A. Nabiyev, G'. Raimov, X. Mo'minov,
D. Saidova, SH. Haydarova, A. Sangirov

TEXNIKA MEXANIKASI: NAZARIY MEXANIKA

A. Nabiyev, G'. Raimov, X. Mo'minov,
D. Saidova, SH. Haydarova, A. Sangirov

TEXNIKA MEXANIKASI: NAZARIY MEXANIKA

(nazariya va amaliyot)

DARSLIK

O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi tomonidan oliy ta'lim muassasalarining 700 000 – Muhandislik, ishlov berish va qurilish, 720 000 – Ishlab chiqarish va ishlov berish hamda 730 000 – Arxitektura va qurilish sohalari tarkibidagi 60710900 – Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish, 60720100 - Oziq-ovqat texnologiyasi, 60720400 - Texnologik mashinalar va jihozlar (tarmoqlar bo'yicha: sellyuloza-qog'oz ishlab chiqarish texnologiyasi va jarayonlari, yog'ochga ishlov berish texnologiyasi va yog'ochsozlik) hamda 60730100 – Arxitektura (tarmoqlar bo'yicha: Bino va inshootlar arxitekturasi), 60730300 – Qurilish muhandisligi, 60711800 – Atrof muhit muhandisligi singari bakalavriyat ta'lim yo'nalishlari talabalari uchun darslik sifatida tavsiya etilgan

TOSHKENT
"INNOVATSIYA-ZIYO"
2024

UO'K: 530.1(075)
KBK: 22.3
T 44

Nabiyev A.
Texnika mexanikasi: Nazariy mexanika (nazariya va amaliyot)/ G'. Raimov., X. Mo'minov., D. Saidova., SH. Haydarova., A. Sangirov/. Darslik. – Toshkent: "INNOVATSIYA-ZIYO", 2024, – 232 b.

Darslik "Texnika mexanikasi" fani bo'yicha oliy texnika ta'lim muassasalari uchun tasdiqlagan amaldagi o'quv dastur (sillabus) talablariga muvofiq yozilgan.

Kitobda Nazariy mexanika fani negizida tegishlicha mutlaq qattiq jismlar mexanikasi asoslarini dasturiy-majmuiy o'zlashtirishga doir ma'lumotlar tizimli izchillikda bayon etilgan.

Muhandislik amaliyotining turli sohalarida uchraydigan ba'zi muhim masalalarni yechish metodikasi ko'rsatilgan va olingan texnikaviy mexanik yechimlar tahlil etilgan.

Darslik texnika oliy ta'lim muassasalarida sanoatning mashinasozlik, samolyotsozlik, avtomobilsozlik, metallurgiya, kimyo-texnologiya sohalari, shuningdek, to'qimachilik va yengil sanoat, qurilish va transport sohalari bo'yicha ta'lim-tarbiya olayotgan talabalarga mo'ljallangan. Undan muhandislik konstruksiyalarini loyihalash va hisoblash bilan shug'ullanuvchi mutaxassislar, oliy texnika ta'lim muassasalari va professional ta'lim muassasalarining Texnika mexanikasi fani professor-o'qituvchilari, tayanch doktorantlar ham foydalanishlari ko'zda tutilgan.

Mas'ul muharrir:
B.M. Mardonov
fizika-matematika fanlari doktori, professor

Taqrizchilar:
F.X. Ibragimov
texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (Phd), dotsent
A.K. Boyzakov
texnika fanlari nomzodi, dotsent

O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim fan va innovatsiyalar vazirligi Toshkent kimyo-texnologiya instituti Yangiyer filiali kengashining 2024-yil 28-maydagi 10-sonli yig'ilish bayonnomasiga asosan nashr etishga ruxsat berildi.

ISBN 978-9910-699-21-4

Mashhur akademik Xalil Ahmedovich Rahmatulin tavalludining 115 yilligiga bag'ishlanadi

BIRINCHI NASHRGA SO'Z BOSHI

O'zbekiston Respublikasining amaldagi "Ta'lim to'g'risida"gi qonuni, O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 8 oktabrdagi PF-5847-qarori bilan tasdiqlangan "O'zbekiston Respublikasi ta'lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasi" talablarida ta'lim-tarbiya jarayonlariga yangi pedagogik texnologiyalar, ta'limning texnik va axborot vositalarini joriy etish, o'quv adabiyotlari yangi avlodini tayyorlash va nashr qilish ustuvor vazifa sifatida qat'iy belgilangan.

Shu bois, zamonaviy darslik axborot modelining asosini tashkil etib, DTS, o'quv dasturi, uslubiyoti va didaktik talablari asosida milliy istiqlol g'oyalari singdirilgan, muayyan o'quv fanining mavzulari to'liq yoritilgan, fanning asoslarini mukammal o'zlashtirilishiga qaratilgan davlat nashri sifatida e'tirof qilinadi.

Amaldagi fan dastur (sillabus)lariga moslab yozilgan ushbu yangi avlod darsligi nazariya va amaliyot uyg'unligi va yaxlitligini ta'minlashga yo'naltirilgan birinchi nashr hisoblanadi. Darslikni yozishda tegishli fan dasturlari asosida qisqartirilgan hollarda mashg'ulotlar o'tish zaruriyati paydo bo'lganda ta'lim mazmuni va sifatiga zarar yetkazmasdan bir necha paragraflarni, hatto ayrim modullarni ham chetlab o'tish imkoniyatini yaratishga harakat qilingan.

Qo'lyozmaning mazmuni va sifatini oshirish borasida bergan foydali maslahatlari uchun fizika-matematika fanlari doktori, professor B.M.Mardonov, texnika fanlari doktori, professor v.b. D.A.Mamatova, pedagogika fanlari doktori, professor Y.G'.Maxmudov, texnika fanlari nomzodi, dotsentlar J.J.Jalolov, A.A.Bayzakov hamda qo'lyozmani nashrga tayyorlashda amaliy yordam ko'rsatgan dotsent A.F.Xakimovlarga mualliflar samimiy minnatdorchilik bildiradi.

Mualliflar

KIRISH

Iqtisodiyotning real tarmoqlarini zamonaviy texnika va texnologiyalarsiz, shuningdek, muhandislik amaliyotida keng qo'llanilayotgan har qanday texnikani esa mashina va mexanizmlarsiz tasavvur etib bo'lmaydi.

Muhandislik nuqtai nazardan olganda barcha texnika (asosan mashina va mexanizm)larni yaratish va keyinchalik ulardan amalda samarali foydalanishdan avval, tabiiyki, mexanika ta'limotiga qat'iy tayangan holda, tegishlicha ularni konstruktiv talablardan kelib chiqqan holda loyihalash-hisoblash jarayonlarini maqsadli amalga oshirish zarur.

Yuqoridagilarga ko'ra, birinchidan texnika deganda barcha mexanizm va mashinalar, ikkinchidan "Texnika mexanikasi" fani deganda uning keng qamrovli va alohida mustaqil umumkasbiy fan ekanligi, uchinchidan esa bu fan sanoatning mashinasozlik, samolyotsozlik, avtomobilsozlik, metallurgiya, kimyo-texnologiya, oziq-ovqat sohalari, to'qimachilik va yengil sanoat, qurilish va transport sohalarining innovatsion rivojlanishida muhim, yetakchi o'rin egallashi ko'zda tutilmoqda.

Aslida mazkur fan nazariy mexanika, materiallar qarshiligi, mexanizm va mashinalar nazariyasi hamda mashina detallari fanlarining faqatgina texnikaga daxldor va bevosita tatbiqiy ahamiyatga ega bo'lgan jabhalarini o'z ichiga oladi.

Tabiatda ro'y beradigan xamma hodisa va jarayonlarning asosida harakat yotishi, shubhasiz. Aslida, harakatsiz atrof muhitni, olamni tasavvur etish ham mumkin emas. Soddaroq aytganda, insoniyat ham, fan va texnika-texnologiyalar ham doimo harakatda!

Shu nuqtai nazardan qaraganda Galileyning **"Kim tabiatning qonun-qoidalari bilan tanish bo'lmasa, albatta tabiatdagi hodisa va jarayonlarni payqamaydi!"** – degan sermazmun fikr-mulohazasini eslash o'rinlidir.

Aniqrog'i, mexanikaning qonun va qoidalari barcha hodisa yoki jarayonlarga tegishli bo'lib, ular ayniqsa, zamonaviy texnika-texnologiyalarning asosiy ilmiy negizi bo'lib xizmat qiladi.

Texnika mexanikasi fani qattiq jismlar fizikasi, matematika, astronomiya, kimyo, biologiya, materialshunoslik, mexanika, muhandislik va kompyuter grafikasi, axborot va kommunikatsion texnologiyalar singari aniq fanlar bilan chambarchas bog'langan holda rivojlanmoqda.

Texnika mexanikasi predmeti eng muhim umumtexnika bilimlar majmuasini o'zida mujassamlashtirib, uzviy va chambarchas bog'liqlikdagi: "Nazariy mexanika", "Materiallar qarshiligi", "Mexanizmlar va mashinalar nazariyasi" hamda "Mashina detallari" fanlar negizida shakllangan mustaqil bo'limlardan tashkil topgan.

Texnika mexanikasi fanining birinchi qismi hisoblangan Nazariy mexanikaning tarkibiy qismlari hisoblangan:

- statikada asosan jismlarning muvozanati, ularga qo'yilgan kuchlarni sodda holga keltirish yo'llari;
- kinematikada jismlarning massasi va ularga ta'sir etuvchi kuchlar e'tiborga olinmagan holda, ularning harakatini faqat geometrik nuqtai nazardan tahlil etish;
- dinamikada esa jismlarning harakatini uni vujudga keltiruvchi kuchga bog'liq holda tekshirish jarayonlari o'rganiladi.

Mazkur darslik amaldagi fan dasturi – sillabuslar talablari asosida yozilgan.

BIRINCHI QISM
NAZARIY MEXANIKA

BIRINCHI BO'LIM
STATIKA

I MODUL. STATIKANING ASOSIY TUSHUNCHALARI VA AKSIOMALARI

Ta'limning asosiy maqsadi: avvalo mexanik nuktai nazardan olganda ta'lim oluvchilarga statikaning asosiy tushunchalari va aksiomalari, qolaversa bog'lanish va bog'lanishdagi reaksiyalar, kuchlar tizimi, juft kuchlar va ularning muvozanati to'g'risida nazariy va amaliy uyg'unlikda ta'lim berishga yo'naltirilgan.

Bilim, amaliy ko'nikma va malakalarga talablar: jismlarning mexanik harakati va muvozanatini tekshirishga qaratilgan "moddiy nuqta", "mutlaq qattiq jism", "kuchlar tizimi", "muvozanat holat" va "sanoq tizimi" singari statikaning asosiy tushunchalarini, statika aksiomalarining mazmun-mohiyatini o'zaro farqlay olish, kuchlar tizimi muvozanatining zaruriy va yetarli shartlarini ifodalash bo'yicha ta'lim oluvchilardan muayyan nazariy va amaliy bilimlar talab etiladi.

Statikaning "moddiy nuqta", "mutlaq qattiq jism", "kuchlar tizimi", "muvozanat holat" va "sanoq tizimi" singari asosiy tushunchalari va aksiomalari mazmun-mohiyatiga tayanib, amaliy misol-masalalar yechish jarayonlarida kuchlarni proyeksiyalash, kuchlar tizimini sodda holga keltirish, kuchning nuqta va o'qqa nisbatan momentini shakllantirish, kuchlar va juft kuchlar muvozanatining zaruriy va yetarli shartlarini ifodalay olish, bog'lanishdagi reaksiyalar (to'sinlarda tayanch reaksiyalari)ni analitik, geometrik va grafik usullarda qiyosiy aniqlash, jismlarning og'irlik markazlarini aniqlash kabi o'quv-bilish materiallarini dasturiy-majmuiy o'zlashtirish uchun talabalardan amaliy ko'nikma va malakalar talab etiladi.

Kompetensiyaga talablar: muammoning qo'yilishiga ko'ra, mutlaq qattiq jismlarga ta'sir etuvchi bosh vektor va bosh momentni aniqlash, fazo va tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar va juft kuchlar muvozanati tenglamalarini tuzish, bunda ishoralar qoidasiga qat'iy amal qilish, oddiy va murakkab tekis shakllarni geometrik nuqtai nazardan tavsiflay olish hamda eng muhimi olingan natijalarni amaliy loyihalash-hisoblash jarayonlarida qo'llash, mustaqil ta'lim doirasida hisob-chizma va kurs ishlarini bajarish jarayonlarida sifat-samaradorlikka erishish maqsadida yangi pedagogik va axborot texnologiyalar, xususan Mathcad o'quv-hisoblash dasturi, Internet tarmog'idan olingan materiallardan ta'limda o'rinli foydalanish, ixtirochilik-konstruktorlik va ilmiy-tadqiqot yo'nalishlarida faol qatnashishga yo'naltiruvchi ta'lim kompetensiya hisoblanadi.

Fanlararo bog'liqlik: Ta'lim oluvchi mazkur modulni o'zlashtirishni boshlashdan oldin I.I.1-jadvaldagi ma'lumotlarni takrorlashi va eslab, mutolaa qilishi maqsadga muvofiqligi ko'zda tutilgan.

I.I.1-jadval

№	Fanning nomi	Takrorlash va eslash lozim bo'lgan asosiy ma'lumotlar
1	Qattiq jismlar fizikasi	Mexanik harakat va muvozanat haqida dastlabki tushunchalar. Jismga ta'sir ko'rsatuvchi tashqi kuchlarni tasniflash va modellashtirish. Jismlarning muvozanatiga tegishli o'quv-bilish materiallarini statika talablari doirasida o'zlashtirish
2	Matematika, analitik geometriya, AKT	Trigonometrik munosabatlar. Vektor tushunchasi, vektorning o'qdagi proyeksiyasi, vektorlar ustida amallar. Tekis shakllar va ularni geometrik tavsiflash. Funksiya va uning grafiklari. Kompyuterli dastur (masalan, Mathcad o'quv-hisoblash dasturi)lar yordamida grafiklar qurish mexanizmi. Funksiyaning hosilasi, aniq va noaniq integrallar
3	Muhandislik va kompyuter grafikasi	Proyeksion tekisliklar va detallar aksonometriyasi. Detallarning eskiz tasviri. Muhandislik obyektlarini loyihalash va konstruksiyalash jarayonlari to'g'risida ma'lumotlar. Muhandislik amaliyotida zamonaviy CAD/CAYE/CAM ta'lim texnologiyalarining o'rni.

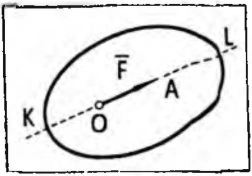
Ta'lim mazmuni: ta'kidlash o'rinliki, talabaning mutolaa darajasi "Kirish nazorati" tarzida pedagog tomonidan xolisona, shaffof aniqlangach, mazkur modulda ko'zda tutilgan ta'lim muzmuni tegishli paragraflarda izchil bayon etiladi.

I.I.1 - §. Asosiy tushunchalar va ta'riflar

Statikada asosan moddiy jism (*keyingi o'rinlarda jism*)larning mexanik harakati[1] va muvozanati[2], ularga qo'yilgan kuchlarni sodda holga keltirish yo'llari o'rganiladi.

Jismlar qo'zg'almas qilib mahkamlanganda "tinch holat"da turadi deyish mumkin.

Masalan, dastgoh tinch holatda turibdi deymiz, vaholanki, dastgoh beton yordamida yerga qo'zg'almas qilib biriktirilgan. Lekin, aslida dastgoh Yer bilan birgalikda Quyosh atrofida murakkab harakat qiladi.



I.I.1 – shakl.

Kuch yotgan KL to'g'ri chiziq kuchning ta'sir chiziqi deyiladi.

Demak, tabiatda mutlaq (absolyut) qo'zg'almaydigan jism bo'lmaydi va bo'lishi ham mumkin emas.

Jismlarning mexanik harakati va muvozanatini tekshirishda statikaning quyidagi asosiy tushunchalaridan foydalaniladi:

➢ **moddiy nuqta** (o'lchamlari va shakli ma'lum sharoitda hisobga olinmaydigan, massasi bir nuqtada joylashgan deb tasavvur qilinadigan jism moddiy nuqta deyiladi);

➢ **mutlaq qattiq jism** (*kuch ta'sirida istalgan nuqtalari orasidagi masofa doimo o'zgarmasdan qoladigan qattiq jism mutlaq, ya'ni absolyut qattiq jism deyiladi*);

---

[1] *Vaqt o'tishi bilan jismlarning bir-birlariga nisbatan ko'chishiga mexanik harakat deyiladi.*

[2] *Jismlarning muvozanati mexanik harakatning xususiy holi bo'lib, uning ma'lum qismiga qo'zg'almas ravishda mahkamlangan koordinatalar tizimiga nisbatan tinch vaziyati tushuniladi.*

➢ **kuch** (*jismlar o'zaro ta'sirining miqdor o'lchovi kuch deyilib, u yo'nalishi, moduli – son qiymati va qo'yilish nuqtasi (I.1-shakl) bilan tavsiflanuvchi vektor kattalik hisoblanadi*);

➢ **kuchlar tizimi** (jismga qo'yilgan $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \dots, \vec{F_n}$ kuchlar to'plami kuchlar tizimi deyiladi);

➢ **teng kuchli kuchlar tizimi** (*jismga qo'yilgan $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \dots, \vec{F_n}$ kuchlar tizimi ko'rsatadigan ta'sirni boshqa $\vec{Q_1}, \vec{Q_2}, \vec{Q_3}, \dots, \vec{Q_n}$ kuchlar tizimi bilan almashtirilganda jismning holati o'zgarmasa, bunday ikki kuch tizimi teng kuchli – ekvivalent kuchlar tizimi deyiladi*).

Kuchlarning teng kuchliligi quyidagicha ifodalanadi:

$$(\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \dots, \vec{F_n}) \sim O, \qquad (\vec{Q_1}, \vec{Q_2}, \vec{Q_3}, \dots, \vec{Q_n}) \sim O \tag{I.I.1}$$

➢ **teng ta'sir etuvchi kuch** (*agar $(\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \dots, \vec{F_n})$ kuchlar tizimining ta'sirini bitta $\vec{R}$ kuch bera olsa, bunday kuchga kuchlar tizimining teng ta'sir etuvchisi deyiladi*). Odatda, teng ta'sir etuvchi kuch

$$(\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \dots, \vec{F_n}) \sim R \tag{I.I.2}$$

ko'rinishda yoziladi.

➢ **muvozanat holat** (kuchlar tizimi ta'siridagi jism tinch holatda qolsa yoki inersion harakatda bo'lsa, jismning bunday holati muvozanat holat deyiladi; statika bo'limida jismning muvozanati deganda uning tinch holati tushuniladi).

Kuchlar tizimi ta'siridagi jism muvozanat holatida bo'lsa, unga muvozanatlashgan kuchlar tizimi yoki nolga teng kuchli tizim deyiladi:

$$(\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \dots, \vec{F_n}) \sim O \tag{I.I.3}$$

➢ **sanoq tizimi** (jismning harakati yoki holati boshqa jism bilan bog'langan koordinatalar tizimiga nisbatan tekshiriladi. Odatda, bunday koordinatalar tizimiga sanoq tizimi deyiladi. Statikada Yer bilan bevosita bog'langan sanoq tizimi ishlatiladi).

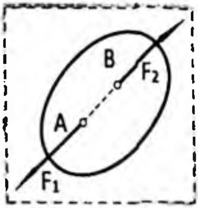
1-ilovada muhandislik amaliyotida ko'p uchraydigan fizik-mexanik kattaliklarning o'lchov birliklari keltirilgan.

I.I.2-§. Statikaning aksiomalari

Statikaga doir masalalarini yechishda tajriba va kuzatishlar yordamida aniqlangan quyidagi aksiomalarga tayaniladi:

1-aksioma (inersiya tamoyili). Mazkur tamoyil go'yoki, inersiya qonunini ifodalaydi: moddiy nuqta (*keyingi o'rinlarda nuqta*) yoki jism muvozanatda bo'ladi, qachonki unga birorta kuch yoki kuchlar tizimi ta'sir ko'rsatmasa. Soddaroq aytganda, o'zaro muvozanatlashuvchi kuchlar ta'siridagi nuqta (jism) muvozanat holatida bo'ladi.

2-aksioma (ikki kuchning muvozanat sharti). Erkin jismning ixtiyoriy ikki nuqtasiga I.I.2-shaklda tasvirlanganidek, miqdorlari teng, yo'nalishi esa mazkur nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'yicha qarama-qarshi tomonga yo'nalgan ikkita kuch ta'sir etsa, bunday kuchlar o'zaro muvozanatlashadi.



I.I.2-shakl

Kuchlar orasidagi munosabatlarni quyidagicha yozish mumkin:

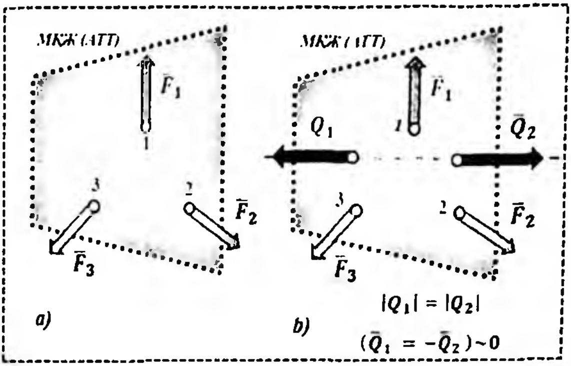
✓ miqdori jihatdan ikkalasi teng, ya'ni $|\vec{F_1}| = |\vec{F_2}|$;

✓ yo'nalishi jihatdan $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$ (*manfiy ishora kuchlarning qarama-qarshi tomonga yo'nalganligini ko'rsatadi*).

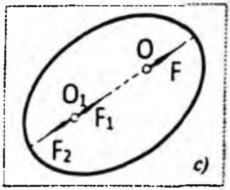
Shunday qilib, bunday ikki kuchdan tashkil topgan tizim nollik tizimdan iborat bo'ladi:

$$(\vec{F_1} = -\vec{F_2}) \sim 0$$

3-aksioma (nolga teng kuchli tizimni jismga ta'sir etuvchi kuchlar tizimiga qo'shish yoki undan ayirish haqidagi tamoyil). Nolga ekvivalent bo'lgan tizimni jismga ta'sir etuvchi kuchlar tizimiga qo'shish yoki undan ayirish bilan kuchlar tizimining jismga ta'siri o'zgarmaydi (I.I.3-shakl, a, b).



Bundan quyidagi natija kelib chiqadi: kuchning miqdor va yo'nalishini o'zgartirilmagan holda, o'zining ta'sir chiziqi bo'ylab bir nuqtadan ixtiyoriy boshqa nuqtaga ko'chirilsa, uning jismga ta'siri o'zgarmaydi (I.I.3-shakl, c).



I.I.3-shakl

Isbot. Jismning O nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin. $\vec{F}$ kuchning ta'sir chizig'ida davomida O_1 nuqtani olib, unga miqdorlari $\vec{F} = \overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{F_2}$ bo'lgan hamda mazkur chiziqda yotuvchi $(\overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}) \sim 0$ tizimni qo'shamiz.

Yuqoridagi 1-aksiomaga asosan $(\overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}) \sim 0$ bo'lganidan uni tashlab yuborsak, u holda O_1 nuqtada $\overrightarrow{F_1}$ kuch qoladi.

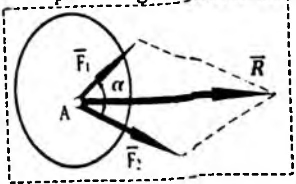
Nihoyat, O nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}$ kuch o'rniga O_1 nuqtaga qo'yilgan xuddi shunday $\vec{F} = \overrightarrow{F_1}$ kuchga ega bo'lamiz. Natija isbotlandi.

4-aksioma (kuchlarning parallelogramm tamoyili). Jismning ixtiyoriy nuqtasiga qo'yilgan turli yo'nalishdagi ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi (I.I.4-shakl):

✓ mazkur kuchlarning ta'sir chiziqlari kesishgan nuqtaga qo'yiladi;

✓miqdor jihatdan berilgan kuchlardan kurilgan parallelogrammning diagonaliga teng;

✓parallelogramm diagonali bo'ylab yo'naladi.



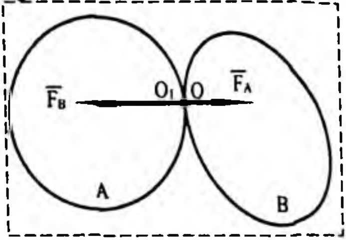
I.I.4-shakl

Jismning biror A nuqtasiga qo'yilgan, o'zaro α burchak tashkil etuvchi $\vec{F_1}$ va $\vec{F_2}$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisini $\vec{R}$ bilan belgilaymiz.

Aksiomaga ko'ra, $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$.

5-aksioma ("go'yoki" mazmun-mohiyatan, Nyutonning uchinchi qonunini ifodalay-digan tamoyil).

Har qanday ta'sirga miqdor jihatidan teng va yo'nalishi qarama-qarshi bo'lgan aks ta'sir mavjuddir.



I.I.5-shakl

Bu aksiomadan ikkita muhim xulosa kelib chikadi.

Birinchidan, ta'sir bo'lgan joyda xar doim aks ta'sir ko'rsatuvchi kuch mavjud bo'ladi. Ikkinchidan esa, ta'sir va aks ta'sir etuvchi kuchlar bir-birlarini muvozanatlashtirmaydi, chunki ular boshqa jismlarga qo'yilgan.

Masalan, A jismning V jismga ko'rsatadigan $\vec{F_A}$ ta'sir kuchi V jismning O nuqtasiga qo'yiladi. V jismning A jismga $\vec{F_B}$ ta'sir kuchi esa A jismning O_1 nuqtasiga qo'yiladi (I.I.5-shakl).

$\vec{F_A}$ va $\vec{F_B}$ kuchlar miqdor jihatidan bir-biriga teng va ta'sir chiziqlari umumiy bo'lib, qarama-qarshi tomonga yo'nalgan:

$$\vec{F_A} = -\vec{F_B} \qquad (I.I.4)$$

Haqiqatan ham, bu aksioma Nyutonning uchinchi qonunini ifodalar ekan.

6-aksioma (qotish tamoyili). Agar muvozanat holatidagi deformatsiyalanuvchan[3] qattiq jism amalda mutlaq (absolyut) qattiq jismga aylansa, u holda uning muvozanati buzilmaydi.

I.I.3-§. Bog'lanish va bog'lanish reaksiyalari

Jism fazoda ixtiyoriy tomonga harakatlana olsa, u erkin jism deyiladi.

Bordi-yu, jismning harakati yoki holati biror sabab bilan chegaralangan bo'lsa, u erkin bo'lmagan jism yoki bog'lanishdagi jism deyiladi. Jismning harakati yoki holatini cheklovchi sabab bog'lanish deyiladi. Masalan, vagonning vertikal yo'nalishdagi harakatini rels cheklaydi. Boshqacha aytganda, vagon bog'lanishdagi jism, rels esa bog'lanish vazifasini bajaradi.

Bog'lanishning jismga ko'rsatadigan ta'siriga bog'lanish reaksiyasi yoki reaksiya kuchi yoxud qisqacha, reaksiya deyiladi.

Bog'lanishdagi jismlarning harakati kaysi tomondan cheklangan bo'lsa, reaksiya o'sha yo'nalishga teskari yo'nalgan bo'ladi.

Reaksiyalarni aniqlash statikaning eng muhim va asosiy masalalaridan biri hisoblanadi. Shu bois unga alohida ahamiyat berish zarur.

Reaksiyalarni aniqlashda *"Jismni bog'lanishdan bo'shatish"* haqidagi aksiomasidan foydalaniladi: bog'lanishlarning berilgan jismga ta'sirini reaksiya kuchi bilan almashtirib, har kanday bog'lanishdagi jismni erkin jism deb qarash mumkin.

Bog'lanishdagi jismlarning bir-biriga tegib turgan qismidagi ishkalanish kuchini e'tiborga olmay, bog'lanishlarni quyidagicha tasniflash mumkin:

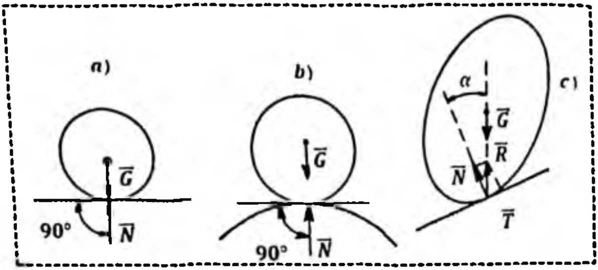
I. *Silliq sirt vositasida bog'lanishlar:*

a) jism silliq sirtga A nuqtada tayanadi (I.I.6-shakl, a, b, c).

Chizmalardan ko'rinib turganidek, silliq sirt jismning shu sirtga o'tkazilgan normali bo'yicha harakatini cheklaydi. Shuning uchun silliq sirtning reaksiya kuchi N sirtga o'tkazilgan normal bo'yicha yo'naladi.

---

[3] Deformatsiyalanuvchan qattiq jism keyinchalik Materiallar qarshiligi, Mashina detallari, Elastiklik va plastiklik nazariyalari kabi fanlarda batafsil o'rganiladi.

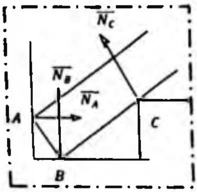


I.I.6-shakl

b) jism A nuqtada vertikal devorga, B nuqtada polga, S nuqtada ikki yoqli burchak qirrasiga tayanadi (I.I.7-shakl).

Vertikal devor va polning $\overline{N}_A$, $\overline{N}_B$ reaksiya kuchlari A va B nuqtalarda mos ravishda devor va polga o'tkazilgan perpendikulyar bo'yicha yo'naladi.

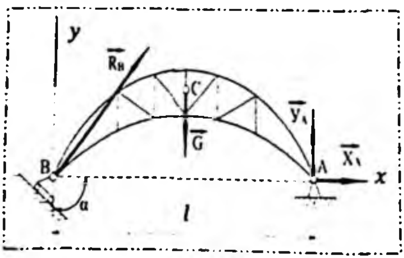
Ikki yonli burchakdan tashkil topgan qirraning reaksiya kuchi esa C nuqtada to'singan o'tkazilgan perpendikulyar bo'yicha yo'naladi.



I.I.7-shakl

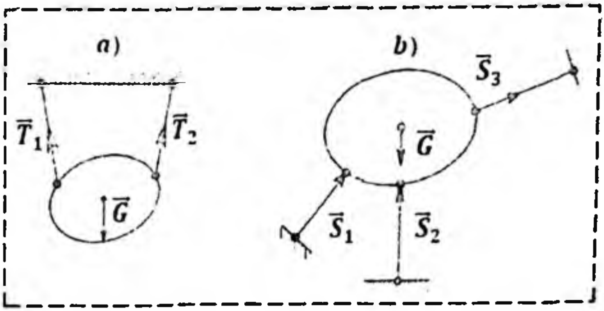
c) jism – ferma silliq sirtga g'altaklar vositasida tayanib turibdi (I.I.8-shakl).

B nuqtadagi reaksiya kuchi $\overline{R}_B$ sirtga perpen-dikulyar yo'naladi; A nuqtadagi reaksiya kuchlari $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_B$ haqida keyingi o'rinlarda kengroq tushuncha berilgan.



I.I.8-shakl

II. CHo'zilmaydigan ip (zanjir, qayish yoki sterjen)lar vositasidagi bog'lanishlar (I.I.9-shakl, a, b).



I.I.9-shakl

Jism cho'zilmaydigan iplar vositasida osib qo'yilganda, reaksiya kuchlari ip bo'ylab yo'nalgan bo'ladi va ular taranglik kuchlari deb yuritiladi.

Texnika mexanikasi fani ham mexanika fanining o'zagini tashkil etganligini anglagan holda uning tarixini mexanikaning boy va sermazmun tarixi bilan chambarchas bog'liq holda o'rganish maqsadga muvofiqdir.

Ma'lumki, mexanikaning rivojlanish tarixi uchta asosiy davrga bo'lib o'rganilgan:

qadimiy davr mexanikasi - Aristotel davridan XVI asrgacha, uyg'onish davri mexanikasi - XVI asrdan XX asr boshigacha va hozirgi davr mexanikasi - XX asr boshidan shu kungacha bo'lgan davrni o'z ichiga oladi.

Birinchi davr. Qadimgi yunonistonlik dunyoga mashhur olim **Aristotel** (miloddan avvalgi 384-322) o'zining "Mexanika" degan asarida mexanikani boshqa fanlardan ajratgan.

U o'sha davr bilimlari asosida ko'plab fizik nazariya va farazlarni ishlab chiqdi. Aslida, "fizika" atamasining o'zi Aristotel tomonidan kiritilgan.

Aristotel harakatni ikki: "tabiiy" va "majburiy" turga ajratib, bu tushunchalarni ilk bor fanga kiritgan.

Uning fizikadagi postulatiga ko'ra: "tabiiy" harakatni amalga oshiradigan har bir jism dastlabki "tabiiy" joylashuvga intiladi, tezligi muhitning zichligiga teskari proporsionaldir, fazoning har bir nuqtasi materiya bilan to'ldirilgan, bu obyektlarni tabiiy joylashuviga ko'chiruvchi obyektga kuch ta'sir qiladi va hokazo.

Qadimgi yunon muhandis-olimi **Arximed** (miloddan avvalgi 287-212 yillar) muhandislik sohasida richagning batafsil nazariyasini ishlab chiqdi va bu nazariyani amaliyotda samarali qo'lladi.

Arximed g'oyasiga ko'ra, Sirakuza portida og'ir yuklarni ko'tarish va ko'chirish uchun blokli-richag mexanizmi yaratilgan. Uning «Tekis shakllarning muvozanati to'g'risida» ilmiy ishi katta ahamiyatga ega bo'lib, unda richag harakati qonuni isbotlangan. Arximed qonuni suyuqlikka botgan har qanday jismga taqariga siqib chiqaruvchi kuchning bosimi ta'sir qilishini belgilab berdi; mazkur suyuqlikning zichligi qanday bo'lishidan qat'i nazar, bosim kuchi yuqoriga yo'nalgan va miqdori esa tashqariga siqib chiqarilgan suyuqlikning og'irligiga tengdir.

Mexanikaning rivojlanishida muhim o'rin egallagan "Richaglar to'g'risida", "Tekis shakllarning muvozanati haqida", "Suzuvchi jismlar haqida" traktat (risola)lar Arximed ijodiga mansubdir. Amaliy mexanika sohasida u "Arximed vinti" deb ataladigan juda "sodda va yetarli quvvatga ega nasos"larni kashf etdiki, natijada ular yordamida daryo suvini zaruriy balandlikka ko'tarish va suvning harakatini boshqarib, kerakli joylarga yetkazish imkoniyatlari yaratildi.

"O'q va nuqtaga nisbatan kuch momenti", "og'irlik kuchi", "og'irlik markazi" tushunchalari birinchi marta Arximed asarlarida paydo bo'lgan.

Shuningdek, tashqi yuklar ta'siridagi richagning muvozanati, jismlarning yuzasi, hajmi, og'irlik markazini aniqlash usullari, jismlarning suzish shartlari va suyuqliklarning gidrostatik bosimi haqidagi ta'limotlarni yaratgan.

Aristotel
(e.a. 384-322)

Arximed
(e.a. 287-212)

al-Xorazmiy
(783 - 850)

Mexanika rivojida Sharq olimlarining hissasi beqiyosdir.

Hozirda o'rta asr sharqshunoslarining birgina statikaga oid 50 dan ortiq asarlari mavjud.

O'rta asr islom mamlakatlari olimlari mexanikani "Ilm al-xiyol" ("Ustalik yoki "ayyorlik" bilan yasalgan moslamalar to'g'risidagi ilm") deb yuritishib, unda o'sha davrga mos mexanika masalalari ko'rilgan.

"Ilm al-xiyol" asarining birinchi qismida "beshta oddiy mashina" (richag, pona, blok, "vorot", vint) nazariyasi bayon etilgan, ikkinchi qismida esa go'yoki "ayyorlik" bilan murakkabroq moslamalar yasalgan bo'lib, ular yordamida dalalarni sug'orish uchun suvni ko'tarish, harbiy maqsadlar, "avtomatik va pnevmatik" qurilmalar, aniqrog'i, o'sha davrga mos texnika mexanikasi asboblari va qurilmalari yaratilgan.

Abu Abdulloh Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy (783 - 850) – mashhur dunyoga mashhur olim, asli xorazmlik, uning favqulodda bilimi, ilmiy ijodi bilan matematikada birinchi marta "algebra", "algoritm", "logarifm" atamalari paydo bo'lgan, chiziqli va kvadrat tenglamalarni yechishning umumiy usullari asoslangan.

Xorazmiy "Surat al-arz" ("Yer suvrati") nomli kitobida Afrika, Osiyo va Yevropa qit'alarini aniq tavsiflagan. Koinot sirlarini o'rganishga oid ishlari "Zij" ("Astronomiya") kitobida bayon etilgan. Xususan, Quyosh va Oy harakati tenglamalari va tutilish muddatlarini aniqlash qoidalari, sinuslar jadvallari, geografik nuqtalarni topish qoidalari berilgan.

Al-Xorazmiyning bizgacha yetib kelgan yagona ilmiy asari "Fanlar kaliti" ("Mafotih al-ulum") ikki qismdan iborat bo'lib, 15 ta fanni qamrab olgan (birinchi qism quyidagilardan iborat: masalan, 1-fiqh, ya'ni musulmon huquqshunosligi, 3-grammatika, ..; ikkinchi qism: 1-falsafa, 4-arifmetika, 8-mexanika, ...).

O'z navbatida Al-Xorazmiy asarida mexanika bo'limi ikki bobni o'z ichiga oladi.

Birinchi bobda asosan "Kichik kuchlar yordamida harakatlanish va moslamalar to'g'risida": richag, vint, pona va parmalar, harbiy mashinalar kabi mexanikaning turli asboblari va mexanizmlari haqida ma'lumotlar berilgan.

Ikkinchi bob "Suvning harakati va pnevmatik qurilmalar yordamida harakatga keltiriladigan mexanizmlar" tavsifiga bag'ishlangan bo'lib, unda suv harakati haqida ma'lumotlar keltirilgan.

Shuningdek, qum va suv sathini o'lchash uchun xronometrik asboblar, jo'mraklar, sifonlar, nasoslar, suv g'ildiragi, suv tegirmoni, purkagich va ularning ishlashini tavsiflovchi muhim ilmiy ma'lumotlar berilgan. Bundan tashqari, ba'zi duradgorlik asboblari haqida ham ma'lumotlar mavjud.

Dunyoga mashhur olim **Ahmad al-Farg'oniy** (797–865) olamning tuzilishi, Yer o'lchovi, sayyoramizning sharsimon ko'rinishga ega ekanligi haqidagi dastlabki ma'lumotlarni ilm ahliga taklif etgan. U "Osmon jismlari harakati" nomli asarini yozgan.

Ahmad al-Farg'oniy stereografik proyeksiya nazariyasining asoschisi sifatida fazo jismlari harakatining tekisliklardagi proyeksiyalari nisbatlari asosida ba'zi bir kattaliklarni o'lchash mumkinligini isbotlagan.

Ahmad al-Farg'oniyning ulkan kashfiyotlaridan biri uning o'rta asrlardagi asosiy astronomik asbob – astrolab[4] nazariyasini ishlab chiqqani va ayniqsa, mashhur inshoot – "Miqyosi nil" ni yaratganidir. Misrning Nil daryosida suv oqimining hajmi va

---

[4] Astrolab - gorizontal burchaklarni o'lchash va koinotdagi jismlarning joylashuv kengliklari va uzunliklarini aniqlash maqsadida ishlatiladigan eng qadimgi astronomik asboblardan biri bo'lib, uning ishlashi stereografik proyeksiya tamoyiliga asoslanadi.

tezligini o'lchaydigan "Nilomer" yuksak bilimdonlik bilan bunyod etilgan.

Nilomer yordamida daryo oqimidagi mavsumiy o'zgarishlar va ularning darajalari doimiy ravishda kuzatilgan hamda oqim sathi belgilangan. Bu esa dehqonchilik sohasining ahvolini bilishni va ayniqsa, aholining iqtisodiy ahvolini oldindan bilish imkonini bergan.

Abu Rayhon Beruniy (05.09.973-13.12.1048) - dunyoga mashhur olim, mutafakkir, birinchi marta Ptolemey olamining geotsentrik tizimining haqiqiyligiga asosli shubhalarni bildirdi va Yer atrofida Quyosh emas, balki Yer xuddi boshqa sayyoralar kabi Quyosh atrofida aylanadi deb, qat'iy ta'kidlagan.

Ahmad al-Farg'oniy (797-865)

Beruniy (973-1048)

Ibn Sino (980-1037)

U tabiatdagi hamma narsa tabiatning o'z qonunlariga ko'ra mavjud va o'zgaradi, bu qonuniyatlarni faqat fan yordamida ilg'ash va tushunish mumkin, deb hisoblagan. Yerning sferik shakli haqidagi konsepsiyasini yaratdi va unga asoslanib, Yerning radiusini (6000 km dan ortiq) qariyb to'g'ri aniqladi (Biruniyning o'lchash xatosi zamonaviy o'lchovlarga nisbatan atigi 16,8 km edi, xolos).

Beruniy "Zargarlik ilmidagi tahliliy xulosalar" kitobini yozgan bo'lib, unda ko'pgina minerallarning zichligi (o'ziga xos solishtirma og'irligi) nihoyatda katta aniqlikda hisoblangan hamda ellikdan ortiq minerallar, rudalar, metallar va qotishmalar haqida batafsil ma'lumotlar berilgan.

O'rta asr islom mamlakatlari – Sharq allomalari bilan birgalikda o'sha davrda qo'llanilgan asosiy astronomik asboblar (astrolab, sekstant)ni takomillashtirdi va amaliyotda qo'lladi. U Quyosh va sayyoralarni aniq kuzatish maqsadida ilk bor qo'zg'almas (devoriy) kvadrantni qurdi, qaysiki u taxminan 400 yil davomida dunyodagi eng ulkan katta qurilma hisoblangan.

Beruniyning "Doiradagi vatarlarni aniqlash haqidagi" kitobida bir qancha original matematik usullar va dalillar bayon etilgan bo'lib, hozir ham ta'limda keng foydalanilmoqda.

2014 yilda Amerika qo'shma shtatlaridagi eng mashhur akademik nashrlardan biri hisoblangan "Science" ("Fan") jurnalida Richard Stoun o'zining al-Beruniyning ilmiy ishlariga bag'ishlangan maqolasini chop etdi, unda shunday deyiladi: "U Renessans – uyg'onish davridan ancha oldingi davrning Uyg'onish davri odami bo'lgan. .... hayratlanarli aniqlik bilan u Yerning aylanasini hisoblab chiqdi, moddalarning solishtirma og'irligini aniqlash metodini kashf etdi, shuningdek, suv bilan solishtirib, moddalarning zichligi o'lchovini ixtiro qildi.

...Kopernikdan besh asr oldin Quyosh fazoda Quyosh tizimining markazi bo'lishi mumkin, degan qat'iy fikrlarni ilgari surgan. Taniqli olim o'zining kashfiyotlar ro'yxatiga Amerikaning mavjudligi haqidagi farazni ham qo'shdi".

Abu Ali Husayn ibn Sino (16.08.980 - 18.06.1037) – jahon tan olgan dunyoga mashhur olim, buyuk shifokor, mexanika sohasida asosan yunonistonlik faylasuf Jon Filopon (490-570) va al-Xorazmiylarning ta'limotini muvaffaqiyatli davom ettirgan.

Shuni ta'kidlash kerakki, Ibn Sinoning "Ilm kitobi" risolasida harakatlanuvchi jismga berilgan kuch yo'qolmaydi, agar harakatga qarshilik bo'lmasa, u cheksiz davom etadi; Bundan tashqari, unda 5 ta oddiy mashina, ularning majmuaviy birikmalari hamda yuklarni ko'tarish va tashish uchun qo'llanilishi ham ko'rib chiqilgan.

Mirzo Ulug'bek (22.03.1394–10.27.1449) – dunyoga mashhur olim, atoqli davlat arbobi bo'lib, katta ilmiy maktab yaratgan.

Mirzo Ulug'bek jahonda yagona rasadxona qurdirgan bo'lib, O'zining shogirdlari bilan birgalikda Quyosh, Oy va sayyoralarning joylashuvi qonuniyatlari va harakatini yetarli darajada katta aniqlik bilan hisoblay olganlar. U o'zining "Ziji jadidi Ko'ragoniy"

("Ko'ragoniy yangi astronomik jadvali") asarida astronomiyaning nazariy asoslarini, koinot ilmi sohasidagi ijodiy ishlarini bayon qilgan.

Ulug'bek
(1394-1449)

N.Kopernik
(1473-1543)

G.Galiley
(1564-1642)

Bu asarda astronomiya (falakkiyot) faniga asos solingan va 1018 ta yulduzning joylashish koordinatalari jadvali juda katta aniqlikda hisoblab berilgan.

Optik asboblar ixtiro qilinguniga qadar tuzilgan zijlar orasida "Ziji jadidi Ko'ragoniy" eng mukammal hisoblangan. Bu asari bilan butun dunyoga astronom olim sifatida tanilgan. "Ziji jadidi Ko'ragoniy" asari dunyo xalqlari tillariga tarjima qilinib, hozirgi paytda ham boshqa olimlar tomonidan o'rganib kelinmoqda.

Mexanika taraqqiyotining ikkinchi davrida polshalik taniqli astronom **Nikolay Kopernik** geotsentrik nazariya o'rniga yangi geliotsentrik nazariyani kashf etdi. Mazkur nazariyaga ko'ra, Quyosh koinotning markazida joylashgan, Yer esa boshqa sayyoralar kabi Quyosh va uning o'qi atrofida aylanishi haqidagi obyektiv ilmiy ma'lumotlar hanuzgacha insoniyatga xizmat qilmoqda.

Shuni alohida ta'kidlash kerakki, Abu Rayhon Beruniy va Abu Ali ibn Sino ham Kopernikgacha geliotsentrik nazariyani sifat jihatidan belgilab berganlar.

Nikolay Kopernikning ta'limotini davom ettirgan italiyalik olim **Galileo Galiley** (15.02.1564-01.08.1642)ning 1638 yilda Gollandiyaning Leyden shahrida "Mexanika va mahalliy harakat bilan bog'liq ikkita yangi fan bo'limiga oid suhbatlar va matematik dalillar" nomli mashhur kitobi nashr etildi. Suhbatlar ko'rinishida yozilgan ushbu kitobda (u 1637 yilda olimning sog'ligi biroz yomondashib, ko'zi ko'r bo'lib qolgan) "Fanning ikkita yangi tarmog'i"ning asoslari, ya'ni dinamika va mustahkamlik[5] haqidagi ta'limot ilk bor shakllantirilgan.

Bu yerda Galiley tomonidan egilish haqida yangi ibora ishlatilgan, jismlarning mustahkamligi masalasining qo'yilishi muammolardan biri tarzida bayon etilgan hamda "To'sinning qarshiligini baholash uchun qanday analitik hisoblashlar zarur bo'ladi?"- degan javob topishga ilk bor urinib ko'rgan.

Garchi, uning ba'zi nazariy asoslari noto'g'ri bo'lsa ham, u to'rtburchak kesimli to'sin uchun qarshilik momenti kesim eniga va balandligi kvadratiga bog'liq ekanligini hamda mustahkamlik to'sinning uzunligiga bog'liq emasligini shogirdlari bilan birgalikda o'tkazgan tajribalariga asoslanib, to'g'ri aniqladi.

Lekin, hatto to'rtburchak kesimli to'sin uchun qarshilik momenti formulasini ham to'g'ri ifodalay olmagan, chunki proporsionallik koeffitsiyenti noto'g'ri hisoblangan. Kitobning dastlabki ikkita suhbati - dialogi materiallar qarshiligi va qurilish mexanikasi fanlari asoslariga bag'ishlangan.

Va, nihoyat oxirgi ikki dialogda esa to'g'ri chiziqli tekis va tekis tezlanuvchan harakatlar hamda ufqqa ma'lum burchak ostida otilgan qattiq jismning harakati haqidagi tadqiqotlar berilgan. Galiley o'zining tadqiqotlari asosida Aristotel dinamikasining noto'g'riligini isbotladi va dinamika masalalarini tadqiq etishning o'ziga xos "yangi" yo'lini belgilay oldi.

Ushbu kitobning paydo bo'lishi ko'pgina texnik adabiyotlarda "Materiallar qarshiligi fanining tug'ilishi" deb nomlanadi va bunday qarashlar, afsuski hali ham saqlanib qolmoqda.

Darhaqiqat, bitta masalani qaysidir bir ma'noda hal qilish bilanoq hech qanday yangi fan paydo bo'lmaydi!. Darvoqe,

---

[5] Shuni ta'kidlash kerakki, materiallarning mustahkamligi haqidagi fanni rivojlantirishda davom etgan olimlar orasida asosan mexaniklar, fiziklar, matematiklar, harbiy muhandislar, ko'prik va temir yo'l muhandislari, kema quruvchilar, qurilish muhandislari va boshqalar bor edi.

mexanikaning rivojlanish tarixiga xolisonalik va adolat nuqtai nazaridan yaqinroq nazar tashlansa, haqiqiy holat yoki vaziyatga yangicha qarash imkoniyati paydo bo'ladi.

Xususan, birinchidan, Aristoteldan Galileygacha bo'lgan davrlarda jismlar harakatining sabablari va xususiyatlarini oydinlashtirishga imkon beruvchi bir necha falsafiy tushunchalar, qarashlar, aniqrog'i, konsepsiyalarni har tomonlama tahlil qilish natijasida "Jismlar harakatlanishining sabablari nimada?", "Jismlar qanday harakatlanadi?" - degan va shu kabi savollarga nafaqat sifat, falsafiy, balki miqdoriy, matematik ifodalarni ham olish barobarida javoblarni "topishga ko'pchilik olimlar harakat qilganliklari" tasdiqlanadi.

Ikkinchidan, al-Xorazmiyning "beshta oddiy mashina"ning yaratilishi va ularning kombinatsiyasi hamda insoniyat hayotida amaliy qo'llanilishi haqidagi qarashlari bilan batafsil tanishish barobarida ajdodlarimiz ilmiy traktatlarida "konstruksiyalar mustahkamligi yoki puxtaligi yoxud ishonchliligi" kabi iboralaridan foydalanilmasada, ular "Ma'lum darajada empirik bilimlarga asoslangan holda Galiley yashagan davrlarga mos keluvchi materiallar qarshiligi fanining amaliy muammolarini, sinov usullari va boshqalarni" hayotiy amaliyotda samarali qo'llaganlar, degan xulosalarni haqli ravishda ayta olamiz".

Masalan, "Fanlar kaliti" risolasining sakkizinchi bo'limi mazmunining ilmiy-amaliy tahlili mexanika sohasidagi dastlabki tadqiqotlar va ularga mos amaliy yechimlar olish Galileygacha bo'lgan davrda ham muvaffaqiyatli amalga oshirilganligini to'liq tasdiqladi. Shuning uchun deformatsiyalanuvchi qattiq jism mexanikasining alifbosi hisoblanuvchi fan sifatida materiallar qarshiligining kelib chiqish sanasini belgilashni al-Xorazmiy risolasining nashr etilish davridan boshlash kerakligi maqsadga muvofiqdir.

Hatto, Ibn Sino o'zining "Shifo kitobi" risolasida jismlar inersion xususiyati (tinch holatda yoki harakat holatidagi o'zgarishlarga qarshilik ko'rsatish layoqati)ga ega ekanligini ta'kidlaydi va ularga mashhur olim Jon Filopon tomonidan taklif etilgan "Harakatni saqlashning o'ziga xos ichki xususiyati"ni qo'llash mumkinligini bayon etadi.

