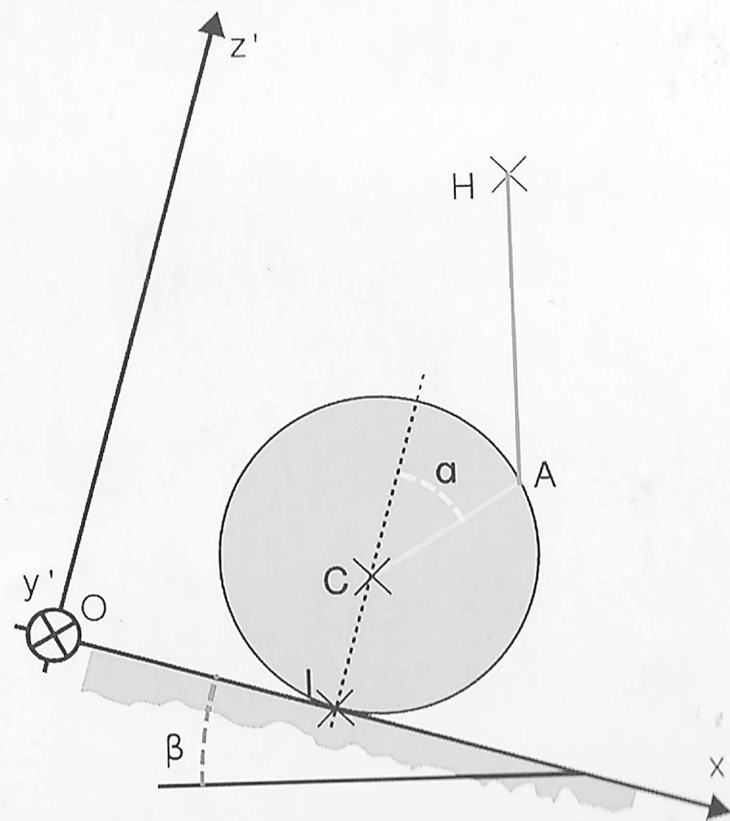


B.A. Fayzullayev

NAZARIY MEXANIKA



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

B.A. Fayzullayev

NAZARIY MEXANIKA

O'quv qo'llanma

Toshkent - "NIF MSH" - 2020

inson shu
organadi
qorong'u
jonli va
hqa sezgi

gartiradi.
nida his
ar doim

ilki ular
ashadi,
jismalar
qarab
olatlar

uning
uk va
isalar
ea va
babi,
nday
rakli
atini

cha
bir
o'z
o'z
ng
ng

iy

n

c

t

UDK: 531
BBK: 22.21
F 32

Fayzullayev B.A.

Nazariy mexanika/o'quv qo'llanma/Toshkent:"NIF MSH", 2020, 158 bet.

Ushbu o'quv qo'llanma «Nazariy mexanika» fani b'oyicha 5340700 - "Gidrotexnika qurilishi", 5450600 - "Irrigatsiya tizimlarida gidroenergetika ob'ektlari", 5450400 - "Gidrotexnika inshootlari va nasos stansiyalaridan foydalanish" bakalavriat yo'nalishlari talabalari, magistrlar, ilmiy tadqiqotchi va izlanuvchilar uchun mo'ljallangan bo'lib, «Nazariy mexanika» fanining statika b'olimi bo'yicha to'liq ma'lumotlar keltirilgan.

O'quv qo'llanmada statikaning asosiy tushuncha va qoidalari, inshoot va mashina-mexanizmlarga ta'sir qiladigan kuchlar va ularning turlari, kuchlar sistemasi, kuchning o'qdag va tekislikdagi proeksiyasi, kuchning markazga va o'qqa nisbatan momenti mavzulari keng yoritilib, har bir mavzu b'oyicha amaliy masalalarning echilish usullari batafsil tushuntirilib berilgan. Shuningdek, statikaning ba'zi masalalarini zamonaviy EHM dasturlari yordamida echish algoritmi, Mathcad dasturidan foydalanib statika masalalarini echish usullarining keltirilganligi o'quv jarayoniga zamonaviy axborot texnologiyalarini keng qo'llash imkoniyatini yaratadi.

Taqrizchilar:

A. Baydedayev- fizika-matematika fanlari nomzodi, professor

K.A. Tursunmetov- fizika-matematika fanlari doktori, professor

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGI TOMONIDAN NASHRGA TAVSIYA ETILGAN.**

ISBN 978-9943-7011-2-0

© Fayzullayev B.A. 2020.
© "NIF MSH", 2020.

KIRISH

Bizni juda hayratlanarli va cheksiz olam o'rab olgan bo'lib, inson shu olamning bir zarrasi sifatida olamdagi voqea va hodisalarni kuzatadi, urganadi hamda tahlil qiladi. Ushbu olam gigant yulduzlar, planetalar, sirli va qorong'u bo'shliqlar, Quyosh sistemasi, yorug'lik va qorong'ulik, issiq va sovuq, jonli va jonsiz jismlardan tashkil topgan bo'lib, biz uni ko'z, quloq, qo'l va boshqa sezgi organlarimiz orqali his qilamiz.

Olamdagi jismlar vaqt davomida o'z shakli va harakatini o'zgartiradi. Bizga bog'liq bo'lmagan holda mavjud bo'lgan va ko'z, qo'l yordamida his qilish mumkin bo'lgan jismlar to'plami materiya deyiladi. Materiya har doim o'zgarib turadi, unda har doim har xil o'zgarishlar bo'lib turadi.

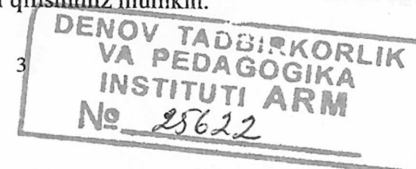
Yulduzlar koinotda faqat o'z holati va o'rnini o'zgartirmaydi, balki ular tug'iladi va yo'qoladi, o'z holatini o'zgartiradi. Kunduz kechaga almashadi, issiq sovuq bilan, sovuq issiq bilan joy almashadi. Har xil sharoitlarda jismlar o'zlarining shaklini o'zgartiradi. Qattiq jism muhitning xususiyatiga qarab suyuq yoki gazsimon moddaga aylanadi. Ushbu o'zgarishlar va holatlar materiyaning harakat ko'rinishlari hisoblanadi.

Tabiatni qanchalik chuqur urganishga harakat qilganimiz sari biz uning qanchalik sirli, qanchalik hayratlanarli ekanligini, uning qanchalik buyuk va qudratli ekanligini tushunib boramiz. Tabiat va unda yuz beradigan hodisalar haqida kundalik kuzatishlarimiz asosida xulosalar chiqaramiz. Ushbu voqea va hodisalarning mavjudligidan tashqari, ushbu hodisalarning yuzaga kelish sababi, mazmuni, oqibatlarini ham chuqur urganish talab qilinadi. CHunki, har qanday jarayonni chuqur urganish kelajakda ushbu holatni inson uchun foydali, kerakli tomonlarini olib qolish va zararli oqibatlarini bartaraf qilish imkoniyatini yaratadi.

Harakat materiyaning ajralmas qismi bo'lib, olamda bo'layotgan barcha voqea-hodisalarni o'zida qamrab oladi. Har qanday harakat jismlarning biror bir ko'chishlarining yig'indisidan tashkil topadi, masalan, osmon jismlarining o'z holatini o'zgartirishi, Er yuzasidagi moddiy jismlarning bir-biriga nisbatan o'z vaziyatini o'zgartirishi, jismni tashkil qiluvchi molekula va atomlarning harakati, hattoki bizning fikrlashimiz va xayol surishimiz ham harakatning eng oliy turlaridan biridir.

Nazariy mexanika moddiy jismlarning mexanik harakatining umumiy qonuniyatlari va jismlarning muvozanat holatlari haqidagi fandir.

Mexanik harakat deganda jismlarning vaqt davomida bir-biriga nisbatan o'z vaziyatini o'zgartirishi tushuniladi. Kundalik hayotimizda har kuni mexanik harakatning har xil ko'rinishlarini kuzatamiz. Tabiatda Erning Quyosh atrofida aylanishi, shamolda zarrachalarning harakati, suv toshqinlari harakati yulduzlar harakati, texnikada esa samolyot, vertolyotlarning fazodagi harakatlari, kema va korabllarning suvdagi harakati, avtomobillarning tinch turgan boshqa jismlarga nisbatan harakati va hokozolarni misol qilishimiz mumkin.



Shundan ham ko'rinib turibdiki, Nazariy mexanika fani muhandislik yo'nalishidagi barcha bakalavriat va magistrlik yo'nalishlari talabalari uchun eng muhim fundamental fanlardan biri hisoblanadi.

«Nazariy mexanika» fanining asosiy maqsadi - talabalarning mexanik sistemalar harakati qonuniyatlarini aniqlash usullarini, sistemaga ta'sir etuvchi kuchlarni oddiy ko'rinishiga keltirish usullarini o'rganishidir.

Fanning vazifalari bo'lajak mutaxassisning Nazariy mexanikani o'rganishi, uni kelgusi ilmiy texnikaviy taraqqiyot jarayonida uchraydigan turli masalalar va yangiliklarni mustaqil ravishda hal qilishi uchun asosiy omillardan biri bo'lishi kerak. Shu bilan birga nazariy mexanikani o'rganish, bo'lajak muhandisning dunyoqarashini, uning umumiy madaniyatini, qobiliyatini o'stirishga yordam beradi.

Nazariy mexanikani o'rganish jarayonida talaba mexanikaning asosiy tushunchalari va qonunlarini hamda shu qonunlardan kelib chiqadigan moddiy nuqta, qattiq jism mexanikasi tizimining muvozanati va harakatini aniqlash usullarini bilishi, olgan bilimni nazariy mexanikaning muhandislik va maxsus fanlarni o'tishda zarur bo'lgan qonun-qoidalarini tatbiq eta olishi zarur.

Fan o'zlashtirish bo'yicha talabalarning bilimiga, uquviga va ko'nikmasiga, Davlat ta'lim standartlariga muvofiq quyidagi talablar qo'yiladi: mexanikaning asosiy qonunlari, teorema va prinsiplarini; nazariyalarni aniq masalalar yechishga tadbiq etish; bog'lanishlarning reaksiya kuchlarini aniqlash; mexanik sistemalarning muvozanat shartlarini; nuqta va jismning tezligi, tezlanishi va harakat trayektoriyalarini aniqlash; harakatning dinamik tenglamalarini tuzish; ta'sir etuvchi kuchlar sistemasini oddiy ko'rinishiga keltirish; amaliy masalalarni yechishning eng rasional yo'llarini tanlashni bilishlari lozim.

Uzoq o'tmishda insonlar qo'l mehnatini soddalashtiruvchi yoki yengillashtiruvchi qurilmalarni «Mexanik san'at» deb qaraganlar. Bularga turli mexanizm va mashinalar, umuman olganda «ziyraklik yoki tadbirkorlik» bilan yaratilgan barcha qurilmalarni kiritish mumkin. Rim imperiyasi davridayoq bu tushuncha lotin tilida «machina» deb atalib, ya'ni oz kuch sarf qilinib, imkon qadar ko'p ish bajaruvchi qurilmalar tushunilgan.

Nil, Dajla va Furot daryolari soxillarida yashagan xalqlar qadimdan oq richag (pishang), pona, blok kabi mexanik qurilmalardan foydalanishni bilganlar. Ma'lumki, birinchi Misr piramidasi eramizdan 3000 yil avval qurilgan. Ulardan eng balandi Fira'vn Xufe (Xeops) piramidasi qurish uchun har bittasi o'rtacha 2,5 tn. keladigan 23.300.000 tosh palaxsalari ishlatilgan. Ba'zilarida esa xattoki 10 tn. va undan og'irroq palaxsalar ishlatilgan. Bunday og'ir palaxsalarni ko'tarishda «qiya tekisliklar» va richaglardan foydalanilgan. Misol uchun, o'sha Xafra piramidasi qurishda uzunligi 494,6 m, balandligi 45,8 m bo'lgan gorizontal tekislik bilan 5,3 gradus hosil qiluvchi qiya tekislikdan hamda joydan joyga ko'chirish va ko'tarish uchun richaglardan foydalanganlar. Keyinchalik esa

suv havzalaridagi kemalar harakati va janglardagi otish qurollarining takomillashuvi natijasida ularning nazariy asoslari yuzaga keldi.

Nazariy mexanika fani - boshqa fanlar kabi insonlarning ishlab chiqarishga munosabatidan, ya'ni qo'l mehnatini soddalashtirish, kam kuch sarflab, ko'p ish bajarishni amalga oshirilishi natijasida yuzaga keldi va 25 asr davomida rivojlanib kelmoqda. Nazariy mexanika fizika-matematika fanlari singari umumilmiy fundamental fanlarning biri sifatida o'rganiladi. Ushbu fanni o'rganish uchun talabalar elementar va oliy matematika, fizika, hisoblash texnikasi, chizmachilik fanlaridan yetarli bilimlarni olgan bo'lishlari lozim.

I. "NAZARIY MEXANIKA" FANI

1.1 FANNING RIVOJLANISH TARIXI.

"Nazariy mexanika" - moddiy jismlarning mexanik harakatining umumiy qonuniyatlari, jismlarning muvozanat holatlari va bir-biriga bo'lgan o'zaro ta'sirlarini o'rganuvchi fan.

Mexanik harakat deganda esa jismlarning vaqt davomida bir-biriga nisbatan o'z vaziyatini o'zgartirishi tushuniladi. Kundalik hayotimizda har kuni mexanik harakatning har xil ko'rinishlarini kuzatamiz. Tabiatda Erning Quyosh atrofida aylanishi, shamolda zarrachalarning harakati, suv toshqinlari harakati, yulduzlar harakati, texnikada esa samolyot, vertolyotlarning fazodagi harakatlari, kema va korabllarning suvdagi harakati, avtomobilarning tinch turgan boshqa jismlarga nisbatan harakati va hokazolarni misol qilishimiz mumkin.

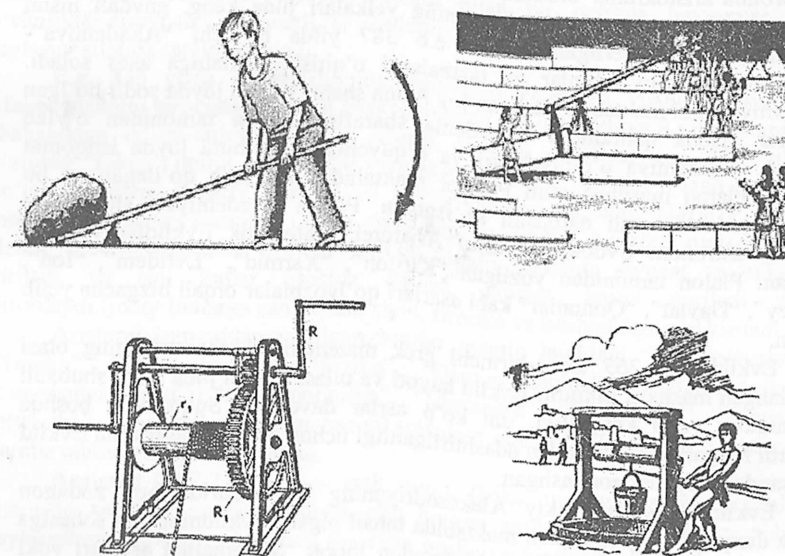
SHundan ham ko'rinib turibdiki, "Nazariy mexanika" fanini chuqur o'rganish orqali talabalar tabiat hodisalarining hosil bo'lish jarayoni, oqibatlari, mashina-mexanizmlar harakati, kuchlar tasiridagi jismlarda kuzatiladigan holatlar to'g'risida chuqur tasavvurga ega bo'ladilar va statik kuchlar ta'siridagi qattiq jismlarning bog'lanish reaksiya kuchlarini aniqlash, yassi plastinkaning og'irlik markazini aniqlash, kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momentini aniqlash, kuchlar sistemasini sodda holga keltirish, nuqtaning tezligi, tezlanishi hamda traektoriya tenglamasini aniqlash, kuchlar ta'siridagi jismning harakat qonunini aniqlash hamda jismga ta'sir etayotgan bog'lanish reaksiya kuchlari, tashqi kuchlarni aniqlash kabi masalalarni echish malakasiga ega bo'ladilar.

Mexanika fanlarining rivojlanish tarixini o'rganishda ularni bir-biridan ajratib bo'lmashligini, har bir fan bir-biriga bog'liq tarzda rivojlanganligini ko'rish mumkin. SHuning uchun mexanika fanlarining rivojlanish tarixini quyidagi davrlarga bo'lish mumkin:

1. Antik davr mexanikasi;
2. I-X asrlar mexanikasi;
3. XI-XV asrlar mexanikasi;
4. XVI-XX asrlar mexanikasi;
5. Yangi asr mexanikasi.

Statikaning rivojlanishi inson o'z oldida uchragan qiyinchilik va muammolarni ongli hal qilish yo'lidagi faoliyati davomida yuz berdi. Inson o'z kuchi yordamida hal qilish qiyin bo'lgan kundalik muammolar, masalan og'ir jismlarni bir joydan ikkinchi joyga ko'chirish, biror og'ir jismni balandlikka ko'tarish, suvda jismlarning muvozanatini ta'minlash, jismlarning og'irliklarini o'lchash kabi kundalik hayotidagi muamoyalarni hal qilishda eng oddiy mexanizmlar - richag, blok, qiya tekislik, pona va boshqa mexanizmlarni yaratdi.

Eng dastlabki antik mexanikaning asosiy nazariy tushunchasi richag va uning muvozanati haqidagi nazariy ma'lumotlardir. Eramizdan avvalgi III-IV asrlarda yashab o'tgan Arxit Tarentskiy (428-365 e.a. yillar) richag, blok va polispastlarning ishlash prinsipi haqidagi ilk nazariy bilimlarni o'zining "Matematika fanlari xaqida", "Suhbatlar" asarlarida keltirgan. SHuningdek, Arxit birinchi bo'lib mexanikani fan sifatida tartibga keltirib, mexanizmlar harakatini geometrik chizmalar orqali ko'rsata oldi.



1.1-rasm. Inson tomonidan kashf qilingan eng oddiy mexanizmlar.

Antik davrda o'zlarining ham dunyoviy, ham diniy bilimlari bilan vatandoshlariga o'z bilim va tajribalarni ulashgan Suqrot, Damon, Konon, Zenon, Anaksagor, Platon, Alkiviad, Ksenofont, Evklid, Demokrit, Platon, Aristotel, Arximed kabi buyuk faylasuflarning tabiat, falakiyot, hayot, musiqa, falsafa, matematika, fizika, astronomiya sohalarida qilingan izlanishlarida bundan yigirma, yigirma besh asrlar oldingi insonlarning aqliy qobiliyati, ular tomonidan yaratilgan mashina-mexanizmlar, mexanikaning ilk tushunchalarining hayotga amaliy tadbiri bo'yicha keng ma'lumotlar beradi.

Suqrot (469-399 e.o) - qadimgi dunyoning eng mashhur faylasufi Afinaning hukumat vakili oilasida tarbiya topadi. Yoshligidan Suqrot o'sha zamonning istedodli faylasuflari Damon, Konon, Zenon, Anaksagorlardan ta'lim

olgan. Platon, Alkiviad, Ksenofont, Evklid kabi faylasuflar Suqrot ta'limini olgan mashhur faylasuflardir.

Demokrit (460-370 e.o.) – mashhur qadimgi davr faylasufi taqvodor boy oilada tarbiya topadi. U Gresiyaning Abderax shahrida tavallud topgan bo'lib, shahar Gresiyada odamlarining sodda, g'o'r va sovodsizligi bilan mashhur bo'lgan.

Platon (427-347)-mashhur grek faylasufi Saronikos bog'ozida joylashgan Elin orolida aristokratlar oilasida dunyoga kelgan. Platonning asl ismi Aristokl bolgan, Platon esa taxalusi bolib, uning yelkalari juda keng, g'aydali inson bo'lganligi uchun berilgan. Platon e.o. 387 yilda birinchi "Akademiya"-Platonning mahalliy olimlar va talabalarni o'qitish maktabiga asos soladi. Akademiya so'zi maktab joylashgan joy Afina shahri va shu joyda sodir bo'lgan mashhur afsona qahramoni Gekadema sharafiga Platon tamonidan o'ylab topilgan. Akademiya o'qituvchilari va o'quvchilarining bitta joyda istiqomat qilishini Platon mashhur olim Pifagor maktabidan o'rganib qo'llagan va bu hayotda juda samarali natijasini ko'rsatgan. Platon Akademiyasi shogirdlari orasidan astronom Evdoks, faylasuf Aristotel, matematik Evklidlar yetishib chiqqan. Platon tamonidan yozilgan "Kiriton", "Xarmid", "Evtidem", "Ion", "Timey", "Davlat", "Qonunlar" kabi asarlari qo'lyozmalar orqali bizgacha yetib kelgan.

Evklid (325-265 e.o.)-birinchi grek matematigi, geometriyaning otasi hisoblangan mashhur olimdir. Evklid hayoti va oilasi haqida juda kam, shubxali ma'lumatlar yetib kelganligi, uni ko'p asrlar davomida Suqrotning boshqa shogirdi Megarlik Evklid bilan adashtirilganligi uchun uni ko'p asarlarda Evklid Aleksandriyskiy deb nomlashgan.

Evklid Aleksandriyskiy Aleksandriyaning Tir shahrida boy zodagon oilada dunyoga kelgan, Platon maktabida tahsil olgan. Evklidning fan sohasiga qo'shgan eng katta hissasi uning 15 tomdan iborat "Matematika asoslari yoki Evklid geometriyasi" asaridir. Ushbu asarda Evklid algebra va geometriya sohalarida ungacha erishilgan barcha kashfiyotlarni, Pifagor, Gippokrat Xiosskiy, Evdoks Knidskiy, Arxit Tarenskiy, Tetet Afinskiy, Gipsikl, Isidor Milltskiy kabi olimlarning kashfiyotlarini bitta tizimga keltirib, ularni amaliy masalarni yechishga tadbqiqini keltirgan. Evklid geometriyasi ikki qismdan: asosiy tushunchalar va geometriya aksiomalaridan iborat. Bundan tashqari, Evklid o'ptika, mexanika, astronomiya, falsafa va musiqa sohalarida ham samarali ijod qilgan va asarlar yaratgan.

Evdoks Knidskiy eramizdan oldingi 408-355 yillarda Qadimgi Gresiyaning Knid shahrida yashab o'tgan faylasuf bo'lib, Platonning shogirdlaridan biridir. U Yer, Oy, Quyosh va boshqa planetalardan iborat yangi modelni yaratadi, astronomiya bilan jiddiy shug'ullanadi. Evdoks Misrga sayohat qiladi, u yerdagi ilmiy tadqiqotlarni urganadi, bilimlarini boyitadi. Misrdan qaytib u Kizik shahrida matematiklar va astronomlar maktabini tashkil etadi. Evdoks o'z zamonasining eng yaxshi jihozlangan astronomik

observatoriyasini quradi va astronomik kuzatishlari asosida birinchi yulduzlar xaritasini tuzadi.

Aristotel (384-322 e.o.) - mashhur grek faylasufi Stagir shahrida shifokorlar oilasida tavallud topdi. Otasi Nikomax qirol Aminta III ning bosh shifokori, onasi Festida oliy nasab ziyoli oiladan edi. Shifokorlik nasldan-naslga o'tib kelgan ushbu oilada Aristotelga ham yoshligidan medisina, falsafa fanlarini chuqur o'rgatila boshlandi. 15 yoshli Aristotel vasiysi Proksendan ruxsat olib Kichik Osiyoga e.o. 367 yilda Afinada joylashgan Platon akademiyasiga tahsil olishga keladi. Aristotel siyosat, falsafa bilan bir qatorda hayvonlar va o'simliklar dunyosini o'rganadi. U akademiya 20 yil o'qib o'rgandi va yetuk faylasuv sifatida tanila boshladi.

E.a. 343 yilda qirol Filipning taklifiga ko'ra 13 yoshli Aleksandr Makedonskiyni tarbiyalash uchun Makedoniyaga taklif etiladi va 8 yil davomida shahzodaga ta'lim-tarbiya beradi. Afinga qaytgan Aristotel e.o. 351 yilda o'zining "Likey" nomli faylasuvlar maktabini ochadi. Aristotel o'ziga ma'lum bo'lgan fanlarni nazariy, amaliy va ijodiy fanlarga bo'ladi. Nazariy fanlar insonning shaxsiy kamoloti uchun zarur deb hisoblaydi. Aristotel matematika, fizika, metafizikani shu qismga kiritadi. Amaliy fanlarga siyosat va etikani kiritadi va shu fanlar asosida davlat, jamiyat, hayot quriladi deb hisoblaydi. Ijodiy fanlarga san'at, she'riyat, ritorika va boshqa fanlarni kiritadi.

Aristotel tomonidan yozilgan asarlar mantiq haqidagi "Kategoriyalar", "Topika", tabiyat haqidagi "Fizika", "Osmon haqida", "Meteorologika", "Hayvonlar tarixi", "Fiziogonomika", "Mexanika", "Metafizika", "Siboat", "Ritorika", "Poetika" va boshqa har xil sohadagi asarlar bo'lib, inson hayotining barcha jabhalarini qamrab olgan.

Arximed (287-212 e.a.) – grek olimi, fizika, matematika va mexanika sohasida samarali amaliy faoliyat olib borgan antik davrning eng mashhur faylasuflaridan biridir. Arximed Sissiliya orolining Sirakuza shahrida astronom va matematik Fidiy oilasida tarbiya topadi. Boshlang'ich ta'limni otasidan olgan Arximed keyingi ta'limni Misrning Aleksandriya shahrida oladi. Aleksandriya bir necha asrlar davomida eski dunyoning madaniyat, ma'rifat va ilmiy markazlardan biri bo'lgan.

Arximed o'z fikrlarini, qiziqishi va kashfiyotlarini tajribalarda, amaliyotda keng qo'llay olganligi bilan boshqa olimlardan farq qiladi. U richagning ishlash nazariyasini to'liq asoslab, richagli, blok – richagli har xil mexanizmlarni yaratgan va amaliyotga tadbqiq qilgan. Ushbu mexanizmlardan dengiz portlarida katta og'irlikdagi yuklarni tushurish va ortishga, quduqlarda suv tortishga, qulishda yuqori balandlikka qurilish materiallarini chiqarishda va boshqa maqsadlarda foydalanilgan.

Arximed "Tekis shaklning muvozanati haqida", "Jismlarning suzishi haqida", "Parabola kvadraturasi", "Shar va silindr haqida", "Spirallar haqida", "Stomaxiyon", "Psamit" kabi asarlarida o'zi tomonidan yaratilgan qonunlar,

mashina – mexanizmlarning ishlash nazariyasi, ularni amaliyotda qo'llash istiqbollari asoslab bergan.

Arximed matematika sohasida matematik analiz muammolari, doira va ko'pburchakning yuzasini aniqlash formulalarini yanada takomillashtirish, differensial hisoblashlar asoslari, egri chiziqqa o'tkazilgan urunmani aniqlash kabi yo'nalishlarda izlanishlar olib borgan. Arximed sharning hajmi va yuzasini aniqlash formulalari, giperbola, parabola va ellipslarga o'tkazilgan urinma funksiyasini birinchi bo'lib aniqlashga muvaffaq bo'lgan.

Arximed fizika sohasida istalgan paytdagi jism tezligini aniqlash, suyuqliklar harakatida suvning bosimini aniqlash yo'nalishlarida izlanishni olib bordi. Ayniqsa, Gidralikada hozirgacha o'rganib kelinayotgan Arximed qonuni olimning ushbu sohaga qo'shgan eng katta hissalaridan biridir.

Arximed astronomiya sohasida ham samarali faoliyat olib borgan. U birinchi fazoni kuzatish asbobi – planetariy asbobi muallifidir. Arximed yaratgan planetariy yordamida Oy va Quyoshning harakatini, beshta planetaning harakatini, oy tutilishi va fazalarini kuzatish imkoniyatini bergan. U o'z dunyo sistemasini quydagicha tasavvur qilgan: sistema markazida Yer, Venera, Mars va Merkuriy Quyosh atrofidan aylanadi, butun sistema esa Yer atrofida aylanadi deb hisoblagan.

Shuningdek, Arximed eramizdan avvalgi 212 yilda bo'lib o'tgan Ikkinchi Punik urushida rimliklarga qarshi tosh otish mashinasi, uzun quloqli kran kabi mexanizmlarni yasab Sirakuzaning himoyasiga katta yordam bergan.

I-X asrlar fan-texnika taraqqiyotining Evropada tanazzulga uchrashi, Rim imperiyasining qulashi, varvarlar istilosi, diniy tayziqlarning o'ta kuchayishi kabi tarixiy hodisalar bilan insoniyat tarixida qorong'ulik, mavhumlik ko'rinishida tarixda qoldi. Ushbu asrlarda Muxammad al-Xorazmiy, Abu Nasr Forobiy, Abu Ali ibn Sino, Abu Rayxon Beruniy kabi o'zbek olimlari, Sobit ibn Kurra, Abu Mansur al-Xaziniy kabi arab olimlarning matematika, fizika, astronomiya, tibbiyot sohasidagi izlanishlari mexanika sohasining ham rivojlanishiga zamin yaratdi.

Markaziy Osiyoning I-X asrlar fan-texnika taraqqiyotidagi o'rni Markaziy Osiyo shaharlarida qurilgan inshoot, obida va binolarga qarab ham bilish mumkin. Masalan, Afg'oniston shimolida joylashgan qadimiy shahar bo'lmish Balxdagi Bala-Xisar qo'rg'oni Troya umumiy maydonidan 10 barobar, Turkiyaning qadimiy Prienna shahrining butun pastki qismidan ikki barobar katta bo'lgan. Turkmanistonda joylashgan qadimiy Marv shahri esa XII asrda Xitoyning Xanchjou shahrini ortda qoldirgan holda, dunyodagi eng ulkan shahar hisoblangan. Tertius CHandler o'zining "SHaharlar rivojining to'rt ming yili" nomli tadqiqotida, 1150-yilda Marv shahri 200 000 aholisi bilan dunyoning eng yirik shahri bo'lgani haqida yozgan. 11-asrda SHimoliy Erondagi Nishopur shahri aholisi 200 000 dan 500 000 gacha bo'lgan bir paytda, London aholisi soni 10 000 nafar kishini tashkil etgan.

Markaziy Osiyo o'rta asr shaharlarining suv ta'minoti tizimi yana bir mo'jizaning o'zi – Marv shahrida gidravlika tizimining ishlashini ta'minlash uchun 12 000 nafar kishi, ushbu tizimga qarab turish uchun 300 nafar suvga sho'ng'uvchilar mehnat qilgan. SHaharlar dambalar, sopol er osti quvurlari, klapanlar, yomg'ir suvlarini yig'ish va tozalash markazlari kabi murakkab hamda texnik jihatdan a'lo darajadagi suv ta'minoti tizimlariga ega bo'lgan. Sinszyandagi suvni saqlash bo'yicha eng mukammal kegriz tizimlari, erosti kanallari hanuzgacha zamonaviy tadqiqotchilarni hayratga solib kelmoqda. Hayron qolarli jihati shundaki, ming yillar o'tsa hamki, ayrim joylardagi irrigatsion tizimlar ana shu qadimiy tizimlar bilan tenglasha olmaydilar. Masalan, burama mixlar, suv tortuvchi bosimli nasoslar, tirsakli vallar kabi texnologik yangiliklar Xitoyga aynan Markaziy Osiyo va uning boy «gidravlika sivilizatsiyasi» dan kirib kelgan.

Markaziy Osiyoning buyuk olimlaridan bo'lgan Ibn Sino 12-asrdan 17-asrga qadar SHarq va G'arbda asosiy darslik hisoblangan "Tib qonunlari"ning muallifi bo'lgan. Zamonaviy Evropa tibbiyoti aynan qadimgi yunon va Markaziy Osiyo tibbiyot maktabiga asoslanadi. Ushbu mintaqada Xitoy va Hindistondan taklif etilgan iste'dodli oftalmolog va jarrohlardan bo'lgan. Ibn Sino "Tib qonunlari"da suvni ifloslaydigan va kasalliklarni tarqatuvchi mayda moddalar mavjudligini taxmin qiladi. U chechak kasalligini, o'lat va vabo kasalliklari o'rtasidagi farqni, moxov va boshqa ko'plab kasalliklarni aniq tavsiflab beradi. Avitsennaning (g'arbda Ibn Sino shunday deb ataladi) "Tib qonunlari" 600 yil davomida Evropaning eng nufuzli universitetlarida tengi yo'q manba sifatida qo'llanilgan.

Ibn Sino (980-1037) Buxoroning Afshona qishlog'ida tug'ilgan bo'lib, 29 ta turli sohada 450 dan ortiq asarlar yaratgan. YOshligidan o'z iqtidori bilan tan olingan Ibn Sino 10 yoshida Qur'oni Karimni yoddan bilgan, 12 yoshidan boshlab mantiq, falsafa, geometriya va astronomiya fanlari bo'yicha mashhur olim Abu Abdulloh Natiliydan saboq olgan. 14 yoshidan mustaqil tibbiyot, astronomiya, mantiq, falsafa va geometriyani chuqur urgangan yosh olimni 16 yoshida Buxoro amirini davolash uchun saroyga chaqiriladi.

Ibn Sino astronomiya va mexanika sohasida Aristotelning mulohazalarini tanqid qilib, Quyosh va yulduzlarning harakatini urgangan hamda osmon jismlari harakatini kuzatish asbobi sxemasini taklif qilgan. Bundan tashqari u yuqoriga otilgan jismlar harakatini urganib, tezlanishni aniqlash ustida amaliy tajribalar o'tkazgan.

Marvlik Xabbash al-Marvoziy matematika va astronomiya fani asoschisi bo'lgan, quyosh balandligiga qarab aniq vaqtini ko'rsatuvchi vositalarni yaratish uchun tutilishdan foydalangan. SHarsimon usturlob, ko'plab astronomik jadvallarning kashf etilishi, er aylanasiga oid hisob-kitoblar, sayyoralar va Er o'rtasidagi hamda ularning bir-biri o'rtasidagi masofa – bularning bari marvlik astronomni qiziqtirgan. Xabbash zamonaviy trigonometriyaga tangens va kotangensni kiritgan.

Kopernik 1491 yilda Krakov unibersiteti, 1497 yil Italiyaqning Boloniya universitetida o'qishga kirib astronomiya, diniy xuquqshinoslik matematika fanlaridan chuqur bilim oladi. Lekin u ikkala univirsitetda xam o'qishini yakuniga yetkazmasdan 1500 yilda Paduan univirsitetiga mexanikani o'rganishga axd qiladi. 1503 yilda Kopernik diniy xuquqlar doktori va ilmiy darajasini oladi, Padue shaxrida medisina bilan 3 yil shug'ulanadi. Keyingi 6 yil davomida Kirakov universitetida talabalarga dars berib, astronomic izlanishlarni olib brogan. Bir vaqtning o'zida tog'asining ishonchli vakili, kotibi xamda maxaliy davolovchi vrach sifatida faoliyat yuritgan.

Kopernik yangi geliosentrik sistemaning yaratuvchisi sifatida 1543 yilda o'zining 40 yillik astronomic izlanishlari, natijasida Osmon sferalarining aylanishlari to'g'risida" risolasida bayon qildi. Ushbu risola 6ta kitobdan iborat bolib unda yerning sharsimon ekanlini, quyosh atrofiga aylanishini, yulduzlar, planetalar va quyoshning osmondagi joylashish o'rni oy xaqidagi kuzatishlar plonetalalar aylanish kengligi, geometiriyasi yulduzlar xaritasi, planetalar va quyosh orasidagi masofa, munosabatlar boyicha tamonila yangicha qarashlar bayon qilingan.

Bulardan tashqari Kopernik Polshiyada yangi tanga tanga ishlab chiqarish sistemasi fromborx shaxrini suv bilan taminlash gidravlik mashinasi, vrach sifatida 1519 yilda epidemiyaga qarshi kurash loyixasi, 1519-21 yillardagi urushda ximoya loyihalarining ham muallifidir.

Nikolay Kopernik asos solgan astronomic kuzatuvlar uslubi va astronomic jadvallarning Ptolomey zamonidan beri, ya'ni deyarli ikki ming yil davomida qo'llanilgan jadvallardan sifat va aniqlik bobida ancha ustun bo'lgani haqida yuqorida ta'kidlagan edik. Kopernikning vafotidan keyin, butun Yevropa bo'ylab uning jadvallari keng tarqaldi va barcha astronom olimlar Kopernik usuli va jadvallari asosida ish yurita boshladilar. Biroq, tez orada Kopernik jadvallarining ham, osmon jismlari ayniqsa, sayyoralarning amaliy kuzatuv natijalaridan farq qilayotganligini sezib qolishdi. Ilg'or fikrli olimlar uchun Kopernik ta'limotining mutlaqo to'g'ri ekanligi kundek ravshan edi. Biroq sayyoralar harakati qonuniyatlarini yanada chuqurroq o'rganish va tadqiq qilish zarur bo'lib, bu borada Kopernik ta'limotida mavhum qolib ketgan savollar anchagina bo'lgan.

Sayyoralar harakati qonuniyatlarini jiddiy o'rganishga kirishgan va ularni o'rta asrlar uchun o'ta aniqlikda hisoblay olgan birinchi olim - Olmoniyalik Iogann Kepler bo'ldi. Iogann Kepler 1571-yilning 27-dekabrida Shtutgart yaqinidagi kichik Veyle shaharchasida tug'ildi. Oilasining moddiy ahvoli sababli Kepler boshlang'ich maktabni arang tugallagan. Biroq baribir fanlarni yaxshi o'zlashtirishga erishgan. U 1589-yilda Tyubingen universitetiga o'qishga kirib, u yerda matematika va astronomiya bo'yicha jiddiy shug'ullanadi va chuqur ta'lim oladi.

Kepler 1596-yildayoq, o'zining «Kosmografik sir» nomli risolasida Kopernik ta'limotini mutlaqo yoqlab chiqib, sayyoralar tizimida Quyoshning

markaziy o'rin tutishi haqidagi g'oyani va sayyoralar bir-biriga nisbatan joylashuvi va masofasi qonuniyatlarini aniqlashga harakat qilib ko'radi.

Iogann Kepler 1609-yilda «Yangi astronomiya» nomli, 1615-yilda «Vino bochkalarining yangi sterometriyasi» mashhur ilmiy ishini chop ettirdi. Ularda Kepler aylanasimon shaklga ega bo'lgan 90 xilga yaqin murakkab shakldagi bochka va idishlarning hajmini hisoblash uchun, integrallash usullarini bayon qildi.

Keplerning butun umri Kopernik ta'limoti uchun ochiq kurash asnosida o'tgan. 1617-1621 yillarda, o'ttiz yillik urushning eng avjiga chiqqan, Kopernik ta'limoti va asarlari Vatikanning taqiqlangan kitoblar qora ro'yxatiga tushgan qiyinchilik davrlarida, Kepler har biri taxminan 1000 sahifadan iborat bo'lgan «Kopernik astronomiyasi haqida tafsilotlar» nomli uch nashrdan iborat kitobini chop ettirdi. Ko'p yillar davomida Kepler o'zi kashf etgan harakat qonuniyatlariga asoslangan sayyoralar harakati jadvallari tuzish ustida ish olib bordi. U 1627-yilga kelib «Rudolf jadvallari» nomli, sayyoralarning harakatlari jadvallarini chop ettirdi. Mazkur jadvallar keyingi asrlarda ham astronomlarning ish stolidan doimiy o'rin olgan muhim ilmiy manbaga aylandi. Keplerning boshqa fanlar, xususan optika uchun qo'shgan xossasini ham munosib baholash darkor. Masalan uning ishlab chiqqan optik refraktor sxemasi 1640-yildayoq astronomic kuzatishlar uchun eng asosiy nazorat-o'lchov asbobiga aylandi.

Iogann Keplerning ilmiy faoliyati va beqiyos ilmiy izlanishlari tufayli, butun insoniyat, ya'ni, siz va bizning osmon jismlari harakati va Quyosh tizimi tuzilishi haqidagi tasavvurlarimiz mutlaqo yangi bosqichga ko'tarildi. Astronomlar uni be'jizga «Osmon qonunchisi» deb atashmaydi, zero aynan u Quyosh tizimidagi osmon jismlarining harakat qonunlarini birinchi bo'lib aniqladi va fanga mukammal ravishda bayon qildi.

Isaak Nuyuton (1643-1726) - buyuk ingiliz olimi, fizika, matematika va mexanika sohalarida samarali faoliyat olib borgan. Nyuton 1643 yil 4 yanvarda Angliyaning Linkolin grafligiga qarashli Vulstorn qishlog'ida tugiladi.

U 16 yoshigida onasi uni xojalik ishlari fermerlik faoliyatini yuritishga jalb qiladi, chunki bu vaqtda uning ogay onasi xam vafot etgan edi. Bo'sh vaqtlarida Isaak xar xil inson mehnatini yengilashtiruvchi mexanizmlar yasari, kitoblar oqir va ajoyib she'rilar yozardi. 1661 yilda maktab oqituvchisi Stoks, togasi Uilyam Eyskou va qoshnisi Xemfri Babingmon Isaakning onasini 18 yoshida Isaakni Kembridj universitetida oqishini davom etirishga ko'ndiradi. 1664 yilda Nuyuton mustaqil tadqiqotlarihi boshlaydi va tabiatdagi jamiyatdagi 45 ta muamoni yozib chiqadi. Shu paytda univirsitetga mashxur matematik Isaak Barrou ish boshlaydi va Nuyuton uning qiziqtirishlari asosida o'zining matematika soxasidagi birinchi kashfiyoti-ixtiyoriy ratsional korsatkich uchun binomli ajratishni ishlab chiqadi.

1687 yilda Nuyuton "Natural falsafaning matematik asoslari" asarini elon qiladi. U ushbu asarida klassik mexanika qonunlari Galileyning inersiya qonuni, dinamikaning asosiy qonuni, tasir va aks tasr qonuni, butun olam tortishish

qonuni keng yoritib beradi. Ushbu asarning boshqa ilmiy asarlardan asosiy farqi, ustunligi shunda ediki Nuyutonning xar bir teorema yoki qonuni xam nazariy xam tajribalar asosida ishbotlab korsatib berganligidir.

Galileo Galiley (1564-1642)-Renessans davrining sng buyuk olimlaridan biri fizika mexanika astronomiya falsafa va matematika soxalarida samarali faoliyat olib borgan.

Galiley 1564 yil 15 febralda Italiyaning Piza shahrida tugilgan. Otasi Vinchenso musiqashunos bolib, qadimgi ud asbobini chalgan va musiqa nazariyasi boyicha traktatlar yozgan onasi Djuliyi Ammannati uy bekasi sifatida torta farzantni: Galimo, Virjini, Livio va Mikelandjiloni tarbiyalagan. Kichik ukasi Mikelandjilo otasining izidan borib mashxur kompozitor bolib yetishadi. Galilii 8 yoshida tolganda oila Italiyaning shu paytdagi poytaxti Florensiyaning Toskano shahriga ko'chib o'tadi. O'sha paytda bu shahar eng mashhur rassomlar, musiqachilar, shoirlar, yozuvchilar va olimlar toplangan madaniyat markazlaridan biri edi.

17 yoshida Galiley Piza universitetiga medidsinani organish uchun kiradi. Univirsetetda medidsina bilan birgalikda matematika fizika mashxulotlariga qatnaydi va Kopernik geliosentrik sistemasiga qiziqib qoladi. Pedagogic faoliyat bilan birgalikda ilmiy tajribalar olib bordan Galiley ozining "Harakat haqida" "Mexanika" "Yulduzli darakchi", "Quyosh yuzidagi doglar haqida xatlar" nomli dastlabki asarlarini yozadi. 1600 yilda Djorgano Bruno daxriylikda asblanib gulxand yondirilgandan song kataloglar Galileyni va uning asarlarini notogri tashviqotda ayiblashadi.

1609 yilda Galiley teleskopni kashf etadi va osmon jismlarining xarakatini kuzata boshlaydi. 1611 yilda u teleskopni Rim papasi Pavel V ga namoish qilish uchun rimga boradi. Olim teleskopning ishlash jarayonini soda qilib tushuntiedi va poytaxtlik astronomlar tamonidan qolab quvatlanadi. Lekin Galileyning Kopernik geliosentrik sistemasi togrisidagi qarashlarini katoliklar dahriylik deb hisoblashadi va 1615 yilda uni dahriy deb elon qilishadi.

Galiley dunyo cheksiz va doimiy, hech narsa bordan yo'q bo'lmaydi, balki bir holatdan ikkinchi holatga o'tadi deb hisoblaydi. Astronomiya sohasida birinchi teleskop yordamida olib brogan kuzatishlaridan qoniqmagan Galiley jismlarni 32 marotaba katalashtirib korsatadigan ikkinchi teleskopni yasaydi. Galiley ushbu teleskop yordamida Oy yuzidagi tog va kraterlarni, Yupiterning to'rt yoldoshini, Quyosh yuzidagi dog'larni aniqlaydi. Galiley Yer ham o'z o'qi atrofida, ham Quyosh atrofida aylanishini, Venara, Merkuriy, Saturn planetalarining orbitalarini, Neptun planetasining mavjudligini asoslab beradi. Galiley tabiiy xodisalarning asosida eng oddiy xarakat mexanik harakat yotadi deb hisoblaydi va mexanikaning asosiy bolimi «Dinamika» bolimiga asos soladi. Galiley jismlarning xavodan yerga tushish qonunini aniqlaydi va uni emperik yo'l bilan isbotlab ko'rsatdi. Shuningdek, u gorizontga nisbatan burchak ostida otilgan jism harakatini chuqur o'rganib jismlarning asosiy

kinematic xaracteristikalarini - uchish tezligi, vaqti va masofalarini aniqlash formulalarini yaratdi.

Galiley 1637 yilda mexanikaning asosiy qonuni inersiya qonunini yaratadi va shu asosda dinamika bolimiga asos soladi. Kklassik mexanika nisbiylik prinspini asoslab bergan Galiley mayatnikning tebranishi qonunini yaratadi. Shu qonun asosida 1657 yilda Gyuygens birinchi mayatnikli soatni kashf qiladi.

Tixo Brage-(1546-1601) - daniyalik astronom, astrolog va alximek hukumatda yuqori mavqeyga ega bolgan zodagonlar xonadonida voyaga yetadi.

Otasi Otte Brage o'g'li Tixonon farzandsiz akasi qirol floti admirali Yergenga o'g'il sifatida berib yuboradi. Admiral butun mehrini yakkayu-yagona farzandi Tixoga qaratadi va uning yaxshi o'qishiga katta etibor qaratadi. 12 yoshda Tixo Brage Kopengagen universitetiga o'qishga kirib astronomiyani o'rgana boshlaydi. 1560 yildagi Quyosh tutilishini o'z ko'zi bilan ko'rgan Tixo astronomiyaga yanada mehr qo'yadi va 1562 yilda Leypsig universitetiga bilimini yanada mustaxkamlash uchun o'qishini o'zgartiradi. 1565 yilda Daniya-Shvesiya urushi boshlanishi bilan admiral Yergen Tixonon Kapengaginga chaqirib oladi va shu yili to'satdan otasi 60 yoshida kasallikdan vafot etadi. 19 yoshli Tixo Brage tutingan otasi admiral Yergenning butun boyligiga egalik qiladi va 1566 yilda Vittenberg universitetida o'qishni davom etiradi.

1571 yilda Otte Brage kasalligi xaqida eshitib oilaviy qala Knutstorpqa qaytib keladi va shu yil may oyida otasi vafot etadi. Tixo Brage qalg'ada astronomiya, astrologiya, alximiya bialn shug'ullanish uchun juda yaxshi jihozlangan laboratoriyalar quradi.

1574 yilda Tixo Brage Kopengagin universitetiga ma'ruzalar o'qish uchun shaxsan qirol tomonidan taklif oladi va oilaviy Kopengagenga ko'chib boradi. 1598-1600 yillar oralig'ida Brage o'zining 20 yillik mehnatini taxliil qilish, ijodiy izlanishlarini yana davom etirish uchun yosh, iqdidorli shogirt keragligini his qiladi. Buning uchun u iqtidorli, yosh, olamga o'zining matematik va astronomic bilimlari bilan mashxur bolgan Iogann Keplerni tanlaydi.

Tixo Brage butun umrini osmon jicmlari xarakatini organishi va o'z dunyo sistemasini qurishga sarfladi. U astronomic asboblarni takomillashtirdi, ularning aniqlik darajasini oshirdi, kuzatish usullarini katta aniqlikda o'lachdi. Tixo Brage 1592 yilda 777 ta yulduz, 1598 yilda 1004 ta yulduzlar katalogini tuzib chiqdi. Shuningdek, u Oyning harakat traektoriyasi va tezligini, Quyoshning joylashish koordinatasini, Mars planetasi harakat traektoriyasini, kometalarning harakat yo'nalishlarini katta aniqlikda o'lachagan. Tixo Brage Kopernik sistemasini matematik spekulyasiya deb atab o'zining "geo-geliosentrik sistemasi" ni taklif qiladi. Bu sistemaga Quyosh, Oy va yulduzlar qo'zg'almas Yer atrofida aylanadi, boshqa planetalar va kametalar esa Quyosh atrofida aylanadi deydi.

Uilyam Rouen Gamilton (1805-1865)-irland matematigi, fizika, mexanika astronomiya sohalarida samarali faoliyat olib brogan XIX asrning buyuk olimilaridan biridir.

Dublin shaxrida yurist Archibald Gamilton oilasida gunyoga kelgan Ulyam toqizta farzantning tortinisi edi va oilaviy nochorlik ota-onasining salomatligi yomonlashganligi tufayli amakisi Djeysms Gamilton tarbiyasini oladi.

