар ибтидо ва охири вектор ба ҳам ҳамҷоя шаванд, вектори сифри ба вуҷуд меояд. Дар илми ҳозиразамон порчаҳои равишдор дар маъноҳои гуногун истифода бурда мешавад.

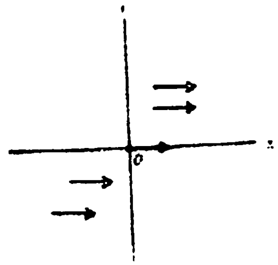
Тири ададиро мо ҳамчун порчаи равишдор мекашем, вале мо намегӯем, ки ин вектор аст.

Графики экспонента дар системаи координатӣ порчаҳои равишдорро ҳосил мекунад, вале онҳо вектор нестанд. (б)

Вектор ҳамчун бузургии математикӣ: 1) андоза, 2) равиш дорад ва 3) бо бузургии бо худ монанд аз рӯи қоидаи параллелограмм ҷамъ мешавад. Пас, андоза ва равиш-шакли вектор аст. Онро вектор набуда ҳам дошта метавонад; ҷамъ аз рӯи **қоидаи параллелограмм-шаҳодатномаи вектор** мебошад.

Векторҳо барин!





Равиши ҳуҷум Ҷараёни баҳрӣ.

3. Дар китоби дарсии А.В. Погорелов хосиятҳои вектор

$$(\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}\,;\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c};\ \ (\vec{\lambda}+\vec{\mu})\vec{a}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{a};$$
$$\lambda(\vec{a}+\vec{b})=\lambda\vec{a}+\lambda\vec{b})$$

хеле хуб баён карда шудаанд. Вале дар он ҳамон хосиятҳое, ки барои ҳал намудани масъалаҳо лозиманд вуҷуд надорад. Барои ҳал намудани масъала, ибтидоан шарти онро ба забони векторҳо ифода намуда, баъд ҳал намудан лозим аст; сонӣ аз забони векторӣ ба геометрӣ табдил додан зарур мебошад.

Бо тарзи (забони) геометрӣ	Бо забони векторӣ
1. Нуқтаҳои А=В	$\vec{AB}=\vec{0};\vec{0A}=\vec{0B}$
2. Нуқтаҳои А, В, С ба як хати рост тааллуқ доранд.	$\overrightarrow{AB}=k\cdot\overrightarrow{AC}$
3. AB ll CD	$\overrightarrow{AB}=k\cdot\overrightarrow{CD}$
4. $AB\perp CD$	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=\vec{0}$
....	....

Ҷадвал тартиб додан лозим аст.

4. Мафҳуми вектор дар фазо (синфи 10) ба монанди вектор дар ҳамворӣ – яъне **порчаи равишдор** ҳисобида мешавад. Мафҳумҳои асосӣ: бузургии мутлақи вектор, баробарии векторҳо, равиши векторҳо ва ғайра чӣ тавре, ки дар ҳамворӣ таъриф доштанд, ҳамон тавр таъриф дода мешаванд. Координатаҳои вектори ибтидоаш нуқтаи $A_1(x_1,y_1,z_1)$ ва охираш нуқтаи $A_2(x_2,y_2,z_2)$ гуфта, ададҳои x_2-x_1;y_2-y_1;(z_2-z_1)-ро меноманд.

Вектори $\vec{a}$ бо координатҳояш ин тавр ишора карда мешаванд: $\vec{a}(a_1,a_2,a_3)$ ё ин ки $(\overline{a_1,a_2,a_3})$

Беҳтар аст, ки муаллим ҷадвал тартиб дода ҳамаи хосиятҳои ба вектор дар ҳамворӣ ва фазо мансуб бударо дар он нишон диҳад. Он гоҳ дар хотири хонандагон мавод хуб нақш мебандад.

Масъала: Дода шуда аст. A(2,7,-3), B(1,0,3), C(-3,-4,5), D(-2, 3, -1). Нишон диҳед, ки дар байни векторҳои $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC}$ ва $\overrightarrow{BD}$ векторҳои баробар ҳастанд.

Ҳал: $\overrightarrow{AB}=(1-2,0-7,3-(-3))=(-1,-7,6)$

$$\overrightarrow{DC}=(-2-(-2),-4-3,5-(-1))=(-1,-7,6).$$

Векторҳои баробар координатаҳои баробар доранд. Пас, $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, дигар ҷуфти векторҳои баробар вуҷуд надоранд.

3.7. МЕТОДИКАИ ОМӮЗИШИИ ВЕКТОРҲО ДАР ФАЗО

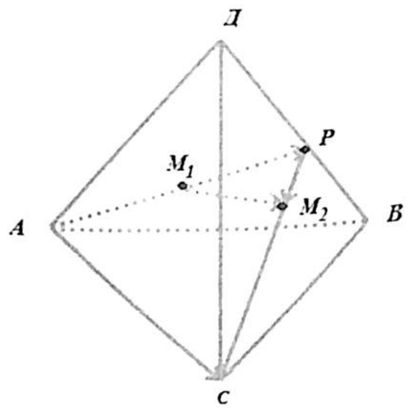
Нақша:

1. *Методикаи ҳалли масъалаҳо бо ёрии викторҳо.*
2. *Исботи теоремаҳо бо ёрии векторҳо.*

Адабиёт

1. Погорелов А.В. Геометрия. 6-10. Душанбе: Маориф, 1987, с. 229-243.

2. Мишин В.И. Мудрая Л.З. Пособие по МПМ в средний школе. М. Просвешение,1985, с. 24.



1. Ин мавзӯи охирини синнфи 10 аст[17]. Гарчанде мавзӯъ хусусияти алгебравӣ дошта бошад ҳам, вале масъалаҳои инкишофи тасаввуроти фазогии хонандагон дар раванди баёни материал ҷои намоёнро ишғол мекунад. Ҳангоми омӯзиши матриал махсусан ба интихоби масъалаҳо ва медодикаи ҳалли онҳо диққат бояд дод. Методи векторӣ – методи тавонои ҳалли масъалаҳо ҳисоб меёбад. Хонандагон бояд шарти маъаларо аз забони алгебравӣ (векторӣ) ба забони геометрӣ ва баръакс баргардонида тавонанд. Дар синфи 10 ҳангоми ҳалли масъалаҳо доир ба бисёрруяҳо (призма, пирамида ва ҳоказо) аз векторҳо истифода бурдан лозим аст.

[17]) Дар китоби дарсии Б. Алиев «Геометрия. 10» (Душанбе: Студент, 2006)-мавзӯи «Векторҳо дар фазо» баъди табдилдиҳиҳо (ҳаракат, симметрия ва параллелкӯчонӣ) дар §6 оварда шудааст.

Акнун истифодаи векторҳоро дар ҳалли масъалаҳо дида мебароем. Дар асоси нишонаи коллинеарии ду вектор масъалаҳои зиёд ҳал карда мешавад.

Масъала. Ҳал:

Д. ш. а.

$|DP| = |PB|$

M_1 – маркази вазнинии рӯяи АВД

M_2 – маркази вазнинии рӯяи СДВ

1. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PC}$

2. $\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{M_1P} + \overrightarrow{PM_2}$

3. $\overrightarrow{AP} = 3 \cdot \overrightarrow{M_1P}$ (аз рӯи шарт); $\overrightarrow{PC} = 3 \cdot \overrightarrow{PM_2}$

Исбот карда шавад, ки $M_1M_2 \parallel AC$

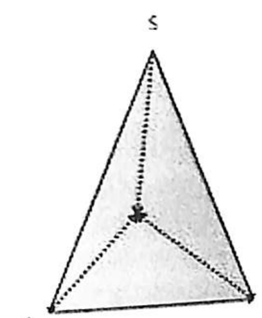
4. $\overrightarrow{AC} = 3 \cdot (\overrightarrow{M_1P} + \overrightarrow{PM_2}) = 3 \cdot \overrightarrow{M_1M_2}$

5. $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{M_1M_2}$ 6. $|AC| : M_1M_2 = 3$;

яъне $M_1M_2 \parallel AC$; -коллинеарӣ мебошанд.