Galileo Galiley va uning izdoshlari g'oyalarini ingliz olimi **Isaak Nyuton** rivojlantirib, tezlanish va kuchning mutanosibligi, ta'sir aks ta'sir tengligi, butun olam tortilishi kabi mexanikaning eng muhim, asosiy qonunlarini kashf qilgan.

Bundan tashqari, mexanika fanining turli sohalari rivojlanishiga R.Guk, T.Yung, J.D'alamber, M.Shal, L.Eyler M.Lomonosov, M.Ostrogradskiy, P.Chebishev, F.Yasinskiy kabi olimlar ham muhim hissa qo'shganlar.


I.Nyuton
(1643-1727)


Leonard Eyler
(1707-1783)


A.Eynshteyn
(1879-1955)

Uchinchi davr Eynshteynning maxsus (1905) va umumiy (1916) nisbiylik nazariyalari paydo bo'lishi bilan boshlanadi.

Zamonaviy konstruksiyalar yaratishda, xususan Yerning sun'iy yo'ldoshlarini, kosmik kemalarni uchirish, ularni Oy sirtiga qo'ndirish, Mars va Pluton sayyoralariga yaqinlashish, ularning fotosuratlarini olish, kosmik kemalar yordamida Yerdagi foydali qazilma boyliklarning xaritalarini tuzish, kosmonavtika yutuqlarini xalq xo'jaligining turli sohalarida qo'llashda mexanika fanining qonun va qoidalari beqiyos ahamiyatga ega.


S.P.Korolyov


X.A.Rahmatulin


M.T.O'rozboyev

(1907-1966) (1909-1988) (1906-1971)

Tarixiy muhim kashfiyotlar: N.Jukovskiy (1847-1921)ning aerodinamika nazariyasi, K.Siolkovskiyning (1857-1935) raketa va suyuq yonilg'ida ishlaydigan raketa dvigateli nazariyalari; S.Korolyov rahbarligida yaratilgan ballistik va geofizik raketalar, Yerning sun'iy yo'ldoshlari va turli kosmik kemalar; mashhur o'zbek olimi X.Rahmatulinning kosmonavtika va harbiy-mudofaa sohalaridagi nazariy-amaliy tadqiqotlari, shuningdek dinamik yuklar ta'sirida inshootlar zaminini loyihalash-hisoblash va kema zirhi mustahkamligini aniqlash kabilarda qo'llaniladigan "Rahmatulin to'lqinlari" nazariyasi, "Parashyut nazariyasi" asosida "Mudofaa aerostatlari po'lat arqonlaridan shakllangan to'rlar hisobi", "Suyuq yonilg'ining reaktiv dvigatel kamerasida yonishi", "Aralashmalar harakati" singari nazariyalari, kashfiyot-ixtirolari hamda I.Meshcherskiyning (1859-1935) o'zgaruvchan massali jismlarning harakati nazariyasi mexanika fanining rivojida alohida ahamiyat kasb etadi.Akademik M.T.O'rozboyevning asosiy ilmiy tadqiqot ishlari deformatsiyalanuvchi egiluvchan iplar mexanikasi, seysmik qarshiliklar dinamikasi, filtratsiya jarayonlari nazariyasi va inshootlar zilzilabardoshligi nazariyasi singari muhandislik amaliyoti muammolarini hal etishga bag'ishlangan.

Akademik T.SH.Shirinqulov va uning shogirdlari tomonidan bir jinsli bo'lmagan va eskiruvchan xususiyatlari e'tiborga olingan qurilish va konstruksion materiallarning deformatsiyalanadigan muhit bilan o'zaro ta'sir qiluvchi strukturaviy elementlarni hisoblashning yangi usullarini ishlab chiqish va mavjud usullarni takomillashtirish, bir jinsli bo'lmagan elastik asosda yotuvchi ikki qatlamli to'sinli plitalar egilishini tahlil etish, chiziqli deformatsiyalanuvchan va bir jinsli bo'lmagan poydevorlar bilan o'zaro ta'sirlashib turadigan, bir-birlariga nisbatan ma'lum masofada joylashgan uch qatlamli ikkita plitani egilish jarayonida kontakt kuchlanishga tekshirish, bir jinsli bo'lmagan eskirayotgan qobiqlarning momentsiz nazariyasini yaratish barobarida qobiqlarning kuchlanish-deformatsiyalanish holatlarini o'rta tekislikda hosil bo'ladigan normal va siljituvchi kuchlar orqali mexanik-matematik nuqtai nazardan ifodalash, silindirsimon temirbeton qobiqlarni loyihalashda yoriq (darz paydo bo'lishi)lar

Galileo Galiley va uning izdoshlari g'oyalarini ingliz olimi **Isaak Nyuton** rivojlantirib, tezlanish va kuchning mutanosibligi, ta'sir aks ta'sir tengligi, butun olam tortilishi kabi mexanikaning eng muhim, asosiy qonunlarini kashf qilgan.

Bundan tashqari, mexanika fanining turli sohalar rivojlanishiga R.Guk, T.Yung, J.D'alamber, M.Shal, L.Eyler M.Lomonosov, M.Ostrogradskiy, P.Chebishev, F.Yasinskiy kabi olimlar ham muhim hissa qo'shganlar.

I.Nyuton
(1643-1727)

Leonard Eyler
(1707-1783)

A.Eynshteyn
(1879-1955)

Uchinchi davr Eynshteynning maxsus (1905) va umumiy (1916) nisbiylik nazariyalari paydo bo'lishi bilan boshlanadi.

Zamonaviy konstruksiyalar yaratishda, xususan Yerning sun'iy yo'ldoshlarini, kosmik kemalarni uchirish, ularni Oy sirtiga qo'ndirish, Mars va Pluton sayyoralariga yaqinlashish, ularning fotosuratlarini olish, kosmik kemalar yordamida Yerdagi foydali qazilma boyliklarning xaritalarini tuzish, kosmonavtika yutuqlarini xalq xo'jaligining turli sohalarida qo'llashda mexanika fanining qonun va qoidalari beqiyos ahamiyatga ega.

S.P.Korolyov

X.A.Rahmatulin

M.T.O'rozboyev

(1907-1966) (1909-1988) (1906-1971)

Tarixiy muhim kashfiyotlar: N.Jukovskiy (1847-1921)ning aerodinamika nazariyasi, K.Siolkovskiyning (1857-1935) raketa va suyuq yonilg'ida ishlaydigan raketa dvigateli nazariyalari; S.Korolyov rahbarligida yaratilgan ballistik va geofizik raketalar, Yerning sun'iy yo'ldoshlari va turli kosmik kemalar; mashhur o'zbek olimi X.Rahmatulinning kosmonavtika va harbiy-mudofaa sohalaridagi nazariy-amaliy tadqiqotlari, shuningdek dinamik yuklar ta'sirida inshootlar zaminini loyihalash-hisoblash va kema zirhi mustahkamligini aniqlash kabilarda qo'llaniladigan "Rahmatulin to'lqinlari" nazariyasi, "Parashyut nazariyasi" asosida "Mudofaa aerostatlari po'lat arqonlaridan shakllangan to'rlar hisobi", "Suyuq yonilg'ining reaktiv dvigatel kamerasida yonishi", "Aralashmalar harakati" singari nazariyalari, kashfiyot-ixtirolari hamda I.Meshcherskiyning (1859-1935) o'zgaruvchan massali jismlarning harakati nazariyasi mexanika fanining rivojida alohida ahamiyat kasb etadi.Akademik M.T.O'rozboyevning asosiy ilmiy tadqiqot ishlari deformatsiyalanuvchi egiluvchan iplar mexanikasi, seysmik qarshiliklar dinamikasi, filtratsiya jarayonlari nazariyasi va inshootlar zilzilabardoshligi nazariyasi singari muhandislik amaliyoti muammolarini hal etishga bag'ishlangan.

Akademik T.SH.Shirinqulov va uning shogirdlari tomonidan bir jinsli bo'lmagan va eskiruvchan xususiyatlari e'tiborga olingan qurilish va konstruksion materiallarning deformatsiyalanadigan muhit bilan o'zaro ta'sir qiluvchi strukturaviy elementlarni hisoblashning yangi usullarini ishlab chiqish va mavjud usullarni takomillashtirish, bir jinsli bo'lmagan elastik asosda yotuvchi ikki qatlamli to'sinli plitalar egilishini tahlil etish, chiziqli deformatsiyalanuvchan va bir jinsli bo'lmagan poydevorlar bilan o'zaro ta'sirlashib turadigan, bir-birlariga nisbatan ma'lum masofada joylashgan uch qatlamli ikkita plitani egilish jarayonida kontakt kuchlanishga tekshirish, bir jinsli bo'lmagan eskirayotgan qobiqlarning momentsiz nazariyasini yaratish barobarida qobiqlarning kuchlanish-deformatsiyalanish holatlarini o'rta tekislikda hosil bo'ladigan normal va siljituvchi kuchlar orqali mexanik-matematik nuqtai nazardan ifodalash, silindirsimon temirbeton qobiqlarni loyihalashda yoriq (darz paydo bo'lishi)lar hosil bo'lishini bartaraf etish kabi muhandislik amaliyotida ko'p uchraydigan muammolarning ilmiy-amaliy tadqiqiga bag'ishlangan.

Akademik X.A.Raxmatulinning jahonga mashhur shogirdi, akademik R.I.Nigmatulin ko'p fazali ko'p parametrli tizimlar mexanikasi va termodinamikasi, ularni matematik modellashtirish sohasida taniqli olim, fan tashkilotchisi. U fizik-kimyoviy o'zgarishlar va zarba-to'lqin jarayonlari bilan gaz-suyuqlik oqimlarini o'rgangan – mavzu yadro energetikasi, kimyoviy texnologiya, neft va gaz, okeanologiya va ekologiya sohalari rivojida dolzarbdir. U yadroviy reaktorlarning yoqilg'i kanallarida, neftni qayta ishlash quvurli pechlarida issiqlik uzatish inqirozining oldini olish bilan shug'ullangan, ayni paytda ham bu borada muhim ilmiy yechimlar olmoqda.

Uning ishi ko'p fazali muhitlar dinamikasini, bug' va gaz-suyuqlik tizimlarining gidro- va gaz dinamikasini matematik modellashtirish; dispers muhitda yonish, detonatsiya va portlashlar; ko'p fazali suyuqliklarni filtrlash; fiziko-kimyoviy o'zgarishli elastik-plastik muhitlar dinamikasi sohasidagi bir qator fundamental muammolarni hal qilishga eng katta hissa qo'shdi.

Akademik R.I.Nigmatulin 1994-2005 yillarda Rensselair politexnika instituti (AQSH), 1996-1998 yillarda Pyer va Mari Kyuri universiteti (Fransiya) va 2000 yilda esa Isaak Nyuton institutlari (Buyuk Britaniya)da taklif etilgan professori hisoblanadi.

Dunyoga mashhur olim, akademik X.A.Raxmatulinning safdoshlari va izdoshlaridan atoqli o'zbek akademiklari M.T.O'rozboyev, V.Q.Qobulov, T.SH.Shirinqulov, J.F.Fayzullayev, X.H.Usmonxo'jayev, T.R.Rashidov, Y.N.Muborakov kabi mashhur olimlar mexanikaning turli sohalari rivojiga munosib hissa qo'shganganlar, shuningdek, ayni kunlarda ham akademik M.Mirsaidov, professorlar: X.X.Xudoynazarov, K.A.Karimov, B.X.Xo'jayorov, J.Oqilov, G.Hojimetov, K.S.Sultonov, A.B.Ahmedov, K.Ismayilov singari taniqli olimlarimiz ham samarali faoliyat olib bormoqdalar.

Akademik X.A.Raxmatulinning bevosita shogirdlaridan B.M.Mardonov, Q.SH.Latipov, N.Mamadaliyev (Rossiya), T.Ormonbekov (Qirg'iziston), N.Jubayev (Qozog'iston), YO.U.Soatov, A.A.Hamidov, SH.Mamatqulov, M.Ergashov, A.Nabiyev, X.X.Hasanov, O.Umarov, R.Xudoyberdiyev, SH.Narimov, A.Barayev, A.Yusupov, K.Odilov, O.Akobirov, L.Nematov, M.Turdimov singari professor-olimlar ham ilmiy-pedagogik, ta'lim-tarbiya va ta'limning boshqaruv sohalarida munosib xizmat qilganlar, shuningdek, ayni kunlarda ham ularning ko'pchiligi mamlakatimizning turli oliy texnika ta'lim muassasalarida samarali ilmiy-pedagogik faoliyat yuritmoqdalar.

Fan-texnika jadal sur'atlar bilan rivojlanayotgan hozirgi paytda mexanika nomi bilan bevosita bog'liq va uning asosiy tarkibiy qismi bo'lgan "Texnika mexanikasi" fanini puxta o'rganish ham muhim ahamiyat kasb etadi.

Mazkur fan Muhandislik, ishlov berish va qurilish sohalari bo'yicha malakali, raqobatbardosh va kompetentli kadrlar tayyorlashda bir necha umumkasbiy yoki umummuhandislik fanlarining "alifbo"si tarzida o'rganilishi ko'zda tutilgan.

"Texnika mexanikasi" fanida mustaqil ta'lim doirasida yechilishi ko'zda tutilgan masalalar to'plami $2 \div 5$ -ilovalarda keltirilgan.

Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar

1. Statika nimani o'rgatadi?
2. Mexanik harakat deganda nimani tushunasiz?
3. Moddiy nuqta va moddiy, mutlaq qattiq, erkin, erkin bo'lmagan (bog'lanishdagi) jismlar tushunchalarini ta'riflang.
4. Kuch va teng ta'sir etuvchi kuch nima? Ularning o'lchamligi kanaka?
5. Statikaning aksiomalaridan birini tushuntiring.
6. Bog'lanishlarning qanday turlarini bilasiz?

II. MODUL. BIR NUQTADA KESISHUVCHI KUCHLAR TIZIMI

I. NAZARIYA

I.II.1-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarni ko'shish

Ta'sir chiziqlari bir nuqtada uchrashadigan kuchlar tizimiga bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimi deyiladi.

Statika aksiomasi natijasiga asosan, kuchlarni ta'sir chizig'i bo'ylab ko'chirib, bu chiziqlar kesishadigan umumiy nuqtaga keltirilganda, kuchlarning mutlaq qattiq jismga ta'siri o'zgarmaydi. Bu esa bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimini doimo bir nuqtaga qo'yilgan kuchlarning teng kuchli tizimi bilan almashtirish imkonini beradi.

Faraz kilaylik, mutlaq qattiq jismga tekislikda kesishuvchi kuchlar tizimi $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \vec{F_4}$ ta'sir etsin (I.II.1-shakl, a).

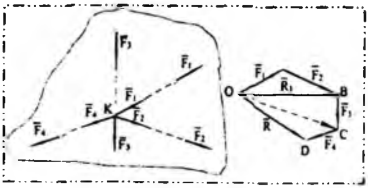
Kuchlarning ta'sir chizig'i davom ettirilganda, ular K nuqtada kesishadi. Statikaning aksiomasi natijasiga muvofiq, kuchlarni K nuqtaga ko'chirish mumkin.

K nuqtada kesishuvchi $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \vec{F_4}$ kuchlar tizimining teng ta'sir etuvchisini kuchlar uchburchagi qoidasiga asosan aniqlaymiz.

Avval $\vec{F_1}$ va $\vec{F_2}$ kuchlarni geometrik ko'shamiz. Buning uchun ixtiyoriy O nuqtaga mashtabi va yo'nalishini saqlagan holda $\vec{F_1}$ kuchni ko'yamiz (I.II.1-shakl, b).

$\vec{F_1}$ kuchning oxiriga $\vec{F_2}$ kuchni joylashtiramiz. O nuqta bilan $\vec{F_2}$ kuchning uchini birlashtirib, $\vec{F_1}$ va $\vec{F_2}$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi R_1 ni hhosil kilamiz:

$$R_1 = \vec{F_1} + \vec{F_2} \qquad \text{(I.II.1)}$$



a) b)

I.II.1-shakl

Endi R_1 ning uchiga $\overrightarrow{F_3}$ kuchni ko'yamiz. Agar O nuqta bilan $\overrightarrow{F_3}$ kuchning uchini birlashtirsak, R_1 va $\overrightarrow{F_3}$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi R_2 hhosil bo'ladi:

$$R_2 = \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{F_3} \quad \text{yoki} \quad \overrightarrow{R_2} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} \qquad \text{(I.II.2)}$$

Yukoridagi tartibda F_2 ning uchiga F_4 kuchni joylashtirib, bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisini aniqlaymiz:

$$R = R_2 + F_4 \quad \text{yoki} \quad \vec{R} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = \sum_{i=1}^{n} F_i \qquad \text{(I.II.3)}$$

Hosil bo'lgan $OABCD$ shakl **kuchlar ko'pburchagi** deyiladi; mazkur ko'pburchakning tomonlari, tanlab olingan masshtabda, jismga qo'yilgan kuchlarga teng va ular bilan bir xil yo'nalgan bo'ladi.

Shuningdek, ko'pburchakning yopuvchi OD tomoni bir nuqtada kesishuvchi $F_1 + F_2 + F_3 + F_4$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisini moduli va yo'nalishi bo'yicha ifodalaydi.

Izoh: kuchlar ko'pburchagini yasalish tartibi o'zgarsa-da, ya'ni dastlab qaysi kuchni masshtab bo'yicha tanlanishidan qat'iy nazar, natija bir xil: ko'pburchakning yopuvchi tomonini tasvirlovchi vektor modul va yo'nalish jihatidan o'zgarmasdan qoladi.

Demak, teng ta'sir etuvchi qo'shiluvchi kuchlarning o'rni almashganiga bog'liq bo'lmas ekan.

Agar mutlaq qattiq jismga n ta bir nuqtada kesishuvchi kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsa, u holda (I.II.3) ifoda quyidagicha ko'rinishda yoziladi.

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} F_i \qquad \text{(I. II. 4)}$$

Demak, *bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\bar{R}$ shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng ekan.*

Xususiy hol. Faraz kilaylik, mutlaq qattiq jismning ixtiyoriy A nuqtasiga qo'yilgan hamda o'zaro α burchak tashkil etuvchi F_1 va F_2 kuchlarning teng ta'sir etuvchisini aniqlash talab etilsin (I.II.2-shakl).

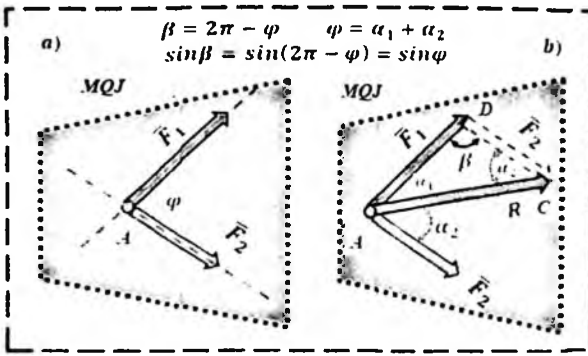
Parallelogramm aksiomasiga ko'ra, bir nuqtaga qo'yilgan ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng:

$$\vec{R} = F_1 + F_2 \qquad (\text{I.II.5})$$

I.II.2-shakl, b da kuchlar uchburchagi tasvirlangan; ADC uchburchakning yopuvchi AC tomoni $\vec{R}$ ga tengdir.

Kosinuslar teoremasiga asosan ΔADC dan teng ta'sir etuvchining modulini aniqlaymiz:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot cos\varphi \qquad (\text{I.II.6})$$



I.II.2- shakl

Teng ta'sir etuvchi kuch $\bar{R}$ ning F_1 va F_2 kuchlar bilan tashkil etgan α_1 va α_2 burchaklari sinuslar teoremasidan aniqlanadi:

$$\frac{F_1}{sin\alpha_2} = \frac{F_2}{sin\alpha_1} = \frac{R}{\sin(2\pi - \varphi)} \qquad (\text{I. II. 7})$$

I.II.2-§. Kuchning proyeksiyasi

Kuch bilan o'q bir tekislikda yotsa, F kuchning ox o'qdagi proyeksiyasini aniqlash maqsadida kuch vektorining boshi A va uchi B nuqtadan ox o'qqa tegishlicha Aa va Bb perpendikulyar punktir chiziqlar o'tkazamiz (I.II.3-shakl, a).

Gorizontal o'qdagi av kesma F kuchning ox o'dagi proyeksiyasini ifodalab, quyidagiga teng bo'ladi:

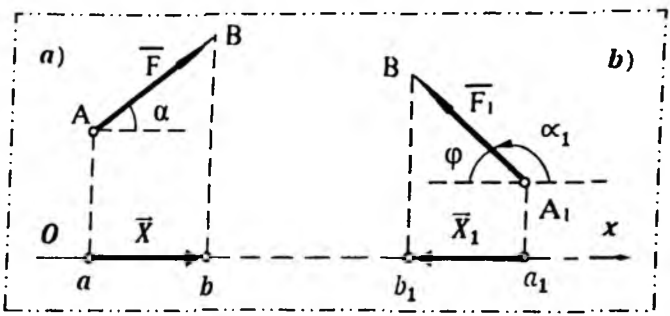
$$ab = F \cdot cos\alpha \quad \text{yoki} \quad X = F \cdot cos\alpha \qquad (I.II.8)$$

Agar a nuqtadan b nuqtaga ko'chish ox o'ining musbat yo'nalishi bilan mos tushsa, (I.II.8) ifodaning o'ng tomoni musbat, aksincha manfiy ishorali bo'ladi (I.II.3-shakl, b):

$$X_1 = F_1 \cdot cos\alpha_1 = F_1 \cos\,(180^0 - \varphi)$$

yoki

$$X_1 = F_1 \cdot cos\varphi \qquad (I.II.9)$$



I.II.3-shakl

Demak, kuchning biror o'qdagi proyeksiyasi skalyar miqdor bo'lib, kuch moduli hamda kuchning shu o'q musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusiga ko'paytmasiga teng.

Bu ta'rifga muvofiq, $\alpha = \frac{\pi}{2}$ yoki $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ bo'lganda $X = 0$; $\alpha = 0$ bo'lganda $X = F$, aksincha $\alpha = \pi$ bo'lganda $X = -F$ ga teng bo'ladi.

I.II.3-§. Teng ta'sir etuvchi kuchni analitik usulda aniqlash

Bir nuqtada kesishuvchi $F_1 + F_2 + F_3 + F_4 .... + F_n$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi R ning x va y o'lardagi proyeksiyalarini mos ravishda $\overrightarrow{R_x}$ va $\overrightarrow{R_y}$ hamda tashkil etuvchi kuchlarning o'sha o'qlardagi proyeksiyalarini esa X va Y orqali belgilab, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$R_x = X_1 + X_2 + X_3 .... + X_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$R_y = Y_1 + Y_2 + Y_3 .... + Y_n = \sum_{i=1}^{n} Y_i \qquad \text{(I.II.10)}$$

Teng ta'sir etuvchi kuchning moduli

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$$

Yoki,

$$R = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2} \qquad \text{(I.II.11)}$$

ko'rinishda aniqlanadi.

Teng ta'sir etuvchi bilan koordinata o'qlari orasidagi burchaklar, ya'ni teng ta'sir etuvchi kuchning yo'nalishi quyidagi formulalardan topiladi:

$$\cos(\overline{R},\hat{x}) = \frac{R_x}{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n} X_i)^2 + (\sum_{i=1}^{n} Y_i)^2}}$$

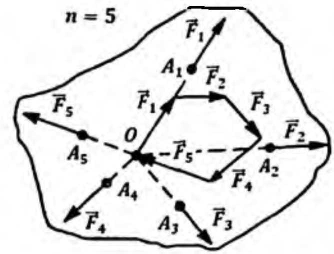
$$\text{(I.II.12)}$$

$$\cos(\overline{R},\hat{y}) = \frac{R_y}{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n} X_i)^2 + (\sum_{i=1}^{n} Y_i)^2}}$$

I.II.4-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning muvozanat shartlari

Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarga doir statika masalalarini yechishda quyidagi uchta muvozanat shartidan foydalanish ko'zda tutilgan.

1.Muvozanatning geometrik sharti. Aytaylik, ixtiyoriy mvutlaq qattiq jismning $A_1, A_2, \ldots, A_n$ nuqtalariga ta'sir chiziqlari O nuqtada kesishuvchi $F_1, F_2, \ldots, F_n$ muvozanatlashuvchi kuchlar tizimi qo'yilgan bo'lsin (I.II.4-shakl).



I.II.4-shakl

Bu kuchlar uchun kuchlar ko'pburchagi yasalsa *(oddiy-lashtirish maqsadida* $n = 5$ *holni ko'rib chiqamiz)*, u yopiq bo'ladi, ya'ni mazkur ko'pburchakda birinchi kuchning boshi bilan oxirgi kuchning uchi ustma-ust tushadi.

Aksincha, kuchlar ko'pburchagi yopiq bo'lsa, $R = 0$ bo'ladi.

Shunday qilib, *kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun bu kuchlarga qurilgan kuchlar ko'pburchagi yopiq bo'lishi zarur va yetarlidir.*

2. Muvozanatning vektor sharti.

Agar bir nuqtada kesishuvchi $F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \ldots + F_n$ kuchlar tizimining teng ta'sir etuvchisi R nolga teng bo'lsa, u holda bunday kuchlar tizimi muvozanatda bo'ladi; aksincha, kuchlar tizimi muvozanatda bo'lsa, teng ta'sir etuvchi kuch nolga teng bo'ladi:

$$R = 0 \qquad \text{(I.II.13)}$$

Yoki,

$$\sum_{k=1}^{n} F = 0 \qquad \text{(I.II.14)}$$

(I.II.13) yoki (I.II.14) tenglamalar kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanati zaruriy va yetarli shartining vektorli ifodasidir.

Demak, *kesishuvchi kuchlar ta'siridagi erkin jism muvozanatda bo'lishi uchun mazkur tizimni tashkil etuvchi kuchlarning geometrik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.*

Teng ta'sir etuvchi kuch $R = 0$ bo'lsa, (I.II.11) ga asosan $R_x = 0$, $R_y = 0$ bo'ladi.

3. Muvozanatning analitik sharti. Yuqoridagi (I.II.13) ni e'tiborga olsak, tekislikdagi kesishuvchi kuchlar tizimining muvozanat tenglamalari quyidagicha yoziladi:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} Y_i = 0 \qquad \text{(I.II.15)}$$

Demak, *kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning har bir koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.*

Umumiy holda, (I.II.15) ifoda tarkibida noma'lum kuchlar ham bo'lishi mumkin. Shu sababli uni kesishuvchi kuchlar tizimi ta'siridagi erkin jism muvozanati tenglamalarining analitik ifodasi ham deyiladi.

Shuni ta'kidlash muhimki, bordi-yu muvozanatdagi jism erkin bo'lmasa, "*Bog'lanishlardan bo'shatish haqida*"gi aksiomaga asosan, bog'lanishning jismga ko'rsatadigan ta'sirini ularning reaksiya (zo'riqish) kuchlari bilan almashtirish zarur.

Natijada bunday jismni berilgan kuchlar va bog'lanish reaksiyalari ta'sirida "erkin" jism deb qarash mumkin.

Shu bois, mazkur jism uchun tuzilgan muvozanat tenglamalari tarkibida berilgan kuchlar bilan bir qatorda bog'lanish reaksiya kuchlari ham ishtirok etadi.

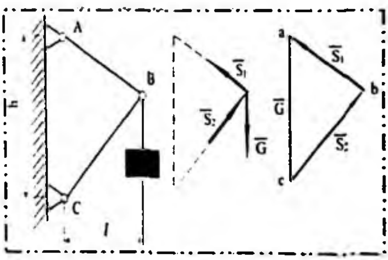
Endi *"Jismning muvozanatiga doir statika masalalarni yechish"*ning umumiy tartibini[6] quyidagicha izohlaymiz:

- muvozanati tekshiriladigan nuqta yoki jism aniqlanib, unga ta'sir etuvchi kuchlar chizmada aks ettiriladi;
- koordinatalar tizimi tanlab olinadi;
- bog'lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi;
- jismga ta'sir etuvchi kuchlar va reaksiya kuchlari qanday kuchlar tizimini tashkil etishiga qarab, ularga mos ravishda muvozanat tenglamalari tuziladi;
- muvozanat tenglamalaridan noma'lum[7] kuchlar aniqlanadi.

II. AMALIYOT

I.II.1-masala. Vertikal ustunning A va C nuqtasiga mos ravishda AV sterjen va SV tirgakning chap uchlari mahkamlangan (I.II.5-shakl, a); sterjen va tirgakning o'ng uchlari B tugunga biriktirilgan.

Agar yukning og'irligi $G = 50\,kN$ bo'lsa, sterjen va tirgaklarda qanday zo'riqish - targanglik kuchlari paydo bo'ladi? $AB = 1{,}4\,m$, $CB = 1{,}8\,m$



---

[6] Har qanday masalani yechishdan avval masalaning shartlarini ya'ni, masalaning qo'yilishini va unda qanday parametrlarni aniqlash talab etayotganligini juda aniq tushunib olish o'ta muhimdir.

Shuningdek, masalani yechish davomida qo'llanilishi ko'zda tutiladigan metod (usul, uslub), formula, tenglamalar, chegaraviy shartlar, chizma kabilarga aniqlik kiritish va qulayroqlarini tanlay olish zarur.

Shundagina masalani yoki muammoni yechish jarayoni aniq bir maqsadga qaratiladi.

[7] shunga alohida e'tibor berish lozimki, agar topilgan reaksiya kuchining ishorasi musbat chiqsa, tanlab olingan yo'nalish to'g'ri, aksincha manfiy bo'lsa, uning yo'nalishi haqiqiy yo'nalishga teskari ekan, degan xulosa kelib chiqadi.

va $AC = 2{,}6\ m$ deb hisoblansin.

a) b) c)

1.II.5-shakl

Masalaning yechilishi

*"Jismning muvozanatiga doir statika masalalarni yechish"*ning umumiy tartibiga rioya etgan holda masalani yechish uchun grafik usulni tanlash maqsadga muvofiqdir.

Chizmadan ko'rinib turibdiki, V tugun bog'lanishga ega, chunki u og'irlik kuchi G, AB va CB bog'lanishlar ta'sirida turibdi.

B tugunning muvozanatini tekshiramiz. Buning uchun sterjen va tirgakni fikran ajratib olamiz va bog'lanishlarni tegishlicha S_1 va S_2 kuchlari bilan almashtiramiz (1.II.5-shakl, b).

Aniq masshtab (masalan, 1,0 kN kuch 1 mm uzunlikka joylashsin) tanlab, ixtiyoriy nuqtadan qiymati va yo'nalishi bizga ma'lum bo'lgan G og'irlik kuchining yo'nalishida aniq masshtabga muvofiq,

$$\boldsymbol{ab = (50\ kN/1\ kN)\cdot 1\ mm = 50\ mm = 5{,}1\ cm}$$

kesma (vektor) chizamiz (1.II.5-shakl, c).

Keyin bu vektorning B uchidan CB tirgakga parallel va a uchidan esa, AB sterjenga parallel chiziq o'tkazamiz; parallel chiziq c nuqtada kesishishi, tabiiy.

Natijada avc kuch uchburchagi yopiq bo'lishi, ya'ni undagi hamma strelkalar kuch uchburchagining atrofidan bir tomonga aylanib chiqishi shart, aks holda muvozanat buziladi.

Endi ABC va abc uchburchaklarning o'xshashligidan quyidagi munosabatlarni yozamiz:

$$\frac{G}{AC} = \frac{S_1}{AB} = \frac{S_2}{CB}$$

Bu tenglikdan izlanayotgan zo'riqishlarni aniqlaymiz:

$$S_1 = \frac{AB}{AC}\cdot G = \frac{1{,}4}{2{,}6}\cdot 50 = 26{,}92\ kN$$

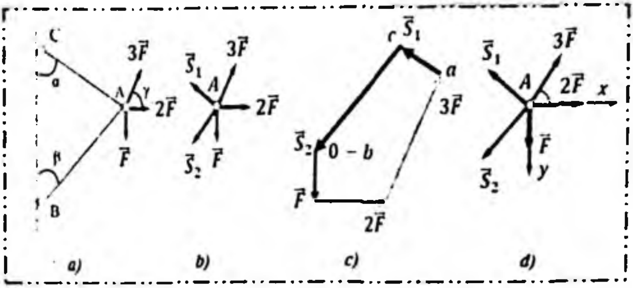
$$S_1 = \frac{CD}{AC}\cdot G = \frac{1{,}8}{2{,}6}\cdot 50 = 34{,}62\ kN$$

Javob: $S_1 = 26{,}92\ kN$; $S_2 = 34{,}62\ kN$.

I.II.2-masala. Aytaylik, A tugunga F, $2F$ va $3F$ kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsin (I.II.6-shakl, a).

Quyidagilar ma'lum deb hisoblansin: $\alpha = 60°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 70°$, $F = 20\, kN$; AB va AC sterjenlarning og'irliklari e'tiborga olinmasin.

Zo'riqishlarni aniqlash talab etiladi.



I.II.6-shakl

Masalaning yechilishi

1. *Grafik usul.*

A tugunni fikran alohida ajratib, unga biriktirilgan sterjenlarni, ya'ni bog'lanishlarni bog'lanish reaksiyalari S_1 va S_2 lar bilan almashtiramiz hamda A tugunning muvozanatini o'rganamiz (I.II.6-shakl, b).

Biror masshtabni, masalan 2,0 kN kuch uchun 1,0 mm kesma tanlab olamiz.

Ixtiyoriy 0 nuqtadan $F = 20\, kN$ kuchning yo'nalishda

$$(20\, kN/2\, kN) \cdot 1{,}0\, mm = 10\, mm = 1\, cm$$

kesma ajaratamiz.

Tanlangan masshtabga qat'iy amal qilgan holda F vektorning uchidan $2F$ ga parallel, $2F$ kuchning uchidan esa $3F$ kuchga paralel chiziqlar o'tkazamiz.

Keyin esa a nuqtadan AC sterjenga parallel, 0 nuqtadan esa AB sterjenga parallel chiziqlar o'tkazamiz. Ushbu paralel kesmalar c nuqtada uchrashadi.

Hosil qilingan kuch ko'pburchagi yopiq bo'lishi, ya'ni undagi hamma strelkalar ko'pburchakning atrofidan bir tomonga aylanib chiqishi shart.

Kuch ko'pburchagining ac va $oc \equiv bc$ tomonlari mos ravishda AC va AB sterjenlarda paydo bo'luvchi taranglik kuchlarining miqdori va yo'nalishini belgilaydi.

Chizg'ich yordamida kuch ko'pburchagidan $ac = 10{,}5\ mm$ va $bc = 32\ mm$ ekanligini aniqlash qiyin emas (I.II.6-shakl, c).

Demak, sterjenlardagi zo'riqishlar quyidagiga teng ekan:

$$S_1 \cong 10{,}5\ mm = 10{,}5 \cdot 2{,}0\ kN = 21\ \text{kN};$$

$$S_2 \cong 32\ \text{mm} = 32 \cdot 2{,}0\ \text{kN} = 64\ \text{kN}.$$

2. *Analitik usul.*

Koordinatalar tizimini[8] tanlaymiz (I.II.6-shakl, d).

A tugun uchun (I.II.15) formulani tatbiq etamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad 2F + 3F \cdot cos\gamma - S_1 \cdot sin\alpha - S_2 \cdot cos\beta = 0$$

$$\sum Y_i = 0, \quad F - 3F \cdot sin\gamma - S_1 \cdot cos\alpha + S_2 \cdot cos\beta = 0$$

Berilgan qiymatlarni e'tiborga olib,

$$2 \cdot 20 + 3 \cdot 20 \cdot cos70° - S_1 \cdot sin60° - S_2 \cdot cos45° = 0$$

$$20 - 3 \cdot 20 \cdot sin70° - S_1 \cdot cos60° + S_2 \cdot cos45° = 0$$

tenglamalar tizimini hosil qilamiz.

Bundan, $S_1 \approx 17{,}67$ kN va $S_2 \approx 63{,}95$ kN ekanligi kelib chiqadi.

I.II.3-masala. Chig'ir yordamida B nuqtadagi qo'zg'almas blok orqali o'tkazilgan arqon bilan $G = 20\ kN$ og'irlikdagi yuk yuqoriga ko'tarilmoqda (I.II.7-shakl).

---

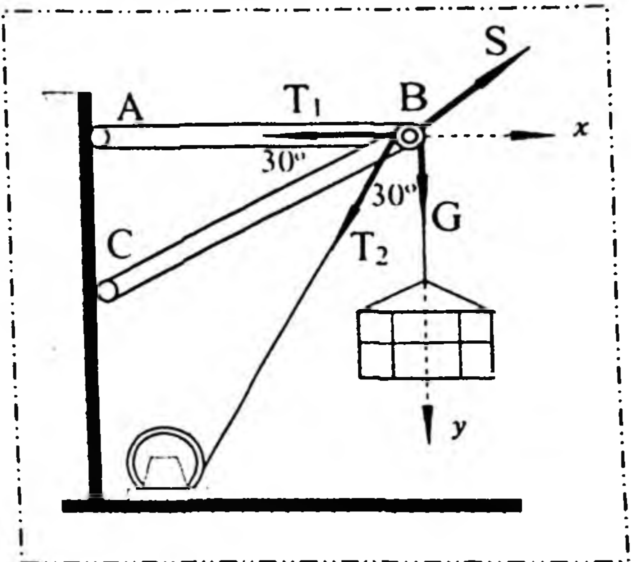
[8] Masalani yechishni osonlashtirish koordinata boshini va o'qlarni tanlanishiga ham bog'liqdir.

Koordinata boshini uchun kuchlar kesishadigan nuqtani tanlash va o'qlardan birini noma'lum kuchlardan birining ta'sir chizig'iga tik qilib o'tkazish tavsiya etiladi.

Bunday yondashuv noma'lum kuchlarning proyeksiyasi tegishli muvozanat tenglamasida qatnashmasligini ta'minlaydi, natijada tenglamalarni yechish ancha osonlashadi.

Blokning o'lchamlarini va undagi ishqalanishni hisobga olmay, AB va BC sterjenlardagi zo'riqishlarni aniqlash talab etiladi.

Burchaklar shaklda ko'rsatilgan.



1.11.7-shakl

Masalaning yechilishi:

Masalaning mohiyatidan arqonda paydo bo'luvchi taranglik kuchi yukning og'irligiga teng ekanligi kelib chiqadi: $T_2 = G$.

Shu sababli B nuqtaga qo'yilgan G, T_1, T_2, S kuchlardan faqat T_1 va S lar noma'lumdir.

B nuqtaning muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum X_i = 0; \quad -T_1 + S \cdot cos60^0 - T_2 \cdot cos60^0 = 0$$
$$\sum Y_i = 0; \quad -S \cdot cos60^0 + T_2 \cdot cos30^0 + G = 0$$

yoki

$$-T_1 + S \cdot 0{,}866 - 20 \cdot 0{,}5 = 0$$
$$-S \cdot 0{,}5 + 20 \cdot 0{,}866 + 20 = 0$$

Bulardan sterjenlardagi zo'riqishlarni topamiz:

$$T_1 = 54{,}6 \text{ kN},$$
$$S = 74{,}6 \text{ kN}.$$

Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar

1. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimiga ta'rif bering.
2. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi qanday aniqlanadi?
3. Koordinata o'qlariga kuchlarni proyeksiyalashni misollar yordamida tushuntiring.
4. Teng ta'sir etuvchining yo'nalishi qanday aniqlanadi?
5. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar muvozanatining zaruriy va yetarli shartini yozing.

III. MODUL. KUCH MOMENTI VA JUFT KUCHLAR
I. NAZARIYA

I.III.1-§. Nuqtaga nisbatan kuch momenti

Nuqtaga nisbatan kuch momenti mexanikadagi, shuningdek texnika mexanikasidagi eng muhim tushunchalardan biri hisoblanib, u fanni nazariy va amaliy jihatdan o'rganishda juda ko'p foydalaniladi.

Juda qadim zamonlarda ham kishilar ma'lum bir yelkaga ta'sir etuvchi kichik kuch vositasida ancha katta qarshiliklarni yenga olish imkoniyatlariga ega bo'lgan sodda richagning xossasidan amalda keng foydalanganlar.

Richagning bu xossasini birinchi Arximed ilmiy asoslagan.

Aytaylik, jismga tekislikda yotuvchi kuchlar tizimi ta'sir etayotgan bo'lsin (I.III.1-shakl).

O nuqtadan F_1 va F_2 kuchlarning ta'sir chizig'igacha perpendikulyar tushiramiz.

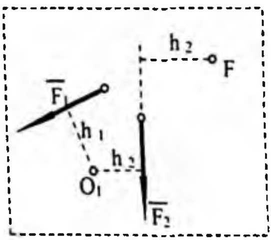
Bu perpendikulyarlarning uzunligi h_1 va h_2 bo'lib, tegishlicha F_1 va F_2 kuchlarning O_1 nuqtaga nisbatan ***kuch yelkasi*** deyiladi;

O_1 nuqta esa ***moment markazi*** deyiladi.

Nuqtaga nisbatan kuch momenti deb, kuch moduli bilan kuch yelkasi ko'paytmasiga teng kattalikka aytiladi.

Kuch momentining algebraik qiymati $M_0(\overrightarrow{F})$ bilan belgilanadi va u quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$M_0(\overrightarrow{F}) = \pm Fh \qquad \text{(I.III.1)}$$

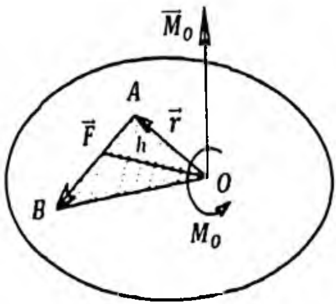


I.III.1-shakl

Bu formula oldidagi ishoralardan qaysi birini olishni, quyidagi ishoralar qoidasiga asosan shartlashib olamiz: *kuch vektori jismni moment markazi atrofida soat mili aylanadigan tomonga burishga intilsa, kuch momenti musbat, aks holda manfiy deb hisoblanadi.*

Bizning misolimizda $\vec{F_1}$ kuch uchun $M_0(F_1) = +F_1h_1$ va $\vec{F_2}$ kuch uchun esa $M_0(F_2) = +F_2h_2$ ga teng.

Chizmadan ko'rinib turibdiki, moment olinayotgan nuqtaning joylashuviga qarab ayni bir kuchning momenti ham musbat, ham manfiy bo'lishi mumkin. Masalan, $\vec{F_2}$ kuchning momenti O_1 nuqtaga nisbatan musbat, O_2 nuqtaga nisbatan esa manfiydir.



I.III.2-shakl

I.III.2-shakldan ko'rinib turibdiki, nuqtaga nisbatan kuch momentining absolyut qiymati (I.III.1) formulaga ko'ra, kuch vektorining boshi va uchini moment markazi bilan tutashtirishdan hosil bo'lgan AOV uchburchak yuzasining ikkilanganiga teng:

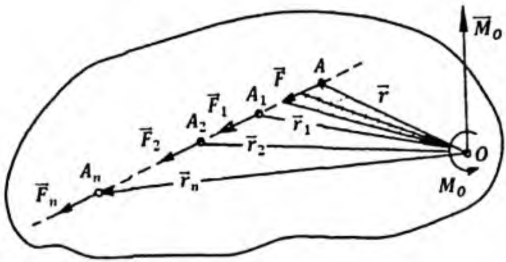
$$|M_o(\vec{F})| = 2 \cdot S_{\Delta AOB} \qquad \text{(I.III. 2)}$$

Demak, nuqtaga nisbatan kuchning momenti vektor ko'paytma ekan:

$$\vec{M_o} = \vec{r} \times \vec{F} = r \cdot F \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F}) = F \cdot h \qquad \text{(I.III.3)}$$

Bu yerda $h = r \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$ ga teng.

Kuchni o'zining ta'sir chizig'ida yotgan $A, A_1, A_2, \dots\dots A_n$ nuqtalarga ko'chirganda, uning O nuqtaga nisbatan momenti $\vec{M_o}$ ning qiymati o'zgarmaydi (I.III.3-shakl).



I.III.3-shakl

Kuch momenti kuchning biror nuqtaga nisbatan aylanma ta'sirining o'lchovi bo'lib, xalaro birliklar sistemasi SI da $N \cdot m$ bilan o'lchanadi.

Kuchning momenti quyidagi xossalarga ega:

➢ ***kuchning moduli va yo'nalishini o'zgartirmasdan uni ta'sir chizig'i bo'ylab istalgan nuqtaga ko'chirilsa, kuch momenti miqdor jihatdan o'zgarmaydi (chunki bunday holda kuchning yelkasi o'zgarmasdan qoladi);***

➢ ***kuchning ta'sir chizig'i moment markazidan o'tganda, uning shu nuqtaga nisbatan momenti nolga teng bo'ladi (chunki bunday holda kuchning yelkasi nolga teng bo'ladi).***

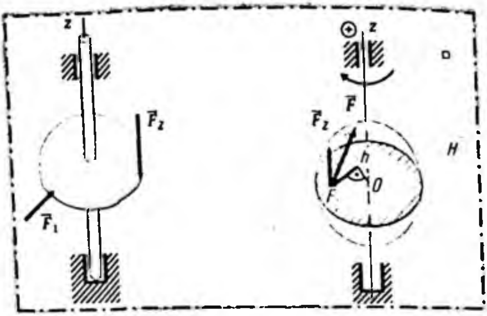
I.III.2 -§. Kuchning o'qqa nisbatan momenti

Kuchning o'qqa nisbatan momentini aniqlash maqsadida quyidagi ikkita chizmani tahlil qilamiz.

1) aytaylik, Oz o'qqa o'rnatilgan jismga $\overrightarrow{F_1}$ va $\overrightarrow{F_2}$ kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsin (I.III.4-shakl).

$\overrightarrow{F_1}$ kuchning ta'sir chizig'i vertikal o'qni kesayotganligi va $\overrightarrow{F_2}$ kuch unga parallel bo'lganligi sababli, bu kuchlar ta'sirida jism Oz o'q atrofida aylana olmaydi; bu holat tajribalarda ham tasdiqlangan. Shuning uchun $\overrightarrow{F_1}$ va $\overrightarrow{F_2}$ kuchlarning o'qqa nisbatan momenti nolga teng.

2) jismning biror nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin (I.III.5-shakl).



I.III.4-shakl I.III.5-shakl

$\vec{F}$ kuch vektori boshlangan nuqtadan o'tuvchi hamda vertikal o'qqa perpendikulyar bo'lgan tekislikni o'tkazamiz. Chizmada tasvirlanganidek, kuchni $\vec{F}$ (gorizontal) $\overrightarrow{F_1}$ va $\overrightarrow{F_2} \equiv \overrightarrow{F_z}$ (vertikal) tashkil etuvchilarga ajratamiz.

Kuchning $\overrightarrow{F_z}$ vertikal tashkil etuvchisi Oz o'qiga parallel bo'lganligi sababli, yuqorida ta'kidlaganimizdek, uning o'qqa nisbatan momenti nolga teng bo'ladi.

Kuchning gorizontal tashkil etuvchisi $\overrightarrow{F_1}$ ning momenti quyidagiga teng:

$$M_z(F) = \overrightarrow{F_1} \cdot h \qquad \text{(I.III.4)}$$

Bu yerda, h - kuch yelkasi (*O nuqtadan kuchning gorizontal tashkil etuvchisi* $\overrightarrow{F_1}$ *ning ta'sir chizig'iga tushirilgan perpendikulyar kesma*).

Shunday qilib, **kuchning biror o'qqa nisbatan momenti deb, uning shu o'qqa perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasining o'q bilan tekislik kesishgan nuqtasiga nisbatan olingan momentiga aytiladi.**

Ta'rifga ko'ra,

$$M_z(\vec{F}) = M_O(\overrightarrow{F_1}) \qquad \text{(I.III.5)}$$

yoki umumlashtirib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$M_z(\vec{F}) = \pm F_1 \cdot h \qquad \text{(I.III.6)}$$

Bundan xulosa shuki, *o'qning musbat yo'nalishidan qaraganda kuchning o'qqa perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasi jismni soat mili aylanadigan tomonga aylantirishga intilsa, kuchning o'qqa nisbatan momenti musbat, aksincha manfiy ishora bilan olinadi.*

I.III.3-§. Juft kuch, juft kuchning momenti Tekislikdagi juft kuchlarning muvozanati

Moduli teng, ta'sir chiziqlari bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan, parallel va qarama-qarshi yo'nalgan ikki kuch juft kuch (qisacha juft) deb ataladi (I.III.6-shakl).

Juft $(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2})$ ko'rinishda belgilanadi.

Juft tashkil etuvchi kuchlarning ta'sir chiziqlari orasidagi eng qisa masofa juftning yelkasi deyiladi va h bilan belgilanadi.

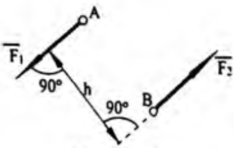
Juft yotgan tekislik juftning ta'sir tekisligi deyiladi.

Juftni bitta kuch bilan almashtirish yoki muvozanatlash mumkin emas, ya'ni juft teng ta'sir etuvchiga ega bo'lmaydi. Shu sababli faqat juft ta'siridagi jism ilgarilanma harakat qila olmasdan, aylanma harakatga keladi.

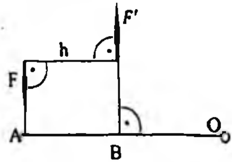
Juftning momenti deb, mos ishora bilan olingan juft tashkil etuvchilaridan birining modulini juft yelkasiga ko'paytmasiga teng kattalikka aytiladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$M_z = \pm F_1 \cdot h = \pm F_2 \cdot h \qquad \text{(I.III.7)}$$

Juft jismni soat milining aylanishi bo'yicha aylantirishga intilsa, uning momenti musbat va aksincha, manfiy bo'ladi.



I.III.6-shakl



I. III.7-shakl

Endi (I.III.7) munosabatning to'g'riligini isbotlaymiz.

I.III.7-shakldan foydalanib, yelkasi h ga teng bo'lgan ixtiyoriy $(\vec{F}, \vec{F'})$ juftni tahlil qilamiz.

Juftni tashkil etgan kuchlardan ixtiyoriy O nuqtaga nisbatan moment olamiz:

$$M_0(F) = F \cdot OA$$
$$M_0(F') = -F' \cdot OB$$

Ushbu momentlarni hadlab qo'shamiz:

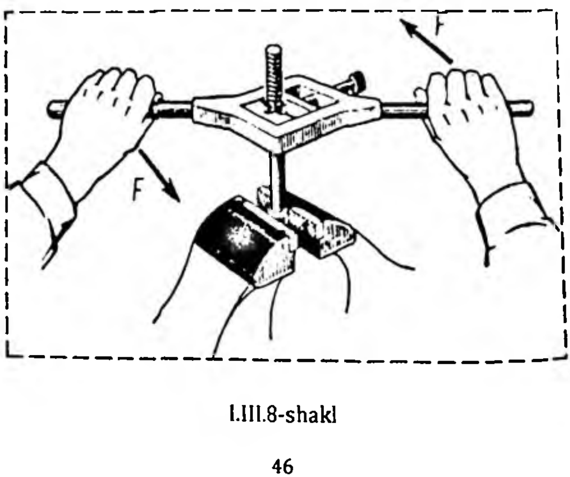
$$M_0(F) + M_0(F') = F \cdot OA - F' \cdot OB$$

Shartga ko'ra, $F = F'$ va $OA - OB = h$ bo'lgani uchun

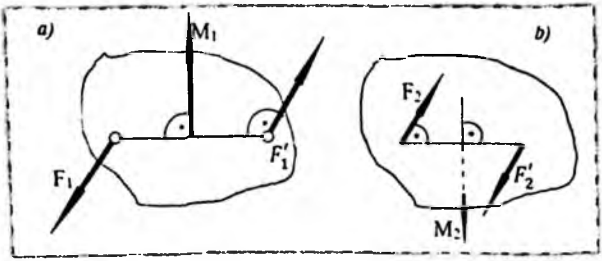
$$M_0(F) + M_0(F') = M \quad \text{yoki} \quad M = Fh$$

Juftning aylantiruvchi ta'siri juftning kuchlari miqdoriga hamda ular orasidagi masofaga bog'liq ekanligini pressning ishlash jarayonidan ham osongina tushunish mumkin (I.III.8-shakl).