Yoshligidan Uliamning iqtidori nomoyon boladi: uch yoshga oqishni organib arifmetikani oygana boshlaydi. 7 yoshida to'rtta tilni, 12 yoshida 12 ta tilni, ayniqsa persid, arab va Sanskrit tillarini ham organib olishi Gamiltonning yuksak iqtidoridan darak bergan. Bundan tashqari yoshligidan sheriyaatga qiziqadi va she'rlar yoza boshlaydi. 10 yoshda Gamilton Evklidning geometriyasini, 13 yoshida Nuyutonning "Universal arifmetika", 16 yoshida Nuyutonning "Natural falsafaning matematik asoslari", 17 yoshida Laplasning "Osmon mexanikasi" asarlarini o'rganadi.

Laplasning "Osmon mexanikasi" asaridan mantiqiy xato topgan Gamilton buni Irlandiya qiroli astranom Djon Brunkliga xabar qiladi va Brinkli yosh Gamiltonning o'qishiga bilim olishiga yordamlashadi. Djon Brinkli Gamiltonning iqtidorini yuqori boxolab uni "ikkinchi Nuyuton" boladi deb xisoblagan.

18 yoshida Gamilton Dublin univiriseteti Trinitii kollejiga oqishga kiradi va u yerda ozining yuksak iqtidorini nomoyon qiladi. 1827 yilda 22 yoshli, hali kollejini ham tugatmagan talabani qiroli astronomi Djon Brinkli tavsiyasiga ko'ra o'z o'rniga Dublin univ'ersiteti astronomiya boyicha professori va qiroli astronomi lavozomiga tavsiya qiladi.

Gamilton qiroli astronomi sifatida Dansink observatoriyasiga ham rahbarlik qiladi va 38 yil davomida ushbu faoliyatini davom ettiradi. 1830-1832 yillarda u optika boyicha bir qancha ilmiy ishlarini chop etdi va 1834-1835 yillarda Gamiltonning Nuyuton va Lagranjdan so'ng nazariy dinamika sohasida e'tirof etilgan, "Gamilton mexanikasi" nomini olgan klassik ishlari chop etiladi. 1836 yilda Gamilton o'zining dinamika masalalarini yangi yechish usullarini, yani "Gamilton prinspi"ni yaratadi. 1837 yilda Irlandiya qirolik akademiyasi Prezidentligiga saylanadi va 1846 yilgacha uni boshqaradi. Gamilton matematika boyicha "Algebraic juftlar nazariyasi", "Bikvadrat hisoblashlar nazariyasi", "Kvarenitronlar elementlari" asarlarini, mexanika sohasi bo'yicha "Dinamika masalalarini umumiy yechish usuli haqida" asarini yozadi. Shuningdek, Gamilton mexanik sistema haralat tenglamalar sistemasining yangi formasini - Gamilton kanonik tenglamalarini o'ylab topdi. Bu tenglamalar sistemasida tenglamalar soni Laglanjning differensial tenglamalar sistemasidagidan ikki barobar kop, lekin barchasi birinchi tartibli deferensial tenglamalardir. Lagranj sistemasida esa barcha tenglamalar ikkinchi tartibli deferensial tenglamalardan iborat.

Mashhur golland olimi Simon Stivin (1548-1620) matematik, mexanik va fizik sifatida sermaxsul ijod qilgan. Statika haqidagi "Statika asoslari (Nachal statika)" asari (1586 yil) muallifi bo'lgan Stivin 1-bo'lib kuchlar uchburchagi haqidagi teorami isbotlab bergan. Stivin qiya tekislikdagi jismlarning muvozanat qonuni, kuchni tasir chiziqlari orqali ifodalash usuli, gidrostatik bosim qonuni, korablning og'irlik markazini aniqlash usuli kabi ko'plab ixtirolar muallifidir.

Fransuz faylasufi Rene Dekart (1596-1650) harakat miqdorini saqlanish qonunini yaratdi.

Italiyan olimi, fizik va matematik, Galileyning dosti va shogirdi Benedetto Kostelli (1577-1644) gidravlika sohasidagi Galiley izlanishlarni davom ettirgan.

Italiyalik matematik, fizik Evandjelista Torrichelli (1608-1647) Kostelli va Galileyning shogirdi atmosfera bosimi nazariyasini ishlab chiqan, simobli borometrni kashf qilgan.

Blez Lui Paskal (1623-1662)-fransuz faylasufi, yozuvchisi, matematik va fizikgi Galiley va Stivin bilan birgallikda klassik gidrostatika asoschi hisoblanadi. U ttomonidan gidrostatikaning asosiy qonuni, gidravlik pressning ishlash pirinspi, suyuqlik va gazlar harakati muozanat shartlarini ishlab chiqilgan.

Daniil Bernulli (1700-1782) gidrodinamika asoschisi xisoblanadi. U tamonidan gazalrning kinetic nazariyasi, kinetic energiyaning saqlanish gipotizasini, idial suyuqlik stasmonar oqimi tenglamasi ishlab chiqilgan.

XVIII asrning eng buyuk nomoyondalaridan yana biri Peterburg va Berlin fanlar akademiyalarining akademigi Leonard Eyler (1707-1783) hisoblanadi.

Jan Leron Dalamber (1717-1783)-istalgan mexanik sistemalar uchun xarakatning defferensial tenglamalar sistemasini tuzish usulini no'zining "Dinamika bo'yich traktak" asarida ko'rsatib beradi. U dinamika masalarni statikaning muozanat tenglamalari orqali yechish usulini o'ylab topdi, dinamikaning uchta pirinspi: inersiya prinspi, kuchlar porallelgrami prinspi, va "Dalamber prinspi" muallif hisoblanadi.

XVIII asrda mexanika sohasida qilingan barcha ilmiy natijasi sifatida yangi mexanika bo'limi asoschisi Jozef Lui Lagranj (1736-1813) hisoblangan. 1788 yilda Parijda uning "Analitik mexanika" nomli kitobi bosmadan chiqdi va mexanika masalalarini yechish usulining yangi yo'lini o'ylab topdi. Lagranj statikaning geometric yechish usullaridan vaz kechib, bu kabi masalalarni yechishga "Lagranj prinspi" nomini olgan "Mumkin bo'lgan ko'chish prinspi" ni qo'llashni tavsiya qiladi. Dinamika masalalarini yechishda esa u Dalamber prinspi va "mumkin bo'lgan ko'chish prinspi"ni bir vaqtning o'zida qo'llash orqali yangi dinamika masalalarini yechish usulini "Dalamber-Lagranj" prinspini yaratdi.

Shuningdek u tomonidan mexanikaga yangi tushunchalarni umumlashgan koordinata, umumlashgan kuch tushunchalari kiritilib, harakat tenglamalarining yangi ko'rinishi Lagranjning II tur tenglamalarini ishlab chiqdi.

Toshkentdan janubi-sharq tomonda joylashgan hududda tug'ilib o'sgan Ahmad Al-Farg'oni "Astronomiyaning boshlanishi" ishida Xabbashning mehnatlariga yangi detallar kiritgan. Ahmad al-Farg'oni asarlari eng ko'p o'qilgan islom astronomidir, hatto Xristofor Kolumbni ham uning o'quvchilari sirasiga kiritishadi. "Astronomiyaning boshlanishi" kitobi Dantening "Ilohiy komediya" va "Pir" kabi asarlarida tilga olinadi.

Markaziy Osiyolik yana bir olim Al-Xorazmiy algebrani tizimga solgan va mazmunan, unga bu nomni bergan. U algebra standartlarini 500 yil ilgari o'rnatgan holda, kvadrat tenglamalarni echishning qulay uslubini taklif qilgan. Sferik trigonometriya, hind o'ntalik tizimining tarqalishi, "nol" raqami, manfiy sonning qo'llanilishini amaliy tadbiri qilgan olimni "Al-Xorazmiy o'z davrining buyuk matematigi va barcha davrlardagi buyuk matematiklaridan biri bo'lgan" deb ta'riflaydi belgiyalik yozuvchi Djordj Sarton. Uning kitobi 16-asrgacha Evropada matematika fani bo'yicha asosiy darslik sifatida qo'llanilgan. Al-Xorazmiyning "Algebra" kitobi Markaziy Osiyo amaliyotchilari uchun hamda savdo ishlarini yuritish ishlarida, asosan "mulkni meros qilish, bo'lish, sud da'volari va savdo-sotiq hamda o'zaro bitimlar, erlarni chamalash, kanallar va turli xil ob'ektlarni qurish, geometrik hisoblashlar" uchun yozilgan bo'lib, bu mintaqaning boy iqtisodiy hayotidan dalolat beradi. "Sind va Hind astronomiya jadvallari" asari osmon jismlari, Oy chiqish vaqtiga oid yuzlab jadvallar, sinus va tangenslarning ma'nolarini o'z ichiga oladi. Dasturlashda qo'llaniladigan "algoritmi" tushunchasi Al-Xorazmiy nomidan olingan. Rim raqamlari o'rniga arab raqamlarini ishlatish uchun kurashgan evropalik matematiklar "al-xorazmiy" sharafiga o'zlarini "algoritmhilar" deb atashgan.

Yana bir Marvlik olim Al-Xaziniy bo'lib, u o'zining "Donishmandlik vaznlari kitobi" da "vazn", "massa", "kuch" tushunchalarining differensiallarini topadi. Al-Xaziniy iste'dodli mexanik sifatida oddiy narsalarni o'lchaydigan, nisbiy zichlikni aniqlaydigan va turli aralashmalarning tarkibini o'rganadigan o'sha paytda dunyodagi eng aniq bo'lgan asbobni yaratgan – zamonaviy tadqiqotlar ushbu asbobning aniqligi 1:60 000 ga teng ekanini ko'rsatdi.

"Ruboiyyot" asari muallifi Umar Xayyom ham buyuk astronom va matematik bo'lgan. U quyosh yilini 11-chi o'nli belgisigacha hisoblab chiqqan: 365, 24219858156. Umar Xayyom o'z yulduzlar katalogini tuzgan, 18-asr tarixchisi Gibbon, uning quyosh kalendari haqida yozganda, uni "aniqligi bo'yicha yulian kalendaridan o'tadi va grigorian kalendariga yaqin", deb ataydi. U giperbola va aylana yordamida geometrik echimga ega uchinchi darajali tenglamalarning umumiy nazariyasini ishlab chiqqan. Umar Xayyom binom (ikkihad) nazariyasini o'ylab topgan va barcha uchinchi darajali tenglamalar uchun echimlar ishlab chiqqan birinchi olim bo'lgan.

Markaziy Osiyoning buyuk olimlaridan biri, globusni yaratgan buyuk shaxs, "Geodeziya" asari muallifi Al-Beruniydir. U 1038 yilda "Mineralogiya" yoki "Qimmatbaho toshlarni aniqlash uchun ma'lumotlar kitobi"ni yozgan.

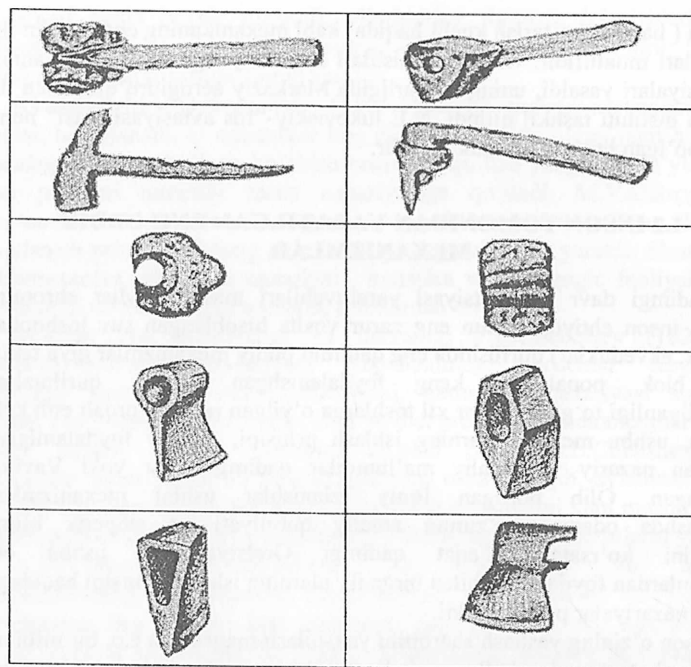
Unda ko'plab minerallarning solishtirma og'irligi belgilangan hamda ellikdan ortiq minerallar, rudalar, metallar, qotishmalar haqida batafsil ma'lumotlar berilgan. Al-Beruniyning "Hindiston" asari Starning fikricha, "jamiyatshunoslik chorrahasida xalqaro munosabatlar, ilohiyot va ilm-fan tarixi nazariyasidagi eng buyuk yutuqlardan biridir". Al-Beruniy ushbu asarida Hindiston xronologiyasi, dini, maishiy hayoti va madaniyati bilan birga, hind xalqlarining ilmiy bilimlarini, Pi sonining hind uslubidagi hisobigacha bayon qilgan. Beruniy o'zining "Mas'ud qonuni" nomli nodir asari bilan sferik geometriya va sferik astronomiyada ulkan yangilik yaratadi. U ushbu asarda sayyoramizning minglab geografik koordinatlarini kiritgan. Al-Beruniy quruqlik va dengiz nisbatlari o'lchami asosida birinchi bo'lib, YAngi Dunyo (Amerika)ning mavjudligi haqidagi taxmini ilgari surgan.

Ulug'bekning zamondoshi va safdoshi bo'lgan Jamshid Al-Qoshiy "Xorda (Egri chiziqning ikki nuqtasini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq) va sinus haqidagi asar"ida Pi sonini yunonlar va xitoyliklardan ikki baravar aniq hisoblab bergan va uchinchi darajali tenglamalarni echishning yangi usulini taklif etgan holda, evropa hisobidan 150 yilga o'zib ketadi. U o'z zamonida 1-darajali gradusni o'z paytida juda aniq topgan olimdir. Uning Ulug'bek rasadxonasida olib borgan ishlariga asoslangan "Astronomik jadvallar to'plami" 300 sahifadan iborat bo'lib, unda 992 ta yulduzning aniq joylashuviga oid hisob-kitoblar berilgan. Oksford universitetining arabshunos olimi Tomas Xayd 1665 yilda Ulug'bekning asarini ingliz tiliga tarjima qiladi va yulduz katalogini nashr etadi. Jamshid Al-Qoshiy sayyoralar joylashuvini hisoblaydigan kalkulyatorga o'xshash bo'lgan o'ziga xos asbob – «planetar ekvatorium» yaratadi.

Ulug'bek ilmiy doirasining ta'siri ayniqsa, Usmonlilar imperiyasida o'z aksini topgan. Ulug'bekning ustози Qozizoda Rumiy birinchi olim, Buxorolik Ali Qushchi esa, Konstantinopolda bir yilgina yashaganiga qaramasdan, birinchi astronom deb e'lon qilingan.

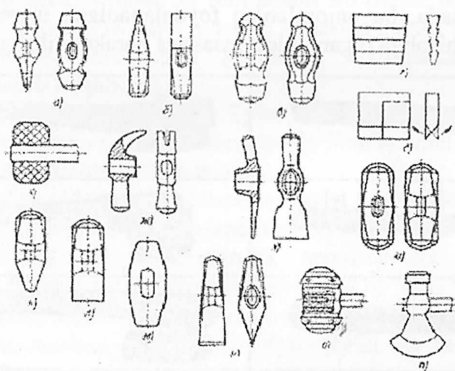
Mexanikaning XV va XVII asrlarda rivojlanishipolyak astronomi, mexanigi Nikolay Kopernik tomonidan 1515 yilda yangi geliotsentrik sistemaning yaratilishi, Tixo Brage, Iogann Kepler, Galileo Galiley, Isaak Nyuton kabi olimlarning mehnatlari samarasi hisoblanadi. Isaak Nyuton o'zidan oldingi olimlarning izlanishlarini umumlashtirib 1687 yilda o'zining "Tabiiy falsafaning matematik asoslari" asarida "Klassik mexanika qonunlari"ni yaratdi. Klassik mexanika qonunlarining yaratilishi fan-texnika taraqqiyotining yangi bosqichga ko'tarilishiga zamin yaratdi. Bundan tashqari ushbu davrlarda faoliyat yuritgan Leonardo da Vinchi, Nikolo Fontona, Djerolamo Kardano, Domeniko Soto, Simon Stevin, Djambattista Benedetti, Isaak Bekman, Maren Mersen, Rene Dekart, Benedetto Kostelli, Torrichelli, Blez Lui Paskal kabi olimlarning mexanika sohasidagi ilmiy izlanishlarini keng e'tirof etish mumkin.

Nikolay Kopernik (1473-1543) polyak astronomi, matematik, mexanik yoshligidan ota-onasidan yetim qolib togasi qo'lida tarbiya topadi.



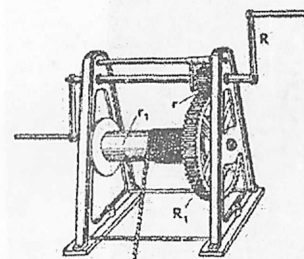
1.2-rasm.

Inson ongingning o'sishi va malakasining shakllanib borishi, har xil moddalarga va metallarga ishlov berish malakasining paydo bo'lishi bilan insonning ish qurollari va anjomlari ham takomillashib borgan (1.3-rasm).

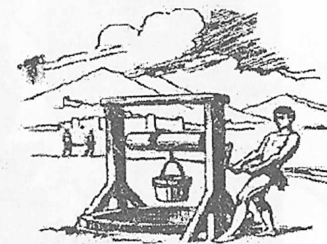


1.3-rasm.

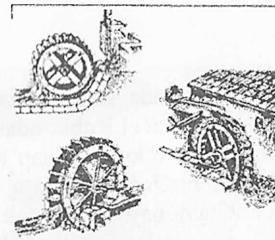
Inson o'z kuchi yordamida hal qilish qiyin bo'lgan kundalik muammolar, masalan og'ir jismlarni bir joydan ikkinchi joyga ko'chirish, biror og'ir jismni balandlikka ko'tarish, suvda jismlarning muozanatini ta'minlash, jismlarning og'irliklarini o'lchash kabi kundalik hayotidagi muamolarni hal qilishda eng oddiy mexanizmlar - richag, blok, qiya tekislik, pona, tegirmon, charxpalak, ip yigirish moslamasi, suv tortish moslamasi va boshqa mexanizmlarni yaratdi (4-rasm.).



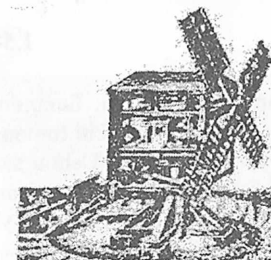
Suv tortish uchun chig'ir



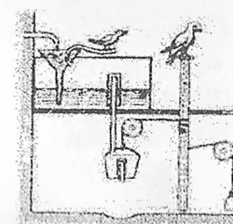
Quduqdan suv tortish moslamasi



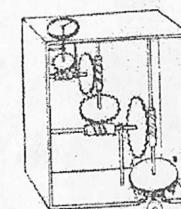
Suv tegirmoni



Shamol tegirmoni



Balandlikka suv chiqarish qurilmasi



Tishli mexanizm

1.4-rasm.

XVIII asrda buyuk mexanik olimlarning tinimsiz izlanishlari buyuk kashfiyotlari XIX asrda mexanikaning yana bir yangi bo'limi "Amaliy mexanika"ning yaratilishiga zamin yaratdi.

Akademik M.V.Ostrogradskiy (1801-1862) rus analetik mexanika maltabi asoschisi, hisoblanadi. U noustuvor bog'lanishlarga o'rnatilgan jism harakatini o'rganishga mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi qo'llab yangi usul o'ylab topdi va bu prinsipi umumiy zarba nazariyasiga qo'lladi. M.V.Ostrogradskiy Gamintondan alohida mexanikaning asosiy prinsiplaridan biri bo'lgan "Eng kam harakatlanish prinsipi (Prinsip naimenshego deystviya)"ni yaratdi. Shuningdek, u gidromexanika, elastiklik nazariyasi, balistika va pedagogic faoliyatda ham juda samarali mehnat qilgan mexanik olimlardan biridir.

Mashhur rus matematigi va mexanigi P.L.Chebishev (1821-1894) mashina-mexanizmlar nazariyasi yonalishining asoschisi hisoblanadi. Funktsiyalar nazariyasi, sonlar nazariyasi, ehtimollar nazariyasi sohalarida yangidan yangi kashfiyotlar qilgan olim 40 dan ortiq yangi mexanizmlar yaratib, ularning nazariy ishlash prinsipi asoslab berdi. P.L.Chebishev yangi mexanizmlar nazariyasini va konstruksiyalarini ishlab chiqib, aylanma harakati to'g'ri chiziqli ilgarilama harakatga aylantirish mexanizmi kabi mashinasozlik, avtomatika sohalarida hozirda ham keng qo'llanilyotgan mexanizmlarni yaratdi.

A.M.Lyapunov (1857-1918) rus matematigi va mexanigi P.L.Chebishevning eng iqtidorli shogirdlardan biri sanaladi. U tomonidan mexanikaning eng muhim ikki masalasi; 1) qo'zg'almas o'q atrofidagi telis aylanma harakat qilayotgan bir jismli suyuqlikning harakat fo'rmulalari; 2) mexanik sistema harakati ustivorlik masalalari; boyicha izlanishlar olib borilgan. A.M.Lyapunov tomonidan qaralgan 1-masa astronomiya va osmon jismlari mexanikasiga taalluqli bo'lib, aylanma harakat qilayotgan suyuqlik harakati fo'rmalari orqali olim Quyosh sistemasidagi planetalar harakatini, Quyosh sistemasining xosil bo'lishini, yulduzlar va boshqa osmon jismlarining paydo bo'lish jarayonini taxlil qilgan. U tomonidan ko'rilgan ikkinchi masala esa zamonaviy mashinasozlik, ayniqsa aviasiya sohasida uchish vaqtidagi samaliyot ustivorligini boholash masalasini yechishda hozirgacha boshqa olimlar tomonidan qo'llanilib kelmoqda.

S.V.Kovalevskaya (1850-1891) Eyler va Lagranjdan so'ng qattiq jismlar dinamikasi, qo'zg'almas nuqta atrofidagi qattiq jism aylanma harakati bo'yicha yangi fundamental natijalar olishga erishdi.

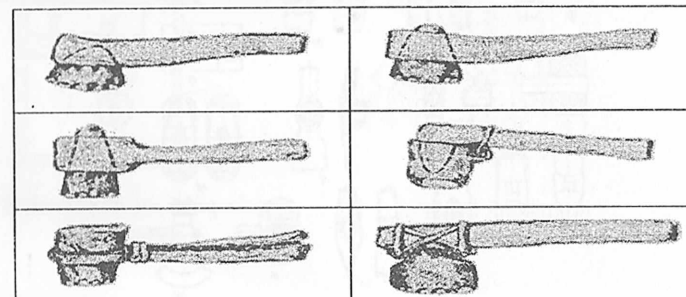
N.E.Jukovskiy (1847-1921)-Moskva Davlat Universiteti va Moskva oily texnika bo'lim yurtlari professori, zamonaviy nazariy va amaliy aerodinamika asoschisi hisoblanadi. U gidromexanika, aerodinamika sohasida samarali faoliyat yuritib, "Suyuq jismlar kinematikasi" (1876 yil), "Kixgof usulining ko'rinishlari" (1890 yil), "gidroblik zarba haqida" kabi ilmiy asoslar yozgan. N.E.Jukovskiy harakatlanayotgan suyuqlikda tezlik va tezlanishni aniqlash, suyuqlik oqimi harakatini o'rganishning yangi usulini qo'llash, suv quvurida gidravlik zarba hosil bolish nazariyasi, samolyot qanoti nazariyasi, Jukovskiy

teoremasi (havoda ko'tarish kuchi haqida) kabi mexanikaning eng muhim ilmiy kashfiyotlari muallifidir. Uning izlanishlari asosida yangi zamonaviy samolyot konstruksiyalari yasaldi, uning rahbarligida Markaziy aerogidro'dinamika ilmiy tekshirish instituti tashkil qilindi. N.E.Jukovskiy-"rus aviasiyasi otasi" nomiga sazovor bo'lgan buyuk mexanik olimdir.

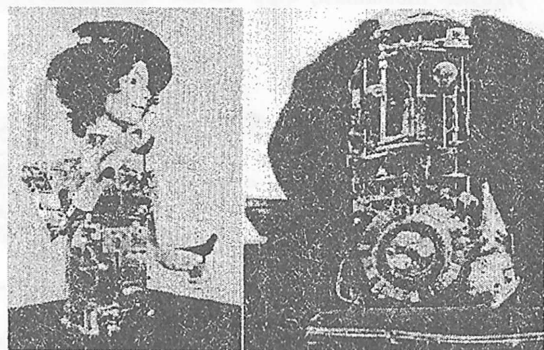
1.2 INSON TOMONIDAN YARATILGAN ENG ODDIY MEXANIZMLAR

Qadimgi davr sivilizatsiyasi yaratuvchilari mashhur Misr ehromlarini qurishda, inson ehtiyoji uchun eng zarur vosita hisoblangan suv inshootlarini (quduqlar, akveduklar) qurilishida eng qadimgi oddiy mexanizmlar qiya tekislik, richag, blok, ponalardan keng foydalanishgan. Ushbu qurilmalardan foydalanilganligi to'g'risida har xil toshlarga o'yilgan rasmlar orqali etib kelgan bo'lsa-da, ushbu mexanizmlarning ishlash prinsipi, qanday foydalanilganligi asoslangan nazariy va amaliy ma'lumotlar qadimgi Misr yoki Vavilonda saqlanmagan. Olib borilgan ilmiy izlanishlar ushbu mexanizmlardan foydalanishda odamzot o'zining amaliy qobiliyati va emperik bilimiga tayanganini ko'rsatadi. Faqat qadimgi Gretsiyadagina ushbu oddiy mexanizmlardan foydalanish bilan birga ilk ularning ishlash prinsipi haqidagi ilk mexanik nazariyalar paydo bo'ldi.

Inson o'zining yashash sharoitini yaxshilash maqsadida e.o. bir million 40 ming yillarda tosh asri avlodlari - pitekantropalar granitdan har xil ish qurollarini yasab kundalik hayotlarida foydalanishgan. Qadimgi odamlar hayvonlarni ovlash uchun har xil ov qurollari, o'zlariga yashash uchun uylar, qo'rg'onlar qurishda bolg'a, bolta, arra kabi ustachilik anjomlari, o'z mehnatlarini engillashtirish maqsadida chig'ir, pona, charxpalak kabi kichik mexanizmlarni o'ylab topishgan. Ular bu anjomlarni yasashda biror bir ilmiy nazariyalarga asoslanmagan bo'lsada, bu anjomlardan foydalanadigan insonning qobiliyati, kuchi, bo'y-bastini hisobga olgan holda yasashga harakat qilishgan (1.2-rasm.).

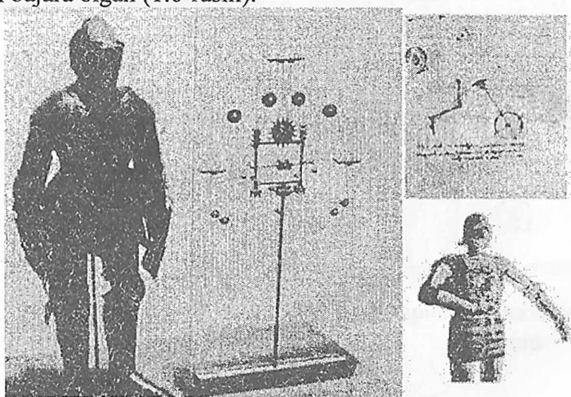


Shuningdek, inson tomonidan yaratilgan shunday mexanizmlar mavjudki, ushbu yasalgan jihozlarni ko'rib o'sha davrdagi ilm-fan sivilizatsiyasi va buyuk olimlarining mahoratiga qoyil qolmaslikning iloji yo'q. Masalan, 1.5 - rasmda keltirilgan "Qush urgatuvchisi" qo'g'irchoq'i eng qimmat (6,25 million dollar) inson tomonidan yaratilgan qo'g'irchoq sifatida tanilgan.



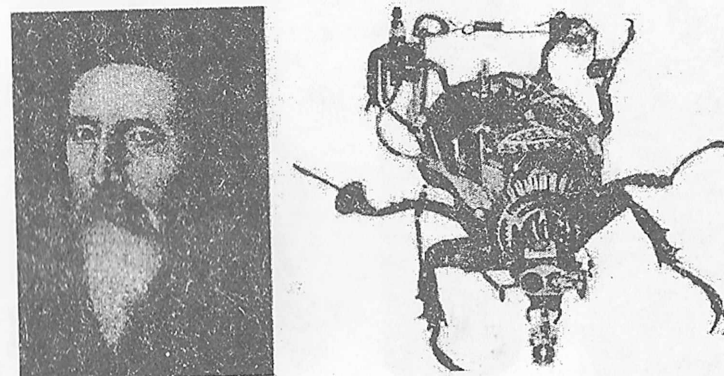
1.5-rasm.

Mashhur italyan olimi, fannning juda ko'p sohalarida samarali faoliyat ko'rsatgan Leonardo Da Vinchi tomonidan 1495 yilda birinchi Robot odamning sxemasi chizib ko'rsatilgan. Ushbu sxemalar 1950 yilda e'lon qilingan bo'lib, olimning ushbu mexanizmi yasaganligi to'g'risida ma'lumotlar yo'q, lekin Leonardo Da Vinchi sxemasi asosida yasalgan robot namunasi haqiqatdan inson harakatlarini bajara olgan (1.6-rasm).

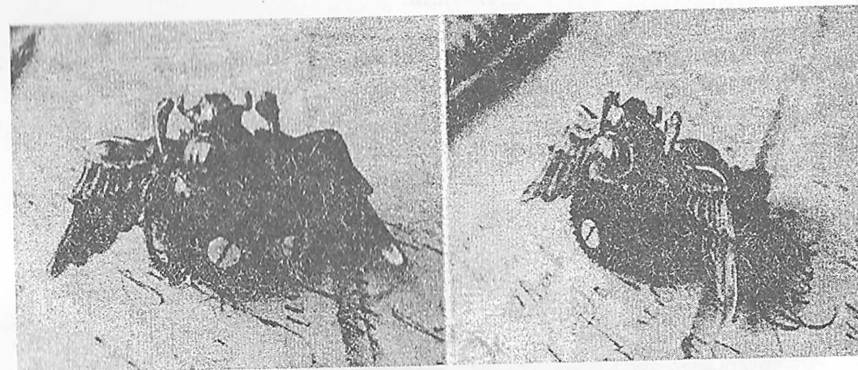


1.6-rasm.

1543 yilda angliyalik mashhur astrolog va matematik Djon Di birinchi uchadigan yog'och qo'ng'izni yaratgan bo'lib, hozirgi zamonaviy qo'g'irchoq qo'ng'izlarni ishlab chiqarish uchun asos bo'lgan (1.7,8-rasmlar).

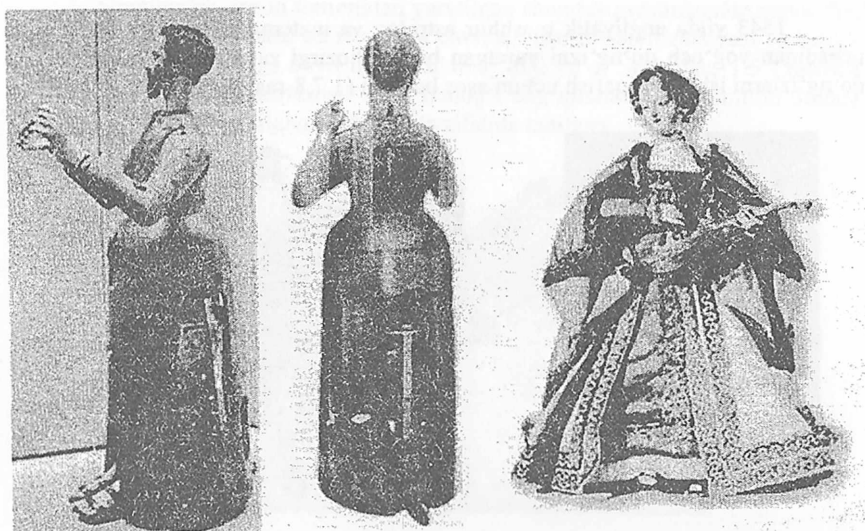


1.7-rasm.



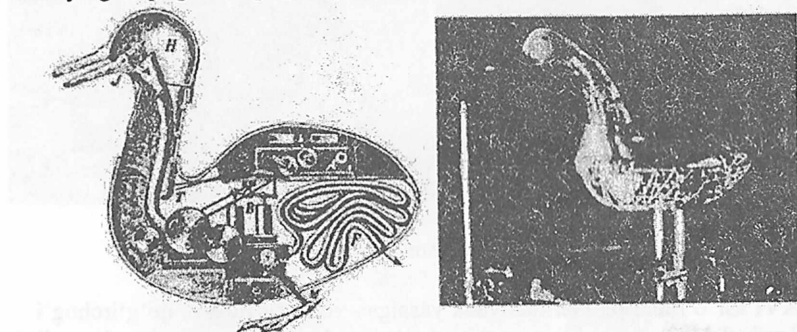
1.8-rasm.

XVI asr o'rtalarida Germaniyada yasalgan yog'och monax qo'g'irchoq'i mexanizmi richagli va tishli mexanizmlardan tashkil topgan bo'lib, har xil insoniy harakatlarni bajara olgan (1.9-rasm).

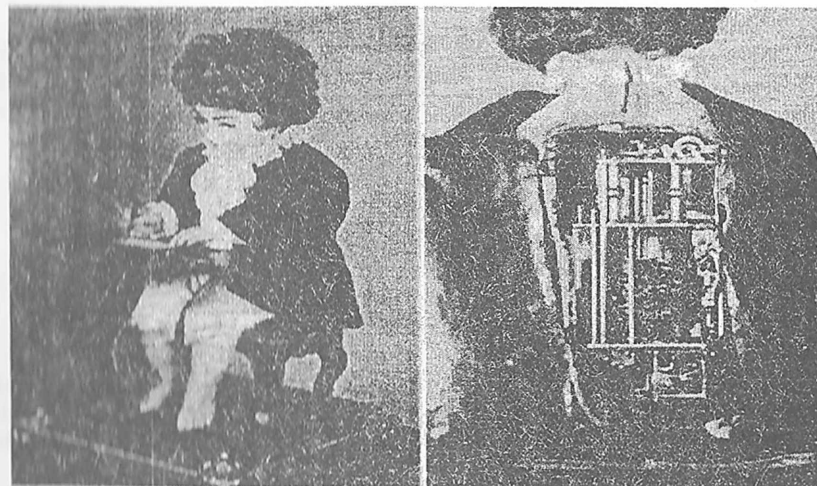


1.9-rasm.

1738 yilda Jak Vokezon tomonidan yasalgan mis o'rdak mustaqil o'tirish, mustaqil turish, suvda harakatlanish, ovozli qichqirish va boshqa harakatlarni amalga oshira olgan. Bundan tashqari Jak Vokezon fleyta musiqa asbobini chalayotgan qo'g'irchoqni yasagan(1.10-rasm).

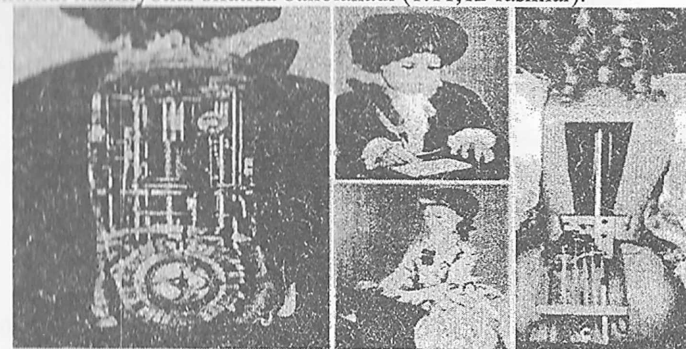


1.10-rasm.



1.11-rasm.

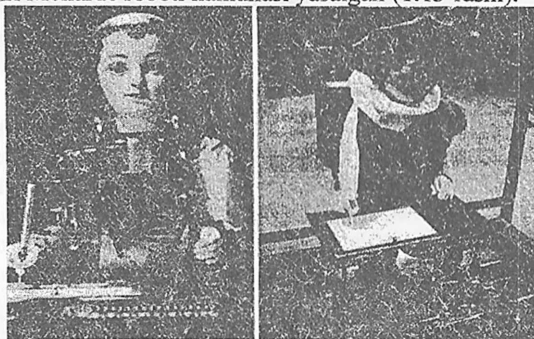
XVIII asrda Per Jakedo tomonidan uchta harakatlanuvchi robotlar yasalgan bo'lib, ular yozuvchi hattot, rassom va musiqachi sifatida gavdalandirilgan. Rassom mustaqil to'rtta har xil suratlarni chiza olish, yozuvchi hattot esa siyohli ruchkani siyohdonga botirib 40 ta xat yozish kabi harakatlarni bajara olgan. Musiqachi pianinoni chalayotgan ayol obrazida o'z chiqishini tomoshabinlarga ta'zim bilan yakunlagan. Ushbu robotlar hozirgacha eng olamshumul kashfiyotlar sifatida baholanadi (1.11,12-rasmlar).



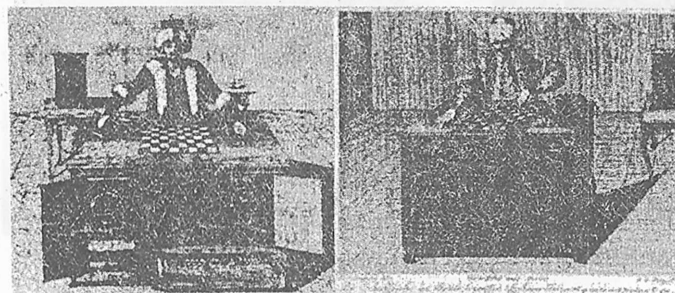


1.12-rasm.

1805 yilda fransuz Anri Mellarde tomonidan yasalgan robot rasmlar chizish va ikki tilda: ingliz hamda fransuz tillarida bir nechta she'rlar yozish imkoniyatiga ega bo'lgan. 1928 yilda Filadelfiyadagi Franklin instituti olimlari tomonidan Anri Mellarde roboti namunasi yasalgan (1.13-rasm).

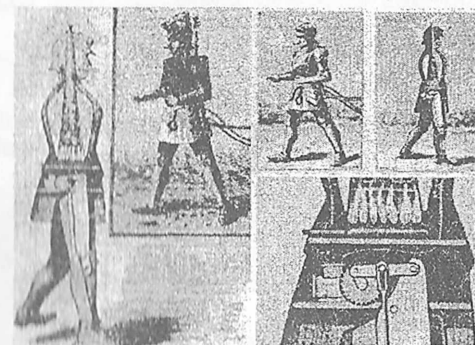


1.13-rasm.



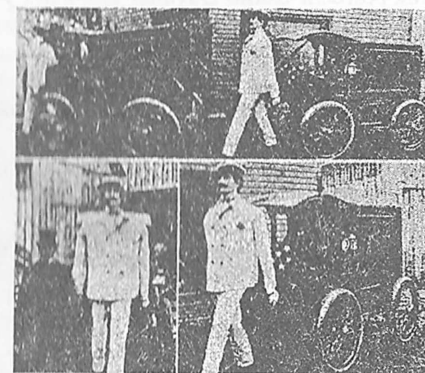
1.14-rasm.

1770 yilda Volfgang fon Kempelen tomonidan yasalgan odam-robot juda kuchli shaxmatist sifatida shakllantirilgan bo'lib, u mashhur prezident Bendjamin Franklin va imperator Napoleon Bonapartlarni shaxmat o'yinida yutgan.



1.16-rasm.

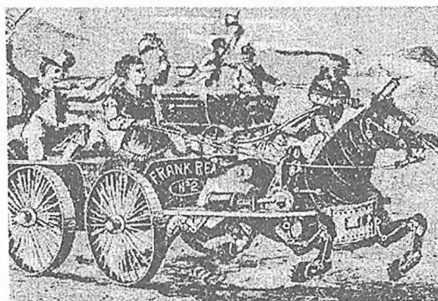
Insonning tabiiy o'lchamlari asosida birinchi odam-robot 1893 yilda kanadalik Jek Mur tomonidan yaratilgan. Odam-robot bug' dvigateli bilan harakatga keltirilib, o'rtacha 9 mil/soat (14,5 km/soat) tezlik bilan yura olgan (1.16-rasm).



1.17-rasm.

1900 yilda London jurnalida e'lon qilingan "elektr-robot" mashhur ixtirochi Lui Filipp Peryu tomonidan yaratilgan. Robot juda tekis va shovqinsiz harakatlangan bo'lib, harakat manbai sifatida akkumulyator batareyasidan foydalanilgan. Bundan tashqari robot juda tiniq ovozda gapira olish qobiliyatiga ega bo'lgan (1.17-rasm.).

1868 yilda inglizlik o'qituvchi, injener Frenk Rid va amerikalik ixtirochi Sadok Dederiklar tomonidan yaratilgan mexanik odam-robotlar e'lon qilindi (1.18-rasm).

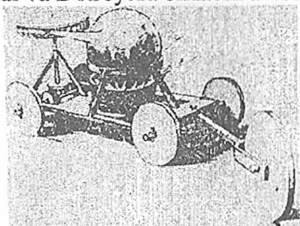


1.18-rasm.

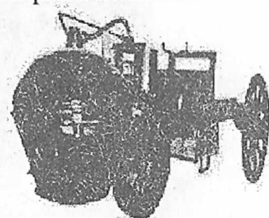
Inson tomonidan yaratilgan eng muhim kashfiyotlardan biri bu avtomobillardir. 1879 yilda nemis mexanigi Karl Bens ikki taktli dvigatelni kashf qildi. Olti yildan so'ng 1885 yilda Bens birinchi uch g'ildirakli, tezligi 16 km/soat bo'lgan mashinani yaratadi.

Xuddi shu yillarda ixtirochi Gotlib Daymler mototsikli yaratdi va harakat manbai sifatida o'zi yasagan qo'lbola dvigateldan foydalangan. Mototsiklning g'ildiragi va ramasi yog'ochdan, shinalari esa temirda quyma ishlangan edi. Mototsikl maksimal 12 km/soat tezlik bilan harakatlana olgan. 1889 yilda Gotlib Daymler ikki silindrlı dvigatelni yaratib o'zining yangi avtomobilini butunjahon Parij ko'rgazmasida namoyish qildi.

1892 yilda amerikalik mexanik Genri Ford o'zining birinchi avtomobilini yaratdi va Detroytda birinchi avtomobil ishlab chiqarish konsernini tuzadi.



Ferdinandom Verbist tomonidan yaratilgan bug' avtomobili



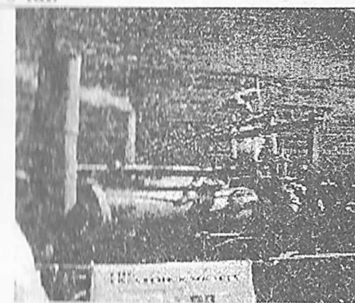
Kyuno tomonidan yaratilgan bug' avtomobili

1.19-rasm.

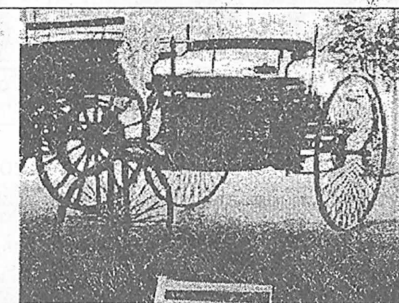
Rus kontr-admirali Aleksandr Fedorovich Mojayskiy birinchi aeroplan konstruktori bo'lib, 1882—1885 yillarda o'zi yasagan aeroplarda uchish bo'yicha tajribalar o'tkazgan, lekin uzoq masofaga uchish imkoniyatiga ega bo'lmagan.

1903 yilda amerikalik ixtirochilar aka-uka Uilber va Orvill Raytlar o'z samolyotlariga to'rt silindrlı dvigatel o'rnatib, 12 sekund ichida 53 metr masofaga uchishga muvaffaq bo'ldi.

1909 yilda fransuz Lui Blerio o'z aeroplanida La Mansh bug'ozidan uchib o'tdi.



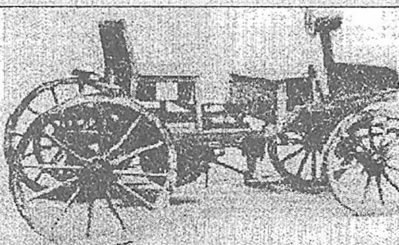
Richard Trevitik tomonidan (1801 y.) yaratilgan bug'da ishlaydigan lokomotiv



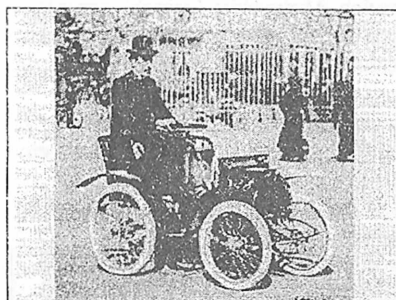
Karl Bens tomonidan (1885 y.) yaratilgan avtomobil.



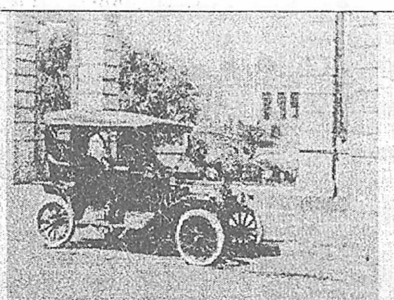
Markus tomonidan (1870 y. Vena, Avstriya) benzinda ishlaydigan avtomobil.



Markus tomonidan (1888 y. Vena, Avstriya) yaratilgan ikkinchi avtomobil.



Reno tomonidan yaratilgan
(Fransiya, 1898 y.) avtomobil

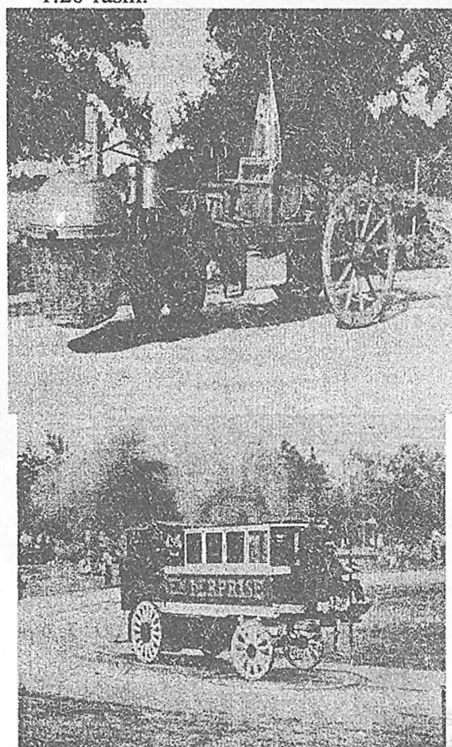


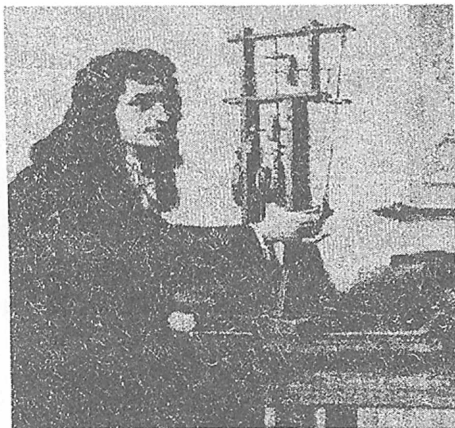
Ford tomonidan yaratilgan (Avstraliya,
1915 y.) avtomobil

Fransuz ixtirochisi Nikolas Kagnot tomonidan fransuz armiyasi uchun 1769 yilda yaratilgan o'zi yurar mashina. Tezligi 5km/soat bo'lib, bug'da harakatga keltirilgan. U artilleriya qurollarini bir joydan ikkinchi joyga ko'chirishda foydalanilgan bo'lib, 5 tonnagacha yuklarni torta olgan.

Ingliz ixtirochisi Uolter Xankok tomonidan 1832 yilda yaratilgan "Hancock Omnibus" nomli transport vositasi. London va Paddington shaharlari o'rtasida 1832 yildan 1834 yilgacha 9 avtomobil qatnovi yo'lga qo'yilib, 4000 passajirni tashishga erishilgan.

1.20-rasm.



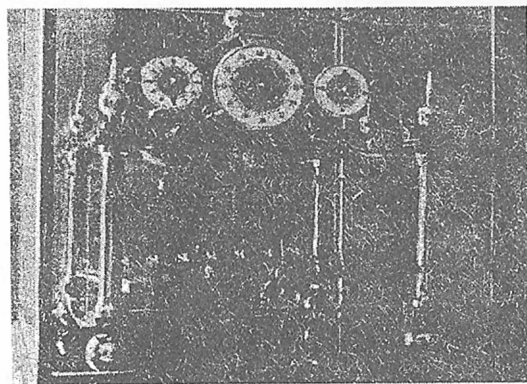


1.23-rasm.

1657 yilda golland fizigi Gyuygens birinchi marta mayatnikni soat aniqligini tartibga soluvchi vosita sifatida ishlatgan. U soat xatosini 10 soniyagacha qisqartirishga muvaffaq bo'ldi.

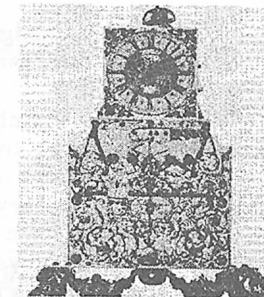
1808 yilda ingliz soatsoz ustasi Uilyam Congreve mayatnik o'rniga tuyrukcha bo'ylab harakatlanuvchi shardan foydalangan (1.24-rasm.)