Ҳангоми ҳал намудани масъалаҳои стереометрӣ бо ёрии векторҳо аз рӯи схемаи зерин амал кардан мумкин аст:

1. аз рӯи шарти масъала нақшаи онро кашидан лазим аст;
2. векторҳо дохил намуда, шарти масъаларо ба забони векторӣ ифода кардан зарур аст;
3. материали вектириро барои муносибати вектории зарурӣ истифода намудан шарт аст;
4. **муносибати вектори ҳосил шударо ба забони геометрӣ табдил додан лозим аст.**



Масъала. Агар ду теғаи бурандашавандаи тетраэдр мувофиқан ба теғаҳои муқобилхобида перпендикуляр бошанд, онгоҳ ду теғаи муқобилхобидаи дигар ҳам перпендикуляранд.

Дода шуда аст:

$AS \perp BC$ **Ҳал:** Накшаи масъаларо тасвир менамоем.

$SB \perp AC$

Исбот карда шавад, ки $SC \perp AB$

Векторҳоро дохил мекунем (чӣ тавре ки дар накша нишон дода шудааст). Агар ду вектор ($\overline{SC}$ ва $\overline{AB}$) перпендикуляр бошанд, ҳосили зарби онҳо ба вектори сифри $\bar{0}$ баробар мешавад. Инро исбот мекунем

$$\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC})(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} =$$

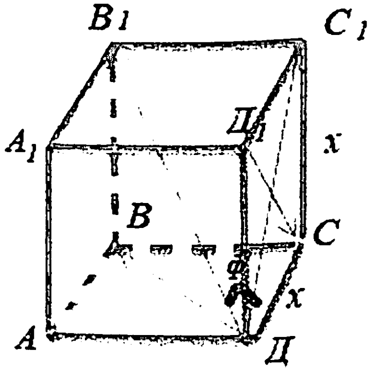
$$= \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{SB} = \vec{0};$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{SB} = \vec{0}$$

Акнун ин муносибатро ба забони геометрӣ мегардонем.

Аз $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{SC} \perp \overrightarrow{AB}$ ё ин ки $SC \perp AB$.

Масъала. Кунҷҳои байни диагонали куб ва диагонали ягон рӯяи онро ёбед.



Ҳал: Накшаи масъаларо мекашем; векторҳоро ишора мекунем.

Маълумотҳои векторҳоро истифода мебарем, то ки муносибати заруриро ҳосил намоем. Кунҷи байни диагонали $B_1Д$-и куб ва диагонали рӯяи $ДД_1CC_1$ - ро меёбем.

$$\overrightarrow{DB_1} \cdot \overrightarrow{DC_1} = COS\varphi_1 \left|\overrightarrow{DB_1}\right| \cdot \left|\overrightarrow{DC_1}\right|.$$

Аз формулаи: $COS\varphi = COS(\vec{a},\vec{в}) = \dfrac{\overrightarrow{DB_1} \cdot \overrightarrow{DC_1}}{\left|\overrightarrow{DB_1}\right| \cdot \left|\overrightarrow{D\ C_1}\right|}$ истифода мебарем.

$$\left|\overrightarrow{DC_1}\right| = \sqrt{DC^2 + CC_1^2} = x\sqrt{2}; \quad x = 1 \text{ в.с.}$$

$$\left|\overrightarrow{DC_1}\right| = \sqrt{2}; \left|\overrightarrow{DB_1}\right| = \sqrt{3}; \left|\overrightarrow{DB_1}\right| = \sqrt{BD^2 + BB_1^2} = \sqrt{(x\sqrt{2})^2 + x^2}$$

$$= x\sqrt{3}$$

$$\overrightarrow{DB_1} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BB_1}; \qquad \overrightarrow{DC_1} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CC_1}$$

$$\overrightarrow{DB_1} \cdot \overrightarrow{DC_1} = (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BB_1})(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CC_1}) = \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB}.$$

$$\overrightarrow{CC_1} + \overrightarrow{BB_1} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BB_1} \cdot \overrightarrow{CC_1} = 1 + 0 + 0 + 1 = 2;$$

$$\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \left|\overrightarrow{DB}\right|\left|\overrightarrow{DC}\right| COS\varphi = \sqrt{2} \cdot 1 \cdot COS45^0 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1;$$

$$\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CC_1} = \left|\overrightarrow{DB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{CC_1}\right| \cdot COS90^0 = 0;$$

$$COS\varphi_1 = \frac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

б) $COS\varphi_2 = \dfrac{\overrightarrow{DB_1} \cdot \overrightarrow{D_1 \cdot C}}{\left|\overrightarrow{DB_1}\right| \cdot \left|\overrightarrow{D_1C}\right|}$; $\quad COS\varphi_2 = \dfrac{0 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = 0$; $\quad \underline{\underline{\varphi_2 = 90^0}}$

$$\left|\overrightarrow{DB_1}\right| = \sqrt{3}; \left|\overrightarrow{D_1C}\right| = \sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{DB_1} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BB_1}; \overrightarrow{D_1C} = \overrightarrow{D_1D} + \overrightarrow{DC};$$

$$\overrightarrow{DB_1} \cdot \overrightarrow{D_1C} = (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BB_1}) \cdot (\overrightarrow{D_1D} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{D_1D} + \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} +$$

$$+ \overrightarrow{BB_1} \cdot \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BB_1} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 + 1 + (-1) + 0 = 0;$$

Дар ин масъала бартарияти методи векторӣ дида намешавад. Онро бе ин метод ҳам содда ҳал кардан мумкин аст.

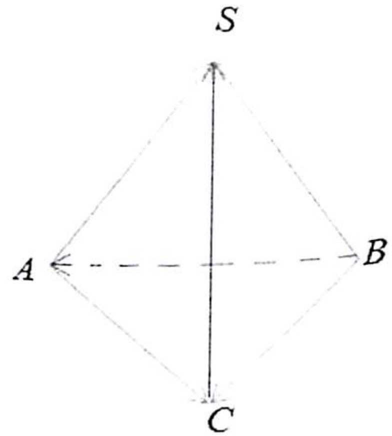
Масъала. Исбот кунед, ки дар тетраэдри мунтазам теғаҳои муқобилхобида бо ҳам перпендикуляранд.

Ҳал: исбот мекунем, ки $\overrightarrow{AS}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ ё ин ки $AS\perp BC$

$\overline{AS}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CS}$; $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}$;

$$\overrightarrow{AS}\cdot\overrightarrow{BC}=(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CS})\cdot(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}+$$

$$\overrightarrow{CS}\cdot\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CS}\cdot\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}+1+\overrightarrow{CS}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})=\frac{1}{2}+\overrightarrow{CS}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$$



Барои теғаҳои муқобили дигир исбот аналогӣ аст.

Вектор методи пурқуввати ҳалли масъалаҳо дар фазои n-ченака ҳисоб мешавад. Вале аксаран онро дар ҳалли масъалҳое истифода мебаранд, ки дар он ҷо вай зарурат надорад

Роли вектор дар умумикунонии ҳалли масъалҳо калон аст.