Juft momenti vektor kattalik bo'lib, uning yo'nalishini "*parma*" qoidasi bilan aniqlash mumkin: **parma dastasini juftni tashkil etuvchi kuchlar yo'nalishida, juftning ta'sir tekisligi bo'ylab aylantirganda parmaning ilgarilanma harakatiga qarab juftning momenti musbat yoki manfiy ishorali bo'ladi**, degan xulosaga kelish mumkin (I.III.9-shakl, a, b).



I.III.8-shakl



I.III.9-shakl

Statikaning to'la kursida:

a) juftni o'zining ta'sir tekisligida yoki unga parallel tekislikda ixtiyoriy holatga ko'chirish mumkin bo'lganidan, juft momenti vektorini jismning ixtiyoriy nuqtasiga qo'yish mumkinligi;

b) bir tekislikda yotuvchi juftlar tizimi bitta juftga teng kuchli (ekvivalent) bo'lib, uning momenti berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisiga tengligi, ya'ni

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \cdots + M_n = \sum_{i=1}^{n} M_i \qquad \text{(I.III.8)}$$

ekanligi isbotlangan.

Oxirgi ifodadan tekislikdagi juftlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarli ekanligi kelib chiqadi:

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0 \qquad \text{(I.III.9)}$$

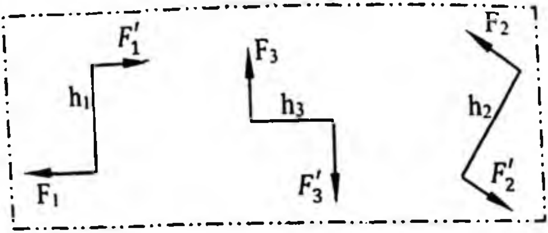
II. AMALIYOT

I.III.1-masala. Tekislikdagi jismga uchta juft ta'sir etmoqda (I.III.10-shakl).

Jadvalda juftlarni tashkil etuvchi kuchning va juftning yelkasi berilgan. Uchta juftga teng kuchli (ekvivalent) bo'lgan natijaviy juftni aniqlang.

I.III.1-jadval

Juftlar	Juftni tashkil etuvchi kuchlar, kN	Juftning yelkasi, m
$\vec{F_1}, \vec{F_1'}$	5	0,8
$\vec{F_2}, \vec{F_2'}$	6	1,5
$\vec{F_3}, \vec{F_3'}$	12	1,0



I.III.10-shakl

Masalaning yechilishi

Chizmadan ko'rinib turibdiki, birinchi va uchinchi juftlar jismni soat milining harakat yo'nalishi bo'yicha, ikkinchi juft esa aksincha, harakat yo'nalishiga teskari aylantirmoqda.
Shuning uchun, juftning momenti

$$M_1 = F_1 \cdot h_1 = 5 \cdot 0{,}8 = 4 \text{ kN} \cdot m$$
$$-M_2 = F_2 \cdot h_2 = 6 \cdot 1{,}5 = 9 \text{ kN} \cdot m \qquad \text{(I.III.7)}$$
$$M_3 = F_3 \cdot h_3 = 12 \cdot 1{,}0 = 12 \text{ kN} \cdot m$$

ko'rinishda hisoblanadi.

Demak, (I.III.8) ga asosan, natijaviy juft

$$M = \sum_{i=1}^{3} M_i = M_1 + M_2 + M_3 = 4 - 9 + 12 \qquad \text{(I.III.8) b}$$

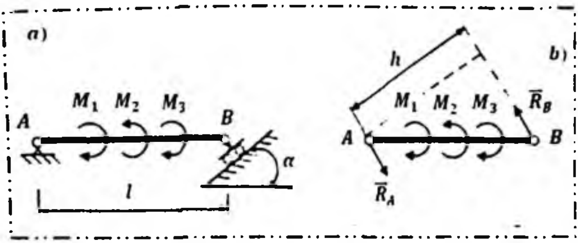
$$= 7\ kN \cdot m$$

ga teng bo'ladi.

I.III.2-masala. Tayanch oralig'i $l = 6\,m$ bo'lgan oddiy $M_1 = 57$ kN m, $M_2 = 10$ kN m va $M_3 = 8$ kN m juft kuchlar qo'yilgan (I.III.11-shakl).

To'sinning o'ng tayanchi gorizontal tekislikka nisbatan $\alpha = 30^0$ qiyalikdagi tekislikka o'rnatilgan.

To'sinning og'irligini e'tiborga olmasdan, tayanchlarda hosil bo'luvchi kuchlarni hisoblang va ularning yo'nalishini ko'rsating.



I.III.11-shakl

Masalaning yechilishi

Tayanchlarni tayanch reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz. Silindrik sharnirli-qo'zg'aluvchan tayanchdagi reaksiya kuchi R_B qiya tekislikka perpendikulyar yo'naladi; A tayanchdagi reaksiya kuchining yo'nalishi noma'lum, lekin to'singa faqat juft kuchlar ta'sir etayotganligi sababli, R_A va R_B kuchlar ham juft kuchni hosil qiladi (I.III.11-shakl, b).

Bir tekislikda yotuvchi juft kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini yozamiz:

$$\sum M_A = 0; \qquad M_1 - M_2 + M_3 - R_B \cdot h = 0$$

$$h = l \cdot cos30^0 = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5{,}1\ m$$

bu yerda $h = l \cdot cos30^0 = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5{,}1\ m$. Muvozanat tenglamasidan

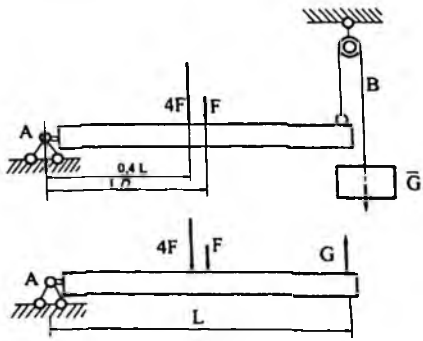
$$R_A = \frac{1}{h}(M_1 + M_2 + M_3) = \frac{1}{3\sqrt{3}}(5 - 10 + 8) = \frac{1}{53} \approx 0{,}58\ kN.$$

Demak, juft kuchning qoidasiga muvofiq:

$$R_A = R_B = 0{,}58\ kN.$$

I.III.3-masala. AB richagning o'ng uchiga qo'zg'almas blok orqali og'irligi G ga teng yuk hosilgan (I.III.12-shakl).

Agar richakka qo'yilgan kuchlar ($F = 10\ kN$) ma'lum bo'lsa, G yukning qanday qiymatida richak o'zining gorizontal holatdagi muvozanatini saqlaydi.



I.III.12-shakl

Masalaning yechilishi

Masalaning mohiyatidan kelib chiqib (blokdagi ishqalanish e'tiborga olinmaydi), richakka ta'sir etuvchi kuchlarni chizmada ko'rsatamiz (I.III.12-shakl, b).

Barcha kuchlardan A nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_A(F_i) = 0; \quad F \cdot 0{,}5l + 4F \cdot 0{,}4l - G \cdot l = 0$$

bundan, $G = 2{,}1\ kN$, $F = 21\ kN$ ekanligi kelib chiqadi.

Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar

1. Kuchlarning nuqtaga nisbatan momentini ta'riflang va uning formulasini yozing.
2. Kuch yelkasi nima?
3. Kuch momentining ishoralar qoidasini izohlang.
4. Kuch momenti qanday xossalarga ega?
5. Kuchning o'qqa nisbatan momenti qanday aniqlanadi?
6. Juft kuch nima?
7. "Parma" qoidasining mohiyatini tushuntiring.
8. Tekislikdagi juftlarning muvozanati qanday ifodalanadi?

IV MODUL. ISHQALANISH
I. NAZARIYA

I.IV.1-§. Asosiy mulohazalar

Bir jism ikkinchi jism ustida siljiganda hosil bo'ladigan qarshilik ishqalanish deyiladi.

Siljish jarayonining xususiyatiga qarab ishqalanish ikki xil bo'ladi:

- sirpanishdagi ishqalanish (masalan, oyoq kiyimining Yerga, arraning kesilayotgan yog'ochga, chang'ining qorga, vtulkaning o'qqa ishqalanishi va shu kabilar);
- dumalashdagi ishqalanish (masalan, avtotransport g'ildiraklarining Yerga, poyezd g'ildiraklarining relsga, dumalab harakat qilishi, zoldir (sharcha)li va rolikli podshipniklardagi ishqalanish va shu kabilar).

Ishqalanish yoki ishqalanish jarayoni tabiatda eng ko'p tarqalgan hodisalardan biri bo'lib, muhandislik amaliyotida uning ta'sirini e'tiborga olish juda muhimdir.

I.IV.2-§. Sirpanishdagi ishqalanish qonunlari

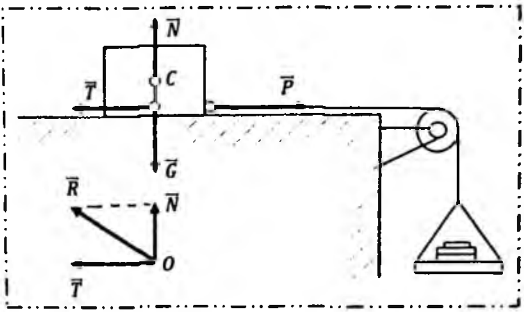
Bir jismning ikkinchi jism sirtida sirpanishiga qarshiligi sirpanishdagi ishqalanish deyiladi.

Sirpanishdagi ishqalanish paydo bo'lishning asosiy sababi bir-biriga tegib turgan sirtlarning mutlaq silliq bo'lmasdan, ozmi ko'pmi notekisligi, ya'ni g'adur-budurligilir. Tabiiyki, bir jism boshqa jismning sirtida sirpanganda bu sirtlarning mikroskopik notekisliklarini yengishi uchun albatta qandaydir miqdordagi kuch sarflanadi.

Stolning gorizontal tekisligiga $\vec{G}$ og'irlikdagi jismni qo'zg'almas blok orqali o'tkazilgan "cho'zilmaydigan" ipga bog'laymiz; ipning ikkinchi uchiga esa ralla osamiz (I.IV.1-shakl).

Jism og'irlik kuchi $\vec{G}$ va stolning reaksiya kuchi $\vec{N}$ (ko'pincha normal bosim deb ham yuritiladi) ta'sirida muvozanatda bo'ladi.

Pallaga navbat bilan toshlarni qo'yamiz. O'z-o'zidan ravshanki, dastlabki toshlarning og'irligi $\vec{P}$ harakat yo'nalishiga teskari yo'nalgan ishqalanish kuchi $\vec{T}$ ni yengsa, jism joyidan siljaydi. Jismning siljishi boshlanish paytida (muvozanat chegarasida) ishqalanish kuchi $\vec{T} = \vec{T}_{max}$ ga yetadi.



I.IV.1-shakl

Jism nisbiy tinch turgan holda vujudga kelgan ishqalanish kuchi tinch (yoki statik) ishqalanish, u sirpanayotganda hosil bo'lgan ishqalanish kuchi esa harakatdagi (yoki dinamik) ishqalanish deyiladi.

Fransuz olimi SH.J.Kulon (1736-1806) tajribalardan olingan natijalarni umumlashtirib, sirpanishdagi ishqalanish qonunini quyidagicha ta'riflagan:

1. Eng katta ishqalanish kuchi normal bosimga mutanosibdir:

$$T_{max} = f \cdot N \qquad (I.IV.1)$$

Bunda f -sirpanishdagi ishqalanish koeffitsiyenti o'lchamsiz miqdor bo'lib, uning qiymati tajribalardan aniqlangan (I.IV.1-jadval).

2. Aynan bir sharoitlarda vujudga keladigan ishqalanish kuchining miqdori ishqalanuvchi sirtlarning o'lchamlariga deyarli bog'liq emas.

3. Sirpanishdagi ishqalanish kuchi jismlarning materialiga va ishqalanuvchi sirtlarning ishlash darajasiga bog'liq (sirtlar silliq bo'lsa, ishqalanish kuchi kam bo'ladi).

Amalda ishqalanuvchi sirtlarni moylash yo'li bilan ham ishqalanish kamaytiriladi.

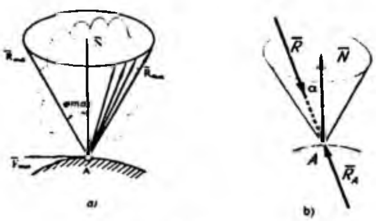
I.IV.1-jadval

№	Ishqalanuvchi jismlarning materiallari	Sirpanishdagi ishqalanish koeffitsiyenti			
		tinch holatda		harakatda	
		moysiz	moylangan	moysiz	moylangan
1	Po'lat-po'lat	0,15	0,1÷ 0,12	0,15	0,05÷ 0.1
2	Po'lat-cho'yan	0,3		0,18	0,05÷ 0.16
3	Po'lat-bronza	0,15	0,1÷ 0,15	0,15	0,1÷ 0.15
4	CHo'yan-cho'yan		0,18	0,14	0,07÷ 0.12
5	Yumshoq po'lat-qayrag'och			0,25	
6	CHo'yan-qayrag'och			0,4	0,1
7	Yog'och-yog'och	0,4÷ 0,6	0,1	0,2÷ 0,5	0,07÷ 0,15
8	Rezina-cho'yan			0,77÷ 0,81	0,48÷ 0,51

Jism harakatda bo'lganda ishqalanish kuchi tinch turgandagiga nisbatan kamroq bo'ladi.

I.IV.3-§. Ishqalanish burchagi va ishqalanish konusi

Yuqorida ko'rib chiqqanimizdek, jism sirpanish jarayoni boshlanishi oldida bo'lganda ishqalanish kuchi o'zining eng katta (maksimal) qiymatiga erishadi. Shu sababli to'la reaksiya kuchi $\vec{R}$ quyidagiga teng bo'ladi (I.IV.2-shakl, a):



I.IV.2-shakl

$$\vec{R}_{max} = \vec{N} + \vec{F}_{max} \qquad \text{(I.IV.2)}$$

Chizmadan,

$$tg\varphi_{max} = \frac{F_{max}}{N} = \frac{f \cdot N}{N} = f$$

Bunda φ_{max}-ishqalanig burchagi.

Demak, ishqalanish burchagining tangensi sirpanishdagi ishqalanish koeffitsiyentiga teng ekan.

Normal reaksiya kuchi $\vec{N}$ ga nisbatan A nuqtada har bir yo'nalishga tegishli $\vec{R}_{max}$ ni φ_{max} bo'yicha joylashtirganda hosil bo'ladigan konus ishqalanish konusi deyiladi; bunda $\vec{R}_{max}$ konusning yasovchisi hisoblanadi.

Ishqalanish konusi yordamida ishqalanuvchi sirt ustidagi jismning muvozanat holatdaligini yoki muvozanat holatda emsaligini aniqlash mumkin.

Masalan, jism A nuqtada qo'zg'almas sirtga tayangan bo'lsin (I.IV.2-shakl). Jismga ta'sir etuvchi kuchlarning (shu jumladan, uning og'irligi ham) teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ nuqta A dan o'tib, $\vec{N}$ bosim kuchi bilan α burchak hosil qilsin.

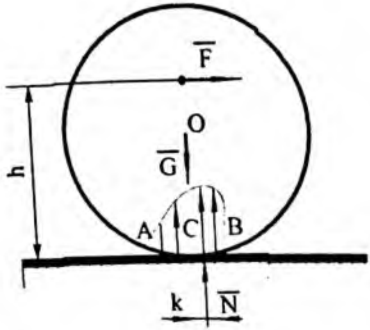
Agar $\vec{R}$ ning ta'sir chizig'i ishqalanish konusi ichida yotsa, ya'ni $\alpha < \varphi_{max}$ bo'lsa, jism muvozanat holatda bo'ladi; $\alpha = \varphi_{max}$ bo'lganda esa u muvozanat chegarasida yotadi, $\alpha > \varphi_{max}$ bo'lganda esa jism sirpana boshlaydi.

I.IV.4-§. Dumalashdagi ishqalanish

Bir jism ikkinchi jism sirtida dumalaganda paydo bo'ladigan qarshilik dumalashdagi ishqalanish deyiladi.

Bu qarshilik, asosan, real sharoitda dumalayotgan jism mutlaq qattiq bo'lmasdan, deformatsiyalanganligi (kuch ta'sirida o'zining shakli va hajmini o'zgartirganligi) oqibatida sodir bo'ladi.

Aytaylik, gorizontal sirtda yotgan silindrsimon jismga $\vec{F}$ kuch ta'sir etayotgan bo'lsin (I.IV.3-shakl).



I.IV.3-shakl

Ko'rinib turibdiki, $\vec{F}$ kuch ta'sirida jism dumalab harakatlanadi. Urinish (kontakt) yuzasida paydo bo'lgan va notekis taqsimlangan reaksiyalarning teng ta'sir etuvchisi C nuqtaga qo'yilgan bo'ladi, chunki harakat paytida oldingi qismi (CB oraliq) ko'proq eziladi.

Muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum_{i=1}^{n} M_C(\vec{F_i}) = 0, \qquad F \cdot h - G \cdot k = 0$$

I.IV.2-jadval

№	Ishqalanuvchi jismlarning materiallari	Dumalashdagi ishqalanish koeffitsiyenti (k, *cm* hisobida)
1	Toblangan po'lat-toblangan po'lat	0.001
2	Yumshoq po'lat-yumshoq po'lat	0.005
3	CHo'yan-cho'yan	0.0048÷ 0.0052
4	Yog'och-po'lat	0.03÷ 0.04
5	Yog'och-yog'och	0.05÷ 0.08

Bundan $F = \left[{}^{k}/_{h}\right] \cdot G$ ekanligi kelib chiqadi.

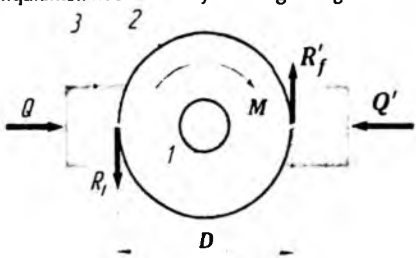
Bu yerda k -berilgan sirtlar juftligi (jism va tayanch tekisligi) uchun dumalashdagi ishqalanish koeffitsiyenti bo'lib, *mm* yoki *sm* larda o'lchanadi (I.IV.2-jadval).

II. AMALIYOT

I.IV.1-masala. Val **1** ga juft kuch $M = 1000\,\mathrm{N} \cdot m$ ta'sir etmoqda (I.IV.4-shakl).

Shuningdek, diametri $D = 50\ cm$ bo'lgan tormoz barabani **2** valga biriktirilgan.

Aytaylik, barabanning tashqi yuzasiga simmetrik qilib o'rnatilgan kolodka **3** lar ($\bar{F} = \bar{F}' = 10\,kN$) kuchlar ta'sirida *"yopishib"* qolganda tormozlash jarayoni sodir bo'lsin. U holda baraban va kolodkalar orasida paydo bo'luvchi *"tinch holat"* ga mos keluvchi ishqalanish koeffitsenti f nechaga teng bo'ladi?



I.IV.4-shakl

Masalaning yechilishi

Tabiiyki, valga qo'yilgan juft kuch M baraban va kolodkalar orasida sodir bo'luvchi (R_f, R'_f) kuchlarning momenti bilan muvozanatlashgandagina baraban *"tinch holat"*da bo'ladi. Bundan esa

$$M = R_f \cdot D \qquad \text{(I.IV.3)}$$

muvozanat kelib chiqadi.

Kulon qonuniga ko'ra, eng katta sirpanishdagi ishqalanish kuchi normal bosim kuchiga mutanosib ekanligi ma'lum:

$$R_f = R'_f = f \cdot \mathrm{F} \qquad \text{(I.IV.4)}$$

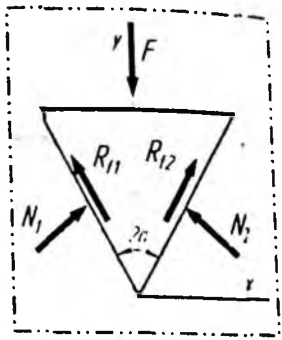
Tegishli hisoblashdan so'ng

$$f = \frac{M}{FD} = \frac{1000}{10000 \cdot 0{,}5} = 0{,}2$$

ekanligi kelib chiqadi.

I.IV.2-masala. O'tkir burchagi $2\alpha = 20^0$ bo'lgan dastgohning ponasimon keskichi $F = 8\ kN$ kuch bilan qayrag'och brusga botib, uni yo'nmoqda (I.IV.5-shakl).

Odatda, keskich harakatda bo'lganligi "Po'lat-qayrag'och" materiallari uchun sirpanishdagi ishqalanish koeffitsenti $f = 0{,}25$ ga teng qilib olinadi.



I.IV.5-shakl

Yog'och tomonidan kesgichga berilayotgan normal bosim $\overline{N_1}$ va $\overline{N_2}$ larni aniqlash talab etiladi.

Masalaning yechilishi

Ushbu masalaning mohiyatidan kelib chiqib, unga Amonton-Kulon qonunini qo'llasak, quyidagi munosabatlar hosil bo'ladi:

$$R_{f1} = f \cdot N_1, \qquad R_{f2} = f \cdot N_2, \qquad \text{(I.IV.5)}$$

Endi statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{4} X_i = 0, & N_1 cos\alpha - N_2 cos\alpha - R_{f1} sin\alpha + R_{f2} sin\alpha = 0 \\ \sum_{i=1}^{5} Y_i = 0, & N_1 sin\alpha + N_2 sin\alpha + R_{f1} cos\alpha + R_{f2} cos\alpha - F = 0 \end{cases}$$

(I.IV.5) ifodani e'tiborga olsak, muvozanat tenglamalari ancha soddalashadi:

$$N_1(cos\alpha - f \cdot sin\alpha) - N_2(cos\alpha - f \cdot sin\alpha) = 0$$

$$N_1(sin\alpha + f \cdot cos\alpha) + N_2(sin\alpha + f \cdot cos\alpha) = F \qquad (I.IV.6)$$

Natijada,

$$N_1 = N_2 = \frac{F}{2(sin\alpha + f \cdot cos\alpha)}$$

yoki, $N_1 = N_2 = 9{,}5\ kN$ hosil bo'ladi.

Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar

1. Ishqalanish hodisasining ma'nosini izohlang va turlarini ayting.
2. Ishqalanish hodisalarini amalda qayerlarda uchratish mumkin?
3. Sirpanishdagi ishqalanish paydo bo'lishinig sabablarini tushuntiring.
4. Sirpanishdagi ishqalanish qonuni qanday ifodalanadi va uni dastlab kim taklif etgan?
5. Sirpanishdagi ishqalanish qonunlarining mazmun-mohiyatini qanday izohlaysiz?
6. Ishqalanish burchagi deganda nimani tushunasiz? Chizmada tasvirlay olasizmi?
7. Ishqalanish konusi nima? Nima maqsadda ishqalanish konusi chiziladi?
8. Dumalanishdagi ishqalanishning mohiyati nimada?

V-MODUL. FAZODAGI KUCHLAR TIZIMI

I. NAZARIYA

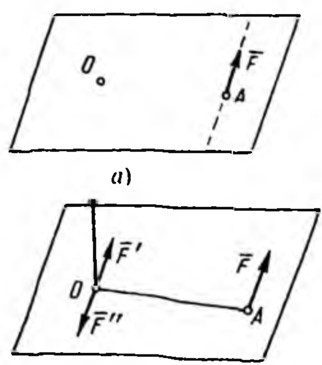
I.V.1 -§. Umumiy mulohazalar

Ta'sir chiziqlari fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar tizimiga fazodagi kuchlar tizimi deyiladi.

1804 yilda fransuz olimi Lui Puanso (1777-1859) taklif etgan lemma asosida fazoviy kuchlar tizimi sodda holga keltirilgach, ular ta'siridagi jismlarning muvozanat holati va harakati o'rganiladi.

Bu lemma kuchning jismga ta'sirini o'zgartirmasdan, uni o'ziga parallel ravishda bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga keltirish haqida bo'lib, quyidagicha ta'riflanadi (isbotsiz):

jismning istalgan nuqtasiga qo'yilgan kuch jismdan olingan ixtiyoriy keltirish markaziga qo'yilgan aynan shunday kuchga va momenti berilgan kuchning keltirish markazi O nuqtaga nisbatan momentiga teng juft kuchga teng kuchli (ekvivalent) bo'ladi (I.V.1-shakl, a, b).



I.V.1-shakl

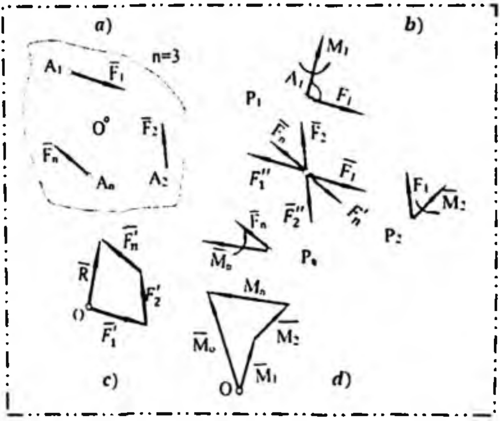
I.V.2- §. Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlarni bir nuqtaga keltirish

Teorema: *fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar tizimini istalgan markazga keltirish natijasida mazkur kuchlar tizimi keltirish markaziga qo'yilgan bosh vektor R ga teng bitta kuch va bosh momenti M ga teng bo'lgan juft kuch bilan almashtiriladi.*

Isbot: Jismning $A_1, A_2, \dots\dots A_n$ nuqtalariga fazoda ixtiyoriy yo'nalgan $F_1, F_2, \dots\dots F_n$ kuchlar tizimi ta'sir etmoqda.

Aytaylik, biz tekshirayotgan holda $n = 3$ bo'lsin (I.V.2 -shakl, a).

Ixtiyoriy O nuqtani keltirish markazi sifatida tanlaymiz. Har bir kuch va O nuqta orqali $P_1, P_2, P_3, \dots\dots P_n$ tekisliklar o'tkazamiz.



I.V.2-shakl

Puanso lemmasiga muvofiq, har bir kuch o'z tekisligida aynan o'ziga teng va qo'shilgan juft kuch bilan keltiriladi.

Boshqacha aytganda, masalan A_1 nuqtadagi $\overrightarrow{F_1}$ kuchni O nuqtaga ko'chirish maqsadida shu nuqtaga $\overrightarrow{F_1^1} = \overrightarrow{F_1}$ va $\overrightarrow{F_1^{ll}} = -\overrightarrow{F_1}$ kuchlarni qo'yamiz (I.V.2-shakl, b).

Natijada A nuqtaga qo'yilgan kuch O nuqtaga qo'yilgan $\overrightarrow{F_1^1} = \overrightarrow{F_1}$ kuchga va momenti M ga teng $\overrightarrow{F_1^1}, \overrightarrow{F_1^{ll}}$ qo'shilgan juftga teng kuchli bo'ladi:

$$\overrightarrow{M_1} = \overrightarrow{M_0}(\overrightarrow{F_1})$$

Xuddi shu tarzda $A_1, A_2, \dots\dots A_n$nuqtalardagi kuchlarni ham keltirish markaziga ko'chiramiz.

U holda O nuqtaga qo'yilgan $F_2^i = F_2 \dots . F_n^i = F_n$ kuchlar tizimi va momentlari $M_2 = M_0(F_2), \dots, M_n = M_0(F_n)$ bo'lgan $\left(\overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_2^{ll}}\right), \dots.., (\overrightarrow{F_n}, \dots, \overrightarrow{F_n^{ll}})$ qo'shilgan juftlar tizimi hhosil bo'ladi.

$\overrightarrow{M_1}, \overrightarrow{M_2}, \dots\dots, \overrightarrow{M_n}$ vektorlar mos ravishda $F_1, F_2, F_3, \dots\dots F_n$ tekisliklarga tik yo'nalgan hamda ular soat milining aylanishiga teskari yo'nalishda jismni aylantirishga intiladi.

O markazga keltirilgan $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \dots\dots, \overrightarrow{F_n}$ kuchlar geometrik qo'shiladi (I.V.2-shakl, c) va bitta R kuchni hhosil qiladi:

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{R_i^i} \qquad \text{(I.V.1)}$$

$(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_1''}), (\overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_2''}), \dots, (\overrightarrow{F_n}, \overrightarrow{F_n''})$ juft kuchlar ham geometrik qo'shiladi (I.V.2-shakl, d) va bitta M_0 juft kuchni hhosil qiladi:

$$\overrightarrow{M_0} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{M_i} \qquad \text{(I.V.2)}$$

Bu yerda: $\vec{R}$ - fazodagi kuchlar tizimining bosh vektori;

$\overrightarrow{M_0}$ - fazodagi kuchlar tizimining bosh momenti.

Yuqorida ta'kidlanganidek, $\overrightarrow{F_1^i} = \overrightarrow{F_1}$ va $\overrightarrow{M_1} = \overrightarrow{M_0}(\overrightarrow{F_i})$ $i = 1,2, \dots..n)$ ekanligini e'tiborga olsak, (I.V.1 va (I.V.2) ifodalar quyidagicha yoziladi:

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_{1i}^i}$$

$$\overrightarrow{M_0} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{M_0}(\overrightarrow{F_1})$$

Demak, fazoda joylashgan kuchlar tizimining:

- bosh vektori mazkur kuchning geometrik yig'indisiga;
- istalgan keltirish markaziga nisbatan bosh momenti tashkil etuvchi kuchlarning mazkur markazga nisbatan momentlarining geometrik yig'indisiga teng bo'ladi.

Teorema isbotlandi.

R va $\overrightarrow{M_0}$ vektorlarni analitik usulda aniqlash uchun ularni koordinata o'qlariga proyeksiyalash zarur:

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} X_i, \quad R_y = \sum_{i=1}^{n} Y_i, \quad R_z = \sum_{i=1}^{n} Z_i, \qquad \text{(I.V.3)}$$

$$M_x = \sum_{i=1}^{n} M_x\vec{F_i}, \quad M_y = \sum_{i=1}^{n} M_y\vec{F_i}, \quad M_z = \sum_{i=1}^{n} M_z\vec{F_i}, \qquad \text{(I.V.4)}$$

$$\boxed{R = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} Z_i\right)^2}} \qquad \text{(I.V.5)}$$

Bosh vektorning moduli va yo'nalishi ko'rinishda ifodalanadi

$$\cos(\overline{R_0}^\wedge, x) = \frac{R_x}{R}; \quad \cos(\overline{R_0}^\wedge, y) = \frac{R_y}{R}; \quad \cos(\overline{R_0}^\wedge, Z) = \frac{R_z}{R} \qquad \text{(I.V.6)}$$

Xuddi shu tarzda bosh momentning moduli va yo'nalishini aniqlaymiz:

$$M_0$$

$$= \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} M_x(F_i)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} M_y(F_i)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} M_z(F_i)\right)^2} \qquad (I.V.7)$$

$$\cos(\overline{M_0}^{\wedge}, x) = \frac{M_x}{M_0}; \quad \cos(\overline{M_0}^{\wedge}, y) = \frac{M_y}{M_0}; \quad \cos(\overline{M_0}^{\wedge}, z) = \frac{M_z}{M_0} \qquad (I.V.8)$$

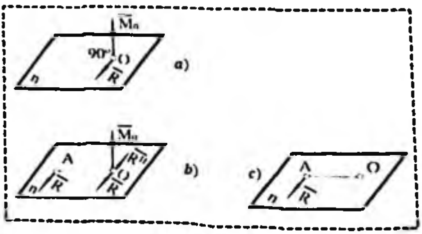
I.V.3-§. Fazodagi kuchlar tizimini teng ta'sir etuvchiga keltirish

Fazodagi kuchlar tizimini teng ta'sir etuvchiga keltirish maqsadida quyidagi ikki holni ko'rib chiqamiz:

1. Fazodagi kuchlar tizimining ixtiyoriy tanlangan keltirish markaziga nisbatan bosh vektori R = 0 va bosh momenti M = 0 bo'lsin.

U holda mazkur kuchlar tizimining jismga ta'sirini bitta bosh vektor R bilan almashtiriladi. Shu bois, bosh vektor R berilgan kuchlar tizimining keltirish markazidagi teng ta'sir etuvchisini ifodalaydi.

2. Fazodagi kuchlar tizimi ixtiyoriy tanlangan O markazga keltirilganda hhosil bo'ladigan bosh vektor bosh momentga tik ($R \perp M_0$) yo'nalgan bo'lsin (I.V.3-shakl, a).



I.V.3-shakl

"π" tekislikda momenti M ga teng bo'lgan $(\overline{R'}, \overline{R''})$ juft kuchni olamiz, uning tashkil etuvchilari $|\overline{R'}| = |\overline{R''}| = |R|$ bo'lib, R ga parallel yo'nalgan (I.V.3-shakl, b).

Bosh moment M_0 quyidagicha aniqlanadi:

$$M_0 = R' \cdot h \quad \text{yoki} \quad M_0 = R \cdot h$$

Bu yerda h - juft kuchning yelkasi.

$\overline{R}$ kuchni O nuqtaga joylashtiramiz. U holda R' va R'' o'zaro muvozanatlashadi.

Natijada A nuqtada birgina R' kuch qoladi (I.V.3-shakl, b); bu kuch berilgan kuchlar tizimiga teng kuchli bo'lganligi sababli ularning teng ta'sir etuvchisi deb hisoblanadi.

Demak, ixtiyoriy O nuqtada bosh vektor $\overline{R}$ va bosh moment $\overline{M_0}$ o'zaro tik yo'nalgan bo'lsa, kuchlar tizimi keltirish markazi O dan $h = M_0/R$ masofadagi A nuqtaga qo'yilgan va bosh vektor $\overline{R}$ ga parallel yo'nalgan teng ta'sir etuvchi $\overline{R'}$ kuchga keltiriladi.

Izoh: jismga ta'sir etuvchi fazoviy kuchlar tizimining bosh vektori $\overline{R}$ *=0 va bosh moment esa* $\overline{M_0} = 0$ *bo'lsa, bunday kuchlar tizimi momenti bosh moment* M_0 *ga teng bo'lgan birgina teng ta'sir etuvchi juft kuchiga keltiriladi.*

Endi teng ta'sir etuvchining momenti haqidagi Varinyon teoremasini keltiramiz (isbotsiz): **agar fazodagi kuchlar tizimi teng ta'sir etuvchiga keltirilsa, u holda bu teng ta'sir etuvchining ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momenti barcha kuchlarning mazkur nuqtaga nisbatan momentlarining geometrik yig'indisiga teng bo'ladi.**

Bu ta'rifdan

$$M_0(\overline{R}) = \sum M_0(\overline{F}) \qquad (a)$$

ekanligi kelib chiqadi.

I.V.4-§. Fazodagi kuchlarning muvozanat shartlari

Fazodagi ixtiyoriy kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun ikkita shart bajarilishi kerak: **bir vaqtning o'zida bosh vektor ham, bosh moment ham nolga teng bo'lishi shart.**

Muvozanat shartlarini vektor va analitik ko'rinishlarda ifodalaymiz.

1. *Vektor shakli:*

$$\left.\begin{aligned}\overline{R} &= 0\\ \overline{M_0} &= 0\end{aligned}\right\} \qquad (b)$$

Demak, *fazodagi kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlar tizimining bosh vektori va ixtiyoriy keltirish markaziga nisbatan bosh moment nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.*

1. Analitik shakli. Yuqorida ta'kidlanganidek, fazoviy holat uchun quyidagi muvozanat tenglamalarini yozish mumkin:

$$\sum X_i = 0, \qquad \sum Y_i = 0, \qquad \sum Z_i = 0 \qquad (I.V.9)$$

$$\sum M(\overrightarrow{F_i}) = 0 \qquad \sum M_y((\overrightarrow{F_i}) = 0 \qquad \sum M_z((\overrightarrow{F_i}) = 0 \qquad (I.V.10)$$

Binobarin, **fazodagi kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun barcha kuchlarning Dekart koordinati o'qlarining har biridagi proyeksiyalarining yig'indilari nolga teng bo'lishi, kuch vektorlaridan koordinata o'qlarining har biriga nisbatan olingan momentlarining yig'indilari ham nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.**

Endi yuqoridagilardan foydalanib, muhandislik amaliyotida juda ko'p uchraydigan tekislikdagi kuchlar tizimi uchun muvozanat tenglamalarini ko'rib chiqamiz.

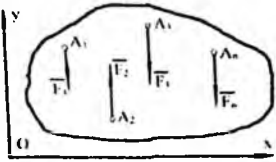
I.V.5-§. Tekisdagi kuchlarning muvozanat shartlari

Quyidagi xususiy hollarni tahlil qilamiz.

1. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimi uchun:

$$\left.\begin{aligned}\sum X_i &= 0\\ \sum Y_i &= 0\end{aligned}\right\}$$

2. Endi parallel kuchlar tizimini ko'rib chiqamiz (I.V.4-shakl). Chizmadan ko'rinib turibdiki, $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, ..., $\overrightarrow{F_4}$ kuchlarning ta'siri Oy o'lariga parallel bo'lganligi sababli ularning Ox o'qlardagi proyeksiyalari nolga teng bo'ladi.



I.V.4-shakl

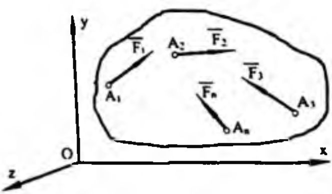
Shu bois muvozanat shartlari quyidagicha yoziladi:

$$\left.\begin{array}{l}\sum Y_i = 0 \\ \sum M_B\left(\overline{F_i}\right) = 0\end{array}\right\}$$

Demak, bir tekislikda joylashgan parallel kuchlar tizimi ta'siridagi erkin jism muvozanatda bo'lgani uchun kuchlarning o'zlariga parallel bo'lgan qo'yidagi proyeksiyalarining yig'indisi va mazkur kuchlar yotgan tekislikda ixtiyoriy B nuqtaga nisbatan momentlarning yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

2. Tekislikdagi ixtiyoriy kuchlar tizimi (I.V.5-shakl). Bu kuchlar Oz o'qqa perpendukulyar tekislikda yotganligi bois, ularning mazkur o'qdagi proyeksiyalari nolga tengdir.

Natijada (I.V.5) ning uchinchisi, (I.V.39) ning birinchi va ikkinchilari ayniyatga aylanadi.



I.V.5-shakl

Barcha kuchlar xOy tekislikda yotganligi sababli ularning Oz o'qqa nisbatan momentlari koordinatalar boshi O ga nisbatan momentlarning algebrik qiymatiga teng bo'lib qoladi.

Tekshirilayotgan holda muvozanat shartlari quyidagi ko'rinishga ega:

$$\left.\begin{array}{l}\sum X_i = 0 \\ \sum Y_i = 0 \\ \sum M_B\left(\overline{F_i}\right) = 0\end{array}\right\} \qquad (I.V.11)$$

Shunday qilib, tekislikdagi kuchlar tizimi ta'siridagi erkin jism muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi va kuchlardan ular yotgan tekislikdagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan olingan momentlarning yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

Tekislikdagi kuchlar tizimining muvozanatiga oid masalalar yechayotganda (I.V.11) ga teng kuchli yana quyidagi muvozanat tenglamalaridan foydalanish mumkin.

1-hol. Agar tekislikda yotuvchi ixtiyoriy kuchlarning shu tekislikdagi bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtasiga nisbatan momentlarining algebraik yig'indilari alohida-alohida nolga teng bo'lsa, u holda kuchlar tizimi muvozanatda bo'ladi:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} M_A(F_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} M_B(F_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} M_C(F_i) = 0 \end{cases} \qquad (I.V.12)$$

2-hol. Agar tekislikda yotuvchi ixtiyoriy kuchlarning shu tekislikda yotuvchi ixtiyoriy ikki nuqtasiga nisbatan momentlarining algebraik yig'indilari va mazkur nuqtalardan o'tuvchi o'qqa perpendikulyar bo'lmagan o'qdagi proyeksiyalarining yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lsa, u holda bunday kuchlar tizimi muvozanatda bo'ladi:

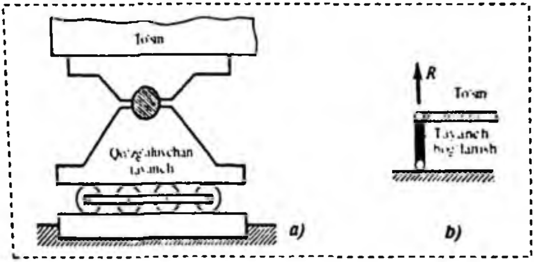
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} (X_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} M_A(F_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} M_B(F_i) = 0 \end{cases} \qquad (I.V.13)$$

I.V.6-§. To'sinlar va ularning tayanchlari

Har qanday to'sin[9] quyidagi uch xil tayanchda yotishi mumkin.

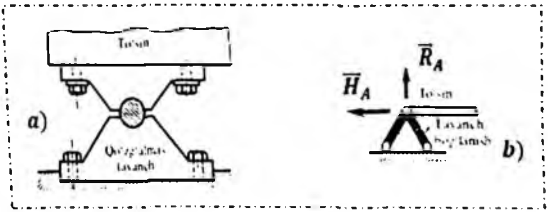
1. *Silindrik sharnirli-qo'zg'aluvchan tayanch* (I.V.39-shakl, a). Bu xildagi tayanch to'sin uchining gorizontal ko'chishiga va ko'ndalang kesimining aylanishiga qarshilik ko'rsatmaydi.

Silindrik sharnirli-qo'zg'aluvchan tayanchning sxematik tasviri I.V.6-shakl, *b* da ko'rsatilgan. Bunday tayanchning reaksiyasi *R* tayanch bog'lanishi bo'ylab yoki g'ildiraklarning tayanch tekisligiga tik yo'nalgan bo'ladi.



I.V.6-shakl

2. *Silindrik sharnirli qo'zg'almas tayanch* (I.V.7-shakl, a). Bu tayanch "*tayanch nuqtasi*"ga tegishli kesimning erkin aylanishiga imkon bersada, lekin to'sin uchining hech qanday chiziqli ko'chishiga yo'l qo'ymaydi.



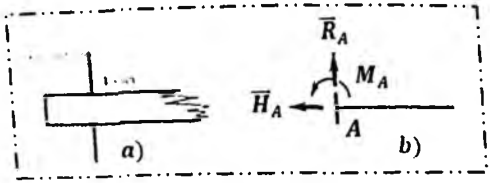
[9] *to'sin haqida ikkinchi bo'limda kengroq ma'lumotlar berilgan.*

I.V.7-shakl

Bu tayanchning sxematik tarzdagi ko'rinishi to'sin bilan sharnir vositasida tutashtirilgan ikkita sterjendan iborat (I.V.7-shakl, b).

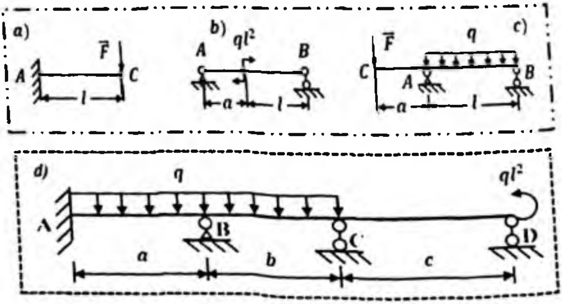
Silindrik qo'zg'almas-sharnirli tayanchlarda *H* gorizontal va *R* vertikal tashkil etuvchilarga ajraluvchi tayanch reaksiyalari hhosil bo'ladi.

3. *Qistirib mahkamlangan tayanch* (I.V.8-shakl, a). Bu xildagi tayanch unga tutashtirilgan to'sin kesimining to'g'ri chiziqli va burchakli ko'chishlariga yo'l qo'ymaydi. Bu tayanchning sxematik tasviri I.V.8-shakl, b da ko'rsatilgan.



I.V.8-shakl.

Qistirib maxkamlangan tayanchning tayanch reaksiyalari gorizontal *H* va vertikal *R* kuchlardan hamda reaktiv moment *M* dan iborat bo'ladi.



V.9-shakl

Odatda, tayanch reaksiyalari statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlanadigan to'sinlar statik aniq to'sinlar deyiladi.

Statik aniq to'sinlarga quyidagilar misol bo'ladi:

a) konsol–bir uchi bilan qistirib maxkamlangan to'sin (I.V.9-shakl, a).

b) ikki tayanchli oddiy to'sin (I.V.9-shakl, b).

c) ikki tayanchli konsol uchli to'sin (I.V.9-shakl, c).

Tayanch reaksiyalari statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlanmaydigan to'sinlar statik aniqmas to'sinlar deyiladi.

Bunga misol qilib I.V.9, d-shakldagi tutash to'sinni keltirish mumkin, chunki u 6 ta (A tayanchda 3 ta va B, C, D tayanchlarda bittadan) noma'lum tayanch reaksiyalariga egadir.

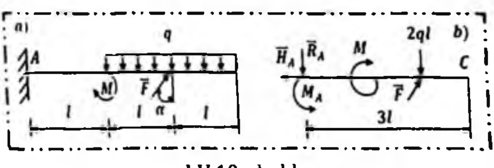
"Materiallar qarshiligi" fanining to'la kursida statik aniqmas to'sinlarni hisoblash bayon etilgan.

II. AMALIYOT

"Jismning muvozanatiga doir statika masalalarni yechish" ning umumiy tartibi asosida to'sinlarning muvozanatiga oid bir necha masalalarni ko'rib chiqamiz.

I.V.1-masala. Konsolga[10] $F = 50$ kN to'plangan kuch, $M = 100$ kN m juft kuch va $q = 60$ kN/m tekis taqsimlangan kuchlar ta'sir etmoqda (I.V.10-shakl).

Konsolning og'irligini e'tiborga olmasdan, $l = 0{,}5$ m deb, A tayanchdagi reaksiya kuchlari aniqlansin va ularning yo'nalishlari ko'rsatilsin.



I.V.10-shakl

[10] Odatda, bir uchi bilan istirib mahkamlangan to'sin konsol deyiladi.

Masalaning yechilishi

Tayanchni H_A, R_A va m_A reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz (I.V.10-shakl, b).

Konsol uchun quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{cases} \sum X_i = 0, & F\cos 45^0 - H_A = 0 \\ \sum Y_i = 0, & -R_A - ql\cdot 2 + F\cdot\cos 45^0 = 0 \\ \sum M_A(F_i) = 0, & -m_A + M + q\cdot 2l\left(l + \frac{2l}{2}\right) - F\cdot\cos 45^0\cdot 2l = 0 \end{cases}$$

Bulardan quyidagilar kelib chiqadi:

$$H_A = F\cdot\cos 45^0 = 50\cdot\frac{5\sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{2} = 35kN$$

$$R_A = 2ql - F\cdot\cos 45^0 = 2\cdot 60\cdot 0.5 - 50\cdot\frac{5\sqrt{2}}{2} = 25kN$$

$$m_A = -2Fl\cdot\cos 45^0 + 4ql^2 = -2\cdot 50\cdot 0.5\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + 4\cdot 60\cdot(0,5)^2 = -25kN\cdot m$$

Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar

1. Bosh vektor va bosh moment qanday aniqlanadi?
2. Bosh vektor va teng ta'sir etuvchi kuchning farqini ayting.
3. Varinyon teoremasining mohiyati nimadan iborat?
4. Tekislikdagi ixtiyoriy kuchlarning muvozanat tenglamalarini yozing.

VI MODUL. TEKIS SHAKLLARNING ASOSIY GEOMETRIK TAVSIFNOMALARI

I. NAZARIYA

I.VI.1-§. Jismlarning og'irlik markazi

Ma'lumki, har qanday jismni juda ko'p kichik zarrachalar yig'indisidan iborat deyish mumkin; bu zarrachalarning og'irliklarini Yerning radiusi bo'ylab uning markaziga tomon yo'nalgan deb qarash mumkin.

Mexanikada o'rganilayotgan va muhandislik amaliyotida ishlatilayotgan jismlarning o'lchamlari Yerning o'lchamiga (uning radiusi taxminan ***6371 km***) nisbatan juda ham kichikdir. Shu bois statikada muvozanati o'rganilayotgan jismlarni kichik bo'lakchalardan iborat va bu bo'lakchalarning og'irlik kuchi o'zaro parallel yo'nalgan deb qaraladi.

Qattiq jismni tashkil etgan n ta zarrachalarning og'irlik kuchlari o'zaro parallel bo'lib, ularning teng ta'sir etuvchisi $G = \sum_{i=1}^{n} G_i$ mazkur jismning og'irlik kuchi, parallel kuchlarning markazi esa jismning og'irlik markazi deyiladi.

Nazariy mexanikaning to'la kursida jismlarning og'irlik markazi koordinatalari quyidagicha aniqlanishi isbotlangan:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} G_i} \qquad y_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} G_i} \qquad \text{(I. VI.1)}$$

Bu yerda G_i - i-chi zarrachaning og'irlik kuchi.

x_i, y_i - i -chi zarrachaning koordinatalari.

Bir jinsli[11] jismning og'irlik kuchi G uning V hajmi orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$G = \gamma \cdot V \qquad (a)$$

---

[11] *Izoh: bir jinsli jismlarning xususiyatlari shundaki, birinchidan ularning og'irlik markazi jism materialiga bog'liq bo'lmay, faqat geometrik shaklga bog'liq bo'ladi. Ikkinchidan esa, $\gamma = const$ bo'ladi.*

Bu yerda γ -hajm birligiga to'g'ri kelgan og'irlik; ko'pincha solishtirma og'irlik deb ham yuritiladi va tajribalar yordam aniqlanadi; masalan, po'lat materiali uchun $\gamma = 78{,}5\ kN/m^3$ qarag'ay uchun esa $= 78{,}5\ kN/m^3$ ga tengdir.

Ixtiyoriy i-chi zarrachaning og'irligi esa quyidagicha:

$$G$$

$$V_i$$

Natijada og'irlik markaz koordinatalari hajm orqali quyid ko'rinishda ifodalanadi:

$$x_C = \frac{\gamma \sum_{i=1}^{n} V_i \cdot x_i}{\gamma \sum_{i=1}^{n} V_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{n} V_i} \quad \text{(I. VI.}$$

$$y_C = \frac{\gamma \sum_{i=1}^{n} V_i \cdot y_i}{\gamma \sum_{i=1}^{n} V_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n} V_i} \quad \text{(I. VI.}$$

Endi jismning og'irligini yuza orqali ifodalaymiz. Ma'lumki bir jinsli va $h = const$ qalinlikdagi plastinkaning yuzasi

$$G = \gamma \cdot h \cdot A \quad \text{(1.}$$

formuladan aniqlanadi.

Bu yerda A-plastinkaning yuzasi.

Plastinkadan olinganchi zarracha

$$G_i = \gamma \cdot h \cdot A_i$$

og'irlikka ega. U holda og'irlik markazi koordinatalari yuza orq quyidagicha ifodalanadi:

$$x_C = \frac{\gamma \cdot h \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot x_i}{\gamma \cdot h \sum_{i=1}^{n} A_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i} \quad \text{(1. VI.}$$

$$y_C = \frac{\gamma \cdot h \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot y_i}{\gamma \cdot h \sum_{i=1}^{n} A_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i} \quad \text{(1. VI.}$$

Bu yerda A_i– i-chi zarrachaning yuzasi.