Birinchi qo'l soati Avstriyalik soatsoz usta Per Jak Dro tomonidan yaratilgan bo'lib, charrndan kamar yordamida qo'lga taqishga mo'ljallangan.



1.24-rasm.

Ingliz soat ishlab chiqaruvchisi Tomas Tompion Robert Xukning rasmlariga ko'ra 1690 yilda qirol Charlz II uchun soatlarning yangi avlodini yaratgan (1.25-rasm).



1.25-rasm. Tomas Tompionning soati, 1690 yil.

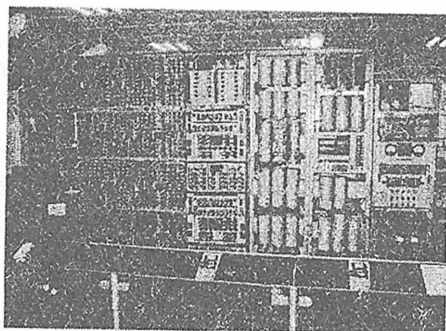
Londondagi Grinvich soatlari 1852 yilda Qirollik observatoriyasi kirish devorlariga o'rnatilgan bo'lib, po'lat va oynadan 92 santimetr diametrda yasalgan. Grinvich soatlari taniqli soatsoz mexanik Charlz Sheperd tomonidan yasalgan bo'lib, vaqtni katta aniqlikda ko'rsatishi bilan shuhrat qozongan.

"Big Ben" soatlari 1859 yil 31 mayda Buyuk Britaniya poytaxti Londonning faxri bo'lgan Vestminster saroyining "Avliyo Stefan" minorasiga o'rnatilgan.

"Big Ben" soatining diametri 7 metrga teng bo'lib, soat ser Edmund Bekett va qirol astronomi Djordj Eyrlar tomonidan loyihalangan. Soat qurilishi Edvard Jon Dent tomonidan boshlangan va 1853 yilda uning to'satdan vafot etishi oqibatida qurilishga o'g'li Frederik Dent boshchilik qiladi. Qurilish ishlari 1854 yilda tugallangan.

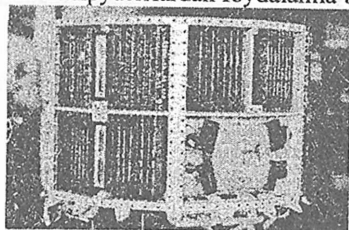


1.26-rasm.



1.28-rasm.

1970 yildan Amerika Qo'shma shtatlari qurolli kuchlarining qit'alararo ballistik raketalari LGM-30 Minuteman er osti bazalarida "Autonetics D-17" nomli kompyuterlardan foydalanila boshlagan (1.29-rasm.).



1.29-rasm.



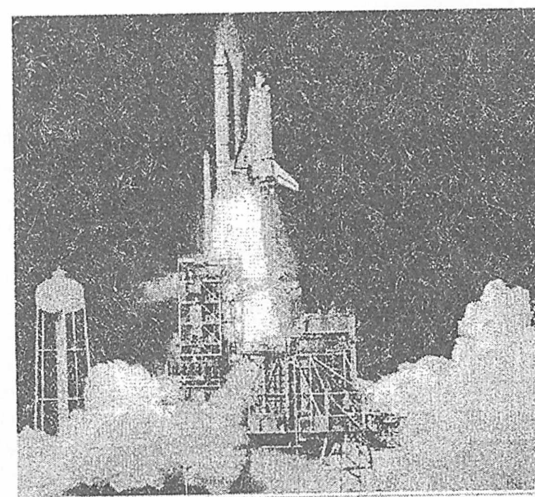
1.30-rasm.

1980 yillar boshlaridan AQSHning Michigan shtati Grand Rapids okrugida "Commodore Amiga" nomli kompyuter ishga tushirilgan bo'lib, uning yordamida mahalliy 19 ta maktabdagi isitish va havoni tozalash sistemalarining ishlash jarayonini nazorat qilish imkoniyati yaratilgan (1.30-rasm.).

1.3 STATIKANING ASOSIY TUSHUNCHA VA QOIDALARI.

Qadim zamonlardan beri inson moddiy nuqtalarning, ayniqsa qattiq jismlarning xarakat qilish sabablarini, harakatlarining o'zgarish qonuniyatlarini, qaysi hollarda ular muvozanat holatlarda bo'lishlik sabablarini va uning sirlarini aniqlash ustida bosh qotirib keladi.

Murakkab konstruksiyaga ega bo'lgan ushbu raketa uchirish maydonini loyihalash har bir injenerdan "Nazariy mexanika" fanini chuqur va mukammal bilishni talab qiladi. Kuchlar to'g'risida umumiy bilim beruvchi va kuchlar ta'siridagi jismlarning muvozanat holatini o'rganuvchi "Nazariy mexanika" fani bo'limi statika deyiladi.



Jismlarning muvozanati deganda ularning boshqa harakatdagi jismlarga, masalan Yerga nisbatan tinch holati tushuniladi.

Mexanik harakat fazo va vaqt davomida sodir bo'ladi. Nazariy mexanikada haqiqiy fazo va vaqt modeli sifatida ularning oddiy modellari – absolyut fazo va absolyut vaqt qabul qilinadi. Absolyut fazo va vaqt bir-biriga bog'liq emas deb hisoblanadi. Nisbiylik nazariyasidagi fazo va vaqt modelida ular bir-biriga bog'liq bo'ladi. Absolyut fazo uch o'lchamli, bir jinsli va izotrop qo'zg'almas Yevklid fazosi deb tushuniladi. Kuzatishlar shuni ko'rsatadiki real fizik fazoning o'lchamlari katta bo'lmagan sohalari uchun Yevklid geometriyasi to'g'ri. Nazariy mexanikada absolyut vaqt to'xtovsiz o'zgaradigan kattalik deb hisoblanadi, u o'tmishdan kelajakka qarab oqadi. Vaqt bir jinsli, fazoning barcha nuqtalarida bir xil va materiya harakatiga bog'liq bo'lmaydi.

Jismlarning bir-biriga nisbatan fazodagi o'rnini o'zgarishi va muvozanat holatida qolishi yoki qolmasligi bu jismlarga ta'sir etuvchi kuchlarga bog'liq bo'ladi.

Demak, nazariy mexanika fanining asosiy tushunchalari — fazo, vaqt va kuch kattaliklaridan iborat. Shu sababli bu tushunchalarga qisqacha to'xtalib o'tamiz.

Fazo - bir vaqtda mavjud bo'lgan ob'ektlarning joylashish tartibini ifodalaydi.

Vaqt - sodir bo'layotgan hodisalarning (harakatning) ketma-ket o'zgarish tartibini ifodalaydi.

Kuch - bir jismning ikkinchi jismga ta'sirini miqdoriy o'lchovini xarakterlovchi kattalikni bildiradi.

Sanoq jism sifatida ixtiyoriy jismni olish mumkin. Agar shu jismga koordinatalar sistemasi va soatni o'rnatdik, ular birgalikda *sanoq sistemasini* beradi. Fazoning barcha nuqtalarining holati qattiq, o'zaro tik sanoq jismi bilan doimiy bog'langan va koordinatalar sistemasining boshi deyiluvchi muayyan nuqtadan o'tadigan uchta to'g'ri o'qlarga nisbatan bir qiymatli aniqlangandir.

Tajribalarning ko'rsatishicha, Nazariy mexanika fanida qaratilgan harakatlarda fazoning hossalari vaqtning o'zgarishiga va sodir bo'layotgan harakatning o'zgarishiga bog'liq bo'lmaydi. Boshqacha aytganda, bir sanoq sistemasidan boshqasiga o'tishda sanoq sistemasi bilan bog'langan jismlarning fizikaviy hossalarini emas, balki faqat sanoq sistemasining geometrik hossalarinigina e'tiborga olish kerak. Ma'lumki, bunday hossalarga bo'ysunuvchi absolyut fazo — uch o'lchovli Evklid fazosini bildiradi. Demak, nazariy mexanikada fazo uchun uch o'lchovli Evklid fazosi qabul qilinadi.

Yuqorida ta'kidlab o'tganimizdek, mexanik harakat — fazoda jism holatining vaqt o'tishi bilan o'zgarishidir. Vaqt esa, jarayonning davomiyligi o'lchovidir. Shuning uchun o'tgan vaqt kattalikni biror jarayon davomiyligi bilan o'lchash quyosh sutkasining, ya'ni Yerning o'z o'qi atrofida bir marta to'la aylanish vaqtining $1/86400$ qismi — sekund (s) qabul qilinadi.

Nazariy mexanikada vaqt fazoning har qanday qismida ham bir me'yorda o'tadi va u fazo kabi uzluksiz hamda bir jinsli deb qaratiladi. Tekshirishlar shuni ko'rsatadiki, jismlarning yorug'lik tezligi ($3 \cdot 10^{10}$ m/s)ga nisbatan juda kichik tezlik bilan harakatlanishida vaqt jismlarning hossalariga va ularning harakatiga bog'liq emas, ya'ni vaqtni absolyut vaqt deb qarash mumkin. Bunday sharoitlarda turli jarayon va hodisalar uchun hodisaning ko'rinishidan va hodisada ishtirok etayotgan jismlarning harakatlaridan qat'iy nazar, vaqt birday o'tadi deyish mumkin. Maxsus tadqiqotlarning ko'rsatishicha, bir-biriga nisbatan harakatlanayotgan turli sanoq sistemalariga nisbatan bitta jarayonning davomiyligi shu sistemalarning nisbiy harakatiga bog'liqdir. Demak, jismlar ixtiyoriy tezliklar bilan harakatlanganida turli sanoq sistemalari uchun yagona vaqt yo'q. Biroq bu farq yorug'lik tezligiga nisbatan yetarlicha kichik bo'lgan odatdagi tezliklardagi harakatlarda deyarli ahamiyat kasb yetmaydi. Boshqacha aytganda, I. Nyuton qonunlari doimo barcha koordinatalar sistemasi uchun ham o'rinli bo'lavermaydi. Shu sababli Nazariy mexanikada — hech bo'lmaganda bitta inertsial sanoq sistemasi (qo'zg'almas sanoq sistemasi) mavjud bo'ladiki, bu sanoq sistemasi uchun Nyuton qonunlari o'rinli bo'ladi deb qabul qilinadi. Ko'plab o'tkazilgan tajribalar, o'lchashlar va kuzatishlar shuni ko'rsatadiki, bunday inertsial sanoq sistemasi uchun markazi Quyoshda bo'lgan va o'qlari uzoq „qo'zg'almas“ yulduzlar tomon yo'nalgan geliosentrik yoki asosiy inertsial sanoq sistemasini qabul qilish mumkin.

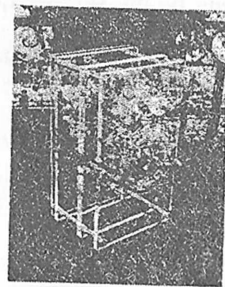
Tabiatda uchraydigan barcha qattiq jismlar tashqi ta'sirlar natijasida katta yoki kichik miqdorda o'z formasini o'zgartiradi, ya'ni deformasiyalanadi. Deformasiyaning qanday darajada ko'rinishi jismlarning materiali, ularning geometrik shakli, o'lchamlari va ta'sir etuvchi kuchlarga bog'liq. Turli xil inshoot

Antik davrlar olimlari tomonidan yaratilgan hayratomuz asbob-uskunalaridan biri e.o 100-150 yillarda Rodos orolida yasalgan Antikiter mexanizmi hisoblanadi.

1900 yil 4 aprelda grek g'ovvosi Likopantis Antikiter oroli yaqinida Egey dengizi ostida 43-62 m chuqurlikda juda eski rim korablini aniqladi. 1900 yil noyabr oyidan 1901 yil 30 sentyabrgacha korablini suvdan chiqarib olish ishlari olib borildi. Suvo ostidan Apollon, Germes, Odissey, Diomed, Gerakllarning otga mingan bronza va marmar haykalchalari, bronza gitara, harxil shohona o'rindiqlar, tangalar, keramik idishlar, oynadan yasalgan har xil jihozlar, Antikiter faylasufi deb nomlangan odamning bronza haykali, Antikiterlik Efeb deb nomolgan yosh yigit haykali va har xil mayda mexanizmlar olib chiqilgan. Topilmala rafina milliy arxeologiya muzeyiga toshiriladi. 1902 yil 17 mayda arxeolog Valerios Stais ushbu topilmalar ichidagi mexanizmlar biror asbob yoki uskunaning qismlari ekanligini aniqlaydi.

Ushbu asbob ustidagi dastlabki izlanishlar 1902-1910 yillarda, keyingisi 1925-1930 yillar davomida olib borilgan. Antikiter mexanizmi bo'yicha eng samarali ilmiy tadqiqotlar 1951-1978 yillarda tarixchi olim Prays tamonidan rentgen tadqiqotlarining o'tkazilishi bilan boshlangan. 1959 yilda Prays "Scientific American" jurnalida mexanizmning asosiy sxemasini va ishlash prinsipini yoritadi. Faqat 1971 yildagina Prays 32 ta shesternyadan tashkil topgan mexanizmning to'liq sxemasini yaratadi. Ingliz soat sozi Djon Gliv Prays sxemasiga ko'ra ushbu mexanizmni yasaydi.

1997 yilda London ilmiy muzeyining mexanik jixozlar bo'yicha mutaxassisi Maykl Rayt mexanizmni rentgen tomografiyasidan qayta o'tkazadi va Prays sxemasida fundamental xatoliklar borligini aniqlaydi. 2002 yilda Rayt o'z sxemasini chizib ko'rsatadi va mexanizm Prays aniqlagan faqat Quyosh va Oyning harakatini emas, balki yana o'sha paytda ma'lum bo'lgan 5 ta planeta: Merkuriy, Venera, Mars, Yupiter, Saturnning harakatlarini ko'rsatib bera olish imkoniyatiga ega ekanligini aniqlaydi.



1.27-rasm. Antikiter mexanizmi sxemasi.

2005 yilda Gretsiya madaniyat vazirligi tashabbusi bilan "Antikythera Mechanism Research Project" grek-britan ilmiy-tadqiqot loyixasi tashkil etiladi va mashhur mexaniklar, matematiklar ushbu loyihaga jalb qilinadi. 2006 yil 6 iyunda mexanizmni yangi rentgen tadqiqotlaridan o'tkazish natijasida aniqlangan 2000 grek belgilarining 95 foizini o'qish imkoni borligi loyiha olimlari tomonidan e'lon qilindi. 2008 yilda loyihaning yakuniy natijalari e'lon qilindi. Unga ko'ra ushbu mexanizm e.o 100-150 yillarda Rodos orolida yasalganligi, taxminiy 31,5x17x6 sm o'lchamda, qalay va qo'rg'oshin aralashmali mis, bronza, mustahkam po'lat, yumshoq alyuminiy va yog'och kabi materiallardan foydalanilganligi qayd qilingan.

SHesternyalar soni 37 ta bo'lib, ular uchburchak tishli, juda katta aniqlikda, mustahkam, ishqalanishga kam uchraydigan qilib bronzadan o'ta mukamal loyihalashtirilgan. Mexanizm old va orqa qismlardan tuzilgan bo'lib, har bir qism alohida vazifalarni bajargan. Mexanizmning old qismida ikki konsentrik shkala o'rnatilgan bo'lib, biri Quyosh yili bo'yicha, ikkinchisi taqvim yili bo'yicha ma'lumatlarni aniqlashga xizmat qilgan. Ushbu shkalalar yordamida:

- 1) Yil davomidagi Quyoshning koinotda joylashish holatini;
- 2) Bir oy davomidagi Oyning joylashish holati va fazalarini aniqlash inkoniyati bo'lgan.

Mexanizmning orqa qismi orqali quyidagilar aniqlangan:

- 1) Quyosh va Oy tutilishlarining har xil sikllar bo'yicha vaqtlarni;
- 2) Oyning ocmonda paydo bo'lish fazalari va vaqti;
- 3) Qadim vaqtlardagi har xil bayramlar, marosimlar, Olimpiada o'yinlari va boshqa belgilardan urf-odatlarining vaqtlari;

Bulardan tashqari mexanizm yordamida astronomlar o'sha paytda ma'lum bo'lgan 5 ta planetaning koordinatalarini, harakat tezliklarini aniqlagan bo'lsa, dengizchilar uning yordamida shamolning tezligini aniqlash, sayohat xaritasini tuzish kabi amallarni bajara olgan.

Umumiy holatda mexanizm oylik va yillik kalendar, astronomik, meteorologik, kartagrafik ma'lumotlarni aniqlash inkonini beruvchi eng qadimgi asbobdir. Ushbu asbob zamonaviy hisoblash mashinalarining birinchi namunasi, birinchi Quyosh sistemasi, birinchi astronomik soat, birinchi meteorologiya asbobi, birinchi kartagrafiya asbobi sifatida olimlarni hanuzgacha hayratlantirib keladi.

Inson mehnatini engillashtirish va zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish darajasini oshirishda eng ko'p qo'llanilayotgan qurilmalar bu — elektron hisoblash mashinalaridir.

Birinchi kompyuter "Harwell" nomi bilan 1951 yilda Angliyaning Atom energiyasi tadqiqotlari markazida ishga tushirilgan bo'lib, 2,5 tonna og'irlikka ega bo'lgan. Hozirda ushbu kompyuter Angliyaning Bakingemshir grafligi kompyuterlashtirish milliy muzeyida saqlanmoqda (1.28-rasm).

va konstruksiyalar mustahkamligini ta'minlash uchun ularning materiali va o'lchamlari shunday tanlanadiki, ularda tashqi kuchlar ta'siridan hosil bo'ladigan deformasiya juda ham kichik bo'lishi kerak. Shu sababli qattiq jismlarning muvozanat shartlarini o'rganishda ularning juda kichik deformasiyalarini e'tiborga olmasa ham bo'ladi, ya'ni ularni absolyut qattiq jism deb qaraladi. Absolyut qattiq jism deb shunday qattiq jismga aytiladiki, uning istalgan ikki nuqtasi orasidagi masofa doimo o'zgarishsiz qoladi. Bundan keyin statika masalalarini echishda barcha jismlarni absolyut qattiq jism deb qaraladi yoki qisqa qilib qattiq jismlar deb ataladi.

Mexanikaning asosiy tushunchalaridan yana biri moddiy nuqta tushunchasidir. O'lchamlari e'tiborga olinmaydigan massasi bir nuqtada to'plangan jismga moddiy nuqta deyiladi. Har qanday jismni moddiy nuqtalar to'plamidan tashkil topgan deb qarash mumkin.

Berilgan jismning muvozanat holati yoki harakati uning boshqa jismlar bilan mexanik o'zaro ta'sir xarakteriga bog'liq bo'ladi. Moddiy jismlar o'zaro ta'sirining miqdoriy o'lchoviga kuch deyiladi.

Mexanikada o'rganiladigan kattaliklar ikkiga bo'linadi: Skalyar va vektor kattaliklar. Faqat miqdorga ega bo'lgan kattaliklarga skalyar kattaliklar deyiladi. Miqdordan tashqari fazodagi yo'nalishi bilan ham xarakterlanadigan kattaliklarga vektor kattaliklar deyiladi.

Kuch – vektor kattalik. Kuchning jismga ko'rsatadigan ta'siri uchta faktor orqali xarakterlanadi:

- 1) kuch qo'yilgan nuqta;
- 2) kuchning yo'nalishi;
- 3) kuchning miqdori (moduli).

Kuchning moduli kuchni tanlangan o'lchov birligi bilan solishtirish bilan topiladi. Kuchning asosiy o'lchov birligi Halqaro o'lchov birliklar sistemasida (SI) 1 N'yuton (1 N) qabul qilingan. U boshqa o'lchov birliklarda ham o'lchanadi. Masalan, 1 kilo Nyuton (1 kN=1000 N) 1 kilogramm kuch (1 kg). Kuch dinamometr asbobi yordamida o'lchanadi. Kuchlar boshqa vektor kattaliklar kabi ustida chiziqcha chizilgan harf masalan, ($\vec{F}$) kuch moduli esa - $|\vec{F}|$ belgi yoki ustida chizig'i bo'lmagan o'sha harf (F) bilan belgilash qabul qilingan. Kuch chizmada yo'nalishli kesma bilan ifodalanadi.

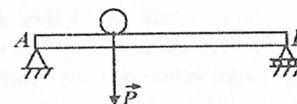
Kesmaning uzunligi belgilangan masshtabda kuchning molulini, kesmaning yo'nalishi kuchning yo'nalishini ifodalaydi. A nuqta kuchning quyilish nuqtasi (boshi), B nuqta kuchning uchi deyiladi. Kuch yo'nalgan SD chiziqqa kuchning ta'sir chizig'i deyiladi.

Jismga ta'sir etayotgan kuchlar jismga ta'sir xarakteriga ko'ra ikki turga: ichki va tashqi kuchlarga bo'linadi. Jismga boshqa jismlar tomonidan ko'rsatiladigan ta'sir kuchlari *tashqi kuchlar* deb ataladi. Bir jism qismlarining yoki zarrachalarining o'zaro bir-biriga bo'lgan ta'sir kuchlari esa *ichki kuchlar* deb ataladi.

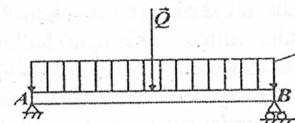
Xalq xo'jaligida inshoot va mashinalarga qo'yiladigan ta'sir etuvchi kuchlarning quyidagi turlari uchraydi:

1. To'plangan kuch. Bir-biriga tegib turadigan ikki jismning o'zaro ta'sir kuchi ularning urinib turgan nuqtasiga qo'yilgan deb hisoblanadi. Haqiqatdan esa jismlarning tegishib turgan joyida deformatsiya hosil bo'lib, ularning o'zaro ta'siri urinib turgan nuqtaga qo'yilmay biror yuzachaga qo'yiladi. Bu yuzachaning sathi juda kichik bo'lsa-da cheklidir. Darhaqiqat, ikkita jismning tegib turgan yuzachasi jism o'lchamlariga qaraganda juda kichkina bo'lsa, bu yuzachani bir nuqta deb, kuch esa nuqtaga qo'yilgan to'planma kuch deb hisoblaymiz. Bu to'planma kuch jismlarning tegishib turgan yuzasidagi bosimlarning teng ta'sir etuvchisidir.

Masalan, ikki uchi bilan tayanch ustida yotgan to'sinning biror joyiga qo'yilganog'ir jismning to'sin sirtiga tegib turgan yuzasi juda kichik bo'lganida shu yuza bo'yicha ta'sir etuvchi kuchlar o'rniga ularning teng ta'sir etuvchisi $\vec{P}$ ni olamiz (1.32-rasm).



1.32-rasm



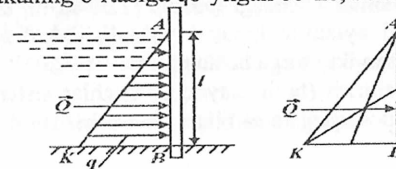
1.33-rasm

To'plangan kuch tushunchasi shartli tushuncha hisoblanadi, chunki aslida har qanday kuch jismga birorta yuza (yoki yuzacha) orqali ta'sir etadi. Nazariy mexanikada umuman olganda juda kichkina yuzachaga ta'sir etayotgan barcha kuchlar to'plangan kuch sifatida tasvirlanadi.

2. Taqsimlangan kuchlar. Mashina yoki inshoot qismining ma'lum yuzasi yoki uzunligi bo'yicha qo'yilgan kuch uzluksiz ta'sir ko'rsatib tursa, bunday kuch *taqsimlangan kuchlar* deyiladi.

Uzunlik birligi yoki yuza birligiga ta'sir qiluvchi kuchlarning intensivligi q bilan belgilanadi va mos ravishda N/m yoki N/m^2 hisobida o'lchanadi.

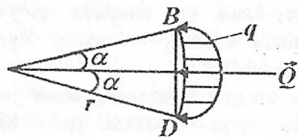
Taqsimlangan kuchlarga ko'priklarga ustiga yotqizilgan beton yoki asfaltning ta'siri misol bo'la oladi. Beton yoki asfalt balka bo'yicha tekis yotqizilgan bo'lib, balkaga 1.33-rasmda ko'rsatilganidek ta'sir qiladi. Masalani yechishda taqsimlangan kuchlar bir nuqtaga qo'yilgan kuch bilan almashtiriladi. 1.33-rasmda tasvirlangan taqsimlangan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi AB uchastkaning o'rtasiga qo'yilgan bo'lib, kuch kattaligi $Q=q \cdot AB$ bo'ladi.



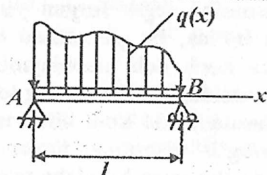
1.34-rasm

Taqsimlangan kuchlarga yana bir misol sifatida to'g'on devoriga suvning ta'sirini keltirish mumkin (1.34-rasm). Bu kuchning taqsimlanishi suv yuzasidan to'g'on tagigacha uchburchak qonuni bilan o'zgarib boradi. Bu holda taqsimlangan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi uchburchak medianalarining kesishgan nuqtasidan o'tadi va miqdori $ql/2$ bo'ladi.

Agarda taqsimlangan kuch aylananing BD yoyi bo'yicha ta'sir etsa (1.35-rasm), uning teng ta'sir etuvchisi: $Q=q \cdot BD$ bo'ladi. Bunda BD uzunlik BD yoy vatarini uzunligini bildiradi. Q ning ta'sir chizig'i BD vatar o'rtasidan o'tadi.



1.35 – rasm.



1.36 – rasm.

Inshoot qismlariga qo'yilgan kuchlar tekis taqsimlanmay, ixtiyoriy ravishda taqsimlangan bo'lishi mumkin. Tuproq, qum kabi sochiluvchi materiallar bilan yuklangan balka bunga misol bo'la oladi. Bu holda agar taqsimlangan kuchlarning intensivligi $q=q(x)$ qonuniyat asosida o'zgarsa (23-rasm), bunday kuchlarning teng ta'sir etuvchisi Q , balka AB va $q(x)$ egri chizig'i bilan chegaralangan yuza orqali ifodalanadi:

$$Q = \int_0^l q(x) dx \quad (5)$$

Q -kuchning ta'sir chizig'i mazkur yuzaning og'irlik markazidan o'tadi va quyidagicha aniqlanadi:

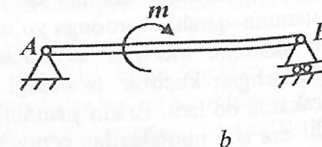
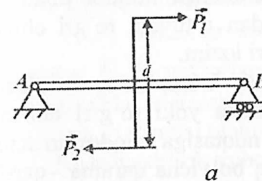
$$x = \frac{\int_0^l xq(x) dx}{\int_0^l q(x) dx} \quad (6)$$

Taqsimlangan (yoki yoyilgan) kuchlar tabiatda juda ko'p, masalan, ko'prik balkalarining xususiy og'irlik kuchi, ma'lum qalinlikda yoqqan qorning ta'sir kuchi va hokazo.

3. Juft kuch. Ma'lum oraliqda joylashgan, bir-biriga qaraima-qarshi yo'nalgan va miqdorjihatidan teng bo'lgan ikki kuch *juft kuch* deyiladi. 24-rasmda balkaga qo'yilgan juft kuch tasvirlangan. Juft kuch berilganda, juft kuch tashkil etuvchilari va bu tashkil etuvchilar orasidagi masofa (1.37-rasm, a) yoki uning momenti, juft kuch ta'siridagi aylanma harakat yo'nalishi ko'rsatiladi (1.37-rasm, b). Statika masalalari asosan ikki turga bo'linadi:

1. Kuchlar sistemasini sodda holga keltirish (ta'sir etayotgan kuchlar sistemasini unga teng kuchli (ekvivalent) bo'lgan boshqa sistema bilan almashtirish);

2. Qattiq jismning muvozanat holatini baholash (qattiq jismning tayanch reaksiyalarini aniqlash).



1.37 – rasm.

Statika masalalarini echishning ikki xil usuli mavjud:

1. Geometrik usul. Bu usul vektorlar algebrasi qoidalarini asosida olib boriladi.
2. Analitik usul. Bu usul kuchning o'qdagi va tekislikdagi proeksiyasi tushunchalariga asoslanadi.

Bu kabi masalalarni echish jarayoni quyidagi tartibda olib boriladi:

1. Muvozanati ko'rib chiqiladigan jism (yoki jismlar) tanlanadi.
2. Jism (yoki jismlar) orqali koordinata o'qlari o'tkaziladi.
3. Aniqlangan jism erkin holatga keltiriladi. Bunda jismga ta'sir etuvchi barcha kuchlar va bog'lanish reaksiyalari chizmada ko'rsatiladi.
4. Jismga ta'sir etayotgan kuchlar qanday kuchlar sistemasini tashkil etishiga qarab, ularga mos muvozanat tenglamalari tuziladi. Bunda tekislikdagi kuchlar sistemasini muvozanat shartlarining birortasidan foydalaniladi. Muvozanat tenglamalarini tanlashda tenglamalari oson hisoblanadigan tenglamalar sistemasini tanlash lozim, har bir tenglamada bittadan noma'lum qatnashadigan tenglamalar sistemasini echish osonroq buladi. Bundan tashqari soddaroq tenglamalar sistemasiga ega bo'lish uchun quyidagilarga e'tibor berish zarur:

- a) Koordinata o'qlarini noma'lum reaksiya kuchlariga perpendikulyar qilib o'tkazish lozim;
- b) Moment olinadigan nuqtani tanlashda noma'lumlar ko'proq joylashgan nuqtani tanlash maqsadga muvofiq, chunki bunda momentlar tenglamasidagi noma'lumlar sonini kamaytirishga erishiladi.
- c) Agar jismga ta'sir etayotgan kuchlardan birortasi ma'lum burchak ostida ta'sir etayotgan bo'lsa, bunda u kuchni tashkil etuvchilarga ajratish kerak. Bu koordinata o'qlariga nisbatan proeksiya olishda ham, biror nuqtaga nisbatan moment (Varinon teoremasiga asosan) olishda ham ancha qulaylik tug'diradi;
- d) Masalani echish jarayonida masalaga tegishli chizma juda aniq chizilishi lozim.
5. Tenglamalarni echib, noma'lum bog'lanish (tayanch) reaksiya kuchlari aniqlanadi.
6. Masalaning to'g'ri yoki noto'g'ri echilgani tekshirib ko'riladi.

1.4 STATIKA AKSIOMALARI

1-aksioma. Erkin absolyut qattiq jismga qo'yilgan ikkita kuch ta'sirida jism muvozanatda bo'lishi uchun faqat va faqat, bu kuchlar miqdor jihatidan teng, yo'nalish jihatidan kuchlar qo'yilgan nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'lishlari lozim.

Bu aksioma inersiya aksiomasi deb yuritiladi. Unga ko'ra – o'zaro muvozanatlashgan kuchlar ta'siridagi jism muvozanatda yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatda bo'ladi. Erkin jismning istalgan ikki nuqtasiga miqdorlari teng, yo'nalishi esa shu nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'yicha qarama – qarshi tomonga yo'nalgan ikkita kuch ta'sir etsa, bunday kuchlar o'zaro muvozanatlashadi.

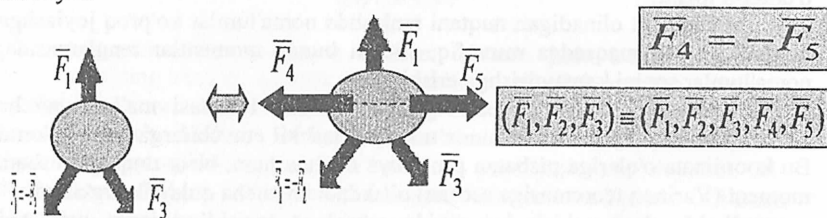
2-aksioma. Absolyut qattiq jismga qo'yilgan kuchlar sistemasiga muvozanatlashgan sistema qo'shilsa yoki undan ayrilsa, sistemaning jismga ko'rsatadigan ta'siri o'zgarmaydi.

Natija. Absolyut qattiq jismga qo'yilgan kuchni o'zining ta'sir chizig'i bo'ylab, jismning istalgan nuqtasiga ko'chirilganda, kuchning qattiq jismga ko'rsatadigan ta'siri o'zgarmaydi.

Isboti. Qattiq jismning biror A nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin (1.39-rasm). Bu kuch ta'sir chizig'idan ixtiyoriy V nuqta olamiz. Bu nuqtaga muvozanatlashgan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ sistemani keltirib qo'yamiz. Bunda $\vec{F}_1 = \vec{F}$ va $\vec{F}_2 = -\vec{F}$ shart bajarilsin.

Hosil bo'lgan kuchlar sistemasi ta'sirida jismning holati o'zgarmaydi.

Chunki $(\vec{F}, \vec{F}_2)$ sistema muvozanatlashgan sistemani tashkil etadi. Muvozanatlashgan sistemani tashlab yuboramiz. Natijada jism V nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}_1$ kuch ta'sirida qoladi. Shartga ko'ra esa $\vec{F}_1 = \vec{F}$ demak, jismning holati o'zgarmaydi. Absolyut qattiq jismga qo'yilgan kuch sirpanuvchi vektorni ifodalaydi.



1.40 –rasm.

3-aksioma (parallelogramm aksiomasi). Jismning biror nuqtasiga qo'yilgan ikkita kuchning teng ta'sir etuvchisi, shu kuchlarga qurilgan parallelogrammning kuchlar qo'yilgan nuqtasidan o'tuvchi diagonaliga teng.

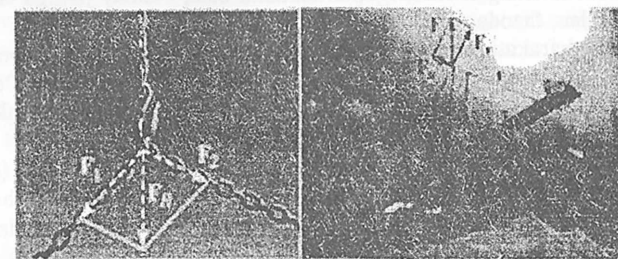
$\vec{F}_1, \vec{F}_2$ vektorlar asosida qurilgan parallelogrammning diagonaliga teng $\vec{R}$ vektor $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ vektorlarning geometrik yig'indisiga teng bo'ladi.

Kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi bilan kuchlar sistemasining geometrik yig'indisi alohida-alohida tushunchalar bo'lib hisoblanadi. Ularni bir-biri bilan almashtirib yubormaslik kerak. Kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchiga ega bo'lmasligi mumkin, lekin geometrik yig'indiga ega bo'ladi.

Ushbu vektor $-\vec{R}$, teng ta'sir etuvchi vektor deyiladi, ya'ni uning shu jismga ta'siri, yuqoridagi ikkita kuchning ta'siriga teng bo'ladi, vektor va skalyar tenglamalar quyidagicha yoziladi,

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \text{lekin har doim} \quad R < F_1 + F_2 \quad \text{bo'ladi.}$$

deyiladi va lotincha R harfi bilan belgilanadi.



1.42-rasm.

1.42-rasmida ikkita zanjir vositasida yuk ko'tarish kranining ishlash jarayoni keltirilgan bo'lib, zanjirlarda hosil bo'ladigan taranglik kuchlarining teng ta'sir etuvchisi ular asosida qurilgan parallelogrammning diagonaliga bo'ylab yo'nalishi ko'rsatilgan.

1.42-rasmida esa yuk tashish konveyerining ishlash jarayoni keltirilgan bo'lib, konveyerni ushlab turuvchi to'sinlar (tayanchlar)ga mahkamlangan sterjenlar bo'ylab hosil bo'ladigan zo'riqish kuchlarining teng ta'sir etuvchisi ham ular orqali qurilgan parallelogrammning diagonaliga bo'ylab yo'nalishi ko'rsatilgan.

4-aksioma (Nyutonning uchinchi qonuni). Har qanday muvozanatdagi ikkita jism bir – biri bilan miqdor jihatidan teng bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan kuchlar bilan o'zaro ta'sir etadi.

Bu qonun mexikaning asosiy qonunlaridan biri bo'lib hisoblanadi. A jism B jismga qandaydir $\vec{F}_A$ kuch bilan ta'sir etsa, B jism ham A jismga shu

kuchga miqdor jihatdan teng, bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama – qarshi yo'nalgan $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$ kuch bilan ta'sir etadi. Shuni e'tirof etish kerakki, $\vec{F}_A, \vec{F}_B$ kuchlar turli jismlarga qo'yilgan bo'lganligi uchun ular muvozanatlashgan kuchlar sistemasini tashkil etmaydi.

5-aksioma. Kuchlar sistemasi ta'siridagi deformatsiyalanadigan jism muvozanat holatida absolyut qattiq jismga aylansa, uning muvozanati o'zgarmaydi.

Bu qonun jismlarning qotish prinsipi deyiladi. Zanjirning zvenolari bir-biriga payvandlanganda, uning muvozanati buzilmaydi. Chunki muvozanatda bo'lgan jism qotishdan oldin va qotgandan keyin ham bir xil kuchlar sistemasi ta'sirida bo'ladi.

1.5 BOG'LANISH VA BOG'LANISH REAKSIYALARI.

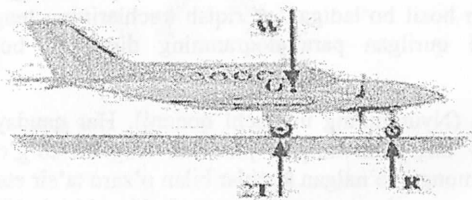
Tabiatdagi barcha jismlarni ikkiga ajratish mumkin: erkin jismlar va bog'langan (erksiz) jismlar.

Jism fazoda istalgan tomonga harakatlana olsa, bunday jismga erkin jism deyiladi. Masalan, fazodagi havo shari.

Jismning harakati biror sabab bilan cheklangan bo'lsa, bu jism bog'langan (erksiz) jism deyiladi. Bog'langan jismlarga misol qilib, stol ustiga qo'yilgan yuk, shipga osilgan qandil va boshqalarni misol keltirishimiz mumkin. Yuk uchun bog'lanish stol, qandil uchun bog'lanish zanjir hisoblanadi.

Jismning harakat yo'nalishiga qo'yilgan barcha jismlar (to'siqlar) bog'lanishlar deyiladi. Bog'lanishning jismga ko'rsatadigan ta'siriga bog'lanish reaksiya kuchi yoki qisqacha bog'lanish reaksiyasi deyiladi. Bog'lanishdagi jismlarning harakati qaysi yo'nalishda cheklangan bo'lsa, bog'lanish reaksiya kuchi shu yo'nalishga teskari yo'nalgan bo'ladi.

Mexanika masalalarida har qanday jismning muvozanatini tekshirish uchun uni erkin holatga keltirib olish kerak. Erkin holatga keltirish degani esa bog'langan jismning bog'lanishlari (tayanchlari) ni bog'lanish (tayanch) reaksiya kuchlari bilan almashtirish demakdir. Mexanika masalalarini echishda bog'lanish reaksiya kuchlarining miqdori va yo'nalishini to'g'ri aniqlash juda muhim ahamiyatga ega.

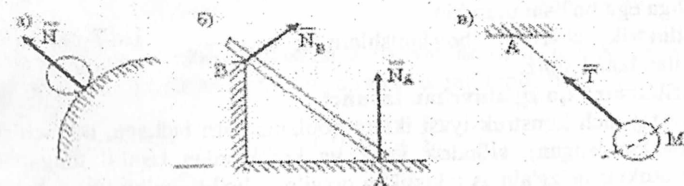


1.44-rasm.

Masalan, tinch holatda turgan samolyot o'z tayanch g'ildiraklari orqali muvozanat holatini saqlab turadi. Samolyotning umumiy og'irligini samolyot turgan maydon ko'tara olishi uchun asosda samolyot og'irliklariga qarama-qarshi yo'nalishda reaksiya kuchlari bo'lishi kerak.

Bog'lanishlarning asosiy turlari bilan tanishamiz.

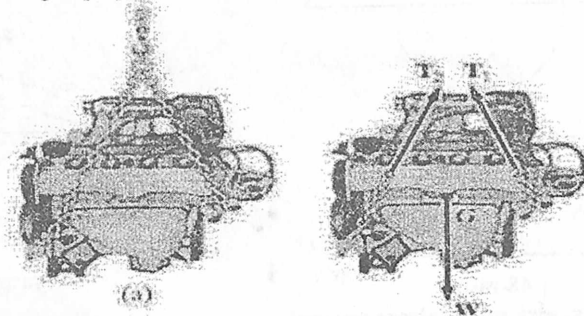
1. Silliqlik sirt yoki tayanch. Ishqalanish e'tiborga olinmaydigan sirtga silliq sirt deyiladi.



1.45-rasm.

Sirt bilan jism orasida ishqalanish bo'lmaganda jism sirt bilan biror nuqtada tayanib turgan bo'lsa, silliq sirt jismning shu sirtga o'tkazilgan normal bo'yicha harakatini cheklaydi. Shu sababli silliq sirtning reaksiya kuchi $\vec{N}$ sirtga o'tkazilgan normal bo'yicha yo'naladi (1.45-rasm a).

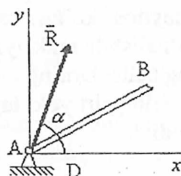
To'sin A nuqtada polga, B nuqtada vertikal devorga tayangan bo'lsa (1.45-rasm, b), polning $\vec{N}_A$ va vertikal devorning $\vec{N}_B$ reaksiya kuchlari A va B nuqtalarga o'tkazilgan perpendikulyar bo'yicha yo'naladi.



1.46-rasm.

2. Arqon, ip. M shar egiluvchan, cho'zilmaydigan ip yordamida biror A nuqtaga osib qo'yilgan bo'lsa, u holda ipning bog'lanish reaksiyasi kuchi $\vec{T}$ ip bo'ylab osilish nuqtasi tomonga yo'nalgan bo'ladi (1.45-rasm, v).

3. Silindrik sharnirli bog'lanishlar. Umumiy o'q yoki nuqta atrofida aylana oladigan ikkita jism orasidagi bog'lanishga sharnir deyiladi. AV sterjenning A uchi sharnir yordamida qo'zg'almas D tayanchga mahkamlangan bo'lsin (1.47-rasm). U holda jismning A uchi sharnir o'qiga perpendikulyar biron – bir yo'nalishda siljiy olmaydi. Demak, silindrik sharnirning $\bar{R}$ reaksiya kuchi sharnir o'qiga perpendikulyar tekislikda istalgan yo'nalishga ega bo'lishi mumkin.



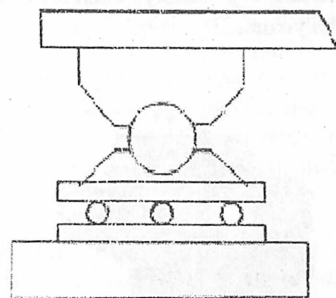
1.47-rasm.

Silindrik sharnirli bog'lanishlarning asosiy turlari bilan tanishamiz.

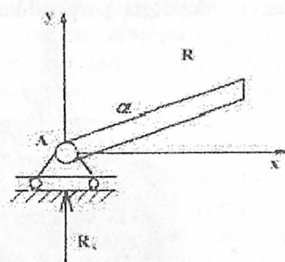
1. Sharnirli qo'zg'aluvchan tayanch.

Bu tayanch konstruksiyasi ikkita qoplama (biri balkaga, ikkinchisi silliq sirtga mahkamlangan), silindrik valik va kotoklardan tashkil topgan (1.48-rasm). Kotoklar qo'zg'almas tekislikka qo'yilgan bo'lib, balka tayanchining shu tekislikda erkin harakatlanishiga imkoniyat yaratadi. Silindrik valik esa ikkita qoplama o'rtasiga o'rnatilgan bo'lib, u balkaning sharnir o'qi bo'ylab erkin aylanishiga imkoniyat yaratadi.

Yuqoridagilardan xulosa qilib shuni aytish mumkinki, bu tayanchda balkaning harakati faqat bitta yo'nalishda cheklangani uchun bu tayanchning reaksiya kuchi sharnir markaziga qo'yilgan qo'zalmas tekislikka perpendikulyar yo'nalgan bitta kuchdan iborat bo'ladi (6-rasm).



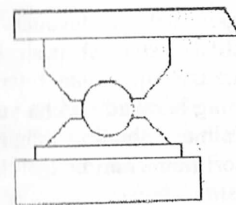
1.48-rasm.



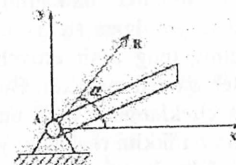
1.49-rasm.

2. Sharnirli qo'zg'almas tayanch.

Bu tayanch konstruksiyasi ikkita qoplama (biri balkaga, ikkinchisi qo'zg'almas tekislikka mahkamlangan) va silindrik valikdan tashkil topgan (1.50-rasm). Silindrik valik ikkita qoplama o'rtasiga qo'yilgan bo'lib, u qoplamalarni birlashtirib balkaning sharnir o'qi bo'ylab erkin aylanishiga imkoniyat yaratadi, qolgan yo'nalishlar bo'yicha balkaning harakati cheklangan. Bundan bu tayanch reaksiya kuchi noma'lum yo'nalishga va miqdorga ega bo'lgan bitta kuchdan iborat ekanligi kelib chiqadi (1.51-rasm).



1.50-rasm

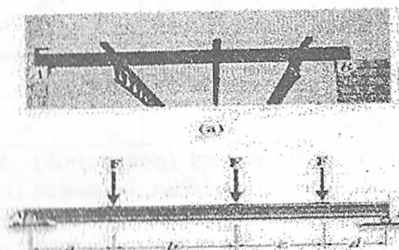


1.51-rasm

Bu reaksiya kuchini aniqlashda aksariyat hollarda uni X va Y o'qlari bo'yicha yo'nalgan tashkil etuvchilarga ajratish orqali topiladi:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} \quad (1)$$

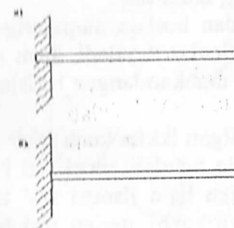
1.52-rasmida keltirilgan ko'priknig A nuqtasiga sharnirli qo'zg'almas va B nuqtasiga sharnirli qo'zg'aluvchan tayanch o'rnatilgan.



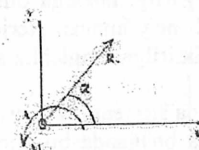
1.52-rasm.

3. Qistirib mahkamlangan tayanch.

Bu tayanch konstruksiyasi devorga qistirib yoki payvandlash orqali konstruksiya elementlarini tayanchga biriktirishdan hosil bo'ladi (1.53-rasm).



1.53 – rasm.



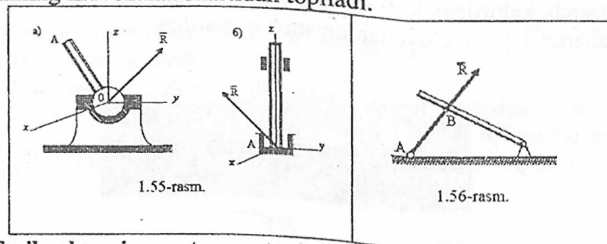
1.54 – rasm.

Bu holatda balkaning mahkamlanadigan uchiga tayanch devorlar tomonidan yoyilgan (tekis taqsimlangan) kuchlar sistemasi ta'sir etadi. Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisini biror A markazga qo'yilgan bitta kuchdan iborat deb qarash mumkin. Bu tayanchda balkaning harakati barcha yo'nalishlar bo'yicha cheklangan, ya'ni balka mutlaq qo'zg'almas. Shuning uchun bu kabi tayanchlarda ikkita reaksiya: yo'nalishi va miqdori noma'lum bo'lgan bitta kuch hamda juft kuch momenti paydo bo'ladi (1.54-rasm).

Bu holatda reaksiya kuchini aniqlashda uni X va Y o'qlari bo'yicha yo'nalgan tashkil etuvchilarga ajratib olish maqsadga muvofiq:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2},$$

Masala echishda $\bar{R}$ reaksiya kuchini aylanish o'qiga perpendikulyar tekislikda yotuvchi x va u o'qlarga parallel yo'nalgan tashkil etuvchilarga ajratib, jismning muvozanat shartidan topiladi.



4. Sferik sharnir va tovon tegi (podpyatnik). AO sterjen O nuqtada sferik sharnir vositasida biriktirilgan bo'lsa, bu sterjen O nuqtadan o'tuvchi har qanday o'q atrofida faqat aylanma harakat qila oladi (1.55 - rasm, a). Sferik sharnirning $\bar{R}$ reaksiya kuchi O nuqtadan o'tadi, lekin qaysi tomonga yo'nalishini oldindan aytib bo'lmaydi. Sferik sharnirning reaksiya kuchini tanlab olingan koordinata o'qlariga parallel yo'nalgan tashkil etuvchilarga ajratib, ularni jismning muvozanat shartlaridan aniqlanadi. Tovuq tegining $\bar{R}$ bog'lanish reaksiya kuchi ham fazoda istalgan tomonga yo'nalgan bo'lishi mumkin (1.55 - rasm, b).

5. Vaznsiz sterjen vositasidagi sharnirli bog'lanishlar.

O'z og'irligi hisobga olinmaydigan, uchlari boshqa nuqtalariga hech qanday kuch qo'yilmagan sterjenlarga vaznsiz sterjenlar deyiladi. Jism uchlari sharnirli biriktirilgan ingichka sterjenlar vositasida mahkamlangan bo'lsin (56 - rasm).

U holda sterjenning A va V nuqtalariga qo'yilgan ikkita kuch ta'sir qiladi; muvozanatda bo'lganda bu kuchlar bir to'g'ri chiziqli bo'ylab, ya'ni AB bo'ylab yo'naladi. Ta'sir va aks ta'sir qonuniga ko'ra sterjen ham jismga AV bo'ylab yo'nalgan kuch bilan ta'sir qiladi. Demak, reaksiya kuchi sterjen o'qi bo'ylab yo'nalgan bo'ladi.