Дар китоби дарсии синфи 10 масъалҳо оид ба вектор нестанд; муаллим вазифадор аст, ки ингуна масъалҳоро барои супориши хонагӣ ва ё синф худаш интихоб кунад то ки моҳияти ин метод дар хотири хонандагон нақш бандад.

Теорема. Хати миёнаи секунҷа ба тарафи сеюм он параллел буда ба нисфи он баробар аст.

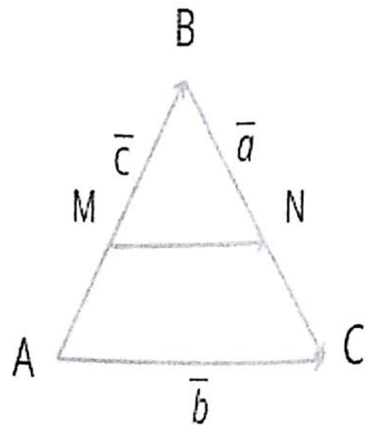
Исбот. Дар ΔABC:

$\overline{AB}=\bar{c}$; $\overline{BC}=\bar{a}$; $\overline{AC}=\bar{в}$

Аз қоидаи секунҷа $\bar{c}+\bar{a}=\bar{в}$;

$$\overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}=$$

$$=\frac{1}{2}(\bar{c}+\bar{a})=\frac{1}{2}\bar{в}$$



$\overline{MN}$ бо $\overline{AC}$ равиши як хела дорад: $NN\parallel AC$.

Яъне: $NN=\dfrac{1}{2}AC$

Теорема. Сумма квадратҳои диагоналҳои параллелграмм ба суммаи квадратҳои ҳамаи тарифҳои он баробар аст.

Исбот. $ABCD$ параллелограмм

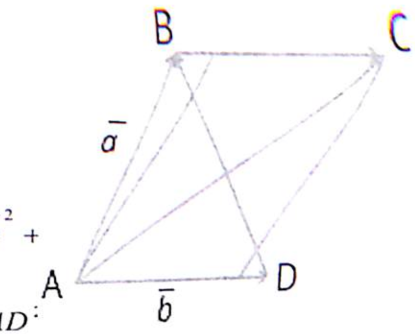
$\overline{AB}=\bar{a}$; $\overline{AD}=\bar{в}$; $|\overline{AB}|=|\overline{CD}|=a$;

$|\overline{AD}|=|\overline{BC}|=в$;

$\overline{AC}=\bar{a}+\bar{в}$; $\overline{DB}=\bar{a}-\bar{в}$

$$\overline{AC}^2+\overline{DB}^2=(\bar{a}+\bar{в})^2+(\bar{a}-\bar{в})^2=2\bar{a}^2+$$

$$\overline{AC}^2+\overline{DB}^2=AB^2+BC^2+CD^2+AD^2$$

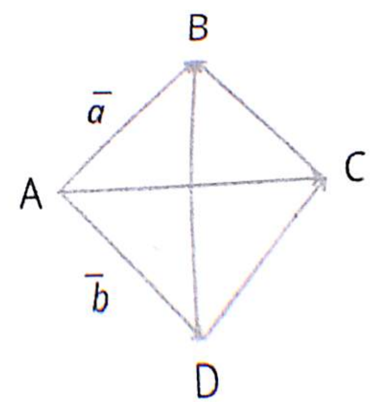


Теорема: Диагоналҳои ромб ба ҳамдигар перпендикулянд.

Исбот: $\overline{AB}=\bar{a}$; $\overline{AD}=\bar{в}$; $\overline{AC}=\bar{a}+\bar{в}$; $\overline{DB}=\bar{a}-\bar{в}$

$\overline{AC}\cdot\overline{DB}=(\bar{a}+\bar{в})(\bar{a}-\bar{в})=\bar{a}^2-\bar{в}^2$; $(a=в)$.

Пас, $AC\perp BD$



3.8. МЕТОДИКАИ ОМӮЗИШИ БАЪЗЕ ФАСЛҲОИ КУРСИ СТЕРЕОМЕТРИЯ

Нақша:

1. Методикаи ҷорӣ намудани дарсҳои аввалини курси стереометрия: мафҳумҳои асосӣ ва аксиомаҳои стереометрия.

2. Боҳамҷойгиршавии хатҳои рост ва ҳамворӣ дар фазо.

3. Параллелии ҳамвориҳо дар фазо (мустақилона: 3; с. 181).

4. Омӯзиши бисёррӯяҳо.

5. Омӯзиши ҷисмҳои чархзананда (омода намудани реферат аз МТМ).

Адабиёт

1. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе. –М:- 1954;

2. Мишин В.И., Мудрая Л. З. Пособие по методике преподавания математики в средней школе. –М:- 1985;

3. Погорелов А.В. Геометрия 6 – 10. -Душанбе: Маориф,1987.

1. Омӯзиши стереометрия аз синфи 10 сар шуда дар синфи 11 ба итмом мерасад. Курси мантазами стереометрия дедуктивӣ сохта шуда аст. Дар асоси он ҳамон системаи аксиомаҳо, ки курси планиметрия сохта шуда буд, ҷой дорад. Ин имконият медиҳад, ки ҳангоми омӯзиши курси стереометрия хонандагон ба донишҳои аз планиметрия ҳосил кардаашон такя кунанд.

Яке аз шартҳои асосии аз худ намудани стереометрия – **инкишофи тасаввуроти фазогии** хонандагон ҳисоб меёбад.

Воситаи самараноки ин мақсад – истифодаи воситаҳои айёнӣ дар раванди таълим ҳисоб меёбад (модели фигураҳои фазоӣ аз кардон ва сим, расмҳо, плакатҳо, яшики стереометрӣ). Муҳим аст, ки муаллим бо хонандагон сохтани моделҳои фигураҳои фазоиро аз картон ва сим аз аввали солихониш ташкил кунад; рӯйхати моделҳои заруриро тартиб диҳад.

Дар инкишофи тасаввуроти фазогии хонандагон роли муҳимро масъалаҳои даҳанакӣ мебозад. Зарур аст, ки муаллим системаи муайяни масъалаҳои даҳанакн (барои дохил намудани мафҳумҳои нав, мустаҳкам кардани мафҳуми омӯхташуда ва ғ.)-ро дошта бошад.

Муаллим бо тасвир кардани расми фигураҳои фазоӣ дар дафтар ва тахтаи синф бо (истифода намудани) рангҳои гуногун (бӯрҳои ранга, қаламҳо ва фломастерҳои ранга) эътибори ҷиддӣ бояд диҳад.

Методикаи таълими курси стереометрия ҳаминро ба назар мегирад, ки муаллим дар ҳар як дарс кори мустақилонаи хонандагонро барои аз худ намудани назария ва ҳалли масъалаҳо ташкил медиҳад. Ба ин мақсад муаллим масъалаҳоро барои кори мустақилона дар дарс, барои кори санҷишӣ, барои кори санҷишии нимсола ва ҳоказо интихоб мекунад; маъалаҳое чудо менамояд, ки ба истеҳсолот зич алоқамананд. Барои ҳавасманд кардани хонандагон мунтазам материалҳои таърихиро истифода бурдан лозим аст.

Ба мақсади рафтори фардӣ дар дарс муаллим бояд материалҳои дидактики (карточкаҳо бо супоришҳо)-ро тартиб диҳад. Дар раванди омӯзиши курси стереометрия муаллим бояд аз воситаҳои техникии таьлим (махсусан кодоскоп, видеопроекторҳо, тахтаҳои электронӣ)-ро истифода барад.