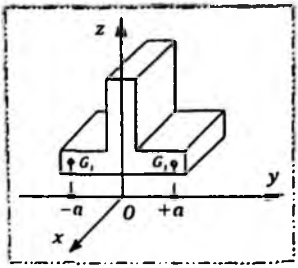
Jismlarning og'irlik markazini aniqlashning bir necha:

- simmetriya;
- bo'lakchalarga bo'lish;
- manfiy yuza;
- taroziga tortish usullari mavjud.

Simmetriya usuli. Agar bir jinsli jism simmetriya tekisligi ega bo'lsa, uning og'irlik markazini aniqlash ancha osonlashadi.

Faraz qilaylik, jism *xoz* simmetriya tekisligiga ega bo'lsin (I.VI.1-shakl).

Bu holda jismning G_i og'irlikdagi $y_i = +a$ koordinataga ega bo'lgan zarrachasiga $y_i = -a$ koordinatali zarrachasi mos keladi.



I.VI.1-shakl

Shu sababli og'irlik markazi umumiy holda quyidagicha aniqlanadi:

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n} G_i} \qquad \text{(I. VI. 1)a}$$

bo'ladi.

Bundan quyidagi muhim xulosalar kelib chiqadi:

- *simmetriya tekisligiga ega bo'lgan bir jinsli jismning og'irlik markazi simmetriya tekisligida yotadi;*
- *agar jism simmetriya o'qiga ega bo'lsa, uning og'irlik markazi simmetriya o'qida yotadi.*

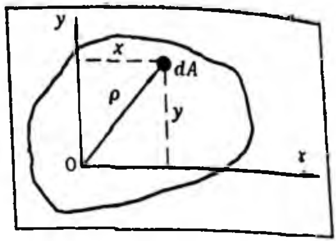
I.VI.2-§. Tekis shakllarning geometrik tavsifnomalari

1. Tekis shakllarning statik momentlari.

Tekis shakllarning o'a nisbatan statik momentlari, inersiya momentlari va qarshilik momentlari tekis shakllarning geometrik tavsifnomalari[12] deb aytiladi.

[12] Tekis shakllarning geometrik tavsifnomalari muhandislik amaliyotida asosan deformasiyalanuvchan qattiq jismlar mexanikasini o'rganishda kengroq ishlatiladi.

Tekis shakllarning statik momentlarini topish uchun og'irlik markaz koordina-talarini aniqlashda foydala-niladigan formulalarni quyidagi integral (yig'indi) ko'rinishda ifodalaymiz (I.VI.2-shakl):



I.VI.2-shakl

$$x_c = \frac{\int_{(A)} xdA}{A} \quad va \quad y_c = \frac{\int_{(A)} ydA}{A} \qquad (I.VI.5)$$

bunda x– elementar dA yuzadan ordinata o'qigacha bo'lgan masofa;

u – elementar dA yuzadan abssissa o'qigacha bo'lgan masofa;

A – tekis shaklning yuzasi.

Bu formulalarning o'ng tomonlaridagi kasrlarning suratidagi integralga tekis shaklning x va y koordinata o'qlariga nisbatan statik momentlari deb atalib, tegishlicha S_x va S_y arflari bilan belgilanadi:

$$S_x = \int_{(A)} y \cdot dA \quad va \quad S_y = \int_{(A)} x \cdot dA \qquad (I.VI.5)$$

Statik momentlar uzunlik o'lchovining uchinchi darajasi, ya'ni m^3 da o'lchanib, tegishlicha musbat, manfiy va nol qiymatlariga ega bo'ladi.

(I.VI.5) ni e'tiborga olib, tekis shakllarning og'irlik markaz koordinatalarini

$$x_c = \frac{S_Y}{A} \qquad y_c = \frac{S_x}{A} \qquad (I.VI.6)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Koordinata o'qlaridan biri yoki ikkalasi ham tekis shaklning og'irlik markazidan o'tsa, bunday o'qlar markaziy o'qlar deyilad Oxirgi formuladan markaziy o'qlarga nisbatan statik momentla nolga teng ekanligi yaqqol ko'rinib turibdi.

2. *Tekis shakllarning inersiya momentlari.*

Ixtiyoriy tekis shaklning o'qli yoki ekvatorial inersiya momenti deb miqdor jixatdan quyidagi integralga teng bo'lgan geometrik tavsifnomaga aytiladi:

a) x -o'qiga nisbatan $J_x = \int_{(A)} y^2 dA$ (I.VI.7)

b) u- o'qiga nisbatan $J_y = \int_{(A)} x^2 dA$ (I.VI.8)

Tekis shaklning qutb inersiya momenti deb quyidagi integral bilan aniqlanuvchi geometrik tavsifnomaga aytiladi:

$$J_p = \int_{(A)} p^2 dA \qquad \text{(I.VI.9)}$$

bunda p - elementar dA – yuzachadan qutb nuqtasi 0 gacha bo'lgan masofa.

Tekis shakllarning o'qli (ekvatorial) va qutb inersiya momentlari faqat musbat kattaliklardir.

Tekis shaklning markazidan qochirma inersiya momenti deb quyidagi integralga teng bo'lgan geometrik tavsifnomaga aytiladi:

$$D_{xy} = \int_{(A)} xy dA \qquad \text{(I.VI.10)}$$

Bittasi yoki ikkalasi ham tekis shaklning simmetriya o'qlari hisoblanuvchi o'qlarga nisbatan markazdan qochirma inersiya momentlari nolga teng bo'ladi. Bundan tashqari, xu musbat va manfiy qiymatlarga ham ega bo'lishi mumkin.

Tekis shakllarning inersiya momentlari uzunlik birligining to'rtinchi darajasi, ya'ni m^3 da o'lchanadi.

Endi o'qli va qutb inersiya momentlari orasidagi bog'lanishni keltirib chiqaramiz.

I.VI.2-shakldan ko'rinib turibdiki, $\rho^2 = x^2 + y^2$ ga teng, u holda (I.VI.9) formula

$$J_p = \int_{(A)} p^2 dA = \int_{(A)} (x^2 + y^2) dA = \int_{(A)} x^2 dA + \int_{(A)} y^2 dA$$

yoki

$$J_p = J_x + J_y \qquad \text{(I.VI.11)}$$

ko'rinishga keladi.

Demak, tekis shaklning qutb inersiya momenti o'zaro perpendikulyar bo'lgan va qutb nuqtasidan o'tuvchi o'qlarga nisbatan olingan o'qli inersiya momentlarning yig'indisiga teng ekan.

3. Tekis shaklning o'qli qarshilik momenti.

Tekis shaklning o'qli qarshilik momenti deb, biror o'qqa nisbatan olingan inersiya momentining shu o'qdan mazkur shaklda joylashgan eng uzoqdagi nuqtagacha bo'lgan masofaga nisbati bilan o'lchanadigan kattalikka aytiladi:

x- o'qiga nisbatan $W_x = J_x/y_{max}$ (I.VI.12)

u- o'qiga nisbatan $W_y = J_y/x_{max}$ (I.VI.13)

Tekis shaklning qutb qarshilik momenti deb, qutb inersiya momentining qutb nuqtasidan mazkur shaklda joylashgan eng uzoqdagi nuqtagacha bo'lgan masofaga nisbati bilan o'lchanadigan kattalikka aytiladi:

$$W_p = J_p/p_{max} \qquad \text{(I. VI. 14)}$$

Tekis shakllarning qarshilik momentlari uzunlik o'lchovining uchinchi darajasi, ya'ni m^3 da o'lchanadi.

Shuni alohida ta'kidlash muhimki, tekis shakllarning inersiya momentlari koordinata o'qlari parallel ko'chganda yoki ma'lum burchakka burilganda o'zgaradi.

Quyidagi formulalar yordamida o'qlar o'zaro parallel holda ko'chirilganda inersiya momentlarining o'zgargan qiymatlarin hisoblash mumkin (isbotsiz):

$$J_{x_1} = J_{xc} + a_0^2 A$$
$$J_{y_1} = J_{yc} + b_0^2 A \qquad \text{(I.VI.15)}$$
$$J_{x_1y_1} = J_{xcyc} + a_0 b_0 A$$

bu yerda a_0, b_0- markaziy o'qlar bilan yangi o'qlar orasidagi masofalar.

Quyidagi formulalar yordamida koordinata o'qlari $\alpha \neq$ burchakka burilganda inersiya momentlarining o'zgarga qiymatlari hisoblanadi (isbotsiz):

$$J_{x_1} = J_x cos^2\alpha + J_y sin^2\alpha - J_{xy} sin^2\alpha \qquad \text{(I.VI.15)}$$
$$J_{y_1} = J_y cos^2\alpha + J_x sin^2\alpha + J_{xy} sin2\alpha \qquad \text{(I.VI.15}$$

$$J_{x_1y_1} = J_{xy}cos2\alpha + \frac{1}{2}\cdot(J_x - J_y)sin2\alpha \qquad \text{(I.VI.15)}^C$$

Dastlabki ikkita ifodalarni hadlab qo'shib, o'zaro tik o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlarining yig'indisi o'zgarmas miqdor ekanligiga hamda o'qlarning burilish burchagiga bog'liq emasligiga ishonch hosil qilamiz:

$$J_{x_1} + J_{y_1} = J_x + J_y = const \qquad \text{(I.VI.15)}^D$$

I.VI.3-§. Eng oddiy tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash

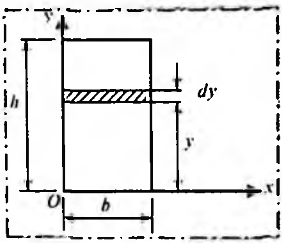
1. **To'g'ri to'rtburchak.** Asosi b va balandligi h bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning asosidan o'tuvchi x o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz (I.VI.3-shakl).

Buning uchun ***Ox*** o'qidan ixtiyoriy u masofada yuzasi

$$dA = b\,dy$$

ga teng bo'lgan cheksiz yupqa qatlam ajratib olamiz. Inersiya momentining ta'rifiga asosan:

$$J_x = \int_{(A)} y^2 dA = \int_{(A)} y^2 b dy$$



I.VI.3-shakl

Oxirini ifodani integrallashda uning o dan h gacha o'zgarishini e'tiborga olamiz:

$$J_x = \int_0^h y^2 b dy = \frac{bh^3}{3} \qquad \text{(I.VI.16)}$$

Xuddi shu tartibda vertikal ***Oy*** o'qqa nisbatan inersiya momentini aniqlab, uning

$$J_y = \int_0^b x^2 h dx = \frac{hb^3}{3} \qquad \text{(I.VI.17)}$$

ekanligiga ishonch hosil qilish mumkin.

Endi markaziy o'qlarga inersiya momentlarini aniqlaymiz.

$$J_{xc} = J_{x_1} - a_0^2 A = \frac{bh^3}{3} - \left(\frac{h}{2}\right)^2 bh = \frac{bh^3}{12}$$

$$J_{yc} = J_{y_1} - b_0^2 A = \frac{hb^3}{12} \qquad \text{(I.VI.18)}$$

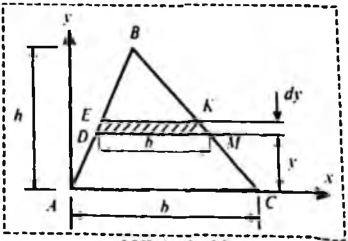
bu yerda

$$a_0 = h/2, \qquad b_0 = b/2$$

2. **Kvadrat**. (I.VI.17) va (I.VI.18) formulalarga asosan, tomonlari $b = h = a$ bo'lgan kvadrat uchun o'qli inersiya momentlari quyidagicha bo'ladi:

$$J_z = J_y = \frac{a^4}{3} \qquad \text{(I.VI.19)}$$

3. **Uchburchak**. Asosi b va balandligi h ga teng bo'lgan ixtiyoriy uchburchakning asosidan o'tuvchi Ox o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz (I.VI.4-shakl).



I.VI.4-shakl

Uchburchakning asosidan ixtiyoriy u masofada qalinligi b_y bo'lgan cheksiz yupqa $DEKM$ trapetsiya ajratib olamiz.

Agar trapetsiyaning yuzasini to'g'ri to'rtburchakning yuzasiga taxminan teng deb olsak, u holda $dA \approx b_y$ bo'ladi.

ABC va DBM uchburchaklarning o'xshashligidan

$$\frac{b_y}{b} = \frac{h-y}{h} \qquad \text{yoki} \qquad b_y = \frac{b}{h}(h-y)$$

munosabatni yozib olib, quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$J_x = \int_{(A)} y^2\,dA = \int_0^h y^2 \cdot \frac{b}{h}(h-y)dy = \frac{bh^3}{12} \qquad \text{(I.VI.20)}$$

Markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini hisoblaymiz.

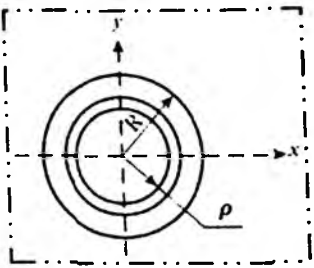
$$J_{xc} = J_{a_1} - a_0^2 A = \frac{bh^3}{12} - \left(\frac{h}{3}\right)^2 \frac{bh}{2} = \frac{bh^3}{36}$$

$$J_{yc} = J_{y_1} - b_0^2 A = \frac{bh^3}{36} \qquad \text{(I.VI.21)}$$

bunda

$$a_0 = {}^h/_3 \qquad b_0 = {}^b/_3$$

4. **Doira**. Dastlab doiraning qutb inersiya momentini aniqlaymiz: buning uchun doira markazidan ixtiyoriy masofada yuzasi $dA = 2\pi\,p\,dp$ bo'lgan cheksiz yupqa doira ajratib olamiz (I.VI.5-shakl).



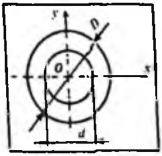
I.VI.5-shakl

U holda (I.VI.21) formulaga ko'ra ($D = 2R$):

$$J_p = 2\pi \int_0^R \rho^3\,d\rho = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32} \qquad \text{(I.VI.22)}$$

(I.VI.22) formuladan foydalanib, doiraning ekvatorial inersiya momentlarini aniqlaymiz. Doira ox va oy o'qlarga nisbatan simmetrik shakl bo'lganligi uchun uning ekvatorial inersiya momentlari o'zaro teng bo'ladi:

$$J_z = J_y = 0{,}5 \cdot J_y = \frac{\pi D^4}{64} \qquad \text{(I.VI.23)}$$



I.VI.6-shakl

5. Xalqa. I.VI.6-shaklda tasvirlangan xalqa uchun inersiya momenti tashqi va ichki doiralar qutb inersiya momentlarining ayirmasiga teng bo'ladi:

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi D^4}{32}(1 - c^2) \qquad (I.VI.24)$$

bu yerda $c = {}^{d}/_{D}$ ga teng.

Xalqaning ekvatorial inersiya momentlari quyidagicha topiladi:

$$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64}(1 - c^2) \qquad (I.VI.25)$$

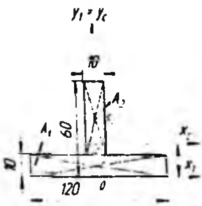
Izoh: 1. Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash maqsadida, albatta uni inersiya momentlari oldindan ma'lum bo'lgan bir necha oddiy tekis shakllarga, masalan, to'g'ri to'rtburchak, uchburchak, doira va shu kabi tekis shakllarga ajratish zarur.

2. Metall konstruksiya elementlarining qo'shtavr, shveller hamda teng yonli yoki teng yonli bo'lmagan burchakliklar ko'rinishidagi ko'ndalang kesimlari standart o'lchamli bo'lib, ularga tegishli barcha ma'lumotlar, masalan: ko'ndalang kesim o'lchamlari, ularning yuzalari, og'irlik markazining koordinatalari, markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari kabi muhim ma'lumotlar maxsus «sortament» jadvallarida beriladi.

II. AMALIYOT

I.VI.1-masala. Murakkab jism - tavrning og'irlik markaz koordinatasini aniqlash talab etilmoqda (I.VI.7-shakl).

O'lchamlar mm da ko'rsatilgan.



I.VI.7-shakl

Masalaning yechilishi

Simmetriya usuli: tavrni fikran ikkita to'g'ri to'rtburchakka ajratamiz. Tavr vertikal o'qqa nisbatan simmetrik. Shu sababli uning og'irlik markazi ou o'qi ustida yotadi va $x_c = 0$ bo'ladi.

Chizmadan:

$A_1 = 10\,10^{-3} \cdot 120\,10^{-3} = 1{,}2\,10^{-3} m^2;\ y_1 = OC_1 =$
$5\,10^{-3}\,m$

$A_2 = 50\,10^{-3} \cdot 10\,10^{-3} = 0{,}5\,10^{-3} m^2;\ y_2 = OC_2 = 35\,10^{-3}\,m$

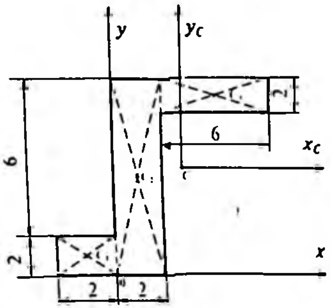
Og'irlik markazi koordinatalarini aniqlash formulasining ikkinchisiga ko'ra,

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{1{,}2\,10^{-3} \cdot 5{,}0\,10^{-3} + 0{,}5\,10^{-3} 35\,10^{-3}}{(1{,}2 + 0{,}5) \cdot 10^{-3}}$$
$$= 13{,}8 \cdot 10^{-3}\,m$$

Demak, tavrning og'irlik markazi S (0; 13,8 10^{-3} m) nuqtada yotar ekan.

I.VI.2-masala. Murakkab jism – tekis shaklning og'irlik markazi aniqlansin (I.VI.8-shakl). Barcha o'lchamlar sm da berilgan.

Masalaning yechilishi



I.VI.8-shakl

Bo'laklarga ajratish usuli. Jismni tashkil etgan bo'laklarning og'irlik markaz koordinatalari oldindan ma'lum bo'lgan hollarda bu usuldan foydalanish ma'qul. Ushbu masalani yechish jarayonida bunga ishonch hosil qilamiz.

Avval jismni fikran uchta oddiy bo'lakchalarga ajratamiz va **xOy** koordinata tekisligiga nisbatan har bir bo'lakcha uchun quyidagilarni aniqlaymiz:

- ✓ $C_1(-1;1)$ -yuzasi $A_1 = 4\,cm^2$ bo'lgan birinchi bo'lakchaning og'irlik markazi koordinatasi;
- ✓ $C_2(1;4)$ -yuzasi $A_2=16\ sm^2$ bo'lgan ikkinchi bo'lakchaning og'irlik markazi koordinatasi;
- ✓ $C_3(5;7)$ -yuzasi $A_3 = 12\,cm^2$ bo'lgan uchinchi bo'lakchaning og'irlik markazi koordinatasi.

U holda tekis shakllarning og'irlik markaini aniqlash formulasiga asosan quyidagilarni topamiz:

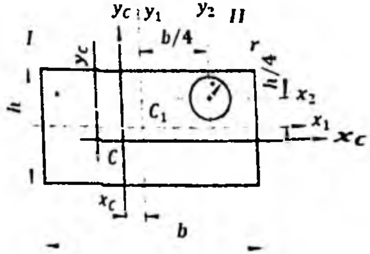
$$x_c = \frac{A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{4\cdot(-1) + 16\cdot 1 + 12\cdot 5}{4 + 16 + 12} = \frac{9}{4}\ cm$$

$$y_c = \frac{A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{4\cdot 1 + 16\cdot 4 + 12\cdot 7}{4 + 16 + 12} = \frac{19}{4}\ cm$$

Demak, jismning og'irlik markazi $C\,(9/4\ cm;\ 19/4\ cm)$ nuqtada yotar ekan.

Bu misoldan ko'rinib turibdiki, jismning og'irlik markazi geometrik nuqta bo'lib, ba'zan jismning o'zida yotmasligi ham mumkin ekan.

I.VI.3-masala. Tekis shaklning og'irlik markazi aniqlansin (I.VI.9-shakl). Mazkur tekis shaklning o'lchamlari: $b = 20\,cm$, $h = 12\ cm$, $r = 2\,cm$ ekanligi ma'lum deb hisoblansin.



I.VI.9-shakl

Masalaning yechilishi

Manfiy yuza usuli. Agar jism – tekis shaklning biror qismi qirqib tashlangan bo'lsa, uning og'irlik markazi *"manfiy yuza"* usuli yordamida aniqlanadi. Bu usulning mohiyati shundan iboratki, jism ikkita: qirilmagan butun jism va qirilgan jismdan iborat deb qaraladi. Hisoblashda qirilgan bo'lakning yuzasi shartli ravishda manfiy ishora bilan olinadi.

Murakkab shaklni ikkita oddiy shakl: to'g'ri to'rtburchak va doira (manfiy yuza) ga ajratamiz.

To'g'ri to'rtburchakning og'irlik markazi orqali *ox* va *oy* koordinata o'qlarini o'tkazamiz.

XOU koordinata tekisligiga nisbatan ikkala bo'lakchaning ham og'irlik markaz koordinatalari va yuzalarini hisoblaymiz:
to'g'ri to'rtburchak uchun: $x_1 = 0$; $y_1 = 0$; $A_1 = b = 20 \cdot 12 = 240\ cm^2$
doira uchun: $x_2 = b/4 = 5\ cm$; $y_2 = /4 = 3\ cm$;

$$A_2 = -\pi r^2 = -3{,}14 \cdot 2^2 = -12{,}56\ cm^2$$

Og'irlik markazini aniqlash formulasi yordamida tekis shaklning og'irlik markazi koordinatalarini hisoblaymiz:

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2} = \frac{240 \cdot 0 - 12{,}56 \cdot 5}{240 - 12{,}56} = -0{,}277\ cm$$

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{240 \cdot 0 - 12{,}56 \cdot 3}{240 - 12{,}56} = -0{,}166\ cm$$

Og'irlik markazi C (−0,277 cm ; −0,166 cm) nuqta shaklda ko'rsatilgan.

Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar

1. Jismlarning og'irlik markazi koordinatalari qanday aniqlanadi?
2. Jismlarning og'irlik markazlarini aniqlash usullarini tushuntiring.
3. Tekis shaklning statik momenti uning yuzasi va og'irlik markazi koordinatalari orqali qanday ifodalanadi?
4. Tekis shaklning shu shakl og'irlik markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan statik momenti nimaga teng?
5. Tekis shaklning og'irlik markaz koordinatalari qanday formulalardan topiladi?

6. O'qqa nisbatan (ekvatorial), qutb va markazdan qochirma inersiya momentlari formulalarini yozing hamda ularni tushuntiring.

7. Inersiya momentlarining qaysi biri hamma vaqt musbat qiymatga ega?

8. Markazdan qochirma inersiya momentlari qachon nolga teng bo'ladi?

9. Tekis shaklning statik momenti va inersiya momentlarining o'lchamligini yozing.

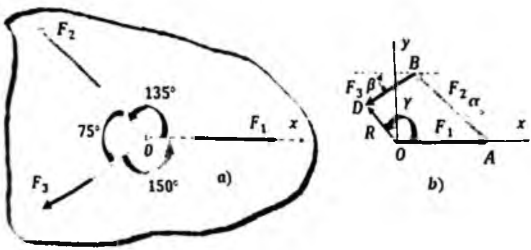
10. O'qlar parallel ko'chirilganda yoki ma'lum burchakka burilganda inersiya momentlarining qiymatlari o'zgarishini asoslang.

11. To'g'ri to'rtburchak, kvadrat, to'g'ri burchakli uchburchak va doira ko'rinishdagi tekis shakllarning markaziy o'qlarga nisbatan o'qli inersiya momentlari qanday aniqlanadi?

12. Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlari qanday aniqlanadi?

Mustaqil ta'lim doirasida qattiq jismlar statikasiga doir ayrim muhandislik amaliyoti masalalarni yechish metodikasi

I.1-masala. Bir tekislikda yotuvchi 3 ta kuchning ta'sir chizig'i *K* nuqtada uchrashadi (I.1-shakl, a).



I.1-shakl

Shuningdek, kuchlarning modullari va vektorlari orasidagi burchaklar ma'lum: $F_1 = 10\,N$, $F_2 = 13\,N$, $F_3 = 8\,N$, $(F_1{}^\wedge F_2) = 135^0$, $(F_2{}^\wedge F_3) = 75^0$, $(F_3{}^\wedge F_4) = 150^0$. Mazkur kuchlarning teng ta'sir etuvchisining moduli va yo'nalishini aniqlash talab etiladi.

Masalaning yechilishi

1. Grafik usul. Bu usul kuchlar ko'pburchagini qurishga qaratilgan.

Dastlab kuch masshtabi $\mu_F = 1{,}0\frac{mm}{N}$ (odatda, kuch masshtabining asl ma'nosi *1 N kuch 1 mm uzunlikda joylashgan* degan ma'noni bildiradi)ni tanlab, ixtiyoriy O nuqtadan $\mu_F \cdot F_1$ ko'paytmaning moduliga teng va yo'nalishiga mos keluvchi $\overline{OA}$ kesmani o'tkazamiz (I.63-shakl, b).

Keyin esa F_1 ning uchidan, ya'ni A nuqtadan $\overline{AB} = F_2 \cdot \mu_F$ kesmani ushbu kuchning yo'nalishiga moslab o'tkazamiz.

B nuqtadan moduli $\mu_F \cdot F_3$ ko'paytmaga teng va uning yo'nalishida $\overline{BD}$ kesma o'tkazganimizda D nuqta hosil bo'ladi. "*Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar nazariyasi*"da kuchlar ko'pburchagining yopuvchi vektori teng ta'sir etuvchining vektori R ga aynan tengligi bayon etilgan. Shunga asosan $\overline{OD}$ kesmaning uzunligi R ning moduliga va yo'nalishi esa R ning yo'nalishiga aynan mos keladi.

Natija: transportir yordamida $\gamma = (F_1{}^\wedge R) \approx 139^0$ va lineyka yordamida esa $R = 8\,N$ ekanligini osongini aniqlashimiz mumkin.

Izoh: Ushbu masalani yechishda kuchlar r ko'pburchagini qo'shish jarayonini F_1 kuchdan emas, balki F_2 yoki F_3 kuchlardan boshlaganda ham bir xil natijalar olinadi (talabalarga mustaqil yechish havola etiladi).

2. Analitik usul. Bu usulda masala yechish uchun talaba asosiy e'tiborni "*Bir nuqta kesishuvchi kuchlarning muvozanati*"ni tadbiq etishga qaratmog'i zarur.

Yuqoridagi I.1-shakl, a ni tahlil etib, I.1-shakl, v ni hosil qilamiz, bunda $\alpha = 45^0$, $\beta = 30^0$ ekanligi ayon.

Endi barcha kuchlarni navbat bilan koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz.

ox bo'yicha:

$X_1 = F_1$; $X_2 = -F_2 \cdot cos(90^0 - \alpha) = -F_2 sin\alpha$; $X_3 = -F_3 \cdot cos\beta$.

oy bo'yicha:

$Y_1 = 0$; $Y_2 = F_2 \cdot cos\alpha$; $Y_3 = F_3 \cdot cos(90^0 - \beta) = - F_3 \cdot sin\alpha$.

Ushbu munosabatlar asosida teng ta'sir etuvchining o'qlardagi proyeksiyalarini hisoblaymiz:

$$R_x = \sum_{i=1}^{3} X_i = X_1 + X_2 + X_3 = F_1 - F_2 sin\alpha - F_3 \cdot cos\beta$$

$$= 10 - 13 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -6{,}12\ N$$

$$R_y = \sum_{i=1}^{3} Y_i = Y_1 + Y_2 + Y_3 = F_2 \cdot cos\alpha\ - F_3 sin\alpha$$

$$= 13 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3{,}53 N$$

U holda teng ta'sir etuvchining moduli quyidagicha aniqlanadi:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-6{,}12)^2 + (3{,}53)^2} = 7{,}06\ N$$

Endi teng ta'sir etuvchining yo'nalishini ko'rsatuvchi "yo'naltiruvchi kosinuslar"ni hisoblaymiz:

$$\cos(R, {}^\wedge x) = \frac{R_x}{R} = \frac{-6{,}12}{7{,}06} = -0{,}866;$$

$$\cos(R, {}^\wedge y) = \frac{R_y}{R} = \frac{3{,}53}{7{,}06} = 0{,}5.$$

Demak, bundan $(R, {}^\wedge x) = 0{,}866 = 30^0$ *va* $(R, {}^\wedge y) = 0{,}5000 = 60^0$ ekanligi kelib chiqadi.

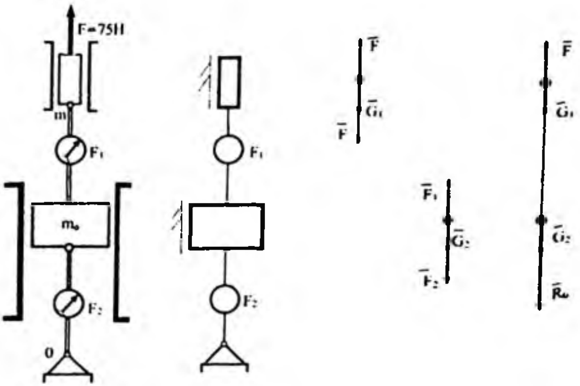
Xulosa: ikki usulda ham bir xil natijaga erishdik.

1.2-masala. Porshenlarning massasi tegishlicha $m = 5\ kg$, $m_0 = 22{,}5\ kg$ bo'lgani holda dinamometrlarning ko'rsatkichlari F_1 va F_2 larni hamda O sharnirning reaksiya kuchi R_0 ni aniqlang.

Sterjenlarning va dinamometrlaming massalari e'tiborga olinmasin. Shuningdek, erkin tushish tezlanishi $g = 10\ m/sek^2$ ekanligi avvaldan ma'lum.

Masalaning yechilishi

Ushbu masalani analitik usulda yechish maqsadga muvofiqdir. Buning uchun masalani mazmun-mohiyatidan kelib chiqib, yordamchi hisoblash chizmalarini kuramiz hamda statikaning muvozanat tenglamasidan foydalanamiz.



1.2-shakl

Aniqrog'i, *"Bog'lanishdan bo'shatish haqida"*gi aksiomaga tayanib, bog'lanishlarni tegishlicha reaksiyalar bilan almashtirib, erkin jismni shakllantiramiz.

Ta'kidlash o'rinliki, reaksiyalar vektor kattalik ekanligini talabalar ongiga singdirish maqsadida ularni chizmada tasvirlayotganda vektor belgisini qo'yish lozim.

1.2-shakl, b bo'yicha:

$\sum Y_i = 0,$ *yoki* $F - G_1 - F_1 = 0$, bundan; $F_1 = 25\ N$;

1.2-shakl, v bo'yicha:

$\sum Y_i = 0,$ *yoki* $F_1 - G_2 - F_2 = 0$, bundan; $F_2 = -200\ N$;

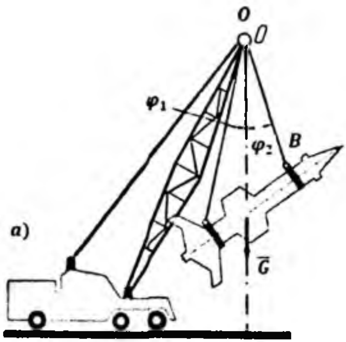
1.2-shakl, g bo'yicha:

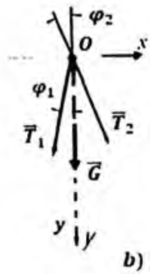
$\sum Y_i = 0,$ *yoki* $F - G_1 - G_2 - R_0 = 0$, bundan; $R_0 = -200\ N$;

Izoh: ixtiyoriy ravishda tanlangan "–" ishora tegishli kuchning haqiqiy yo'nalish teskari tomonga yo'nalganligini tasdiqlaydi.

I.3-masala. Qanotli raketani joyiga o'rnatish maqsadida u avtomobil krani yordamida o'zgarmas tezlikda yuqoriga ko'tarilmoqda (I.3-shakl, a).

Raketaning og'irligi $G = 60\ kN$ hamda $\varphi_1 = 12^0$ va $\varphi_2 = 18^0$ ekanligi ma'lum bo'lsa, po'lat arqonlarda hosil bo'luvchi taranglik kuchlari nimaga teng?





I.3-shakl

Masalaning yechilishi

Analitik usul. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar nazariyasiga tayanib, hisoblash chizmasini shakllantiramiz (I.3-shakl, b).
O tugunning muvozanatini o'rganib chiqamiz:

$$\begin{cases} \sum X_i = 0, \ T_2 \cdot cos\left(\frac{\pi}{2} - 18^0\right) - T_1 \cdot cos\left(\frac{\pi}{2} - 12^0\right) = 0 \\ \sum Y_i = 0, \quad T_1 \cdot cos12^0 + T_2 \cdot cos18^0 + G = 0 \end{cases}$$

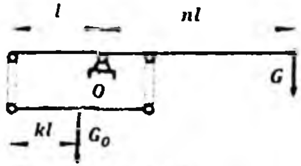
Yuqoridagi statika tenglmalarini noma'um kuchlarga nisbatan birgalikda yechamiz. Natijada

$$T_2 = -\frac{G}{cos18^0 + \frac{sin18^0}{sin12^0} \cdot cos12^0} = -\frac{60}{0,951 + \frac{0,309}{0208} \cdot 0,978}$$
$$= -24,96\, kN;$$

$$T_1 = \frac{sin18^0}{sin12^0} \cdot T_2 = \frac{0,309}{0208} \cdot 24,96 = -37,08\ kN.$$

Izoh: "–" ishora kuchlarning haqiqiy yo'nalishi teskari tomonga yo'nalganligini biliradi.

I.4-masala. Richagli "tarozi"ga qo'yilgan og'irlik kuchlarining nisbatini aniqlang (I.4-shakl). Hisoblashda $n = 5$, $k = 0,995$ ga teng deb olinsin.



I.4-shakl

Masalaning yechilishi

Tayanch nuqta O ga nisbatan moment olib, statika tenglamasini tuzamiz:

$$\sum_{i=1}^{2} M_{oi} = 0, \qquad G \cdot 5l - G_0 \cdot (l - 0,995l) = 0$$

Tegishli ixchamlashtirishdan keyin $G_0/G = 100$ ekanligi kelib chiqadi.

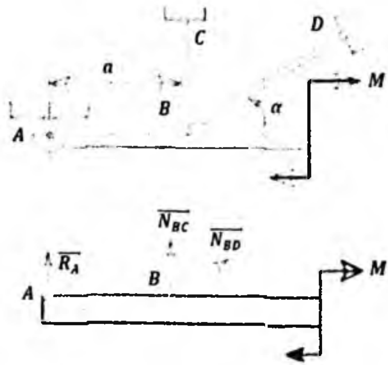
I.5-masala. Juft kuch $M = 200\, N \cdot m$ ta'sirdan tayanch kesimga rolik A tomonidan berilayotgan tayanch – bosim kuchi hamda tegishlicha BC va BD sterjenlardagi reaksiyalar aniqlansin (I.5-shakl, a).

Masalani yechishda $a = 0,45\, m, \alpha = 30^0$ deb hisoblansin.

Masalaning yechilishi

Bog'lanishdagi to'sinni erkin jism shakliga keltiramiz. Buning uchun "Bog'lanishdan bo'shatish haqida"gi aksiomaga asosan BC va BD sterjenlarni tegishlicha $\overline{N_{BC}}$ va $\overline{N_{BD}}$ reaksiyalar bilan almashtiramiz (I.5-shakl, b).

Shuningdek, rolik A tomonidan tayanch tekisligiga berilayotgan reaksiya ham vertikal $\overline{R_A}$ bilan almashtiriladi.



I.5-shakl

Ushbu masalani analitik usulda yechish uchun quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

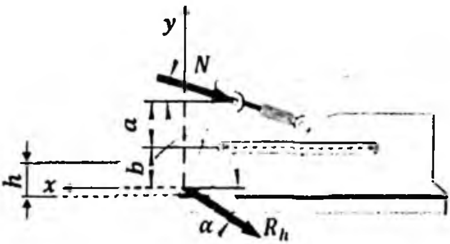
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{3} M_{Ai} = 0, & N_{BD}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot a - N_{BC}\cdot a + M = 0 \\ \sum_{i=1}^{2} M_{Bi} = 0, & R_A\cdot a + M = 0 \\ \sum_{i=1}^{3} Y_i = 0, & R_A + N_{BC} + N_{BD}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = 0 \end{cases}$$

Bu tenglamalarni birgalikda yechib, masalaning shartida so'ralayotgan reaksiyalar topiladi (Talabalarga mustaqil bajarish tavsiya etiladi).

I.6-masala. Buldozerning otvali yordamida tuproq qatlami surilmoqda (I.6-shakl).

Agar tuproq qatlamining qarshiligi R_h surilayotgan qatlamning qalinligi h bilan $R_h = 2{,}3h$ ko'rinishdagi chiziqli bog'lanishda ifodalansa (odatda, bu bog'lanish tajribalar asosida olingan), u holda otvalning gidrotsilindri shtokiga ta'sir etuvchi $\overline{N}$ kuch qanday aniqlanadi?

Masalaning yechish jarayonida h, a, b masofalar hamda α *va* β burchaklar ma'lum deb hisoblansin.



I.6-shakl

Masalaning yechilishi

K sharnirga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\sum_{i=1}^{2} M_{Ki} = 0, \qquad N\cos\beta \cdot a - R_h\cos\alpha \cdot b = 0$$

Bundan,

$$N = 2{,}3\frac{b \cdot h}{a} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

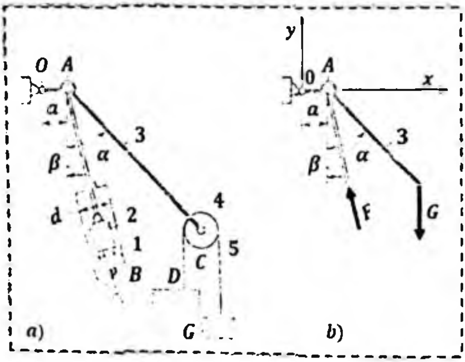
ekanligi kelib chiqadi.

I.7-masala. Qurilma pnemotsilindr 1, porshen 2, chayqalgich (rus tilida koromislo) 3, shkiv 4 va po'lat arqon 5 lardan iborat bo'lib, unga G og'irlikdagi yuk osilgan (I.69-shakl).

Agar $G = 15\,kN$, $d = 25\,mm$, $a = 0{,}08\,m$, $AC = 0{,}95\,m$ (bu yerda shkivning radiusi inobatga olinmagan), $\alpha = 45^0$, $\beta = 15^0$ ekanligi ma'lum bo'lsa, porshenga berilgan bosim p qanday aniqlanadi?

Masalaning yechilishi

Bog'lanishdagi qurilmani erkin jism shakliga keltirib, *"Bog'lanishdan bo'shatish haqidagi aksioma"*ga tayanib, tegishli reaksiyalarni chizmada shakllantiramiz (I.7-shakl, b).



I.7-shakl

Qurilma uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum_{i=1}^{2} M_{Oi} = 0, \qquad G \cdot (a + AC \cdot cos\alpha) - F \cdot cos\beta \cdot a = 0$$

Bu yerda,

$$F = p \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

U holda

$$p = \frac{4}{\pi \cdot d^2} \cdot \frac{1}{a \cdot cos\beta}(a + AC \cdot cos\alpha) \cdot G$$

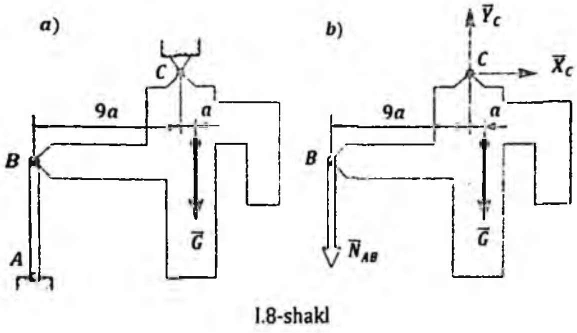
Yoki,

$$p = \frac{4}{3{,}14 \cdot (25 \cdot 10^{-3})^2} \cdot \frac{15}{0{,}08 \cdot 0{,}966}(0{,}08 + 0{,}95 \cdot 0{,}707)$$
$$\approx 0{,}297 \frac{kN}{m^2} = 297 \cdot 10^3\ Pa$$

Yoxud, $p = 297 \cdot 10^3\ Pa.$

I.8-masala. Tekis panel chap uchi bilan *AB* sterjenga va yuqori uchi bilan esa *C* sharnirga mahkamlangan (I.8-shakl, a).

Agar jismning og'irlik kuchi *G* va *a* masofa aniq bo'lsa, sterjen va sharnirli tayanchda qanday reaksiya paydo bo'ladi?



I.8-shakl

Masalaning yechilishi

Jismni "*Bog'lanishdan bo'shatish haqida*"gi aksiomaga asosan chizmada bog'lanishlarni reaksiyalarga almashtirib, erkin jismni shaklllantiramiz (I.8-shakl, b). Tabiiyki, sterjen bo'ylab $\overline{N_{AB}}$ reaksiya hamda S sharnirda esa $\overline{X_C}$=0 va $\overline{Y_C}$ reaksiya tashkil etuvchilari paydo bo'ladi. Shularni inobatga olib, muvozanat tenglamalarini quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

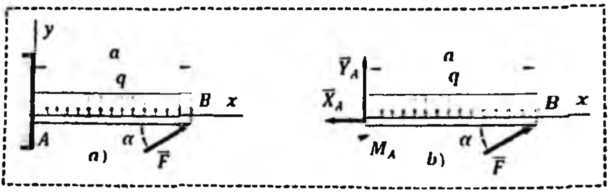
$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{2} M_{Ci} = 0, \quad G \cdot a - N_{AB} \cdot 9a = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{3} Y_i = 0, \quad Y_C - G - N_{AB} = 0 \end{cases}$$

Tenglamalar tizimini noma'lumlarga nisbatan birgalikda yechib, so'ralayotgan kattaliklarni aniqlaymiz:

$$N_{AB} = \frac{G}{9}, \quad Y_C = \frac{10}{9} \cdot G .$$

I.9-masala. Konsolga to'plangan kuch F va tekis taqsimlangan yoyilgan kuch q ta'sir etmoqda (I.9 -shakl, a).

Agar $F = 2\,kN$, $q = 300\frac{N}{m}$, $a = 1{,}5\,m$, $\alpha = 30^0$ ekanligi ma'lum bo'lsa, qistirib mahkamlangan tayanch A da qanday reaksiyalar paydo bo'ladi?



I.9-shakl

Masalaning yechilishi

Har galgidek, *"Bog'lanishdan bo'shatish haqida"*gi aksiomaga asosan bog'lanishni reaksiyalar bilan almashtirib, konsolni erkin jism shaklida tasvirlaymiz (I.9-shakl, b). Keyin esa yoyilgan kuchni to'plangan kuch shakliga keltiramiz; odatda, bu kuchning miqdori $Q = g \cdot a = 450\,N$ ga teng bo'lib, fikran tayanchdan 0,5 a masofada qo'yilgan, deb qaraladi.

Endi muvozanat tenglamalarini tuzib, A tayanchdagi reaksiyalarni aniqlash mumkin:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{2} X_i = 0, & F \cdot \cos\alpha - X_A = 0 \\ \sum_{i=1}^{3} Y_i = 0, & F\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - Q + Y_A = 0 \\ \sum_{i=1}^{3} M_{Ai} = 0, & Q \cdot \frac{a}{2} - M_A - \mathrm{F} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot a = 0 \end{cases}$$

Ushbu tenglamalarni noma'lumlarga nisbatan birgalikda yechamiz:

$$X_A = F \cdot \cos\alpha \ yoki \ X_A = 2 \cdot 10^3 \cdot cos30^0 = 2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}866$$
$$= 1{,}73 \cdot 10^3 N;$$
$$Y_A = q \cdot a - F \cdot sina = 300 \cdot 1{,}5 - 2 \cdot 10^3 \cdot sin30^0 = 4500 \cdot 10^3 N;$$
$$M_A = Q \cdot \frac{a}{2} - F \cdot sina \cdot a = 450 \cdot 0{,}75 - 2000 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}5$$
$$= -1162{,}5\, Nm.$$

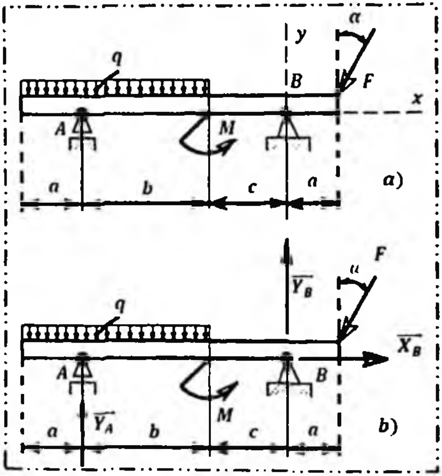
I.10-masala. Qo'zg'aluvchan A va qo'zg'almas B sharnirli tayanchlarda yotuvchi konsolli to'singa to'plangan F, yoyilgan q va juft kuch M lar ta'sir etmoqda (I.10 -shakl, a).

Faraz qilaylik, $F = 10\, kN$, $M = 15\, kN \cdot m$, $q = 3\frac{kN}{m}$, $a = 0{,}9\ m$, $b = 2{,}2\ m$, $c = 1{,}5\ m$, $\alpha = 30^0$ ga teng bo'lsin. U holda tayanchlardagi reaksiyalarning miqdori nechaga teng bo'ladi?

Masalaning yechilishi

Oldin yechib ko'rsatilgan masaladagi singari ushbu to'sinning ham muvozanatini tekshiramiz:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{2} X_i = 0, & X_B - F\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = 0 \\ \sum_{i=1}^{4} Y_i = 0, & Y_A + Y_B - F\cos\alpha - q(a+b) = 0 \\ \sum_{i=1}^{5} M_{Ai} = 0, & -qa\cdot\frac{a}{2} + qb\cdot\frac{b}{2} - M - Y_B(b+c) + F\cos\alpha(a+b+c) = 0 \end{cases}$$



1.10-shakl

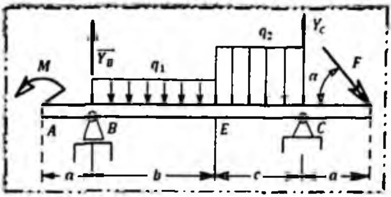
Birinchi tenglamadan X_B, uchinchi tenglamadan Y_B va ikkinchi tenglamadan esa Y_A lar aniqlanadi:

$$X_B = F\cdot\sin\alpha \qquad X_B = 5\,kN$$

$$Y_B = \frac{1}{b+c}\left[-0{,}5\cdot qa^2 + 0{,}5qb^2 - M + F\cos\alpha(a+b+c)\right] \qquad Y_B = 8{,}3kN$$

$$Y_A = F\cdot\cos\alpha + q(a+b) - Y_B \qquad Y_A = 13{,}9kN$$

I.11-masala. Sharnirli tayanchlarga tiralgan konsolning to'singa $F = 500\ kN$, $M = 260\ N \cdot m$, $q_1 = 80 \frac{N}{m}$, $q_2 = 170\ N/m$ kuchlar ta'sir etmoqda (I.11-shakl, a).



I.11-shakl

Agar to'sinning umumiy uzunligi L= 5,6 m, bo'lib, $a = 2{,}2\ m$, $b = 1{,}6\ m$, $c = 1{,}1\ m$ va $\alpha = 60^0$ ga teng bo'lsa, tayanchlardagi reaksiyalarning qiymati nechaga teng?

Masalaning yechilishi

Har galgidek, tayanchlarni o'ziga mos reaksiyalar bilan almashtirib, to'sin uchun quyidagi statika tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{2} X_i = 0, & X_C - F \cdot \cos\alpha = 0 \\ \sum_{i=1}^{5} M_{Bi} = 0, & -M_A + q_1 a \frac{a}{2} + q_2 b \cdot \left(\frac{b}{2} + a\right) - Y_C \cdot (a+b) + F \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot (a+b+c) = 0 \\ \sum_{i=1}^{5} M_{Ci} = 0, & -M + Y_B \cdot (a+b) - q_1 \cdot a\left(\frac{a}{2} + b\right) - q_2 b \cdot \frac{b}{2} + F \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot c = 0 \end{cases}$$

Yuqoridagi tenglamalardan reaksiyalarni aniqlaymiz:

$X_C = -F \cdot \cos\alpha$ $\qquad\qquad$ $X_C = -250\ N$

$$Y_C = \frac{1}{a+b}\left[-M + q_1 a^2 + q_2 b \cdot \left(\frac{b}{2} + a\right) + F \cdot sin\alpha \,(a + b + c)\right] \qquad Y_C = 3{,}8\ N$$

$$Y_B = \frac{1}{a+b}\left[M + q_1 \cdot a\left(\frac{a}{2} + b\right) + 0{,}5 \cdot q_2 b^2 - F \cdot sin\alpha \cdot c\right] \qquad Y_B = 136{,}5N$$

Olingan natijalarni tekshirish masadida quyidagi tenglamani tuzish va hisoblash kifoya:

$$\sum_{i=1}^{5} Y_i = 0, \qquad Y_B + Y_C - q_1 \cdot a - q_2 \cdot b - F \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 0$$

(tekshirish talabalarga havola etiladi).

I.12-masala. To'sin uchta sterjen vositasida Yerga va shipga mahkamlangan (I.12-shakl, a).

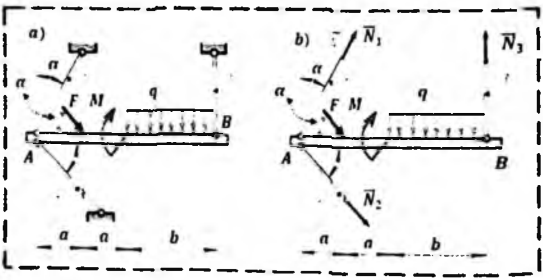
Aytaylik, $F = 30$ kN, $M = 25\ kN\ m$,

$$q = 12\frac{kN}{m}, \qquad a = 1{,}2\ m,\ b = 2{,}4\ m,$$

$\alpha = 30^0$, $\beta = 45^0$ ga teng bo'lsin.

U holda stenjenlarda qanday reaksiya paydo bo'ladi?

Masalaning yechilishi



I.12-shakl

*"Bog'lanishdan bo'shatish haqida"*gi aksiomani qo'llab, bog'lanishni stejenlar bo'ylab yo'nalgan $\overline{N_1}$, $\overline{N_2}$ va $\overline{N_3}$ reaksiyalar bilan almashtiramiz (I.12 -shakl, b). Natijada erkin jism hosil bo'ladi.

Odatdagidek, statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{3} X_i = 0, & N_1 cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - N_2 cos\beta + F \cdot \cos\alpha = 0 \\ \sum_{i=1}^{4} M_{Ai} = 0, & -N_3(a + b + c) + qb \cdot \left(\frac{b}{2} + a + a\right) + M + F\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot a = 0 \\ \sum_{i=1}^{4} M_{Bi} = 0, & \begin{array}{r} -N_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot (a + a + b) - N_2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \cdot (a + a + b) - \\ - F\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot (a + b) + M - qb \cdot \frac{b}{2} = 0 \end{array} \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar tizimini noma'lum reaksiyalarga nisbatan birgalikda yechib, navbat bilan N_1, N_2, N_3 zo'riqishlarning sonli qiymatlarini aniqlash va ularning yo'nalishlarini belgilash qiyinchilik tug'dirmaydi.

Shu o'rinda ta'kidlash muhimki, hisoblab topilgan N_1, N_2, N_3 larning qiymatlari to'g'ri yoki noto'g'ri ekanligini tekshirib ko'rish maqsadida quyidagi statikaning muvozanat tenglamasidan foydalanish tavsiya etiladi:

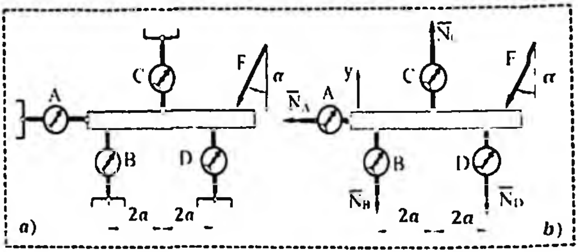
$$\sum_{i=1}^{5} Y_i = 0, \quad N_1 \cos\alpha - N_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) - F \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - q \cdot b$$
$$+ N_3 = 0$$

(Izoh: yuqorida aytilgan hisoblash va natijalarni tekshirish ishlarini mustaqil bajarish talabalarga havola etiladi).