II. BOB. KESISHUVCHI KUHLAR SISTEMASI MUVOZANATI

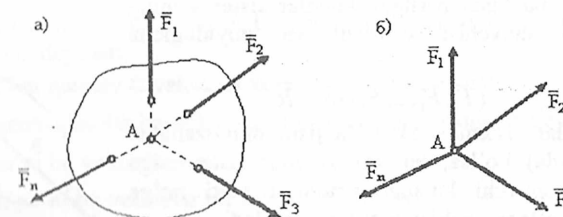
2.1. KUHLAR SISTEMASI VA ULARNING TURLARI

Agar jismga bir vaqtning o'zida bir nechta kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsa, ta'sir etayotgan kuchlar to'plamiga *kuchlar sistemasi* deb ataladi.

Kuchning jismga ta'siri kuchning moduli, kuchning yo'nalishi va kuchning qo'yilish nuqtasi orqali belgilanishini yuqorida ko'rib o'tgan edik. Ushbu uch faktordan tashqari kuchning jismga ta'siri jismga ta'sir etayotgan kuchlar soniga ham bog'liq. Kuchlar soni qancha katta bo'lsa o'sha jismning harakat yo'nalishini belgilash, muvozanatga keltirish shartlarini ishlab chiqish shunchalik murakkab bo'ladi. Statikada kuchlar sistemasini uchta turga bo'lamiz:

1. Kesishuvchi kuchlar sistemasi;
2. Tekislikdagi kuchlar sistemasi;
3. Fazoviy kuchlar sistemasi.

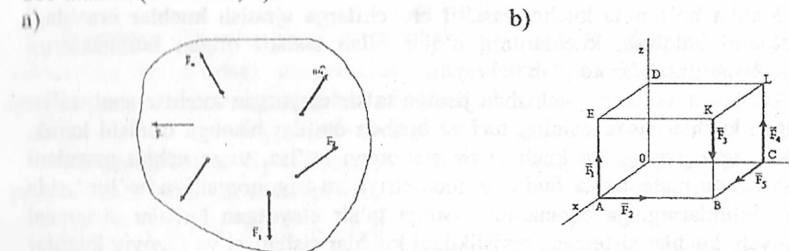
Agarda barcha kuchlarning ta'sir chiziqlari bir nuqtadan o'tsa, bunday kuchlar to'plamiga *kesishuvchi kuchlar sistemasi* deyiladi.



2.1-rasm.

Agar jismga ta'sir etayotgan kuchlarning ta'sir chiziqlari bitta tekislikda yotsa, bunday kuchlar to'plamiga *tekislikdagi kuchlar sistemasi* deyiladi (2.2-rasm, a).

Agar jismga ta'sir etayotgan kuchlarning ta'sir chiziqlari bir nechta tekisliklarda yotgan bo'lsa, bunday kuchlar to'plamiga *fazoviy kuchlar sistemasi* deb ataladi (2.2-rasm, b).



2.2-rasm.

Yuqorida kuchlar sistemasini turlarga ajratishda shartli bo'lib, kuchlar sistemasining boshqa turlari ham borligidan hamda masalan kesishuvchi kuchlar sistemasining tekislikdagi kesishuvchi kuchlar sistemasi yoki fazoviy kesishuvchi kuchlar sistemasi kabi turlarining ham mavjudligidir.

SHuningdek, kuchlar sistemasining jismga ta'siriga qarab, kuchlar sistemasi tarkibidagi kuchlarning ta'sir chiziqlarining holatiga qarab ham kuchlar sistemasining bir nechta turlari mavjud.

Agarda jismga ta'sir etayotgan kuchlar sistemasi tarkibidagi kuchlarning ta'sir chiziqlari bir-biriga o'zaro parallel holda joylashgan bo'lsa, bunday kuchlar to'plamiga *parallel kuchlar sistemasi* deb ataladi.

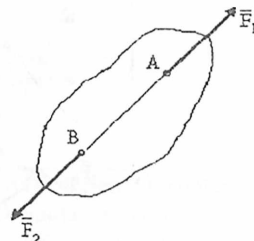
Ta'sir etayotgan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasini boshqa biror $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n)$ kuchlar sistemasi bilan almashtirilganda jismning muvozanat holati yoki harakati o'zgarmasa, bu ikkala kuchlar sistemasiga ekvivalent kuchlar sistemasi deyiladi va quyidagicha yoziladi.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \propto (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n).$$

Agar kuchlar sistemasi bitta $\vec{R}$ kuch bilan almashtirilganda jism holati o'zgarmasa, bu kuch berilgan kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \propto \vec{R}.$$

Kuchlar sistemasi ta'sirida jism muvozanatda (tinch holatda) bo'lsa, bunday kuchlar sistemasiga muvozanatlashuvchi kuchlar sistemasi yoki nolga ekvivalent bo'lgan kuchlar sistemasi deyiladi.



2.3-rasm.

2.2 KUCHNI TASHKIL ETUVCHILARGA AJRATISH. VEKTORLAR VA ULAR USTIDA AMALLAR.

Statika bo'limida kuchni tashkil etuvchilarga ajratish kuchlar orasidagi burchaklarni aniqlash, kuchlarning o'qlar bilan tashkil qilgan burchaklarini aniqlash kabi masalalar ko'plab uchraydi.

Ushbu masalalarni yechishda jismga ta'sir etayotgan kuchlar soni, ta'sir etayotgan kuchlar sistemasining turi va boshqa omillar hisobga olinishi kerak. Masalan, agar jismga 2ta kuch ta'sir etayotgan bo'lsa, unga ushbu masalani yechish uchun matematika fanining geometriya va trigonometriya bo'limlarida olingan bilimlaringizga tayanamiz. Jismga ta'sir etayotgan kuchlar sistemasi kesishuvchi kuchlar sistemasi, tekislikdagi kuchlar sistemasi va fazoviy kuchlar sistemasidan iborat bo'lishi mumkinligini xisobga olsak, bu kabi har bir

masalani yechishda alohida yondashish talab qilinadi. Sonli qiymatlari bilan to'liq aniqlanadigan kattaliklar *skalyar kattaliklar* deb ataladi.

Ham sonli qiymati, ham yo'nalishi bilan aniqlanadigan kattaliklar *vektor kattaliklar* deyiladi.

Skalyar kattaliklar $a, b, c, \dots$ kabi harflar bilan, vektor kattaliklar $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \dots$ yoki bu harflarni qalin bo'yalganlari $a, b, c, \dots$ bilan belgilanadi.

Geometrik nuqtayi nazardan vektorlar yo'naltirilgan kesmalar singari qaraladi. Boshi A nuqtada va oxiri B nuqtada bo'lgan yo'naltirilgan kesma bilan aniqlanadigan vektor $\vec{AB}$ kabi belgilanadi. Bunda A nuqta vektorning boshi, B nuqta esa vektorning uchi (oxiri) deyiladi. Bu yerda AB kesmaning uzunligi vektorning modulini ifodalaydi, ya'ni $|\vec{AB}| = |\overline{AB}|$.

Har qanday a vektorning sonli qiymati uning *moduli* yoki *uzunligi* deyiladi va $|a|$ kabi belgilanadi.

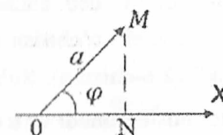
Boshi va uchi bitta nuqtadan iborat bo'lgan vektor *nol vektor* deyiladi. Uning moduli $|0| = 0$ bo'ladi.

Bir to'g'ri chiziqda yoki parallel to'g'ri chiziqlarda joylashgan vektorlar *kollinear vektorlar* deyiladi.

Nol vektor har qanday a vektorga kollinear deb hisoblanadi.

Quyidagi uchta shartlar bajarilganda a va b lar *teng vektorlar* deyiladi:

1. $a \parallel b$, ya'ni bu vektorlar kollinear;
2. $|a| = |b|$, ya'ni bu vektorlar bir xil uzunlikka ega;
3. a va b vektorlar bir xil yo'nalishga ega.



2.4-rasm.

$\vec{a}$ vektor OX o'q bilan φ burchak tashkil etsin (2.4-rasm). U holda vektorning bu o'qdagi proyeksiyasi shu vektor uzunligini φ burchakning kosinusiga ko'paytmasiga teng bo'ladi. Ya'ni,

$$pr_x = |a| \cdot \cos \varphi = |a| \cdot \cos(\vec{a}, \wedge OX).$$

Bir necha vektor yig'indisining o'qdagi proyeksiyasi qo'shiluvchi vektorlar proyeksiyalarining yig'indisiga teng:

$$pr_x(\vec{a} + \vec{b}) = pr_x \vec{a} + pr_x \vec{b}.$$

Bitta yoki parallel tekisliklarda joylashgan uch va undan ortiq vektorlar *komplanar vektorlar* deyiladi.

$\vec{a}$ vektorni λ songa ko'paytmasi deb quyidagi uchta shart bilan aniqlanadigan yangi bir $\vec{c}$ vektorga aytiladi:

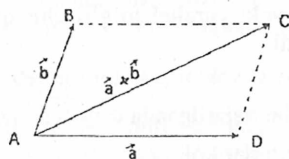
1. $|\vec{c}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$, ya'ni $\vec{a}$ vektorning uzunligi $|\lambda|$ marta o'zgaradi.
2. $\vec{c} \parallel \vec{a}$, ya'ni bu vektorlar kollinear;
3. $\lambda > 0$ bo'lsa, $\vec{c}$ va $\vec{a}$ vektorlar bir xil yo'nalgan, $\lambda < 0$ bo'lsa, $\vec{c}$ va $\vec{a}$ qarama-qarshi yo'nalgan.

Vektorlarning songa ko'paytmasi quyidagi xossalarga ega:

$$1) \lambda(\beta \vec{a}) = \beta(\lambda \vec{a}); \quad 2) (\lambda \pm \beta)\vec{a} = \lambda\vec{a} \pm \beta\vec{a}. \quad 3) 0 \cdot \vec{a} = \vec{0}.$$

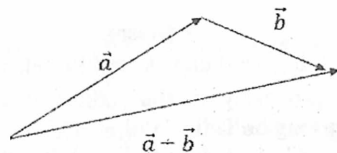
$(-1)\vec{a}$ vektor $\vec{a}$ vektorga qarama-qarshi vektor deyiladi va $-\vec{a}$ kabi belgilanadi.

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning yig'indisi deb, ABCD parallelogrammning A uchidan chiquvchi diagonalidan hosil qilingan $\vec{AC}$ vektorga aytiladi va $\vec{a} + \vec{b}$ kabi belgilanadi (parallelogramm qoidasi) (2.5-rasm).



2.5-rasm.

Bu yig'indini uchburchak qoidasi deb ataladigan quyidagi usulda ham topish mumkin. Bunda dastlab parallel ko'chirish orqali $\vec{b}$ vektorning boshi $\vec{a}$ vektorning uchi ustiga keltiriladi (2.6-chizma). So'ngra $\vec{a}$ ning boshidan chiqib $\vec{b}$ ning uchida tugaydigan vektor hosil qilinadi va u $\vec{a} + \vec{b}$ yig'indini ifodalaydi:



2.6-rasm.

Bir nechta $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$ ($n \geq 3$) vektorlarning yig'indisi parallelogramm qoidasini bir nechta marta ketma-ket qo'llash bilan topiladi.

Vektorlarni qo'shish amali quyidagi xossalarga ega:

$$1. \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}.$$

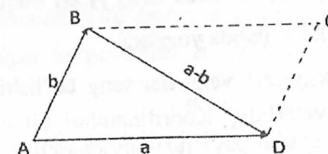
$$2. (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{c}) + \vec{b}.$$

$$3. \lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b}.$$

$$4. \vec{a} + \vec{0} = \vec{a}.$$

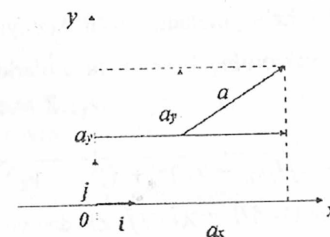
$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning ayirmasi deb, $\vec{a}$ va $-\vec{b}$ vektorlarning yig'indisiga aytiladi va u $\vec{a} - \vec{b}$ kabi belgilanadi.

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning ayirmasini ular asosida qurilgan ABCD parallelogrammning kichik BD diagonalini sifatida ham qarash mumkin (2.7-rasm).



2.7-rasm.

Tekislikda XOY to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasini olamiz. Bu tekislikda berilgan har qanday $\vec{a}$ vektorni sonlar juftligi orqali ifodalash mumkin. Buning uchun mos ravishda OX va OY koordinata o'qlarida joylashgan musbat yo'nalishga ega hamda uzunliklari birga teng bo'lgan i va j vektorlarni kiritamiz (2.8-rasm).



2.8-rasm.

Kiritilgan i va j vektorlar birlik ortlar deyiladi. a_x va a_y lar $\vec{a}$ vektorning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari bo'lib, $\vec{a}$ vektorni ular orqali $\vec{a} = a_x i + a_y j$ ko'rinishda yozish mumkin.

$\vec{a} = x i + y j$ ga $\vec{a}$ vektorning birlik ortlar bo'yicha yoyilmasi, x va y sonlari esa uning koordinatalari deyiladi.

Tekislikda boshi $A(x_1; y_1)$ va oxiri $B(x_2; y_2)$ nuqtada bo'lgan $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalari $\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$ bo'lib, u $AB\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$ kabi yoziladi.

Fazoda $XOYZ$ to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasida berilgan $\vec{a}$ vektorning koordinatalarini aniqlash uchun kiritilgan i va j ortlarga qo'shimcha OZ o'qida uzunligi birga teng bo'lgan $\vec{k}$ vektorni olamiz. U holda $\vec{a}$ vektorni

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bu yerda x, y, z sonlar uchligi fazodagi $\vec{a}$ vektorning koordinatalari bo'lib uni $\vec{a}\{x; y; z\}$ kabi yoziladi.

Fazoda boshi $A(x_1; y_1; z_1)$ va oxiri $B(x_2; y_2; z_2)$ nuqtada bo'lgan $\overrightarrow{AB}$ vektor $\overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$ ko'rinishda yoziladi.

$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ va $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ vektorlar teng bo'lishi uchun $x_1 = x_2, y_1 = y_2$ va $z_1 = z_2$ bo'lishi zarur va yetarlidir. Koordinatalari bilan berilgan vektorlarning yig'indisi, ayirmasi va songa ko'paytmasi quyidagicha aniqlanadi:

$$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} \pm \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\} = \vec{c}\{x_1 \pm x_2; y_1 \pm y_2; z_1 \pm z_2\}, \lambda \vec{a}\{\lambda x_1; \lambda y_1; \lambda z_1\}.$$

Fazodagi $XOYZ$ to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasida boshi $O(0; 0; 0)$ nuqtada va oxiri $M(x; y; z)$ nuqtada bo'lgan $\overrightarrow{OM}$ vektorni qaraymiz. Odatda uni M nuqtaning $r = \overrightarrow{OM}$ radius vektori deyiladi (2.9-rasm).

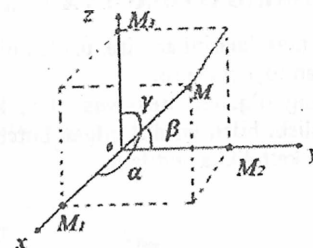
Uning uzunligi $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ formula bilan aniqlanadi va $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lar orqali $r = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ kabi yoziladi. Boshi $A(x_1; y_1; z_1)$ va oxiri $B(x_2; y_2; z_2)$ nuqtada bo'lgan $U = \overrightarrow{AB}$ vektorning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari mos ravishda $X = x_2 - x_1, Y = y_2 - y_1, Z = z_2 - z_1$ bo'ladi. Uning uzunligi esa $U = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ ga teng bo'ladi. Bu holda ham $U = \overrightarrow{AB} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}$ deb yozish mumkin.

Agar $U = \overrightarrow{AB}$ vektor koordinata o'qlari bilan α, β, γ burchaklar hosil qilsa, u holda

$$\cos \alpha = \frac{x}{U}, \cos \beta = \frac{y}{U}, \cos \gamma = \frac{z}{U}$$

bo'ladi va ular uchun $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ o'rinli bo'ladi.

Bu yerdagi $\cos \alpha, \cos \beta$ va $\cos \gamma$ larni $\overrightarrow{AB}$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari deyiladi.



2.9-rasm

Ikki $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasi deb, ularning modullari bilan ular orasidagi burchak kosinusining ko'paytmasiga aytiladi.

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ larning skalyar ko'paytmasi $\vec{a} \cdot \vec{b}$ yoki (a, b) kabi belgilanadi. Demak, ta'rifga asosan,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$

Skalyar ko'paytma quyidagi xossalarga ega:

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$.
2. $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$.
3. $(\lambda \vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (\lambda \vec{b})$.
4. $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$.
5. Agar $\vec{a} \perp \vec{b}$ bo'lsa, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ bo'ladi.

Agar vektorlar $\vec{a}\{a_x; a_y; a_z\}$ va $\vec{b}\{b_x; b_y; b_z\}$ koordinatalar orqali berilgan bo'lsa, u holda skalyar ko'paytma quyidagicha bo'ladi:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Koordinatalari bilan berilgan ikki vektor orasidagi burchak quyidagi formuladan topiladi:

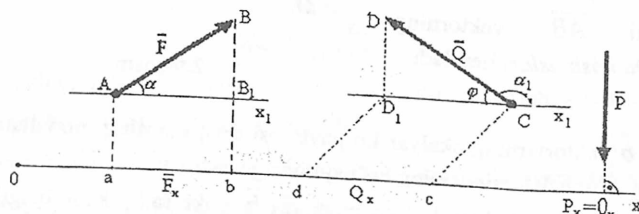
$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

$\frac{b_x}{a_x} = \frac{b_y}{a_y} = \frac{b_z}{a_z}$ ga ikki vektorning parallellik sharti va $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$ ga ikki vektorning perpendikulyarlik sharti deyiladi.

2.3 KUCHNING O'QDAGI VA TEKISLIKDAGI PROEKTSIYASI.

Statika masalalarini analitik usulda hisoblash uchun kuchning proeksiyasi tushunchasidan foydalanamiz.

Kuchning o'qdagi preksiyasi deb, kuch modulini kuch bilan o'qning musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchak kosinusiga bo'lgan ko'paytmaga teng algebratik kattalikka aytiladi.



2.10-rasm.

Agar kuch bilan o'qning musbat yo'nalishi orasidagi burchak o'tkir bo'lsa, proeksiya musbat, agar o'tmas burchak bo'lsa, proeksiya manfiy ishorada bo'ladi. Kuch o'qqa perpendikulyar bo'lsa, kuchning o'qdagi proeksiyasi nolga teng.

F kuchning o'qdagi proeksiyasini F_x bilan belgilaymiz. U holda 2.10-rasmga ko'ra quyidagini yozamiz:

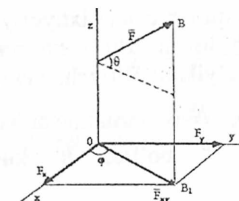
$$F_x = AB_1 = ae, \quad Q_x = -CD_1 = -cd$$

2.10-rasmdan ko'rinadiki, $F_x = F \cos \alpha$

$$Q_x = -Q \cos \varphi = Q \cos \alpha_1, \quad P_x = 0 \quad (4)$$

$\vec{F}$ kuchning OXY tekislikdagi proeksiyasi deb $\vec{F}$ kuchning boshi va uchining shu tekislikdagi proeksiyalarini tutashtiruvchi yo'nalishli $\vec{F}_{xy} = \vec{OB}_1$ kesmaga aytiladi.

$\vec{F}$ kuchning tekislikdagi proeksiyasi o'qdagi proeksiyasidan farq qiladi. Kuchning tekislikdagi proeksiyasi vektor kattalik bo'lib, u miqdorga ega bo'lishdan tashqari yo'nalishga ham ega.



2.11-rasm.

$\vec{F}$ kuchning tekislikdagi proeksiyasining moduli quyidagicha yoziladi:

$$F_{xy} = F \cos \theta$$

Bu yerda: θ - $\vec{F}$ kuch bilan o'qning tekislikdagi proeksiyasi orasidagi burchak.

Ko'pgina hollarda kuchning o'qdagi proeksiyasini topish uchun avval uning tekislikdagi proeksiyasini aniqlab, keyin kuchning tekislikdagi proeksiyasini shu tekislikda yotgan o'qlarga proeksiyalash kerak. 2.11-rasmga ko'ra quyidagilarni hosil qilamiz:

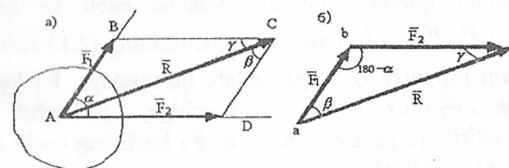
$$F_x = F_{xy} \cos \varphi = F \cos \theta \cdot \cos \varphi, \quad (5)$$

$$F_y = F_{xy} \sin \varphi = F \cos \theta \cdot \sin \varphi, \quad (6)$$

2.4 KESISHUVCHI KUCHLAR SISTEMASINI GEOMETRIK USULDA QO'SHISH

Statikaning juda ko'p masalalarini yechish vektorlarni qo'shish usullariga bog'liq holda hal etiladi. Kuchlar sistemasining geometrik yig'indisiga teng bo'lgan kattalik berilgan kuchlar sistemasining bosh vektori deyiladi.

Ikkita kuchni qo'shish. Qattiq jismga qo'yilgan ikkita kuchlarning geometrik yig'indisi $\vec{R}$ **parallelogram qoidasi** (2.12-rasm, a) yoki **kuchlar uchburchagini qurish** usullari bilan topiladi (2.12-rasm, b).



2.12-rasm.

Kuchlar uchburchagini qurish uchun ixtiyoriy a nuqtaga kuchlardan birini ifodalovchi vektorni qo'yish lozim. Bu vektorning uchiga ikkinchi kuchni ifodalovchi vektor keltirib qo'yiladi. Birinchi vektorning boshi bilan ikkinchi vektorning uchini tutashtirib, $\vec{R}$ ni ifodalovchi vektorni hosil qilamiz. Agar kuchlar orasidagi burchak α bo'lsa, $\vec{R}$ kuchning moduli kosinuslar teoremasidan topiladi:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos \alpha} \quad (1)$$

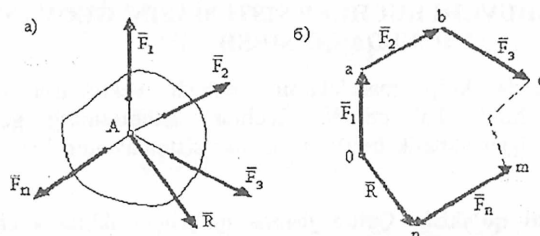
bu yerda: $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

Qo'shiluvchi vektorlar bilan $\vec{R}$ orasidagi α, β va γ burchaklar sinuslar teoremasidan topiladi:

$$\frac{F_1}{\sin \gamma} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \alpha} \quad (2)$$

Bu yerda $\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$.

Kuchlar sistemasini qo'shish. Istalgan kuchlar sistemasining geometrik yig'indisi (bosh vektori) parallelogramm qoidasi asosida kuchlarni ketma-ket qo'shib yoki bo'lmasa kuchlar ko'pburchagini qurish usuli bilan topiladi.



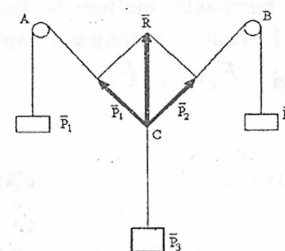
2.13-rasm.

Kuchlar ko'pburchagini qurish usuli bir muncha oson va qo'lay hisoblanadi. Bu usul bilan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasining (2.13-rasm, a) bosh vektorini topish uchun ixtiyoriy O nuqta tanlab, bu nuqtaga $\vec{F}_1$ kuchni yo'nalishi bo'yicha keltirib qo'yamiz. $\vec{F}_1$ kuchining uchiga, $\vec{F}_2$ kuchni, $\vec{F}_2$ kuchni uchiga $\vec{F}_3$ kuchni keltirib qo'yamiz va hokazo. $\vec{F}_1$ kuchning boshi bilan $\vec{F}_n$ kuchning uchini tutashtirib, kuchlar sistemasining geometrik yig'indisi $\vec{R}$ vektorni hosil qilamiz (2.13-rasm, b).

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n, \text{ yoki } \vec{R} = \sum \vec{F}_K \quad (3)$$

Kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi kuchlarning geometrik yig'indisiga teng va shu kuchlar ta'sir chiziqlarining kesishgan nuqtasiga qo'yilgan bo'ladi.

1-masala. Uchta ip C tugunda bog'langan (2.14-rasm). Ulardan ikkitasi A va V bloklar orqali o'tkazilib uchlariga $R_1=3N$ va $R_2=5N$ yuklar osilgan. Uchinchi ipning uchiga esa og'irligi R_3 bo'lgan yuk osilgan, bunda $\angle ACB = 60^\circ$. Agar sistema muvozanatda bo'lsa R_3 yukning og'irligi topilsin.



2.14-rasm.

Yechish. S tugunda uchta kuch ta'sir qiladi: SA yo'nalish bo'yicha $\vec{P}_1$ kuch, SV yo'nalish bo'yicha $\vec{P}_2$, kuch va vertikal pastga yo'nalgan $\vec{P}_3$ kuch. $\vec{P}_1$ va $\vec{P}_2$ kuchlarni qo'shib ularning teng ta'sir etuvchisi R kuch $\vec{R}$ (1) formula bo'yicha aniqlanadi:

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos 60^\circ} = \sqrt{3^2 + 5^2 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 0,5} = \sqrt{9 + 25 + 15} = \sqrt{49} = 7N$$

$\vec{R}$ kuch $\vec{P}_3$ kuch bilan muvozanatlashgani uchun

$$R_3 = R = 7N$$

2-masala. Modullari o'zaro teng va α burchak hosil qilgan ikkita kuchning teng ta'sir etuvchisi topilsin (2.15-rasm.).

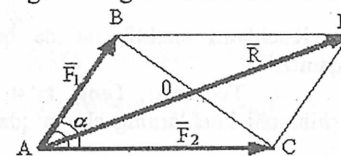
Yechish. Shartga ko'ra kuchlarning modullari teng bo'lgani uchun ($F_1=F_2=F$) bu kuchlar asosida qurilgan parallelogram ABDC rombdan iborat.

Rombning diagonalini burchakni teng ikkiga bo'ladi. Rombning ikkinchi diagonalini BC ni o'tkazamiz. Hosil bo'lgan to'g'ri burchakli AOS uchburchakdan $OA = AC \cos \frac{\alpha}{2}$ ekanligini aniqlaymiz:

bu yerda

$$OA = \frac{1}{2} AD = \frac{R}{2} \text{ va}$$

$$AC = F$$



2.15-rasm.

demak,

$$\frac{R}{2} = F \cos \frac{\alpha}{2},$$

bunda $R = 2F \cos \frac{\alpha}{2}$

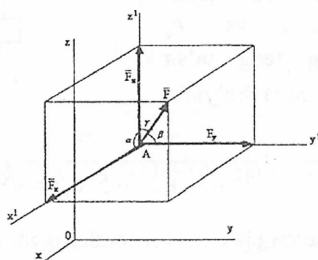
2.5. KUCHNI ANALITIK USULDA ANIQLASH.

Kuchni analitik usulda aniqlash uchun, avvalo kuchning fazodagi yo'nalishini aniqlash maqsadida Oxyz koordinatalar sistemasini tanlash lozim.

Agar F kuchning moduli va koordinata o'qlari bilan tashkil qilgan α, β va γ burchaklar ma'lum bo'lsa, $\vec{F}$ kuchni ifodalovchi vektorni yasash mumkin (17-rasm). Mexanika masalalarini yechishda, kuchni uning koordinata o'qlaridagi F_x, F_y, F_z ,

2.16-rasm.

proeksiyalari orqali aniqlash qulayroqdir. Kuchning o'qdagi proeksiyalari



berilgan bo'lsa, kuchning moduli va kuchni o'qlar bilan tashkil qilgan burchaklari quyidagi formulalar orqali aniqlanadi:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad (6)$$

$$\sin \alpha = \frac{F_x}{F}, \quad \sin \beta = \frac{F_y}{F}, \quad \sin \gamma = \frac{F_z}{F}$$

Kuchlarni analitik usulda qo'shish uchun quyidagi teoremani ko'rib chiqamiz.

Teorema: Teng ta'sir etuvchining biror o'qdagi proeksiyasi, qo'shiluvchi kuchlarning shu o'qdagi proeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng.

Bu teorema ko'ra $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlarning geometrik yig'indisi $\vec{R}$ bo'lsa, u holda

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_K \text{ yoki } R_x = \sum F_{Kx}, R_y = \sum F_{Ky}, R_z = \sum F_{Kz} \quad (7)$$

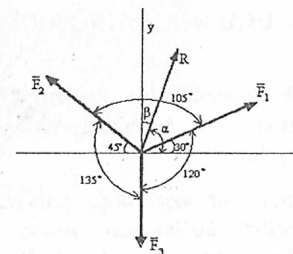
R_x, R_y, R_z , larni bilgan holda (7) formulagi ko'ra

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R}, \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R}, \quad \cos \gamma = \frac{R_z}{R} \quad (8)$$

(7) va (8) formulalar yordamida kuchlar analitik usulda qo'shiladi.

3-masala. Jismning A nuqtasiga bir tekislikda yotuvchi va bir-biri bilan 105° , 135° va 120° burchak ostida uchta kuch qo'yilgan bo'lib, ularning modullari $F_1=18\text{N}$, $F_2=24\text{N}$, $F_3=30\text{N}$ ga teng. Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisining kattaligi va yo'nalishini aniqlang (2.17-rasm).



2.17-rasm.

Yechish. Berilgan kuchlarning koordinata o'qlaridagi proeksiyalarini

$$F_{1x} = F_1 \cos 30^\circ = 18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

$$F_{2x} = -F_2 \cos 45^\circ = -24 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -12\sqrt{2}$$

$$F_{3x} = 0$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 30^\circ = 18 \cdot 0,5 = 9$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 45^\circ = 24 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2}$$

$$F_{3y} = -F_3 = -30$$

(8) formulaga ko'ra

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 9\sqrt{3} - 12\sqrt{2} = 15,588 - 16,968 = -1,380$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 9 + 12\sqrt{2} - 30 = 9 + 16,968 - 30 = -4,032$$

(9) formulaga ko'ra

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-1,38)^2 + (-4,032)^2} = 4,262 \text{ N}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R} = \frac{-1,38}{4,262} = -0,323, \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R} = \frac{-4,032}{4,262} = -0,946$$

Aniqlangan α va β burchaklarga ko'ra rasmda teng ta'sir etuvchini ko'rsatamiz;

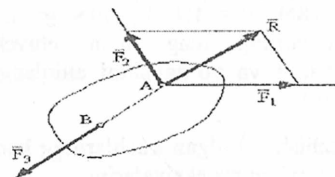
$$\arccos(-0,323) = \alpha, \quad \alpha = 71^\circ$$

$$\arccos(-0,946) = \beta, \quad \beta = 19^\circ$$

2.6 UCH KUCHNING MUVOZANATI HAQIDA TEOREMA.

Statika masalalarini yechishda «Uch kuchning muvozanati haqida»gi teoremdan foydalanish qulaydir.

Teorema: *bir tekislikda yotuvchi va o'zaro parallel bo'lmagan uchta kuch ta'sirida jism muvozanatda bo'lsa, bu kuchlarning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi.*



2.18-rasm.

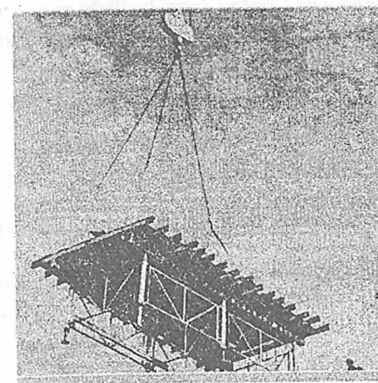
Isboti. Teoremani isbotlash uchun qattiq jismga ta'sir etuvchi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ va $\vec{F}_3$ kuchlarni ko'rib chiqamiz (2.18-rasm). Shartga ko'ra bu kuchlar bir tekislikda yotadi va o'zaro parallel emas. Ularning ta'sir chiziqlari A nuqtada kesishadi.

$\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarni o'zlarining ta'sir chiziqlari bo'ylab A nuqtaga ko'chiramiz va ularni teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ bilan almashtiramiz. Natijada parallelogram aksiomasiga ko'ra jism ikkita: A nuqtaga qo'yilgan $\vec{R}$ va $\vec{F}_3$ nuqtada qo'yilgan $\vec{F}_3$ kuch ta'sirida qoladi.

1-aksiomaga ko'ra $\vec{R}$ va $\vec{F}_3$ kuchlarning miqdorlari teng, yo'nalishi esa bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama – qarshi tomonga yo'nalgandagina ular muvozanatlashadi. Demak, $\vec{F}_3$ kuchning ta'sir chizig'i ham A nuqtadan o'tadi (2.18-rasm). Teorema isbotlandi.

2.7 KESISHUVCHI KUCHLAR SISTEMASINING MUVOZANAT SHARTLARI.

Kesishuvchi kuchlar sistemasiga eng oddiy misol sifatida yuk ko'tarish kranlarida foydalaniladigan troslar, simlar va arqonlarni keltirishimiz mumkin va ularning barchasi bir nuqtada kesishadi.



2.19-rasm.

Kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanati deganda sistemani tashkil qiluvchi troslar va jismlarning tinch muvozanat holatida ekanligi tushuniladi.

Qattiq jismga qo'yilgan kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun bu kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi, demak bosh vektori nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir. Kuchlar sistemasining muvozanati geometrik va analitik ko'rinishda bo'ladi.

Muvozanatning geometrik sharti. Bizga ma'lumki kuchlar sistemasining bosh vektori $\vec{R}$ shu kuchlar sistemasi asosida qurilgan kuchlar ko'pburchagining yopuvchi tomonidir (2.13-rasm, b ga qarang).

Demak, $\vec{R}$ nolga teng bo'lishi uchun kuchlar ko'pburchagida oxirgi kuchning uchi birinchi kuchning boshi bilan ustma-ust tushishi kerak.

Demak, muvozanatning geometrik sharti quyidagicha ifodalanadi: **Kesishuvchi kuchlar sistemasi ta'siridagi jism muvozanatda bo'lishi uchun sistema tarkibidagi kuchlar asosida qurilgan ko'pburchak yopiq bo'lishi zarur va yetarlidir.**

Muvozanatning analitik sharti. Kesishuvchi kuchlar sistemasining bosh vektori quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$R=0$ bo'lishi uchun $R_x = 0$, $R_y = 0$, $R_z = 0$ bo'lishi lozim yoki

$$\sum F_{KX} = 0, \sum F_{KY} = 0, \sum F_{KZ} = 0 \quad (9)$$

Bu kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanat shartining analitik ifodasidir.

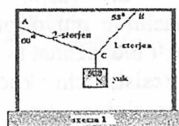
Demak, muvozanatning analitik sharti quyidagicha ifodalanadi: Kesishuvchi kuchlar sistemasi ta'siridagi jism muvozanatda bo'lishi uchun sistema tarkibidagi kuchlarning har bir koordinata o'qlaridagi proektsiyalarining yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

Agar jismga ta'sir etuvchi kesishuvchi kuchlar sistemasi bir tekislikda yotsa (9) tenglik quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\sum F_{KX} = 0, \sum F_{KY} = 0, \quad (10)$$

4-masala: Sxemasi rasmda keltirilgan absolyut qattiq AC va BC sterjenlar vositasida C nuqtada birlashtirilgan va massasi 500 N bo'lgan yuk osilgan. Burchaklari shaklda kelnirilgan sterjenlardagi zo'riqlashlar hisoblansin.

Echish: Masalani echish uchun A nuqtani muvozanatini o'rganamiz. Yukni muvozanatini hisobga olsak $T=R=100$ N ekanligi kelib chiqadi. Kuchlar uchburchagini quramiz (2.20-rasm.). Uchburchakni yechish uchun sinuslar teoremasidan foydalanamiz



(2.20-rasm.).

Muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum F_x = 0 \text{ or } T_1 \cos 53^\circ - T_2 \cos 37^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0 \text{ or } T_1 \sin 53^\circ - T_2 \sin 37^\circ - 500 = 0$$

Bu tenglamalar sistemasini yechib T_1 va T_2 larni aniqlanadi

$$T_1 = 436 \text{ N};$$

$$T_2 = 302 \text{ N}.$$

MUSTAQIL ECHISH UCHUN MASALALAR.

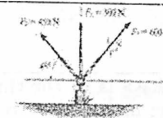
2.6.1 Ilgakka bog'langan arqon va OA to'g'ri chiziq orasida hosil bo'luvchi θ burchak aniqlansin. F kuchning tashkil etuvchilarining moduli aniqlansin.



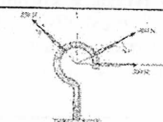
2.6.2 Qurilmani burash uchun inson qo'lga 80 N kuch ta'sir qiladi. Kuchning oxiri bilan AB to'g'ri chiziq orasida hosil bo'luvchi burchak aniqlansin.



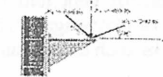
2.6.3 Har bir kuchning koordinata o'qlaridagi proektsiyalari va teng ta'sir etuvchisi aniqlansin.



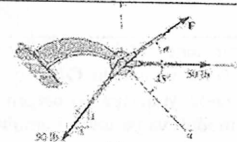
2.6.4 Teng ta'sir etuvchi kuch miqdori va yo'nalishi aniqlansin.



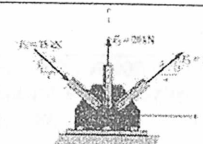
2.6.5 Teng ta'sir etuvchi kuch miqdori va yo'nalishi aniqlansin.



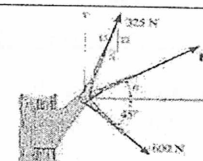
2.6.6 Teng ta'sir etuvchi kuch miqdori va yo'nalishi aniqlansin.



2.6.7 Teng ta'sir etuvchi kuch miqdori va yo'nalishi aniqlansin.



2.6.8 Agar $F=750$ N ga teng bo'lsa, teng ta'sir etuvchi kuch miqdori va yo'nalishi aniqlansin.



2.6.9 Agar konstruksiyaga ta'sir etayotgan teng ta'sir etuvchi kuch miqdori 80 N ga teng bo'lsa, F kuchning moduli va yo'nalishi aniqlansin.



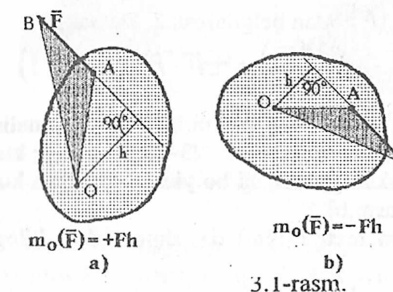
2.6.10 O'qning musbat uchidan qaraganda soat strelkasi yo'nalishi buylab yo'nalgan teng ta'sir etuvchi kuch moduli va yo'nalishi aniqlansin.	
2.6.11 Agar halkaga ta'sir etuvchi teng ta'sir etuvchi kuchning miqdori 600 N, yo'nalishi $\phi = 30^\circ$ ga teng bo'lsa, F kuchning miqdori aniqlansin.	
2.6.12 Agar $\phi = 30^\circ$, teng ta'sir etuvchi kuch OX o'qining musbat uchi tomon yo'nalgan bo'lsa, F kuch va plastinaga ta'sir etayotgan teng ta'sir etuvchi kuch aniqlansin.	
2.6.13 Agar teng ta'sir etuvchi kuchning moduli 800 N va yo'nalishi OU o'qi musbat yo'nalishi tomon yuqoriga yo'nalgan bo'lsa, F kuchning moduli va yo'nalishi aniqlansin.	
2.6.14 Agar $F = 500$ N, $\gamma = 20^\circ$ ga teng bo'lsa, jismga qo'yilgan uch kuchning teng ta'sir etuvchisi moduli va yo'nalishi aniqlansin.	

III BOB. TEKISLIKDAGI KUCHLAR SISTEMASI MUVOZANATI.

Agar qattiq jismga ta'sir etayotgan barcha kuchlarning ta'sir chiziqlari faqat bitta tekislikda yotgan bo'lsa, jismga qo'yilgan kuchlar to'plamiga tekislikdagi kuchlar sistemasi deyiladi. Tekislikdagi kuchlar sistemasining jismga ta'sirini o'rganish uchun nuqtaga nisbatan kuch momenti, juft kuch, juft kuchi momenti kabi tushunchalardan foydalanamiz.

3.1. KUCHNING NUQTAGA (MARKAZGA) NISBATAN MOMENTI.

Tajribalar shuni ko'rsatadiki, kuchlar nafaqat jismni ilgarilanma harakat qildiraolalar ekan, ba'zi hollarda ixtiyoriy berilgan nuqta atrofida aylanma harakatga keltirishi ham mumkin ekan. Buning uchun shu jismda biror qo'zg'almas nuqta mavjud deb hisoblanadi.



U holda bu jismga ta'sir etuvchi kuchlar o'zlarining yo'nalishi va son qiymatlariga bog'liq ravishda aylantiruvchi effekt beradi va ushbu effekt mexanika tilida kuchning momenti deb ataladi (3.1 - rasm).

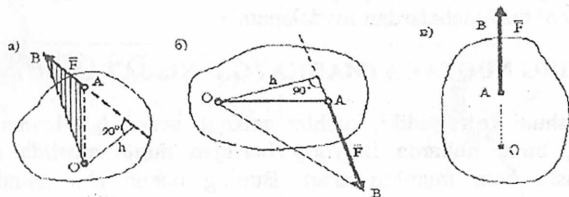
Qattiq jismning A nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin. $\vec{F}$ kuch qattiq jismni qandaydir O markaz atrofida aylantiradi. O markazdan $\vec{F}$ kuchning ta'sir chizig'iga tushirilgan perpendikulyarga kuch yelkasi deyiladi va h harfi bilan belgilanadi. (3.2-rasm, a). Kuch jismni O markaz atrofida aylantirish effekti quyidagilarga bog'liq bo'ladi:

- 1) $\vec{F}$ kuchning moduli va kuch yelkasi h ning uzunligiga;
- 2) O markaz va $\vec{F}$ kuch orqali o'tuvchi OAV aylanish tekisligining egallagan holatiga;
- 3) tekislikdagi aylanish yo'nalishiga;

Jismga ta'sir etuvchi barcha kuchlar bir tekislikda yotganligi uchun jismga ta'sir etuvchi barcha kuchlarning aylantirish tekisligi umumiy bo'ladi.

3.2-rasm.

Kuchning O markazga nisbatan momenti deb mos ishorada olingan kuch modulini kuch yelkasiga bo'lgan ko'paytmasiga aytiladi. $\vec{F}$ kuchning O markazga nisbatan momenti (bundan keyin qisqagina kuch momenti deb



ataymiz) ni $m_o(\vec{F})$ yoki $M_o(\vec{F})$ bilan belgilalanadi. Demak,

$$m_o(\vec{F}) = \pm F \cdot h \quad (11)$$

Agar kuch jismni O markaz atrofida soat mili harakati yo'nalishiga teskari yo'nalishda aylantirsa, kuch momenti musbat (23-rasm,a), agar kuch jismni O markaz atrofida soat mili harakati yo'nalishi bo'yicha aylantirsa kuch momenti manfiy ishorada olinadi (3.2-rasm,b).

Kuch momenti Nyuton metr (1Nm) da, shuningdek, kilogramm metr (1Kgm) larda o'lchanadi.

Kuch momenti quyidagi xossalarga ega:

- 1) Jismga qo'yilgan kuchni o'zining ta'sir chizig'i bo'ylab jismning istalgan nuqtasiga ko'chirilsa, kuch momenti o'zgarmaydi;
- 2) agar jismga kuch ta'sir etmasa (kuch nolga teng), yoki moment markazi kuchning ta'sir chizig'ida yotgan bo'lsa (elka nolga teng) kuch momenti nolga teng bo'ladi (3.2-rasm, v);
- 3) kuch momenti son jihatdan OAB uchburchak yuzasining ikkilanganiga teng (3.2-rasm, a), ya'ni:

$$m_o(\vec{F}) = 2S_{\Delta OAB} \quad (12)$$

Haqiqatdan ham uchburchak OAV ning yuzasi

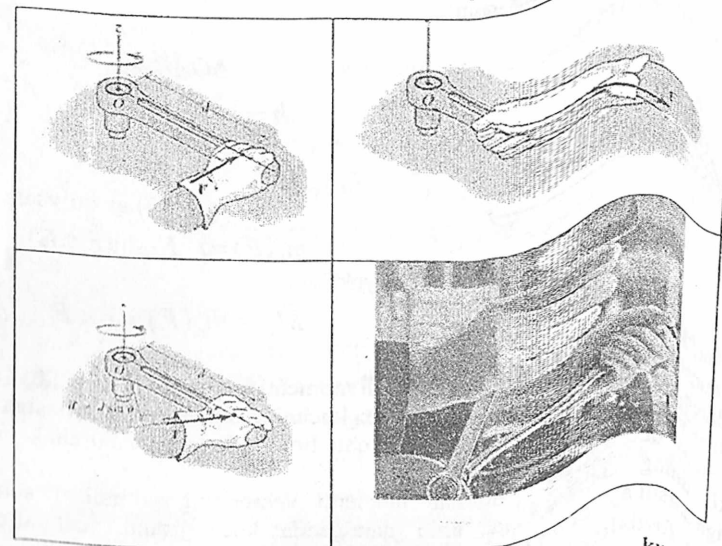
$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot h \text{ bundan } 2S_{\Delta OAB} = AB \cdot h$$

AV asos bo'ylab $\vec{F}$ kuch qo'yilgan, shunga ko'ra

$$2S_{\Delta OAB} = F \cdot h$$

(11)formula bilan solishtirsak

$$m_o(\vec{F}) = 2S_{\Delta OAB} \text{ kelib chiqadi.}$$



3.3-rasm.

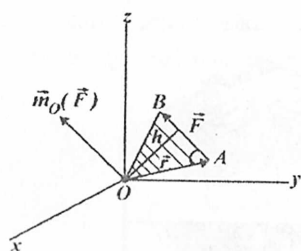
Inson kundalik hayotida va ishlash jarayonida kuch momenti tushunchasiga juda ko'p murojaat qiladi. Masalan, uy sharaitida devorga mixni qoqishda bolg'adan foydalanishda yoki biror yog'ochdan mixni sug'urishda kuchdan to'g'ri foydalanish orqali bajarayotgan yumushimiz engillashadi. Bundan tashqari rezbali birikmalarni qotirish va bo'shatishda, mashina ruli chambaragini boshqarishda, yuk kranlarini muvozanatga keltirishda, og'ir yuklarni bir joydan ikkinchi joyga ko'chirishda va boshqa holatlarda kuch momenti, kuch elkasi tushunchalaridan keng foydalanamiz.

3.2 KUCHNING NUQTAGA NISBATAN MOMENTINING VEKTORLIGI

Yuqoridagi kuchning nuqtaga nisbatan momentini algebratik kattalik, ya'ni u kuch miqdori bilan yelkasi uzunligining ko'paytmasidan iborat deb qaragan edik. Lekin jismga ta'sir qilayotgan kuch fazoda joylashgan bo'lsa, mazkur kuch momentining moduli va ishorasi jismning aylanma harakatini to'liq xarakterlay olmaydi. Shuning uchun kuchning nuqtaga nisbatan momentining vektori tushunchasi kiritiladi.

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektorini ikki vektorning vektor ko'paytmasidan iborat deb qarash mumkin. Buning uchun moment markazi O

nuqtani sanoq sistemasining boshi desak, $\vec{r}$ kuch qo'yilgan A nuqtaning radius-vektori bo'ladi (3.4-rasm).



3.4-rasm

$$\Delta OAB \text{ dan:}$$

$$h = r \cdot \sin(\vec{r}, \wedge \vec{F}) \quad (12)$$

$$(1) \quad \text{i (2) ga qo'ysak:}$$

$$\vec{m}_O(\vec{F}) = r \cdot F \cdot \sin(\vec{r}, \wedge \vec{F})$$

yoki

$$\vec{M}_O = \vec{m}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F} \quad (13)$$

Demak, kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektor miqdor bo'lib, u kuch qo'yilgan nuqtaning radius-vektori bilan kuchning vektor ko'paytmasiga teng bo'lib, u kuch va moment markazi orqali hosil qilingan uchburchak yuziga perpendikular yo'naladi.

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektorining yo'nalishi shunday qo'yiladiki, uning uchidan turib qarganda kuch jismni soat strelkasi yo'nalishiga qarshi aylantirayotgan bo'lishi kerak.

(2) dan foydalanib, $\vec{M}_O$ ni analitik hisoblash mumkin. Ox , Oy , Oz o'qlarining birlik vektorlarini $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$; $\vec{F}$ kuch proektsiyalarini F_x, F_y, F_z ; $\vec{r}$ - proektsiyalarini x, y, z ; $\vec{M}_O$ - proektsiyalarini esa M_{Ox}, M_{Oy}, M_{Oz} desak:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

$$\vec{M}_O = M_{Ox} \vec{i} + M_{Oy} \vec{j} + M_{Oz} \vec{k}$$

Vektorlar algebrasiga ko'ra,

$$M_O = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \quad (14)$$

Bundan

$$M_{Ox} = yF_z - zF_y, \quad M_{Oy} = zF_x - xF_z, \quad M_{Oz} = xF_y - yF_x$$

(15)

kelib chiqadi.