Вазифаҳои омӯзиши стереометрия:

1. Хонандагон мантиқи сохтани курси стереометрияро фаҳмида гиранд;

2. Ба ченкунии бузургиҳои геометрӣ пурратар шинос шаванд;

3. Тадбиқи векторҳо ва координатаҳоро дар фазо ёд гиранд;

4. Ба табдилдиҳиҳои геометрӣ дар фазо шинос шаванд.

Курси стереометряро дар асоси системаҳои гуногуни аксиомаҳо сохтан мумкин аст. Дастури таълимии Погорелов

А.В., китоби эксперименталии коллективи муаллифон зери роҳбарии профессор Атанасян Л.С., дастури геометрия зери роҳбарии профессор Александров А.Д. дар асоси аксиоматикаи Евклид – Гильберт сохта шудаанд.

Мафҳумҳои асосӣ: **нуқта, хати рост, ҳамворӣ** ҳисобида мешавад.

Кӯшишҳои курси стереометрияро дар асоси аксиоматика (нуқтагӣ - векторӣ)-и Вейл сохтан низ ҳастанд. Ба ин дастури барои муаллимон навиштаи Болтянский В.Г., Волович М.Б., Семушин А.Д. – «Баёни вектории геометрия» ҳисоб мешавад. Курси геометрияи Богомолов С. А. «Геометрия. Курси систематикӣ» дар асоси ақидаи фузионизм навишта шудааст.

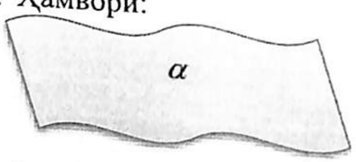
Акнун дар бораи методикаи омӯзиши мафҳумҳои асосӣ ва аксиомаҳои курси стереометрия истода мегузарем. Стереометрия қисми геометрия буда, дар он фигураҳои фазогӣ омӯхта мешавад. Омӯзиши мавзӯъро аз мафҳумҳои асосӣ: нӯқта, хати рост ва ҳамворӣ сар кардан лозим аст. Онҳоро дар дафтар ва тахтаи синф навишта, аломатҳояшонро қайд кардан лозим аст.

1. Нуқтаҳо: A, B, C;

2. Хати рост.

Хати рости AB ёки a

3. Ҳамворӣ:



ё

4. Масофа аз як нуқта ба нуқтаи дигар.

$|AB|$ – масофа аз нуқтаи A то B.

Омӯзиши аксиомаҳо дар тахтаи синф ва дафтар аз навишти сарлавҳа - **«Аксиомаҳои стереометрия»** оғоз меёбад. Ҳар яке аз аксиомаҳоро аз рӯи схемаи зерин дохил кардан лозим аст:

1. Шарҳи мазмуни аксиомаҳо аз рӯи модел.
2. Шарҳи аксиомаҳо.
3. Тасвири нақшаи онҳо:
4. Навишти символикии аксиомаҳо.

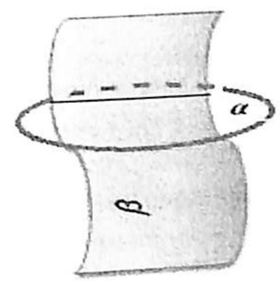
Системаи аксиомаҳои стереометрия аз **аксиомаҳои планиметрия** ва се аксиома (гурӯҳи аксиомаҳои C_2) иборат аст. Мо ин ҷо нақша ва навишти символики (аломати)-и аксиомаи C_2-ро аз китоби таълимии Погорелов В.А. баён мекунем.

C_1. Ҳамворӣ чи хеле ки набошад, нуқтаҳое вуҷуд доранд, ки ба он тааллуқ доранд ва нуқтаҳое вуҷуд доранд, ки ба он тааллуқ надоранд.

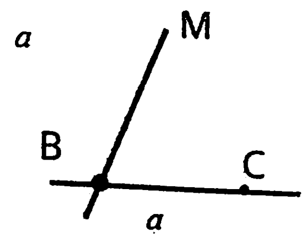
C_2. Агар ду ҳамвории гуногун нуқтаи умумӣ дошта бошанд, онгоҳ онҳо аз рӯи хати рост бурида мешаванд.

$$M \in \alpha, M \in \beta, \alpha \neq \beta \Rightarrow (\alpha \cap \beta = a)$$

C_3. Агар ду хати рости гуногун нуқтаи умумӣ дошта бошанд, онгоҳ аз болои онҳо ҳамворӣ гузаронидан мумкин аст ва фақат якто. (Мустақилона).



Аз таърифи аксиомаи C_2 бармеояд, ки $M \in \alpha$; Дар ҳамвории β нуқтаҳое вуҷуд доранд, ки ба ҳамвории α тааллуқ надоранд ва баръакс. **Оид ба дигар аксиомаҳо низ ҳамин тавр муҳокима** рондан мумкин аст. Мафҳумҳои асосӣ ва аксиомаҳоро дар як дарс омӯзонидан лозим аст, то ки дар хонандагон оид ба сохтани геометрияи фазои сеченака тасаввуроти пурра ба амал ояд. Ба хотиргирии аксиомаҳо, фаҳмида гирифтани аҳамият ва роли онҳо дар сохтани курси геометрия ҳангоми омӯхтани қисмҳои минъбадаи геометрия ба амал меояд. Яке аз ингуна қисмҳо **натиҷаҳо аз аксиомаҳо** мебошанд. Дар ин ҷо аввалин теоремаҳое исбот карда мешаванд, ки ҳангоми исботи онҳо аксиомаҳо истифода бурда мешаванд. Ҳар яке аз ин натиҷаҳо тарзҳои нави дода шудани ҳамвориро муайян мекунанд.



Ба сифати мисол натиҷаи 1- ро дида мебароем.

Теорема 14.1. Аз болои хати рост ба нуқтаи дар он нахобанда ҳамворӣ гузаронидан мумкин аст ва танҳо якто.

Қисми якуми теорема талаб мекунад, ки вуҷуд доштани ҳамворӣ исбот карда шавад.

Қисми дуюм – исбот кардан лозим меояд, ки ингуна ҳамворӣ якто аст.

Дода шуда аст: $\alpha; M \bar{\in} a$

Исбот карда шавад, ки:

1. Ҳамингуна α вуҷуд дорад, ки $a \in \alpha$ ва $M \in \alpha$;
2. α ягона аст.

Исбот 1.

$B \in a; C \in a$ ва $B \neq C$ (аксиомаи 1_1)

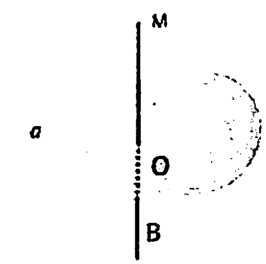
$B \in a; C \in a$ ва $M \bar{\in} a$, пас ҳамвории $\alpha = (BCM)$ вуҷуд дорад

$$\left.\begin{matrix} B\in a,\ C\in a \\ B\in\alpha,\ C\in\alpha \end{matrix}\right\} a \in \alpha$$ - аксиомаи C_3

$a \in \alpha$ ва $M \in \alpha$ пас, α ҳамвории матлуб аст.

2. Фарз мекунем, ки боз ҳамингуна ҳамвории β вуҷуд дорад, ки $a \subset \beta$ ва $M \in \beta$, онгоҳ: $a \subset \beta, B \in a$ ва $C \in a \to B \in \beta$ ва $C \in \beta$ $\left.\begin{matrix} (BCM)=\alpha, \\ (BMC)=\beta. \end{matrix}\right\} \to \beta = \alpha$ теорема исбот шуд.