I.13-masala. I.13-shaklda tasvirlangan g'o'laga $\alpha = 30^0$ bo'lganda $F = 600\,N$ kuch qo'yilgan bo'lib, C dinamomertning ko'rsatkichi $N_C = 80\,N$ ekanligi tajribadan aniqlangan. Agar $a = 1\,m$ bo'lsa, A, B va D dinamometrlarning shkalalari qanday qiymatlarniko'rsatadi?

Masalaning yechilishi

Oldingi bir necha masalalarni ko'rib o'tganimizdek, bog'lanish sifatida ishlatilayotgan sterjenlar o'qi bo'ylab tegishlicha N_A, N_B, N_C va N_D reaksiyalar yo'nalgan bo'ladi (1.13 -shakl, b).



1.13-shakl

Endi quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$
\begin{cases}
\sum X_i = 0 & N_A + F \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 0 \\
\sum_{i=1}^{3} M_{Bi} = 0, & N_D \cdot (2a + 2a) + F \cdot \cos\alpha(2a + 2a) - N_C \cdot 2a \\
\sum M_{Di} = 0 & -N_B(2a + 2a) + N_C \cdot 2a = 0
\end{cases}
$$

Yuqoridagi tenglamalardan quyidagilarni osongina aniqlashimiz mumkin:

$$N_A = -F \cdot sin\alpha = 600 \cdot sin30^0 = -300\ N$$

$$N_B = \frac{N_C}{2} = \frac{80}{2} = 40\ N$$

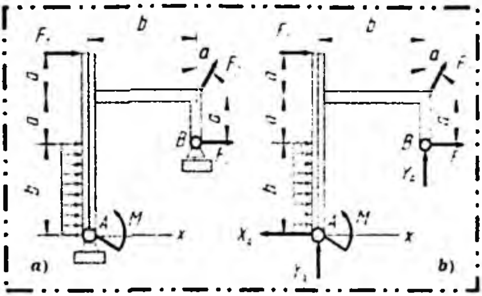
$$N_D = \frac{N_C \cdot 2a - F \cdot \cos\alpha(2a + 2a)}{(2a + 2a)}$$

yoki, $N_D = -479{,}6\ N$

Bu yerda "minus" ishora N_A va N_D reaksiyalarining xaqiqiy yo'nalishi teskari tomonga yo'nalganligini tasdiqlaydi.

I.14-masala. Ramaga uchta to'plangan kuchlar $F_1 = 15\,kN$, $F_2 = 25\,kN$, $F_3 = 30\,kN$, juft kuchlar $M = 20\,kN\cdot m$ va $q = 8\,{}^{kN}/_{m}$ yoyilgan kuch ta'sir etmoqda (I.14-shakl, b).

Ramaning o'lchamlari $a = 2\,m$, $b = 5\,m$ va $\alpha = 30^0$ ekanligi ma'lum. Qo'zg'almas A va qo'zg'aluvchan B sharnirli tayanchlardagi reaksiyalarni aniqlash talab etiladi.



I.14-shakl

Masalaning yechilishi

Ramani bog'lanishlardan xalos etib, tayanchlarga reaksiyalarni qo'yamiz. Natijada rama erkin jismga aylanadi (I.14-shakl, a).

Statika tenglamalarini tuzib, ramaning muvozanatini qarab chiqamiz:

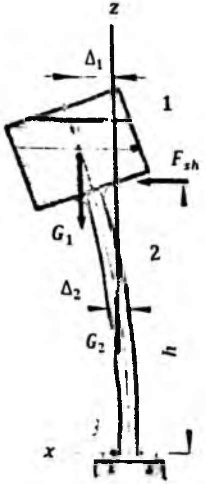
$$
\begin{cases}
\sum_{i=1}^{5} X_i = 0, & -X_A + +F_1 + F_2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + F_3 + q\cdot 2a = 0 \\
\sum_{i=1}^{3} Y_i = 0, & Y_B + F_2\cos\alpha = 0 \\
\sum M_{Ai} = 0, & q\cdot 2a\cdot a + F_1\cdot(2a + a + a) - F_2\cos\alpha\cdot b + \\
& +F_2\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cdot(2a + a) + F_3\cdot 2a - Y_B\cdot b = 0
\end{cases}
$$

Bu tenglamalar tizimini birgalikda yechib, so'ralayotgan reaksiyalarni hisoblaymiz:

$X_A = F_1 + F_2 \cdot \sin 30^0 + F_3 + q \cdot 2a$ $\qquad X_A = 89{,}5kN$

$Y_B = (2qa^2 + 4F_1 a - F_2 a\cos\alpha + F_2 \sin 30^0 \cdot 3a + 2F_3 a)/b$ $\qquad Y_B = 54{,}1kN$

$Y_A = -(Y_B + F_2 \cdot \cos\alpha)$ $\qquad Y_A = -75{,}8\,kN$



I.15-shakl

I.15-masala.

Suv saqlanadigan minoraning baki 1 metall quvur 2 ga, o'z navbatida quvur asos 3 ga payvandlab mahkamlangan (I.15-shakl).

Suv bilan bakning og'irligi $G_1 = 200\,kN$, quvurning og'irligi 30 kN, quvurning uzunlgi $h = 20\,m$ ga teng.

Agar shamolning bosim kuchi $F_{sh} = 0{,}8\,kN$ bo'lganda, bakning og'irlik markazi vertikal yo'nalish z ga nisbatan $\Delta_1 = 0{,}35\,m$, quvurning og'irlik markazi $\Delta_2 = 0{,}04\,m$ ga siljisa yoki og'sa, u holda ag'daruvchi momentning qiymati nechaga teng bo'ladi?

Hisoblash jarayonida O nuqta ag'darilish markazi deb qabul qilinsin.

Masalaning yechilishi

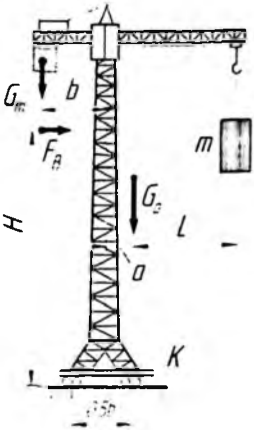
Masalaning mazmun-mohiyatidan va kostruksiyaning ishlash jarayoni tahlilidan kelib chiqib, ag'daruvchi moment metall quvur asosga mahkamlanadigan kesim yoki tekislikka ta'sir etishiga ishonch hosil qilamiz.

Boshqacha aytganda, shamolning ta'sirida konstruksiya chizmada ko'rsatilgan holatni egallab, 3 ta kuch uni ag'darishga harakat qiladi. Shu sababli aniqlanishi talab etilayotgan moment quyidagicha hisoblanadi:

$$M_{ag'd} = G_1 \cdot \Delta_1 + G_1 \cdot \Delta_2 + F_{sh} \cdot h$$
$$= 200 \cdot 0,35 + 30 \cdot 0,04 + 0,8 \cdot 20 = 87,2\ kN \cdot m$$

I.16-masala. Yuk ko'tarish krani og'irligi tarkibidagi mexanizmlari og'irligi bilan birgalikda $G_0 = 700\ kN$, muvozanatlovchi yuk og'irligi $G_M = 30\ kN$, shamolning bosim kuchi $F_{sh} = 15\ kN$ hamda ruxsat etilgan ustuvorlik koeffitsenti $[K_u] = 1,25$ ga teng (I.16-shakl).

Tegishlicha $m = 6\ tn$, $H = 42\ m$, $L = 55\ m$, $a = 4\ m$, $b = 22\ m$ ga teng deb, quyidagi minorali kranning ag'darilishiga qarshi ustuvorligi tekshirilsin.



I.16-shakl

Masalaning yechilishi

Ushbu kranning ishlash jarayonini ko'z o'ngimizga fikran keltirib, o'ng tayanchdagi K kesim og'irlik markaziga nisbatan kran ag'darilish ehtimoli mavjudligiga ishonch hosil qilamiz.

Odatda, kranning og'irligi G_0 va muvozanatlovchi yukning og'irligi G_M lar kranni ag'darib ketmasligini ta'minlashga intiladi.

Bundan tashqari, ag'daruvchi yoki ag'darishga intiluvchi momentni aniqlash uchun K nuqtaga nisbatan moment tenglamasini tuzish kifoya ekan:

$$M_{ag'} = mg \cdot (L - 0,5b) + F_{sh} \cdot H = 6 \cdot 10^3 \cdot 9,81(55 - 11) + $$
$$+15 \cdot 10^3 \cdot 42 = 3219,8 \cdot 10^3\ N \cdot m = 3219,8\ kN \cdot m$$

Kranning ag'darilib ketmasligini ta'minlovchi ustuvorlik (moment ustuvorligi) momenti quyidagiga teng:

$$M_{ust} = G_0\left(\frac{b}{2} - a\right) + G_M\left(b + \frac{b}{2}\right) = 700(11 - 4) + 30(22 + 11)$$
$$= 5890\ kN \cdot m$$

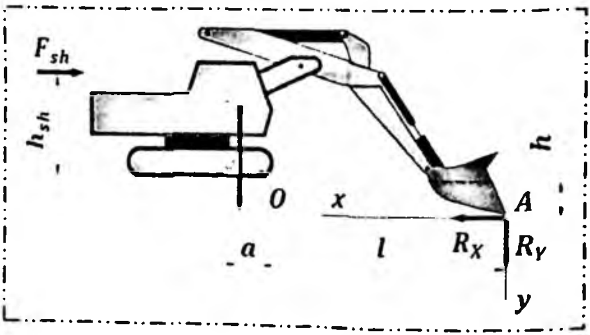
U holda ag'darilishdagi ustuvorlik koeffitsenti

$$K_{ust} = \frac{M_{ust}}{M_{ag'}} = \frac{5890}{3219,8} = 1,83 \gg 1,25$$

Demak, kranning ustuvorlik holati ta'minlangan.

1.17-masala. Shamolning bosim kuchi F_{sh} ta'sirida ishlayotgan cho'michli ekskovator tuproq qatlamiga ishlov bermoqda (1.17-shakl).

Agar cho'michning A nuqtasiga tuproq qatlami qarshiligining gorizontal R_x va vertikal R_y tashkil etuvchilari, shamolning qarshilik kuchi F_{sh}, ekskovator og'irligi G, ruxsat etilgan ustuvorlik koeffitsenti $[K_u]$ hamda tegishli masofalar: l, a, h_{sh}, h lar ma'lum bo'lsa, u holda ustuvorlik sharti qanday ifodalanadi?



1.17-shakl

Masalaning yechilishi

Ekskovatorning ishlash jarayonini fikran tasavvur qilib, quyidagi ikkita momentlarni aniqlaymiz:

a) ag'darishga intiluvchi moment

$$M_{ag'} = F_{sh} \cdot h_{sh} + R_x \cdot h + R_y \cdot l$$

b) ag'darilmaslikni ta'minlovchi ustuvorlik momenti

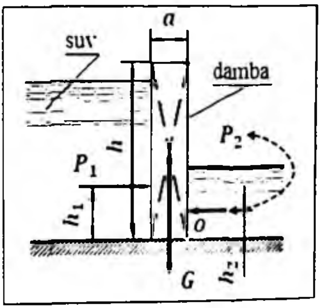
$$M_u = G \cdot a$$

Natijada ag'darilmaslikka qarshi ustuvorlik koeffitsenti quyidagicha yoziladi:

$$K_u = \frac{G \cdot a}{R_x \cdot h + R_y \cdot l + F_{sh} \cdot h_{sh}} \geq [K_u]$$

I.18-masala. To'rtburchakning parallelepiped shaklidagi betondan yasalgan dambaning old qismiga $P_1 = 50\,kN$, orqa qismiga esa $P_2 = 12\,kN$ suvning bosim kuchi ta'sir etmoqda (I.18-shakl).

Ushbu kuchlar tegishlicha asosdan $h_1 = 1{,}1\,m$ va $h_2 = 0{,}45\,m$ balandlikda ta'sir ko'rsatmoqda. Agar dambaning balandligi $h = 4{,}2\,m$, $1m^3$ hajmdagi betonning solishtirma og'irligi $\gamma = 22{,}5\,{}^{kN}/_{m^3}$ ga teng bo'lsa, u holda damba eni a ning minimal qiymati nechaga teng bo'ladi?



I.18-shakl

Masalaning yechilishi

Chizmadan ko'rinib turibdiki, damba O qirra atrofida aylanib, ag'darilishi mumkin. Shuning uchun

$$M_{ag'} = P_1 \cdot h_1 = 50 \cdot 1{,}1 = 55 \quad kN \cdot m$$

$$M_T = G \cdot \frac{a}{2} + P_2 \cdot h_2 = \gamma \cdot h \cdot a \cdot \frac{a}{2} + P_2 \cdot h_2$$

$$= 5{,}4 + 47{,}25 \cdot a^2 \quad kN \cdot m$$

Masalaning mohiyatidan ma'lumki, $K_u = 1$ bo'lgan ustuvorlik o'zining chegaraviy holatiga erishadi, ya'ni

$$M_T = M_{ag'} \qquad \text{yoki} \qquad 5{,}4 + 47{,}25 \cdot a^2 = 55$$

Bundan $a = a_{min} \approx 1\ m$ ekanligi kelib chiqadi.

I.19-masala

G'ishtdan qilingan ustun sirtiga normal ravishda shamolning bosim kuchi q gorizontal yo'nalishda ta'sir ko'rsatmoqda (I.19-shakl).

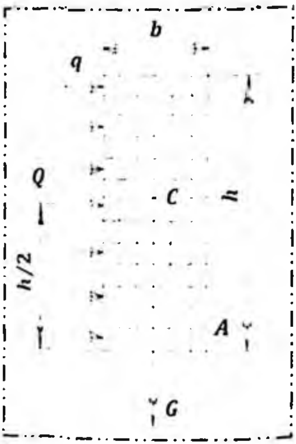
Ushbu devor – ustunning ustuvorlik (*ayrim texnik adabiyotlarda turg'unlik ham deb yuritiladi*) koeffitsentini aniqlash talab etilmoqda.

Masalaning yechilishi

Chizmada ko'rinib turibdiki, shamol $S = a \cdot h = 1{,}2 \cdot 4{,}5 = 5{,}4\ m^2$ yuzaga bosim ko'rsatadi. Tabiiyki, teng ta'sir etuvchi kuch

$$Q = q \cdot S = 1{,}2 \cdot 5{,}4 = 6{,}48\ kN$$

ga teng bo'lib, ustunni go'yoki A nuqta atrofida aylantirishga, so'ngra esa ag'darishga intiladi.



I. 19-shakl

G'isht materialining solishtirma og'irligi $\gamma = 24\,kN/m^3$, shamolning bosim kuchi $q = 1{,}2\,kN/m^2$, ustunning eni $a = 1{,}2\,m$ (chizmada ko'rinmaydi), *qalinligi* $b = 0{,}85\,m$, balandligi $h=$ $4{,}5\,m$ ga tengdir.

Shuning uchun:

a) ag'daruvchi moment:

$$M_B(Q) = Q \cdot \frac{h}{2} = 6{,}48 \cdot \frac{4{,}5}{2} = 14{,}58\,kH \cdot m$$

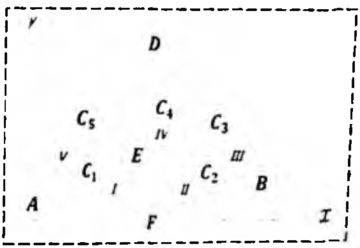
b) ag'darilmaslikka qarshi ustuvorlik momenti:

$$M_B(G) = G \cdot \frac{b}{2} = \gamma \cdot a \cdot b \cdot h \cdot \frac{b}{2} = 24 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}85 \cdot 4{,}5 \cdot \frac{0{,}85}{2}$$
$$= 46{,}82\,kN \cdot m$$

Shunday qilib, damba uchun ustuvorlik koeffitsenti quyidagiga teng ekan:

$$K_Y = \frac{M_B(G)}{M_B(Q)} = \frac{46{,}82}{14{,}58} = 3{,}21$$

I.20-masala. Beshta bir jinsli sterjendan tarkib topgan simmetrik ferma *ADBE* ning og'irlik markazi $C(x_c, y_c)$ aniqlansin (I.20-shakl).



I.20-shakl

Fermaning uzunlik o'lchamlari $AB = 6\,m$, $DE = 3\,m$ *va* $EF = 1\,m$ ga tengdir.

Masalaning yechilishi

Ferma $\overline{DF}$ vertikal kesmaga nisbatan simmetrik bo'lganligi sababli $x_c = AF = \frac{AB}{2} = 3\,m$ ga teng bo'ladi; y_c ni aniqlash uchun fermani bo'laklarga, ya'ni sterjenlarga ajratamiz. Sterjenlarning uzunliklarini topamiz:

$$\Delta AEF\ dan\quad AE = BE = \sqrt{(AF)^2 + (FE)^2} = 3{,}16\ m\ ,$$

$$\Delta ADF\ dan\quad AD = \sqrt{(AF)^2 + (DE + EF)^2} = 5\ m\ .$$

Har bir sterjenning og'irlik markazi uning o'rtasida yotadi. Chizmadan foydalanib, quyidagi jadvalni shakllantiramiz (I.1-jadval).

I.1-jadval

sterjenlar		
raqami	uzunligi	ordinatasi
I	3,16	0.5
II	3,16	0.5
III	5	2.0
IV	3	2.5
V	5	2.0

Quyidagi formula yordamida og'irlik markazining ordinatasi hisoblanadi:

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^{5} l_i \cdot y_i}{l} = \frac{3{,}16 \cdot 0{,}5 + 3{,}16 \cdot 0{,}5 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 2{,}5 + 5 \cdot 2}{3{,}16 + 3{,}16 + 5 + 3 + 5}$$

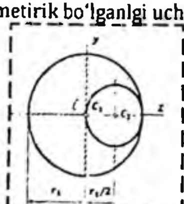
$$\approx 1{,}59\ m.$$

I.21-masala. Radiusi $r_1 = 30\ cm$ bo'lgan bir jinsli diskdan $r_2 = 0{,}5 \cdot r_1 = 15\ cm$ li teshik o'yilgan (I.21-shakl).

Diskning og'irlik markazi $C(x_c, y_c)$ aniqlansin.

Masalaning yechilishi

Masalani "*Manfiy yuza*"lar usulida yechamiz. Disk x o'qqa nisbatan simmetirik bo'lganlgi uchun $y_c = 0$ ekanligi ma'lum.



I.21-shakl

Abssissani quyidagi formuladan topamiz:

$$x_c = \frac{A_1 x_1 - A_2 x_2}{A_1 - A_2}$$

Bu yerda

$$A_1 = \pi r_1^2 = 3{,}14 \cdot (30)^2 = 2826\ cm^2$$

$$A_2 = \pi r_2^2 = 3{,}14 \cdot (15)^2 = 706{,}5\ cm^2$$

$$x_1 = 0; \qquad x_2 = r_2 = 15\,cm$$

U holda

$$x_c = \frac{A_1x_1 - A_2x_2}{A_1 - A_2} = \frac{706{,}5 \cdot 15}{2826 + 706{,}5} = -5\,cm$$

Demak, og'irlik markazi $C(-5{,}0)$ nuqtadan o'tar ekan.

I.22-masala. Radiusi $OA = 50\,cm$ aylana ADB segmenti yuzasining og'irlik markazi holati aiqlansin (I.22-shakl). Hisoblashda $\alpha = 45^0$ ekanligi inobatga olinsin.

Masalaning yechilishi

*"Manfiy yuza"*lar usulidan foydalanamiz.

Haqiqatan ham aylana segmentining yuzasini aniqlash uchun aylana sektori yuzasidan ΔOAB ning yuzasini ayirish lozim.

Segment ox simmetriya o'qiga ega.

Shuning uchun

$$y_c = 0 \qquad x_c = \frac{A_1x_1 - A_2x_2}{A_1 - A_2}$$

ga tengdir.

Bu yerda $A_1 = R^2\alpha$ -aylana sektorining yuzasi,

$A_1 = R^2 sin\alpha \cdot cos\alpha$ $-\Delta AOB$ ning yuzasi

$$X_1 = \frac{2}{3} \cdot R \cdot \frac{sin\alpha}{\alpha};$$

$$X_2 = \frac{2}{3} \cdot R \cdot cos\alpha$$

I.22-shakl

Natijada

$$X_c = \frac{A_1X_1 - A_2X_2}{A_1 - A_2} = \frac{\frac{2}{3}R^3 sin\alpha - \frac{2}{3}R^3 sin\alpha \cdot cos^2\alpha}{R^2 \cdot \alpha - R^3 \cdot sin\alpha \cdot cos\alpha} = 41{,}3\,cm$$

I.23-masala. Bir jinsli va bir xil materialdan tayyorlangan hamda vertikal o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgan ustun va fundamentdan iborat konstruksiya elementining og'irlik markazi holati aniqlansin (I.23-shakl).

Hisoblash jarayonida $H = 6\,m$, $h = 3\,m$, $D = 0{,}6\,m$ va $a = 1{,}2\,m$ ekanligi inobatga olinsin.

Masalaning yechilishi

Geometrik nuqtai nazardan fikr yuritsak, fundament to'rtburchakli parallelopiped va ustun esa silindrik shaklini namoyon qiladi.

Chizmada fundament va ustunning og'irlik markazlari ko'rsatilgan.

Quyidagi formuladan foydalanamiz:

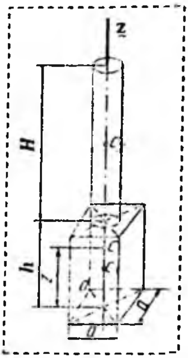
$$z_c = \frac{V_1 z_1 - V_2 z_2}{V_1 - V_2}$$

Bu yerda

$V_1 = a \cdot a \cdot h = a^2 h = (1{,}2)^2 \cdot 3 = 4{,}32\,m^3$

$$V_2 = \frac{\pi D^2}{4} \cdot H = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}6^2}{4} \cdot 6 = 1{,}7\,m^3$$

$z_1 = 0{,}5h = 1{,}5\,m \quad z_2 = h + 0{,}5H = 6\,m$



I.23-shakl

Yuqorida topilgan qiymatlarni formulaga qo'ysak, u holda:

$$Z_c = \frac{V_1 z_1 + V_2 z_2}{V_1 + V_2} = \frac{4{,}32 \cdot 1{,}5 + 1{,}7 \cdot 6}{4{,}32 + 1{,}7} = 2{,}77\,m.$$

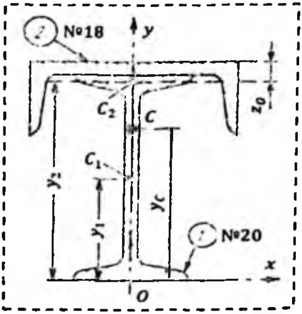
I.24-masala. Qo'shtavr (GOST 8239-72 bo'yicha: №20, $h_1 = 200\,mm$, $b_1 = 100\,mm$, $A_1 = 26{,}8\,cm^2$ va shveller (GOST 8240-72 bo'yicha: №18, $h_2 = 180\,mm$, $b_2 = 70\,mm$, $A_2 = 20{,}7\,cm^2$, $t = 0{,}51\,cm$, $z_0 = 1{,}94\,cm$) dan tarkib topgan sortament yuzasining og'irlik markazi holati aniqlansin (I.24-shakl).

Masalaning yechilishi

Tekis kesim yuza vertikal o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgani uchun $x_c = 0$ ga tengdir.

Quyidagi formula yordamida y_c ni hisoblaymiz:

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2}$$



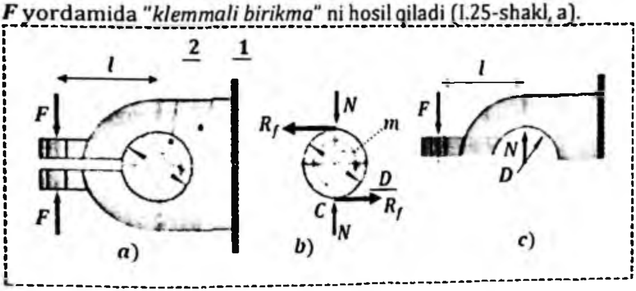
I.24-shakl

U holda quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{26{,}8 \cdot 10{,}0 + 20{,}7 \cdot (20 + 0{,}51 - 1{,}94)}{26{,}8 + 20{,}7}$$
$$= 13{,}73\ cm.$$

Ishqalanishga oid masalalar

I.25-masala. Gupchak (rus tilida: stupitsa) 1 (*materiali cho'yan*) orasiga o'rnatilgan val 2 (*materiali cho'yan*) siquvchi kuch ***F*** yordamida "*klemmali birikma*" ni hosil qiladi (I.25-shakl, a).



I.25-shakl

Agar valga $M = 70\,N \cdot m$ burovchi moment ko'yilsa hamda stupitsa va val o'rtasidagi sirpanishdagi ishqalanish koeffitsenti $f = 0{,}18$, geometrik o'lchamlar: $l = 40\,mm$, $D = 30\,mm$ ekanliklari inobatga olinsa, F kuchning qiymati nechaga teng bo'ladi?

Masalaning yechilishi

Ushbu konstruksiya qismining ishlash jarayonini tasavvur qilib quyidagicha mulohaza yuritish mumkin: agar stupitsa va val o'rtasida hosil bo'luvchi ishqalanish kuchi R_f dan hosil bo'ladigan moment burovchi moment m dan katta yoki unga teng bo'lsagina "*klemmali birikma*" o'zining vazafasini to'laqonli bajara oladi va aksincha, birikma foydasiz (I.25-shakl, b).

Buning matematik ifodasi quyidagicha yozish mumkin:

$$M_f \geq m \quad \text{yoki} \quad R_f \cdot D \geq m$$

Bu yerda $R_f = fN$ (Amonton-Kulon qonuniga asosan);

Demak,

$$N = m/(f \cdot D) \qquad (I.1)$$

munosabat kelib chiqadi.

Endi A nuqtaga nisbatan moment tenglamasini tuzamiz (I.25-shakl, c):

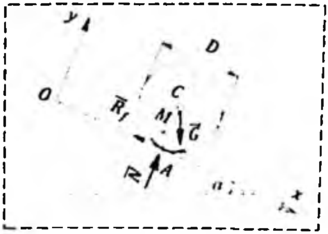
$$\sum_{i=1}^{2} M_{Ai} = 0, \qquad -F\left(l + \frac{D}{2}\right) + N \cdot \frac{D}{2}$$

$$= 0 \qquad (I.2)$$

Yuqoridagi ifodani nazarda tutib, (I.2) tenglamadan so'ralayotgan parametrni aniqlaymiz.

$$F = \frac{m}{f(2l + D)} = \frac{70 \cdot 10^3}{0{,}18(2 \cdot 40 + 30)} = 4{,}17 \cdot 10^3 N = 4{,}17\ kN.$$

I.26-masala. Og'irligi G va diametri D ga teng g'ildirak gorizontga α burchakda qiyalangan tekislikda dumalab harakatlanishi mumkin (I.26-shakl).



1.26-shakl

Agar g'ildirakning sirpanishdagi ishqalanish koeffitsenti f va dumalanishdagi esa δ bo'lsa, u holda g'ildirak α burchakning qanday qiymatida dumalamaydi?

Masalaning yechilishi

Masalaning mazmunidan ko'rinib turibdiki, g'ildirakka jami 4 ta kuch ta'sir etadi: G -g'ildirakning og'irlik kuchi, R_f - sirpanishdagi ishqalanish kuchi, N -tekislikning normal reaksiyasi, M - dumalashdagi ishqalanish jufti.

G'ildirakning muvozanatini o'rganamiz. Buning uchun quyidagi statika tenglamalarini tuzish lozim:

$$\begin{cases} \sum X_i = 0, & G \cdot sin\alpha - R_f = 0 \\ \sum Y_i = 0, & -G \cdot cos\alpha + N = 0 \\ \sum M_{Ai} = 0, & G \cdot sin\alpha \cdot \frac{D}{2} - M = 0 \end{cases}$$

Amonton-Kulon qonuniga asosan:

$$R_f \le fN \quad yoki \quad G \cdot sin\alpha = f \cdot G \cdot cos\alpha$$

Bundan $tg\alpha \le f$ munosabat hosil bo'ladi.

Endi g'ildirakning dumalamaslik shartiga o'tamiz.

Dumalashdagi ishqalanish momenti $M = \delta \cdot N$ ko'rinishda bo'lsa, g'ildirik dumalamasligi tajribalardan tasdiqlangan.

Shuning uchun $0{,}5GD \cdot sin\alpha \le \delta \cdot G \cdot cos\alpha$, yoki

$$tg\alpha \leq \frac{2 \cdot \delta}{D}$$

hosil bo'ladi. Shunday qilib

$$0 \leq \alpha \leq arctg\frac{2 \cdot \delta}{D}$$

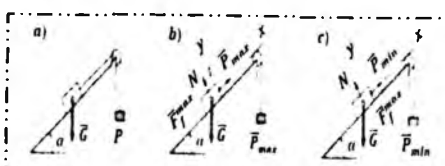
munosabat g'ildirakning qiya tekislik bo'ylab dumalamaslik shartini ifodalaydi.

I.27-masala. Gorizontga nisbatan α burchakka qiyalangan g'adir-budir og'ma tekislikning yuqori qismiga o'rnatilgan blokdan o'tkazilgan po'lat arqonning chap uchiga og'irlik kuchi G bo'lgan jism va o'ng uchiga esa og'irligi P yuk bog'langan (I.27-shakl, a).

Tekislikning qiyalik burchagi α ilashish (ushbu holatda ilashish va ishqalanish iboralari "go'yoki" bir xil ma'noni bildirad) burchagi φ_{il} dan katta. Yukning og'irligini aniqlash talab etiladi.

Masalaning yechilishi

Avvalo tekshirilayotgan jismga qo'yilgan kuchlarni chizmada tasvirlaymiz (I.27-shakl, b, c): G – jismning og'irlik kuchi bo'lib, pastga yo'nalgan; $P = P_{max}$ - yuqoriga harakatlanayotgan jismga qo'yilgan kuch; $P = P_{min}$ - pastga harakatlanayotgan jismga qo'yilgan kuch; R_f^{max} -yuqoriga harakatlanayotgan jism bilan tekislik orasidagi ilashish (ishqalanish) kuchi (harakat yo'nalishiga teskari); R_f^{min} -pastga harakatlanayotgan jism bilan tekislik orasidagi ilashish (ishqalanish) kuchi; N -tekislik normali bo'ylab yo'nalgan reaksiy.



I.27-shakl

Endi navbat bilan yuqoriga va pastga harakatlanayotgan jismning muvozanatini tekshiramiz.

a) jism yuqoriga harakatlanmoqda:

$$\begin{cases} \sum X_i = 0, & P_{max} - R_f^{max} - G \cdot sin\alpha = 0 \\ \sum Y_i = 0, & N - G \cdot cos\alpha = 0 \end{cases} \qquad (I.3)$$

Amonton-Kulon qonuniga asosan: $R_f^{max} = fN$

(I. 4)

Bundan tashqari, $f = tg\varphi_{ish} = sin\varphi_{ish}/cos\varphi_{ish}$ (I. 5)

U holda

$$P_{max} = \frac{cos\alpha \cdot sin\varphi_{ish} + sin\alpha \cdot cos\varphi_{ish}}{cos\varphi_{ish}} \cdot G = \frac{\sin(\alpha + \varphi_{ish})}{cos\varphi_{ish}}$$

b) jism pastga harakatlanmoqda:

$$\sum X_i = 0, \qquad P_{min} + F_f^{min} - G\, sin\alpha = 0$$

$$\sum Y_i = 0, \qquad N - G \cdot cos\alpha = 0$$

Tegishli soddalashtirishdan so'ng ushbu munosabat kelib chiqadi:

$$P_{min} = \frac{\sin(\alpha - \varphi_{ish})}{cos\varphi_{ish}} \cdot G$$

Shunday qilib, g'adur-budur og'ma tekislikda tinch turgan jismning muvoznat sharti quyidagicha bo'lar ekan:

$$\frac{\sin(\alpha - \varphi_{ish})}{cos\varphi_{ish}} \cdot G \le P \le \frac{\sin(\alpha + \varphi_{ish})}{cos\varphi_{ish}} \cdot G$$

IKKINCHI BO'LIM
KINEMATIKA

I. MODUL. NUQTA VA QATTIQ JISMLAR KINEMATIKASI ASOSLARI

Ta'limning asosiy maqsadi: dastlabki bosqichda mexanik nuktai nazardan olganda ta'lim oluvchilarga kinematikaning asosiy tushunchalari, kinematik parametrlar, nuqta harakatining berilish usullarini qiyosiy tahlil etish, keyinchalik qattiq jismning harakatiga ko'ra kinematik paramertlarni aniqlash to'g'risida nazariy va amaliy uyg'unlikda ta'lim berishga yo'naltirilgan.

Bilim, amaliy ko'nikma va malakalarga talablar: moddiy nuqta va mutlaq qattiq jismlarning mexanik harakatini statikaning talablariga tayanmagan holda geometrik nuqtai nazardan tahliliy o'rganish, harakatlanish qonuniyatiga mos holda trayektoriyani geometrik talqin etish, tezlik va tezlanishlarni analitik va geometrik usullarda aniqlash singari o'quv-bilish materiallarini dasturiy-majmuiy o'zlashtirish uchun ta'lim oluvchilardan muayyan nazariy va amaliy bilimlar talab etiladi.

Kinematikaning "mexanik tizim", "kinematik parametrlar", "harakat", "mexanik harakat" va "harakatlanish qonuni" singari asosiy tushunchalari mazmun-mohiyatiga tayanib, amaliy masalalar yechish jarayonlarida tezlik va tezlanish vektorlarini proyeksiyalash, trayektoriya tenglamalarini tuzish, harakat turlariga ko'ra moddiy nuqta yoki qattiq jismning talab etilayotgan kinematik paramertlarini aniqlay olish kabi o'quv-bilish materiallarini dasturiy-majmuiy o'zlashtirish uchun amaliy ko'nikma va malakalar talab etiladi.

Kompetensiyaga talablar: muammoning qo'yilishiga binoan va moddiy nuqta yoki qattiq jismlarning harakatlanish qonuniyatlariga mos holda talab etilayotgan kinematik paramertlarni analitik va grafik usullar yordamida aniqlash hamda bu borada egallangan amaliy-ko'nikma malakalarni amaliy loyihalash-hisoblash jarayonlarida qo'llash, amaldagi kredit modul tizimi talablariga muvofiq, "Pedagog-talaba" muloqoti uzviyligini ta'minlagan holda mustaqil ta'lim doirasida hisob-chizma va kurs ishlarini bajarish jarayonlarida sifat-samaradorlikka erishish maqsadida yangi pedagogik ta'lim texnologiyalaridan, ayniqsa Mathcad o'quv-hisoblash dasturidan, Internet tarmog'idan olingan materiallaridan ta'lim jarayonida o'rinli foydalanish, ixtirochilik-konstruktorlik va ilmiy-tadqiqot yo'nalishlarida faol qatnashishga yo'naltiruvchi ta'lim kompetensiya hisoblanadi.

Fanlararo bog'liqlik: Ta'lim oluvchi mazkur modulni o'zlashtirishni boshlashdan oldin II.I.1-jadvaldagi ma'lumotlarni takrorlashi va eslab, mutolaa qilishi maqsadga muvofiqligi ko'zda tutilgan

II.I.1-jadval

№	Fanning nomi	Takrorlash va eslash lozim bo'lgan asosiy ma'lumotlar
1	Qattiq jismlar fizikasi	Jismga ta'sir ko'rsatuvchi tashqi kuchlarni tasniflash va modellashtirish. Jismlarning muvozanatiga tegishli o'quv-bilish materiallarini statika talablari doirasida o'zlashtirish
2	Matematika, analitik geometriya, AKT	Trigonometrik munosabatlar. Vektor tushunchasi, vektorning o'qdagi proyeksiyasi, vektorlar ustida amallar. Tekis shakllar va ularni geometrik tavsiflash. Funksiya va uning grafiklari. Kompyuterli dastur (masalan, Mathcad o'quv-hisoblash dasturi)lar yordamida grafiklar qurish mexanizmi. Funksiyaning hosilasi, aniq integral
3	Muhandislik va kompyuter grafikasi	Proyeksion tekisliklar va detallar aksonometriyasi. Detallarning eskiz tasviri. Muhandislik obyektlarini loyihalash va konstruksiyalash jarayonlari to'g'risida qisqacha ma'lumotlar. Muhandislik amaliyotida zamonaviy CAD/CAYE/CAM ta'lim texnologiyalarining o'rni.
4	Nazariy mexanika: statika bo'limi	Statikaning "moddiy nuqta", "mutlaq qattiq jism", "kuchlar tizimi", "muvozanat holat" va "sanoq tizimi" singari asosiy tushunchalari va aksiomalari mazmun-mohiyatini o'zaro farqlay olish, jismlarning og'irlik markazlarini aniqlash

Ta'lim mazmuni: ta'kidlash o'rinliki, talabaning mutolaa darajasi "Kirish nazorati" tarzida pedagog tomonidan aniqlangach, mazkur modulda ko'zda tutilgan ta'lim muzmuni tegishli paragraflarda izchil bayon etiladi.

II.I.1-§. Asosiy tushunchalar

Kinematikada nuqta va mutloq qattiq jismning mexanik harakati faqat geometrik nuqtai nazardan, ya'ni ularning massalari va ta'sir etuvchi kuchlarga bog'lanmasdan tekshiriladi.

Kinematika yunoncha "**kinema**" so'zidan olingan bo'lib, harakat degan ma'noni anglatadi.

Bu modulda nuqta va mutloq qattiq jism yoki mexanik tizimlarning kinematik holatlari o'rganiladi.

O'lchamlari e'tiborga olinmaydigan jism nuqta, o'zaro bog'liq bo'lgan nuqtalar majmui esa mexanik tizim deyiladi.

Nuqta yoki jism muayyan vaqtda fazo (makon)da ma'lum kinematik holatda (tinch yoki harakatda) bo'ladi.

Fazo, vaqt va harakat materiyaning o'zaro bog'liq yashash shakllari hisoblanadi: materiyasiz harakat va harakatsiz materiya bo'lmaydi.

Klassik mexanika italyan olimi Galelio Galiley (1564-1642) va ingliz olimi Isaak Nyuton (1643-1727)larning fikr-mulohazalari, kuzatishlari va ilmiy-amaliy g'oyalariga asoslangan.

Nuqta (jism)ning harakat qonuni, trayektoriyasi, tezligi, tezlanishi, burchak tezlik, burchak tezlanish va shu kabilari kinematik parametrlar deyiladi.

Nuqta (jism)ning boshlang'ich holatdan oxirgi holatga vaqtga bog'liq holda aniq bir usulda o'tishi harakat deyiladi.

Moddiy nuqta yoki jismning fazoda boshqa biror nuqta yoki jismga nisbatan o'zining dastlabki vaziyati (holati)ni o'zgartirishi mexanik harakat deyiladi.

Odatda, moddiy nuqta (jism)ning fazodagi vaziyatini istalgan vaqtda aniqlashga imkon beradigan matematik bog'lanish harakat yoki harakatlanish qonuni deyiladi.

Masalan, nuqta (jism) to'g'ri chiziqli tekis harakat qilsa, $s(t)$ bog'lanish ularning harakat qonuni bo'ladi, chunki vaqt t ga tegishli qiymat berib, bosib o'tilgan masofa (vaziyat) s ni aniqlash mumkin.

Nuqta (jism) vaziyati boshqa nuqta yoki jismga nisbatan aniqlanadi va bu nuqta (jism) harakat vaqtida ikkinchi nuqta yoki jism "tinch" holatda deb qaraladi.

Tinch holatdagi nuqta yoki jismning vaziyati sanoq (hisob) boshi deb qabul qilinadi.

Sanoq boshi bilan harakat qiladigan nuqta birgalikda sanoq (o'lchov) tizimi deyiladi.

Masalan, bekatdan avtomobil uzoqlashib bormoqda. Bu yerda bekat sanoq boshi, bekat va avtomobil birgalikda *hisoblash* tizimidir.

Quyosh atrofida Yer harakat qiladi; bunday holda Quyosh sanoq boshi, Quyosh va Yer birgalikda hisoblash tizimini tashkil etadi.

Moddiy nuqta (jism) harakatlangan paytda ketma-ket vaziyatlarni ifodalaydigan nuqta (jism)larning geometrik o'rni yoki joylashuviga *trayektoriya (harakat chizig'i)* deb ataladi.

Harakatlar nuqta trayektoriyasiga qarab to'g'ri va egri chiziqli harakatlarga, nuqta harakatining jadalligiga qarab tekis va notekis harakatlarga bo'linadi.

II.I.2-§. Nuqta harakatining berilish usullari

Kinematikada nuqtaning harakati, asosan uch xil usulda beriladi:

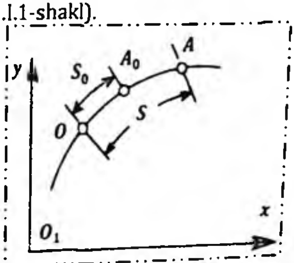
- vektor usuli;
- kordinatalar usuli;
- tabiiy usul.

Nuqtaning trayektoriyasi ma'lum bo'lsa, nuqta harakatini tabiiy usulda aniqlash qulaydir.

Ixtiyoriy A nuqta berilgan trayektoriya bo'yicha harakatlanmoqda (II.I.1-shakl). Trayektoriyaning biror O nuqtasini sanoq boshi uchun tanlab olib, uni qo'zg'almas nuqta deb qaraymiz. Harakatlanayotgan nuqtaning holati trayektoriya bo'ylab hisoblanadigan

$$|O_1A| = S$$

yoy koordinatasi bilan aniqlanadi.



II.I.1-shakl

Vaqt o'tishi bilan nuqta trayektoriya bo'ylab harakatlanadi, harakat tenglamasi yoki harakat qonuni t vaqtning bir qiymatli, uzluksiz va differensiallanuvchi funksiyasidan iborat bo'ladi:

$$s = f(t) \tag{II.I.1}$$

Agar $f(t)$ funksiya ma'lum bo'lsa, t vaqtning har bir payti uchun s aniqlangach, ishorasiga qarab uni O_1 nuqtadan boshlab trayektoriya bo'yicha joylashtiramiz. Shu tarzda A nuqtaning berilgan paytdagi vaziyati topiladi.

Demak, A nuqtaning harakatini tabiiy usulda aniqlash uchun uning trayektoriyasi, trayektoriyada olingan O sanoq boshi, yoy koordinatasining hisoblash yo'nalishi va $s = f(t)$ harakat tenglamasi berilgan bo'lishi lozim.

II.I.3-§. Harakati tabiiy va vektor usullarda berilgan nuqtaning tezligi

A nuqta berilgan egri chiziqli trayektoriya bo'ylab $s = f(t)$ harakat tenglamasiga muvofiq harakatlanmoqda (II.I.2-shakl, a).

Nuqta t vaqtda A holatni, $t + \Delta t$ vaqtdan so'ng A_1 holatni egallaydi. Orttirma Δt vaqt juda kichik bo'lganligi sababli, $\overset{\frown}{AA_1}$ yoyni AA_1 vatar bilan almashtirish mumkin. Bu holda $\Delta s = \overset{\frown}{AA_1}$ yoyning uzunligi vaqt funksiyasining Δt vaqt oralig'idagi orttirmasiga teng bo'ladi, ya'ni:

$$S + \Delta S = f(t + \Delta t)$$

Yoki,

$$\Delta S = f(t + \Delta t) - f(t) \tag{II.I.2}$$

Nuqta harakatining tezligi birinchi yaqinlashuvda

$$v_{o'rt} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \tag{II.I.3}$$

ko'rinishda aniqlanadi.

Nuqtaning tezligi vektor kattalik bo'lib, yo'nalish va modulga ega.

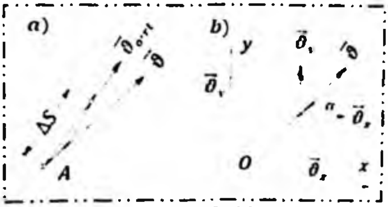
O'rtacha tezlik vektori A nuqtadan A_1 nuqtaga vektor bo'ylab yo'naladi.

Nuqtaning haqiqiy tezligi ϑ ni topish uchun limitga o'tamiz:

$$\vartheta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \tag{II.I.4}$$

(II.I.2) ni e'tiborga olsak quyidagi hosil bo'ladi:

$$\vartheta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t} \qquad \text{(II.I.5)}$$


II.I.2-shakl

Matematikadan ma'lumki, funksiya orttirmasining argument mos orttirmasiga nisbatining argument orttirmasi nolga intilgandagi limiti shu funksiyaning hosilasi deyiladi.

Qabul qilingan belgilashlarga asosan hosilani

$$\vartheta = \frac{ds}{dt} = f(t) \qquad \text{(II.I.6)}$$

ko'rinishda yozamiz.

Demak, **nuqtaning tezligi harakat tenglamasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilasiga teng ekan.**

Nuqtaning tezlik vektorini koordinata o'qlariga proyeksiyalab (II.I.2-shakl, b), $\vartheta_x = \vartheta \cdot cos\alpha$ va $\vartheta_y = \vartheta \cdot sin\alpha$ ifodalarni hosil kilamiz.

bu yerda α- tezlik vektorining Ox o'qi bilan tashkil etgan burchagi.

Faraz kilaylik, moddiy nuqta xOy koordinata tekisligida $x = f_1(t)$ $y = f_2(t)$ tenglamalarga muvofik harakatlansin. U holda muddiy nuqtaning tezligi tezlik vektorining koordinata o'klaridagi proyeksiyalari bilan aniqlanadi:

$$\vartheta_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

$$\vartheta_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$$

Demak, *moddiy nuqta tezligining qo'zg'almas koordinata o'klariga proyeksiyalari harakatdagi nuqtaning mos koordinatalaridan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilasiga teng.*

Tezlikning koordinata o'klaridagi proyeksiyalari ma'lum bo'lganda, tezlikning kiymati quyidagicha aniqlanadi:

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^{\,2} + \vartheta_x^{\,2}} \qquad (II.I.7)$$

$$\text{yoki } \vartheta = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{(\dot{x})^2 + (\dot{y})^2} \qquad (II.I.8)$$

Tezlik vektorining yo'nalishi yo'naltiruvchi kosinuslar bo'yicha topiladi:

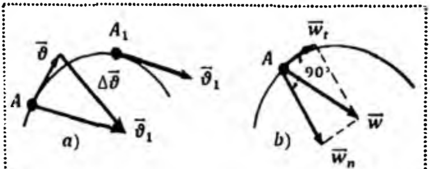
$$cos(\vec{\vartheta},x) = \frac{\vartheta_x}{\vartheta}, \qquad cos(\vec{\vartheta},y) = \frac{\vartheta_y}{\vartheta} \qquad (II.I.9)$$

II. I.4-§. Harakati tabiiy va vektor usullarda berilgan nuqtaning tezlanishi

Nuqta egri chiziqli trayektoriya bo'ylab harakatlanganda uning tezligi miqdor va yo'nalish jihatidan o'zgarishi mumkin.

Odatda, *birlik vaqt mobaynida tezlikning o'zgarishi tezlanish deb yuritiladi.*

Egri chiziqli trayektoriya bo'ylab harakatlanayotgan ixtiyoriy A nuqta Δt vaqt davomida A holatdan A_1 holatga o'tsin (II.I.3-shakl, a).



II.I.3-shakl

Harakat natijasida A nuqta $\Delta s = \overset{\frown}{AA_1}$ yoyni bosib o'tadi.

Nuqtaning tezligi A holatda v ga, A_1 holatda esa v_1 ga teng. Chizmadan ko'rinib turganidek, A nuqtaning tezligi yo'nalishini xam, kiymatini xam o'zgartiradi. Nuqtaning o'rtacha tezlanishini topamiz:

$$w_{o'r} = \frac{\vartheta_{o'r}}{\Delta t} \qquad (II.I.10)$$

Limitga o'tib, haqiqiy tezlanishni topamiz:

$$w_{o'rt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vartheta}{\Delta t} = \frac{d\vartheta}{dt} \qquad \text{(II. I. 10) a}$$

(II.I.3) ifodani e'tiborga olib, tezlanishni quyidagicha yozamiz:

$$w_{o'rt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

yoki

$$w = f(t) \qquad \text{(II.I.11)}$$

Demak, nuqtaning tezlanishi tezlik funksiyasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli yoki harakat tenglamasidan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosilasiga teng ekan.

Endi tezlanish vektorini harakat trayektoriyasiga urunma va normal bo'lgan o'zaro perpendikulyar tashkil etuvchilarga ajratamiz (II.I.3-shakl, b):

$$\overline{w} = \overline{w}_t + \overline{w}_n \qquad \text{(II. I. 12)}$$

Bu yerda $\overline{w}_t$ - urunma tezlanish bo'lib, trayektoriyaga A nuqtadan o'tkazilgan urunma bo'ylab yo'naladi;

$\overline{w}_n$ - normal tezlanish bo'lib, trayektoriyaga A nuqtadan o'tkazilgan bosh normal bo'ylab yo'naladi.

Urunma va normal tezlanishlarning miqdorlari quyidagicha aniqlanadi:

$$w_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} \qquad \text{(II. I. 13)}$$

$$\overline{w}_n = \frac{\vartheta^2}{r} \qquad \text{(II. I. 14)}$$

Bu yerda r - egrilik radiusi.

Tezlanishning $\overline{w}_t$ va $\overline{w}_n$ tashkil etuvchilari o'zaro tik (perpendikulyar) yo'nalganligi uchun to'la tezlanish moduli

$$w = \sqrt{w_t^2 + w_n^2} \qquad \text{(II.I.12) a}$$

formuladan, yo'nalishi esa

$$\mu = arctg \frac{|w_t|}{w_n} \qquad \text{(II. I. 15)}$$

formuladan aniqlanadi.

Endi Dekart koordinata tekisligida

$$\vartheta_x = \frac{dx}{dt}, \quad \vartheta_y = \frac{dy}{dt}$$

tezliklar bilan harakatlanayotgan moddiy nuqtaning tezlanishlarini aniqlaymiz.

Aytaylik, tezlanishning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari mos ravishda $w_x$va $w_y$larga teng bo'lsin. U holda yuqoridagi formulaga muvofik,

$$w_x = \frac{d}{dt}(\vartheta_x) = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

$$w_y = \frac{d}{dt}(\vartheta_y) = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}$$

Binobarin, moddiy nuqta tezlanishining qo'zg'almas koordinata o'klariga proyeksiyalari tezlikning mos koordinata o'klariga nisbatan proyeksiyasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilasiga yoki nuqtaning mos koordinatalaridan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosilasiga teng.

Tezlanish vektorining moduli

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} \qquad \text{(II.I.16)}$$

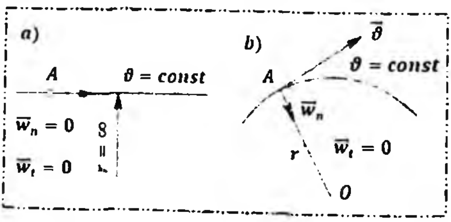
yo'nalishi esa

$$\cos(\bar{w}, \wedge x) = \frac{w_x}{w} \quad \cos(\bar{w}, \wedge y) = \frac{w_y}{w} \qquad \text{(II.I.17)}$$

ifodalardan aniqlanadi.

Xususiy xollar

a) *to'g'ri chiziqli tekis harakat* (II.I.4-shakl, a).