(15) dan foydalanib M_O modulini va yo'naltiruvchi kosinuslarini quyidagicha aniqlash mumkin:

$$M_O = \sqrt{M_{Ox}^2 + M_{Oy}^2 + M_{Oz}^2} \quad (16)$$

$$\cos(\vec{M}_O, \wedge \vec{i}) = M_{Ox} / M_O,$$

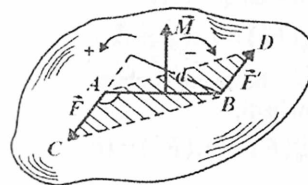
$$\cos(\vec{M}_O, \wedge \vec{j}) = M_{Oy} / M_O, \quad (17)$$

$$\cos(\vec{M}_O, \wedge \vec{k}) = M_{Oz} / M_O$$

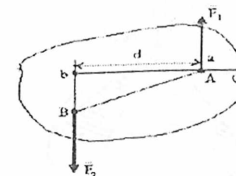
3.3 JUFT KUCH. JUFT KUCH MOMENTI.

Miqdorlari teng, parallel va qarama-qarshi tomonga yo'nalgan ikkita kuchdan iborat sistemaga juft kuch deyiladi. (3.5-rasm, a) Juft kuch $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ ko'rinishida belgilanadi. $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ kuchlarga juftning tashkil etuvchilari deyiladi. Juftni tashkil etuvchilarining ta'sir chiziqlari orasidagi eng qisqa masofaga juftning yelkasi deyiladi va d harfi bilan belgilanadi. Juftning ta'sir chiziqlari orqali o'tuvchi tekislikka juftning ta'sir tekisligi deyiladi.

a)



b)



3.5-rasm

Juftni tashkil etuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'la olmaydi. Juft kuchlar teng ta'sir etuviga ega emas.

Haqiqatdan ham $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ juft qandaydir $\vec{Q}$ teng ta'sir etuvchiga ega bo'lsin. Teng ta'sir etuvchi $\vec{Q} \neq 0$ bo'lsin. U holda qattiq jism $\vec{F}_1 \vec{F}_2$ va $\vec{Q}$ kuchlar ta'sirida muvozanatda bo'lishi kerak. Lekin bu mumkin emas, chunki $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$, $\vec{Q} \neq 0$ bo'lgani uchun $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{Q} \neq 0$. Shunday qilib juftni bitta kuch bilan almashtirib bo'lmaydi. Demak, juft kuch teng ta'sir etuvchiga ega emas.

Jismga qo'yilgan juftning aylantirish effekti: 1) juft kuchning moduli va yelkasining uzunligiga, 2) juft ta'sir tekisligining holatiga, 3) shu tekislikdagi aylanish yo'nalishiga bog'liq bo'ladi. Bu effektni xarakterlash uchun juft kuch momenti tushunchasi kiritiladi.

Juft kuch momenti deb mos ishora bilan olingan juftni tashkil etuvchi kuchlardan birining miqdorini juft yelkasi uzunligiga ko'paytmasiga teng kattalikka aytiladi. Juft momenti m yoki M harflari bilan belgilanadi:

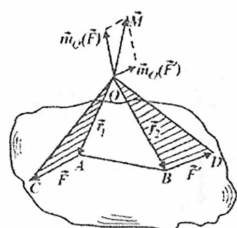
$$m = \pm F_1 d = \pm F_2 \cdot d \quad (14)$$

Agar juft jismni soat mili harakati yo'nalishiga teskari yo'nalishda aylantirsa, juft momenti musbat, agar soat mili yo'nalishi bo'ylab aylantirsa juft momenti manfiy ishorada olinadi. Juft momenti ham xuddi kuch momenti kabi bir xil o'lchov birliklarda o'lchanadi.

Juft kuch momentiga oid quyidagi teoremlarni ko'rib chiqamiz:

1 - teorema: Juft kuch momentining vektori uni tashkil etuvchi kuchlarning ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momentlarining geometrik yig'indisiga teng.

Isbot. Faraz qilaylik, jismga $(\vec{F}, \vec{F}')$ juft kuch qo'yilgan bo'lsin. Bu juftning tashkil etuvchilarining ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momentlarini aniqlaymiz (33-rasm):



36 - rasm

$$\vec{m}_O(\vec{F}') = \vec{r}_2 \times \vec{F}' \quad (22)$$

(22) ni hadma-had qo'shsak:

$$\vec{m}_O(\vec{F}) + \vec{m}_O(\vec{F}') = \vec{r}_1 \times \vec{F} + \vec{r}_2 \times \vec{F}' \quad (23)$$

$\vec{F} = -\vec{F}'$ bo'lgani uchun (23) quyidagicha yoziladi;

$$\vec{m}_O(\vec{F}) + \vec{m}_O(\vec{F}') = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}$$

yoki

$$\vec{m}_O(\vec{F}) + \vec{m}_O(\vec{F}') = \vec{BA} \times \vec{F} \quad (24)$$

$$\vec{m}_O(\vec{F}) + \vec{m}_O(\vec{F}') = \vec{M} \quad (25)$$

Shu bilan teorema isbot bo'ladi.

2-teorema: Juft kuch momenti vektori — erkin vektordir.

Isbot. Teoremani isbotlash uchun (24) - ifodadan foydalanamiz. Yuqorida o'tilgan mavzudan bilamizki, nuqtaga nisbatan kuch momentining vektori kuch va moment markazi orqali tuzilgan uchburchak yuziga perpendikulardir. Shunga ko'ra $\vec{m}_O(\vec{F}) \Delta OAC$ yuzaga, $\vec{m}_O(\vec{F}')$ esa ΔOBD yuzaga perpendikular yo'naladi (33-rasm).

(24) ga ko'ra mazkur vektorlar geometrik yig'indisi juft kuch momenti vektoridan iborat bo'lib, u O nuqtaga qo'yilgan. O nuqta ixtiyoriy bo'lgani uchun $\vec{M}$ ni ham fazoning ixtiyoriy nuqtasiga qo'yish mumkin.

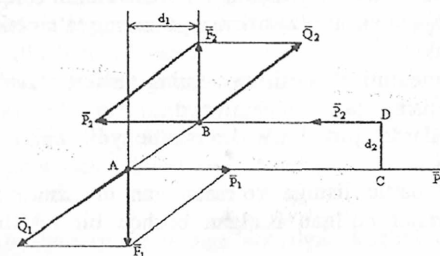
Demak, juft kuch momenti vektori $\vec{M}$ erkin vektordir.

Yuqoridagilardan foydalanib juft kuch momentining quyidagi xususiyatlarini ta'riflash mumkin:

- 1) Juft kuchni tuzuvchilarini o'z ta'sir chizig'i bo'ylab ixtiyoriy nuqtaga ko'chirsak, juft kuch momenti o'zgarmaydi.
- 2) Juft kuch momenti juft kuchlarni tashkil etuvchilariga qurilgan $ACBD$ parallelogramni yuziga teng; $M = S_{ACBD}$ (33-rasm).
- 3) Juft kuchning o'zini ta'sir tekisligiga parallel bo'lgan tekislikka ko'chirilsa, uning jismga ta'siri o'zgarmaydi.
- 4) Juft kuch momentini o'zgartirmay, uni ixtiyoriy yelkaga keltirish mumkin.
- 5) Juft kuch momentini o'zgartirmay, uni o'z ta'sir tekisligida ixtiyoriy holatga keltirish mumkin.

3-teorema. Ekvivalent juftlar haqida teorema. Teorema: Qattiq jismga qo'yilgan juftning ta'sirini o'zgartirmay, shu juftning ta'sir tekisligida yotuvchi, momenti berilgan juftning momentiga teng istalgan juft bilan almashtirish mumkin.

Isbot. Qattiq jismga yelkasi d_1 bo'lgan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ juft qo'yilgan bo'lsin. Bu



juftning ta'sir tekisligidan ikkita ixtiyoriy S, D nuqtalar olamiz.

3.7-rasm.

S va D nuqtalardan to'g'ri chiziqlar chiqaramiz. Bu to'g'ri chiziqlar $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning ta'sir chiziqlari bilan kesishadi. Kesishishda hosil bo'lgan nuqtalarni tegishlicha A va V deb belgilaymiz va $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ juftlarni shu nuqtalarga keltirib qo'yamiz (3.7-rasm). AS va VD to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani d_2 bilan belgilaymiz. $\vec{F}_1$ kuchni AV va AS yo'nalishlarda $\vec{P}_1$ va $\vec{Q}_1$, $\vec{F}_2$ kuchni AV va VD yo'nalishlarda $\vec{P}_2$ va $\vec{Q}_2$ tashkil etuvchilarga ajratamiz.

Bunda quyidagi shart bajarilsin: $\bar{P}_1 = -\bar{P}_2$ va $\bar{Q}_1 = -\bar{Q}_2$. Rasmdan ko'rinadiki $\bar{Q}_1$ va $\bar{Q}_2$, kuchlar miqdor jihatdan teng bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan: $(\bar{Q}_1, \bar{Q}_2) \propto O$, sistemani tashkil etgani uchun ularni tashlab yuboramiz. Natijada qattiq jism yelkasi d_2 bo'lgan $(\bar{P}_1, \bar{P}_2)$ juft ta'sirida qoladi.

$(\bar{F}_1, \bar{F}_2)$ juft $(\bar{P}_1, \bar{P}_2)$ juft bilan almashtirildi. $(\bar{P}_1, \bar{P}_2)$ juftni o'zining ta'sir tekislikdagi S va D nuqtalarga ko'chirish mumkin.

Endi biz $(\bar{F}_1, \bar{F}_2)$ va $(\bar{P}_1, \bar{P}_2)$ juftlarining momentlari tengligini isbotlaymiz. $\bar{F}_1$ kuch $\bar{P}_1$ va $\bar{Q}_1$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi, shunga ko'ra quyidagini yozamiz:

$$\bar{F}_1 = \bar{P}_1 + \bar{Q}_1$$

Varin'on teoremasiga ko'ra, bu kuchlarning V nuqtaga nisbatan momentlari:

$$\begin{aligned} m_B(\bar{F}_1) &= m_B(\bar{P}_1) + m_B(\bar{Q}_1) \\ m_B(\bar{F}_1) &= F_1 \cdot d_1, \quad m_B(\bar{P}_1) = P_1 \cdot d_2, \quad m_B(\bar{Q}_1) = 0; \end{aligned}$$

Bularni o'rniga qo'ysak

$$F_1 d_1 = P d_2$$

Demak, juftlarning momentlari o'zaro teng ekan. Teorema isbotlandi. Isbotlangan teoremadan juftlarning quyidagi hossalari kelib chiqadi:

1) juftning jismga ta'sirini o'zgartirmay, o'zining ta'sir tekisligida istalgan joyga ko'chirish mumkin.

2) juftning momentini o'zgartirmay, uning tashkil etuvchilari va yelkasi o'zgartirilsa, juftning jismga ta'siri o'zgarmaydi.

Texnik chizmalarda juft kuch ko'rsatilmaydi, balki uning aylanish yo'nalishi ko'rsatiladi.

3) Juft kuchni qattiq jismga ko'rsatadigan ta'sirini o'zgartirmay, bir tekislikdan unga parallel bo'lgan istalgan boshqa bir tekislikka ko'chirish mumkin.

3.4 TEKISLIKDAGI JUFTLARNI QO'SHISH. TEKISLIKDAGI JUFTLARNING MUVOZANATI.

Teorema: Bir tekislikda yotuvchi juftlar sistemasi bitta juftga ekvivalent bo'lib, uning momenti berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisiga teng.

Isbot. Bir tekislikda yotuvchi bir nechta, aniqroq bo'lishi uchun uchta juft berilgan bo'lsin (ular rasmda ko'rsatilmagan). Ularning momentlari tegishli

m_1, m_2 va m_3 bo'lsin. Juftlarning ekvivalentligi haqidagi teorema asosan, uchta juftni momentlarini o'zgartirmay ularni umumiy $AV=d$ yelkaga keltiramiz (3.8-rasm). A va V nuqtalarga qo'yilgan kuchlarni alohida-alohida qo'shib, A nuqtada $\bar{R}$ va V nuqtada $\bar{R}^1$ kuchlarni hosil qilamiz. Bunda $\bar{R} = \bar{F}_1 - \bar{F}_2 + \bar{F}_3$, $\bar{R}^1 = \bar{F}_1^1 - \bar{F}_2^1 + \bar{F}_3^1$. Natijada juftlar sistemasi yelkasi $AV=d$ ($\bar{R}, \bar{R}^1$) teng ta'sir etuvchi juftga keltiriladi. Uning momenti $M = R \cdot d = F_1 d - F_2 d + F_3 d = m_1 - m_2 + m_3$ ga teng.

Uchta juft uchun teorema isbotlandi. Agar juftlar sistemasi momentlari $m_1, m_2, \dots, m_n$ bo'lgan n ta juftlardan iborat bo'lsa, ular momenti $M = \sum m_K$ (15) bo'lgan bitta juftga ekvivalent bo'ladi.

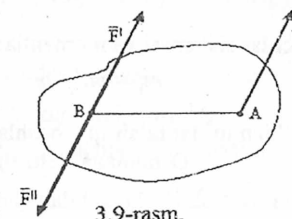
Isbotlangan teoremadan ko'rinadiki, tekislikdagi juftlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

$$\sum m_K = 0 \quad (16)$$

3.5 KUCHNI O'ZIGA PARALLEL KO'CHIRISHGA OID LEMMA.

Qattiq jism biror kuch ta'sirida muvozanatda bo'lganda shu kuchni o'zining ta'sir chizig'i bo'ylab jismning istalgan nuqtasiga ko'chirilsa, jismning muvozanati o'zgarmaydi. Kuch jismning boshqa bir nuqtasiga ko'chirilsa, jismning muvozanati albatta o'zgaradi.

Kuchning jismga ta'sirini o'zgartirmay, uni o'ziga parallel ravishda bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga ko'chirish masalasi 1804 yilda fransuz olimi L.Puanso tomonidan isbotlangan quyidagi lemma bilan ifodalanadi.



3.9-rasm.

Lemma. Absolyut qattiq jismga qo'yilgan kuchni jismga ko'rsatadigan ta'sirini o'zgartirmay jismning istalgan boshqa nuqtasiga ko'chirilganda, momenti ko'chirilayotgan kuchni ko'chirish markaziga nisbatan momentiga teng bo'lgan juftni qo'shib olish lozim.

Isbot. Qattiq jismning biror A nuqtasiga $\bar{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin (3.9-rasm). Agar qattiq jismning istalgan biror V nuqtasiga muvozanatlashuvchi $(\bar{F}', \bar{F}'')$ sistemani qo'ysak, $\bar{F}$ kuchining ta'siri o'zgarmaydi.

Bunda:

$$\vec{F}' = \vec{F}, \vec{F}'' = -\vec{F} \text{ bo'lsin.}$$

Natijada qattiq jism $\vec{F}, \vec{F}'$ va $\vec{F}''$ kuchlar sistemasi ta'sirida qoladi. Bu kuchlar sistemasi V nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}'$ kuchga va $(\vec{F}, \vec{F}'')$ juftga ekvivalent bo'ladi. $(\vec{F}, \vec{F}'')$ juftning momenti, $\vec{F}$ kuchning V nuqtaga nisbatan momentiga tengligi juftlar nazariyasidan ma'lum ya'ni, $m = m_B(\vec{F})$.

Shunday qilib, A nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}$ kuchni V nuqtaga keltirishda $(\vec{F}, \vec{F}'')$ juftni qo'shib olish kerak ekan. $(\vec{F}, \vec{F}'')$ juftga qo'shilgan juft deyiladi.

3.6. TEKISLIKDAGI KUCHLAR SISTEMASINI BERILGAN MARKAZGA KELITIRISH.

Qattiq jismga bir tekislikda yotuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar sistemasi ta'sir etayotgan bo'lsin. Shu tekislikdan ixtiyoriy O nuqta tanlab, bu nuqtani keltirish markazi deb ataymiz. 5.1 da isbotlangan teorema asosan berilgan kuchlar sistemasini O nuqtaga keltiramiz. Kuchlarni keltirishda bittadan juft qo'shib olinadi, (30-rasm, a). Natijada jismga uning O nuqtasiga qo'yilgan

$$\vec{F}_1^1 = \vec{F}_1, \vec{F}_2^1 = \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n^1 = \vec{F}_n \quad (17)$$

kuchlar sistemasi va momentlari:

$$m_1 = m_0(\vec{F}_1), \quad m_2 = m_0(\vec{F}_2), \quad \dots \quad m_n = m_0(\vec{F}_n) \quad (18)$$

bo'lgan juftlar ta'sir qila boshlaydi.

O nuqtaga keltirilgan kuchlar ularni geometrik yig'indisi bo'lgan bitta $\vec{R} = \sum \vec{F}_k$ kuch bilan almashtiriladi (3.10-rasm, b), (17) ga ko'ra:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_k \quad (19)$$

Juftlarni qo'shish teoremasiga ko'ra, barcha juftlar ham bitta juft bilan almashtiriladi. Bu juftning momenti $M_0 = \sum m_k$ yoki (18) ga ko'ra

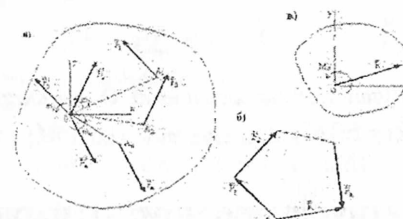
$$M_0 = \sum m_0(\vec{F}_k) \quad (20)$$

Kuchlar sistemasining geometrik yig'indisiga teng kattalik $\vec{R}$ - kuchlar sistemasining bosh vektori, juftlar momentlarining algebraik yig'indisi M_0 - kuchlar sistemasining keltirish markaziga nisbatan bosh momenti deyiladi.

Shunday qilib, quyidagi teorema isbotlandi: tekislikdagi ixtiyoriy kuchlar sistemasini biror O markazga keltirish natijasida bu kuchlar sistemasi

keltirish markaziga qo'yilgan bosh vektor $\vec{R}$ ga teng bitta kuchga hamda momenti bosh moment M_0 ga teng bitta juftga ekvivalent bo'ladi (3.10-rasm, v).

Shuni qayd qilish kerakki, bu yerda $\vec{R}$ kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi bo'la olmaydi, chunki u kuchlar sistemasini juft bilan birgalikda almashtirayapti.



3.10-rasm.

Endi ikkita xususiy holni ko'rib chiqamiz:

1) agar $\vec{R} = 0$; $M_0 \neq 0$ bo'lsa, berilgan kuchlar sistemasi momenti M_0 ga teng bo'lgan bitta juftga keltiriladi. Bu holda M_0 O markazni tanlanishiga bog'liq bo'lmaydi.

2) agar $\vec{R} \neq 0$, $M_0 = 0$ bo'lsa, berilgan kuchlar sistemasi O markazga qo'yilgan teng ta'sir etuvchisiga teng bo'lgan bitta $\vec{R}$ kuchga keltiriladi.

6-masala Rasmda ko'rsatilgan $\vec{P}, \vec{F}_1, \vec{F}_2$ va $\vec{F}_3$ kuchlar sistemasini O markazga keltiring (3.11-rasm).

$$P = 30N, \quad F_1 = F_2 = F_3 = F = 20H, \quad a = 0,3m, \quad b = 0,5m, \quad \alpha = 60^\circ \text{ deb oling.}$$

Yechish. Bizning vazifamiz berilgan kuchlar sistemasining bosh vektori $\vec{R}$ ni aniqlashdan iborat. Buning uchun uning x va y o'qlaridagi proeksiyalarini va O markazga nisbatan M_0 bosh momentini aniqlaymiz.

U holda R ning x va y o'qlaridagi proeksiyalari va O markazga nisbatan bosh momenti quyidagicha aniqlanadi.

$$R_x = \sum F_{ix} = -F_1 \cos 60^\circ - F_2 \cos 60^\circ - F_3 = -20 \cdot \frac{1}{2} - 20 \cdot \frac{1}{2} - 20 = -40H$$

$$R_y = \sum F_{iy} = -F_1 \sin 60^\circ + F_2 \sin 60^\circ - P = -20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 30 = 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 30 = -30H$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-40)^2 + (-30)^2} = \sqrt{1600 + 900} = 50H$$

$$M_O = \sum m_O(\vec{F}_i) = F_1 \cos 60^\circ \cdot a - P \cdot b + F_2 \sin 60^\circ \cdot 2b + F_3 \cdot a = 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,3 - 30 \cdot 0,5 + 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \cdot 0,5 = 3 - 15 + 17,3 + 6 = 11,3H \cdot M$$

Shunday qilib, berilgan kuchlar sistemasini O markazga keltirilganda, O markazga qo'yilgan $\vec{R} = 50N$ kuchga va momenti $M_O = 11,3Nm$ bo'lgan juftga keltirilgan ekan.

3.7. TENG TA'SIR ETUVCHINING MOMENTI HAQIDA VARIN'ON TEOREMASI.

Teorema: Tekislikdagi kesishuvchi kuchlar sistemasini teng ta'sir etuvchisining biror nuqtaga nisbatan momenti sistema tarkibidagi barcha kuchlarning shu nuqtaga nisbatan momentlarining algebraik yig'indisiga teng.

Isbot: Ta'sir chiziqlari A nuqtada kesishuvchi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar sistemasini qarab chiqamiz (24-rasm). Tekislikdan ixtiyoriy O nuqta olib, bu nuqtadan OA ga perpendikulyar qilib Ox o'qini o'tkazamiz. Kuchlar sistemasining O nuqtaga nisbatan momentlari tegishli

$m_O(\vec{F}_1), m_O(\vec{F}_2)$ va x.k. bilan belgilanadi.

(12) formulaga ko'ra

$$m_O(\vec{F}_1) = 2S_{\triangle OAB}$$

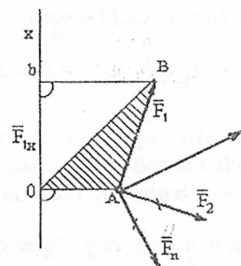
Rasmga ko'ra

$$2S_{\triangle OAB} = OA \cdot F_{1x},$$

Bu yerda: $F_{1x} - \vec{F}_1$ kuchning Ox

o'qidagi proektsiyasi, shunga ko'ra

$$m_O(\vec{F}_1) = OA \cdot F_{1x}$$



3.17-rasm.

Shu usul yordamida qolgan kuchlarning momentlarini ham aniqlash mumkin. $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisini $\vec{R}$ bilan belgilaymiz.

Bu yerda: $\vec{R} = \sum \vec{F}_k$

Uning x o'qidagi proektsiyasi $R_x = \sum F_{kx}$. Tenglikning har ikkala tomoniga OA ni ko'paytiramiz.

$$OA \cdot R_x = \sum (OA \cdot F_{kx})$$

(12) formulaga ko'ra

$$m_O(\vec{R}) = \sum m_O(\vec{F}_k) \quad (13)$$

Bu Varin'on teoremasining matematik ifodasi.

3.8. TEKISLIKDAGI KUCHLAR SISTEMASINING MUVOZANAT SHARTLARI.

Tekislikdagi kuchlar sistemasini ta'sirida jism muvozanatda bo'lishi uchun bu kuchlarning bosh vektori $\vec{R}$ va bosh momenti M_O alohida-alohida nolga teng bo'lishi kerak:

$$\vec{R} = 0; \quad M_O = 0 \quad (21)$$

(21) tenglik muvozanatning zaruriy sharti bo'lib hisoblanadi. Chunki, agar ulardan biri bajarilmasa, jismga ta'sir etuvchi kuchlar sistemasini teng ta'sir etuvchiga ($\vec{R} \neq 0$), yoki bo'lmasa juftga ($M_O \neq 0$) keltiriladi, lekin muvozanatda bo'lmaydi. Shu bilan birgalikda (20) muvozanatning yetarli sharti bo'lib ham hisoblanadi. Chunki $\vec{R} = 0$ bo'lsa, kuchlar sistemasini bosh moment M_O ga teng juftga keltiriladi, lekin $M_O = 0$ bo'lgani uchun kuchlar sistemasini muvozanatda bo'ladi. Endi biz (21) tenglikdan kelib chiqadigan tekislikdagi kuchlar sistemasini muvozanatning analitik shartlari bilan tanishamiz. Ular quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

1. Muvozanatning asosiy formasi (21) tenglikda $\vec{R} = 0$ bo'lishi uchun uning x va y o'qlardagi proektsiyalari alohida-alohida nolga teng bo'lishi lozim:

$$R_x = 0; \quad R_y = 0; \quad \text{va} \quad M_O = 0$$

O'z navbatida $R_x = \sum F_{kx}; \quad R_y = \sum F_{ky}$. Demak tekislikdagi kuchlar sistemasini muvozanatda bo'lishi uchun bir vaqtning o'zida uchta shart bajarilishi lozim:

pastga tomon, koordinata o'qlarini OA va OV to'g'ri chiziq bo'yicha yo'naltiramiz. Endi muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum F_{xx} = 0; \quad N_2 - T \cos \beta = 0 \quad (1')$$

$$\sum F_{yy} = 0; \quad -Q - P - T \sin \beta + N_1 = 0 \quad (2')$$

$$\sum m_0(\vec{F}_K) = 0; \quad -N_2 \cdot OB - Q \cdot OH - P \cdot OF + N_1 \cdot OA = 0 \quad (3')$$

Avval quyidagi hisoblashlarni bajaramiz:

$$OB = AB \sin \alpha = 2a \sin \alpha; \quad OH = b \cos \alpha$$

$$OF = AB/2 \cdot \cos \alpha = \frac{2a}{2} \cos \alpha = a \cos \alpha, \quad OA = AB \cos \alpha = 2a \cos \alpha$$

bularni o'miga qo'yamiz.

$$\sum F_{xx} = 0; \quad N_2 - T \cos \beta = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{yy} = 0; \quad -Q - P - T \sin \beta + N_1 = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_0(\vec{F}_K) = 0; \quad -N_2 2a \sin \alpha - Qb \cos \alpha - Pa \cos \alpha + N_1 2a \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

(1) tenglikdan

$$N_2 = T \cos \beta$$

(2) tenglikdan $N_1 = T \sin \beta + P + Q$

N_1 va N_2 larning qiymatlarini (3) tenglikka keltirib qo'yamiz.

$$-T \cos \beta 2a \sin \alpha - Qb \cos \alpha - Pa \cos \alpha + (T \sin \beta + P + Q) 2a \cos \alpha = 0 \quad \text{yoki}$$

$$T \cdot 2a \sin \beta \cos \alpha + P 2a \cos \alpha + Q 2a \cos \alpha - T 2a \sin \alpha \cos \beta - Qb \cos \alpha - Pa \cos \alpha = 0$$

$$2a \cos \alpha (T \sin \beta + P + Q) - T 2a \cos \beta \sin \alpha - \cos \alpha (Qb + Pa) = 0$$

$$\text{bundan} \quad -2aT \sin(\alpha - \beta) + Pa \cos \alpha + Q(2a - b) \cos \alpha = 0$$

$$\text{yoki} \quad -2aT \sin(\alpha - \beta) + [Pa + Q(2a - b)] \cos \alpha = 0$$

$$T = \frac{[Pa + (2a - b)Q] \cos \alpha}{2a \sin(\alpha - \beta)} = \left[\frac{Pa + (2a - b)Q}{2a} \right] \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha - \beta)} = \left(\frac{P}{2} + \frac{2a - b}{2a} Q \right) \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha - \beta)}$$

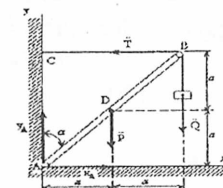
Endi N_1 va N_2 larni aniqlaymiz:

$$N_1 = T \sin \beta + P + Q = P + Q + \left(\frac{P}{2} + \frac{2a - b}{2a} Q \right) \frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$N_2 = \left(\frac{P}{2} + \frac{2a - b}{2a} Q \right) \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{\sin(\alpha - \beta)};$$

8-masala. A sharnir atrofida aylana oladigan, uzunligi $2a$ va og'irligi P ga teng bo'lgan ko'tarish kranining AV tirsagi VS zanjir yordamida gorizontol holatda muvozanat holatida ushlab turiladi. Tirgakning V uchiga og'irligi Q bo'lgan yuk osilgan. Agar tirgak bilan vertikal orasidagi burchak α ga teng bo'lsa, zanjirning taranglik kuchi va A sharnirning reaksiyalarini aniqlang (3.15-rasm).

Yechish: Koordinata boshi qilib A nuqtani olamiz va Ax, Ay o'qlarini o'tkazamiz. Zanjirda hosil bo'ladigan bog'lanish reaksiya kuchi, zanjirning taranglik kuchiga teng bo'lib zanjir bo'ylab yo'nalgan bo'ladi.



3.15-rasm.

A sharnirning reaksiya kuchining yo'nalishi bizga ma'lum bo'lmagani uchun, uni x_A va y_A tashkil etuvchilarga ajratib topamiz. Muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

$$\sum F_{Kx} = 0 \quad x_A - T = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{Ky} = 0 \quad y_A - P - Q = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_A(\vec{F}_K) = 0 \quad -aP \sin \alpha - 2aQ \sin \alpha + 2aT \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

R_A ni Pifagor teoremasiga ko'ra aniqlaymiz:

$$(1) \text{ dan } x_A = T \quad (2) \text{ dan } y_A = P + Q$$

$$(3) \text{ dan } T = \frac{aP \sin \alpha + 2aQ \sin \alpha}{2a \cos \alpha} = \frac{(P + 2Q) \cdot a \sin \alpha}{2a \cos \alpha} = \left(\frac{P}{2} + Q \right) \tan \alpha$$

$$T = \left(\frac{P}{2} + Q \right) \tan \alpha; \quad x_A = \left(\frac{P}{2} + Q \right) \tan \alpha; \quad y_A = P + Q$$

$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{\left[\left(\frac{P}{2} + Q \right) \tan \alpha \right]^2 + (P + Q)^2} = \sqrt{\left(\frac{P}{2} + Q \right)^2 \cdot \tan^2 \alpha + (P + Q)^2}$$

9-masala. Simmetrik arkani D nuqtasiga qo'yilgan $Q = 40$ kN va momenti $m_p = 120$ kN m ga teng bo'lgan juftga keltiriladigan kuchlar sistemasi qo'yilgan. Arkaning og'irligi $R = 80$ kN. Arkaning A va V tayanch reaksiyalarini aniqlang.

$$AV=Q=10\text{ m}, b=2\text{ m}, h=3\text{ m}, \\ \alpha=60^\circ,$$

Berilgan:

$$AV=a=10\text{ m}, b=2\text{ m}$$

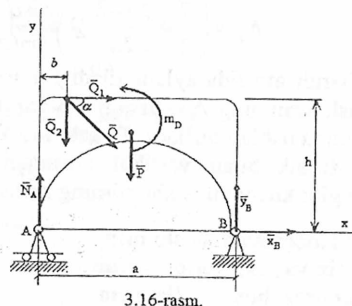
$$h=3\text{ m}$$

$$\alpha=60^\circ$$

$$Q=40\text{ kN}$$

$$m_D=120\text{ Nm}$$

$$R=80\text{ kN}$$



3.16-rasm.

Topish kerak

Yechish:

Arkaning muvozanatini yaxlit holda qarab chiqamiz. Unga aktiv kuchlar $\bar{P}$ va $\bar{Q}$ shuningdek, reaksiya kuchlari $\bar{N}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B$ ta'sir qiladi (B sharnirli tayanchda ikkita, A qo'zg'aluvchan tayanchda bitta reaksiya kuchlari) (3.16-rasm). Bu masalani yechishda (23) muvozanat shartidan foydalanish qulaydir. Q kuchdan moment olish uchun uni ikkita Q_1 va Q_2 tashkil etuvchilarga ajratamiz, ularning moduli

$$Q_1 = Q \cos \alpha, Q_2 = Q \sin \alpha$$

muvozanat tenglamasi (23) ga ko'ra:

$$\sum m_A(F_K) = 0; -Q \cos \alpha \cdot h - Q \sin \alpha \cdot b + m_D - P \frac{a}{2} + Y_B \cdot a = 0 \quad (1)$$

$$\sum m_B(F_K) = 0; P \frac{a}{2} + m_D - Q \cos \alpha \cdot h + Q \sin \alpha (a - b) - N_A \cdot a = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{Kx} = 0; Q \cos \alpha + X_B = 0 \quad (3)$$

Tenglamalarni hisoblaymiz:

$$(3) - \partial \text{an } X_B = -Q \cos 60^\circ = -40 \cdot \frac{1}{2} = -20\text{ kN}$$

$$(2) - \partial \text{an } N_A = \frac{P \frac{a}{2} + m_D - Q \cos 60^\circ \cdot h + Q \sin 60^\circ (a - b)}{a} = \frac{400 + 120 - 60 + 27,68}{10} = 73,7\text{ kN}$$

$$(1) - \partial \text{an } Y_B = \frac{h \cdot Q \cos 60^\circ + b \cdot Q \sin 60^\circ - m_D + P \frac{a}{2}}{a} = \frac{60 + 69,2 - 120 + 400}{10} = 40,9\text{ kN}$$

$\bar{X}_B$ ning qiymati manfiy ishorada kelib chiqdi. Demak, $\bar{X}_B$ reaksiya kuchi chizmada ko'rsatilgan tomonga teskari yo'nalgan ekan. B tayanchning to'la reaksiyasining moduli

$$R_B = \sqrt{x_B^2 + y_B^2} \quad \text{formuladan aniqlanadi}$$

$$R_B = \sqrt{(-20)^2 + (40,9)^2} \approx 45,5\text{ kN}$$

Masalani to'g'ri yoki noto'g'ri yechilganini tekshirib ko'rish kerak. Buning uchun $\sum Ay$ o'qidagi proeksiya tenglamasini tuzamiz:

$$\sum F_{KY} = 0; N_A + Y_B - P - Q \sin \alpha = 0 \quad (4)$$

Hisoblaymiz:

$$73,7 + 40,9 - 80 - 40 \frac{\sqrt{3}}{2} = 0; 114,6 - 114,6 = 0; \\ 0 = 0$$

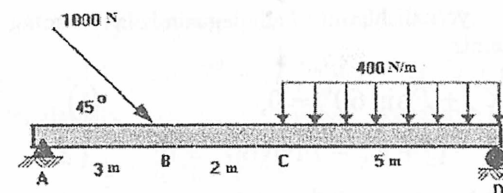
Demak masala to'g'ri yechilgan.

Shuni qayd qilish kerakki, bunday usulda tekshirishda kuchlarning o'qlardagi proeksiyalari yoki kuchlarning momentlarini aniqlashda yo'l qo'yilgan xatoliklarni aniqlab bo'lmaydi. Shunga ko'ra, qo'shimcha ravishda D markazga nisbatan momentlar tenglamasini tuzish kerak.

yechish: Rasmda keltilgan konstruksiyaga ta'sir etayotgan F kuchidan A nuqtaga nisbatan kuch momentini hisoblash talab etiladi. Buning uchun F kuchini F_1 va F_2 tashkil etuvchilarga ajratamiz. F kuchidan A nuqtaga nisbatan kuch momentini hisoblaymiz:

$$M_A(F) = -F_1 b + F_2 a = -(F \cos \alpha) b + (F \sin \alpha) a$$

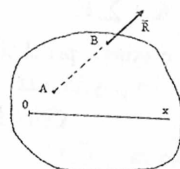
11-Masala. Rasmda keltirilgan konstruksiyaning A va D nuqtalaridagi reaksiya kuchlari aniqlansin.



3.19-rasm.

$$\sum F_{\kappa x} = 0; \sum F_{\kappa y} = 0; \sum m_O(\bar{F}_{\kappa}) = 0 \quad (22)$$

Tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning shu tekislikda yotuvchi ikkita koordinata o'qlaridagi proeksiyalarining yig'indilari va shu tekislikdagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momentlarining yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.



3.12-rasm.

2. Muvozanat shartining ikkinchi formasi. Tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun barcha kuchlarning shu tekislikdagi ikkita nuqtasining har biriga nisbatan momentlarining yig'indisi va mazkur nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmagan o'qdagi proeksiyalarining yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir:

$$\sum m_A(\bar{F}_{\kappa}) = 0; \sum m_B(\bar{F}_{\kappa}) = 0; \sum F_{\kappa x} = 0; \quad (23)$$

Kuchlar sistemasi muvozanatining zarurligi bevosita (23) dan kelib chiqadi. Chunki (23) dan birortasi bajarilmasa, ya'ni $\bar{R} \neq 0$ yoki $m_A \neq 0$ ($m_B \neq 0$) bo'lsa muvozanat bo'lmaydi. Tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatining yetarlisini isbotlaymiz. Tekislikdagi kuchlar sistemasi uchun (23) da faqat birinchi ikkita sharti bajarilsa, ya'ni $m_A = 0$ va $m_B = 0$ bo'lsa, kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lmay A va B nuqtalardan o'tuvchi teng ta'sir etuvchi $\bar{R}$ ga keltiriladi (3.12-rasm). (23) ning uchinchi shartiga ko'ra $R_x = \sum F_{\kappa x} = 0$. x o'q AV ga perpendikulyar bo'lmagani uchun oxirgi tenglik faqat $\bar{R} = 0$ bo'lgandagina bajariladi, ya'ni kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi.

3. Muvozanat shartining uchinchi formasi (uchta momentlar tenglamasi). Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun barcha kuchlarning shu tekislikdagi bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtasining har biriga nisbatan momentlarning yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir:

$$\sum m_A(\bar{F}_{\kappa}) = 0, \sum m_B(\bar{F}_{\kappa}) = 0, \sum m_C(\bar{F}_{\kappa}) = 0; \quad (24)$$

Bu shartlarning zarurligi xuddi oldingi holdagidek isbotlanadi. (24) shartlar sistema muvozanatda bo'lishining yetarli ekanligini teskarisini faraz qilish bilan isbotlanadi. (24) shartlar bajarilishiga qaramay, kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lmisligi uchun berilgan sistemaning teng ta'sir etuvchisi bir vaqtning o'zida A, V, S nuqtalardan o'tishi lozim. Bunday bo'lishi mumkin emas,

chunki A, V, S nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotmaydi. (24) shartlar bajarilsa, kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi

3.9. TEKISLIKDAGI PARALLEL KUCHLAR SISTEMASINING MUVOZANAT SHARTLARI.

Jismga ta'sir etuvchi kuchlar sistemasi o'zaro parallel kuchlardan iborat bo'lsa, Ox o'qini kuchlar sistemasiga perpendikulyar qilib, Oy o'qini esa kuchlar sistemasiga parallel qilib yo'naltiramiz (3.13-rasm). U holda har bitta kuchning x o'qidagi proeksiyasi nolga teng bo'lganligi uchun shartning birinchi tenglamasi ayniyatga $0=0$ aylanadi va tekislikdagi parallel kuchlarning muvozanat shartlari quyidagicha bo'ladi.



3.13-rasm.

$$\sum F_{\kappa y} = 0, \sum m_O(\bar{F}_{\kappa}) = 0 \quad (25)$$

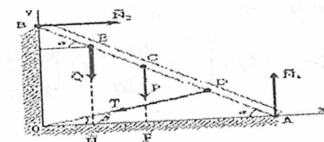
(23) muvozanat shartidan parallel kuchlar muvozanatining boshqa formasi hosil bo'ladi:

$$\sum m_A(\bar{F}_{\kappa}) = 0, \sum m_B(\bar{F}_{\kappa}) = 0; \quad (26)$$

Masalalar yechish.

7-masala. Uzunligi 2 a, og'irligi P ga teng AV zinapoya silliq gorizontol pol va silliq vertikal devorga tayanib turadi; Uning E nuqtasida og'irligi Q bo'lgan odam turibdi. Zinapoya sirg'anib ketmasligi uchun OD ip yordamida bog'lab qo'yilgan. Zinapoya va ipning pol bilan tashkil qilgan burchaklari tegishli α, β . $VE=b$ bo'lsa, A va V tayanchlardagi reaksiyalarni aniqlang. Zinapoyaning og'irlik markazi uning o'rtasidagi C nuqtada deb oling. (3.14-rasm).

Yechish: Tayanch reaksiyalarini tegishli $\bar{N}_1$ va $\bar{N}_2$ deb belgilab, ularni tayanch nuqtalariga perpendikulyar qilib yo'naltiramiz. Ipda hosil bo'lgan reaksiya kuchi $\bar{T}$ taranglik kuchidan iborat bo'lib, u ip bo'ylab yo'nalgan bo'ladi. Odam va zinapoyaning og'irlik kuchlari $\bar{Q}$ va $\bar{P}$ larni vertikal



3.14-rasm.

Yechish: Masalani yechish uchun xisob sxemasini qurib, muvozanat tenglamalarini tuzamiz. $P=1000\text{N}$; $q=400\text{N/m}$; $Q=2000\text{N}$; masofalar shaklda kursatilgan:

$$X_A + P \sin 45^\circ = 0; \quad (1)$$

$$Y_A - Q + R_D - P \cos 45^\circ = 0; \quad (2)$$

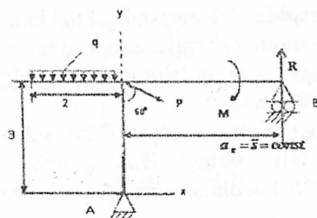
$$Q \cdot 7.5 - 3P \cos 45^\circ + 9R_D = 0 \quad (3)$$

Bu tenglamalar sistemasini yechib nomalum peaksiya kuchlari aniqlanadi: $X_A=707\text{N}$; $Y_A=995\text{N}$; $R_D=1712\text{N}$.

12-Masala. 3.20-rasmga keltirilgan konstruksiyaning B va E tayanch nuqtalaridagi reaksiya kuchlarini aniqlang. Konstruksiyani hisob sxemasi 3.20-rasmga keltirilgan. Shaklni o'lchamlari va qo'yilgan kuchlar hamda masofa (m) shaklda keltirilgan.

Yechish: a) Konstruksiya uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Bog'lanishlarni konstruksiyaga ta'sirini X_A , Y_A , R_B reaksiya kuchlari orqali almashtiramiz. Teng taqsimlangan q kuchni uning teng ta'sir etuvchisi Q bilan almashtiramiz:

$$Q=q \cdot 2=10\text{ kN}$$



3.20-rasm.

Konstruksiyaga ta'sir etayotgan P kuchni o'qlar bo'yicha yo'nalgan $P_x=P \cos 60^\circ$, $P_y=P \sin 60^\circ$ ta'sir etuvchilarga ajratamiz.

Kuchlarni yo'nalishlarini aniqlaganimizdan so'ng muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$X_A + P \sin 60^\circ = 0; \quad (1)$$

$$Y_A - Q + R_B - P \cos 60^\circ = 0; \quad (2)$$

$$Q \cdot 1 - P \cos 60^\circ - M + 4 \cdot R_B = 0 \quad (3)$$

Muvozanat tenglamalarining birinchisidan X_A ni aniqlaymiz:

$$X_A = -P \cdot \sin 60^\circ = -10 \cdot 0.866$$

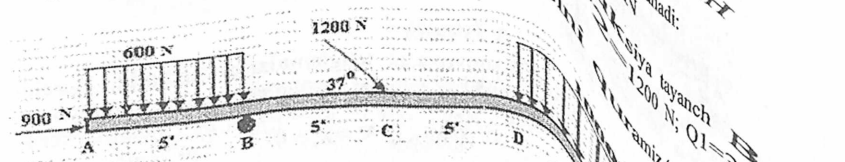
Sistemaning uchinchi tenglamasidan R_B ni topamiz:

$$R_B = \frac{P \cos 60^\circ + M - Q}{4} = \frac{10 \cdot 0.899}{4}$$

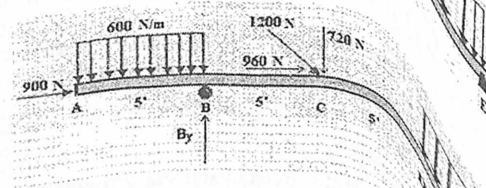
Muvozanat tenglamalarining ikkinchisidan esa $Y_A = -Q - R_B + P \cdot \cos 60^\circ = 10 - 5.245 + 10 \cdot 0.5 = 9.755$

13-Masala. Sxemasi 3.21-rasmga keltirilgan konstruksiyani hisob nuqtalaridagi reaksiya kuchlari topilsin. $P_1=900\text{N}$; $Q_2=5000\text{N}$.

Yechish: Masalani yechish uchun xisob sxemasini tuzamiz.



3.21-rasm.



3.22-rasm.

Xisob sxemasiga asoslanib muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$E_x + P_1 + P_2 \cos 37^\circ = 0;$$

$$E_y - Q_1 - Q_2 + B_y - P_2 \sin 37^\circ = 0; \quad (1)$$

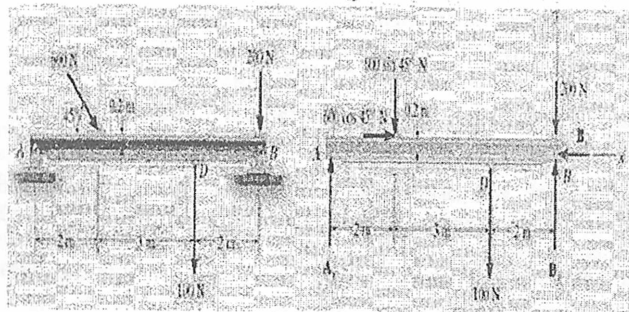
$$Q_2 \cdot 2.5 + 10 P_2 \sin 37^\circ - B_y \cdot 15 + 17.5 B_x = 0 \quad (2)$$

Mazkur tenglamalar sistemasini yechib nomalum kuchlari aniqlanadi: $E_x=1860\text{N}$; $E_y=3907\text{N}$; $B_y=4813\text{N}$.

14-Masala. Berilgan konstruksiyaning tayanch nuqtalaridagi reaksiya kuchlari aniqlansin.

Yechish:

1) Berilgan balkaning hisobiy sxemasini chizamiz. Balkani keltirib ta'sir kuchlarini chizmada korsatamiz.



3.23-rasm.

2) Hisobiy sxemadan foydalanib muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Barcha kuchlarning X o'qidagi proyeksiyalari yig'indisini aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0; \quad 600 \cos 45^\circ \text{ N} - B_x &= 0 \\ B_x &= 424 \text{ N} \end{aligned}$$

B nuqtaga nisbatan barcha kuchlarning momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0; \quad 100 \text{ N}(2 \text{ m}) + (600 \sin 45^\circ \text{ N})(5 \text{ m}) \\ + (600 \cos 45^\circ \text{ N})(0.2 \text{ m}) - A_y(7 \text{ m}) &= 0 \\ A_y &= 319 \text{ N} \quad \text{Ans.} \end{aligned}$$

Barcha kuchlarning Y o'qidagi proyeksiyalar yig'indisini aniqlaymiz:

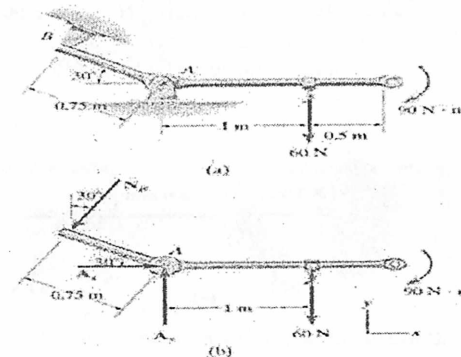
$$\begin{aligned} \sum F_y = 0; \quad 319 \text{ N} - 600 \sin 45^\circ \text{ N} - 100 \text{ N} - 200 \text{ N} + B_y &= 0 \\ B_y &= 405 \text{ N} \quad \text{Ans.} \end{aligned}$$

Olingan natijalarning to'g'riligiga ishonch hosil qilish uchun A nuqtaga nisbatan barcha kuchlarning momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0; \quad -(600 \sin 45^\circ \text{ N})(2 \text{ m}) - (600 \cos 45^\circ \text{ N})(0.2 \text{ m}) \\ - (100 \text{ N})(5 \text{ m}) - (200 \text{ N})(7 \text{ m}) + B_y(7 \text{ m}) &= 0 \\ B_y &= 405 \text{ N} \quad \text{Ans.} \end{aligned}$$

Muvozanat tenglamasi qanoatlantiradi demak, natijalar to'g'ri topilgan.

15-Masala. Chizmada kiritilgan mexanizm A nuqtada sharnir vositasida mahkamlangan. A nuqtadan hosil bo'luvchi reaksiya kuchining vertikal va gorizontal tashkil etuvchilari aniqlansin.



3.24-rasm.

1) Berigan mexanizmning hisobiy sxemasini tuzamiz. Buning uchun mexanizmdagi bog'lanishlarni tashlab yuborib, tayanch reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz.

2) Muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Avval A nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz. Keyin OX va OY o'qlariga nisbatan barcha kuchlardan proyeksiya olib, umumiy o'qlar bo'yicha yig'indisini aniqlaymiz.

3) Tuzilgan tenglamalardan foydalanib noma'lum reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum M_A = 0; \quad -90 \text{ N} \cdot \text{m} - 60 \text{ N}(1 \text{ m}) + N_B(0.75 \text{ m}) = 0$$

$$N_B = 200 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0; \quad A_x - 200 \sin 30^\circ \text{ N} = 0$$

$$A_x = 100 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0; \quad A_y - 200 \cos 30^\circ \text{ N} - 60 \text{ N} = 0$$

$$A_y = 233 \text{ N}$$

16-Masala. A boltni burash uchun rasmda keltirilgan moslamadan foydalaniladi. Shu A nuqtadan hosil bo'ladigan burovchi moment aniqlansin.