Дигар натиҷаҳо низ аз рӯи ҳамин схема исбот карда мешаванд. Яке аз ин натиҷаҳоро ба хонандагон барои мустақилона исбот намудан вазифа супоридан лозим аст.

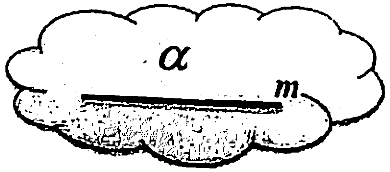


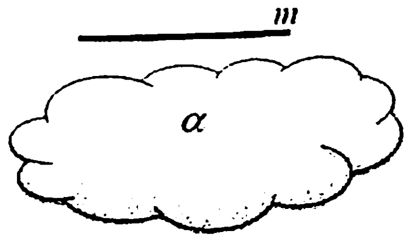
2. Мавзӯи **«Параллелӣ дар фазо»** - ро асосан ба чор қисм тақсим кардан мумкин аст:

1. Хатҳои рости параллелӣ дар фазо: хати рости чилликӣ;
2. Параллелнокии хати рост ва ҳамворӣ;
3. Параллелнокии ҳамвориҳо дар фазо;
4. Тасвири фигураҳои фазоӣ дар ҳамворӣ.

Дар ин ҷо оид ба методикаи омӯзиши параллелнокии хати рост ва ҳамворӣ истода мегузарем. Сӯҳбатро аз он сар кардан лозим аст, ки хати рост ва ҳамворӣ чанд нуқтаи умумӣ дошта метавонанд. Хати рост ва ҳамворӣ танҳо ду нуқтаи умуми дошта наметавонад, зеро хати рост дар ин ҳамворӣ мехобад. Бо ҳамин сабаб хати рост бо ҳамворӣ танҳо се, чор ва ҳоказо нуқтаи умумӣ дошта наметавонад. Оё хати рост бо ҳамворӣ танҳо як нуқтаи умумӣ дошта метавонад? Таҷриба нишон медиҳад, ки ин ҳолат ҷой дорад. Ба ин мақсад дар ҳамвории α нуқтаи 0-ро мегирем (акс. C_1); берун аз α нуқтаи М-ро интихоб мекунем (акс. C_1). Нуқтаҳои М ва О хати рости в-ро муайян мекунанд (акс. планиметрия). Пас, хати рости в бо α ягона нуқтаи умумии 0-ро доро мебошад.

Оё хати рост бо ҳамворӣ нуқтаи умумӣ надошта метавонад? – Ҳа





$m \subset \alpha$ ва ё $m \cap \alpha = \theta$ $\qquad$ $m // \alpha$ ва $\alpha // m$

Ба ҳамин тариқ, оид ба ҷойгиршавии хати рост ва ҳамворӣ дар фазо тасдиқи зерин ҷой дорад: хати рост дар ҳамворӣ мехобад; хати рост дар ҳамвори намехобад. Дигар ҳолат ҷой надорад.

Хонандагон мустақилона **таърифи параллелнокии хати рост ва ҳамвориро** дода метавонанд. Азбаски хати рост ва ҳаворӣ беҳудуданд, аз таъриф на ҳамеша дар бораи параллелии хати рост ва ҳамворӣ хулоса баровардан мумкин аст.

Савол ба миён меояд, ки аз рӯи параллелии ду хати рост дар бораи параллелии хати рост ва ҳамворӣ хулоса баровардан мумкин аст? Яке аз ин хати рост - хати рости дода шуда, дигаре бошад дар ҳамворӣ мехобад. Ҳамин тавр теорема оид ба нишонаи параллелии хати рост ва ҳамворӣ дар фазо ба амал меояд.

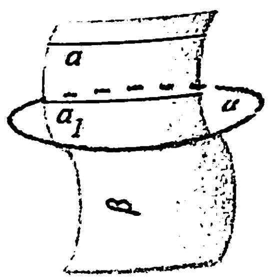
Теорема. Агар хати рост, ки ба ҳамворӣ тааллуқ надорад, ба ягон хати рости ҳамворӣ параллел бошад, онгоҳ вай ба худи ҳамворӣ ҳам параллел аст.

Ҳангоми исботи теорема ду ҳолат дида баромада мешавад;

а) хати рост – дар ҳамворӣ мехобад.

б) хати рост – дар ҳамворӣ намехобад.

Агар хати рост дар ҳамворӣ нахобад, онгоҳ дар асоси муҳокимарониҳои боло вай ё ба ҳамворӣ || аст ва ё онро мебурад.



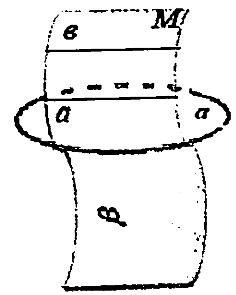
Исбот: α – ҳамворӣ, хати рости a дар он намехобад;

Хати рости a_1 дар ҳамвории α хобида ба а параллел аст. Аз болои хати рости a ва a_1 ҳамвории β-ро мегузаронем. Ин ҳамворӣ аз α фарқ мекунад, зеро дар он хати рости a мехобад. Ҳамвории β аз рӯи хати рости a_1 бурида мешаванд. Хати рости a ҳамвории α -ро намебурад, пас ба вай параллел аст.

Барои мустаҳкамкунӣ масъалаи зеринро оид ба созиш ҳал кардан лозим аст.

Масъала Ҳамвории α ва нуқтаи М дода шудааст: 1. $M \in \alpha$; 2. $M \overline{\in} \alpha$.

Аз болои нуқтаи М хати рости $в$ -ро чунон гузаронед, ки ба ҳамвории α параллел бошад.



Ҳал: Ду ҳолатро дида баромадан лозим аст.

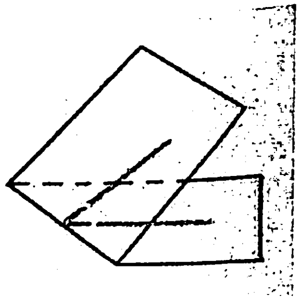
Дар ҳолати якум, ҳаргуна хати рости ҳамвории α, ки аз болои нуқтаи М мегузарад ба ҳамвории α параллел аст. Масъала ҳалли бешумор дорад.

Дар ҳолати дуюм: $a \in \alpha$ а ва М ҳамвории β-ро муайян мекунанд. Аз болои М дар ҳамории β ягона хати рости $в // \alpha$ -ро гузаронидан мумкин аст; $в // \alpha$ – аз рӯи нишонаи параллелнокии хати рост ва ҳамворӣ. Азбаски хати рости a -ро дар ҳамвории α мо ихтиёрӣ гирифтем, пас масъала ҳалли бешумор дорад.

3. Омӯзиши стереометрия дар синфи 11 аз мавзӯи «Бисёррӯяҳо» сар мешавад. Бояд қайд намуд, ки ба хонандагон–коргарон, конструкторони оянда мо донишҳои каме стереометрӣ медиҳем. Дониши хонандагон аз стереометрия хеле суст аст. Онҳо шаклҳои оддитарини фигураҳои фазогиро намедонанд. Имтиҳонҳои қабул нишон медиҳад, ки аксарияти абитуриентҳо масъалаҳои соддатарини стереометриро ҳал

карда наметавонанд. Мувофиқи программаи пештара пропедевтика (ибтидо)-и фигураҳои фазоӣ дар синфи 9 омӯхта мешуд. Дастури дар зери таҳрири Скопец (Геметрия 9-10) навишта шуда ҳамингуна ақида дошт. Вале дар дастури А.В. Погорелов ин равия ҷой надорад.