II.I.4-shakl

Bunda nuqtaning trayektoriyasi to'g'ri chiziqdan $(r = \infty)$ iborat, tezligi esa o'zgarmas ($v = const$) bo'ladi.

Shuning uchun, nuqtaning normal tezlanishi

$$w_n = \frac{\vartheta^2}{r} = 0$$

urunma tezlanishi

$$w_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vartheta}{\Delta t} = 0$$

va to'la tezlanishi $w = 0$ ga teng bo'ladi.

b) *egri chiziqli tekis harakat* (II.I.4-shakl, b).

Bunday holatda nuqtaning tezligi miqdor jihatidan o'zgarmas ($\vartheta = const$) bo'lsada, yo'nalishi o'zgarishi mumkin.

Nuqtaning urunma tezlanishi $w_t = 0$, normal tezlanishi $w_n \neq 0$ bo'ladi. Egri chiziqli tekis harakatda to'la tezlanish normal tezlanishga tengdir:

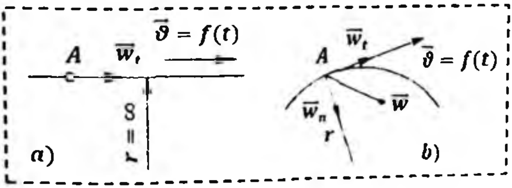
$$w = w_n$$

v) *to'g'ri chiziqli notekis harakat* (II.I.5-shakl, a).

$$w = w_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vartheta}{\Delta t}$$

Bu holatda nuqtaning trayektoriyasi to'g'ri chiziqli $(r = \infty)$, tezlikning miqdori esa o'zgaruvchan bo'ladi.

Normal tezlanish $w_n = 0$, to'la tezlanish esa urunma tezlanishdan iborat bo'ladi/



II.I.5-shakl

g) *egri chiziqli notekis harakat* (II.5-shakl, b).

Bunday holda nuqta o'zgaruvchan tezlik bilan harakatlaniqb, $\Delta\vartheta \neq 0$ bo'ladi. Shu bois, normal va urunma tezlanishlar noldan farqli bo'ladi:

$$w_n = \vartheta^2/r \neq 0, \qquad w_t = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta\vartheta/\Delta t \neq 0$$

To'la tezlanish vektori esa normal va urunma tezlanishlarning geometrik yig'indisiga teng:

$$w = w_i + w_n$$

II.I.5-§. Qattiq jismning ilgarilanma harakati

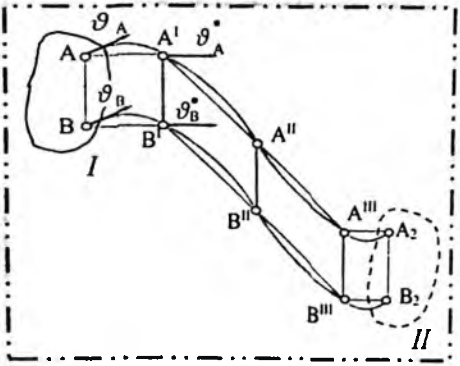
Jismdan olingan har qanday kesma jism harakati davomida har doim o'z-o'ziga parallel qolsa, jismning bunday harakati ilgarilanma harakat deyiladi.

To'g'ri yo'ldan ketayotgan avtomobil kuzovining harakati, velosiped pedalining harakati va shu kabilar ilgarilanma harakatga misol bo'ladi.

Teorema. ***Qattiq jism ilgarilanma harakat qilganda uning hamma nuqtalari bir xil va parallel joylashgan trayektoriyalar bo'ylab harakatlanadi hamda har onda bir xil tezlik va bir xil tezlanishlarga ega bo'ladi.***

Isbot. Biror jism ilgarilanma harakat qilib, t vaqt oralig'ida vaziyatini o'zgartirsin (II.I.6-shakl).

$AB = A^I B, \ldots \ldots A_2 B_2$ kesmalar jism bilan bog'liq holda harakatlanayotgan AV kesmaning birin-ketin vaziyatlarini ifodalab, o'zaro teng va paralleldir.



II.I.6-shakl

Shuning uchun $AA^I = A^IA^{II}, \ldots . A^{III}A_2$ kesmalar $BB^I = B^IB^{II}, \ldots . B^{III}B_2$ kesmalarga mos holda teng va parallel bo'ladi.

A nuqtaning vaqt oralig'ida A^1 vaziyatga o'tishidagi o'rtacha tezligini aniqlaymiz:

$$\vartheta_A^\bullet = \frac{AA^I}{\Delta t} \qquad \text{(II.I.18)}$$

Xuddi shunga o'xshash B nuqta uchun

$$\vartheta_B^\bullet = \frac{BB^I}{\Delta t} \qquad \text{(II.I.19)}$$

Chizmadan $AA^I = BB^I$ ekanligi ma'lum, shu sababli

$$\vartheta_A^\bullet = \vartheta_B^\bullet \qquad \text{(II.I.20)}$$

Limitga o'tib

$$\lim_{\Delta t \to 0} \vartheta_A = \lim_{\Delta t \to 0} \vartheta_B \quad \text{yoki} \quad \vartheta_A = \theta_B^I \qquad \text{(II.I.21)}$$

ni hosil ilamiz.

Bundan chiqdi, $\Delta\vartheta_A = \Delta\vartheta_B^I$ hamda A va B nuqtalarning t vaqt oralig'idagi o'rtacha tezlanish vektorlari ham

$$\frac{\Delta\vartheta_A}{\Delta t} = \frac{\Delta\vartheta_B}{\Delta t} \qquad \text{(II.I.22)}$$

o'zaro teng bo'ladi.

Limitga o'tib

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vartheta_A}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vartheta_B}{\Delta t}$$

Yoki

$$w_A = w_B \qquad \text{(II.I.23)}$$

ni hosil ilamiz.

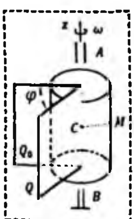
Demak, A va B nuqtalar bir xil harakatlanar ekan. Bu xulosa boshqa nuqtalarga ham tegishlidir.

Teorema isbotlandi.

Isbotlangan teoremadan quyidagi muhim xulosa kelib chiqadi: *qattiq jismning ilgarilanma harakati uning istalgan bitta nuqtasining harakati bilan tavsiflanadi. Ko'pincha bunday nuqta uchun jismning og'irlik markazi C nuqtani qabul qilish va tegishli hisoblash ishlarini davom ettirish maqsadga muvofiqdir.*

II.I.6-§. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati

Ikkita nuqtasi doimo qo'zg'almasdan qoladigan jismning harakati qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakat deyiladi. Qo'zg'almas nuqtalardan o'tuvchi o'q aylanish o'qi deyiladi.



II.I.7-shakl

Trubinalar diski, generatorlarning rotori, dastgohlarning maxovigi qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanuvchi jismlarga misol bo'ladi.

Jismni aylanma harakatga keltirish uchun uning ixtiyoriy ikki nuqtasini (masalan, *A* podshipnik va *B* tovon yordamida) qo'zg'almas qilib mahkamlash yetarli (II.I.7-shakl).

Natijada jism vertikal z o'qi atrofida aylanma harakat qiladi.

Aylanma harakatdagi jismning kinematik parametrlarini aniqlashga o'tamiz.

Buning uchun, z o'qi orqali qo'zg'almas Q_0 va harakatdagi silindrik jism bilan bog'liq bo'lgan Q tekislik o'tkazamiz; bu tekisliklar orasidagi φ burchak jismning aylanish burchagi deyiladi.

Aylanish burchagining miqdori va yo'nalishiga qarab Q tekislikning Q_0 tekislikka nisbatan vaziyati aniqlanadi. Boshqacha aytganda vaqt o'tishi bilan φ o'zgaradi:

$$\varphi = \varphi(t) \qquad (II.I.24)$$

Bu tenglama qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakat qilayotgan jismning kinematik yoki harakat tenglamasi deyiladi.

Aylanish burchagi gradus va radianlarda o'lchanadi.

Aytaylik, vaqtning t paytida jism φ, $t + \Delta t$ paytida esa $\varphi + \Delta \varphi$ burchakka burilsin.

$\Delta \varphi$ ning Δt ga nisbati jismning Δt vaqtdagi o'rtacha burchak tezligi deyiladi:

$$\omega_{o'rt} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \qquad (II.I.25)$$

Jismning haqiqiy yoki berilgan ondagi burchak tezligini aniqlash uchun $\omega_{o'rt}$ ning Δt nolga intilgandagi limitini hisoblaymiz:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \qquad (II.I.25)\ a$$

Aylanish burchagi φ vaqtning funksiyasi bo'lganligi uchun

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

bu funksiyaning hosilasi bo'ladi (§ II.I.7 ga qarang). Buni e'tiborga olsak

$$\omega_t = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \varphi'(t) \qquad (II.I.26)$$

ko'rinishda yoziladi.

Shunday qilib, *jismning ayni paytdagi burchak tezligi aylanish burchagi funksiyasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga tengdir.*

Ko'pincha texnik hisoblashlarda burchak tezligini sekundiga radianlarda emas, balki minutiga aylanishlarda ifodalashga to'g'ri keladi. Shu sababli minutiga aylanishlar soni bilan ifodalanadigan burchak tezlik n ni bilish muhimdir.

Jism bir marta **z** o'qi atrofida to'la aylanganda aylanish burchagi $\varphi = 2\pi$ bo'ladi.

Jism bir minutda n marta aylansa, burchak tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \qquad (II.1.27)$$

bundan,

$$\omega = \frac{30 \cdot \omega}{\pi} \approx 10 \cdot \omega \qquad (II.1.28)$$

Oxirgi ifodadagi ω hamma vaqt rad/sek yoki $1/sek$ larda, n esa ayl/min larda o'lchanishini unitmaslik lozim.

Vaqtning t paytida jismning burchak tezligi ω, $t + \Delta t$ paytida esa $\omega + \Delta\omega$ ga teng bo'lsin. U holda Δt vatdagi o'rtacha burchak tezlanish

$$\varepsilon_{o'rt} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \qquad (II.1.29)$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Jismning haqiqiy yoki vaqtning ayni paytdagi burchak tezlanishi quyidagiga teng:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \qquad (II.1.29)\ a$$

Hosilaning ta'rifiga ko'ra

$$\varepsilon = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \varphi''(t) \qquad (II.1.29)\ b$$

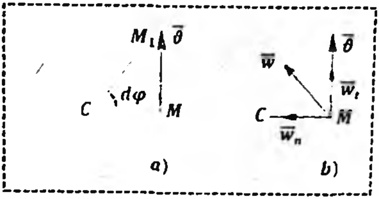
Bundan chiqdi, jismning ayni paytdagi burchak tezlanishini topish uchun burchak tezlik funksiyasidan birinchi tartibli hosila yoki aylanish burchagi funksiyasidan ikkinchi tartibli hosila olish kifoy.

Burchak tezlanish rad/sek^2 rad/sek yoki $1/sek^2$ larda o'lchanadi.

II.I.7-§ Aylanma harakatdagi jism nuqtalarining trayektoriyasi, tezligi va tezlanishi

II.I.8-shaklda tasvirlangan jismning aylanish o'qidan R masofada joylashgan ixtiyoriy M nuqtani olamiz.

M nuqta radiusi R ga teng, markazi aylanish o'qining C nuqtasida joylashgan aylana chizishi, tabiiy; odatda, bu aylana M nuqtaning trayektoriyasi deyiladi (II.8-shakl, a)



II.I.8-shakl

Biror t vaqtda M holatda bo'lgan nuqta dt vaqtdan so'ng jism $d\varphi$ burchakka burilganligi bois, M_1 holatni egallaydi.

Boshqacha aytganda, nuqta trayektoriya bo'ylab $\widetilde{ds} = R \cdot d\varphi$ yoyni bosib o'tadi.

(II.I.6) formulani e'tiborga olib, M nuqtaning tezligini aniqlaymiz:

$$\vartheta = \frac{ds}{dt} = R \cdot \frac{d\varphi}{dt} \tag{II.I.30}$$

bu yerda

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

bo'lganligi sababli

$$\vartheta = R \cdot \omega \tag{II.I.31}$$

Demak, *aylanuvchi jism nuqtasining tezligi miqdor jihatidan burchak tezlik bilan mazkur nuqtadan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa ko'paytmasiga teng bo'lib, uning vektori o'zining trayektoriyasiga harakat yo'nalishi bo'yicha o'tkazilgan urunma bo'ylab yo'naladi.*

Muhandislik amaliyotida ko'pincha aylanuvchi silindrik jism (val, shkiv va shu kabi)larning gardishlaridagi nuqtalarning tezligini ayl/min larda ifodalash zaruriyati tug'iladi.

Bunday holda quyidagi formuladan foydalanish ma'qul:

$$\vartheta = \frac{D}{2} \cdot \frac{\pi n}{30} = \frac{Dn}{19{,}1} \qquad \text{(II.I.32)}$$

Bu yerda D - aylanuvchi silindrik jismning diametri;

n - bir minutdagi aylanishlar soni.

M nuqtaning tezlanishini yuqoridagi formulalar yordamida aniqlaymiz (ko'rilayotgan holda $(\rho = R)$:

a) normal tezlanish

$$w_n = \vartheta^2/R = (\omega \cdot R)^2/R \quad \text{yoki} \quad w_n = \omega^2 R \qquad \text{(II.I.33)}$$

Normal tezlanish vektori radius bo'ylab markazga, ya'ni aylanish o'qi tomonga yo'naladi (II.I.8-shakl, b); shu sababli ω_n markazga intilma tezlanish deb yuritiladi.

b) urunma tezlanish

$$w_t = d\vartheta/dt = \frac{d(\omega \cdot R)}{dt} = R \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

burchak tezlanish

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

ekanligi ma'lum; natijada

$$w_t = R \cdot \varepsilon \qquad \text{(II.I.34)}$$

Urunma tezlanish ω_t trayektoriyaga o'tkazilgan urunma bo'ylab (agar harakat tezlanuvchan bo'lsa, ω_t harakat yo'nalishida, aksincha sekinlanuvchan bo'lganda unga teskari) yo'naladi.

Yuqoridagilarni inobatga olib nuqtaning tezlanish modulini

$$w = \sqrt{\omega_n^2 + \omega_t^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \qquad \text{(II.I.35)}$$

va yo'nalishini esa

$$\beta = arctg\left(|\varepsilon|/_{\omega^2}\right) \qquad \text{(II.I.36)}$$

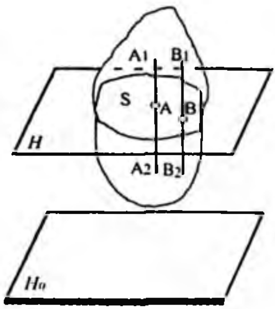
formulalardan aniqlaymiz.

II.I.8-§. Qattiq jismning tekis parallel harakati haqida qisqacha tushunchalar

Qattiq jismning tekis parallel harakati deb, uning shunday harakatiga aytiladiki, bunda jismning barcha nuqtalari biror *qo'zg'almas tekislikka nisbatan parallel bo'lgan tekisliklarda harakatlanadi.*

Qattiq jismning tekis parallel harakatini o'rganish maqsadida mazkur jism orqali qo'zg'almas H_0 tekislikka parallel bo'lgan ixtiyoriy H tekislikni o'tkazamiz (II.I.9-shakl).

H tekislik jismda S qirqimni hosil qiladi; odatda, bu S yuza tekis shakl deb yuritiladi. Tekis shakl doimo H tekislikda harakatlanadi.



II.I.9-shakl

Gorizontal H tekislikka perpendikulyar qilib jismdan A_1A_2 va B_1B_2 kesmalarni ajratamiz.

Jism tekis parallel harakat qilganda A_1A_2 va B_1B_2 kesmalar mos ravishda o'ziga parallel ravishda ko'chadi, ya'ni ular ilgarilanma harakat qiladi.

Yuqorida ko'rib o'tganimizdek, ilgarilanma harakat qilayotgan kesmada yotgan barcha nuqtalar bir xil harakatlanadi. Bu esa ilgarilanma harakat qilayotgan hamma nuqtalarning harakatini o'rganish o'rniga faqat ulardan istalgan bittasining harakatini o'rganish yetarli ekanligini tasdiqlaydi.

Shu sababli ilgarilanma harakat qilayotgan A_1A_2 va B_1B_2 kesmalarda yotuvchi barcha nuqtalarning harakatini o'rganish o'rniga ulardan birining, masalan, tekis shakl S da yotuvchi A va B nuqtalarning harakatini o'rganish kifoY.

Shunday qilib, tekshirilayotgan qattiq jismning tekis parallel harakatini o'rganish uchun H_0 qo'zg'almas tekislikka parallel bo'lgan tekis shakl S ning H tekislikdagi harakatini bilish yetarlidir.

Odatda, *H tekislik S tekis shaklning harakat tekisligi deb ataladi.*

Endi tekis shaklning harakatini o'rganamiz (II.I.10-shakl, a).

Tekis shaklning ixtiyoriy ikki nuqtasi, masalan A_1 *va* B_1 ning holati bu nuqtalarni tutashtiruvchi kesmaning holati bilan aniqlanadi. Boshqacha aytganda, tekis shaklning harakatini o'rganish o'rniga undan olingan ixtiyoriy kesmaning harakatini o'rganish kifoy.

Tekis shaklning harakatini undagi kinematik holati aniq bo'lgan ixtiyoriy nuqtasi harakatiga bog'lab o'rganish qulayroq; odatda, *harakatlanuvchi tekis shakl bilan bog'liq bo'lgan va burilish markazi deb qabul qilingan ixtiyoriy nuqta qutb deyiladi.*

Tekis shaklning ko'chishi – harakatiga oid quyidagi teoremani isbotlaymiz.

Teorema: **Tekis shaklning harakat tekisligidagi har qanday ko'chishi qutb bilan birgalikdagi *ilgarilanma harakati* hamda qutbdan harakat tekisligiga perperdikulyar bo'lgan o'q atrofidagi *aylanma harakatidan* iborat.**

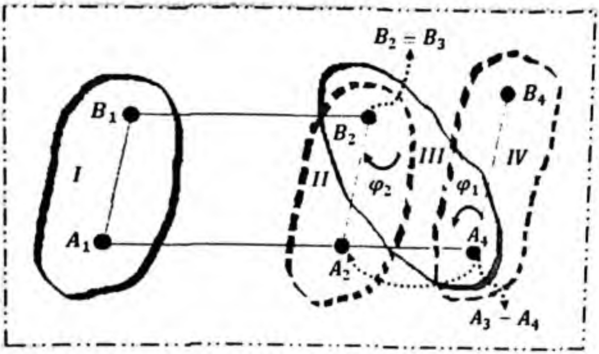
Isbot. Aytaylik, jismdan ajratib olingan tekis shakl $\overline{AB}$ kesmaning vaqt o'zgarishiga qarab bir vaziyatdan navbatdagi vaziyatlarga o'tganda holatini belgilasin. Masalan, I holat $\overline{A_1B_1}$, II holat $\overline{A_2B_2}$, III holat $\overline{A_3B_3}$ yoki $\overline{A_4B_2}$, IV holat esa $\overline{A_4B_4}$ yoki $\overline{A_3B_4}$ kesma bilan tavsiflanadi.

Birinchi amal. A nuqtani qutb sifatida qabul qilib, tekish shaklga shunday ilganilanma harakat – ko'chish beraylikki, natijada uning A_1 nuqtasi $A_3 \equiv A_4$ nuqta bilan ustma-ust tushsin hamda B_1 nuqta B_4 holatni egallasin.

Aniqrog'i, bu ko'chishda $\overline{A_1B_1}$ kesma $\overline{A_3B_4}$ yoki $\overline{A_4B_4}$ holatni egallaydi, tekis shakl esa I holatdan IV holatga o'tadi (II.I.10-shakl, a).

Tekis shaklning ilgarilanma ko'chishi $\overrightarrow{A_1A_3} \equiv \overline{A_1A_4}$ *vektor* bilan aniqlanadi.

Endi tekis shaklni o'zining harakatlanish tekisligida $A_3 \equiv A_4$ qutb atrofida φ_1 burchakka aylantiramiz, toki $\overline{A_4B_4}$ kesma $\overline{A_3B_3}$ holatga o'tsin, ya'ni shakl IV holatdan III holatga o'tadi.



II.I.10-shakl, a

Ikkinchi amal. Endi $B_2 \equiv B_3$ nuqtani qutb sifatida tanlaylik. Chizmadan ma'lumki, agar tekis shaklni I holatdan II holatga o'tkazish zaruriyati paydo bo'lsa, tekis shaklga $\overline{B_1B_2} = \overline{B_1B_3} = \overline{A_1A_2}$ ko'chish berish zarur.

Shu mulohazaga tayanib, III holatdagi tekis shaklni $B_2 \equiv B_3$ qutb atrofida $\varphi_2 = \varphi_1 = \varphi$ burchakka aylantirib, II holatga o'tamiz.

Alohida ta'kidlash zarurki, agar $\varphi_1 \neq \varphi_2$ bo'lsa, $\overline{A_1A_2} \neq \overline{B_1B_2}$ bo'lib, ushbu kesma yoki vektor o'zaro teng bo'lmaydi. Bundan xulosa shuki, ilganilanma ko'chish "qutb"ni tanlanishiga bog'liq bo'lib qoladi hamda $\overline{A_1B_1}$, $\overline{A_2B_2}$, $\overline{A_4B_4}$ kesmalar o'zaro parallel bo'lmaydi.

Qaysiki, $\overline{A_1B_1} \parallel \overline{A_2B_2} \parallel \overline{A_4B_4}$ bo'lishlari shart! Aks holda, ilgarilanma harakat talabi buziladi va $\varphi_1 \neq \varphi_2$ bo'lib qoladi.

Oxirgi xulosa shuki, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ bo'lib, qutb atrofidagi aylanish burchagi qutbning tanlanishiga bog'liq emas.

Teorema isbotlandi.

Shunday qilib, *II* holatning hosil bo'lishini quyidagi ikki variantda izohlash mumkin:

a) $\overline{A_1B_1}$ kesmani o'ziga parallel holda $\overline{A_4B_4}$ holatga ko'chirish (bunda tekis shakl ilgarilanma harakat qiladi) va keyin $\overline{A_4B_4}$

kesmani birinchi A_4 qutb atrofida φ_1 burchakka burish (bunda tekis shakl aylanma harakat qiladi);

b) keyin A_2B_2 holat paydo bo'lguncha $\overline{A_3B_3}$ kesmani ikkinchi A_2 qutb atrofida φ_2 burchakka burish lozim.

Qutblarni turlicha tanlash bilan tekis shaklning faqat ilgarilanma siljish qismini o'zgartirish mumkin. Lekin qutbning tanlanishiga tekis shaklning aylanma harakati bog'liq bo'lmaydi, chunki burilish burchagi burchak tezlik va aylanish yo'nalishiga bog'liq emas.

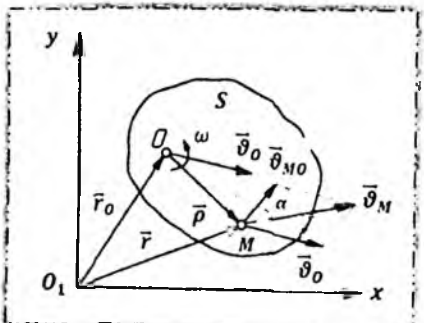
Yuqoridagilardan quyidagi umumiy xulosalar kelib chiqadi:

1) tekis parallel harakatni ikkiga ajratish mumkin:

- *tekis shaklning qutb bilan birgalikdagi ilgarilanma harakati;*
- *qutb atrofidagi aylanma harakat.*

2) tekis shaklning aylanma harakati qutbning tanlab olinishiga bog'liq emas.

Tekis parallel harakatni ikkiga ajratish tezliklarni aniqlashni osonlashtiradi.



II.I.10-shakl, b

Statikaning to'la kursida tekis shaklning ixtiyoriy nuqtasining tezligi ikki tezlikning: ***qutbning tezligi va qutb atrofidagi***

aylanma harakat tezliklarining geometrik yiindisiga teng ekanligi isbotlangan.

Buning matematik ifodasi quyidagicha (II.I.10-shakl, b):

$$\vec{\vartheta}_M = \vec{\vartheta}_O + \vec{\vartheta}_{MO} \qquad \text{(II.I.37)}$$

bu yerda $\vartheta_{MO} = \omega \cdot \overrightarrow{OM} = \omega \cdot \rho$ -M nuqtaning qutbga nisbatan aylanma tezligi bo'lib, $\overrightarrow{OM}$ ga perpendikulyar yo'naladi; ω -tekis shaklning burchak tezligi.

II. AMALIYOT

II.I.1-masala. Moddiy nuqta $s = 10 \cdot sin\pi t$ qonuniyatga muvofiq egri chiziqli trayektoriya bo'yicha harakatlanmoqda (t-sekund va s-metrlarda ifodalanadi).

Tezlikning $t = 3$ sek paytdagi moduli va yo'nalishini toping.

Masalaning yechilishi

Boshlanich paytda (sanoq boshida) moddiy nuqta uchun: $t = 0$, bo'lganda $s = 10 \cdot sin\pi \cdot 0 = 0$ ga teng.

Moddiy nuqta $t = 3$ sek o'tgach, yana sanoq boshiga qaytib keladi, chunki $s = 10 \cdot sin\pi \cdot 3 = 0$ ga teng.

Tezlikni aniqlaymiz:

$$\vartheta = \frac{ds}{dt} = 10\pi \cdot cos\pi t \quad m/sek$$

$t = 3$ sek bo'lganda $\vartheta = 10\pi \cdot cos\pi \cdot 3 = -10\pi \approx -31{,}4 \quad m/sek.$

Demak, moddiy nuqta $t = 3$ sek o'tgach, harakat trayektoriyasiga o'tkazilgan urinma bo'ylab hisoblangan tomonga teskari yo'nalishda harakatlanar ekan.

III.2-masala. Nuqta $x = 4\sin 5t$, $y = 6\cos 5t$ qonuniyat asosida harakatlanadi (t -sekund va x, y - santimetrlarda o'lchanadi).

Nuqtaning trayektoriyasi, boshlanich paytdagi va $t = 0{,}1$ sekunddagi holatlari aniqlansin.

Masalaning yechilishi

Trayektoriya tenglamasini yozish uchun $x(t)$ va $y(t)$ ifodalardan t vaqtni parametr sifatida yo'qotamiz:

$$\frac{x}{4} = \sin 5t, \qquad \frac{x}{6} = \sin 5t$$

Oxirgi ifodalarning ikkala tomonini kvadratga oshirib, ularni hadlab qo'shamiz. Natijada

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$$

ko'rinishdagi trayektoriya tenglamasi kelib chiadi.

Demak, nuqta yarim o'qlari 4 sm va 6 sm ga teng ellips bo'yicha harakatlanar ekan.

Nuqta quyidagi holatlarni egallaydi:

$$t = 0 \; da \; x_0 = 4\sin 5 \cdot 0 = 0; \; y_0 = 6\cos 5 \cdot 0 = 6 \; ga \; teng;$$

$$t_1 = \frac{1}{10} \text{ sekundda } \; x_1 = 4\sin\frac{\pi}{2} = 4 \; sm, \; y_1 = 6\cos\frac{\pi}{2} = 0 \;\; ga \; teng$$

II.I.3-masala. Moddiy nuqta $x = 10t^2 - 5$, $y = 20t^2 + 3$ qonuniyatga muvofiq harakatlanmoqda (t -sekund va x, y - metrlarda o'lchanadi).

Nuqtaning $t = 5 \; sek$ dagi tezligi va tezlanishlari nimaga teng?

Masalaning yechilishi

Dastlab nuqtaning tezliklarini aniqlaymiz. Tezlikning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari

$$\vartheta_x = \dot{x} = 20t, \qquad \vartheta_y = \dot{y} = 40t$$

Nuqta tezligining moduli esa

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} = \sqrt{(20t)^2 + (40t)^2} = 44.72 \cdot t \qquad m/\,sek$$

Endi tezlanishni hisoblaymiz:

$$w_x = \ddot{x} = 20 = const, \qquad w_y = \ddot{y} = 40 = const.$$

Tezlanish moduli

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = 10\sqrt{2} \qquad m/sek^2.$$

Binobarin, nuqta $t = 5\ sek$ o'tgach, 223,6 m/sek tezlikka va 14,14 m/sek^2 tezlanishga ega bo'ladi.

II.I.4-masala. Radiusi $R = 1{,}5\ m$ bo'lgan disk qo'zg'almas nuqta atrofida $\varphi = 20t + 4t^3$ (t sek va φ radianlar bilan o'lchanadi) qonuniyat asosida aylanmoqda.

Diskning $t = 5\ sek$ dagi tezligi va tezlanishlari aniqlansin.

Masalaning yechilishi

Diskning burchak tezligi ω va burchak tezlanishi ε larni topamiz:

$$\omega = \dot{\varphi} = 20 + 12t^2$$

$$\varepsilon = \ddot{\varphi} = 24t$$

harakat boshlangandan $t = 5\ sek$ o'tgach, disk $\omega = 20 + 12 \cdot 5^2 = 320\ sek^{-1}$ burchak tezlik, $\varepsilon = 24 \cdot 5 = 120\ sek^{-2}$ burchak tezlanish bilan aylanadi.

Diskning sirtida yotgan nuqta

$$\vartheta = \omega \cdot R = 320 \cdot 1{,}5 = 480\ m/sek$$

tezlikka ega. Mazkur nuqtaning tezlanishlarini hisoblaymiz:

- $w_n = \omega^2 R = (320)^2 \cdot 1{,}5 = 153600\ m/sek^2$ (normal tezlanish)
- $w_t = \varepsilon R = 120 \cdot 1{,}5 = 180\ m/sek^2$ (urunma tezlanish)
- $w = \sqrt{w_n^2 + w_t^2} = 392{,}15\ m/sek^2$ (to'la tezlanish).

Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar

1. Kinematikada mexanik harakat qanday holda o'rganiladi?
2. Harakat qonuniyati va harakat trayektoriyasi deganda nimani tushunasiz?
3. Harakat tabiiy usulda berilganda nuqtaning tezligi va tezlanishini aniqlash formulalarini yozing.

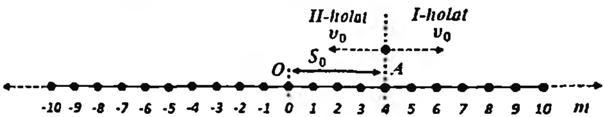
4. Jismning ilgarilanma harakatini misollar yordamida tushuntiring.

5. Aylanma harakatdagi nuqtaning tezligi va tezlanishi qanday aniqlanadi?

6. Tekis parallel harakatning mohiyatini tushuntiring.

Mustaqil ta'lim doirasida qattiq jismlar kinematikasiga doir ayrim muhandislik amaliyoti masalalarni yechish metodikasi

II.1.5-masala. Moddiy nuqta A o'zgarmas $v_0 = 15\ m/sek$ tezlik bilan gorizontal to'g'ri chiziqli trayektoriya bo'ylab harakatlanmoqda (II.I.1shakl, a).



II.I.11-shakl, a

Agar nuqta sanoq boshi hisoblanuvchi O nuqtadan $t = 0$ *bo'lganda* $S_0 = 4\ m$ masofada joylashgan bo'lsa, ushbu nuqta ketma-ket 1, 2, 3, 4, 5, 6 sekund vaqtdan keyin qancha masofani bosib o'tgan?

Masalaning yechilishi

Masalani shartidan kelib chiqib quyidagi ikki holatda so'ralayotgan parametrni aniqlash mumkin.

I-holat: *A* nuqta $v_0 = const$ tezlikda o'ng tomonga to'g'ri chiziqli tekis harakat qilmoqda, ya'ni tezlanish

$$w = \frac{d\vartheta}{dt} = 0$$

ga teng. U holda

$$\frac{ds}{dt} = \vartheta = \vartheta_0 = const$$

yoki

$$ds = \vartheta \cdot dt \quad \text{(II.I.38)}$$

Oxirgi ifodani integrallaymiz:

$$\int_{S_0}^{S} ds = \int_{0}^{t} \vartheta \cdot dt$$

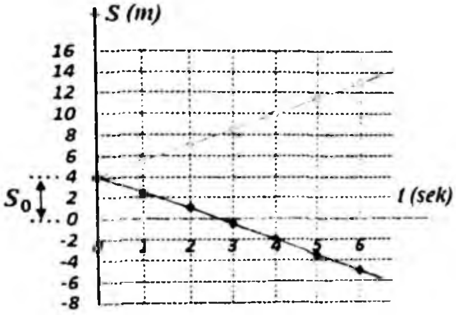
Bundan, nuqtaning holatini quyidagicha topish mumkin:

$$S = S_0 + \vartheta \cdot t \quad \text{(II.I.39)}$$

Tekshirilayotgan holatda $S_0 = 4\ m$, $\vartheta = \vartheta_0 = 1{,}5\ m/c$ ga teng:

$$S(t) = 4 + 1{,}5 \cdot t \quad \text{(II.I.40)}$$

Bu ifoda yordamida A nuqtaning harakat grafigini qurib, talab qilinayotgan masofalarni topish mumkin (II.I.12- shakl, b).



II.I.12-shakl, b

II-holat. ***A*** nuqta $v_0 = const$ tezlikda chapga to'g'ri chiziqli tekis harakat qilmoqda.

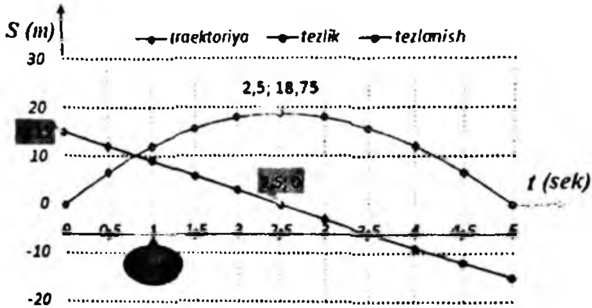
U holda (II.I.39) va (II.I.40) ifodalar quyidagi ko'rinishda yoziladi, xolos:

$$S(t) = S_0 - \vartheta \cdot t \quad \text{yoki} \quad S(t) = 4 - 1{,}5 \cdot t$$

Bu holatga mos keluvchi harakat grafikasi ham II.I.12-shakl, b da tasvirlangan.

II.I.6-masala. Moddiy nuqta $S = 15t - 3t^2$ (bu yerda S m, t sek) qonuniyat bo'yicha to'g'ri chiziqli trayektoriya bo'ylab harakatlanmoqda (II.I.13-shakl, ko'k rang).

Ushbu nuqtaning [0, 5] sekund oraliq vaqtidagi tezligi va tezlanishi o'zgarishini grafik ravishda tasvirlash talab etiladi.



II.I.13-shakl

Masalaning yechilishi

Dastlab

$$\vartheta = \frac{ds}{dt};$$

keyin esa

$$w = \frac{d^2s}{dt^2}$$

formulalardan foydalanamiz:

$$\vartheta = 15 - 6 \cdot t \tag{II.I.41}$$

$$w = -6 = const \tag{II.I.42}$$

Yuqoridagi ifodalar asosida tegishlicha, moddiy nuqtaning harakat trayektoriyasi, tezligi va tezlanishi o'zgarishini grafik ravishda tasvirlash qiyinchilik tug'dirmaydi (II.I.13-shakl).

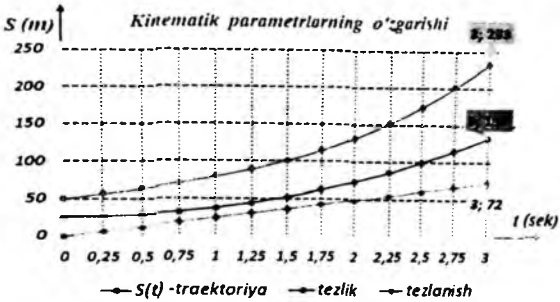
II.I.7-masala. Moddiy nuqta

$$s = 50 + 25t + 4t^3$$

(bu yerda masofa m va vaqt sekund hisobida) qonuniyat asosida to'g'ri chiziqli trayektoriya bilan harakat qilmoqda.

Nuqtaning [0, 3] sekund oraliq vaqtidagi tezligi va tezlanishi o'zgarishi grafigi qurilsin.

Masalaning yechilishi



II.I.14-shakl

Oldingi masalada keltirilgan tartib bo'yicha masalani yechamiz. U holda tezlik va tezlanishlar quyidagicha ifodalanadi:

$$\vartheta = \frac{ds}{dt} = 25 + 12t^2$$

$$w = \frac{d\vartheta}{dt} = 24t$$

II.I.14-shaklda masalaning shartida so'ralayotgan parametrlarning vaqt bo'yicha o'zgarish grafigi tasvirlangan.

II.I.8-masala. Moddiy nuqtaning tekislikdagi harakati quyidagi ikkita tenglama orqali ifodalanadi:

$$\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -2 + 6t \end{cases}$$

(bu yerda *x* va *u* masofalar m da, vaqt t esa sekundlarda o'lchanadi).

Nuqtaning harakatlanish trayektoriyasini aniqlash talab etiladi.

Masalaning yechilishi

Agar yuqoridagi tenglamalardan vaqt t parametr sifatida "yo'qotilsa", hosil bo'ladigan $y = f(x)$ ko'rinishdagi funksional bog'lanish moddiy nuqtaning harakatlanish trayektoriyasini o'ziga xos tarzda ifodalaydi.

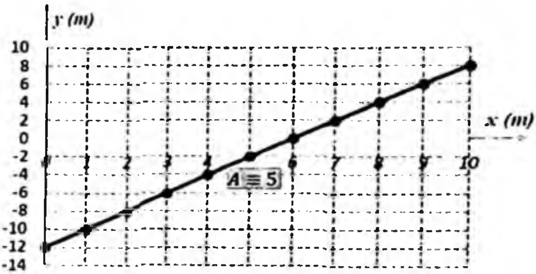
Shuning uchun birinchi tenglamada

$$t = \frac{x-5}{3}$$

ni topib, ikkinchi tenglamaga keltiriib qo'yamiz:

$$y = -2 + 6\,(x-5)/3 \quad \text{yoki} \quad y = 2x - 12$$

Oxirgi ifoda II.I.15-shaklda grafik tarzda tasvirlangan: bu grafik $[-\infty, +\infty]$ oraliqda (0, -12) va (6, 0) nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqdan iborat.



II.I.15-shakl

Shuni alohida ta'kidlash o'rinliki, masalaning mohiyatini to'liq tahlil qimasdan turib, $y = 2x - 12$ funksiyani qaralayotgan nuqtaning trayektoriyasi deb to'laqonli qabul qila olmaymiz, chunki vaqt doimo musbat miqdordir. Shuning uchun $t=0$ bo'lganda $y = 2x - 12$ to'g'ri chiziq ustida yotuvchi nuqtani izlaymiz, qaysiki bu nuqta harakatning boshlanishini tasvirlaydi. Darvoqe,

$t = 0$ bo'lganda $x = x_A = 5\ m$ va $y_A = -2\ m$ bo'ladi.

Demak, A(5,-2) nuqtadan boshlab, moddiy nuqta o'ng tomon bo'ylab harakatlanar ekan. Boshqacha aytganda, harakatlanish trayektoriyasi A nuqtadan $+\infty$ tomon intiladi.

Bu holat matematik nuqtai nazardan quyidagicha ifodalanadi:

$$y = 2x - 12 \qquad (x \geq 5 \quad yoki \quad y \geq -2)$$

II.I.9-masala. Moddiy nuqta tekislikda

$$\begin{cases} x = 15 - 10t \\ y = 6 + 2t \end{cases}$$

qonuniyat bo'yicha harakatlanmoqda $(x,\ y{:}\,m,\ t{:}\,sek)$.

Ushbu qonuniyatga mos keluvchi nuqtaning harakatlanish trayektoriyasi aniqlansin va grafik tarzda tasvirlansin.

Masalaning yechilishi

Berilgan bir jinsli tenglamalar tizimi tarkibidan *t ni* parametr sifatida chiqaramiz:

$$t = \frac{1}{10}(15 - x)$$

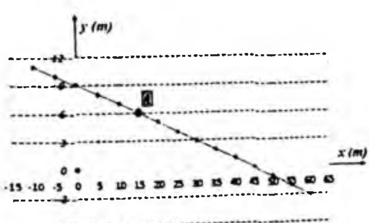
yoki

$$t = \frac{1}{2}(y - 6)$$

O'ng tomonlarini o'zaro tenglasak,

$$\frac{1}{2}(y - 6) = \frac{1}{10}(15 - x) \quad yoki \quad y = 9 - 0{,}2 \cdot x$$

ko'rinishdagi to'g'ri chiziq tenglamasi hosil bo'ladi (II.I.16-shakl).



II.I.16-shakl

Harakatlanish trayektoriyasining boshlanish joyini topamiz:

$$t = 0 \quad bo'lsa \quad x = x_A = 15 \ m$$
$$t = 0 \quad bo'lsa \quad y = y_A = 6 \ m$$

Demak, $x \geq 15 \ m$ yoki $y \geq 6 \ m$ dan boshlab moddiy nuqta chap tomonga harakatlanar ekan.

II.I.10-masala. Tekislikda yotuvchi moddiy nuqta

$$\begin{cases} x = 8t^2 - 4 \\ y = 2t \end{cases}$$

ko'rinishdagi ikkinchi tartibli egri chiziqli qonuniyat asosida harakatlanmoqda.

Har galgidek, masofa m va vaqt sekundlarda o'lchanadi.

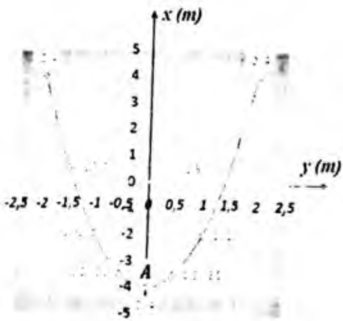
Nuqtaning harakatlanish trayektoriyasini grafik tarzda tasvirlash hamda $t = 3 \, sek$ s dagi tezlik va tezlanishlarni aniqlash talab etiladi.

Masalaning yechilishi

Vaqtni parametr sifatida tenglamalar tizimi tarkibidan "yo'qotib", umumiy holda harakatlanish trayektoriyasi

$$x = 2y^2 - 4$$

ni aniqlaymiz va uning grafigini quramiz (II.I.17-shakl).



II.I.17-shakl

Grafikdan ko'rinib turibdiki,

$$t = 0 \quad da \quad x = x_A = -4, \qquad y = y_A = 0$$

bo'lganligi uchun harakat A nuqtadan boshlanib, parabolaning o'ng pallasi bo'yicha davom etadi.

Endi tezlik va tezlanish vektorlarining o'qlardagi proyeksiyalarini aniqlaymiz:

$$\vartheta_x = \frac{dx}{dt} = 16t, \qquad \vartheta_y = \frac{dy}{dt} = 2$$

$$w_x = \frac{d\vartheta_x}{dt} = 16, \qquad w_y = 0.$$

U holda $t = 3$ sekund bo'lganda tezlik va tezlanishlar quyidagiga teng bo'ladi:

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} = \sqrt{256t^2 + 4} = \sqrt{256 \cdot 9 + 4} = 48 \ m/sek,$$

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = 256 \ m/sek.$$

II.I.11-masala. Quyidagi ikki holatda to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanayotgan birorta avtomobil harakat boshlaganidan $t = 100\, sek$ o'tgunicha bosib o'tgan masofasining hamda tezlikning o'zgarish grafigini qurish talab etiladi.

1-holat: tezlanishsiz to'g'ri chiziqli tekis harakatda

$$w = 0, \qquad \vartheta_0 = 10\frac{m}{cek}, \qquad s_0 = 100\, m$$

ga teng bo'lsin.

Masalaning yechilishi

Masalaning shartiga ko'ra

$$\frac{d\vartheta}{dt} = w = 0,$$

bundan $\vartheta = const$ kelib chiqadi. Yoki o'z navbatida

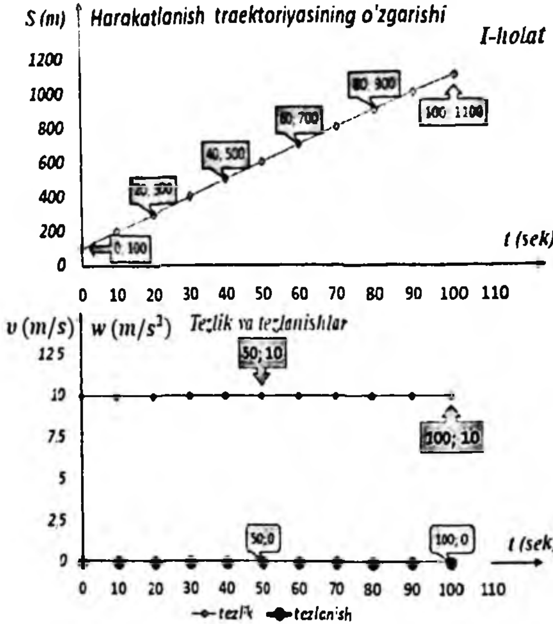
$$\vartheta = \frac{ds}{dt}$$

ga teng. Bundan esa

$$ds = \vartheta dt \qquad yoki \qquad \int_{s_0}^{s} ds = \int_0^t \vartheta \cdot dt,$$

$s = s_0 + \vartheta t \quad yoki \quad s = 100 + \vartheta t$ hosil bo'ladi.

Olingan ifodalar asosida qurilgan grafiklar II.I.18-shaklda tasvirlangan.



II.I.18-shakl

2-holat: tezlanish $w = 0{,}5\frac{m}{sek^2}$, $\vartheta_0 = 20\frac{m}{sek^2}$, $s_0 = 100\ m$ ga teng bo'lgan to'g'ri chiziqli notekis harakat.

Masalaning yechilishi

Masalaning sharti bo'yicha:

$$w = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = 0{,}5\ \frac{m}{sek^2} = const$$

Bundan $dv = w \cdot dt$, agar buni integrallasak,

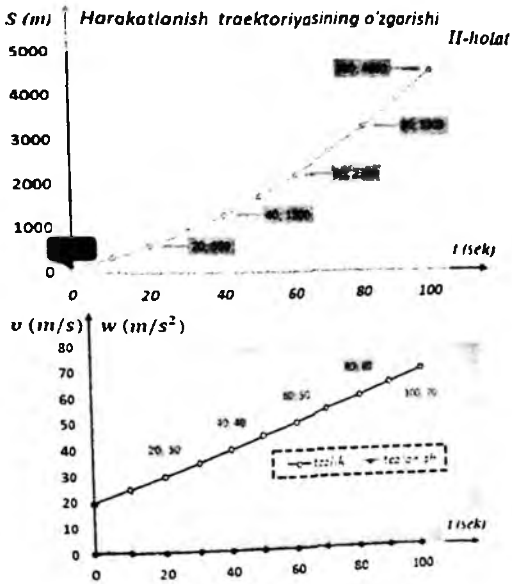
$$\int_{v_0}^{\vartheta} d\vartheta = \int_{0}^{t} w \cdot dt, \qquad \vartheta - \vartheta_0 = w \cdot t$$

kelib chiqadi. Natijada $\vartheta = \vartheta(t) = 20 + 0{,}5t$ ifoda hosil bo'ladi.

Shuningdek, $ds = vdt$ ga teng. Bu ifoda integrallanganda

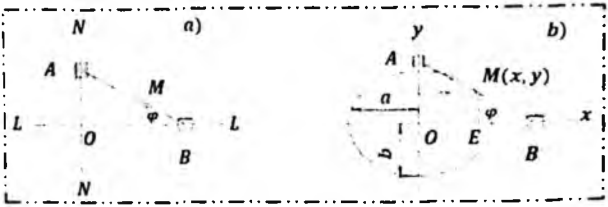
$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_{0}^{t} (20 + 0{,}5t)dt \quad yoki \quad s = s(t) = (100 + 20t + 0{,}25t^2)$$

kelib chiqadi. Natijaviy ifodalar asosida so'ralgan parametrlarning grafiklarini quramiz (II.1.19-shakl).



II.1.19-shakl

II.I.12-masala. Chizg'ich AB ning uchlariga o'rnatilgan polzunlarni o'zaro perpendikulyar bo'lgan LL^{1} va NN^{1} yo'nalishlarda harakatlantirish ko'zda tutilgan (II.I.20-shakl, a).



II.I.20-shakl

Shuningdek, burchak $\varphi = wt$, bo'lib, vaqtga proporsional ravishda o'zgaradi. Chizg'ich ustida yotuvchi M nuqtaning holati $\overline{AM} = a$ va $\overline{BM} = b$ kesmalar bilan belgilangan.

Ushbu masalada M nuqtaning:

- harakat tenglamasini tuzish va uning trayektoriyasini aniqlash;
- tezligi moduli va yo'nalishini topish;
- tezlanish moduli va yo'nalishini topish talab etiladi.

Masalaning yechilishi

I. Dastlab II.I.20-shakl, b dan foydalanib M nuqtaning koordinata-larini aniqlaymiz; natijada harakat tenglamasi quydagicha yoziladi:

$$\begin{cases} x = DM = AM \cdot cos\varphi = a \cdot coswt \\ y = EM = BM \cdot sin\varphi = b \cdot sinwt \end{cases} \qquad \text{(II.I.43)}$$

Demak, harakat koordinata usulida berilmokda.

Har galgidek, M nuqtaning trayektoriyasini aniqlash uchun (II.I.43) ifoda tarkibidagi t ni "parametr tarzida yo'qotamiz"; buning uchun esa

$$\begin{cases} \frac{x}{a} = coswt \\ \frac{y}{b} = coswt \end{cases} \qquad \text{(II.I.44)}$$

ifodaning ikkala tomonini kvadratga oshirib

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{a}\right)^2 = cos^2wt \\ \left(\frac{y}{b}\right)^2 = sin^2wt \end{cases}$$

harflab qo'shsak, ellips tenglamasi kelib chiqadi:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1 \qquad \text{(II.I.45)}$$

Demak, M nuqtaning trayektoriyasi ellipsdan iborat ekan (II.I.19-shakl, b).

II. Yuqoridagi harakat tenglmasi (II.I.43) ni differensiallab, M nuqta tezligining o'qlardagi proyeksiyalarini aniqlaymiz:

$$\begin{cases} X = \vartheta_x = \dot{x} = -w \cdot a \cdot sinwt \\ Y = \vartheta_y = \dot{y} = w \cdot b \cdot coswt \end{cases} \qquad \text{(II.I.46)}$$

U holda tezlikning moduli va yo'nalishi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2},$$

yoki

$$\vartheta = \sqrt{(-w \cdot a \cdot sinwt)^2 + (w \cdot b \cdot coswt)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-wa \cdot \frac{y}{b}\right)^2 + \left(wb \cdot \frac{x}{a}\right)^2} = w\sqrt{\left(\frac{ay}{b}\right)^2 + \left(\frac{bx}{a}\right)^2};$$

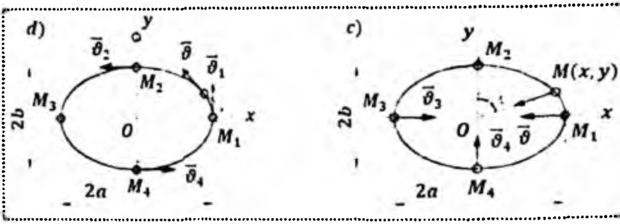
Tezlikning yo'nalishini topamiz:

$$\cos(\bar{\vartheta}, \bar{\imath}) = \frac{\vartheta_x}{\vartheta} = -\frac{-a \cdot y}{b\sqrt{\left(\frac{bx}{a}\right)^2 + \left(\frac{ay}{b}\right)^2}}$$

$$\cos(\bar{\vartheta}, \bar{\jmath}) = \frac{\vartheta_y}{\vartheta} = -\frac{bx}{b\sqrt{\left(\frac{bx}{a}\right)^2 + \left(\frac{ay}{b}\right)^2}}$$

Izoh: agar (II.I.46) ifoda tarkibidagi t ni parametr sifatda yo'qotib, yechishni soddalashtirib o'tkazsak, u holda tezlik *godografining tenglamasi ham ellips ko'rinishida bo'lishiga ishonch hosil qilamiz, ya'ni (II.I.20-shakl, d):*

$$\frac{\vartheta_x^2}{w^2a^2}+\frac{\vartheta_y^2}{w^2b^2}=1 \quad yoki \quad \frac{X^2}{w^2a^2}+\frac{Y^2}{w^2b^2}=1$$



II.I.20-shakl

III. Endi tezlanish modulini aniqlashga o'tamiz; buning uchun (II.I.46) ifodani yana bir marta differensiallaymiz:

$$\begin{cases} w_x = \ddot{x} = -w^2a\cdot coswt = -w^2x \\ w_y = \ddot{y} = -w^2b\cdot sinwt = -w^2y \end{cases}$$

(II.I.47)

To'la tezlanish esa quyidagiga teng:

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = w^2\sqrt{x^2+y^2} \qquad \text{(II.I.48)}$$

Oxirgi (II.I.48) munosabat asosida tegishlicha $M_1(a,0)$, $M_2(0,b)$, $M_3(-a,0)$, va $M_4(0,-b)$ nuqtalardagi tezlanishlarni osongina aniqlash mumkin. Xususan, ushbu nuqtalardagi tezlanishlar quyidagilarga tengdir (II.I.20-shakl, s):

$w_1 = w^2a$ (M_1 nuqtaga tegishli)

$w_2 = w^2b$ (M_2 nuqtaga tegishli)

$w_3 = w^2a$ (M_3nuqtaga tegishli)

$w_4 = w^2b$ (M_4 nuqtaga tegishli).