Yechish:

1. Hisobiy sxemani tuzamiz. Jismni erkin holatga keltirib bog'lanishni bog'lanish reaksiya kuchi bilan almashtiramiz.

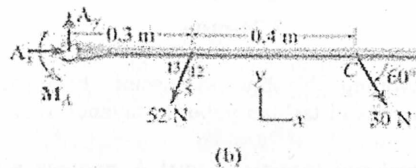
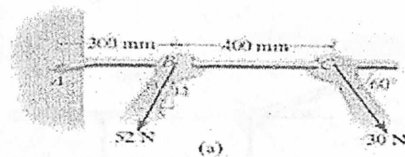
2. Muvozanat tenglamalarini hisobiy sxemadan foydalanib tuzamiz. OX va OY o'qlariga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\sum F_x = 0; \quad A_x - 52\left(\frac{5}{13}\right) \text{ N} + 30 \cos 60^\circ \text{ N} = 0$$

$$A_x = 5.00 \text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad A_y - 52\left(\frac{12}{13}\right) N - 30 \sin 60^\circ N = 0$$

$$A_y = 74.0 N$$



3.25-rasm.

$$\zeta + \Sigma M_A = 0; M_A - \left[52\left(\frac{12}{13}\right) N \right] (0.3 \text{ m}) - (30 \sin 60^\circ N)(0.7 \text{ m}) = 0$$

$$M_A = 32.6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Shuni ta'kidlash kerakki, M_A moment faqat momentlar tenglamasida qatnashadi. Ushbu moment juft kuchlar ta'sirida hosil bo'ladi.

Juft kuchni tashkil etuvchisi quyidagi Nyutonning III qonuni asosida topiladi:

$$F_{A_1} = \sqrt{(5.00)^2 + (74.0)^2} = 74.1 N$$

Olingan natijalarning tog'riligiga ishonch hosil qilish uchun C nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

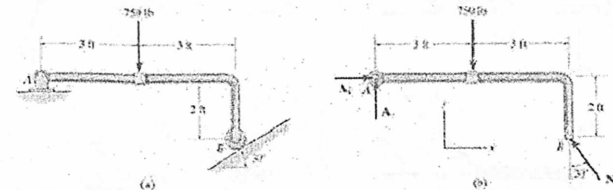
$$\zeta + \Sigma M_C = 0; \left[52\left(\frac{12}{13}\right) N \right] (0.4 \text{ m}) + 32.6 \text{ N} \cdot \text{m} - 74.0 N(0.7 \text{ m}) = 0$$

$$19.2 \text{ N} \cdot \text{m} + 32.6 \text{ N} \cdot \text{m} - 51.8 \text{ N} \cdot \text{m} = 0$$

17-Masala. A tayanchda hosil bo'ladigan reaksiya kuchi gorizontaal va vertikal tashkil etuvchilari hamda B tayandagi normal reaksiya kuchi aniqlansin.

Yechish:

1) Hisobiy sxemani tuzamiz. Konstruksiyani bog'lanishdan bo'shatib erkin holatga keltiramiz. Sxemada bo'lanish reaksiya kuchlarini ko'rsatamiz:



3.26-rasm.

2) Konstruksiya uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz. A nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\zeta + \Sigma M_A = 0;$$

$$[N_B \cos 30^\circ](6 \text{ ft}) - [N_B \sin 30^\circ](2 \text{ ft}) - 750 \text{ lb}(3 \text{ ft}) = 0$$

$$N_B = 536.2 \text{ lb} = 536 \text{ lb}$$

OX va OY o'qlariga nisbatan barcha kuchlarning proyeksiyalar yig'indisini tuzamiz:

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad A_x - (536.2 \text{ lb}) \sin 30^\circ = 0$$

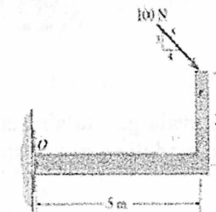
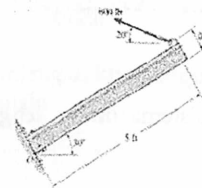
$$A_x = 268 \text{ lb}$$

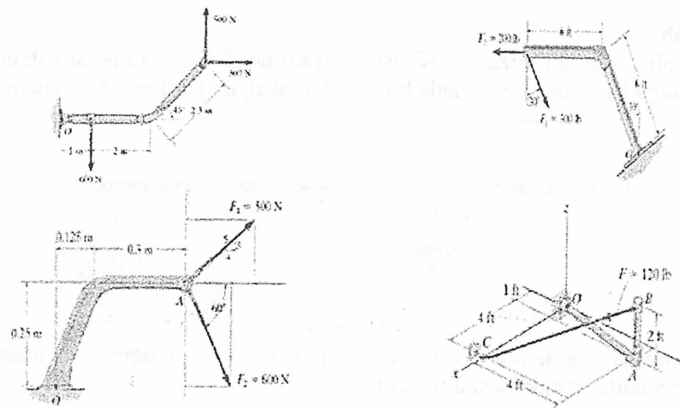
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad A_y + (536.2 \text{ lb}) \cos 30^\circ - 750 \text{ lb} = 0$$

$$A_y = 286 \text{ lb}$$

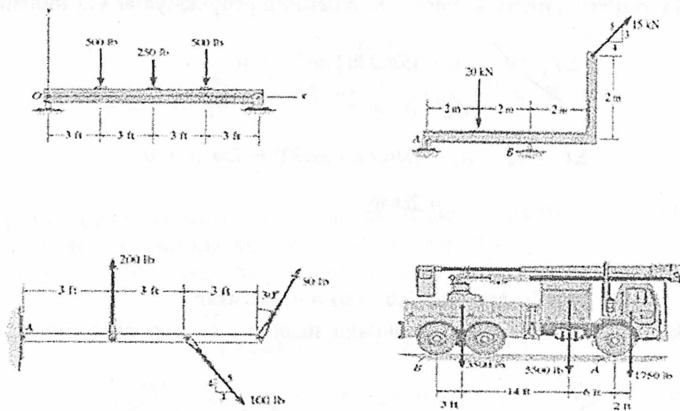
Mustaqil echish uchun masalalar

1. Berilgan konstruksiyalar uchun O nuqtaga nisbatan $\vec{F}$ kuchning momenti aniqlansin.

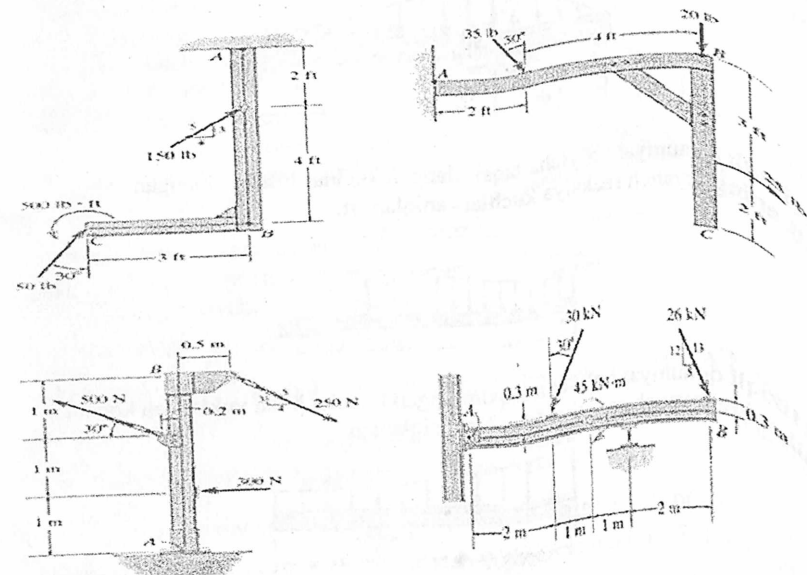
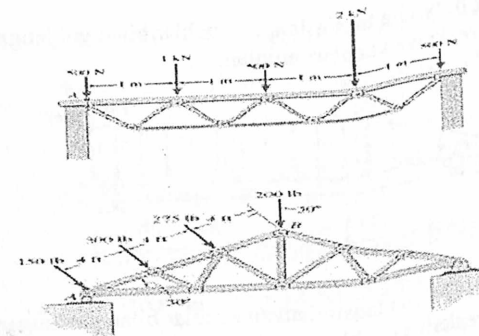




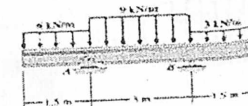
2. Konstruksiyalarga qo'yilgan kuchlar sistemasini sodda holga keltiring va teng ta'sir etuvchi kuchlarni chizmada ko'rsating.



3. Konstruksiyalarga ta'sir etayotgan kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisining moduli va qo'yilish nuqtasi aniqlansin.



4. Taqsimlangan kuchlar qo'yilgan balkaning tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin.



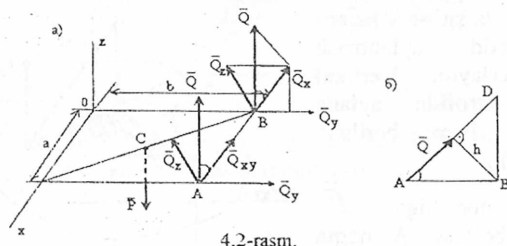
yoki

$$m_z(\bar{F}) = \pm F_{xy} \cdot h \quad (40)$$

Kuchning o'qqa nisbatan momenti skalyar kattalik bo'lib, o'qning musbat uchidan qaraganda kuchning o'qqa perpendikulyar tekislikdagi proeksiyasi jismini o'q atrofida soat mili harakatiga teskari yo'nalishda aylantirishga intilsa, kuch momenti musbat, aks holda manfiy ishora bilan olinadi.

Kuchning o'qqa nisbatan momenti quyidagi xususiy hollarga ega:

- 1) Agar kuch o'qqa parallel yo'nalgan bo'lsa, kuchning o'qqa nisbatan momenti nolga teng ($\bar{F}_{xy}=0$ bo'lgani uchun) bo'ladi;
- 2) Kuchning ta'sir chizig'i o'qni kesib o'tsa, kuchning o'qqa nisbatan momenti nolga teng bo'ladi ($h=0$ bo'lgani uchun);
- 3) Kuch o'qqa perpendikulyar yo'nalgan bo'lsa kuchning o'qqa nisbatan momenti kuch moduli $\bar{F}$ ni kuchdan o'qqacha bo'lgan masofaga bo'lgan ko'paytmaga teng.



4.2-rasm.

MASALALAR ECHISH:

1-masala. (4.2-rasm a) da tasvirlangan gorizantal plitaga ta'sir etuvchi $\bar{P}$ va $\bar{Q}$ kuchlarning x , u va z o'qlarga nisbatan momentlarini aniqlang.

Yechish:

1. Plitaning $\bar{P}$ og'irlik kuchi vertikal pastga yo'nalgan bo'lib, YZ o'qqa parallel, x va y o'qlarga perpendikulyar. Bu o'qlardan $\bar{P}$ kuchgacha bo'lgan masofa tegishli $\frac{b}{2}$ va $\frac{a}{2}$. U holda quyidagini yozamiz:

$$m_x(\bar{P}) = -P \frac{b}{2}; \quad m_y[\bar{P}] = P \frac{a}{2}; \quad m_z(\bar{P}) = 0;$$

2. Q kuchning YZ tekisligidagi proeksiyasi $Q_{yz} = Q \sin \alpha$, Q_{yz} ning x o'qiga nisbatan momenti $m_x(\bar{Q}) = bQ \sin \alpha$ ga teng bo'ladi.

$\bar{Q}$ kuch AVD tekisligida yotganligi uchun u y o'qiga perpendikulyar bo'lib, o'qni V nuqtada kesib o'tadi. U holda $Q_{xz}=Q$, kuch elkasi $h=a \sin \alpha$ (4.2-rasm b ga ko'ra) ga teng.

Demak, $m_y(\bar{Q}) = -Qa \sin \alpha$ $\bar{Q}$ kuchning XOY tekislikdagi proeksiyasi Q_{xy} ; $Q_{xy} = Q \cos \alpha$ z o'qqa nisbatan yelkasi b ga teng: $m_z(\bar{Q}) = bQ \cos \alpha$

4.2 KUCHNING O'QLARGA NISBATAN MOMENTLARI UCHUN VARIN'ON TEOREMASI.

Agar 3.4 dagi (15) vektor ifodaning har ikkala tomonini O nuqtadan o'tuvchi z o'qqa proeksiyalasak quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$m_z(\bar{R}) = \sum m_z(\bar{F}_k) \quad (41)$$

Demak, teng ta'sir etuvchining momenti haqidagi Varin'on teoremasi istalgan o'qqa nisbatan momentlar uchun ham o'rinnidir. Kuchning koordinata o'qlariga nisbatan momentlarini aniqlashda Varin'on teoremasi juda qulaydir. Buning uchun kuchni koordinata o'qlariga nisbatan tashkil etuvchilarga ajratish yoki shu o'qlarga proeksiyalash lozim.

4.3 KUCHNING KOORDINATALAR O'QLARGA NISBATAN MOMENTLARINING ANALITIK USULDA BERILISHI.

Koordinatalari x , u , z bo'lgan nuqtaga qo'yilgan $\bar{F}$ kuchni $\bar{F}_x, \bar{F}_y, \bar{F}_z$ tashkil etuvchilarga ajratamiz (4.3-rasm). U holda Varin'on teoremasiga ko'ra quyidagini yozamiz:

$$m_x(\bar{F}) = m_x(\bar{F}_x) + m_x(\bar{F}_y) + m_x(\bar{F}_z)$$

$\bar{F}_x$ tashkil etuvchi x o'qiga parallel $\bar{F}_u$ va $\bar{F}_z$ tashkil etuvchilar esa ularga perpendikulyar bo'lgani uchun

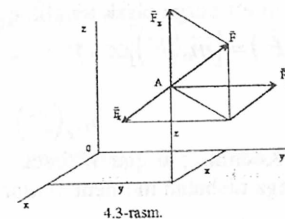
$$m_x(\bar{F}_x) = 0; \quad m_x(\bar{F}_y) = -z \cdot F_y; \quad m_x(\bar{F}_z) = yF_z$$

natijada quyidagini hosil qilamiz:

$$m_x(\bar{F}) = yF_z - zF_y$$

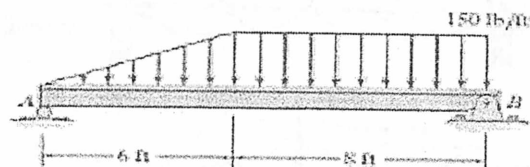
Huddi shu usulda $\bar{F}$ kuchni qolgan u va z o'qlarga nisbatan momentlari aniqlanadi.

Demak,

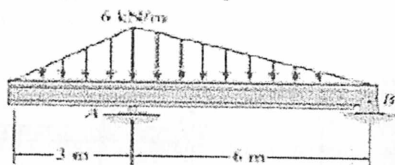


4.3-rasm.

5. CHiziqli qonuniyat bo'yicha taqsimlangan kuchlar bilan yuklangan balkaning tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin.



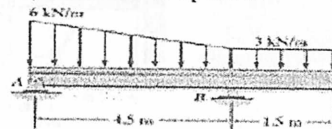
6. CHiziqli qonuniyat bo'yicha taqsimlangan kuchlar bilan yuklangan konsol balkaning tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin.



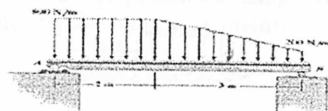
7. CHiziqli qonuniyat bo'yicha taqsimlangan kuchlar bilan yuklangan balkaning tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin.



8. CHiziqli qonuniyat bo'yicha taqsimlangan kuchlar bilan yuklangan konsol balkaning tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin.



9. CHiziqli qonuniyat bo'yicha taqsimlangan kuchlar bilan yuklangan konsol balkaning tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin.



IV BOB. FAZOVIY KUCHLAR SISTEMASI MUVOZANATI.

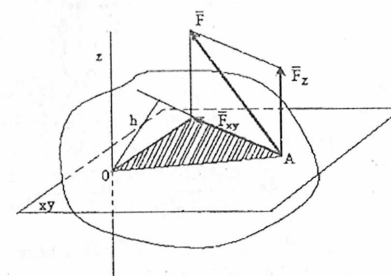
Oldingi boblarda konstruksiyalar, konstruksiya elementlari va har xil jismlarga kesishuvchi kuchlar sistemasi va tekislikdagi kuchlar sistemasining ta'siri hamda qo'yilgan kuchlar sistemalari ta'sirida jismlarning muvozanatda bo'lish holatlarini ko'rib chiqdik. Ushbu bobda jismlarga fazoviy kuchlar sistemasi, ya'ni ta'sir chiziqlari ikki yoki undan ortiq tekisliklarda joylashgan kuchlar to'plami ta'siridagi muvozanatga keltirish shartlari, fazoviy kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momentini aniqlash kabi masalalar qaraladi.

4.1 KUCHNING O'QQA NISBATAN MOMENTI.

Fazodagi kuchlar sistemasining jismga ta'sirini o'rganishda kuchning markazga nisbatan momenti bilan birga kuchning o'qqa nisbatan momenti tushunchasi kiritiladi.

Kuchning o'qqa nisbatan momenti kuch ta'sirida jismni berilgan o'q atrofida aylantirish effektini harakterlaydi. Vertikal yo'nalgan z o'q atrofida aylana oladigan qattiq jism berilgan bo'lsin (4.1-rasm).

Qattiq jismni A nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin. A nuqta orqali o'tuvchi z o'qqa perpendikulyar XY tekisligini



4.1-rasm.

o'tkazamiz va $\vec{F}$ kuchni z o'qqa parallel bo'lgan $\vec{F}_z$ va XY tekisligida yotuvchi $\vec{F}_{xy}$ ($\vec{F}_{xy}$ bir vaqtning o'zida $\vec{F}$ kuchning XY tekisligidagi proeksiyasi hisoblanadi) tashkil etuvchilarga ajratamiz.

z o'qqa parallel yo'nalgan $\vec{F}_z$ tashkil etuvchi jismni o'q atrofida aylantira olmaydi (u jismni z o'qi bo'yab siljitishi mumkin). $\vec{F}$ kuchning z o'q atrofida aylantirish effekti shu o'q atrofida $\vec{F}_{xy}$ tashkil etuvchining aylantirish effekti bilan bir xil bo'ladi.

Kuchning o'qqa nisbatan momenti deb uning shu o'qqa perpendikulyar tekislikdagi proeksiyasining o'q bilan mazkur tekislik kesishgan nuqtasiga nisbatan momentiga aytiladi. $\vec{F}$ kuchning z o'qqa nisbatan momenti $m_x(\vec{F})$ bilan belgilanadi. Ta'rifga ko'ra

$$m_z(\vec{F}) = m_o(\vec{F}_{xy}) \quad (39)$$

$$\begin{aligned} m_x(\vec{F}) &= yF_z - zF_y \\ m_y(\vec{F}) &= zF_x - xF_z \\ m_z(\vec{F}) &= xF_y - yF_x \end{aligned} \quad (42)$$

(42) formula kuchning koordinata o'qlariga nisbatan momentlarining analitik ifodasidir. (42) ning chap tomoni $\vec{m}_0(\vec{F})$ vektorining koordinata o'qlardagi proektsiyalari bo'lgani uchun, shu tengliklar yordamida $\vec{m}_0(\vec{F})$ vektorining modulini aniqlash mumkin:

$$|\vec{m}_0(\vec{F})| = \sqrt{[m_x(\vec{F})]^2 + [m_y(\vec{F})]^2 + [m_z(\vec{F})]^2} \quad (43)$$

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti bilan kuchning shu nuqtadan o'tuvchi o'qqa nisbatan momenti orasidagi bog'lanishni keltirib chiqaramiz (4.4-rasm).

3.3 va 7.2 da ko'rsatilganga ko'ra

$$M_0(\vec{F}) = 2S_{\Delta OAB}$$

$$m_z(\vec{F}) = 2S_{\Delta Oas}$$

$\Delta Oab, \Delta OAB$ ning z o'qqa perpendikulyar xy tekislikdagi proektsiyasi bo'lib hisoblanadi.

ΔOAB ning yuzasi bilan ΔOab ning yuzasi orasidagi burchak bu yuzalarga tushirilgan perpendikulyarlar orasidagi burchakka teng.

Shunga ko'ra: $S_{\Delta Oas} = S_{\Delta OAB} \cdot \cos \gamma$

Tenglikning har ikkala tomonini 2 ga ko'paytiramiz:

$$2S_{\Delta Oas} = 2S_{\Delta OAB} \cdot \cos \gamma$$

bu yerda

$$2S_{\Delta Oas} = m_z(\vec{F}), \quad 2S_{\Delta OAB} = m_0(\vec{F})$$

bularni e'tiborga olsak tenglik quyidagi ko'rinishini oladi.

$$m_z(\vec{F}) = [\vec{m}_0(\vec{F})] \cos \gamma$$

yoki

$$m_z(\vec{F}) = [\vec{m}_0(\vec{F})]_z \quad (44)$$

Kuchning o'qqa nisbatan momenti uning shu o'qda olingan ixtiyoriy nuqtaga nisbatan moment vektorining shu o'qdagi proektsiyasiga teng.

4.4 FAZODAGI JUFTLARNI QO'SHISH.

Juft kuchning jismga ko'rsatadigan ta'siri:

- 1) juft momenti moduli;
- 2) juftning ta'sir tekisligi;
- 3) tekislikdagi aylanish yo'nalishi bilan xarakterlanadi.

Bir tekislikda yotmagan juftlarni ko'rib chiqilayotganida har bir juft uchun yuqoridagi uchta elementning har-birini ko'rsatish lozim. Qayd etilgan uchta faktorni aniqlashda juft momenti u yotgan tekislikka perpendikulyar yo'nalgan vektor bilan belgilab olinadi. U $\vec{m}$ yoki $\vec{M}$ harfi bilan belgilanadi. Juft momenti vektorining moduli (belgilangan masshtabda) juft momenti moduliga, ya'ni juftni tashkil etuvchilaridan birini juft yelkasi uzunligiga ko'paytmasiga teng hamda juftning ta'sir tekisligiga perpendikulyar yo'nalgan bo'lib, uning uchidan qaraganda, juft jismni soat mili aylanishiga teskari yo'nalishda aylantirsin (4.5-rasm).

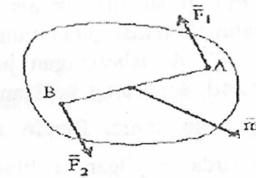
Juft kuch moment vektori kuchning markazga nisbatan moment vektoridan farq qilib, uni jismni istalgan nuqtasiga qo'yish mumkin (bunday vektorga erkin vektor deyiladi).

Haqiqatdan ham vektor berilgan bo'lsa, juftni o'zini aniqlash mumkin. Vektorga perpendikulyar tekislik o'tkaziladi, bu tekislik juftning ta'sir tekisligi bo'lib hisoblanadi, vektorning uzunligi juftning moduliga teng, vektorning yo'nalishiga qarab juftni aylanish yo'nalishi aniqlanadi.

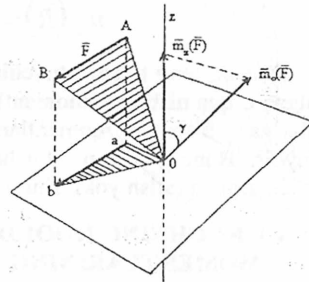
Bizga ma'lumki, juft momentining moduli juftni kuchlaridan birini ikkinchi kuch qo'yilgan nuqtasiga nisbatan momentiga teng (55-rasm).

$$\text{Demak, } m = m_A(\vec{F}_2) = m_B(\vec{F}_1)$$

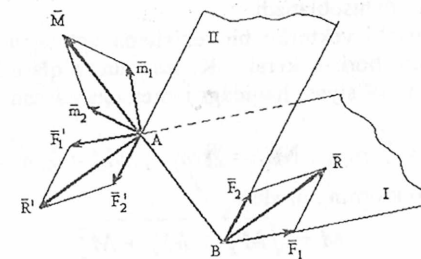
Teorema: Absolyut qattiq jismga qo'yilgan juftlar sistemasi bitta juftga



4.5-rasm.



4.4-rasm.



4.6-rasm.

ekvivalent bo'lib, uning momenti berilgan juftlar momentlarning geometrik yig'indisiga teng.

Isbot. Avvalo I va II tekisliklarda yotgan momentlari $\bar{m}_1$ va $\bar{m}_2$ bo'lgan juftlarni qo'shamiz. Ikkala tekislik kesishgan $AV=d$ kesmani olib, berilgan juftlarni o'z tekisligida umumiy d yelkaga keltiramiz (4.6-rasm).

4.2 da isbotlangan juftlarning xossalriga asosan A va B nuqtalarga momenti $\bar{m}_1$ ga teng bo'lgan $(\bar{F}_1, \bar{F}_1^1)$ va momenti $\bar{m}_2$ bo'lgan $(\bar{F}_2, \bar{F}_2^1)$ juftlarni keltirib qo'yamiz. Bunda $m_1 = F_1 d_1$, $m_2 = F_2 d$ shart bajarilsin. A va V nuqtalarda qo'yilgan kuchlarni qo'shib haqiqatdan ham $(\bar{F}_1, \bar{F}_1^1)$ va $(\bar{F}_2, \bar{F}_2^1)$ juftlar bitta $(\bar{R}, \bar{R}^1)$ juftga ekvivalent ekanligiga ishonch hosil qilamiz. Bu juftning momenti $\bar{M}$ ni aniqlaymiz.

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2; \quad \bar{R}^1 = \bar{F}_1^1 + \bar{F}_2^1$$

Bu juftning moment vektori quyidagicha aniqlanadi:

$$\bar{M} = \bar{AB} \times \bar{R} = \bar{AB} \times (\bar{F}_1 + \bar{F}_2) = (\bar{AB} \times \bar{F}_1) + (\bar{AB} \times \bar{F}_2)$$

$$\text{bu yerda } \bar{AB} \times \bar{F}_1 = \bar{m}_1, \quad \bar{AB} \times \bar{F}_2 = \bar{m}_2$$

Shunday qilib,

$$\bar{M} = \bar{m}_1 + \bar{m}_2 \quad (45)$$

$\bar{M}$ vektor $\bar{m}_1$ va $\bar{m}_2$ vektorlar asosida qurilgan parallelogramning diagonaliga teng. Teorema ikkita juft uchun isbotlandi.

Agar qattiq jismga momentlari $\bar{m}_1, \bar{m}_2, \dots, \bar{m}_n$ bo'lgan n ta juft ta'sir etayotgan bo'lsa, (45) formulani qo'llab ularni birin-ketin qo'shib chiqilsa, bu juftlar sistemasi bitta juftga ekvivalent ekanligi aniqlanadi. Bu juftning momenti berilgan juftlar momentlarining geometrik yig'indisiga teng.

$$\bar{M} = \bar{m}_1 + \bar{m}_2 + \dots + \bar{m}_n = \sum \bar{m}_K \quad (46)$$

$\bar{M}$ vektor juftlar momentlari vektorlari asosida qurilgan ko'pburchakning yopuvchi tomoni bo'lib hisoblanadi.

Agar qo'shiluvchi vektorlar bir tekislikda yotmagan bo'lsa, hisoblashni analitik usulda olib borish kerak. Koordinata o'qlarini o'tkazib yig'indi vektorning o'qdagi proeksiyasi haqidagi teorema asosan (46) dan quyidagini yozamiz:

$$M_x = \sum m_{Kx}; \quad M_y = \sum m_{Ky}; \quad M_z = \sum m_{Kz}$$

(47) ga asosan $\bar{M}$ vektorning moduli

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

Yuqorida olingan natijalarga asoslanib, qattiq jismga ta'sir etuvchi juftlar sistemasining muvozanat shartlari osongina topiladi. Juftlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun $\bar{M} = 0$ yoki

$$\sum \bar{m}_K = 0$$

shart bajarilishi kerak, qattiq jismga ta'sir etuvchi juftlar momenti vektorlaridan qurilgan ko'pburchak yopiq bo'lishi kerak.

Endi muvozanatning analitik shartini aniqlaymiz. $\bar{M} = 0$ bo'lishi uchun $M_x = 0, M_y = 0, M_z = 0$ bo'lishi lozim, u holda (47) ga ko'ra quyidagini yozamiz.

$$\sum m_{Kx} = 0; \quad \sum m_{Ky} = 0; \quad \sum m_{Kz} = 0; \quad (48)$$

4.5 FAZODA IXTIYORIY JOYLASHGAN KUCHLARNI BERILGAN MARKAZGA KELTIRISH.

Qattiq jismga ixtiyoriy yo'nalgan $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n$ fazoviy kuchlar sistemasi ta'sir etayotgan bo'lsin (4.7-rasm). Ixtiyoriy O nuqta tanlab uni keltirish markazi deb ataymiz.

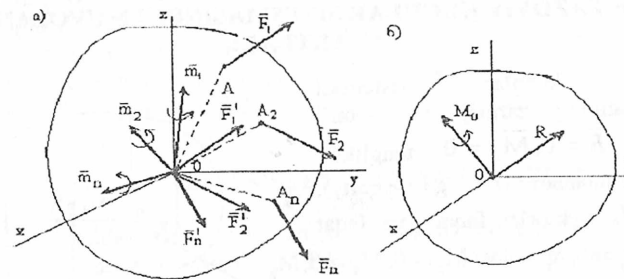
Puanso lemmasini qo'llab berilgan kuchlarni shu O markazga keltiramiz. Bunda keltirilayotgan kuchlarga mos juftlarni qo'shib olamiz. Natijada qattiq jismga

$$\bar{F}_1^1 = \bar{F}_1, \bar{F}_2^1 = \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n^1 = \bar{F}_n \quad (49)$$

kuchlar sistemasi va momentlari

$$\bar{m}_1 = \bar{m}_0(\bar{F}_1), \quad \bar{m}_2 = \bar{m}_0(\bar{F}_2), \dots, \quad \bar{m}_n = \bar{m}_0(\bar{F}_n) \quad (50)$$

bo'lgan $(\bar{F}_1, \bar{F}_1^1), (\bar{F}_2, \bar{F}_2^1), \dots, (\bar{F}_n, \bar{F}_n^1)$ qo'shilgan juftlar sistemasi ta'sir qila boshlaydi, aniqlik uchun rasmda $n=3$ ta kuch ko'rsatilgan.



4.7 - rasm.

O nuqtaga qo'yilgan $\bar{F}_1^1 = \bar{F}_1, \bar{F}_2^1 = \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n^1 = \bar{F}_n$ kuchlarni geometrik qo'shib ularning teng ta'sir etuvchisi $\bar{R}^1$ kuchni hosil qilamiz.

$$\bar{R}^1 = \sum \bar{F}_K^1 \text{ yoki } \bar{R} = \sum \bar{F}_K \quad (51)$$

Kuchlarni O nuqtaga keltirishda qo'shib olingan juftlar moment vektorlarini geometrik usulda qo'shamiz. Natijada juftlar sistemasi

bitta juftga ekvivalent bo'ladi. Bu juftning momenti $\bar{M}_0 = \sum \bar{m}_K$, yoki

$$\bar{M}_0 = \sum \bar{m}_0(\bar{F}_K) \quad (52)$$

Tekislikdagi kuchlar sistemasi kabi bu yerda ham $\bar{R}$ barcha fazoviy kuchlar sistemasining geometrik yigindisi bo'lib, sistemaning bosh vektori $\bar{M}_0$ kuchlar sistemasining O nuqtaga nisbatan momentlarning geometrik yigindisi bo'lib, kuchlar sistemasining shu O nuqtaga nisbatan bosh momenti deyiladi.

Shunday qilib, biz quyidagi teoremani isbotladik: fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini biror O markazga keltirish natijasida bu kuchlar sistemasi keltirish markaziga qo'yilgan bosh vektor $\bar{R}$ ga teng bitta kuch bilan momenti $\bar{M}_0$ ga teng bitta juftga ekvivalent bo'ladi (57-rasm,b). Ko'pincha $\bar{R}$ va $\bar{M}_0$ vektorlar analitik usulda, ya'ni ularning o'qlardagi proektsiyalari orqali aniqlanadi:

$$R_x = \sum F_{Kx}, \quad R_y = \sum F_{Ky}, \quad R_z = \sum F_{Kz}; \quad (53)$$

$$M_x = \sum m_x(\bar{F}_K), \quad M_y = \sum m_y(\bar{F}_K), \quad M_z = \sum m_z(\bar{F}_K); \quad (54)$$

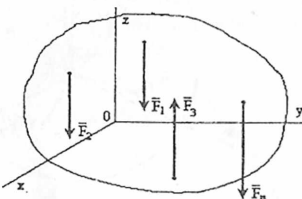
4.6 FAZOVIIY KUCHLAR SISTEMASINING MUVOZANAT SHARTLARI.

Fazoviy kuchlar sistemasi muvozanatining zaruriy va yetarli

sharti $\bar{R} = 0, \bar{M}_0 = 0$ tengliklar bilan ifodalanadi (8.4 ga qarang).

$\bar{R}$ va $\bar{M}_0$ vektorlar faqat va faqat

$R_x = 0, R_y = 0, R_z = 0$ va $M_x = 0, M_y = 0, M_z = 0$ shart bajarilganda nolga teng bo'ladi:



4.8-rasm.

Fazoviy kuchlar sistemasi muvozanatining zaruriy va yetarli sharti $\bar{R} = 0, \bar{M}_0 = 0$ tengliklar bilan ifodalanadi. $\bar{R}$ va $\bar{M}_0$ vektorlar faqat va faqat $R_x = 0, R_y = 0, R_z = 0$ va $M_x = 0, M_y = 0, M_z = 0$ shart bajarilganda nolga teng bo'ladi:

O'z navbatida

$$R_x = \sum F_{Kx}; \quad R_y = \sum F_{Ky}; \quad R_z = \sum F_{Kz} \\ M_x = \sum m_x(\bar{F}_K), \quad M_y = \sum m_y(\bar{F}_K), \quad M_z = \sum m_z(\bar{F}_K) \quad (55)$$

U holda quyidagini yozamiz:

$$\sum F_{Kx} = 0, \quad \sum F_{Ky} = 0, \quad \sum F_{Kz} = 0 \\ \sum m_x(F_K) = 0, \quad \sum m_y(F_K) = 0, \quad \sum m_z(F_K) = 0 \quad (56)$$

Bu tenglamalar fazoviy kuchlar sistemasi muvozanatining analitik shartlarini ifodalaydi.

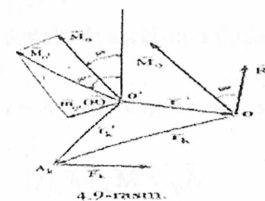
Fazoviy kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun, kuchlar sistemasining koordinata o'qlaridagi proektsiyalarining yig'indisi va shu o'qlarga nisbatan momentlarining yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir. (56) tengliklar sistemasi qattiq jismga ta'sir etuvchi istalgan fazoviy kuchlar sistemasining muvozanat shartlarini ifodalaydi.

Parallel kuchlar bo'lgan hol. Agar jismga ta'sir etuvchi kuchlar parallel kuchlardan iborat bo'lsa, koordinata sistemasini shunday tanlash lozimki, o'qlardan biri masalan, z o'qi kuchlarga parallel yo'nalgan bo'lsin (58-rasm). Bunday holda kuchlarning x, va y o'qlardagi proektsiyalari va z o'qqa nisbatan momentlari nolga teng bo'ladi. U holda (56) tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\sum F_{Kz} = 0; \quad \sum m_x(\bar{F}_K) = 0, \quad \sum m_y(\bar{F}_K) = 0 \quad (57)$$

Qolgan tenglamalar ayniyatga aylanadi.

Shunday qilib, fazoviy parallel kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun barcha kuchlarning parallel o'qdagi proektsiyalarining yigindisi va qolgan ikki o'qqa nisbatan momentlarining yigindisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.



4.9-rasm.

4.7 FAZODAGI KUCHLAR SISTEMASINING INVARIANTLARI.

Berilgan kuchlar sistemasini unga ekvivalent bo'lgan sistema bilan almashtirishda o'zgarmay qoladigan vektor yoki skalyar kattalik kuchlar sistemasining invarianti deyiladi.

Kuchlar sistemasining bosh momenti $\bar{M}_0 = \sum \bar{m}_0(\bar{F}_K)$ esa, keltirish markaziga nisbatan invariant xossasiga ega emas, chunki keltirish markazi o'zgarsa kuchlar sistemasining shu markazga nisbatan bosh momenti ham o'zgaradi.

$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar sistemasini qandaydir O markazga keltirilganda shu O markazga qo'yilgan kuchlar sistemasining $\vec{R} = \vec{R}'$ bosh vektorga hamda momenti O markazga nisbatan $\vec{M}_0 = \sum \vec{m}_0(\vec{F}_i)$ bosh momentga teng bo'lgan juftga ega bo'lamiz. Endi biz keltirish markazi qilib O' nuqtani olaylik.

$\vec{F}_i$ kuch A_i nuqtaga qo'yilgan bo'lsin. A_i nuqtaning O markazga nisbatan radius – vektori $\vec{r}_i$, O' markazga nisbatan radius – vektori $\vec{r}'_i$ bo'lsin.

U holda hosil bo'lgan $A_i O O'$ uchburchakdan $\vec{r}'_i = \vec{r}' + \vec{r}_i$ ni yozamiz. bu yerda: $\vec{O O'} = \vec{r}'$ deb belgilanadi. $\vec{F}_i$ kuchni O va O' markazga nisbatan momentlari (38) formulaga ko'ra quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$m_0(\vec{F}_i) = \vec{r}'_i \times \vec{F}_i$$

$$m_0(\vec{F}_i) = \vec{r}'_i \times \vec{F}_i = (\vec{r}' + \vec{r}_i) \times \vec{F}_i = \vec{r}' \times \vec{F}_i + \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \vec{r}' \times \vec{F}_i + \vec{m}_0(\vec{F}_i)$$

Kuchlar sistemasining yangi O' keltirish markaziga nisbatan bosh momenti quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

$$\vec{M}_{O'} = \sum m_{O'}(\vec{F}_i) = \sum (\vec{r}' + \vec{r}_i) \times \vec{F}_i = \sum (\vec{r}' \times \vec{F}_i) + \vec{M}_0 \quad (58)$$

yoki

$$\sum (\vec{r}' \times \vec{F}_i) = \vec{r}' \times \sum \vec{F}_i = \vec{r}' \times \vec{R}.$$

(38) ga ko'ra quyidagini hosil qilamiz:

$$\vec{m}_{O'}(\vec{R}) = \vec{r}' \times \vec{R}$$

u holda yuqoridagi tenglik quyidagi ko'rinishni oladi:

yoki

$$\vec{M}_{O'} = \vec{M}_0 + \vec{m}_{O'}(\vec{R}) \quad (59)$$

$$\vec{M}_{O'} - \vec{M}_0 = \vec{m}_{O'}(\vec{R})$$

keltirish markazini o'zgartirish natijasida bosh momentining o'zgarishi, avvalgi keltirish markazi O ga qo'yilgan kuchlar sistemi bosh vektori $\vec{R}$ ning yangi keltirish markazi O' ga nisbatan momentiga teng.

$\vec{m}_{O'}(\vec{R}) \perp \vec{R}$ bo'lganligi uchun $\vec{m}_{O'}(\vec{R})$ vektoring $\vec{R}$ yo'nalgan to'g'ri chiziqdagi proeksiyasi nolga teng bo'lganligi uchun (59) ning shu yo'nalishdagi proeksiyasini quyidagi ko'rinishni oladi:

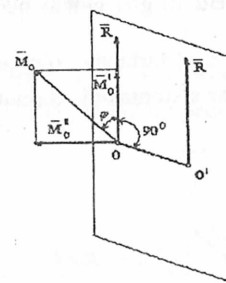
$$M_{O'} \cos \varphi' = M_0 \cos \varphi \quad (60)$$

$$\varphi' = \vec{R}, \vec{M}_{O'} \text{ va } \varphi = \vec{R}, \vec{M}_0$$

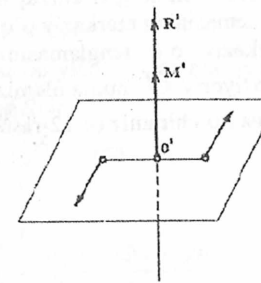
Shunday qilib, kuchlar sistemi bosh vektorining bosh momentga skalyar ko'paytmasi yoki bosh momentning bosh vektordagi proeksiyasi kuchlar sistemasining skalyar invarianti deyiladi.

4.3 KUCHLAR SISTEMASINI DINAMIK VINTGA KELTIRISH

Berilgan kuchlar sistemasini qandaydir O markazga keltirilganda, biz bosh vektor $\vec{R}$ va bosh moment $\vec{M}_0$ ga ega bo'lamiz. Bosh vektor $\vec{R}$ bilan bosh moment $\vec{M}_0$ vektorlari orasidagi φ burchak istalgan qiymatga ega bo'lishi mumkin. Biz $\varphi \neq 90^\circ$ bo'lgan holni ko'rib chiqamiz.



4.10-rasm.



4.11-rasm.

Bosh moment $\vec{M}_0$ ni bosh vektor $\vec{R}$ bo'ylab yo'nalgan $\vec{M}_0'$ va unga perpendikulyar yo'nalgan $\vec{M}_0''$ tashkil etuvchilarga ajratamiz (4.11-rasm).

$$M_0' = |M_0 \cos \varphi|$$

Agar $\varphi < 90^\circ$ bo'lsa $\vec{M}_0'$ vektor

$\vec{R}$ vektoring ustiga tushadi va bir tomonga yo'nalgan bo'ladi. Agar $\varphi > 90^\circ$ bo'lsa, bu vektorlar qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'ladi. Kuchlar sistemi bosh momentining bosh vektor yo'nalgan o'qdagi proeksiyasi o'zgarishsiz bo'lib, keltirish markaziga bog'liq bo'lmaydi. Demak M_0' vektor keltirish markaziga nisbatan invariantdir.

$\vec{M}_0'' \perp \vec{R}$ bo'lgani uchun, u holda $(\vec{R}, \vec{M}_0'')$ sistema O' markaz orqali o'tuvchi bitta $\vec{R}$ kuchga keltiriladi. OO' masofa esa quyidagicha topiladi:

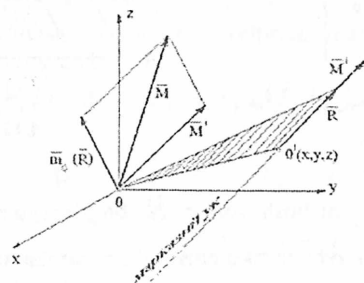
$$OO' = \frac{M_0''}{R} = \frac{M_0 \sin \varphi}{R} \quad (61)$$

Natijada O markazga qo'yilgan $\bar{R}$ kuchga va bu kuchga parallel yo'nalgan momenti $\bar{M}'_0 = \bar{M}'$ juftga ega bo'lamiz. $\bar{M}'_0$ vektor erkin vektor bo'lgani uchun uni O markazga keltiramiz. Natijada 4.11-rasmda ko'rsatilgan dinamik vintga ega bo'lamiz.

Bitta kuch va shu kuchga perpendikulyar tekiskilda yotuvchi juftdan tashkil topgan sistemaga dinamik vint deyiladi.

Fazoda O nuqtani shunday tanlash kerakki, berilgan kuchlar sistemasi shu nuqtada dinamik vintni tashkil etsin, ya'ni bosh vektor $\bar{R}$ bilan bosh moment $\bar{M}'$ bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalsin. Bu to'g'ri chiziq berilgan kuchlar sistemasining markaziy o'qi deyiladi.

Markaziy o'q tenglamasini keltirib chiqamiz. Markaziy o'q ustida yotuvchi ixtiyoriy O' nuqta olamiz va berilgan kuchlar sistemasini O nuqtadan O' nuqtaga ko'chiramiz (4.12-rasm).



4.12-rasm.

U holda (59) ga ko'ra quyidagini yozamiz:

$$\bar{M}_0 = \bar{M}' + \bar{m}_0(\bar{R})$$

Tenglikni kordinata o'qlariga proektsiyalaymiz.

$$M_{0x} = M'_x + m_x(R)$$

$$M_{0y} = M'_y + m_y(R)$$

$$M_{0z} = M'_z + m_z(R)$$

yoki

$$M'_x = M_{0x} - m_x(R)$$

$$M'_y = M_{0y} - m_y(R)$$

$$M'_z = M_{0z} - m_z(R)$$

(42) formulaga ko'ra quyidagilarni yozamiz.

$$m_x(R) = yR_z - zR_y$$

$$m_y(R) = zR_x - xR_z$$

$$m_z(R) = xR_y - yR_x$$

(62)

Yuqoridagini o'rniga qo'yamiz:

$$M'_x = M_{0x} - (yR_z - zR_y)$$

$$M'_y = M_{0y} - (zR_x - xR_z)$$

$$M'_z = M_{0z} - (xR_y - yR_x)$$

$\bar{M}'$ va $\bar{R}$ vektorlar bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgani uchun ularni koordinata o'qlaridagi proektsiyalari proporsionaldir:

$$\frac{M'_x}{R_x} = \frac{M'_y}{R_y} = \frac{M'_z}{R_z} \quad (63)$$

yoki

$$\frac{M_{0x} - (yR_z - zR_y)}{R_x} = \frac{M_{0y} - (zR_x - xR_z)}{R_y} = \frac{M_{0z} - (xR_y - yR_x)}{R_z} \quad (64)$$

Bu markaziy o'q tenglamasi hisoblanadi.

Yuqoridagilardan quyidagi xulosalar chiqaramiz:

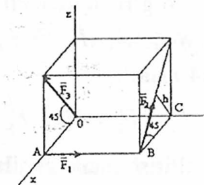
1. Agar $\bar{R} \neq 0$ va $\bar{R} \cdot \bar{M}_0 \neq 0$ bo'lsa, kuchlar sistemasi dinamik vintga keltiriladi.

2. Agar $\bar{R} \neq 0$ va $\bar{R} \cdot \bar{M}_0 = 0$ bo'lsa, kuchlar sistemasi teng tasir etuvchiga keltiriladi.

3. Agar $\bar{R} = 0$ ba $\bar{M}_0 \neq 0$ bo'lsa, kuchlar sistemasi bitta juftga keltiriladi, bunday holda bosh moment keltirish markaziga bog'liq bo'lmaydi.

2-Masala. 4.13-rasmda

ko'rsatilgan fazoviy kuchlar sistemasining $x, y,$ va z o'qlarga va O nuqtaga nisbatan bosh momentlarini aniqlang. $\bar{F}_1$ kuch kubning qirasi bo'ylab, $\bar{F}_2$ va $\bar{F}_3$ kuchlar yon tomoni diagonal bo'ylab yo'nalgan, kub tomoni



4.13-rasm.

$$a = 2M, \quad F_1 = 10\kappa H, \quad F_2 = F_3 = 12\sqrt{2}\kappa N$$

Yechish: Kuchlar sistemasining o'qlarga nisbatan bosh momenti, kuchlar sistemasining har bir o'qlarga nisbatan momentlarining yig'indisiga teng, ya'ni

$$M_x = \sum m_x(\bar{F}_K), \quad M_y = \sum m_y(\bar{F}_K), \quad M_z = \sum m_z(\bar{F}_K)$$

yoki,

$$M_x = m_x(\bar{F}_1) + m_x(\bar{F}_2) + m_x(\bar{F}_3);$$

$$M_y = m_y(\bar{F}_1) + m_y(\bar{F}_2) + m_y(\bar{F}_3);$$

$$M_z = m_z(\bar{F}_1) + m_z(\bar{F}_3) + m_z(\bar{F}_3);$$

Hisoblaymiz:

$$M_x = 0 + F_2 \sin 45^\circ \cdot a = 12\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 = 24 \text{ kN}$$

$$M_y = -F_2 \sin 45^\circ \cdot a = -24 \text{ kN}$$

$$M_z = F_1 \cdot a + F_2 \cdot \cos 45^\circ \cdot a = 10 \cdot 2 + 24 = 44 \text{ kN}$$

Kuchlarni barchasining ta'sir chiziqlari O nuqtada kesishadi. Kuchlar sistemasining O nuqtaga nisbatan bosh momentini aniqlaymiz:

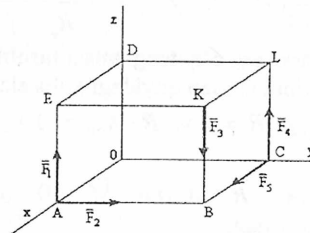
$$M_0 = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{24^2 + (-24)^2 + 44^2} = 55,5 \text{ kN}$$

yo'naltiruvchi kosinuslari esa

$$\cos(x, \bar{M}_0) = \frac{M_x}{M_0} = \frac{24}{55,5} = 0,43;$$

$$\cos(y, \bar{M}_0) = \frac{M_y}{M_0} = \frac{-24}{55,5} = -0,43;$$

$$\cos(z, \bar{M}_0) = \frac{M_z}{M_0} = \frac{44}{55,5} = 0,79;$$



4.14-rasm.

Demak, $(x, \bar{M}_0) = 63^\circ$, $(y, \bar{M}_0) = 115^\circ$, $(z, \bar{M}_0) = 38^\circ$ burchak ostida yo'nalgan.

3-Masala. To'g'ri burchakli OAVSDEKL parallelepipedning A, K va S uchlariga qo'yilgan $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3, \bar{F}_4$ va F_5 kuchlar sistemasini sodda holga keltiring (64-rasm).

$$F_1 = F_3 = F_4 = F_5 = F, \quad F_2 = 2F, \quad OC = a, \quad OA = \frac{a}{2}.$$

Yechish: Keltirish markazi qilib koordinata boshi O nuqtani olamiz.