Ҳангоми омӯзиши «Бисёррӯяҳо» проблемаҳои зиёде ба амал меоянд. А.В.Погорелов ин мавзӯъро аз омӯзиши кунҷҳои бисёррӯя сар кардааст.



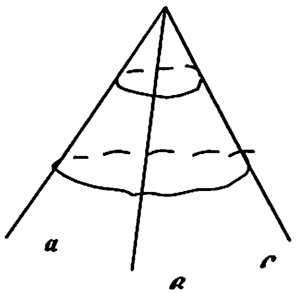
Кунҷи бисёррӯя – намуди кунҷ аст ё ин ки намуди бисёррӯя? А.В.Погорелов кунҷи дурӯяро кунҷ ҳисоб намекунад.

Кунҷи дурӯя гуфта, фигураеро меноманд, ки аз ду нимҳамвории бо хати рости умумии маҳдудкунандаи онҳо ташкил ёфтааст.

Нимҳамвориҳо – рӯяҳои кунҷи бисёррӯя, хати рости маҳдудкунанда – теғаи кунҷи дурӯя.

Кунҷи дурӯя бо **кунҷи хаттӣ** чен карда мешавад.

Таърифи кунҷи серӯя дар китоби А.В. Погорелов аз нуқтаи назари дидактикӣ чандон хуб нест, зеро ба назар гирифта нашудааст, ки - (авс)-ро хонандагон ҳангоми додани таъриф ҳарфҳои $a, в, c$ -ро партофта метавонанд.



Кунҷи серӯя гуфта фигураеро меноманд, ки аз се кунҷи ҳамвор: $(ав)$, $(вс)$, $(ас)$ ташкил шудааст.

Кунҷҳои ҳамвор-рӯяҳо,

Тарафҳо – теғаҳои кунҷи серӯя,

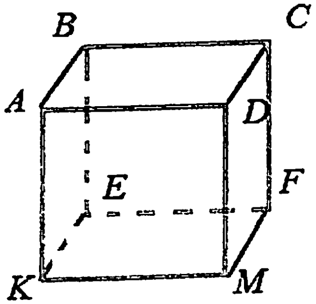
S – қуллаи кунҷи серӯя.

Ба тариқи аналогӣ кунҷи бисёррӯя таъриф дода мешавад.

Баъди ҳамаи ин мафҳумҳо – бисёр-

рӯя таъриф дода мешавад.

Бисёррӯя гуфта ҷисмеро меномад, ки аз бисёркунҷаҳои ҳамвори шумораашон охирнок ташкил шудааст.



Ин таъриф сареҳ нест, зеро **дар он мафҳумҳои ҷисм истифода бурда шудааст** ва моҳияти ин мафҳум кушода нашудааст. Моҳияти "ҷисм" дар саҳифаи минбаъдаи китоб дода мешавад (с. 238).

Агар бисёррӯя аз ҳар як ҳамвории бисёркунҷаи ҳамвор дар як тараф воқеъ бошад, онро **бисёррӯяи барҷаста** меноманд.

Қисми умумии чунин ҳамворӣ ва сатҳи бисёррӯяи барҷаста **рӯя** номида мешавад. Тарафҳои рӯяҳо - теғаҳо ва қуллаҳо – қуллаҳои бисёррӯя номида мешаванд. Ин таърифҳо дар мисоли куб нишон дода шудааст.

А, В, С, Д,…. қуллаҳо (8 – то)

АВ, ВС, СД,…. теғаҳо (12 – то)

АВСД, ВЕҒС,…. рӯяҳо (6 – то)

Куб – бисёррӯяи барҷаста мебошад. **Сатҳи** (масоҳати сатҳ) куб аз шаш квадрат иборат аст.

Сонӣ бисёррӯяҳои оддитарин (призма, параллелопипед, пирамида, бисёррӯяҳои мунтазам) омӯхта мешаванд, ки онҳо дар амалия татбиқи зиёд доранд. Зарур аст, ки ҳар як мафҳум бо мисолҳо (аз амалия) шарҳ дода шуда, моделу нақшаҳо вобаста истифода бурда шаванд.

Хонандагон на ҳамеша фаҳмида мегиранд, ки параллелопипед ҳолати хусусии призма аст (ҳаргуна параллелопипед – пирзма аст, вале на ҳаргуна призма параллелопипед аст); баъзан мафҳумҳои параллелопипеди рост ва росткунҷаро фарқ намекунанд. Ба ин мақсад истифодаи моделҳо, айёни муқоиса намудани параллелопипедҳои гуногун самранок аст.

Мафҳумҳои призма, параллелопипед, пирамида, пирамидаи сарбуридаро муайян карда, мисолҳои бисёррӯяҳои мураккабро дида баромадан лозим аст. Омӯзиши бисёррӯяҳои мунтазам (тетраэдр, куб, октаэдр, додэкаэдр, икосаэдр)-ро аз рӯи моделҳои тайёр ташкил кардан лозим аст.

Махсусан ба хонандагон мафҳуми **«апофема»** ва **баланди** душворӣ меоварад. Онҳо фикр мекунанд, ки дар пирамидаи сарбурида апофемаи бисёр мавҷуд аст. [Дар китоби А.В. Погорелов чунин таъриф дода шудааст: баландии рӯяи паҳлӯии пирамидаи мунтазам, ки аз қуллаи пирамида гузаронида шудааст, **апофема** номида мешавад].

3.9. МЕТОДИКАИ ОМӮЗИШИ ДАРОЗӢ ВА ҲАҶМИ ҶИСМҲО

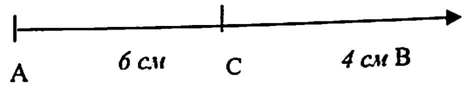
Нақша:

1. *Мафҳуми дарозӣ*
2. *Мафҳуми ҳаҷм.*
3. *Методикаи омӯзиши ҳаҷми бисёррӯяҳо.*
4. *Методикаи омӯзиши ҳаҷми ҷисмҳои чархзананда.*
5. *Мафҳуми масоҳати сатҳ.*
6. *Методикаи омӯзиши сатҳи паҳлӯгии силиндр.*

Адабиёт

1. Андреев П.П. Геометрия. -М: Просвещение, 1961;
2. Барыбин К.С. Геометрия. 10. М: Просвещение, 1971;
3. Погорелов А.В. Геометря 6-10. Душанбе: Маориф, 1987, с. 8.

1. Ба мафҳуми дарозӣ аввалин бор хонандагони синфи 6 дар мавзӯи «Хосиятҳои асосии чен кардани порчаҳо ва кунҷҳо» вомехӯранд. Баъди мисоли мушаххас (агар дарозии порчаи АС ба 6 см ва СВ ба 4 смбаробар бошад, дарозии порчаи АВ чӣ қадар аст?)



$$AB = AC + CB = 6 + 4 = 10 \text{ см}$$

чунин таъриф дода мешавад:

Дарозии порчаи АВ масофаи байни нуқтаҳои А ва В номида мешавад. Хосияти асосии чен кардани порчаҳо [ҳар як порча дарозии муайяни аз сифр калон дорад. Дарозии порча ба ҳосили ҷамъи дарозии қисмҳое, ки нуқтаи дилхоҳи он ҷудо кардааст, баробар мебошад] баён карда мешавад.

Сонӣ, дар асоси дарозии порча дар синфи 8 мафҳуми дарозии давра ба хонандагон омӯзонида мешавад. Агар бо ресмон давра созем ва онро бурида рост кунем, дарозии порчаи ҳосилшуда дарзии давра мебошад. Тасаввуроти хонандагон оиди мафҳуми дарозӣ минбаъда васеътар мешаванд.