Endi tezlanishning yo'nalishlarini topamiz:

$$\cos(\bar{w},\bar{i}) = \frac{w_x}{w} = -\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\cos(\overline{w}, \overline{j}) = \frac{w_y}{w} = -\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

II.I.13-masala. Aytaylik, nuqtaning harakat tenglamasi

$$\begin{cases} x = R \cdot coswt \\ y = R \cdot sinwt \end{cases} \qquad \text{(II.I.49)}$$

ko'rinishda berilgan bo'lsin. U holda quyidagilarni aniqlash talab etadi:

- nuqtaning xarakatlanish trayektoriyasini qurish;
- nuqta tezligi godografi tenglamasini aniqlash va godografni qurish;
- nuqtaning tezlanishini topish.

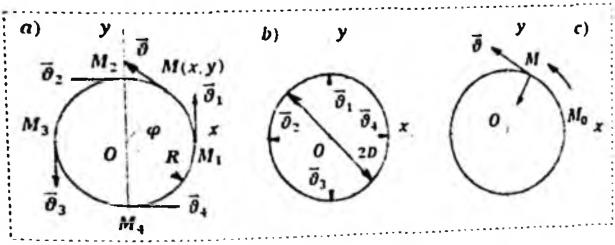
Masalaning yechilishi

I. Trayektoriyani aniqlash. Masalaning shartidan harakat koordinata usulida berilayotganligi aniq.

Ma'lumki, trayektoriya $y = f(x)$ funksiya ko'rinishda bo'lar edi. Shuning uchun (II.49) munosabatdan vaqt t ni chiqarib tanlash kifoya

$$\begin{cases} x^2 = R^2 cos^2 wt \\ y^2 = R^2 sin^2 wt \end{cases}$$

yoki hadlab ko'shsak $x^2 + y^2 = R^2$ (chunki $sin^2 wt + cos^2 wt = 1$) hosil bo'ladi, ya'ni nuqta radiusi R bo'lgan aylana bo'yicha harakatlanar ekan (II.I.21-shakl, a).



II.I.21-shakl

II. Tezlik godografini qurish.

Dastlab nuqta tezligi godografining parametrik tenglamasini, ya'ni tezlikning proyeksiyasini topamiz:

$$\begin{cases} X = v_x = \dot{x} = -wR\ sinwt \\ Y = v_y = \dot{y} = wR\ coswt \end{cases} \qquad \text{(II.I.50)}$$

Bu ifodalar tarkibidan t vaqtni chiqarish lozim, ya'ni:

$$\begin{cases} X^2 = w^2R^2\ sin^2wt \\ Y^2 = w^2R^2\ cos^2wt \end{cases}$$

Hadlab qo'shsak,

$$X^2 + Y^2 = w^2R^2 \qquad \text{(II.I.51)}$$

ko'rinishdagi markazi koordinata boshida joylashgan va go'yoki "radial" wR ga teng bo'lgan aylana tenglamasi hosil bo'ladi (II.I.21-shakl, b). Odatda, (II.I.51) tenglama tezlik godografi tenglamasi deb yuritiladi.

Endi tezlik modulini hisoblash mumkin:

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} = \sqrt{(-wR\ sinwt)^2 + (wR\ coswt)^2} = wR = const.$$

Bundan hulosa shuki, harakat davomida tezlik moduli o'zgarmas ekan. Boshqacha aytganda, nuqta tekis harakatlanadi.

III. Tezlanishlarni aniqlash.

Avval tezlanishlarning proyeksiyalarini hisoblaymiz:

$$\begin{cases} w_x = \ddot{x} = -w^2R\ coswt \\ w_y = \ddot{y} = -w^2R\ sinwt \end{cases} \qquad \text{(II.I.52)}$$

Natijada tezlanish moduli quyidagiga teng bo'ladi:

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = \sqrt{(-w^2R\ coswt)^2 + (-w^2R\ sinwt)^2} = w^2R$$
$$= const.$$

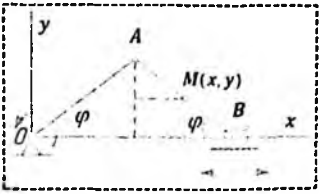
Demak, qaralayotgan holda tezlanish ham o'zgarmas miqdor ekan.

Ma'lumki, to'la tezlanish narmal va urinma tezlanishlarga ajralar edi.

$$\overline{w} = \overline{w}_n + \overline{w}_\tau$$

Tekshirilayotgan holatda $\overline{w}_\tau = \left| \frac{d\vartheta}{dt} \right| = 0$ ga teng bo'lgani uchun to'la tezlanish normal tezlanishdan iborat bo'ladi (II.I.22-shakl, b).

II.I.14-masala. Krivoship (*aylangich*) OA qo'zg'almas o'q atrofida $\varphi = wt$ (bu yerda t sekund, φ esa radianda o'lchanadi) qonuniyat bo'yicha harakatlanmoqda (II.I.22-shakl).



II.I.22-shakl

Krivoship va shatun (*chayqalgich*)larning uzunliklari

$$OA = AB = 1{,}2\,m$$

ga teng.

Ushbu masalada:

➢ shatunning o'rtasida joylashgan $M(x, y)$ nuqtaning xarakat tenglamasi va trayektoriyasini;

➢ polzun (*sudralgich*) B ning harakat tenglamasini topish talab etiladi.

Masalaning yechilishi

1. Chizmadan ko'rinib turibdiki, M nuqtaning holati φ ga bog'liq, ya'ni:

$$x_M = AO \cdot cos\varphi + AM \cdot cos\varphi = 1{,}4 \cdot cos\varphi$$
$$y_M = MB \cdot sin\varphi = 0{,}6 \cdot sin\varphi$$

Demak, M nuqtaning harakat tenglamasi

$$\begin{cases} x_M = 1{,}8 \cdot cos15 \cdot t \\ y_M = 0{,}6 \cdot sin15 \cdot t \end{cases} \qquad \text{(II.I.53)}$$

ko'rinishda ekan.

Har galgidek, nuqtaning trayektoriyasini topishga o'tamiz. Agar t parametr sifatida (II.I.53) ifoda tarkibidan olib tashlansa, M nuqtaning trayektoriyasi tenglamasi kelib chiqadi:

$$\begin{cases} \dfrac{x_M^2}{(1{,}4)^2} = cos^2 15t \\ \dfrac{y_M^2}{(0{,}6)^2} = sin^2 15t \end{cases}$$

Hadlab qo'shsak, yarim o'qlari tegishlicha $1{,}4\,m$ va $0{,}6\,m$ bo'lgan ellipsning tenglamasi hosil bo'ladi.

Yoki, M nuqta ellips bo'ylab harakatlanar ekan.

2. Krivoship-shatunli mexanizmning ishlash jarayonidan ko'rinib turibdiki, polzun B faqat yo'naltiruvchi bo'ylat x o'qi bo'yicha *ilgarilanma-qaytma* harakatlanadi. Ushbu munosabat bilan $y_B = 0$ ga teng bo'ladi. U holda polzunni B nuqta sifatida tasavvur etib, quyidagi munosabatni osongina yozish mumkin:

$$x_B = OA \cdot cos\varphi + AB \cdot cos\varphi = 2{,}4 \cdot cos15t$$

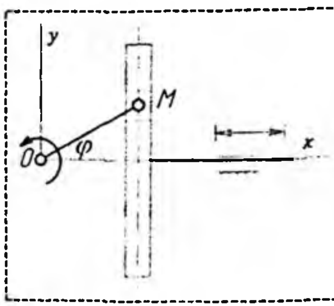
Oxirgi ifoda polzun B ning harakat tenglamasi hisoblanadi.

II.I.15-masala. Volf kulisasining krivoshipi $OM = 0{,}5\,m$ qo'zg'almas O o'q atrofida

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \cdot t$$

(radian) qonuniyat bo'yicha tekis aylanmoqda.

Kulisaning harakat tenglamasini aniqlash talab etiladi.



II.I.23-shakl

Masalaning yechilishi

Mazkur mexanizmning ishlash jarayonidan ma'lumki, kulisa x o'qi bo'ylab *ilgarilanma-qaytma* harakat qiladi. Shu sababli "tosh"ni moddiy nuqta sifatida qarasak, kulisaning harakat tenglamasi osongina aniqlanadi:

$$x = x_M = OM \cdot cos\varphi = 0{,}5 \cdot cos\frac{\pi}{4} \cdot t, \ \ m$$

II.I.16-masala. Tish g'ildiragi o'zaro parallel bo'lgan ikkita tish reykasi oralig'ida siqib qo'yilgan (II.I.24-shakl, a).

Chizmada tavirlanganidek, pastki rayka qo'zg'almas, yuqoridagisi esa $v = 5\,m/sek$ tezlik bilan harakatlanmoqda.

B nuqtaning tezligini aniqlash talab etiladi. Buning uchun $k = 0{,}9\ m$ ekanligi inobatga olinsin.

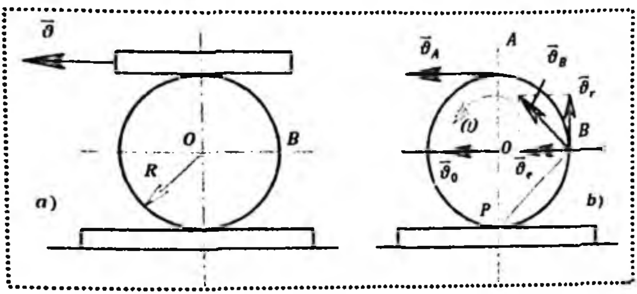
Masalaning yechilishi

G'ildirak tekis parallel harakat qilishi, shubhasiz. Shuning uchun, tekis parallel harakatni 2 ta: O o'q atrofidagi *aylanma* va shu o'q bilan birgalikdagi *ilgarilanma* harakatlardan iborat, deb qarash lozim.

Natijada B nuqtaning tezligini ilgarilanma (*ko'chirma*) va aylanma (*nisbiy*) harakatlardagi tezliklarning geometrik yig'indisi shaklida qarash mumkin, ya'ni

$$\bar{\vartheta}_B = \bar{\vartheta}_e + \bar{\vartheta}_r$$

Bu yerda $\vartheta_e = \vartheta_0$, $\vartheta_r = \omega_r \cdot OB$,



II.I.24-shakl

Ma'lumki, nisbiy aylanma harakatda burchak tezlik qutb nuqtasini tanlanishiga bog'liq emas. Shu tufayli P nuqtani qutb nuqtasi deb tanlaymiz.

A nuqta tegishliligi bo'yicha g'ildirak gardishi va reyka uchun bir xil bo'lganligi sababli burchak tezlik quyidagicha aniqlanadi:

$$\omega = \frac{\vartheta_A}{AP} = \frac{5}{2 \cdot 0{,}9} = 2{,}78\ rad/sek$$

Demak, O nuqtaning tezligi

$$\vartheta_0 = \omega_r \cdot OP = \omega_r \cdot R = 2{,}78 \cdot 0{,}9 = 2{,}5 \ m/sek$$

va B nuqta tezligining moduli esa

$$\vartheta_B = \sqrt{\vartheta_e^2 + \vartheta_r^2} = \sqrt{(2{,}5)^2 + (w_r \cdot R)^2} = 3{,}525 \, m/sek$$

ga teng ekan.

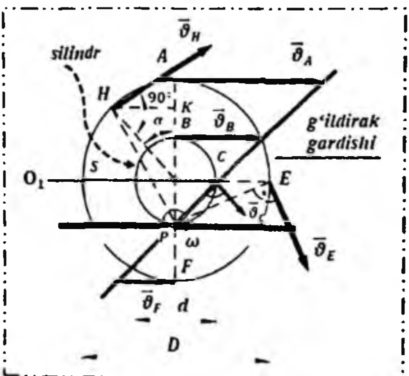
II.I.17-masala. Diametri $d = 1{,}2 \, m$ bo'lgan silindrning bir uchiga diametri $D = 2 \, m$ li g'ildirak o'rnatilgan.

Silindir gorizontal tekilikda sirpanmasdan dumalamoqda (II.I.25-shakl).

Shuningdek, silindrning markaziy nuqtasi dastlabki $\mathbf{O_1}$ holatdan O holatga

$$s = 0{,}8 \cdot t^3$$

qonuniyat bo'yicha to'g'ri chiziqli harakat qilmoqda (bu yerda t sekund va s esa metrda o'lchanadi).



II.I.25-shakl

Dumalanish jarayoni boshlangandan so'ng $t = 3$ sek vaqt o'tgach, quyidagi parametrlarni aniqlash talab etiladi:

1) silindr sirtidagi B va C nuqtalarning tezliklari;

2) g'ildirak gardishidagi A, E, F, H ($\alpha = 45^0$) nuqtalarning tezliklari.

Masalaning yechilishi

Masalaning shartiga ko'ra $s = 0{,}8 \cdot t^3$ bo'lganligi uchun markaziy O nuqtaning tezligi quydagicha aniqlanadi:

$$\vartheta_0 = \frac{ds}{dt} = 2{,}4t^2$$

Yoki, $t = 3$ sekund bo'lganda $\vartheta_0 = 21{,}6\ m/sek$.

Silindr tekis parallel harakat qilmoqda. P nuqtani qutb nuqtasi – *oniy aylanish markazi* sifatida qabul qilamiz. Natijada

$$\vartheta_0 = \omega \cdot \frac{d}{2}$$

Yoki,

$$\omega = \frac{2 \cdot \vartheta_0}{d} = \frac{2 \cdot 21{,}6}{1{,}2} = 36\ rad/sek.$$

Endi oniy aylanish markazidan tezligi aniqlanishi talab etilayotgan nuqtalargacha bo'lgan masofalarni navbatma-navbat aniqlaymiz:

$$PB = d = 1{,}2\ m, \qquad PC = \frac{\sqrt{2}}{2}d = 0{,}707 \cdot d = 0{,}8484\ m,$$

$$PF = \frac{D-d}{2} = \frac{2-1{,}2}{2} = 0{,}4\ m, \quad PE = \frac{\sqrt{D^2+d^2}}{2} = \frac{\sqrt{2^2+1{,}2^2}}{2} = 1{,}64\ m,$$

$$PA = \frac{D+d}{2} = \frac{2+1{,}2}{2} = 1{,}6\ m.$$

H nuqtaning tezligini aniqlashda zarur bo'ladigan PH masofani topish uchun ΔHKO va ΔPKH lardan foydalanamiz.

$$HK = \frac{d}{2} \cdot sin\alpha, \qquad KO = \frac{d}{2} \cdot cos\alpha,$$

$$HK = KO + OP = 0{,}5(D \cdot cos\alpha + d), \qquad PH = \sqrt{(HK)^2 + (KP)^2}$$

$$PH = \frac{\sqrt{(Dsin\alpha)^2 + (Dcos\alpha + d)^2}}{2}$$
$$= \frac{\sqrt{(2 \cdot 0{,}707)^2 + (2 \cdot 0{,}707 + 1{,}2)^2}}{2} = 2{,}1\ m$$

Dastlab silindr sirtidagi nuqtalarning tezliklarini hisoblaymiz:

$$\vartheta_B = \omega \cdot PB = 36 \cdot 1{,}2 = 43{,}2\ m/sek$$
$$\vartheta_C = \omega \cdot PC = 36 \cdot 0{,}8484 = 30{,}54\ m/sek$$

Keyin esa gardishdagi nuqtalarning tezliklarini aniqlay:

$$\vartheta_F = \omega \cdot PF = 36 \cdot 0{,}4 = 14{,}4\ m/sek$$
$$\vartheta_E = \omega \cdot PE = 36 \cdot 1{,}64 = 59{,}04\ m/sek$$
$$\vartheta_A = \omega \cdot PA = 36 \cdot 1{,}6 = 57{,}6\ m/sek$$
$$\vartheta_H = \omega \cdot PH = 36 \cdot 2{,}1 = 75{,}6\ m/sek.$$

UCHINCHI BO'LIM DINAMIKA

I. MODUL. NUQTA VA QATTIQ JISMLAR DINAMIKASI ASOSLARI

Ta'limning asosiy maqsadi: dastlabki bosqichda mexanik nuktai nazardan olganda ta'lim oluvchilarga masalan, dinamikada mexanik harakatning massa va kuchga bog'liqligi, inertlik, klassik mexanika va nisbiylik nazariyasida massa tushunchasi, inersiya kuchi, ish, quvvat va energiya (potensial va kinetik) singari asosiy tushunchalar, dinamikaning asosiy qonunlari, keyingi bosqichda esa dinamikaning ikki masalasi, kinetostatika usulining mazmun-mohiyati, o'zgarmas kuchning to'g'ri chiziqli harakatda va aylanma harakatda bajargan ishi va quvvati, dinamikaning ba'zi umumiy teoremalari, aylanma harakat uchun dinamikaning asosiy tenglamasi to'g'risida nazariy va amaliy uyg'unlikda ta'lim berishga yo'naltirilgan.

Bilim, amaliy ko'nikma va malakalarga talablar: moddiy nuqta va mutlaq qattiq jismlar uchun dinamikaning asosiy qonunlarini o'zaro farqlash va ularni amalda qo'llash, shuningdek, dinamikaning ikki masalasiga oid muammolarni hal etish, kinetostatika usulini hamda o'quv dasturi (sillabus)da belgilangan dinamikaning umumiy teoremalarini amaliyotga tatbiq etish singari o'quv-bilish materiallarini dasturiy-majmuiy o'zlashtirish uchun ta'lim oluvchilardan muayyan nazariy va amaliy bilimlar talab etiladi.

Muammoning qo'yilishi va dinamikaning asosiy qonunlari talablaridan kelib chiqqan holda "Dinamikaning birinchi va ikkinchi masalalari"ga oid muammolarni hal etish, kinetostatika usuli yordamida inersiya kuchini aniqlash, moddiy nuqtaning to'g'ri chiziqli va aylanma harakatlarida o'zgarmas kuchning bajargan ishi, quvvat, kinetik va potensial energiyalarni hisoblash kabi o'quv-bilish materiallarini dasturiy-majmuiy o'zlashtirish uchun talabalardan muayyan amaliy ko'nikma va malakalar talab etiladi.

Kompetensiyaga talablar: dinamikaning birinchi va ikkinchi masalalariga mos holda muammoning qo'yilishi hamda dinamikaning asosiy qonunlari talablariga ko'ra aniqlanishi talab etilayotgan dinamik paramertlarni (masalan, massa, ta'sir kuchi, moddiy nuqtaning to'g'ri chiziqli va aylanma harakatlarda o'zgarmas kuchning bajargan ishi, quvvati, kinetik va potensial energiya kabilar) sonli hisoblash hamda bu borada egallangan ko'nikma-malakalarni amaliy loyihalash-hisoblash jarayonlarida qo'llash, amaldagi kredit modul tizimi talablariga muvofiq, "Pedagog-talaba" muloqoti uzviyligini ta'minlagan holda mustaqil ta'lim doirasida hisob-chizma va kurs ishlarini bajarish jarayonlarida sifat-samaradorlikka erishish maqsadida yangi pedagogik ta'lim texnologiyalaridan, ayniqsa Mathcad o'quv-hisoblash dasturidan, Internet tarmog'idan olingan materiallaridan ta'lim jarayonida o'rinli foydalanish, salohiyatga ko'ra ixtirochilik-konstruktorlik va ilmiy-tadqiqot yo'nalishlarida faol qatnashishga yo'naltiruvchi ta'lim kompetensiya hisoblanadi.

Odatda, yuqoridagi talablar asosida ta'lim oluvchilar tomonidan mazkur fanga doir o'quv-bilish materiallarini dasturiy-majmuiy o'zlashtirish ta'minlansa hamda ta'limda kafolatli natijalarga erishilsa, tabiiyki talabalar egallagan bilim va amaliy ko'nikma-malakalar negizida ta'limiy kompetensiya shakllana boradi, pirovardida esa yuksak kompetentli mutaxassis-kadrlar yetishib chiqishiga zamin yaratiladi.

Fanlararo bog'liqlik: Ta'lim oluvchi mazkur modulni o'zlashtirishni boshlashdan oldin III.I.1-jadvaldagi ma'lumotlarni takrorlashi va eslab, mutolaa qilishi maqsadga muvofiqligi ko'zda tutilgan

III.I.1-jadval

№	Fanning nomi	Takrorlash va eslash lozim bo'lgan asosiy ma'lumotlar
1	Qattiq jismlar fizikasi	Jismga ta'sir ko'rsatuvchi tashqi kuchlarni tasniflash va modellashtirish. Bajarilgan ish, quvvat energiya tushunchalari bo'yicha tegishli o'quv-bilish materiallarini dinamika talablari doirasida o'zlashtirish
2	Matematika, analitik geometriya, AKT	Vektorlar ustida amallar. Funksiyaning hosilasi, aniq va noaniq integrallar. Funksiya va uning grafiklari. Kompyuterli dastur (masalan, Mathcad o'quv-hisoblash dasturi)lar yordamida

		grafiklar qurish mexanizmi. Tenglamalar tizimi. Kramer qoidasi. O'zgarmas koeffitsiyentli differensial tenglamalarni yechish.
3	Muhandislik va kompyuter grafikasi	Proyeksion tekisliklar va detallar aksonometriyasi. Detallarning eskiz tasviri. Muhandislik obyektlarini loyihalash va konstruksiyalash jarayonlari to'g'risida qisqacha ma'lumotlar. Muhandislik amaliyotida zamonaviy CAD/CAYE/CAM ta'lim texnologiyalarining o'rni.
4	Nazariy mexanika: statika va kinematika bo'limlari	Statikaning asosiy tushunchalari va aksiomalari mazmun-mohiyatini o'zaro farqlay olish, muvozanat tenglamalarini tuzish, bog'lanishdagi reaksiyalar (to'sinlarda tayanch reaksiyalari)ni analitik, geometrik va grafik usullarda qiyosiy aniqlash. Kinematikada moddiy nuqta yoki qattiq jismlarning harakatlanish qonuniyatlariga mos holda talab etilayotgan kinematik paramertlarni analitik va geometrik usullar yordamida qiyosiy aniqlash

Ta'lim mazmuni: ta'kidlash o'rinliki, talabaning mutolaa darajasi "Kirish nazorati" tarzida pedagog tomonidan aniqlangach, mazkur modulda ko'zda tutilgan ta'lim muzmuni tegishli paragraflarda izchil bayon etiladi.

I. NAZARIYA

III.I.1-§. Asosiy tushunchalar

Dinamikada moddiy nuqta va qattiq jismlarning mexanik harakati ularning massasiga, harakatni vujudga keltiruvchi kuchlarga bog'liq ravishda o'rganiladi.

Dinamika[13] yunoncha "dynamics" so'zidan olingan bo'lib, kuch degan ma'noni anglatadi.

[13] Dinamikada asosan kuch, massa va tezlanishlar orasida munosabatlar o'rnatilib, nuqta yoki jismlarning harakat qonunlari aniqlanadi. *Ta'kidlash o'rinliki, statikada kuch fizik kattalik sifatida jismlarning o'zaro ta'sirini ham miqdor, ham yo'nalish jihatidan ifodalashi bayon etilgan edi.*

Ma'lumki, jismning harakati ta'sir etuvchi kuchning miqdori va yo'nalishiga, jismning massasi, geometrik shakli va o'lchamlari, egallagan vaziyati kabilarga bog'liqdir.

Massa jismda mavjud bo'lgan materiya miqdori bo'lib, uning inertligini miqdor jihatidan tavsiflovchi fizik kattalikdir.

Jismning inertligi deganda qo'yilgan kuchlar ta'sirida jismning o'z tezligini o'zgartirish (oshirish yoki kamaytirish) xususiyati tushuniladi. Masalan, bir xil kuchlar ta'sirida bir xil sharoitdagi ikki jismdan birinchisining tezligi ikkinchisiga nisbatan sekin o'zgarsa, birinchi jism ko'proq inertlikka ega, deb hisoblanadi.

Klassik mexanikada jismning massasi o'zgarmas, skalyar va musbat kattalik deb qaraladi.

Jismni tashkil etgan moddalarning miqdori bilan tavsiflanuvchi va inertligini ifodalovchi kattalik inersion massa deyiladi.

Jismning fizik xususiyatlariga bog'liq bo'lgan va

$$m = G/q = const \qquad \text{(III.I.1)}$$

formula yordamida aniqlanadigan massa *gravitatsion massa* deyiladi.

Jismlarning tezligi ϑ yorug'lik tezligi c dan ancha kichik, ya'ni $\vartheta \ll s$ bo'lgan odatdagi sharoitda gravitatsion va inersion massalar o'zaro teng bo'ladi.

Nisbiylik nazariyasida jismning massasi m uning tezligi ϑ ga bog'liq ekanligi isbotlangan:

$$m = m_0/\sqrt{1 - \vartheta^2/c^2} \qquad \text{(III.I.2)}$$

Bu yerda m_0- jismning tinch holatdagi massasi.

Xalqaro birliklar tizimi - "SI"da massa kilogramm (Kg) bilan o'lchanadi.

III.I.2-§. Dinamikaning asosiy qonunlari

Ko'p yillik tajriba va kuzatishlar asosida dinamikaning qonunlari XVII asrda Galileo Galiley va Isaak Nyutonlar tomonidan kashf etilgan hamda 1687 yilda Nyutonning "Natural falsafaning matematik asoslari" asarida bayon etilgan.

Birinchi qonun

(inersiya qonuni)

Ta'rif: **tashqi kuchlardan holi bo'lgan moddiy nuqta biror kuch ta'sir yetmaguncha o'zining tinch holatini yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatini saqlaydi.**

Ta'rifga ko'ra $\vec{F} = 0$ ga teng; shu sababli $\vec{w} = 0$, $\vec{\vartheta} = const$ bo'ladi.

Bu yerda $\vec{F}$ - moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi kuch vektori;

$\vec{\vartheta}$ - moddiy nuqtaning tezlik vektori;

$\vec{w}$ - moddiy nuqtaning tezlanish vektori.

Bu qonun o'rinli bo'lgan moddiy nuqtaning harakati inersion harakat, qonunning o'zi esa inersiya qonuni deyiladi.

Tanlangan sanoq tizimi uchun inersiya qonuni o'rinli bo'lsa, bunday koordinatalar tizimi inersion tizim deyiladi.

Muhandislik amaliyotida o'rganiladigan masala va muammolar uchun inersion tizim sifatida Yer bilan bog'langan koordinatalar tizimi olinadi. Bunda Yerning sutkalik aylanishi va Quyosh atrofidagi egri chiziqli orbita bo'ylab harakati e'tiborga olinmaydi.

Ikkinchi qonun

(tezlanish va kuchning mutanosiblik qonuni)

Ta'rif: **moddiy nuqtaning kuch ta'sirida olgan tezlanishi bilan massasining ko'paytmasi miqdor jihatidan shu kuchga teng bo'lib, tezlanishi kuch bilan bir xil yo'nalishda bo'ladi.**

Ta'rifga ko'ra:

$$m \cdot \vec{w} = \vec{F} \qquad \text{(III.I.3)}$$

Bu yerda $m = const$ bo'lib, moddiy nuqtaning massasi.

(III.I.3) tenglama dinamikaning asosiy tenglamasi bo'lib, tezlanish va kuchning mutanosiblik qonunini ifodalaydi.

Moddiy nuqtaning tezlanish vektori

$$\vec{w} = \frac{d\vec{\vartheta}}{dt}$$

yekanligi kinematikadan ma'lum. Buni e'tiborga holib, dinamikaning asosiy tenglamasini

$$m \cdot \frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = \vec{F} \qquad \text{(III.I.3)}$$

ko'rinishda yozamiz.

Moddiy nuqta inersion holatda bo'lishi uchun $\vec{F} = 0$ bo'lishi kerak; bu shart $\vec{\vartheta} = const$ bo'lganda bajariladi.

Kuch bilan tezlanish bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgani sababli ularning modullari orasida quyidagi tenglik o'rinlidir:

$$m \cdot w = F \qquad \text{(III.I.5)}$$

Bu formula jismning oirlik kuchi G ni aniqlashga imkon beradi:

$$G = m \cdot g \qquad \text{(III.I.6)}$$

Bu yerda $g = 9{,}81\, m/sek^2$ - erkin tushish tezlanishi.

Uchinchi qonun

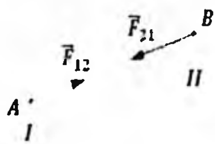
(ta'sir va aks ta'sirning tengligi qonuni)

Ta'rif: **ikkita moddiy nuqta miqdorlari teng va shu nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan kuchlar bilan bir-biriga ta'sir etadi.**

Ta'sir kuchini $\vec{F}_{12}$, aks ta'sir kuchini esa $\vec{F}_{21}$ deb belgilasak (III.1-shakl), ta'rifga binoan:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad \text{(III.I.7)}$$

Bu yerda "minus" ishora kuchlarning o'zaro qarama-qarshi tomonlarga yo'nalganligini bildiradi.



Aks ta'sir etuvchi $\vec{F}_{21}$ kuchning paydo bo'lishiga ikkinchi jismning inertligi sabab bo'ladi.

Buning ma'nosi shuki, ikkinchi jism doimo o'zining dastlabki kinematik holati

III.I.1-shakl (inersiyasi)ni saqlashga intiladi.

Ta'sir va aks ta'sir kuchlarini qo'shib bo'lmaydi; boshqacha aytganda, ular bir-birini muvozanatlamaydi, chunki bu kuchlar "*boshqa-boshqa jismlar*" ga qo'yilgan.

Dinamikaning ikkinchi qonuniga ko'ra:

$$F_{12} = m_1 \cdot w_1$$

$$F_{21} = m_2 \cdot w_2$$

Bularni e'tiborga olsak, quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{m_2}{m_1} \qquad \text{(III.I.8)}$$

Demak, *ikki moddiy nuqtaning bir-biriga beradigan tezlanishlari ularning massalariga teskari proporsional bog'lanishda ekan.*

To'rtinchi qonun

(kuchlar ta'sirining bir-birlariga xalal bermaslik qonuni)

Ta'rif: **moddiy nuqtaga bir vaqtda bir qancha kuchlar ta'sir etganda nuqta oladigan tezlanish mazkur nuqtaga bu kuchlarning har biri alohida-alohida ta'sir etganda oladigan tezlanishlarining geometrik yig'indisiga teng.**

Faraz qilaylik, m massali moddiy nuqtaga bir vaqtda $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots\dots, \vec{F}_n$ kuchlar ta'sir ko'rsatsin va unga $\vec{w}$ tezlanish bersin.

Bu moddiy nuqtaga berilgan kuchlarning har biri alohida-alohida ta'sir etganda beradigan tezlanishlarini mos ravishda $\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3, \dots\dots, \vec{w}_n$ bilan belgilaylik.

Ta'rifga ko'ra:

$$\vec{w} = \vec{w}_1 + \vec{w}_2 + \vec{w}_3 + \dots\dots + \vec{w}_n \qquad \text{(III.I.9)}$$

Oxirgi ifodaning ikkala tomonini m ga ko'paytiramiz:

$$m \cdot \vec{w} = m \cdot \vec{w}_1 + m \cdot \vec{w}_2 + m \cdot \vec{w}_3 + \dots\dots + m \cdot \vec{w}_n \qquad \text{(III.I.10)}$$

Dinamikaning ikkinchi qonuniga binoan:

$$m \cdot \vec{w}_1 = \vec{F}_1, \quad m \cdot \vec{w}_2 = \vec{F}_2, \quad m \cdot \vec{w}_3 = \vec{F}_3, \dots\dots, m \cdot \vec{w}_n = \vec{F}_n$$

Bundan

$$m \cdot \vec{w} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots\ldots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

yoki $m \cdot \vec{w} = \vec{F}$ (III.I.11)

munosabatlar kelib chiadi.

Bunda teng ta'sir etuvchi kuch:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \qquad (a)$$

Demak, *moddiy nuqtaga bir vaqtda bir necha kuch ta'sir etganda ham dinamikaning asosiy tenglamasi o'z kuchida qolar ekan.*

(III.11)ni xoy inersial koordinata tizimi o'qlariga proyeksiyalaymiz:

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = F_x, \qquad m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = F_y$$

yoki

$$m\ddot{x} = F_x, \qquad m\ddot{y} = F_y \qquad \text{(III.I.11)a}$$

Bu yerda, x, y -harakatdagi nuqtaning kordinatalari;

$\ddot{x}, \ddot{y}$ -nuqta tezlanishining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari;

F_x, F_y -teng ta'sir etuvchi kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari.

Agar F kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini tegishlicha

$$F_x = \sum_{i=1}^{n} X_i, \qquad F_y = \sum_{i=1}^{n} Y_i \qquad (b)$$

deb belgilasak, u holda

$$m \cdot \ddot{x} = \sum_{i=1}^{n} X_i, \qquad m \cdot \ddot{y} = \sum_{i=1}^{n} Y_i \qquad \text{(III.I.11) b}$$

kelib chiqadi.

(III.I.11)a va (III.I.11)b tenglamalar erkin moddiy nuqta harakatining Dekart koordinata o'qlaridagi differensial tenglamalarini ifodalaydi.

Odatda, dinamikaning masalalari ikki guruhga bo'lib o'rganiladi:

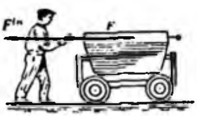
➢ ***dinamikaning birinchi masalasida moddiy nuqta yoki jismlarning harakatiga ko'ra, ularga ta'sir etuvchi kuchlar aniqlanadi;***

➢ ***dinamikaning ikkinchi (birinchiga teskari) masalasida moddiy nuqta yoki jismlarga ta'sir etuvchi kuchlarga ko'ra, ularning harakati aniqlanadi.***

Dinamika masalalarini yechishda statikaning (masalan, kuchlarning muvozanati, kuchlarni qo'shish, ularni sodda holga keltirish va shu kabilar) hamda kinematikaning qoida va uslublaridan keng foydalaniladi.

III.I.3-§. Inersiya kuchi tushunchasi. Kinetostatika usuli

Aytaylik, ishchi aravachaga $\bar{\omega}$ tezlanish berib, uni rels ustida $\bar{F} = m \cdot \bar{w}$ kuch bilan itarib bormoqda (III.I.2-shakl).



III.I.2-shakl

III.I.3-shakl

Dinamikaning uchinchi qonuniga muvofiq, ishchi aravacha tomondan miqdori $\bar{F}$ kuchga teng, lekin unga qarama-qarshi yo'nalgan

$$F^{in} = -F = -m \cdot \bar{w} \qquad \text{(III.I.12)}$$

aks ta'sir (reaksiya)ga duch keladi. Bu aks ta'sir yoki aravachaning ishchiga ko'rsatgan reaksiyasi inersiya kuchi deb atalib, ishchining qo'liga ta'sir ko'rsatadi.

Bu misolni ta'lili barobarida harakat yo'nalishiga teskari yo'nalgan inersiya kuchi mavjudligiga ishonch hosil qildik.

Endi fransuz olimi D'alamber taklif etgan kinetostatika usulini ko'rib chiqamiz.

Faraz qilaylik, M moddiy nuqtaga $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3, \bar{F}_4, \ldots, \bar{F}_n$ kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsin (III.3-shakl).

Bu kuchlar faol va reaksiya kuchlaridan iborat bo'lishi, tabiiy; ularning teng ta'sir etuvchisi $F = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_4 + \ldots + \bar{F}_n$ ga teng.

Dinamikaning to'rtinchi qonuniga asosan, bu kuchlar ta'siridan moddiy nuqta $\vec{w}$ tezlanish oladi:

$$m \cdot \vec{w} = \vec{R}$$

Oxirgi ifodani quyidagicha yozib olamiz:

$$-m \cdot \vec{w} + \vec{R} = 0$$

Inersiya kuchining ta'rifiga ko'ra

$$-m \cdot \vec{w} = \vec{F}^{in} \qquad \text{(III.I.12)a}$$

bo'ladi. U holda

$$\vec{F}^{in} + \vec{R} = 0 \qquad \text{(III.I.13)}$$

yoki

$$\vec{F}^{in} + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_4 + \ldots + \bar{F}_n = 0 \qquad \text{(III.I.13)a}$$

Oxirgi formulaga tayanib, D'alamber tamoyilining mohiyatini ta'riflaymiz: ***moddiy nuqta harakatining istalgan paytida unga qo'yilgan faol kuchlar, reaksiya kuchlari va inersiya kuchi o'zaro muvozanatda bo'ladi.***

Odatda, bu usul ***kinetostatika usuli*** deyiladi.

Endi egri chiziqli trayektoriya bilan harakatlanayotgan M moddiy nuqtaga ta'sir ko'rsatuvchi inersiya kuchlarini aniqlaymiz (III.I.4-shakl).

Shunday qilib, bu tamoyil dinamika masalalarini rasmiy ravishda statika masalalariga keltirishga imkon beradi.

Avvalo, moddiy nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}$ kuchni urinma $\overline{F_t} = m \cdot \overline{w_t}$ va normal $\overline{F_n} = m \cdot \overline{w_n}$ tashkil etuvchilarga ajratamiz.

III.I.4-shakl

Xuddi shunday $\vec{w}$ tezlanish ham urinma $(\overline{w_t})$ va normal $(\overline{w_n})$ tezlanishlarga ajratiladi.

Demak,

$$\vec{F} = \overline{F_t} + \overline{F_n}$$
$$\vec{w} = \overline{w_t} + \overline{w_n}$$

Inersiya kuchi harakat yo'nalishiga teskari bo'ladi:

$$\vec{F}_t^{in} = -m \cdot w_t^{in}$$

$$\vec{F}_n^{in} = -m \cdot w_n^{in}$$

yoki

$$\overrightarrow{F^{in}} = \vec{F}_t^{in} + \vec{F}_n^{in} \qquad \text{(III.I.14)}$$

Inersiya kuchining moduli quyidagiga teng:

$$\vec{F}_n^{in} = \sqrt{(\vec{F}_t^{in})^2 + (\vec{F}_n^{in})^2} = \frac{G}{q}\sqrt{w_t^2 + w_n^2} \qquad (III.I.15)$$

Bu yerda $m = G/q = const$ -moddiy nuqtaning massasi.

III.I.4-§. O'zgarmas kuchning to'g'ri chiziqli yo'lda bajargan ishi

Ixtiyoriy kuch ta'siridan jism joyidan qo'zg'alsa yoki ko'chsa, bu kuch qandaydir ish bajardi, degan iboraga kundalik hayotimizda ko'p duch kelamiz.

Kuch moduli va shu kuch ta'sirida moddiy nuqtaning bosib o'tgan yo'li qanchalik katta bo'lsa, bajarilgan ish ham shunchalik katta bo'lishi, tabiiy.

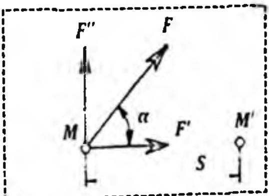
Aytaylik, miqdori va yo'nalishi o'zgarmas F kuch M moddiy nuqtaga α burchak ostida ta'sir etganda, u to'g'ri chiziq bo'ylab M' holatga ko'chib, $MM' = S$ yo'lni bosib o'tsin (III.I.5-shakl).

$\vec{F}$ kuchni quyidagi ikkita tashkil etuvchiga ajratamiz:

$$F' = F \cdot cos\alpha \qquad \text{(III.I.16)}$$

$$F'' = F \cdot sin\alpha \qquad \text{(III.I.17)}$$

Moddiy nuqtaning harakat yo'nalishiga perpendikulyar yo'nalgan F'' kuch hech vaqt ish bajarmaydi.



III.I.5-shakl

Faqat ikkinchi tashkil etuvchi F' ish bajaradi, xolos; bu ish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$A = F' \cdot S$$

yoki

$$A = F' \cdot S \cdot cos\alpha \qquad \text{(III.I.18)}$$

Bu yerda -kuch va ko'chish yo'nalishlari orasidagi burchak.

Ta'rif: **miqdori va yo'nalishi o'zgarmas kuch qo'yilgan moddiy nuqta to'g'ri chiziqli harakat qilganda bajarilgan A ish F kuchning moduli, s yo'l (yoki ko'chish)ning uzunligi va kuch bilan moddiy nuqtaning harakat yo'nalishi orasidagi burchak kosinusi ko'paytmasiga tengdir.**

Xalqaro birliklar tizim (SI) da ish Joul (J) bilan o'lchanadi.

Bir Joul deb, bir Npyuton kuchning bir metr masofada bajargan ishiga aytiladi:

$$1J = 1N \cdot 1m$$

III.I.5-§. Quvvat. Foydali ish koeffitsiyenti

Amalda biror kuchning ta'sir etish samaradorligini baholashda faqat u bajargan ishni emas, balki shu ishni bajarishga sarflangan vaqtni ham bilish muhim a'amiyatga ega; shu maqsadda dinamikada quvvat tushunchasi kiritilgan.

Ta'rif: **birlik vaqt davomida bajarilgan ish quvvat deyiladi.**

Quvvatning o'rtacha qiymati quyidagicha aniqlanadi:

$$N_{o'rt} = \frac{\Delta w_e}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta S cos\alpha}{\Delta t} \qquad \text{(III. I. 19)}$$

Quvvaqtning haqiqiy qiymatini aniqlash uchun limitga o'tamiz:

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta w_e}{\Delta t} \qquad \text{(III. I. 19) a}$$

Agar kuchning bajargan ishi $W = W(t)$ funksiya ko'rinishida ifodalansa, u holda quvvat bajarilgan ishdan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo'ladi:

$$N = \frac{dw_e}{dt} \qquad \text{(III. I. 19) b}$$

Aytaylik, kuchning bajargan ishi

$$w_e = F \cdot \Delta S \cdot cos\alpha$$

ko'rinishda berilgan bo'lsin. U holda

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F \cdot \Delta S \cdot cos\alpha}{\Delta t} = F \cdot cos\alpha \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Kuch qo'yilgan moddiy nuqtaning ko'chishidan vaqt bo'yicha olingan hosila uning tezligiga teng:

$$\lim_{\Delta t \to 0} (\Delta S_e / \Delta t) = dS/dt = \vartheta$$

Natijada quvvat quyidagiga teng bo'ladi:

$$N = F \cdot \vartheta \cdot cos\alpha \qquad \text{(III.I.20)}$$

Xalqaro birliklar tizim (SI) da quvvatning o'lchov birligi sifatida vatt (Vt) qabul qilingan:

$$1\, Vt = 1 J/sek \quad \text{yoki} \quad 1\, Vt = 1\text{N} \cdot 1\, m/sek$$

Ko'pincha texnik amaliyotlarda quvvatning o'lchov birligi sifatida ot kuchi (qisacha o.k.)dan foydalaniladi:

$$\mathbf{1\, ot.k. = 75kg \cdot 1\, m/sek}$$

Har qanday mashinaning ish jarayonida sarflagan quvvatining bir qismi foydali ishni bajarishga, ma'lum qismi esa zararli qarshiliklarni yengishga sarf bo'ladi.

Masalan, tokarlik dastgohi iste'mol qiladigan quvvat metallarga ishlov berish (albatta, bu foydali ish hisoblanadi) bilan bir qatorda harakatlantiruvchi qismlardagi ishalanishni, havoning qarshiligini yengishga sarflanadi.

Ta'rif: ***mashinaning ma'lum vaqt oralig'idagi foydali quvvatini iste'mol qilingan quvvatga nisbati yoki foydali ishning shu vaqt oralig'idagi sarflangan to'liq ishga nisbati foydali ish koeffitsiyenti deyiladi.***

Foydali ish koeffitsiyenti (qisacha f.i.k.) o'lchamsiz miqdor bo'lib, quyidagicha aniqlanadi:

$$\eta = \frac{N_f}{N} \qquad \text{(III.I.21)}$$

Formuladan ko'rinib turibdiki, mashinaning f.i.k. qanchalik katta bo'lsa, iste'mol qilinadigan quvvatning shunchalik ko'p qismi foydali ishga sarflanib, isrofgarchilik kamayar ekan.

Zararli qarshiliklarni amalda butunlay yo'qotishning iloji yo'q, shu bois f.i.k. doimo birdan kichik bo'ladi.

III.1.6-§. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismga qo'yilgan kuchning ishi va quvvati

Qo'zg'almas o'qqa o'rnatilgan mutloq qattiq jismning ixtiyoriy C_1 nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin (III.1.6-shakl).

Bu kuch ta'sirida

$$T_e = 0,5 \cdot D \cdot F$$

moment hosil bo'lib, jism chizma tekisligiga perpendikulyar bo'lgan o'q atrofida aylanma harakat qiladi.

Odatda, T_e ga aylantiruvchi moment deyiladi.

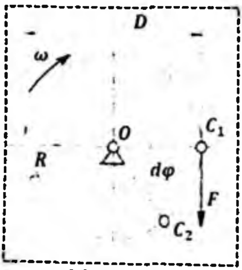
Jism $d\varphi$ burchakka burilganda S_1 nuqta aylana yoyi bo'yicha

$$s = \overline{C_1C_2} = R \cdot d\varphi$$

masofani bosib, C_2 vaziyatni egallaydi.

Bu holda $\vec{F}$ kuchning elementar bajargan ishi quyidagicha aniqlanadi:

$$dW_e = F \cdot s = F \cdot R \cdot d\varphi = F \cdot \frac{D}{2} \cdot d\varphi$$



III.1.6-shakl

Qo'zg'almas O nuqtaga qo'yilgan kuch ish bajarmaydi.

Jism chekli $d\varphi$ burchakka burilganda $\vec{F}$ kuchning bajargan ishi quyidagi integral yordamida aniqlanadi:

$$W_e = \int_0^{\varphi} F \cdot \frac{D}{2} d\varphi$$

Agar $T_e = 0,5 \cdot D \cdot F = const$ ekanligini inobatga olsak, u holda

$$W_e = T_e \int_0^{\varphi} d\varphi = T_e \cdot \varphi$$

ya'ni $W_e = T_e \cdot \varphi$ ifoda hosil bo'ladi.

Ta'rif: **qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismga qo'yilgan kuchning bajargan ishi aylantiruvchi momentni aylanish burchagiga ko'paytmasiga teng.**

Quvvatni aniqlashga o'tamiz:

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta W_e / \Delta t) = \lim_{\Delta t \to 0} (T_e \Delta\varphi / \Delta t) = T_e \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta\varphi / \Delta t)$$

Kinematikadan $\lim_{\Delta t \to 0} (\Delta\varphi / \Delta t) = \omega$ ekanligi ma'lum.

Natijada $N = T_e \cdot \omega$ munosabat hosil bo'ladi.

Ta'rif: **qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismga qo'yilgan kuchning quvvati aylantiruvchi momentni burchak tezlikka ko'paytmasiga teng.**

Quvvatni minutiga aylanishlar soni orqali ifodalaymiz:

$$N = T_e \cdot \pi \cdot n / 30 \qquad \text{(III.I.22)}$$

Bundan,

$$T_e = 9,55\, N / n \qquad \text{(III.I.23)}$$

kelib chiqadi.

III.I.7-§. Potensial va kinetik energiya

Mexanikada jismning energiyasi deganda uning muayyan sharoitlarda qandaydir ishni bajara olish qobiliyatini tavsiflovchi fizik kattalik tushuniladi.

Mexanik energiya potensial va kinetik energiyalarga ajraladi.

Jism yoki jismlarni tashkil etgan qismlarning o'zaro joylashuvigagina bog'liq bo'lgan energiya potensial yoki holat energiyasi deyiladi.

Jismning potensial energiyasi u bir vaziyatdan boshqa vaziyatga siljiganda yoki ko'chganda bajara oladigan ishi bilan o'lchanadi.

Masalan, Yerdan h balandlikdagi G og'irlikka ega bo'lgan jismning potensial energiyasi Gh ko'paytmaga teng, chunki u Yerga tushishida xuddi shunday ishni bajaradi.

Potensial energiya tushunchasi nisbiy tushuncha bo'lib, faqat jismlarning vaziyatlarini o'zaro taqslagandagina ma'noga ega bo'ladi.

Masalan, chuqurligi h_0 bo'lgan quduq chetida yotgan G og'irlikdagi biror jismning Yer sirtiga nisbatan potensial energiyasi nolga teng. Lekin, shu vaqtda xuddi shu jism quduq tubiga nisbatan $G_0 h_0$ potensial energiyaga ega.

Shuni alqoida ta'kidlash muhimki, deformatsiyalanuvchi[14] barcha real jismlarning potensial energiyasi mavjuddir.

Masalan, *jism tashqi kuch yoki kuchlar ta'sirida elastik deformatsiyalanganda uni tashkil etgan zarrachalarning joylashuv holati o'zgaradi, ya'ni deformatsiyaning potensial energiyasi paydo bo'ladi. Kuchning ta'siri to'xtatilgach, to'plangan potensial energiya hisobiga jism o'zining dastlabki holatiga to'liq qaytadi.*

Jismning mexanik harakatdagi energiyasiga kinetik energiya yoki harakat energiyasi deyiladi.

Mexanikada moddiy nuqta harakatining dinamik xususiyatlaridan biri sifatida uning kinetik energiyasi olinadi.

Kinetik energiyani aniqlash uchun moddiy nuqta massasini uning tezligi kvadratining yarmiga ko'paytirish lozim:

$$E_k = \frac{m\vartheta^2}{2} \qquad \text{(III. I. 24)}$$

Birliklarning texnik tizimida kinetik energiya ham xuddi shu ish kabi kilogrammetrda (Kg m), SI tizimda esa Joulda (J) o'lchanadi.

To'liq energiya potensial va kinetik energiyalar yig'indisiga teng bo'ladi:

$$W_T = E_p + E_k \qquad \text{(III.I.25)}$$

Yoki,

$$W_T = Fh + \frac{m\vartheta^2}{2} \qquad \text{(III. I. 25)a}$$

quyidagi ifoda mexanik energiyaning saqlanish qonunini ifodalaydi:

$$\boldsymbol{E_p + E_k = const} \qquad \text{(III.I.26)}$$

Energiyaning salanish qonuni energiyaning hamma vaqt o'zgarmay qolishini tasdiqlaydi. Boshqacha aytganda, Quyosh va Yer tizimida potensial va kinetik energiyalarning yig'indisi doimo o'zgarmasdir.

[14] deformatsiya deganda tashqi kuchlar ta'sirida jismning shakli va hajminig o'zgarishi tushuniladi.