1. Kuchlar sistemasining bosh vektori R ni aniqlaymiz. Buni uchun kuchlar sistemasini x, y, z o'qlarga nisbatan bosh vektorining R_x, R_y, R_z proeksiyalarini aniqlab olamiz:

$$R_x = \sum F_{Kx} = F_5; \quad R_y = \sum F_{Ky} = F_2;$$

$$R_z = \sum F_{Kz} = F_1 - F_3 + F_4 = F$$

Qiymatlarini o'rniga qo'yamiz:

$$R_x = F, \quad R_y = 2F, \quad R_z = F$$

Kuchlar sistemi bosh vektorning modulini aniqlaymiz:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{F^2 + 4F^2 + F^2} = F\sqrt{6}$$

2. Kuchlar sistemasining x, y va z o'qlarga nisbatan bosh momentlarini aniqlaymiz:

$$M_x = \sum m_x(\bar{F}_K) = -F_3 \cdot a + F_4 \cdot a,$$

$$M_y = \sum m_y(\bar{F}_K) = F_1 \cdot \frac{a}{2} + F_3 \cdot \frac{a}{2},$$

$$M_z = \sum m_z(\bar{F}_K) = F_2 \cdot \frac{a}{2} - F_5 \cdot a$$

Hisoblaymiz:

$$M_x = -F \cdot a + F \cdot a = 0; \quad M_y = -F \cdot \frac{a}{2} + F \cdot \frac{a}{2} = 0; \quad M_z = 2F \cdot \frac{a}{2} - Fa = 0$$

$$M_x = 0, \quad M_y = 0, \quad M_z = 0.$$

Demak, kuchlar sistemasining O markazga nisbatan bosh momenti $\bar{M}_0 = 0$ ekan. Kuchlar sistemasining bosh momenti nolga teng bo'lsa, kuchlar sistemi teng ta'sir etuvchiga keltiriladi:

$$\bar{R} = F\sqrt{6}$$

Teng ta'sir etuvchining ta'sir chizig'i

$$\frac{x}{R_x} = \frac{y}{R_y} = \frac{z}{R_z} \quad \text{dan aniqlanadi, ya'ni}$$

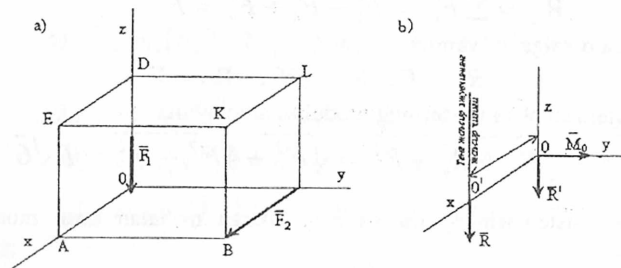
$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$$

4-Masala. (4.15-rasm, a) da tasvirlangan $\bar{F}_1$ va $\bar{F}_2$ kuchlardan iborat sistemani sodda holga keltiring.

$$F_1 = F_2 = F, \quad OA = \frac{a}{2}$$

Yechish: Keltirish markazi qilib O nuqtani olamiz. x, y, z, koordinata o'qlarini kub qirralari bo'ylab yo'naltiramiz.

Kuchlar sistemasi bosh vektori $\vec{R}$ ning x, y, z , koordinata o'qlaridagi R_x, R_y , va R_z proeksiyalarini aniqlaymiz:



4.15-rasm.

$$\begin{aligned} R_x &= \sum F_{kx} = F_2 \\ R_y &= \sum F_{ky} = 0 \\ R_z &= \sum F_{kz} = -F_1 \end{aligned} \quad (1)$$

Hisoblashni bajaramiz:

$$R_x = F, R_y = 0, R_z = -F \quad (2)$$

Shunday qilib bosh vektor

$$\vec{R} = F\vec{i} - F\vec{k} \quad (3)$$

Uning moduli:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{F^2 + 0 + (-F)^2} = F\sqrt{2}; \quad (4)$$

Kuchlar sistemasining x, y, z o'qlarga nisbatan bosh momentlarini aniqlaymiz:

$$M_x = \sum m_x(\vec{F}_k) = 0, \quad M_y = \sum m_y(\vec{F}_k) = 0, \quad M_z = \sum m_z(\vec{F}_k) = -F_2 \cdot a \quad (5)$$

shartga ko'ra $|\vec{F}_2| = F$ bo'lgani uchun

$$M_x = 0, \quad M_y = 0, \quad M_z = -F \cdot a \quad (6)$$

$$\text{Shunday qilib bosh moment } \vec{M}_0 = -F \cdot a \cdot \vec{k} \quad (7)$$

Uning moduli quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_0 = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2} = \sqrt{0 + 0 + (-Fa)^2} = Fa; \quad (8)$$

$\vec{F}_1, \vec{F}_2$ kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchisi $\vec{R} = F\vec{i} - F\vec{k}$ ga va momenti O markazga nisbatan bosh momentga, ya'ni $\vec{M}_0 = -Fa\vec{k}$ teng

juftga keltirilgan ekan. Bundan ko'rinadiki, $\vec{R}$ va $\vec{M}_0$ vektorlar o'zaro perpendikulyar emas. Demak, ular dinamik vintga keladi.

Endi markaziy o'q tenglamasini chiqaramiz:

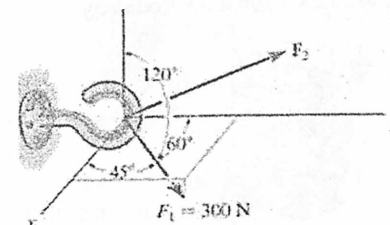
$$\frac{M_x - yR_z + zR_y}{R_x} = \frac{M_y - zR_x + xR_z}{R_y} = \frac{M_z - xR_y + yR_x}{R_z}$$

O'rniga qo'yib hisoblaymiz:

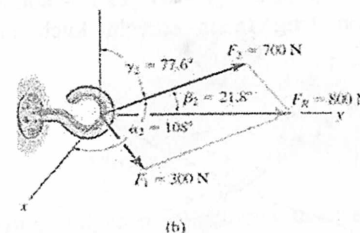
$$\begin{aligned} \frac{0 - y(-F) + zF}{F} &= \frac{0 - z \cdot F + x(-F)}{0} = \frac{-F \cdot a - x \cdot 0 + y \cdot F}{-F} \\ \frac{y \cdot F + z \cdot F}{F} &= \frac{-zF - xF}{0} = \frac{F \cdot \frac{a}{2} - y \cdot F}{F} = \frac{y + z}{1} = \frac{-z - x}{0} = \frac{\frac{a}{2} - y}{1} \\ y &= \frac{a}{2}; \quad z = x \end{aligned}$$

MUSTAQIL ECHISH UCHUN MASALALAR

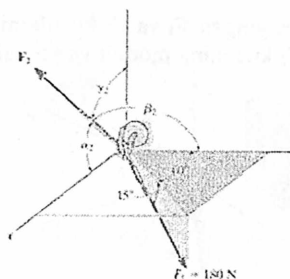
1. Chizmada keltirilgan halqaga F_1 va F_2 kuchlar ta'sir qiladi. Agar ushbu kuchlarning teng ta'sir etuvchisining moduli 810 N va yo'nalishi Y o'qining musbat uchi yo'nalishi tomon yo'nalgan bo'lsa, F_2 kuch moduli va yo'nalishi aniqlansin.



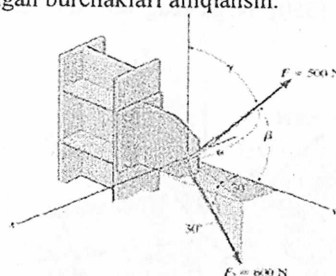
2. Teng ta'sir etuvchi kuch F va uning tashkil etuvchisi F_1 va F_2 larni vektor ko'rinishida ifodalang. Bunda chizmaga ko'ra $F = F_1 + F_2$ ekanligi hisobga olinsin.



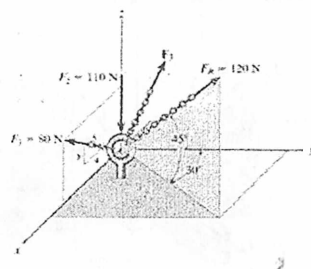
3. Chizmada keltirilgan halqaga F_1 va F_2 kuchlar ta'sir qiladi. Ushbu kuchlarning teng ta'sir etuvchisining moduli va yo'nalishi aniqlansin.



11. Agar jismga ta'sir etayotgan barcha kuchlarning teng ta'sir etuvchisi Y o'qi musbat uchi tomon yo'nalgan bo'lsa, teng ta'sir etuvchi kuch moduli va o'qlar bilan tashkil qilgan burchaklari aniqlansin.



12. Halqaga uchta kuch ta'sir qiladi. Agar halqaga ta'sir etayotgan barcha kuchlarning teng ta'sir etuvchisi moduli va yo'nalishi chizmada keltirilgan holatda bo'lsa, F_3 kuchning moduli va yo'nalishi aniqlansin.



V.QATTIQ JISMNING OG'IRLIK MARKAZI.

BIR JINSLI JISMLARNING OG'IRLIK MARKAZINI ANIQLASH.

5.1. QATTIQ JISMNING OG'IRLIK MARKAZI.

Har qanday qattiq jismni juda kichik bo'lakchalar to'plamidan iborat deb qarash mumkin. Yer sirtiga yaqin bo'lgan bo'lakchalarni Yer o'ziga tortishi tufayli, har bir bo'lakchaga vertikal pastga yo'nalgan kuchlar ta'sir etadi. Bu kuchlarga og'irlik kuchlari deyiladi. Jismning o'lchami Yerning o'lchamidan juda kichik bo'lgani uchun bo'lakchalarning og'irlik kuchlarini parallel kuchlardan iborat deb qarash mumkin. Bo'lakchalarning og'irlik kuchlarini tegishli $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n$ desak, ularning teng ta'sir etuvchisining moduli

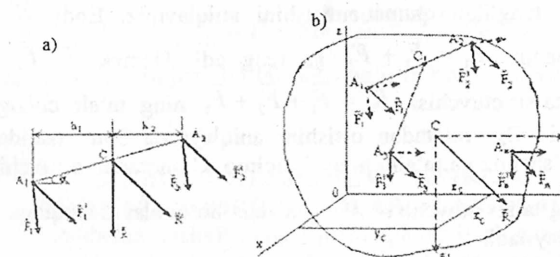
$$P = \sum P_k \quad (3.1)$$

formula orqali aniqlanadi.

Qattiq jismni istalgan burchakka burganda bo'lakchalarga ta'sir etuvchi kuchlarning faqatgina yo'nalishi o'zgaradi, qo'yilish nuqtasi esa o'zgarmaydi. Bo'lakchalar og'irlik kuchlarining teng ta'sir etuvchisi $\vec{P}$ kuchning qo'yilish nuqtasi C qattiq jismning og'irlik markazi, $\vec{P}$ kuchga esa og'irlik kuchi deyiladi.

5.2 PARALLEL KUCHLAR MARKAZI.

Jismlarning og'irliklari markazlari holatini aniqlashda parallel kuchlar markazi haqidagi tushunchadan foydalaniladi. Avvalo tekislikdagi ikkita parallel kuchlar markazini aniqlaymiz. Qattiq jismning A_1 va A_2 nuqtalariga o'zaro parallel $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ kuchlar qo'yilgan bo'lsin (3.2-rasm). Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ga teng va qo'shiluvchi kuchlarga parallel, ta'sir chizig'i esa A_1, A_2 kesmada yotuvchi C nuqtadan o'tadi (5.2-rasm, a).



5.2-rasm.

C nuqtaning o'rnini Varin'on teoremasidan foydalanib topamiz.

$$m_c(\bar{R}) = m_c(\bar{F}_1) + m_c(\bar{F}_2) \quad \text{yoki}$$

$$O = F_1 h_1 - F_2 h_2 = F_1 A_1 C \cos \alpha - F_2 A_2 C \cos \alpha$$

$$\text{bundan} \quad F_1 \cdot A_1 C = F_2 \cdot A_2 C \quad (65)$$

Agar $\bar{F}_1$ va $\bar{F}_2$ kuchlarni A_1 va A_2 nuqtalar atrofida biror α burchakka bursak, $\bar{F}_1$ va $\bar{F}_2$ parallel kuchlarga ega bo'lamiz. Bu kuchlar ham A_1 va A_2 nuqtalarga qo'yilgan bo'lib, momentlari $\bar{F}_1$ va $\bar{F}_2$ kuchlar momentlariga teng bo'ladi. F_1^1 va F_2^1 kuchlar uchun ham (66) tenglik o'rinli, ularning teng ta'sir etuvchisi $\bar{R}^1$ ning ta'sir chizig'i ham C nuqtadan o'tadi.

Bu nuqtaga $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$ parallel kuchlar markazi deyiladi.

Endi qattiq jismning $A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalariga qo'yilgan bir tomonga yo'nalgan o'zaro parallel $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n$ kuchlar sistemasini ko'rib chiqamiz. Bu kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi $\bar{R}$ bo'lib, uning moduli

$$R = \sum F_k \quad (66)$$

formula yordamida topiladi.

Agar kuchlar sistemasining har birini qo'yilish nuqtasi atrofida bir tomonga va bir xil burchakka bursak, qattiq jismga ta'sir etuvchi boshqa bir parallel kuchlar sistemasiga ega bo'lamiz (5.2-rasm, b). Bu kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisining moduli, avvalgi kuchlar sistemasining moduliga teng bo'ladi. Hosil bo'lgan barcha kuchlar sistemi teng ta'sir etuvchisining ta'sir chizig'i faqat C nuqtadan o'tishini ko'rsatamiz. Avval $\bar{F}_1$ va $\bar{F}_2$ kuchlarni o'zaro (65) formula yordamida qo'shamiz. Ularning teng ta'sir etuvchisi $\bar{R}_1$ ning ta'sir chizig'i C_1 nuqtadan o'tishini hamda $F_1 A_1 C_1 = F_2 A_2 C_2$ tenglikni qanoatlantirishini aniqlaymiz. Endi $\bar{R}_1$ va $\bar{F}_3$ kuchlarni qo'shamiz $\bar{R}_1 = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$ ga teng edi. Demak $\bar{F}_1, \bar{F}_2$ va $\bar{F}_3$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\bar{R}_2 = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3$ ning ta'sir chizig'i C_2 kesmada yotuvchi C_2 nuqtadan o'tishini aniqlaymiz. Shu usulda qolgan kuchlarni ham qo'shamiz va ta'sir chizig'i doimo C nuqtadan o'tuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi $\bar{R}$ ga ega bo'lamiz. C nuqtaga parallel kuchlar markazi deyiladi.

Endi parallel kuchlar markazi C nuqtaning koordinatalarini aniqlaymiz. Qattiq jism orqali Oxyz koordinata sistemasini o'tkazamiz.

U holda kuchlar qo'yilgan nuqtalarning koordinatalarini $A_1(x_1, y_1, z_1), A_2(x_2, y_2, z_2), \dots, A_n(x_n, y_n, z_n)$, ko'rinishda yozamiz. Kuchlar sistemasini qo'yilish nuqtalari atrofida z o'qiga parallel joylashadigan qilib burib $\bar{F}_1', \bar{F}_2', \dots, \bar{F}_n'$ kuchlar sistemasini hosil qilamiz. Varin'on teoremasini qo'llab kuchlar sistemasini y o'qiga nisbatan momentlarini aniqlaymiz:

$$m_y(\bar{R}') = \sum m_y(\bar{F}_k') \quad (67)$$

5.2-rasmdan $m_y(\bar{R}') = R \cdot x_c$ ekanligini topamiz, bunda $\bar{R}' = R$, yoki $m_y(\bar{F}_1') = F_1^1 x_1$, $m_y(\bar{F}_2') = F_2^1 x_2$ va hakoza. Bularni (67) tenglikka keltirib qo'ysak

$$R \cdot x_c = F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n = \sum F_k \cdot x_k \quad (68)$$

$$x_c = \frac{\sum F_k \cdot x_k}{R} \quad (69)$$

Shu usulda y_c va z_c larni aniqlab olamiz. Buning uchun kuchlar sistemasining Ox o'qiga nisbatan momentlarini olamiz. Z_c ni aniqlash uchun barcha kuchlarni Oy o'qiga parallel yo'naladigan qilib Ox o'qiga nisbatan momentlarini topamiz: $-Rz_c = -F_1 z_1 + (-F_2 z_2) + \dots + (-F_n z_n)$ bu tenglikdan Z_c ni aniqlaymiz.

Natijada quyidagicha parallel kuchlar markazi koordinatalari uchun formulalarni hosil qilamiz:

$$x_c = \frac{1}{R} \sum F_k \cdot x_k, \quad y_c = \frac{1}{R} \sum F_k \cdot y_k, \quad z_c = \frac{1}{R} \sum F_k \cdot z_k \quad (70)$$

Qattiq jismning istalgan holatida bo'lakchalar og'irlik kuchlari teng ta'sir etuvchisining ta'sir chizig'i o'tadigan va qattiq jism bilan chambarchas bog'liq bo'lgan nuqtaga, qattiq jismning og'irlik markazi deyiladi.

Qattiq jism og'irlik markazi koordinatalari parallel kuchlar markazi koordinatalari (69) kabi topiladi: ya'ni

$$x_c = \frac{1}{P} \sum p_k \cdot x_k, \quad y_c = \frac{1}{P} \sum p_k \cdot y_k, \quad z_c = \frac{1}{P} \sum p_k \cdot z_k \quad (71)$$

bu yerda x_k, y_k, z_k - qattiq jism bo'lakchasi og'irlik kuchi qo'yilgan nuqtasining koordinatalari.

5.3 BIR JINSLI JISMLAR OG'IRLIK MARKAZI KOORDINATALARINI ANIQLASH.

Bir xil moddadan tashkil topgan jismlarga bir jinsli jism deyiladi. Bizga og'irligi P ga, V hajmga ega bo'lgan jism berilgan bo'lsin. Agar birlik hajmga to'g'ri kelgan og'irlikni γ bilan belgilasak, bir jinsli jism istalgan

bo'lakchasining og'irligi p_k , shu bo'lakcha hajmi V_k ga proporsional bo'ladi, ya'ni $p_k = \gamma V_k$,

U holda jismning og'irligi P , jism hajmi V ga proporsional, ya'ni $P = \gamma V$ deb qabul qilamiz. P va p_k larning qiymatlarini (70) ga qo'yib hajmga ega bo'lgan qattiq jism og'irlik markazi koordinatalarini aniqlash formulalarini hosil qilamiz:

$$x_c = \frac{1}{V} \sum V_k \cdot x_k, \quad y_c = \frac{1}{V} \sum V_k \cdot y_k, \quad z_c = \frac{1}{V} \sum V_k \cdot z_k \quad (71)$$

Agar jism bir jinsli yupqa, yassi plastinkadan iborat bo'lsa, uning og'irlik markazi koordinatalari quyidagi formulalardan topiladi:

$$x_c = \frac{1}{S} \sum S_k \cdot x_k, \quad y_c = \frac{1}{S} \sum S_k \cdot y_k \quad (72)$$

bu yerda S -plastinka yuzasi; S_k -bitta bo'lakchani yuzasi.

Xuddi shu usul yordamida chiziq (ip, arqon, tros)ning og'irlik markazi koordinatalari quyidagi formulalardan topiladi:

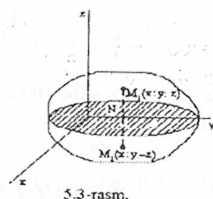
$$x_c = \frac{1}{L} \sum l_k \cdot x_k, \quad y_c = \frac{1}{L} \sum l_k \cdot y_k, \quad z_c = \frac{1}{L} \sum l_k \cdot z_k \quad (73)$$

bu yerda L -chiziqning uzunligi, l_k -bo'lakchani uzunligi.

Endi biz bir jinsli jism og'irlik markazi koordinatalarini aniqlash usullarini ko'rib chiqamiz.

1. Simmetriya usuli. Agar bir jinsli jism simmetriya o'qi yoki simmetriya tekisligiga ega bo'lsa, uning og'irlik markazi simmetriya o'qida yoki simmetriya tekisligida yotadi.

5.3-rasmda simmetriya tekisligiga ega bo'lgan jism tasvirlangan. x va y o'qlarini simmetriya tekislikligida joylashtiramiz, z o'qni esa tekislikka perpendikulyar qilib yo'naltiramiz.



5.3-rasm.

Jismdan xOy tekisligiga simmetrik joylashgan ikkita M_1, M_1' nuqtalarini olamiz. Nuqtalar yonida hajmi ΔV_k hajmchalarni ajratamiz. M_1, M_1' nuqtalar xOy tekisligiga o'tkazilgan perpendikulyarlarda va bu tekislikdan bir xil masofa

uzoqlikda yotadi, ya'ni $M_1N = M_1'N$ (69-rasm). Demak bu nuqtalarning z_1 va z_1' koordinatalari o'zaro teng va teskari ishoraga ega. $z_k \Delta V_k$ ko'paytmalarni qo'shib chiqsak $\sum z_k \Delta V_k = 0$ kelib chiqadi. Jism og'irlik markazi z_c (71) ko'ra aniqlanadi:

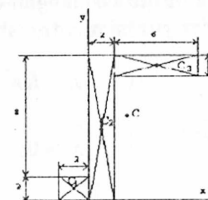
$$z_c = \frac{\sum z_k \cdot \Delta V_k}{V} = 0$$

Shunday qilib, simmetriya tekisligiga ega bo'lgan bir jinsli jismning og'irlik markazi simmetriya tekisligida yotadi. Xuddi shuningdek, simmetriya o'qiga ega bo'lgan bir jinsli jismning og'irlik markazi simmetriya o'qida bo'lishini ham isbotlash mumkin.

2. Bo'laklarga ajratish usuli. Ba'zida jismni shunday bo'laklarga bo'lish mumkinki, bu bo'laklarning og'irlik markazi oldindan ma'lum bo'ladi. Bunday jismlarning og'irlik markazi (70)-(73) formulalar yordamida aniqlanadi.

1-masala. 5.4-rasmda tasvirlangan bir jinsli plastinkaning og'irlik markazi koordinatalarini aniqlang. O'lchamlar santimetrlarda berilgan.

Yeshish. x, y o'qlarini o'tkazamiz. Plastinkani 3 ta to'g'ri to'rt burchakdan iborat yuzaga ajratamiz. Har bir bo'lakchani koordinatalari va yuzasini aniqlaymiz.



5.4-rasm.

No	1	2	3
x_k	-1	1	5
y_k	1	5	9
S_k	4	20	12

Plastinkaning to'liq yuzasi $S = S_1 + S_2 + S_3 = 4 + 20 + 12 = 36 \text{ cm}^2$

(72) formuladan foydalanib plastinka og'irlik markazi koordinatalarini aniqlaymiz:

$$x_c = \frac{x_1 S_1 + x_2 S_2 + x_3 S_3}{S} = \frac{(-1) \cdot 4 + 1 \cdot 20 + 5 \cdot 12}{36} = \frac{-4 + 20 + 60}{36} \approx 2,1 \text{ cm}$$

$$y_c = \frac{y_1 S_1 + y_2 S_2 + y_3 S_3}{S} = \frac{1 \cdot 4 + 5 \cdot 20 + 9 \cdot 12}{36} = \frac{4 + 100 + 108}{36} \approx 5,9 \text{ cm}$$

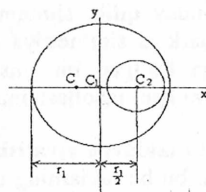
Plastinkaning og'irlik markazi rasmda ko'rsatilgan bo'lib, u plastinkadan tashqarida ekan.

3. Manfiy yuza usuli. Bu usul bo'laklarga bo'lib ajratish usulining xususiy holidir.

Bu usul bir qismi qirqib olib tashlangan jismlarda qo'llaniladi. Jismning og'irlik markazini aniqlashda (72) formuladan foydalaniladi.

2-masala Radiusi $r_2 = \frac{r_1}{2}$ doiraviy kesimga

ega bo'lgan bir jinsli radiusi r_1 bo'lgan diskning og'irlik markazini aniqlang (5.5-rasm).



5.5-rasm.

Yechish: Masalani yechish uchun koordinata o'qlarini o'tkazamiz. Diskning og'irlik markazi C_1 C_2 chiziqda yotadi, chunki bu chiziq simmetriya o'qi bo'lib hisoblanadi, x_c koordinatani aniqlash uchun diskni to'ldiramiz, keyin esa to'liq disk yuzasidan qirqib tashlangan doira yuzasini ayirib tashlaymiz. Bunda qirqib tashlangan doira yuzasi manfiy ishorada olinadi.

$$s_1 = \pi r_1^2; \quad s_2 = \pi \left(\frac{r_1}{2}\right)^2 = \frac{\pi r_1^2}{4}$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{r_1}{2}; \quad y_c = 0$$

Bularni keltirib (72) formulaga qo'yamiz.

$$x_c = \frac{x_1 s_1 - x_2 s_2}{s_1 - s_2} = \frac{0 - \frac{r_1}{2} \cdot \frac{\pi r_1^2}{4}}{\pi r_1^2 - \frac{\pi r_1^2}{4}} = -\frac{r_1}{6}$$

Aniqlangan C og'irlik markazi C_1 og'irlik markazidan chap tomonda yotadi.

4. Integrlash usuli. Agar jismni og'irlik markazining holati aniq bo'lgan bo'lakchalarga ajratish mumkin bo'lmasa, jism juda kichik ΔV hajmga ega bo'lgan bo'lakchalarga ajratiladi.

Bo'lakchalar uchun (71) formulani quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$x_c = \frac{1}{V} \sum x_k \cdot \Delta v_k; \quad y_c = \frac{1}{V} \sum y_k \cdot \Delta v_k; \quad z_c = \frac{1}{V} \sum z_k \cdot \Delta v_k \quad (74)$$

Jismning bo'laklar sonini orttirib borib (71) dagi yig'indilarda $n \rightarrow \infty, \Delta V_k \rightarrow 0$, bo'lganda limitga o'tsak, hajmga ega bo'lgan jism og'irlik markazi uchun quyidagi integralli ifodalarni hosil qilamiz:

$$x_c = \frac{1}{V} \int_V x dv, \quad y_c = \frac{1}{V} \int_V y dv, \quad z_c = \frac{1}{V} \int_V z dv \quad (75)$$

Xuddi shuningdek yuzaga ega bo'lgan plastinka va chiziqning og'irlik markazlari quyidagicha aniqlanadi:

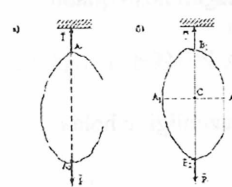
$$x_c = \frac{1}{s} \int x ds, \quad y_c = \frac{1}{s} \int y ds \quad (76)$$

$$\text{va} \quad x_c = \frac{1}{L} \int x dl, \quad y_c = \frac{1}{L} \int y dl, \quad z_c = \frac{1}{L} \int z dl \quad (77)$$

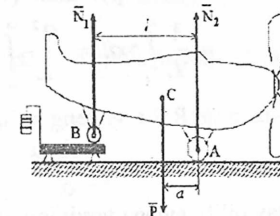
5. Tajriba usuli. Bir jinsli bo'lmagan murakkab shaklli jismlarning og'irlik markazini aniqlashda quyidagi tajriba usullaridan foydalaniladi.

5.1. Ipga osish usuli. Tajriba usullaridan biri ipga osish usuli shundan iboratki, jismning ixtiyoriy A, nuqtasidan ipga osamiz. Jism ipning taranglik va og'irlik kuchlari ta'sirida muvozanatda bo'ladi. (5.6-rasm,a). Ipining yo'nalishini davom ettirib, jismda og'irlik kuchining ta'sir chizig'ini $A_1 A_2$ bilan belgilaymiz.

Shu tarzda jismning B_1 nuqtasidan osib, og'irlik kuchining ta'sir chizig'i $B_1 B_2$ ni aniqlaymiz (5.6-rasm,b) natijada $A_1 A_2$ va $B_1 B_2$ chiziqlarning kesishgan nuqtasi C berilgan jismning og'irlik markazi bo'lib hisoblanadi.



5.6-rasm.



5.7-rasm.

5.2. Taroziida tortish usuli. Osish mumkin bo'lmagan jismlarning og'irlik markazlari tortish usuli bilan aniqlanadi.

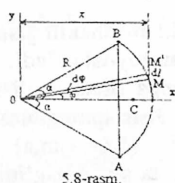
Misol. Agar $AB = l$ berilgan bo'lsa samolyot og'irlik markazining bitta koordinatasi a ni tortish usuli bilan aniqlashni ko'rsatamiz. Samolyotning B g'ildiragini taroziga qo'yib, g'ildirakning taroziga beradigan bosim kuchni aniqlaymiz. Bu bosim kuchi tarozi tomonidan samolyotga beradigan $\bar{N}_1$ reaksiya kuchiga teng (5.7-rasm), shu usulda $\bar{N}_2$ reaksiya kuchini ham aniqlaymiz. C nuqtani moment markazi qilib kuchlarning shu nuqtaga nisbatan momentlarini aniqlab nolga tenglashtiramiz, ya'ni

$$-N_1(l-a) + N_2 a = 0 \quad \alpha = \frac{lN_1}{N_1 + N_2}$$

bu yerda $N_1 + N_2 = P$ - samolyotning g'irligi.

5.4. AYRIM BIR JINSLI JISMJISMLARNING OG'IRLIK MARKAZLARI.

1. *Aylana yoyining og'irlik markazi.* Markaziy burchagi $AOB=2\alpha$, radiusi R bo'lgan AB yoyning og'irlik markazini aniqlaymiz.



5.8-rasm.

Koordinata boshi qilib O nuqtani olib x va y o'qlarini o'tkazamiz (5.8-rasm). Aylana yoyi x o'qiga simmetrik bo'lgani uchun uning og'irlik markazi x o'qi ustida yotadi ($y_c=0$). Og'irlik markazining x_c koordinatasini (73) formuladan foydalanib aniqlaymiz. Buning uchun AB yoydan uzunligi $dl=Rd\varphi$ bo'lgan MM^1 bo'lagini olamiz. MM^1 bo'lakchani x koordinatasi $x=R\cos\varphi$ va dl ning qiymatini (73) ga qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$x_c = \frac{1}{L} \int_A^B x dl = \frac{R^2}{L} \int_{\alpha}^{\alpha} \cos\varphi d\varphi = 2 \frac{R^2}{L} \sin\alpha$$

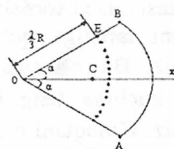
bu yerda L — uzunligi $R \cdot 2\alpha$ ga teng bo'lgan AB yoyning uzunligi, u holda

$$x_c = \frac{R \sin\alpha}{\alpha} \quad (78)$$

Shunday qilib, aylana yoyining og'irlik markazi O nuqtadan x_c masofada simmetriya o'qida yotar ekan.

2. *Uchburchak yuzasining og'irlik markazi.* ABD uchburchakni AD tomonga paralleli bo'lgan kichik bo'laklarga ajratamiz (5.9-rasm). Bu bo'laklarning og'irlik markazi BE medianada yotadi. Qolgan ikkita mediana uchun ham olingan natija xuddi shunday bo'ladi. Demak, uchburchak yuzasining og'irlik markazi uning medianalari kesishgan nuqtada yotadi, ya'ni

$$CE = \frac{1}{3} BE \quad (79)$$



5.9-rasm.

3. *Doira sektori yuzasi og'irlik markazi.*

Radiusi R markaziy burchagi 2α ga teng doira sektori yuzasining og'irlik markazini aniqlash uchun x o'qini sektor yuzining simmetriya o'qi bo'ylab yo'naltiramiz (5.10-rasm). OAB sektor yuzasini fikran bir qancha elementar sektorlarga bo'lib chiqamiz. Har bir

elementar sektorning balandligi R ga teng uchburchak deb qarasak, uning og'irlik markazi $\frac{2}{3}R$ masofada yotadi. Demak, doira sektorining og'irlik markazi O markazdan $\frac{2}{3}R$ ga teng aylana yoyining og'irlik markazi bilan ustma-ust tushadi. (78) ga asosan

$$x_c = \frac{2}{3} \frac{R \sin\alpha}{\alpha} \quad (80)$$

yarim doira uchun $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ekanligini nazarda tutsak,

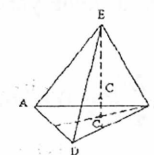
$$x_c = \frac{4}{3\pi} R = 0,424R \quad (81)$$

ga teng bo'ladi.

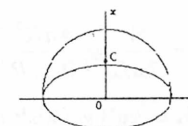
4. *Piramida hajmining og'irlik markazi (yoki konus).* Piramidaning og'irlik markazi C_1E chiziq ustida yotadi (5.11-rasm). E -piramida uchi, C_1 -piramida asosining og'irlik markazi, u holda

$$CC_1 = \frac{1}{4} EC_1 \quad (82)$$

Bu tenglama barcha ko'pburchakli piramidalar va konus uchun o'rinli.



5.11-rasm.



5.12-rasm.

5. *Yarim shar hajmining og'irlik markazi.*

Yarim sharni Ox (simmetriya o'qi) o'qi ustida yotadi:

$$x_c = OC = \frac{3}{8} R \quad (83)$$

bu yerda: R — yarim sharning radiusi.

- 3-masala. Yarim doira va yarim aylana og'irlik markazlarini aniqlang.

Yechish. x o'qini yarim doiraning simmetriya o'qi bo'ylab, y o'qini esa diametri bo'ylab yo'naltiramiz (5.13-rasm, a). Yarim doira y o'qi atrofida aylantirilganda shar hosil bo'ladi, uning hajmi:

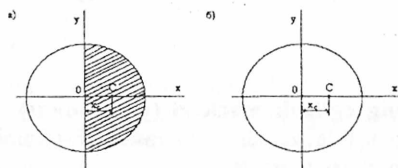
$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Yarim doiraning yuzasi

$$S = \frac{1}{2} \pi R^2$$

Yarim doiraning og'irlik markazi x_c x o'qi ustida yotadi.

$$x_c = \frac{V}{2\pi S} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{2\pi \cdot \frac{1}{2} \pi R^2} = \frac{4}{3\pi} R \approx 0,424 R$$



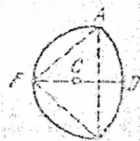
5.13-rasm.

Yarim aylananing og'irlik markazini topish uchun x o'qini uning simmetriya o'qi bo'ylab, y o'qini diametri bo'ylab yo'naltiramiz (5.13-rasm,6). Yarim aylananing og'irlik markazi x o'qi ustida yotadi. Yarim aylanani y o'q atrofida aylantirisak shar sirti hosil bo'ladi. Uning yuzasi $S = 4\pi R^2$ yarim aylana uzunligi $L = \pi R$ u holda yarim aylananing og'irlik markazi quyidagicha topiladi:

$$x_c = \frac{S}{2\pi L} = \frac{4\pi R^2}{2\pi \pi R} = \frac{2}{\pi} R \approx 0,6366 R$$

Mustaqil yechish uchun masalalar:

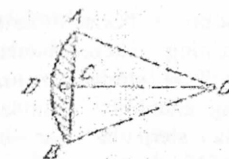
1-Masala. Sterjenli AFBD konturning C og'irlik markazining vaziyati aniqlansin? Kontur FD=R radiusli aylananing to'rtidan biriga teng bo'lgan ADB yoy va diametri AB vatar bo'lgan AFB yarim aylana yoyidan tashkil topgan. Sterjenlarning chiziqli zichligi bir xil.



$$(\text{javob: } CF = R(\sqrt{2} - 1) + \frac{2R}{\pi}(3 - 2\sqrt{2}) = 0,524 R)$$

2-Masala. Radiusi $AO=30\text{sm}$ bo'lgan ADB doiraviy segment yuzining C og'irlik markazi topilsin?

(javob: $OC=27,7\text{sm}$).



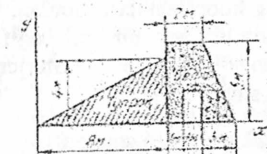
3-Masala. Rasmda tasvirlangan chorak xalqa og'irlik markazining koordinatalari aniqlansin?

(javob: $x_c = y_c = 1,38\text{sm}$.)



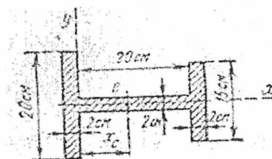
4-Masala. Betonning solishtirma og'irligi 24kN/m^3 , tuproqniki esa 16kN/m^3 deb qabul qilib, rasmda ko'rsatilgan platina ko'ndalang kesim yuzasining og'irlik markazi topilsin?

(javob: $x_c = 8,19\text{m}$, $y_c = 1,9\text{m}$.)



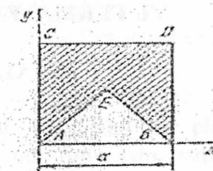
5-Masala. O'lchovlari rasmda ko'rsatilgan qo'shtavr profilning og'irlik markazi topilsin?

(javob: $x_c = 9\text{sm}$.)



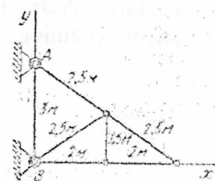
6-Masala. Tomoni a ga teng ABCD kvadrat berilgan. Bu kvadratning ichida shunday E nuqta topilsinki, kvadratdan teng yonli AEB uchburchak kesib olinganda, bu nuqta kvadratdan qolgan yuzaning og'irlik markazi bo'lsin.

(javob: $x_E = a/2$, $y_E = a/2$.)



7-Masala. Tekis ferma og'irlik markazining koordinatalari topilsin? Ferma 7 ta sterjendan tuzilgan bo'lib, ularning uzunliklari rasmda ko'rsatilgan. Hamma sterjenlar har bir metrining og'irligi bir xil.

(javob: $x=1,47m$ $y=0,94m$).

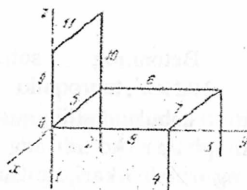


8-Masala. Suv sig'imi 45000kN bo'lgan og'irligi 300kN bo'lgan yuk kemaning oldingi qismidan ketingi qismiga 60 m masofaga surilgan. Yuk va kemaning umumiy og'irlik markazi qancha suriladi?

(javob: 0,4 m).

9-Masala. Stul ko'rinishidagi jism og'irlik markazining koordinatalari topilsin, bu jism bir xil uzunlik va bir xil og'irlikdagi sterjenlardan tuzilgan. Sterjenlarning uzunligi 44 sm.

(javob: $x=-22$ sm, $y=16$ sm, $z=0$).



VI. FERMA. FAZOVIIY VA YASSI FERMALAR.

6.1.FERMALAR VA ULARNING TURLARI.

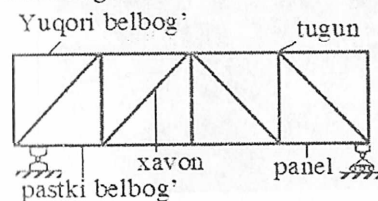
Xalq xo'jaligining ko'p sohalarida keng qo'llanilib kelayotgan konstruksiyalardan biri bu — fermalardir. Fermalardan qishloq xo'jaligi mashinalarini ishlab chiqarishda, qishloq xo'jaligi ob'ektlarining tom qismini yopishda, suv xo'jaligi qurilishida foydalaniladigan mashina-mexanizmlar konstruksiyalarida, ko'tarma yuk kranlari konstruksiyalarida, suv bosim minoralarida, temir yo'l va daryo ko'priklarida keng foydalanib kelinmoqda.

Bikr tugunlari sharnirlar bilan almashtirilishidan hosil qilingan geometrik o'zgarmas sterjenli sistemalarga *fermalar* deb ataladi.

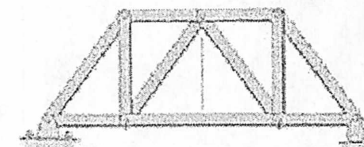
Amalda, fermalarni sterjenlari o'zaro bikr biriktirilgan bo'ladi (6.1-rasm). Masalan, metall ferma sterjenlari o'zaro payvandlangan yoki boltlar yordamida biriktirilgan, temir beton fermalar butunligicha tayyorlangan bo'ladi. Yog'och ferma sterjenlari o'zaro elimlangan yoki boltlar orqali biriktiriladi. Lekin, fermalarni hisoblashda bikr tugunlar ideal sharnirlar bilan almashtiriladi (6.2-rasm). Ferma sterjenlari to'g'ri chiziqli, tashqi yuklar tugunlarga qo'yilgan deb qaraladi. Bu holda ferma sterjenlari faqat cho'zilish yoki siqilishga ishlaydi.

Ma'lumki, *sterjenlar sharnirlar yordamida o'zaro biriktirilgan bo'lib, unga ko'ngdalang kuchlar ta'sir etmasa, bunday sterjenlarda eguvchi moment nolga teng bo'ladi.* Biroq amalda, ferma elementlarida eguvchi moment hosil bo'ladi. Bu moment miqdori bo'ylama kuchlarga nisbatan juda kichik bo'lgani uchun hisobga olinmaydi. SHuning uchun ham fermaning bikr tugunlari sharnirlar yordamida almashtiriladi.

Sterjenlarning uchlari tutashtiruvchi sharnir *tugun* deb ataladi. Ferma konturining yuqorigi qismini tashkil etuvchi sterjenlar birikmasi *yuqori belbog'*, uning pastki elementlari birikmasi esa *pastki belbog'* deyiladi. Yuqorigi va pastki belbog'larni tutashtiruvchi vertikal va og'ma elementlar fermaning *panjarasini* hosil qiladi. Panjaraning vertikal elementlari *ustun* va og'ma joylashgan elementlari *hovonlar* deyiladi. Fermaning ikki tuguni orasidagi gorizontal masofa *panel* deyiladi. Panel oraligi d bilan belgilanadi. Fermaning tayanchlari orasidagi masofa *oraliq* yoki *prolet* deb ataladi va l bilan belgilanadi.



6.1-rasm.



6.2-rasm.

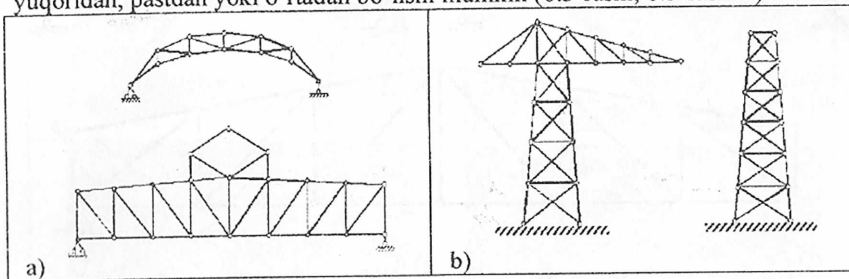
Fermalar quyidagi belgilariga qarab turlarga bo'linadi:

1.Ferma sterjenlarining fazoda joylashish holatiga ko'ra yassi va fazoviy fermalar mavjud.

Agar ferma tarkibidagi barcha sterjenlar bitta tekislikda joylashgan bo'lsa, bunday fermalar yassi fermalar deyiladi (6.2-rasm).

6. Fermalar foydalanilishiga ko'ra quyidagi turlarga bo'linadi: tomlarni yopishda ishlatiladigan stropila fermalari (6.4-rasm, a,b,c); ko'priklar fermalari (6.3-rasm); kran fermalar va minorasimon fermalar (6.5-rasm b).

7. Ko'priklar fermalarda konstruksiyalarining talabiga ko'ra harakat yuqoridan, pastdan yoki o'rtadan bo'lishi mumkin (6.3-rasm, 6.5-rasm a).



6.5-rasm.

6.2 YASSI FERMA STERJENLARIDAGI ZO'RIQISH KUCHLARINI TUGUNLARNI KESISH USULI YORDAMIDA ANIQLASH.

Ushbu bo'limda biz yassi fermalarning muvozanat holatlarini ko'rib chiqamiz. Nazariy mexanikada biz barcha qaralayotgan jismlarni absolyut qattiq jism deb qaraganligimiz sababli fermaga ta'sir etayotgan tashqi kuchlar ta'sirida uning sterjenlarida zo'riqish kuchlari hosil bo'ladi. Ferma muvozanatini hisoblash deganda ferma tayanchlarida hosil bo'ladigan reaksiya kuchlari va sterjenlardagi zo'riqishlarni aniqlash tushuniladi. Ferma tayanch nuqtalaridagi tayanch reaksiyalari bizga ma'lum bo'lgan statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlanadi. Ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarni hisoblashning quyidagi usullari mavjud:

1. Tugunlarni kesish usuli;
2. Ritter usuli;
3. Matritsalar usuli;
4. Grafik usuli;
5. EHM dasturlari yordamida hisoblash.

Fermaning barcha sterjenlaridagi zo'riqishlarni aniqlash zarur bo'lsa, tugunlarni kesish usulidan foydalanish eng qulay hisoblanadi.

Fermani hisoblashda tugunlardagi ishqalanishlar va sterjenlarning og'irliklari tugunlarga taqsimlab chiqiladi. U holda fermaning har bir sterjeni uchiga qo'yilgan va sterjen bo'ylab yo'nalgan 2 tadan kuch ta'sir etadi. Shamirlarga qo'yilgan kuchlar ta'siridan fermaning sterjenlari faqat cho'zilishi

yoki siqilishi mumkin. Sterjenlar soni k bilan, tugunlar soni n orasida quyidagi bog'lanish bor:

$$k = 2n - 3$$

Haqiqatdan ham 3 ta sterjendan tashkil topgan qo'zg'almas AVD uchburchakda 3 ta tugun mavjud. Navbatdagi tugun bilan tutashtirish uchun 2 ta sterjen zarur. Demak qolgan barcha $(n-3)$ tugunlar uchun $2(n-3)$ sterjenlar zarur bo'ladi. Natijada fermada sterjenlar soni $k = 3 + 2(n-3) = 2n - 3$ bo'lishi zarur.

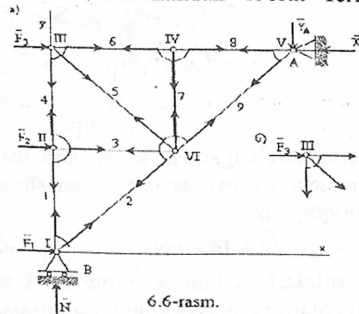
Sterjenlar soni bundan kam bo'lsa ferma mustahkam bo'lmaydi, aksincha sterjenlar soni bundan ko'p bo'lsa ferma statik noaniq bo'ladi.

Fermaning tugunlarini rim raqamlari bilan, sterjenlarni esa arab raqami bilan belgilaymiz. Bu usuldagi hisoblashni quyidagi misol yordamida tushuntiramiz.

Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchakdan iborat fermani ko'rib chiqamiz (6.6-rasm). Fermaga x o'qiga parallel yo'nalgan F_1, F_2, F_3 kuchlar qo'yilgan bo'lib, ular quyidagiga teng bo'lsin:

$$F_1 = F_2 = F_3 = 20 \text{ kN}$$

Bu fermada tugunlar soni 6 ta, sterjenlar soni 9 ta, ya'ni $k = 9, n = 6$.



6.6-rasm.

Ferma uchun muvozanat tenglamalarini tuzib tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz. Bu reaksiya kuchlari rasmda ko'rsatilgandek yo'nalgan va son jihatidan quyidagiga teng:

$$\sum F_{KX} = 0; \quad F_1 + F_2 + F_3 - x_A = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{KY} = 0; \quad N - y_A = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_B(F_K) = 0; \quad -F_2 a - F_3 \cdot 2a - y_A \cdot 2a + x_A \cdot 2a = 0 \quad (3)$$

$$(1) \text{ - dan } x_A = F_1 + F_2 + F_3 = 20 + 20 + 20 = 60 \text{ kN}$$

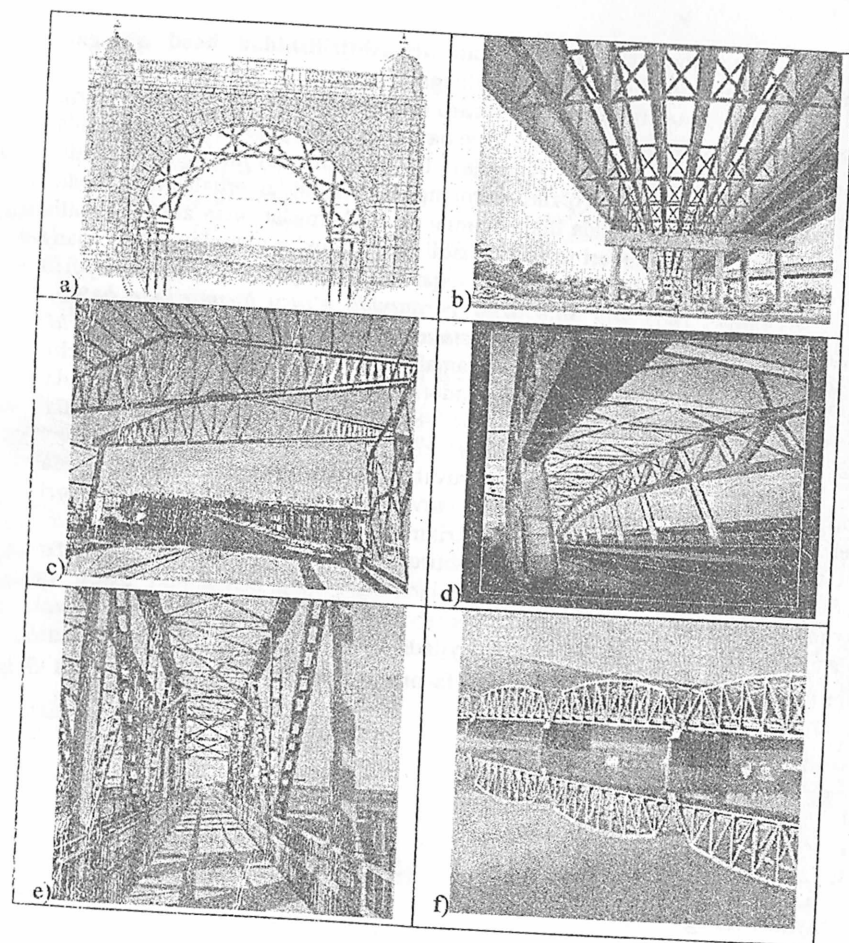
$$(2) \text{ - dan } y_A = N$$

$$(3) \text{ - dan } -F_2 - 2F_3 + 2x_A = 2y_A$$

$$y_A = \frac{2x_A - 3F_3}{2} = \frac{2 \cdot 60 - 3 \cdot 20}{2} = 30 \text{ kN}$$

Demak; $x_A = 60 \text{ kN}$ $y_A = N = 30 \text{ kN}$

Sterjenlardagi zo'riqishlarni aniqlashga o'tamiz. Sterjenlardagi zo'riqishni aniqlashdan avval berilgan ferma statik aniq ferma ekanligini

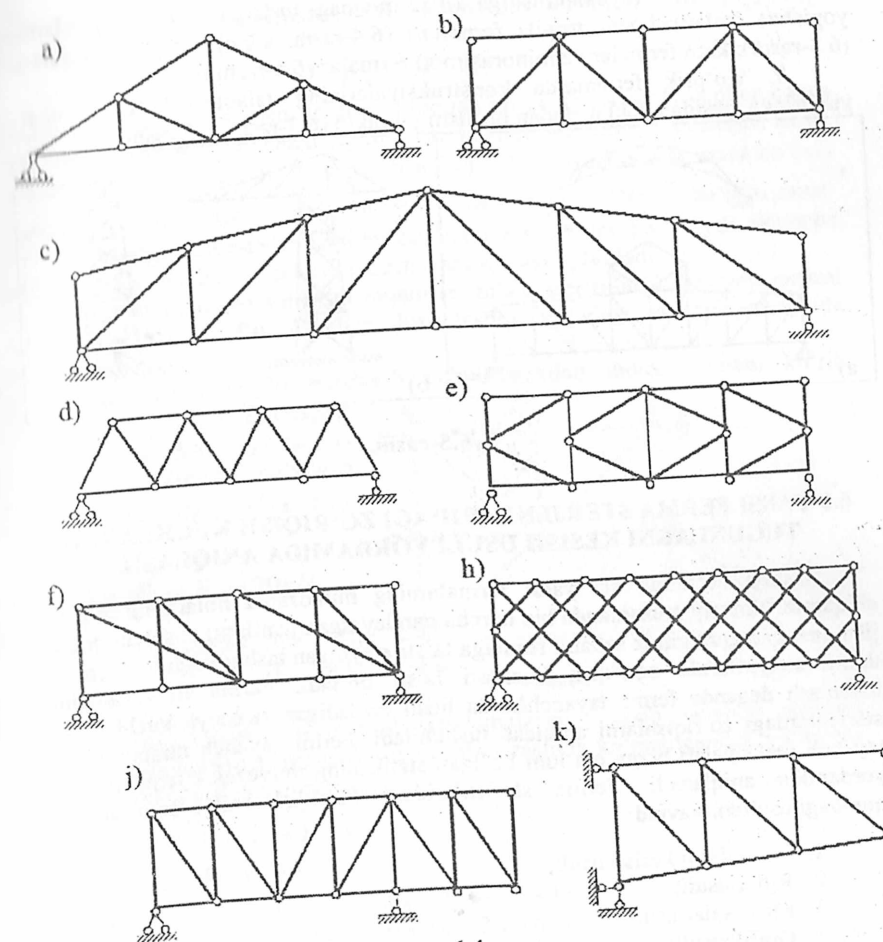


6.3-rasm.