2. Маълум аст, ки барои фигураҳои ҳамворӣ мафҳуми масоҳат ҷой дорад. Барои фигураҳои фазои бошад мафҳуми ҳаҷм ҷорӣ карда мешавад. Ба ҳаҷми баъзе фигураҳои фазоӣ (параллелипипеди роскунҷа) хонандагон аз синфҳои поёнӣ шиносанд. Пас, ҳаҷм чист? Ҳаргуна ҷисм қисми фазоро ишғол мекунад.

Ҳаҷми ҷисм ин ададест, ки ҳамин қисми фазоро ифода мекунад. (Барыбин К.С. Геометря 10. -М: -1971). Таъриф-ҳои дигари ҳаҷм низ вуҷуд доранд.

Ададе, ки бузургии соҳаи дохилии бисёррӯяро ифода мекунад, ҳаҷми бисёррӯя ном дорад. (П.П. Андреев. Геометря.-М:- 1961).

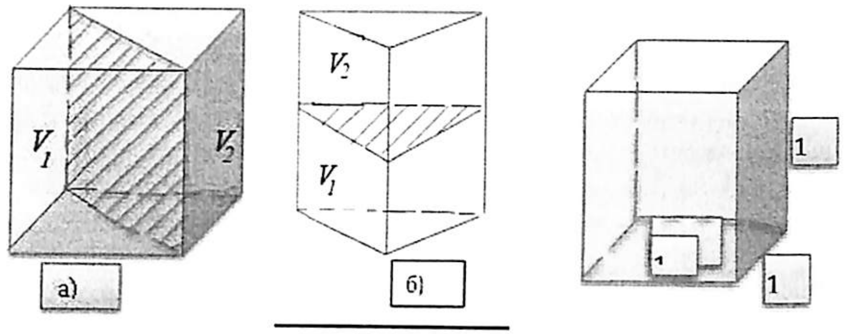
Ҳаҷми ҷисми геометрӣ гуфта бузургии қисми фазоро меноманд, ки ин ҷисм ишғол менамояд. Ҳаҷм ин бузургии мусбатест, ки қимати ададиаш ба хосиятҳои зерин соҳиб аст:

1. Ҷисмҳои баробар ҳаҷмҳои баробар доранд;
2. Агар ҷисм ба қисмҳо (ҷисмҳои содда) тақсим шуда бошад, онгоҳ ҳаҷми ин ҷисм ба суммаи ҳаҷмҳои қисмҳои он баробар аст;
3. Ҳаҷми куби теғааш ба воҳиди дарозӣ баробар, ба воҳид баробар аст. (А.В. Погорелов. Геометрия. 6 – 10).

Ба воҳиди ҳаҷм – ҳаҷми кубе қабул карда мешавад, ки теғаи он ба **воҳиди дарозӣ** (мм, см, дм, м ва ҳк.) баробар аст.

Дар китоби дарсии А.В. Погорелов нишон дода мешавад, ки бисёррӯяи барҷастаи дилхоҳро ба пирамидаҳои секунҷаи ададашон охирнок тақсим кардан мумкин аст.

Пеш аз он ки (теоремаи) ҳаҷми параллелепипеди росткунҷа исбот карда шавад, хосиятҳои асосии ҳаҷми бисёррӯяҳоро (хосиятҳои 1-3) дар моделҳои на он қадар мураккаб ба хонандагон шарҳ додан лозим аст.



Ҳаҷми ин ҷисм: V_1+V_2; V_1+V_2 V= воҳиди кубӣ

Ҷисм – соҳаи маҳдуди фазоро меноманд. Сарҳади ҷисм – **сатҳ** ном дорад.

Кура – соҳаи маҳдуди фазо аст, пас кура ҷисм мебошад.

Кунҷи бисёррӯя – соҳаи сарбастаи фазо аст, вале маҳдуд нест, бинобар ин ҷисм намебошад.

3. Омӯзиши ҳаҷми бисёррӯяҳо аз исботи формулаҳои ҳаҷми параллелопипеди росткунҷа оғоз меёбад. Дар китоби дарсӣ ду маврид: вақте, ки теғаҳои параллелепипед (а, в ва с) бо касрҳои даҳии охирнок ва вақте, ки теғаҳо бо касри даҳии беохир ифода меёбанд, дида баромада мешавад. (Дарсро бо моделҳо гузаронидан хеле хуб аст). Муаллим метавонад исботи мавриди якумро ба худи хонандагон супорад.

Исбот карда мешавад, ки $V_{\text{парал. рост.}} = abc$

Натиҷа: $V_{куб} = a^3$

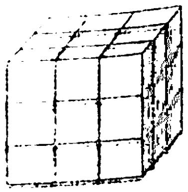
Қайд карда мешавад, ки агар ду ҷисм ҳаҷмҳои баробар дошта бошад, **баробарбузург** номида мешавад.

Хонандагон бояд формулаи ҳаҷми параллелепипедро донанд ва онро дар ҳалли масъалаҳо истифода бурда тавонанд.

Масъалаҳои (даҳанакӣ) зеринро ба хонандагон пешниҳод, кардан мумкин аст.

Масъала: Агар се теғаи аз як қулла барояндаи куби ҳаҷмаш ба V баробарро ба се қисми баробар тақсим карда, аз нуқтаҳои тақсимотӣ ба теғаҳо ҳамвориҳои перпендикулярӣ гузаронида шавад, ҳаҷми кубчаҳои пайдошуда ба чанд баробар аст?

Куб ба 3^3 баробар мебошад. Агар ҳамаи ҳаҷмҳои онҳоро ҷамъ намоем ба V баробар мешаванд. Пас, ҳаҷми ҳар як кубча ба $\frac{V}{3^3}=\frac{V}{27}$ баробар аст.



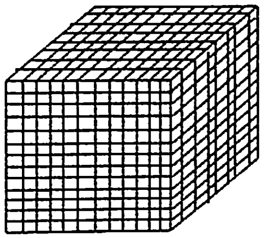
Масъала: Дар параллелопипеди росткунҷа масоҳати се рӯяи он ба 6 дм², 12 дм² ва 18 дм² баробар аст. Ҳаҷми онро ёбед. (ҷ. 36 дм²). Дар дарси якум аз китоби дарсӣ №1, №4, 6 ва 7-ро ҳал кадан мумкин аст. Дарси дуюм ба исботи формулаи ҳаҷми параллелопипеди моил бахшида мешавад. Омӯхтани ҳаҷми призма (призмаи секунҷа то параллелопипед пурра карда мешавад), пирамида (пирамидаи секунҷа то ба призма пурра карда мешавад) ба хонандагон душворӣ намеорад.

V призма = SH; V пирамида = $\frac{1}{3}$SH.

4. Аз ҳаҷми ҷисмҳои чархзанӣ методикаи омӯзиши ҳаҷми силиндрро дида мебароем. Ҳаминро қайд намудан мумкин аст, ки Погорелов А.В. мафҳуми **ҷисми чархзанӣ**, Клопский ва Скопец **фигураҳои чархзаниро** истифода намудаанд. Мафҳуми фигураҳои чархзани нисбат ба ҷисми чархзанӣ васеъ аст. Фигура ҳаргуна маҷмӯи ғайрихолии нуктаҳоро меноманд. Ҷисм бошад, соҳаи сарбастаи маҳдуди фазо аст.