Agar ferma tarkibidagi sterjenlar ikki yoki undan ortiq tekisliklarda joylashgan bo'lsa, bunday fermalar fazoviy fermalar deyiladi (6.3-rasm).

2. Ferma tayyorlangan material turiga qarab yog'och, metal va temir-beton fermalarga bo'linadi (6.3-rasm).

3. Fermalar tashqi konturining ko'rinishiga qarab uchburchak shaklli (6.4-rasm, a), parallel belbog'li (6.4-rasm, e) va poligonal shaklli (6.4-rasm, c) bo'lishi mumkin.



6.4-rasm.

4. Fermalar panjaralarining tuzilishiga ko'ra quyidagilarga bo'linadi: uchburchak panjarali (6.4-rasm, a); oddiy hovon panjarali (6.4-rasm, b, c); yarim hovon panjarali (6.4-rasm, e); ikki hovon panjarali (6.4-rasm, f) va ko'p panjarali (6.4-rasm, h, g) fermalar.

5. Ferma tayanchlarining joylashishiga ko'ra quyidagilarga bo'linadi: balkasimon fermalar (6.4-rasm); konsolli balkasimon fermalar (6.4-rasm, a); konsol fermalar (6.4-rasm, b) va arkasimon fermalar (6.4-rasm).

tekshirib ko'ramiz. 1-sterjendagi zo'riqishni S_1 , ikkinchidagisini S_2 va h.k. deb belgilaymiz.

Kesishni shunday tugundan boshlash kerakki, bu tugunda noma'lum zo'riqishlar soni ikkitadan ortiq bo'lmasin.

I tugunni kesamiz. I tugunga $\bar{F}_1, \bar{N}$ -bog'lanish reaksiya kuchi va 1-2-sterjenlardagi $\bar{S}_1, \bar{S}_2$ zo'riqishlar qo'yilgan. Har bir tugunda kesishuvchi kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{aligned}\sum F_{KX} &= 0; & F_1 + S_2 \cos 45^\circ &= 0; \\ \sum F_{KY} &= 0; & N + S_1 + S_2 \sin 45^\circ &= 0 \\ S_2 &= -F\sqrt{2} = -28,2 \text{ kN}; & S_1 &= -N - S_2 \frac{3\sqrt{2}}{2} = -\frac{F}{2} = -10 \text{ kN}\end{aligned}$$

Endi S_1 zo'riqishni bilgan holda II tugunga o'tamiz.

$$\begin{aligned}\sum F_{KX} &= 0; & S_3 + F_2 &= 0; \\ \sum F_{KY} &= 0; & S_4 - S_1 &= 0 \\ S_3 &= -F_2 = -20 \text{ kN} & S_4 &= S_1 = -10 \text{ kN}\end{aligned}$$

S_4 zo'riqish aniqlangandan so'ng shu usul bilan avval III tugun uchun, keyin IV tugun uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Bu tenglamalardan quyidagilarni aniqlaymiz:

$$S_5 = -S_4\sqrt{2} = 14,1 \text{ kN}, \quad S_6 = -S_8 = -30 \text{ kN}, \quad S_7 = 0$$

S_9 zo'riqishni aniqlash uchun V tugunda kesishuvchi kuchlarni By o'qiga proektsiyalab, kuchlarning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$y_A + S_9 \cos 45^\circ = 0, \quad \text{bunda} \quad S_9 = -3\sqrt{2} = -42,3 \text{ kN}$$

V tugun uchun ikkita va VI tugun uchun ikkita muvozanat tenglamalarini tekshirish tenglamalari kabi tuzamiz.

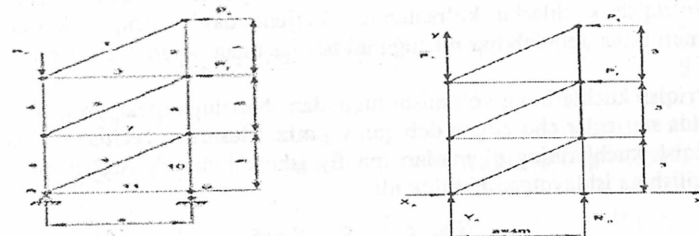
Zo'riqishlarning ishoralaridan ko'rinadiki, 5-sterjen cho'zilgan, qolgan sterjenlar esa qisilgan; 7 sterjenga kuch qo'yilmagan (nolinchi sterjen) «musbat» ishora sterjenning cho'zilishini, «manfiy» ishora esa sterjenning siqilishini ko'rsatadi.

1-masala. Berilgan kuchlar tasiridagi yassi ferma sterjenlarida hosil bo'luvchi tayanch reaksiyalari va zo'riqish kuchlari aniqlansin.

Berilgan: $P_1 = 2 \text{ kN}, P_2 = 4 \text{ kN}, P_3 = 6 \text{ kN}, a = 4 \text{ m}, h = 3 \text{ m}$

YECHISH:

1. Berilgan yassi fermani erkin holatga keltiramiz. Buning uchun qo'yilgan tayanchlarni tashlab yuborib ularni tayanch reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz. Barcha tashqi kuchlar va reaksiya kuchlarini chizmada ko'rsatamiz:



6.7-rasm.

2. Erkin holatga keltirilgan yassi ferma uchun statika bo'limida ko'rib o'tilgan tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini tuzamiz hamda nomalum tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\begin{aligned}\sum F_{KX} &= 0 \\ \sum F_{KY} &= 0 \\ \sum m_A(F_k) &= 0\end{aligned}$$

$$X_A - P_2 - P_1 = 0 \quad (1)$$

$$Y_A - R_B - P_3 = 0 \quad (2)$$

$$R_B \cdot 4 + P_2 \cdot 6 + P_1 \cdot 9 = 0 \quad (3)$$

(1) tenglamadan foydalanib

$$X_A = P_1 + P_2 = 2 + 4 = 6 \text{ kN}$$

(3) tenglamadan foydalanib

$$R_B = \frac{-4 \cdot 6 - 2 \cdot 9}{4} = \frac{-42}{4} = -10,5 \text{ kN}$$

2- tenglamadan foydalanib

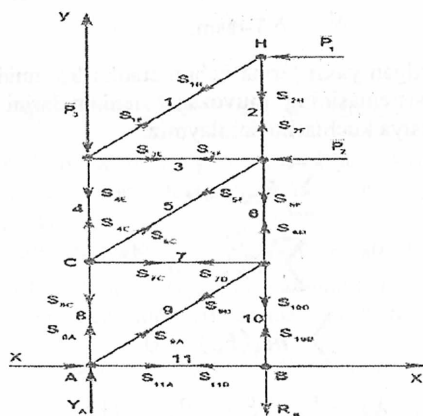
$$Y_A = P_3 - R_B = 6 + 10,5 = 16,5 \text{ kN}$$

Demak, ferma tayanchlaridagi reaksiya kuchlari $X_A=6 \text{ kH}$, $Y_A=16,5 \text{ kH}$, $R_B=10,5 \text{ kN}$ ga teng ekanligi aniqlandi.

3. Sterjenlar yassi fermadagi asosiy konstruksiyalar bo'lib, ular bog'lanishlar vazifasini o'taydi. Bog'lanishlarni xayolan tashlab yuborib chizmada ularning o'rniga zo'riqish kuchlarini ko'rsatamiz. Sterjenlardagi zo'riqish kuchlarini uning nomeri bilan belgilab har bir tugunni harflar bilan belgilab chiqamiz (6.8-rasm.).

Zo'riqish kuchlarining yo'nalishi tugundan chiqishiga qarab yo'naltirilgan va i-holatda sterjenlar cho'zilgan deb qarayapmiz. Masalan, yechish davomida agar zo'riqish kuchlarining qiymatlari manfiy ishora bilan chiqsa, demak shu sterjen siqilishiga ishlayotganini bildiradi:

$$\bar{S}_{iM} = \bar{S}_{iN}, \quad S_{iM} = S_{iN} = S_i$$



6.8-rasm.

Har bir tugun uchun ikkitadan muvozanat tenglamalarini tuzamiz va sterjenlardagi zo'riqish kuchlarini aniqlaymiz:

H tugun uchun:

$$\sum F_{kx} = 0 \quad -P_1 - S_{1N} \cdot \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad -S_{2N} - S_{1N} \cdot \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$(1) \text{ dan } S_{1N} = -\frac{P_1}{\cos \alpha} = -\frac{2}{4/5} = -2,5 \text{ kN} \quad \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$(2) \text{ dan } S_{2N} = -S_{1N} \cdot \sin \alpha = 2,5 \cdot \frac{3}{5} = 1,5 \text{ kN} \quad \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

E tugun uchun:

$$\sum F_{kx} = 0 \quad S_{1E} \cdot \cos \alpha + S_{1E} = 0 \quad (3) \quad S_{1E} = S_{1H} = -2,5$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad -P_3 + S_{1E} \cdot \sin \alpha - S_{4E} = 0 \quad (4)$$

$$(3) \text{ dan } S_{3E} = -S_{1E} \cdot \cos \alpha = -(-2,5) \cdot \frac{4}{5} = 2,0 \text{ kN}$$

$$(4) \text{ dan } S_{4E} = -P_3 + S_{1E} \cdot \sin \alpha = -6 - 2,5 \cdot \frac{4}{5} = -7,5 \text{ kN}$$

F tugun uchun:

$$\sum F_{kx} = 0 \quad -P_2 - S_{3F} - S_{5F} \cdot \cos \alpha = 0 \quad (5)$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad S_{2F} - S_{6F} - S_{5F} \cdot \sin \alpha = 0 \quad (6)$$

$$(5) \text{ dan: } S_{5F} = \frac{-P_2 - S_{3F}}{\cos \alpha} = \frac{-4 - 2}{4/5} = -\frac{6}{4/5} = -7,5 \text{ kN}$$

$$(6) \text{ dan: } S_{6F} = S_{2F} - S_{5F} \cdot \sin \alpha = 1,5 + 7,5 \cdot \frac{3}{5} = 6 \text{ kN}$$

S tugun uchun:

$$\sum F_{kx} = 0 \quad S_{7S} + S_{5S} \cdot \cos \alpha = 0 \quad (7)$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad S_{4S} - S_{8S} + S_{5S} \cdot \sin \alpha = 0 \quad (8)$$

$$(7) \text{ dan } S_{7S} = -S_{5S} \cdot \cos \alpha = 7,5 \cdot \frac{4}{5} = 6,0 \text{ kN}$$

$$(8) S_{8S} = S_{4S} + S_{5S} \cdot \sin \alpha = -7,5 - 7,5 \cdot \frac{3}{5} = -12 \text{ kN}$$

D tugun uchun:

$$\sum F_{kx} = 0 - S_{7D} - S_{9D} \cdot \cos \alpha = 0 \quad (9)$$

$$\sum F_{ky} = 0 S_{6D} - S_{10D} - S_{9D} \cdot \sin \alpha = 0 \quad (10)$$

$$(9) S_{9D} = -\frac{-S_{7D}}{\cos \alpha} = -\frac{6}{\frac{4}{5}} = -7,5 \text{ kN}$$

$$(10) S_{10D} = S_{6D} - S_{9D} \cdot \sin \alpha = 6 + 7,5 \cdot \frac{3}{5} = 10,5 \text{ kN}$$

$$\sum F_{kx} = 0 S_{11B} = 0 \quad (11)$$

$$\sum F_{ky} = 0 S_{10B} - R_B = 0 \quad (12)$$

$$S_{10B} = R_B = 10,5 \text{ kN}$$

$$S_{11} = 0$$

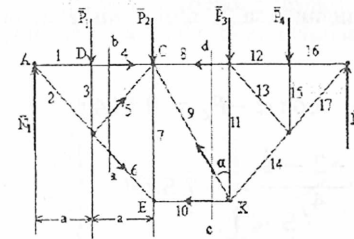
Aniqlangan barcha zo'riqish kuchlarini jadval ko'rinishida yoki umumiy holatda keltirish mumkin.

6.3 YASSI FERMA STERJENLARIDAGI ZO'RIQISH KUCHLARINI RITTER USULI YORDAMIDA ANIQLASH.

Fermaning ayrim sterjenlaridagi zo'riqishlarini aniqlash lozim bo'lsa, u holda Ritter (1826-1906) tomonidan kashf qilingan analitik usuldan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Ritter usulining mohiyati shundan iboratki, fermani biror a - b kontur bilan fikran qirqib, ikki qismga ajratiladi va ajratilgan biror qismning muvozanati tekshiriladi (6.9-rasm).

Fermaning kesilgan bir qismini fikran tashlab yuborib, ikkinchi qismga ko'rsatadigan ta'sirini sterjenlar bo'ylab tashlab yuborilgan tomonga yo'nalgan kuchlar bilan almashtiramiz. Fermaning ajratilgan qismi uchun tekislikdagi

kuchlarning muvozanat tenglamalari tuzilib, sterjenlarning noma'lum reaksiya kuchlari aniqlanadi.



6.9-rasm.

Ritter usulidan foydalanib 6.9-rasmdagi fermaning 6-sterjendagi zo'riqish kuchini aniqlaymiz. Fermaga ta'sir etuvchi vertikal ta'sir etuvchi kuchlar $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = \bar{P}_3 = \bar{P}_4 = 20 \text{ kN}$, tayanch reaksiyalari $\bar{N}_1 = \bar{N}_2 = 40 \text{ kN}$. ga teng. Fermaning 4,5,6, sterjenlarini a, b kesma bilan kesib, chap qismining muvozanatini ko'rib chiqamiz. Chap qismdagi sterjenlarga ta'sir etuvchi kuchlarni o'ng qismdagi kuchlarga almashtiramiz. 6-sterjendagi $\bar{S}_6$ zo'riqishini aniqlash uchun, 4 va 5 sterjenlar kesishuvchi S markazga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz. Shuningdek $AD = DC = a$ va $BC \perp BE$ ekanligini e'tirof etamiz:

$$\sum m_C(\bar{F}_K) = -N_1 \cdot 2a + P_1 \cdot a + S_b \cdot CB = 0$$

Shartda ko'rsatilishicha, $\angle ABC = 90^\circ$ va $CB = a\sqrt{2}$ u holda

$$S_b = 30\sqrt{2} = 42,3 \text{ kN}$$

Ritter usulining afzallik tomoni shundaki, bu usuldan foydalanib istalgan so'ralgan sterjendagi zo'riqish kuchini aniqlash imkoniyatining mavjudligidadir. Ritter usulida har bir zo'riqishi kuchi alohida tenglamalar orqali aniqlanishi zarur, bunda zo'riqish kuchi boshqa sterjenlardagi kuchlar orqali ifodalanmasligi kerak.

6.7-rasmda keltirilgan fermaning 4, 5 va 8-sterjenlardagi zo'riqish kuchlarini Ritter usulidan foydalanib aniqlaymiz.

$\bar{S}_4$ zo'riqish kuchini aniqlash uchun F nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\bar{S}_4 \cdot \alpha + \bar{P}_1 \cdot h + P_3 \cdot \alpha = 0 \quad (13)$$

$$\bar{S}_4 = \frac{-P_1 \cdot h - P_3 \cdot \alpha}{\alpha} = \frac{-2 \cdot 3 - 6 \cdot 4}{4} = -7.5 \text{ kN}$$

$\bar{S}_5$ zo'riqish kuchini aniqlash uchun esa X o'qiga nisbatan proeksiya olamiz:

$$\sum F_{kx} = 0 - P_1 - S_5 \cdot \cos \alpha - P_2 = 0 \quad (14)$$

$$\bar{S}_5 = \frac{-P - P_2}{\cos \alpha} = \frac{-2 - 4}{4/5} = -7.5 \text{ kN}$$

$\bar{S}_8$ zo'riqish kuchini aniqlash uchun yassi fermani 8, 9, 10-sterjenlar bo'ylab II-II kesim bilan xayolan kesamiz:

Bu erda nomalumlardan qutulish uchun D nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\sum \bar{m}_D(F_k) = 0 \quad X_A \cdot h - U_A \cdot \alpha - S_8 \cdot \alpha = 0$$

$$S_8 = \frac{X_A \cdot h - U_A \cdot \alpha}{\alpha} = \frac{6 \cdot 3 - 16.5 \cdot 4}{4} = \frac{18 - 66}{4} = \frac{-48}{4} = -12 \text{ kN}$$

Yuqorida keltirilgan ikkala usul yordamida ham zo'riqish kuchlarining miqdorlari to'g'ri keldi. Demak, masala to'g'ri yechilgan.

2-masala. Berilgan kuchlar ta'siridagi yassi ferma sterjenlarida hosil bo'luvchi tayanch reaksiyalari va zo'riqish kuchlari aniqlansin. Tugunlarni kesish usuli bilan barcha sterjenlardagi zo'riqish kuchlari hamda jadvalda keltirilgan sterjenlardagi zo'riqish kuchlari Ritter usulidan foydalanib aniqlansin.

Berilgan: $R_1=12\text{kH}$, $R_2=8\text{kH}$, $R_3=2\text{kH}$, $a=6\text{kH}$, $\alpha=45^\circ$, № 5,6,11
YECHISH:

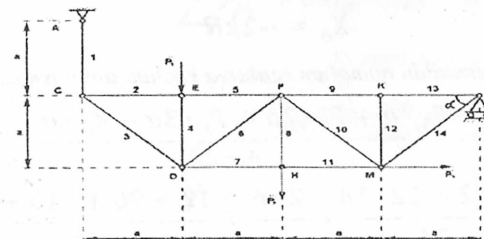
1. Berilgan yassi fermani erkin holatga keltiramiz. Yassi fermaning A nuqtasiga sharnirli qo'zg'almas tayanch, B nuqtasiga esa sharnirli qo'zg'aluvchan tayanch o'rnatilgan.

A nuqtaga ikkita X_A va Y_A reaksiya kuchlarini qo'yamiz, ushbu ikki kuch bitta R_A reaksiya kuchining tashkil etuvchilari hisoblanadi:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} \quad (16)$$

B nuqtaga esa bitta $\bar{R}_B$ reaksiya kuchini qo'yamiz.

Yassi ferma 14 ta sterjendan tashkil topgan bo'lib, 8 ta tugundan iborat. Har bir tugunni alohida harflar bilan belgilab olamiz (6.11-rasm).



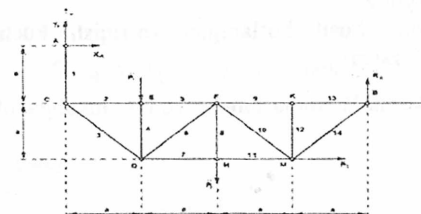
6.11-rasm.

B nuqtaga esa bitta $\bar{R}_B$ reaksiya kuchini qo'yamiz.

Yassi ferma 14 ta sterjendan tashkil topgan bo'lib, 8 ta tugundan iborat. Har bir tugunni alohida harflar bilan belgilab olamiz (6.12-rasm).

2. Erkin holatga keltirilgan yassi ferma uchun tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

S nuqtadan x,y o'qlarini o'tqazamiz:



6.12-rasm.

$$\sum F_{kx} = 0 \quad P_3 + X_A = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad R_B - P_1 - P_2 + Y_A = 0 \quad (2)$$

$$\sum \overline{m_B}(\overline{F_k}) = 0 \quad P_3 \cdot \alpha + P_2 \cdot 2\alpha + P_1 \cdot 3\alpha - X_A \cdot \alpha - Y_A \cdot 4\alpha = 0 \quad (3)$$

1-tenglamadan nomalum reaksiya kuchini aniqlaymiz:

$$X_A = -P_3$$

$$X_A = -2kN$$

3-tenglamadan nomalum reaksiya kuchini aniqlaymiz:

$$Y_A = \frac{P_3 \cdot \alpha + P_2 \cdot 2\alpha + P_1 \cdot 3\alpha - X_A \cdot \alpha}{4\alpha}$$

$$Y_A = \frac{2 \cdot 6 + 8 \cdot 12 + 12 \cdot 18 - 2 \cdot 6}{24} = \frac{12 + 96 + 216 + 12}{24} = \frac{336}{24}$$

$$Y_A = 14kN$$

$$2\text{-tenglamadan} \quad R_B = P_1 + P_2 - Y_A$$

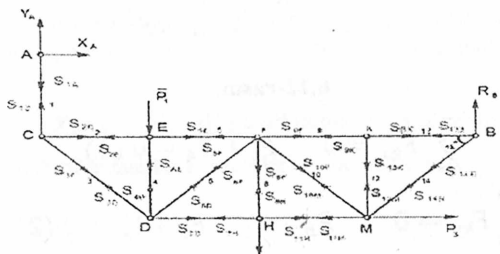
$$R_B = 12 + 8 - 14 = 6kN$$

Yuqorida yechib ko'rsatilgan masalalarda reaksiya kuchlarining ishoralariga alohida ahamiyat berish lozim. Muvozanat tenglamalaridan foydalanilib ishora manfiy ekanligi aniqlansa, masalani yechishda chizmada ushbu reaksiya kuchining yo'nalishini o'zgartirish zarur.

3. Tugunlarni kesish usulidan foydalanib barcha tugunlardagi zo'riqish kuchlarini aniqlaymiz.

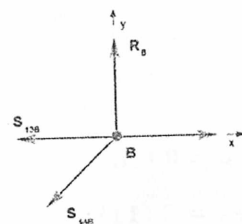
Har bir sterjenda hosil bo'ladigan zo'riqish kuchlarini chizmada ko'rsatamiz (6.13-rasm).

Ma'lum ketma-ketlikda noma'lumlar sonini hisobga olib zo'riqishlarni aniqlab boramiz:



6.13-rasm.

1.B tugun uchun

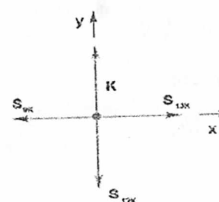


$$\sum F_{ky} = 0 \quad -S_{13B} - S_{14B} \cdot \cos 45^\circ = 0 \quad (4)$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad R_B - S_{14B} \cdot \sin 45^\circ = 0 \quad (5)$$

5-tenglamadan

$$S_{14B} = \frac{R_B}{\sin 45^\circ} = \frac{6}{\sqrt{2}/2} = 8.5kN$$



4-tenglamadan

$$-S_{13B} = -S_{14B} \cdot \cos 45^\circ = -8.5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -6kN$$

2.K tugun uchun:

$$\sum F_{ky} = 0 \quad S_{13K} - S_{9K} = 0 \quad (6)$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad S_{12K} = 0 \quad (7)$$

(6)dan

$$S_{9K} = S_{13K} = -6kN$$

$S_{13B} = S_{13K}$ bo'lgani uchun;

3.M tugun uchun:

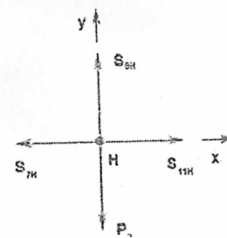
9-tenglamadan

$$S_{10M} = \frac{-S_{12M} + S_{14M} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 45^\circ} = -S_{14M} = -S_{14M} = -8.5kN$$

$$S_{12M} = S_{12M} = 0 \quad S_{10M} = -8.5kN$$

8-tenglamadan

$$S_{11M} = P_3 - S_{14M} \cdot \cos 45^\circ - S_{10M} \cdot \cos 45^\circ$$



$$S_{11M} = 2 - 8.5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 8.5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{11M} = 2kN$$

4. H tugun uchun:

$$\sum F_{ky} = 0 \quad S_{11M} - S_{7H} = 0 \quad (10)$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad S_{8H} - P_2 = 0 \quad (11)$$

10-tenglamadan

$$S_{7H} = S_{11M} = 2kN$$

11-tenglamadan

$$S_{8H} - P_2 = 8kN$$

13-tenglamadan

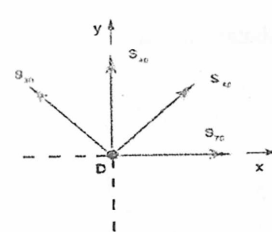
$$S_{6F} = \frac{-S_{8F} - S_{10F} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{-8 + 8.5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}/2} = -2.8kN$$

6. E tugun uchun:

$$S_{5F} = -S_{6F} \cdot \cos 45^\circ$$

$$S_{5F} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{5F} =$$



$$\sum F_{ky} = 0 \quad S_{5E} - S_{2E} = 0 \quad (14)$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad -S_{4E} - P_1 = 0 \quad (15)$$

(14)-tenglamadan

$$S_{2E} = S_{5E} = -10kN \quad S_{5E} = S_{5F} = -10kN$$

(15)-tenglamadan

$$S_{4E} = -P_1 S_{4E} = -12kN$$

7. D tugun uchun:

$$\sum F_{ky} = 0 \quad S_{4D} + S_{3D} \cdot \sin 45^\circ + S_{6D} \cdot \sin 45^\circ = 0 \quad (16)$$

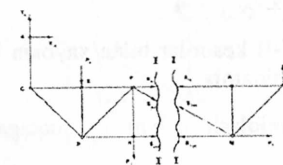
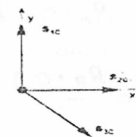
(16)-tenglamadan

$$S_{3D} = \frac{-S_{4D} - S_{6D} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{12 + 2.8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}/2} = 19.8kN$$

8. S tugun uchun:

$$\sum F_{ky} = 0 \quad S_{1C} - S_{3C} \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$S_{1C} - S_{3C} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 14kN \quad (15)$$



6.14-rasm.

$$\sum m_F(F_\beta = 0)$$

$$S_{11N} = \frac{X_A \cdot \alpha + Y_A \cdot 2\alpha - P_1 \cdot \alpha}{\alpha}$$

$$S_{11N} = 14kN$$

$$S_{10M} = \frac{R_B}{\sqrt{2}/2} = -\frac{6}{0.707}$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad R_B + S_{10M} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

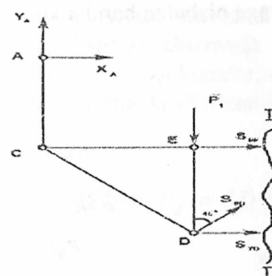
$$\sum Fm_k(F_k) = 0 \quad R_B \cdot \alpha + P_3 \cdot \alpha - S_{11M} \cdot \alpha - S_{10M} \cdot \alpha \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$S_{11M} = \frac{R_B \cdot \alpha + P_3 \cdot \alpha - S_{10M} \cdot \alpha \cdot \cos 45^\circ}{\alpha}$$

$$S_{11M} = 6 + 2 + 8,5 \cdot \sqrt{2}/2 = 14kN$$

Yassi fermani I-I va II-II kesimlar bilan xayolan kesib har bir qismning muvozanatini alohida ko'rib chiqamiz.

S_5 zo'riqish kuchini aniqlash uchun D nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:



$$\sum m_D(F_k) = 0$$

$$-S_{SE} \cdot a - x_A \cdot 2a - Y_A \cdot a = 0$$

$$S_{SE} = x_A \cdot 2 - Y_A$$

$$S_{SE} = 2 \cdot 2 - 14 = -10 \text{ kH}$$

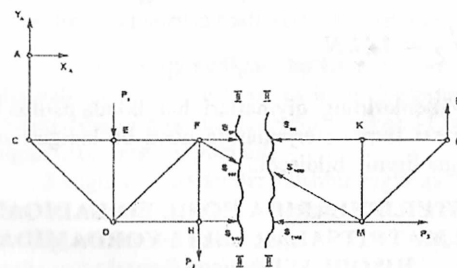
6.15-rasm.

S_6 zo'riqish kuchini aniqlash uchun esa Y o'qiga nisbatan barcha kuchlarning proektsyalari yig'indisini hisoblaymiz:

$$\sum F_{kx} = 0 \quad Y_{A-P_I} + S_{6d} \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$S_{6D} = \frac{Y_A + R1}{\cos 45^\circ} = \frac{-14 + 12}{\sqrt{2}/2} = -2.8kN$$

S₁₁ zo'riqish kuchini aniqlash uchun yassi fermali F-H va K-M tugunlar orasidagi sterjenlar o'rtasidan xayolan kesamiz. Bunda yassi fermaning har ikkala tomonida ham noma'lumlar soni ko'p, shuning uchun albatta nuqtalarning tanlanishiga katta ahamiyat berish kerak.



6.16-rasm.

S_{11} zo'riqish kuchini aniqlash uchun F nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan moment olamiz:

$$\sum m_F(F_\beta = 0)$$

$$S_{11N} \cdot \alpha + P_1 \cdot \alpha - X_A \cdot \alpha - U_A \cdot 2\alpha = 0$$

$$S_{11N} = \frac{X_A \cdot \alpha + Y_A \cdot 2\alpha - P_1 \cdot \alpha}{\alpha}$$

$$S_{11N} = X_A + 2Y_A - P_1$$

$$S_{11N} = -2 + 2 \cdot 14 - 12$$

$$S_{11N} = 14 \text{ kN}$$

$$S_{10M} = \frac{R_B}{\sqrt{2}/2} = -\frac{6}{0.707}$$

$$S_{10M} = -8.5 \text{ kN}$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad R_B + S_{10M} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$\sum m_k(F_k) = 0 \quad R_B \cdot \alpha + P_3 \cdot \alpha - S_{11M} \cdot \alpha - S_{10M} \cdot \alpha \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$S_{11M} = \frac{R_B \cdot \alpha + P_3 \cdot \alpha - S_{10M} \cdot \alpha \cdot \cos 45^\circ}{\alpha}$$

$$S_{11M} = 6 + 2 + 8.5 \cdot \sqrt{2}/2 = 14 \text{ kN}$$

Aniqlangan zo'riqish kuchlarining qiymatlari har ikkala usulda ham bir xil miqdorga ega ekanligi yassi ferma sterjenlarida hosil bo'ladigan zo'riqish kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini bildiradi.

6.4 YASSI FERMA STERJENLARIDA HOSIL BO'LADIGAN ZO'RIQISHLARNI MATRITSALAR USULI YORDAMIDA HISOBLASH.

Masala sharti:

Berilgan yuklanishlar ta'siridagi yassi ferma sterjenlarida hosil bo'ladigan zo'riqish kuchlari aniqlansin. Fermalarning sxemalari chizmada keltirilgan

bo'lib, masalani yechish uchun kerakli ma'lumotlar jadvalda keltirilgan. Ferma konstruksiyasi chizmada keltirilgan. Chizmada ferma sterjenlariga ta'sir qilayotgan tashqi kuchlar, oraliqlar uzunliklari va sterjenlarning o'q bilan tashkil qilgan burchaklari ko'rsatilgan. (54-chizma)

Berilgan:

$$P_1 = 20 \text{ kN}, P_2 = 10 \text{ kN}$$

Yechish:

Yassi fermalarni matritsalar usuli yordamida hisoblash quyidagi tartibda bajariladi:

1. Ferma sterjenlaridagi birlik vektorlarning yo'nalishlarini tanlaymiz (55-chizma).

2. Ferma topologiyasini ifodalovchi I-matritsani tuzamiz. I- Matritsa $n \times m$ o'lchamda bo'ladi, bunda n – tugunlar soni (tayanchlar hisobga olmagan holda), m – ferma sterjenlari soni. Ushbu matritsa elementlari $+1, 0, -1$ bo'lishi mumkin. Agar birlik zo'riqish kuchining yo'nalishi tugun tomon yo'nalgan bo'lsa $+1$ ni, agar birlik zo'riqish kuchining yo'nalishi tugun tomon yo'nalgan bo'lsa -1 ni, agar birlik zo'riqish kuchi ushbu tugunga taaluqli bo'lmasa 0 dan foydalanamiz.

Ushbu masalada ferma konstruksiyasi 7 tatugun ($n=7$) va 14 tasterjendan tashkil topgan ($m=14$), shuning uchun matritsa 7 qatorva 14 ustundan iborat bo'ladi. Matritsaning 1- qatorini to'ldiramiz. 2- chizmaga 1- tugundan 3 ta zo'riqish kuchlari joylashgan bo'lib, uchalasi ham ushbu tugundan chiqish yo'nalishida ekanligi ko'rinadi. Shuning uchun matritsamizning 3 ta hadiga 1 ni yozamiz va qolgan zo'riqish kuchlari 1-tugunga taaluqli bo'lmaganligi sababli qolgan barcha matritsa hadlari 0 dan iborat bo'ladi.

2-tugunga qaraydigan bo'lsak, ushbu tugundan 4-6 –tugunlarga 2 ta chiquvchi zo'riqish kuchlari va bitta 2-sterjendan chiquvchi zo'riqish kuchlari mavjud. Shuning uchun ikkinchi ustunga $-1, 4$ – va ustunlarga 1 ni yozamiz va qolgan ustunlarga 0 yoziladi.

3-tugunga qaraymiz. Ushbu tugunga 3- va 4 – sterjenlar orqali 2 ta kiruvchi va 5-7 sterjenlar orqali 2 ta chiquvchi zo'riqish kuchlari mavjud. Shuning uchun 3-4 ustunlarga $-1, 5$ -7 ustunlarga esa 1 ni yozamiz, qolgan barcha ustunlarga 0 yoziladi.

4-tugundan 9-10 sterjenlar orqali 2 ta chiquvchi va 6- sterjen orqali bitta kiruvchi zo'riqish kuchi ta'sir qiladi. Shuning uchun matritsaning 6- ustuniga $-1, 9$ -10 ustunlariga esa 1 ni yozamiz, qolgan barcha ustunlarga 0 yoziladi.

5-tugunda 4 ta zo'riqish kuchi bo'lib, 7-9 sterjenlar orqali 2 ta kiruvchi va 8-11 sterjenlardan 2 ta chiquvchi zo'riqish kuchlari ta'sir qiladi. Shuning uchun

matritsaning 5- qator 7-9 ustunlariga -1 , 8-11 ustunlariga esa 1 ni yozamiz. Qolgan barcha ustunlarga 0 yoziladi.

6-tugunga 10-11 sterjenlar orqali 2 ta kiruvchi, 12- sterjen orqali bitta chiquvchi zo'riqish kuchi ta'sir qiladi. Shuning uchun matritsaning 6- qator 10-11 ustunlariga -1, 12-ustuniga esa 1 ni yozib, qolgan barcha ustunlariga 0 ni yozamiz.

7- tugunda 5-8 sterjenlar orqali 2 ta kiruvchi, 13-14 sterjenlar orqali 2 ta chiquvchi zo'riqish kuchlari ta'sir qiladi. Shuning uchun matritsaning 7-qatori 5-8 ustunlariga -1, 13-14- ustunlariga esa 1 , qolgan barcha ustunlarga 0 ni yozamiz.

Mana shu yo'l bilan istalgan ko'rinishdagi fermalar uchun yuqoridagi ko'rinishdagi matritsalarini tuzib olishimiz mumkin.

3. V_X vektor ustuni, ya'ni barcha sterjenlardagi birlik zo'riqish kuchlarining X o'qiga proeksiyalarining vektor ustunlarini tuzamiz. Ushbu ustunning o'lchami $m \times 1$ ya'ni 14×1 gateng.

$$V_X^T = \left[0 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 1 \quad -0.5 \quad 0 \quad -1 \right]$$

4. V_Y vektor ustuni, ya'ni barcha sterjenlardagi birlik zo'riqish kuchlarining Y o'qiga proeksiyalarining $m \times 1$ o'lchamidagi vektor ustunlarini tuzamiz:

$$V_Y^T = \left[1 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 0 \quad -1 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad -1 \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad -1 \quad 0 \right]$$

Yuqorida tuzilgan V_X va V_Y vektor-ustunlaridan foydalanib kelgusida D_X va D_Y $m \times m$ matritsalar tuziladi (bizning holatimizda 14×14).

5.Ferma tugunlariga qo'yilgan tashqi kuchlarning P vektor ustunlarini tuzamiz. Vektor-ustun o'lchami $2n \times 1$, ya'ni $2 \times 7 \times 1$. Bunda 1 - n ta qator ferma tugunlariga qo'yilgan tashqi kuchlarining X o'qidagi proeksiyalari, qolgan qatorlar esa barcha tashqi kuchlarning Y o'qidagi proeksiyalari yoziladi:

$$P^T = [0 \quad 10 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 20 \quad 0]$$

6.Chiziqli muvozanat tenglamalar sistemasi koeffisientlari A matritsani shakllantiramiz:

$$A_{2n \times m} = \begin{bmatrix} I_{n \times m} & O_{n \times m} \\ O_{n \times m} & I_{n \times m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{x, m \times m} \\ D_{y, m \times m} \end{bmatrix}$$

Bu yerda $O_{n \times m}$ - $n \times m$ o'lchamidagi (7×14) nolli elementlardan tashkil topgan matritsa.

7. Matritsa ko'rinishidagi muvozanat tenglamalar sistemasini yozamiz:

$$AS + P = 0$$

Bu yerda : $S = 2n \times 1 (2 \times 7 \times 1)$ o'lchamidagi ferma sterjenlaridagi noma'lum zo'riqish kuchlaridan tashkil topgan vektor-ustun.

8.Ushbu tenglamalar sistemasining yechimi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$S = -A^{-1} * P$$

Ushbu masalani Mathcad dasturida hisoblash tartibini ko'rib chiqamiz:

1. Fermeni ushbu dastur bo'yicha hisoblash uchun 1-chizmada keltirilgan konstruksiyaga asoslanamiz (1- chizma);

2. Berilgan ma'lumotlarni dasturga kiritamiz:

$$P_1 = 20 \text{ kN}, P_2 = 10 \text{ kN}$$

3.Ferma konstruksiyasidagi V^T - tugunlar va sterjenlar sonini dasturga kiritamiz : $n_{uzlov} := 7$, $n_{stergney} := 14$.

4. I_1 hisoblash matritsasini tuzamiz:

$$I_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad I := \text{augment}(I_1, I_2).$$

5. V_X , V_Y va P matritsalarini shakllantiramiz:

$$V_X = \left[0 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 1 \quad -0.5 \quad 0 \quad -1 \right]$$

$$V_Y = \left[1 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 0 \quad -1 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad -1 \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad 0 \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad -1 \quad 0 \right]$$

$$P = [0 \quad P_1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad P_2 \quad 0]$$

6. V_X va V_Y matritsalarini diagonal D_X , D_Y matritsalariga aylantiramiz:

$$D_X = \text{diag}(V_X^T) \quad D_Y = \text{diag}(V_Y^T)$$

7. $n \times m$ (bizning holat uchun (7×14) deb olinadi) o'lchamdagi $O_{n \times m}$ hisoblash matritsasini tuzamiz:

$$i = 1 \dots n \text{ uzlov, } j = 1 \dots n_{\text{stergnej}} \quad O_{ij} = 0$$

8. Chiziqli muvozanat tenglamalar sistemasi koeffitsientlari A hisoblash matritsasini shakllantiramiz:

$$XY := \text{stack}(DX, DY) \quad A := \text{stack}(\text{augment}(t, 0), \text{augment}(0, I)) * XY$$

9. Muvozanat tenglamalar sistemasini yozamiz va yuqorida keltirilgan ma'lumotlardan foydalanib ushbu sistemani yechamiz:

$$S := -A^{-1} * P^T$$

Muvozanat tenglamalar sistemasini yechish natijalari jadvalda keltirilgan.

Hisob kitob natijalari shuni ko'rsatadiki, 2, 6, 10 va 12 sterjenlar cho'zilgan (chunki ishoralar musbat), qolgan sterjenlar esa siqilgan. Olingan natijalar sterjenlarda hosil bo'ladigan zo'riqlashlarni matritsalar usuli yordamida aniqlashda qabul qilingan ishoralari boshqa tugunlarni kesish, Ritter usullari bilan bir xil ekanligini ko'rsatadi.

Masalani Mathcad dasturida hisoblash natijalari jadvali.

Sterjen №	Sterjenda hosil bo'lgan zo'riqlash miqdori, kN	Sterjen №	Sterjenda hosil bo'lgan zo'riqlash miqdori, kN
1.	-13,660	8.	-5,176
2.	19,319	9.	-3,660
3.	-13,660	10.	5,176
4.	-13,660	11.	-17,321
5.	-13,660	12.	27,321
6.	3,660	13.	-17,321
7.	-13,660	14.	-3,660

ADABIYOTLAR

1. J.L.Meriam, L.G.Kraige. Engineering Mechanics Statics. 2012.
2. J.L.Meriam, L.G.Kraige. Engineering Mechanics Kinimatics. 2012.
3. J.L.Meriam, L.G.Kraige. Engineering Mechanics Dynamics. 2012.
4. Prof. Dr.ING.Vasile SZolga. Theoretical Mechanics. 2010.
5. Alan Darbyshire. Mechanical Engineering. BTEC National Engineering Specialist Units/ 2010.
6. A.Zommerfeld, Mexanika. 368 str. Ij.: NITS "RXD", 2001
7. A.A. Erdedi, N.A.Erdedi Texnicheskaya mexanika. 522 str. Moskva, "Akademiya". 2016.
8. Mirsaidov M.M., Boymurodova L.I., G'iyasova N.T. "Nazariy mexanika". O'quv qo'llanma. T.: "ILM ZIYO", 2009. – 224 b.
9. Mirsaidov M.M., Boymurodova L.I., G'iyasova N.T. "Nazariy mexanika", O'quv qullanma. T.: «O'zbekiston», 2008. – 246 b.
10. Rashidov T.R., SHoziyotov SH., Mo'minov K.V. «Nazariy mexanika asoslari», Darslik. T.: «O'qituvchi», 1990. – 412 b.
11. Targ S.M. «Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki», Uchebnik. M.: «Nauka», 1986.- 220 s.
12. Meurerskiy I.V., Butenin N.V., Lure A.I., Merkin D.R. «Nazariy mexanikadan masalalar to'plami», O'quv qullanma. T.: «O'qituvchi», 1989. – 324 b.
13. YAbloonskiy A.A., Noreyko S.S., Volfson S.A. «Nazariy mexanikadan kurs ishlari uchun topshiriqlar to'plami», O'quv qullanma. T.: «O'qituvchi», 2002. – 416 b.
14. YAbloonskiy A.A., «Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike». Uchebnoe posobie. M.: «Vysshaya shkola», 1985. – 420 s.
15. Mirsaidov V.V., Boymurodova L.I., G'iyasova N.T. "Nazariy mexanika". O'quv qo'llanma/ T.: "O'zbekiston", 2008. – 231 b.
16. O'rozboev M.T. "Nazariy mexanika", Darslik. T.: «O'qituvchi», 1979. – 510b.
17. Aziz-Qoriev K.S., YAngurazov SH.X. «Nazariy mexanikadan masalalar echish». O'quv qullanma. T.: «O'qituvchi», 1975. – 247 b.
18. Mavlanov. T.M. "Nazariy mexanika qisqa kursi". O'quv qullanma. T.: «TTESI», 1989. – 164 b.
19. Mavlanov M.T. va boshqalar. «Nazariy mexanika masalalarini «Mathcad» dasturi yordamida echish». O'quv qullanma. T.: «TTESI», 2012. – 156 b.
20. Mirsaidov M.M., Mavlanov T.M. «Nazariy mexanika fanidan izoxli lugat», O'quv qullanma. T.: «TIMI», 2015. – 56 b.

Internet saytlari:

21. <ftp://ftp2.natm.ru;>
22. ftp://ftp2.natm.ru/incomingXX1/For_People=-/c3.rar;
23. <http://www.svkspb.nm.ru>.
24. <http://www.teoretmech.ru>.
25. <http://www.bntu.by.ru>.

MUNDARIJA

KIRISH	3
I. NAZARIY MEXANIKA FANI.	6
1.1 Fanning rivojlanish tarixi.	6
1.2 Inson tomonidan yaratilgan eng oddiy mexanizmlar.....	21
1.3 Statikaning asosiy tushuncha va qoidalari.....	38
1.4 Statika aksiomalari.....	46
1.5 Bog'lanish va bog'lanish reaksiyalari.....	48
II. KESISHUVCHI KUCHLAR SISTEMASI MUVOZANATI.	53
2.1 Kuchlar sistemasi va ularning turlari.....	53
2.2 Kuchni tashkil etuvchilarga ajratish.....	54
2.3 Kuchning o'qdagi va tekislikdagi proektsiyasi.....	60
2.4 Kesishuvchi kuchlar sistemasini geometrik usulda qo'shish.....	61
2.5 Kuchni analitik usulda aniqlash.....	64
2.6 Uch kuch muvozanati haqida teorema.....	66
2.7 Kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanat shartlari.....	67
III. TEKISLIKDAGI KUCHLAR SISTEMASI MUVOZANATI.	71
3.1 Kuchning nuqtaga (markazga) nisbatan momenti.....	71
3.2 Kuchning nuqtaga nisbatan momentining vektorligi.....	73
3.3 Juft kuch. Juft kuch momenti.....	75
3.4 Tekislikda joylashgan juftlarni qo'shish. Tekislikdagi juftlarning muvozanati.....	78
3.5 Kuchni o'ziga parallel ko'chirishga oid lemma.....	79
3.6 Tekislikdagi kuchlar sistemasini berilgan markazga keltirish.....	80
3.7 Teng ta'sir etuvchining momenti haqida Varin'on teoremasi.....	82
3.8 Tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanat shartlari.....	83
3.9 Tekislikdagi parallel kuchlar sistemasining muvozanat shartlari.....	83
IV. FAZOVIIY KUCHLAR SISTEMASI MUVOZANATI.	99
4.1 Kuchning o'qqa nisbatan momenti.....	99
4.2 Kuchning o'qlarga nisbatan momentlari uchun Varin'on teoremasi.....	101
4.3 Kuchning koordinata o'qlariga nisbatan momentlarining analitik usulda berilishi.....	101
4.4 Fazodagi juftlarni qo'shish.....	103
4.5 Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini berilgan markazga keltirish.....	105
4.6 Fazoviy kuchlar sistemasining muvozanat shartlari.....	106
4.7 Fazodagi kuchlar sistemasining invariantlari.....	107
4.8 Kuchlar sistemasini dinamik vintga keltirish.....	109
V. QATTIQ JISMNING OG'IRLIK MARKAZI.	119
5.1 Qattiq jismning og'irlik markazi.....	119

5.2 Parallel kuchlar markazi.....	119
5.3 Bir jinsli jismlar og'irlik markazining koordinatalarini aniqlash.....	121
5.4 Ayrim bir jinsli jismlarning og'irlik markazlari.....	126
VI. FERMA. FERMA STERJENLARIDAGI ZO'RIQISH KUCHLARINI ANIQLASH.	130
6.1 Ferma va ularning turlari	130
6.2 Yassi ferma sterjenlaridagi zo'riqish kuchlarini tugunlarni kesish usuli yordamida aniqlash.....	134
6.3 Yassi ferma sterjenlaridagi zo'riqish kuchlarini Ritter usuli yordamida aniqlash.....	140
6.4 Yassi ferma sterjenlarida hosil bo'ladigan zo'riqishlarni matritsalar usuli yordamida hisoblash.....	150
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR	153

B.A. Fayzullayev

NAZARIY MEXANIKA

O`quv qo`llanma

Toshkent - "NIF MSH" - 2020

Muharrir Bakirov N. F.

Texnik muharrir

Vahobova D.A.

Bosishga 30.11.2020. da ruxsat etildi. Bichimi 60x84.

"Times New Roman" garnituras.

Ofset bosma usulida bosildi.

Shartli bosma tabog`i 10. Nashr bosma tabog`i .10

Adadi 300 nusxa.

"NIF MSH" MCHJ matbaa bo`limida chop etildi.

Manzil: Toshkent shahri, Farhod ko`chasi, 6-uy.

ISBN 978-9943-7011-2-0