Фарз кунем, ки дарозии теғаҳои параллелопипед *а*, *в* ва с мебошанд. Куберо мегирем, ки ҳаҷми он ба воҳиди кубӣ баробар аст; теғҳои аз як қулла баромадаи онро ба 10^n қисми баробар тақсим намуда, аз нуқтаҳои тақсимот ҳамвориҳои перпендикуляр мегузаронем. Онгоҳ куб аз

$10^n\cdot10^n\cdot10^n=10^{3n}$ кубчаҳо иборат мешавад. Пас, ҳаҷми як кубча ба $\frac{1}{10^{3n}}$ барбар аст. Дарозии ҳар як теғача ба $\frac{1}{10^n}$ баробар мебошад.



Акнун параллелопипеди росткунҷаро гирифта теғаи онро ба қисмҳои бутуни ба $\frac{1}{10^n}$ баробар тақсим мекунем; аз нуқтаҳои тақсимотҳо ҳамвориҳои ба теғаҳо перпендикуляр мегузаронем. Дар натиҷа дар теғаи *а* $a\cdot10^n$, дар теғаи *в в* $\cdot10^n$, дар теғаи с $c\cdot10^n$ кубчаҳо ҷойгир мебошанд. Ҳаҷми параллелопипед ба суммаи ҳаҷмҳои кубчаҳои он баробар аст: V куб= 1в. кубӣ

$$V_{параллелпипед}=abc\cdot10^{3n}\cdot\frac{1}{10^{3n}}=abc \qquad (abc\cdot10^{3n} -$$

шумораи кубчаҳо; $\frac{1}{10^{3n}}$ - ҳаҷми як кубча)

Муаллим моделҳои тайёри слиндрро ба хонандагон нишон дода масъала мегузорад: Чӣ тавр ҳаҷми слиндро бояд ёфт?

Теоремаи китобро баён мекунад: **Ҳаҷми слиндр ба ҳосили зарбӣ масоҳати асос бар баландӣ баробар аст:**

V слиндр $=SH=\pi R^2H$

Бо аҳли синф нақшаи исботи теоремаро муҳокима меманоем.

Муаллим: ҳангоми масоҳати доираро ҳосил кардан ду бисёркунҷа сохта будем, ки якеаш доираро дарбар мегирифт ва дуюм дар даруни доира воқеъ буд. Фарз кунем радиуси асосии силиндр R ва баландиаш H бошад. Ду призмаи мунтазамро месозем, нақша кашида мешавад, ки якеаш P слиндрро дарбар гирифта дуюмаш P_1 дар даруни силиндр воқеъ аст.

Баландии ин призмаҳо ба баландии слиндр баробар аст. Агар адади рӯяҳои паҳлуии призмаро зиёд кунем, онгоҳ масоҳати асоси призма ба масоҳати доира πR^2 ҳаҷми призма ба ҳаҷми слиндр баробар мешавад. Азбаски V призма = SH аст, пас V слиндр = $\pi R^2 H$ мешавад ё

$$V = \frac{\pi d^2 H}{4}$$

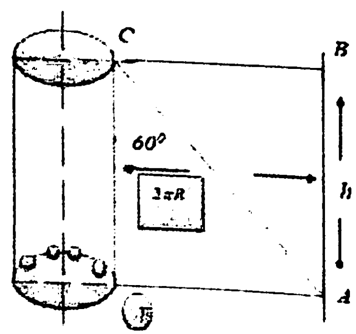
Тадбиқи формулаи ҳосилшударо дар ҳалли масъалаҳои даҳанакӣ санҷидан бехтар аст.

Масъала: Агар баландии слиндр h бошад ва дар кушодаи сатҳи слиндрӣ ташкилкунанда бо диагонал кунҷи 60^0-ро ба вуҷуд орад, пас ҳаҷми силиндр ба чӣ баробар аст?

Ҳал: Аз ΔACD : $\frac{AD}{CD} = tg 60^0$;

$2\pi R = htg 60^0$ $\quad R = \frac{h \cdot tg 60^0}{2\pi}$; $\quad tg 60^0 = \sqrt{3}$;

$$V = \pi\left(\frac{h \cdot tg 60^0}{2\pi}\right) \cdot h = \frac{3h^3}{4\pi}$$



6. Сатҳ мафҳуми топологӣ аст. Сарҳади ҷисм сатҳро ташкил медиҳад. Мо ин ҷо методикаи омӯзиши масоҳати сатҳи силиндро муоина мекунем.

Аз мисоли оддӣ, аз ҳаҷми параллелопипеди росткунҷа дарсро оғоз кардан мумкин аст.

Маълум аст, ки

$V_{\text{парал. рост.}} = sh$; $S = \frac{V}{h}$;

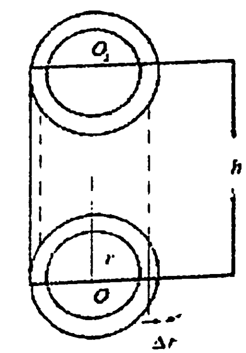
а) Агар ба рангубори пластинкаи росткунҷа $v \approx 10$ см^3 краскаи сафед саф шуда бошад ва ғафсии қабати краска

$h \approx 0{,}005$см бошад, онгоҳ масоҳати сатҳи пластинкаи рангубор карда шуда ба

$$S \approx \frac{10}{0{,}005} = 20000\,(см^2) = 2(м^2) \text{ аст.}$$

б) Vсм^3 краска барои рангубори ҷойи нишаст (кузов)-и автомобил; ғафсии қабати краска h см; масоҳати сатҳи кузови рангубор карда шуда $S \approx \frac{V}{H}$ (см^2) аст.

Ҳамин тавр масоҳати сатҳи ҷисмҳои чархзаниро меёбем.



Сатҳи ҷисми чархзаниро бо қабати ғафсии h мепӯшонем. Ҳаҷми қабат V_h аст. Ҳангоми хурд шудани h ғафсӣ хурд шуда ба $S \approx \frac{V}{n}$ баробар хоҳад шуд. Аз ин рӯ масоҳати сатҳи ҷисми чархзаниро ҳамчун нисбати V_h ба h дида баромадан мумкин аст, яъне

$$S = \lim_{n \to 0} \frac{V_h}{h}.$$

Фарз кунем, радиуси асоси слиндр r ва баландиаш h бошад. Агар r афзоиши Δr қабул кунад, онгоҳ ҳаҷми силиндр V ҳам дорои афзоиши ΔV мебошад (нигар ба расм).

ΔV - ҳаҷми қабати хурдтарин байни ду сатҳи паҳлугии слиндрҳо бо радиуси r ва $r + \Delta r$;

Δr - ғафсии қабат.

$$S_{\text{паҳлӯи слиндр}} = \lim_{\Delta r \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta r} = V'_r$$

Пас, $S_{\text{паҳлӯии слиндр}} = (\pi r^2 h)'_r = 2\pi r h$;

$S_{\text{пурра}} = S_{\text{паҳлӯи}} + 2S_{\text{асос}} = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi . r(h + r)$

МУНДАРИҶА

М.Р.Собирова

МЕТОДИКАИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА

(Китоби дарси)

Лицензия рақами АА № 0048. 18.03.2020.
Босишга 2025 йил 26 декабрда рухсат этилди.
Бичими 60x84 $^{1}/_{16}$. Офсет қоғози.
Офсет босма усулида босилди.
Times New Roman гарнитураси. Шартли босма табоқ 13,72.
Адади 100 нусха.

«AVTO-NASHR» босмахонасида чоп этилди.
Тошкент шаҳар. Навоий кўчаси, 30.

ISBN 978-9910-8463-3-5