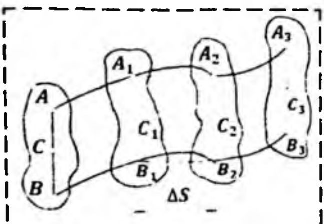
III.I.8-§. Qattiq jismning kinetik energiyasi

Har qanday jismni alohida olingan moddiy nuqtalarning yig'indisidan iborat, deb qarash mumkin. Shu sababli jismning kinetik energiyasi uni tashkil etgan *n* ta moddiy nuqtalarning kinetik energiyalari yig'indisiga tengdir:

$$E_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \vartheta_i^2}{2} \qquad \text{(III. I. 27)}$$

Qattiq jismning kinetik energiyasini uning quyidagi harakatlarida hisoblashni ko'rib chiamiz.

1. *Ilgarilanma harakat* (III.I.7-shakl).



III.7-shakl

Qattiq jism ilgarilanma harakat qilganda uning barcha nuqtalari har onda bir xil tezlikka ega bo'ladi:

$$\vartheta_1 = \vartheta_A = \vartheta_A = \cdots = \vartheta_C$$

Bu yerda, v_C -massa markazining tezligi.

Shuning uchun ilgarilanma harakatdagi jismning kinetik energiyasi massasi butun jism massasiga teng bo'lgan massalar markazining kinetik energiyasiga teng bo'ladi, ya'ni:

$$E_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i.\vartheta_i^2}{2} = \frac{\vartheta_C^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} m_i \qquad \text{(III. I. 28)}$$

Yoki,

$$E_k = \frac{M \cdot \vartheta_C^2}{2} \qquad \text{(III. I. 29)}$$

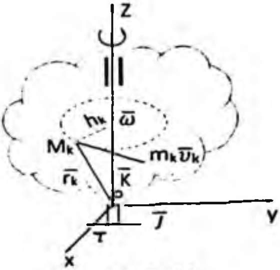
Bu yerda M -jismning massasi.

2. *Qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakat.*

Qo'zg'almas o'q atrofida aylanayotgan jismning istalgan M_k nuqtasining tezligi

$$\vartheta_k = \omega \cdot h_k \qquad \text{(III.1.30)}$$

ga teng.



III.I.8-shakl

Bunda ω -jismning burchak tezligi;

$h_k - M_k$ nuqtadan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa.

Ma'lumki to'liq energiya quyidagicha aniqlanadi:

$$W_t = E_p + E_k$$

Bu holda jismning kinetik energiyasi:

$$E_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_k \cdot \vartheta_k^2}{2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_k \omega^2 h^2 k}{2} = \frac{\omega^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} m_k \cdot h_k^2$$

yoki,

$$E_k = I_z \frac{\omega^2}{2} \qquad \text{(III.1.31)}$$

ko'rinishda aniqlanadi.

Bunda jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti:

$$I_z = \sum_{i=1}^{n} m_k \cdot h_k^2$$

Binobarin, *qo'zg'almas o'q atrofida aylanayotgan jismning kinetik energiyasi jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti bilan uning burchak tezligi kvadrati ko'paytmasining yarmiga tengdir.*

3. *Tekis parallel harakat.*

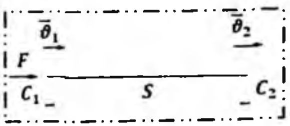
Tekis parallel harakatni massalar markazi bilan birgalikdagi ilgarilanma harakat va uning atrofidagi aylanma harakatdan iborat ekanligini yuqorida ko'rgan edik. Shu sababli

$$E_k = \frac{M\vartheta_C^2}{2} + I_{zc}\frac{\omega^2}{2} \qquad \text{(III.I.32)}$$

Bu yerda I_{zc} -massalar markazi orqali harakat tekisligiga perpendikulyar ravishda o'tuvchi o'qqa nisbatan jismning inersiya momenti.

Tekis parallel harakatdagi jismning kinetik energiyasi massalar markazi bilan birgalikdagi jismning ilgarilanma harakat kinetik energiyasi va massalar markazi orqali harakat tekisligiga perpendikulyar ravishda o'tuvchi o'q atrofidagi aylanma harakat kinetik energiyalarining yig'indisiga teng.

III.I.9-§. Moddiy nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema

Aytaylik, o'zgarmas kuch ($F = const$) ta'sirida A moddiy nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab C_1 holatdan C_2 holatga ko'chsin (III.9-shakl).	 III.9 -shakl

Moddiy nuqtaning o'rtacha tezligini quyidagi formuladan aniqlash mumkin:

$$\vartheta_{o'rt} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}$$

Yoki,

$$\vartheta_{o'rt} = \frac{S}{t} \qquad \text{(III.I.33)}$$

Bulardan

$$S = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} \cdot t \qquad \text{(III.I.34)}$$

ekanligi kelib chiadi.

F kuchning s ko'chishda bajargan ishini topamiz:

$$W_e = F \cdot S = m \cdot w \cdot \frac{(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{2} \cdot t \qquad \text{(III.I.35)}$$

Bu yerda,

$$w = \frac{(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{t}$$

ekanligi ma'lum. Natijada

$$W_e = m\frac{(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{t} \cdot \frac{(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{2} \cdot t = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2}$$

yoki

$$W_e = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2} \qquad (III.I.36)$$

munosabat hosil bo'ladi.

(III.I.36) tenglama chekli ko'chishda moddiy nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi aidagi teoremani ifodalaydi: ***moddiy nuqtaning biror chekli ko'chishda kinetik energiyasining o'zgarishi unga ta'sir etuvchi kuchning mazkur ko'chishda bajargan ishiga tengdir.***

Agar moddiy nuqtaga $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, ……, $\vec{F}_n$ kuchlar tizimi ta'sir ko'rsatsa, u holda (III.I.36) tenglamaning o'ng tomoniga shu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi R ning bajargan ishi qo'yiladi.

Odatda, bu ish barcha tashkil etuvchi kuchlar ishining algebraik yig'indisiga teng:

$$W_R = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{F_4} + \cdots + W_{F_n} \qquad (III.I.37)$$

II. AMALIYOT

III.I.1-masala (*dinamikaning birinchi masalasiga oid*). Massasi ***0,8 kg*** bo'lgan jismning harakati

$$x = 5t + 3, \qquad y = -3t^2 + t + 6$$

tenglamalar bilan ifodalanadi; bu yerda t sekund, x va y lar metrlar hisobida berilgan.

Jismga ta'sir etuvchi kuch aniqlansin.

Masalaning yechilishi

Jismning kinematik harakat tenglamalari Dekart koordinata o'qlarida berilganligi uchun tezlanishning o'qlardagi proyeksiyalari quyidagicha aniqlanadi:

$$\ddot{x} = 0, \qquad \ddot{y} = -6\ m/sek^2$$

Endi jismga ta'sir etuvchi kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini topamiz:

$$F_x = m \cdot \ddot{x} = o, \quad F_y = m \cdot \ddot{y} = 0{,}8(-6) = -4{,}8\,N$$

U holda

$$F = F_y = -4{,}8\,N.$$

III.I.2-masala (*dinamikaning birinchi masalasiga oid*). Massasi ***0,5 kg*** bo'lgan jism

$$x = 5 \cdot \cos 3\pi t\,, \quad y = 8 \cdot \sin 4\pi t$$

qonuniyatga muvofiq harakatlanmoqda; bu yerda t sekund, x va y lar metrlar hisobida berilgan.

Jismga ta'sir etuvchi kuchning proyeksiyalari qanday ifodalanadi?

Masalaning yechilishi

Harakat tenglamalaridan vaqt bo'yicha ikki marta hosila olib, tezlanishlarning o'qlardagi proyeksiyalarini topamiz:

$$\ddot{x} = -45 \cdot \pi^2 \cos 3\pi t, \qquad \ddot{y} = -128 \cdot \pi^2 \sin 4\pi t$$

F kuchning koordinata o'laridagi proyeksiyalari quyidagicha:

$$F_x = m \cdot \ddot{x} = -22{,}5 \cdot \pi^2 \cos 3\pi t,$$
$$F_y = m \cdot \ddot{y} = -62{,}0 \cdot \pi^2 \sin 4\pi t.$$

harakat tenglamalarini ye'tiborga holib, oxirgi ifodaniq quyidagicha o'zgartiramiz:

$$F_x = m \cdot \ddot{x} = -22{,}5 \cdot \pi^2\, x/5 = -44{,}37 \cdot x$$
$$F_y = m \cdot \ddot{y} = -62{,}0 \cdot \pi^2 \sin 4\pi t = -76/41 \cdot y.$$

III.I.3-masala (*dinamikaning ikkinchi masalasiga oid*). Silliq gorizontal tekislikda yotgan massasi $m = 5\ kg$ bo'lgan jismga $F = 20\ N$ kuch gorizontal yo'nalishda ta'sir etmoqda.

Ushbu kuch ta'sir etgunga qadar jism tinch holatda bo'lgan.

Jism $t = 15\ sek$ vaqt o'tgach qanday tezlik bilan harakatlanadi?

Masalaning yechilishi

Jismning gorizontal o'q bo'ylab harakat tenglamasi

$$mw_x = \sum X_i \quad \text{yoki} \quad mw_x = \sum F_x$$

ko'rinishga ega.

Masalaning shartiga binoan, jism tekis tezlanuvchan harakat ilmoqda, shu bois $w = w_x = const$ bo'ladi.

Oxirgi ifodadan

$$w = \frac{F}{m} = \frac{29}{5} = 4\ m/sek$$

Tekis tezlanuvchan harakatda jismning tezligi quyidagicha aniqlanadi:

$$\vartheta = \vartheta_0 + w \cdot t$$

Tekshirilayotgan hol uchun $v_0 = 0$ ga teng.

Shunday qilib, izlanayotgan tezlik quyidagiga tengdir:

$$\vartheta = w \cdot t = 4 \cdot 15 = 60\ m/sek.$$

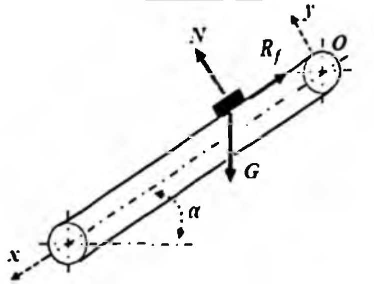
Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar

1. Dinamikada mexanik harakat qanday holda o'rganiladi?
2. Dinamikadagi ikki masalaning mohiyati nimadan iborat?
3. Dinamika qonunlaridan birini ta'riflang va uning ma'nosini tushuntiring.
4. Inersiya kuchi qanday paydo bo'ladi?
5. D'alamber tamoyilining mohiyati nimada?
6. Ish va quvvat formulalarini yozing. Ularning o'lchamligi qanaqa?
7. Foydali ish koeffitsiyenti qanday aniqlanadi? Uning mazmunini yoriting.
8. Potensial va kinetik energiyalar qanday formulalardan topiladi?
9. Aylanma harakat uchun dinamikaning asosiy tenglamasi qanday ko'rinishga ega?

Mustaqil ta'lim doirasida qattiq jismlar dinamikasiga doir ayrim muhandislik amaliyoti masalalarni yechish metodikasi

III.I.4-masala (*Dinamikaning ikkinchi masalasiga oid*). Gorizontal tekislikka nisbatan $\alpha = 30^0$ qiyalangan tasmali konveyr ustidagi g'isht silkinish oqibatida $v = 3\ m/sek$ boshlang'ich tezlik bilan sirpana boshladi III.I.10-shakl).

Agar tasma bilan g'isht orasidagi sirpanishdagi ishqalanish koeffitsenti $f = 0{,}45$ *ga teng bo'lsa, u holda* $t =$ 4 *sek dan so'ng g'isht qancha masofaga siljiydi?*



III.I.10-shakl

Masalaning yechilishi

Masalaning mohiyatidan ma'lumki, g'isht moddiy nuqta v_0 boshlang'ich tezlik bilan tekis o'zgaruvchan harakat qiladi.

Shu sababli uning siljishi s quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

$$s = \vartheta_0 \cdot t + \frac{wt^2}{2} \qquad \text{(III.I.38)}$$

Bu yerda w -g'ishtning tezlanishi bo'lib, hozirga noma'lum parametrdir.

Ushbu tezlanishni aniqlash maqsadida koordinata tekisligi tanlab, moddiy nuqtani bog'lanishlardan ozod etgan holda quyidagicha harakat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{cases} mw_x = \sum X_i & yoki & \frac{G}{g}\cdot w_x = G\cdot sin\alpha - R_f \\ mw_y = \sum Y_i & yoki & \frac{G}{g}\cdot w_y = N - G\cdot cos\alpha \end{cases}$$

(III.I.39)

Amonton-Kulon qonuniga ko'ra ishqalanish kuchi

$$R_f = f\cdot N$$

ga teng, qaysiki N-normal reaksiy.

G'isht faqat x o'qi bo'ylab harakatlana oladi, shu bois vertikal yo'nalishdagi tezlanish $w_0 = 0$ ga tengdir, tezlanish esa faqat gorizontal tezlanishdan iboratdir, ya'ni $w = w_x$.

Bundan esa $N = G\cdot cos\alpha$ va $R_f = fG\cdot cos\alpha$ munosabatlar paydo bo'ladi.

Agar bularni inobatga olsak, u holda (b) ning birinchisidan izlanayotgan kattalik osongina anqlanadi:

$$w = gsin\alpha - g\cdot fcos\alpha = gcos\alpha(tg\alpha - f) \qquad \text{(III.I.40)}$$

Eng muhimi oxirgi munosabatdan quyidagi munosobatlar kelib chiqadi:

a) agar $tg\alpha > f$ bo'lsa, $w > 0$ (harakat tekis tezlanuvchan);

b) agar $tg\alpha = f$ bo'lsa, $w \geq 0$ (tekis harakat);

v) agar $tg\alpha < f$ bo'lsa, $w < 0$ (harakat tekis sekinlanuvchan).

Tekshirilayotgan hol uchun esa $tg\alpha > tg30^0 = 0{,}577 > 0{,}45$, ya'ni harakat tekis tezlanuvchandir.

Va, nihoyat (III.I.40) ifodani e'tiborga olib, so'ralayotgan masofani hisoblaymiz:

$$s = \vartheta_0 t + G\cdot cos\alpha(tg\alpha - f)\frac{t^2}{2}$$

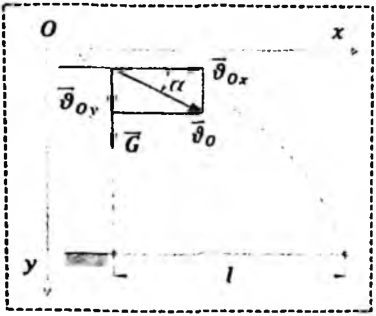
Yoki,

$$s = 3\cdot 4 + 9{,}81\cdot 0{,}866\cdot(0{,}577 - 0{,}45)\frac{16}{2} = 20{,}63\,m.$$

III.I.5-masala (*Dinamikaning ikkinchi masalasiga oid*). Yerdan $H = 2{,}5\,km$ balandlikda $\vartheta_1 = 1500\,km/soat$ tezlikda uchayotgan samolyotdan Yerdagi nishonga mo'ljallab snaryad otildi (III.I.11-shakl).

Qurolning stvoli gorizontalga nibatan $\alpha = 30^0$ bo'lib, cnaryadning tezligi $\vartheta_2 = 2000\ m/sek$ ni tashkil etgan.

Nishongacha bo'lgan l masofani aniqlash talab etiladi.



III.I.11-shakl

Masalaning yechilishi

Stvoldan uchib chiqqan snaryadni erkin moddiy nuqta qarash mumkin (havoning qarshiligi inobatga olinmayapti).

Shu bois unga faqat og'irlik kuchi G ta'sir ko'rsatadi.

Tanlab olingan koordinata tekisligida harakat tenglamasini yozamiz:

$$\begin{cases} mw_x = \sum X_i = 0 \\ mw_y = G = mg \end{cases} \tag{III.I.41}$$

Mazkur tenglamadan $m \neq 0$, $w_x = 0$ *yoki* $\vartheta_x = const$ ekanligi kelib chiqadi. U holda

$$\vartheta_x = \vartheta_1 + \vartheta_2 cos\alpha \tag{III.I.42}$$

Umuman olganda snaryad bosib o'tishi ko'zda tutilgan gorizontal masofa

$$l = \vartheta_x \cdot t \tag{III.I.43}$$

ko'rinishda aniqlanadi.

Endi t vaqtni aniqlashga o'tamiz.

Masalaning mazmun-mohiyatidan

$$H = \vartheta_{0y} \cdot t + 0{,}5gt^2 \tag{III.I.44}$$

ekanligi ma'lum.

Bu yerda $\vartheta_{0y} = \vartheta_2 \cdot sin\alpha$ -boshlang'ich tezlikning vertikal tashkil etuvchisi. Yoki,

$$t^2 + 2\vartheta_2 \cdot sin\alpha \cdot \frac{1}{g} \cdot t - \frac{2H}{g} = 0$$

tenglama hosil bo'lib, uning yechimi

$$t = -\left[\vartheta_2 \cdot sin\alpha \mp \sqrt{(\vartheta_2 \cdot sin\alpha)^2 + 2Hg}\right] \cdot \frac{1}{g}$$

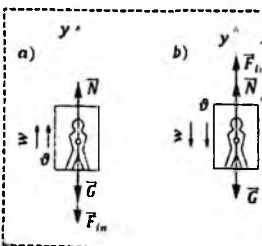
ga teng. Vaqt $t > 0$ ekanligini nazarda tutib, musbat miqdor olinadi.

Shunday qilib, aniqlanishi talab etilayotgan parametr quyidagicha aniqlanadi:

$$l = (\vartheta_1 + \vartheta_2 \cdot cos\alpha) \cdot \frac{\vartheta_2 sin\alpha}{g}\left(\sqrt{1 + \frac{2H \cdot g}{\vartheta^2 \cdot sin^2\alpha}} - 1\right) = 5000\, m.$$

III.I.6-masala. Liftdagi odam G og'irligi bilan polga bosim ko'rsatishi, tabiiy.

Quyidagi ikki hol uchun odamning lift kabinasi poliga ko'rsatayotgan bosim kuchi, ya'ni N reaksiya aniqlansin:



III.I.12-shakl

$w < g$ tezlanishda yuqoriga ko'tarilmoqda (III.I.12-shakl, a);

и

g tezlanishda pastga tushirilmoqda (III.I.12-shakl, b).

Masalaning yechilishi

Odamni shartli ravishda "moddiy nuqta" deb hisoblab, unga ta'sir ko'rsatuvchi G og'irlik kuchi va normal reaksiya N larni chizmada shakllantiramiz.

a) aytaylik, lift w tezlanish bilan yuqoriga ko'tarilayotgan bo'lsin.

U holda inersiya kuchi $\overline{F_{in}}$ pastga yo'nalgan bo'lib, kinetostatikaning muvozanat tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$\sum Y_i = N - G - F_{in} = 0$$

Bu yerda

$$F_{in} = \frac{w}{g} \cdot G$$

bo'lganligi uchun

$$N = \left(1 + \frac{w}{g}\right) \cdot G$$

ifoda hosil bo'ladi. Demak, tezlanish qancha katta bo'lsa, odam polga shuncha ko'p bosim ko'rsatar ekan.

b) lift w tezlanishda pastga tushmoqda.

Inersiya kuchi doimo harakat yo'nalishiga teskari yo'nalganligi bois bu holatda

$$N = \left(1 - \frac{w}{g}\right) \cdot G$$

ekanligi kelib chiqadi.

Ushbu masalani yechish barobarida yana quyidagi xulosalarga kelish mumkin:

❖ agar $w = g$ bo'lsa, $N = 0$ bo'ladi (*kabina va odam erkin tushish holatida bo'ladi, ya'ni vaznsizlik ro'y beradi*);

❖ og'irlik kuch G va jismning og'irligi alohida tushunchalardir.

Haqiqatdan ham, og'irlik kuchi G jismning o'ziga qo'yilgan bo'ladi.

Og'irligi esa jismning o'ziga emas, balki bog'lanishlarga (masalan, odamning og'irligi polga, ipga osib qo'yilgan toshning og'irligi ipga va hakazo) qo'yilgan bo'ladi. Demak, reaksiya N og'irlikdir.

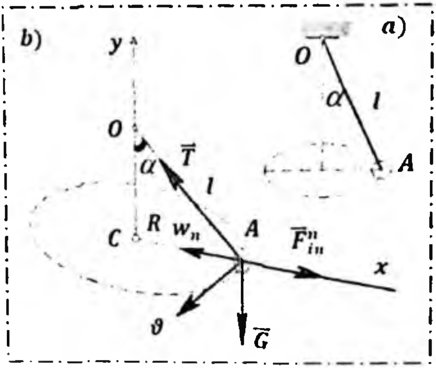
Ta'kidlash o'rinliki, agar jism Yerga nisbatan vertikal yo'nalishda tezlanishga ega bo'lmasagina, og'irlik kuchi va og'irlik o'zaro teng bo'ladi.

III.I.7-masala. Uzunligi $OB = l = 0{,}4\ m$ bo'lgan ipga osilgan $G = 15\ N$ og'irlikdagi yuk qo'zg'almas O nuqta atrofida gorizontal tekis-likda aylana hosil qilib, mayatnik (tebrangich) singari harakatlanmoqda (III.I.13-shakl).

Ip vertikal yo'nalishga nisbatan $\alpha = 60^0$ burchakka qiyalangan.

Ipning taranglik kuchi T va yukning tezligi v hisoblansin.

Masalaning yechilishi



III.I.13-shakl

Kinetostatika usuli qo'llaymiz, ya'ni markazdan qochma inersiya kuchi F_n^{in} va reaksiya T ta'sir ko'rsatayotganligini nazarda tutib, quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{cases} \sum X_i = 0, & -T\sin\alpha + F_n^{in} = 0 \\ \sum Y_i = 0, & T\cos\alpha - G = 0 \end{cases}$$

Bu yerda

$$F_n^{in} = m \cdot w_n = \frac{G}{g} \cdot \frac{\vartheta^2}{R} = \frac{G}{g} \cdot \frac{\vartheta^2}{l \cdot \sin\alpha},$$

chunki $\alpha = const$ bo'lgani bois, $\vartheta = const$ va urinma tezlanish nolga teng bo'ladi.

Ikkinchi muvozanat tenglamasidan ip bo'ylab yo'nalgan reaksiya, keyin esa uning qiymatini birinchi tenglamaga qo'yib, tezlik aniqlanadi:

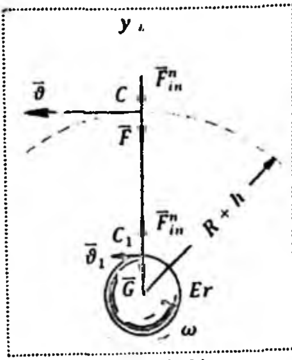
$$T = \frac{G}{cos\alpha} = \frac{G}{0,5} = 30\,N;$$

$$\vartheta = \sqrt{\frac{gl}{cos\alpha}} \cdot sin\alpha = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 0,4}{0,5}} \cdot 0,866 = 2,42\,m/sek.$$

III.I.8-masala. Фараз қилайлик, Yerning sun'iy Yo'ldoshi $h = 230\,km$ balandlikda orbita bo'ylab doiraviy harakat qilayotgan bo'lsin (III.I.14-shakl).

Erkin tushish tezlanishini va havoning qarshiligi o'zgarishini inobatga olmasdan hamda Yerning radiusini taxminan $R = 6370\,km$ ga teng deb, sun'iy Yo'ldoshning tezligi aniqlansin.

Masalaning yechilishi



III.I.14-shakl

Odatda, dastlab raketa-tashuvchi tomonidan m massali sun'iy Yo'ldosh mo'ljallangan orbitaga eltib qo'yiladi va unga orbitaga urinma yo'nalishda ϑ tezlik beriladi.

Shundan keyin sun'iy Yo'ldosh faqat Yerning tortishish kuchi ta'sirda orbita bo'ylab o'zining harakatini davom ettiradi.

Ushbu masalani yechishda kinetostatika usulidan foydalanamiz:

$$mg - F_n^{in} = 0$$

Bu yerda

$$F_n^{in} = m \cdot \frac{\vartheta^2}{R+h}$$

ga tengdir.

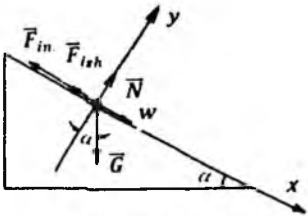
U holda tezlik

$$\vartheta = \sqrt{g \cdot (R+h)} = \sqrt{9{,}81 \cdot (6370 + 230 \cdot 10^3} = 7900\, m/sek \approx 7{,}9 \text{ km/sek}.$$

Texnik adabiyotlarda bu tezlik birinchi kosmik tezlik deb nomlangan.

III.I.9-masala. Massasi m ga teng bo'lgan moddiy nuqta gorizontal tekislikka nisbatan $\alpha = 60^0$ burchakda qiyalangan g'adir-budir tekislikda pastga tushmoqda (III.I.15-shakl).

Agar sirpanishdagi ishqalanish koeffitsenti $f = 0{,}4$ ga teng bo'lsa, moddiy nuqta M qanday tezlanish bilan harakatlanadi?



III.I.15-shakl

Masalaning yechilishi

Kinetostatika usulini qo'llash maqsadida M moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlarni chizmada shakllantiramiz: G - og'irlik kuchi, pastga yo'nalgan; F_{ish} -ishqalanish kuchi va F^{in}-inersiya kuchi harakat yo'nalishiga teskari yo'nalgan; N -normal reaksiY.

Tanlangan koordinata tekisligida statika tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X_i = 0, \qquad G \cdot sin\alpha - F_{ish} - F^{in} = 0$$

$$\sum Y_i = 0, \qquad N - Gcos\alpha = 0$$

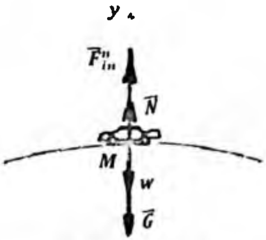
Bu tenglamalarda

$$G = mg, \quad F_{ish} = f \cdot N; \quad F^{in} = m \cdot w$$

ekanliklarini inobatga olib, ularni noma'lumga nisbatan yechsak, u holda tezlanishlar quyidagiga teng bo'ladi:

$$w = g(\sin\alpha - f \cdot \cos\alpha) = 9{,}81(0{,}866 - 0{,}4 \cdot 0{,}5) = 6{,}53\, m/sek^2.$$

III.I.10-masala. Og'irligi $G = 1200\, N$ bo'lgan avtomobil ko'prikning do'ng (qavariq) qismida $\vartheta = 80\, km/soat$ o'zgarma tezlikda harakatlanmoqda (III.I.16-shakl).



III.I.16-shakl

Agar ko'prik o'rtasining egrilik radiusi $\rho = 60\, m$ bo'lsa, avtomobil qo'prik o'rtasidan o'tayotgan paytda unga qancha bosim kuchi ko'rsatadi?

Masalaning yechilishi

Avtomabilni moddiy nuqta deb qarab, kinetostatika usulidan foydalanamiz.

Vertikal yo'nalish bo'yicha statika tenglamasini tuzamiz:

$$\sum Y_i = 0, \qquad -G + N + F^{in} = 0$$

Bu yerda inersiya kuchi quyidagiga teng:

$$F^{in} = m \cdot w_n = \frac{G}{g} \cdot \frac{\vartheta^2}{\rho} = \frac{1200}{9{,}81} \cdot \frac{(22{,}22)^2}{60} = 10065{,}8\, \text{N},$$

Bu holda so'ralayotgan bosim kuchi miqdor jixatadan N ga teng, lekin unga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi:

$$N = G - F^{in} = 1200 - 10065{,}8 = 1934{,}2\, \text{N}.$$

III.I.11-masala. Yuk ko'tarish-tushirish kranining to'sini bo'ylab, "telferli aravacha" harakatlanmoqda (III.I.17-shakl).

Aravacha va unga osilgan yukning massasi $m = 12 \cdot 10^3\, kg$ bo'lib,

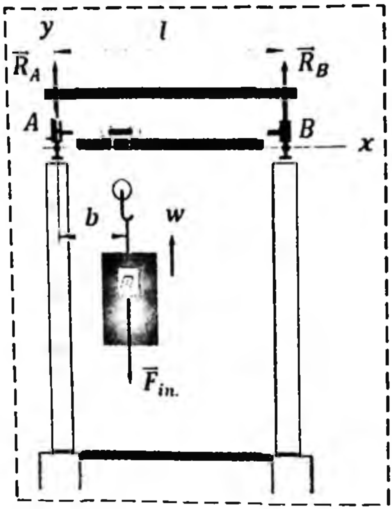
$$G = mg = 12 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 = 117{,}72 \cdot 10^3\, N$$

ga teng va vertikal yo'nalishda pastga yo'nalgan (chizmada ko'rsatilmagan).

Agar telejka $w = 7\ m/sek^2$ tezlanishda yuqoriga ko'ratilsa, dinamik yuklanish natijasida tayanchlarda qanday reaksiyalar paydo bo'ladi?

Hisoblashda $b = 3,5\ m$ *va* $l = 20\ m$ *deb olinsin.*

Masalaning yechilishi



III.1.17-shakl

Kinetostatika usulini qo'llab, inersiya kuchini tezlanish yo'nalishga teskari yo'naltiramiz.

Shuningdek, to'sinni bog'lanishlardan ozod qilib, chizmada $\overline{R_A}$ va $\overline{R_B}$ reaksiyalarni tasvirlaymiz.

Quyidagi muvonat tenglamalarini yozamiz.

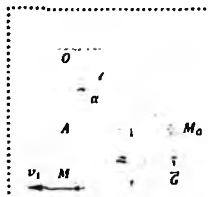
$$\begin{cases} \sum Y_i = 0, & R_A + R_B - F^{in} - G = 0 \\ \sum M_{Ai} = 0, & (F^{in} + G) \cdot b - R_B \cdot L = 0 \end{cases}$$

Bu yerda $F^{in} = mw = 12 \cdot 10^3 \cdot 7 = 84 \cdot 10^3\ N$
Yuqoridagi tenglamalardan so'ralayotgan kattaliklar osongina aniqlanadi:

$$R_B = 5\ kN; \qquad R_A = 151{,}72\ \text{kN}.$$

III.I.12-masala. Massasi m bo'lgan metall sharcha qo'zg'almas O nuqtaga uzunligi $l = 1{,}4\ m$ bo'lgan cho'zilmas ipga osib qo'yilgan (III.I.18-shakl).

Agar sharchani $\alpha = 60^0$ burchakka, ya'ni M_0 holatga ko'tarib, boshlang'ich tezliksiz qo'yib yuborsak, u holda sharcha *"go'yoki matematik mayatnik"* singari, masalan M holatga o'tadi (Izoh: matematik mayatnikda ip cho'zilmas va vaznsiz deb hisoblanadi).



III.I.18-shakl

Sharchaning M vaziyatga mos keluvchi v_1 tezligini aniqlash talab etiladi.

Masalaning yechilishi

Masalani yechishda *"Moddiy nuqtaning kinetik energiyasi o'zgarishi haqida"*gi teoremadan foydalanamiz.

Shuning uchun tekshirilayotgan holatda:

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2} - \frac{m\vartheta_0^2}{2} = W_e$$

Bu yerda tashqi kuch G ning bajargan ishi quyidagicha topiladi (chunki nuqta M_0 vaziyatdan M vaziyatga og'irlik kuchi G ta'sirida o'tadi):

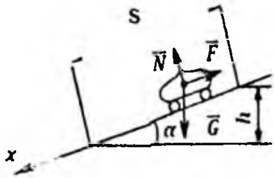
$$W_e = G \cdot h = G(OM - OA) = mgl(1 - cos\alpha) = 2mgl \cdot sin^2\frac{\alpha}{2}$$

Masalaning shartiga ko'ra $\vartheta_0 = 0$ ga teng.

U holda so'ralayotgan tezlik osongina topiladi:

$$\vartheta_1 = \sqrt{4gl \cdot sin^2\frac{\alpha}{2}} = 2\sqrt{gl} \cdot sin\frac{\alpha}{2} \approx 3{,}686\ m/sek.$$

III.I.13-masala. Yengil avtomobil $\vartheta_0 = 72\ km/soat$ yoki $\vartheta_0 = 20\,m/sek$ boshlang'ich tezlikda $\alpha = 10^0$ qiyalikdagi tekislik bo'ylab yuqoriga ko'tarilmoqda (III.I.19-shakl).



III.I.19-shakl

Tormozlash paytida hosil bo'luvchi qarshilik kuchi ***F*** avtomobil og'irligining ***0,45*** qismiga teng.

Havoning qarshiligi va boshqa qarshiliklarni e'tiborga olmasdan, tormozlash boshlangach avtomobil qancha masofagacha yurib borishini va unga qancha ***t*** vaqt sarflanishini aniqlang.

Masalaning yechilishi

Avtomobilni go'yoki moddiy nuqta deb qarab, masalani yechishda Nazariy mexanika fanining to'la kursida berilgan *"Kinetik energiya o'zgarishi haqida"*gi teoremadan foydalanamiz; mazkur teoremaga ko'ra:

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2} - \frac{m\vartheta_0^2}{2} = W_e \qquad \text{(III.I.45)}$$

Bu yerda ϑ_0 -avtomobilning boshlang'ich tezligi, oxirgi tezlik ϑ_1 esa nolga teng.

Tashqi kuch (*G–avtomobilning og'irligi, N–yo'lning normal reaksiyasi, F-tormozlash payti hosil bo'ladigan va harakatga teskari yo'naladigan qarshilik kuchi*)larning bajargan ishini aniqlaymiz.

Avtomobilning og'irlik kuchi $G \cdot h = mg \cdot S \cdot sin\alpha$ ga teng ishni bajaradi; normal reaksiya *N* esa ish bajarmaydi.

O'z navbatida tormozlash paytidagi qarshilik kuchi $F \cdot S = 0{,}45 \cdot mg \cdot S$ ga teng ishni bajaradi. Yuqorida ta'kidlanganidek, bu kuch harakatga teskari yo'nalgan bo'ladi.

Shunday qilib,

$$W_e = mg \cdot S \cdot sin\alpha + 0{,}45 \cdot mg \cdot S = mg \cdot S \cdot (sin\alpha + 0{,}45) \qquad \text{(III.I.46)}$$

Buni (III.I.45) ga qo'ysak,

$$S = \left| -\frac{\vartheta_0^2}{2g(sin\alpha + 0{,}45)} \right| = \left| -\frac{400}{2 \cdot 9{,}81(0{,}174 + 0{,}45)} \right| = 33\,m\,.$$

Endi nuqta uchun *"Harakat miqdorining o'zgarishi haqida"*gi teoremadan foydalanib, tormoz berilgan avtomobilning to'xtash vaqtini hisoblaymiz. Mazkur teoremaga ko'ra

$$m\vartheta_{1x} - m\vartheta_{ox} = k \qquad \text{(III.I.47)}$$

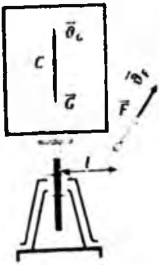
Bu yerda $k = X \cdot t = (G \cdot sin\alpha + 0{,}45 \cdot mg) \cdot t$ -kuch impulsi.

Tekshirilayotgan holda $\vartheta_{1x} = 0$, $\vartheta_{ox} = 20\ m/sek$ ekanligini inobatga olsak:

$$t = \left| -\frac{\vartheta_0}{g(sin\alpha + 0{,}45)} \right| = \frac{20}{9{,}81 \cdot (0{,}174 + 0{,}45)} = 3{,}27\ sek\,.$$

III.I.14-masala. Vintli domkrat yordamida og'irlik kuchi G bo'lgan yuk yuqoriga ko'tarilmoqda (III.I.20-shakl).

Agar vintning qadami t ga teng bo'lsa, u holda domkrat dastasiga qo'yilgan F kuch bilan yuk og'irligi G o'rtasida qanday bog'liqlik mavjud bo'lishini asoslang.



III.I.20-shakl

Masalaning yechilishi

Bu masalani yechishda klassik qoida – *"Mexanikaning oltin qoidasi"*dan foydalanamiz: *kuchdan qancha yutsak, tezlikdan shuncha yo'qotamiz yoki teskarisi.*

Haqiqatan ham, domkratga F va G kuchlarning quvvatlari tegishlicha, ushbu "*kuchlarni ularning qo'yilish nuqtasining tezligiga ko'paytirish*" bilan aniqlanadi:

$$F \cdot \vartheta_F - G \cdot \vartheta_G = 0 \qquad \text{(III.I.48)}$$

chunki, quvvat umumiy holda $R \cdot \vartheta \cdot cos\alpha$ ga teng.

Tekshirilayotgan holda $\bar{F}$ va $\overline{\upsilon_F}$ vektorlar orasidagi burchak nolga hamda $\bar{G}$ va $\overline{\vartheta_C}$ vektorlar orasidagi burchak esa 180^0 ga tengdir.

Oxirgi ifodadan

$$G = \frac{\vartheta_F}{\vartheta_G} \cdot F = k_0 \cdot F \qquad \text{(III.I.48)a}$$

ekanligi kelib chiqadi. Bu yerda tezliklar nisbati quyidagicha:

$$k_0 = \frac{\vartheta_F}{\vartheta_G}$$

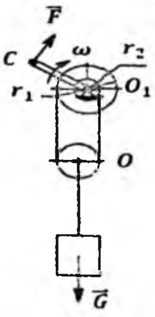
Foydali ish koeffitsenti (qisqacha f.i.k)ni inobatga olgan holda (III.48)a ifodani ko'chishlar orqali ham ifodalash mumkin. U holda

$$F \cdot S_F = G \cdot S_G \cdot \frac{1}{\eta}$$

Bu yerda η -f.i.k; $S_G = t$, $S_F = 2\pi l$.

Natijada, ikkala kuch orasidagi bog'liqlik aniqlanadi:

$$G = \frac{2\pi l}{t} \cdot \eta \cdot F$$



III.I.21-shakl

III.I.15-masala. Yuk ko'tarish moslamasi yordamida og'irlik kuchi G bo'lgan yuk bir tekisda ko'tarilmoqda (III.I.21-shakl, a).

Masalaning umumiy f.i.k. η dastasi O_1C ning uzunligi l hamda r_1 va r_2 radiuslar ma'lum.

Moslamaga ta'sir etuvchi ikkita kuch: F va G lar orasidagi bog'liqlik aniqlansin.

Masalaning yechilishi

Bu masalani yechishda "Mexanikaning oltin qoidasi"ni qo'llaymiz.

Buning uchun kuyidagi munosabatni yozamiz:

$$F \cdot \vartheta_F = G \cdot \vartheta_G \cdot \frac{1}{\eta} \qquad \text{(III.I.49)}$$

Bu yerda F kuch qo'yilgan S nuqtaning tezligi $\vartheta_F = \omega \cdot l$ (ω - dastaning burchak tezligi), yukning og'irligi qo'yilgan nuqtining tezligi $\vartheta_G = 0$ ga teng.

III.I.20-shakl, b dan ko'rinib turibdiki, A nuqta bir vaqtda blokga va arqonning undan *yechilayotgan qismi*ga tegishlidir. Xuddi shunday B nuqta esa blokga va arqonning unga *o'ralayotgan qismi*ga tegishlidir.

Shu sababli

$$\vartheta_A = w \cdot r_2 \quad \text{va} \quad \vartheta_B = w \cdot r_1 \qquad \text{(III.I.50)}$$

Shuningdek, blok tekis parallel harakat qilayotganligi sababli markaziy O nuqtaning tezligi

$$\vartheta_0 = \frac{\vartheta_A - \vartheta_B}{2} \qquad \text{(III.I.51)}$$

ga teng bo'ladi.

Yuqoridagilarni inobatga olsak, *"Mexanikaning oltin qoidasi"* quyidagicha ifodalanadi:

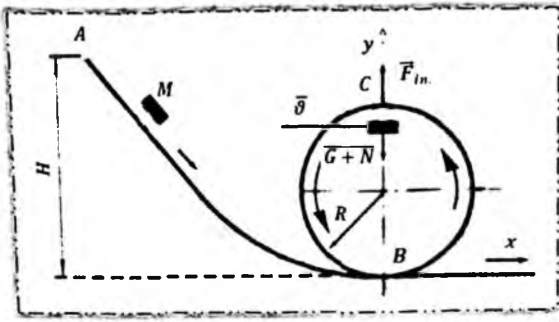
$$F \cdot wl = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{(w \cdot r_2 - w \cdot r_1)}{2} \cdot G$$

Bundan esa

$$F = \frac{1}{\eta l} \cdot \frac{(r_2 - r_1)}{2} \cdot G$$

ekanligi kelib chiqadi.

III.I.16-masala. Massasi m bo'lgan aravacha boshlang'ich tezliksiz balandligi H bo'lgan egri chiziqli rels bo'ylab pastga tushadi, keyin esa to'xtamasdan yo'lning ikkinchi qismi: radiusi R ga teng bo'lgan xalqasimon "sirtmoq"ning ichida harakatlanadi (III.I.22-shakl).



III.I.22-shakl

Aravacha xalqasimon "sirtmoq"dan ajralib ketmasligi uchun uni qanday balandlikdan tushirish kerak?

Masalaning yechilishi

Aravachani moddiy nuqta deb qaraymiz va ABC rels bo'ylab harakatlanayotgan aravachaga yuqorida ta'kidlanganidek, "*Kinetik energiyaning o'zgarishi to'g'risida*"gi teoremani tadbiq etamiz; ushbu teoremaga ko'ra:

$$\frac{m\vartheta^2}{2} - \frac{m\vartheta_0^2}{2} = W_G + W_N \qquad \text{(III.I.52)}$$

Og'irlik kuchining bajargan ishi:

$$W_G = G(H - 2R)$$

Normal reaksiyaning bajargan ishi: $W = 0$, chunki shartga ko'ra, aravacha relsdan ajralmasligi lozim, ya'ni $N = 0$ ga teng.

Bularni inobatga olsak

$$\vartheta^2 = 2g(H - 2R) \qquad \text{(III.I.53)}$$

ekanligi kelib chiqadi.

Endi D'alamber tamoyilini qo'llaymiz:

$$\sum Y_i = 0, \qquad F_n^{in} - G - N = 0 \qquad \text{(III.I.54)}$$

Bu yerda

$$F_n^{in} = \frac{G}{g} \cdot \frac{\vartheta^2}{R}$$

va $N=0$ (masalaning shartiga ko'ra).

U holda

$$\vartheta^2 = gR \qquad \text{(III.I.55)}$$

hosil bo'ladi. Endi (III.I.53) va (III.I.55) ifodalarni o'zaro tenglaymiz va so'ralayotgan balandlikning qiymatini aniqlaymiz:

$$H = 2{,}5R$$

Izoh: amalda $H > 2{,}5R$ bo'lgani ma'qulroq, chunki biz masalani yechishda havoning qarshiligi, ishqalanish jarayonlarini inobatga olmadik.

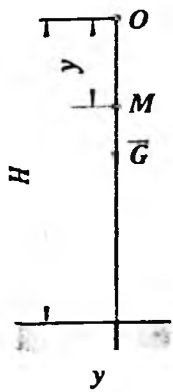
III.I.17-masala.

Og'irligi $G = 30\,N$ tosh Yerga $H = 16\,m$ balandlikdan boshlang'ich tezliksiz tushmoqda (III.I.23-shakl).

Toshning o'lchamlarini va havoning qarshiligini inobatga olmasdan, toshni moddiy nuqta sifatida qarab, uning harakatini o'rganish talab etiladi.

Shuningdek, tushish vaqti ham aniqlansin.

Masalaning yechilishi



III.I.23-shakl

Moddiy nuqtaning dastlabki holatini koordinata boshi deb tanlab, vertikal yo'nalishini va og'irligi G ni chizmada tasvirlaymiz.

Ushbu masala uchun boshlang'ich shart quyidagicha tuziladi:

$t = 0$ bo'lganda $y_0 = 0$, $\dot{y}_0 = 0$ (*boshlang'ich tezlik*).

Moddiy nuqta og'irlik kuchi evaziga to'g'ri chiziqli vertikal harakatlanib, Yerga tushadi. Shuning uchun harakatning differensial tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$m\ddot{y} = \sum Y_i = G = mg, \text{ bundan } \ddot{y} = g = 9{,}81\ m/sek^2$$

Oxirgi ifodani ketma-ket ikki marta integrallab, umumiy holda tezlik va bosib o'tilgan yo'lni aniqlash ifodasini hosil qilamiz:

$$\dot{y} = gt + C_1$$

$$y = gt^2 \cdot \frac{1}{2} + C_1 t + C_2$$

Ushbu integral o'zgarmaslari C_1 va C_2 lar masalaning quyidagi boshlang'ich shartidan aniqlanadi:

$t = 0$ bo'lganda $g \cdot 0 + C_1 = \dot{y}_0 = 0,$ bundan $C_1 = 0$

$t = 0$ bo'lganda $g \cdot \frac{0^2}{2} + C_1 \cdot 0 + C_2 = 0,$ bundan $C_2 = 0$

Natajada

$$\dot{y} = gt, \qquad y = 0{,}5gt^2$$

ekanligi kelib chiqadi.

Oxirgi ikkita ifodani dastlab Galiley tajriba yordamida mukammal tahliliy o'rganib, quyidagi xulosalarga kelgan:

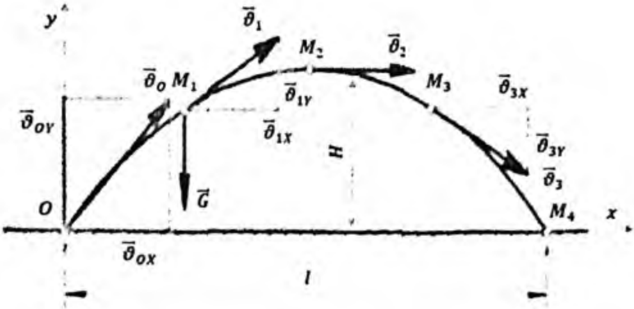
- erkin tushayotgan jismning tezligi tushish vaqtiga to'g'ri mutanosib (proporsional) bog'lanishda;
- erkin tushayotgan jism bosib o'tgan yo'l yoki masofa tushish vaqtining kvadratiga mutanosib bog'lanishda.

Odatda, bu ikkala ifoda *"Jismning erkin tushish qonuni"* ifodasi deb yuritiladi.

Jism Yerga tushguncha H masofani bosib o'tadi, ya'ni $H = 0{,}5gt^2$ ga teng, bundan

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16}{9{,}81}} = \sqrt{3{,}26} \approx 1{,}8\ sek.$$

III.I.18-masala *(Dinamikaning ikkinchi masalasiga oid).* Og'irligi G bo'lgan birorta jism gorizontga nisbatan $\alpha = 30^0$ burchak ostida $\vartheta_0 = 7\ m/$sek tezlik bilan otilmoqda (III.I.24-shakl).



III.I.24-shakl

Havoning qarshiligini inobatga olmasdan, jismni moddiy nuqta deb tasavvur qilgan holda uning harakatlanish qonuniyatini aniqlash talab etiladi.

Yana uchta parametrni ham hisoblash muhimdir:

- jismning havoda uchish vaqti;
- tushish uzoqligi;
- maksimal ko'tarilish balandligi.

Masalaning yechilishi

Jism – moddiy nuqtaning harakati O nuqtadan boshlanganligi uchun shu nuqtani koordinata boshi sifatida tanlaymiz. Moddiy nuqtaga faqat og'irlik kuchi G ta'sir etayotganligi uchun uning harakat tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \sum X_i = 0, & \text{yoki} \quad \ddot{x} = 0 \\ m\ddot{y} = \sum Y_i = 0, \quad -G = -mg & \text{yoki} \quad \ddot{y} = -g \end{cases} \qquad \text{(III.I.56)}$$

Ushbu differensial tenglamalarni navbatma-navbat integrallaymiz:

$$\dot{x} = C_1 \qquad \dot{y} = -gt + C_3$$

$$x = C_1 t + C_2 \qquad y = -g \cdot \frac{t^2}{2} + C_3 t + C_4 \qquad \text{(III.I.57)}$$

Bu yerda C_1, C_2, C_3, va C_4 lar integral o'zgarmaslarni bo'lib, ularning qiymati mazkur masalaning boshlang'ich shartlaridan aniqlanadi.

Tabiiyki, bu yerda boshlang'ich shartlar quyidagicha:

$$\begin{aligned} &t = 0 \text{ bo'lganda} \quad x_0 = 0, \qquad y_0 = 0 \\ &t = 0 \text{ bo'lganda} \quad \dot{x}_0 = \vartheta_{ox} = \vartheta_0 \cdot cos\alpha, \\ &\qquad\qquad\qquad\quad \dot{y}_0 = \vartheta_{oy} = \vartheta_0 \cdot sin\alpha \end{aligned} \qquad \text{(III.I.58)}$$

Demak, $t = 0$ bo'lganda (III.I.58) ni e'tiborga olib, (III.I.57) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{x}_0 = \vartheta_0 \cdot cos\alpha = C_1 \\ x = x_0 = C_1 \cdot 0 + C_2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{y} = \dot{y}_0 = \vartheta_0 \cdot sin\alpha = C_3 \\ y = y_0 = C_3 \cdot 0 + C_4 = 0 \end{cases}$$

Bundan $C_1 = \vartheta_0 \cdot cos\alpha$, $C_2 = 0$, $C_3 = \vartheta_0 \cdot sin\alpha$, $C_4 = 0$ ekanligi kelib chiqadi. Shunday qilib, avval tezlik, keyin esa masofalarni belgilovchi tenglamalarga ega bo'lamiz:

$$\dot{x} = \vartheta_0 \cdot cos\alpha, \qquad \dot{y} = \vartheta_0 \cdot sin\alpha \cdot t - gt \qquad \text{(III.I.59)}$$

$$x = \vartheta_0 \cdot cos\alpha \cdot t, \qquad y = \vartheta_0 \cdot sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \qquad \text{(III.I.60)}$$

(III.I.60) ifoda tarkibidan t ni chiqaramiz:

$$y = x \cdot tg\alpha - \frac{g}{2\vartheta_0^2 \cdot cos^2\alpha} \cdot x^2$$

Oxirgi ifoda moddiy nuqtaning harakatlanish konuniyatini, ya'ni trayektoriyasini belgilaydi.

Demak, moddiy nuqtaning trayektoriyasi paraboladan iborat ekan. Buni birinchi Galiley aniqlagan.

Endi masalaning ikkinchi qismiga o'tamiz.

Moddiy nuqtaning Yerga tushishi M_4 nuqtaga mos kelib, unda $y_4 = 0$ ga tengdir. U holda

$$\vartheta_0 \cdot t \cdot sin\alpha - g \cdot t^2/2 = 0$$

yoki

$$t \cdot (\vartheta_0 \cdot sin\alpha - 0{,}5 \cdot g \cdot t) = 0\,.$$

Bu yerda $t_1 = t = 0$ -jism osmonga otilayotgan payt; (t_1- jism Yerga tushgan payt):

$$t_1 = \frac{2\vartheta_0 \cdot sin\alpha}{g}$$

$$t_1 = \frac{2 \cdot 7 \cdot 0{,}5}{9{,}81} = 0{,}714\,\text{sek}$$

Ushbu $t_1 = 0{,}714\,\text{sek}$ ni e'tiborga olib, tushish uzoqligini aniqlaymiz:

$$L = x_4 = \vartheta_0 \cdot sin\alpha \cdot \frac{2\vartheta_0 \cdot sin\alpha}{g} - \frac{g - \left(\frac{2\vartheta_0 \cdot sin\alpha}{g}\right)^2}{2} = \frac{\vartheta_0^2}{g} \cdot sin2\alpha$$

$$= \frac{49}{9{,}81} \cdot 0{,}866 = 4{,}33\,m$$

Haqiqatan ham $sin2\alpha = 1$, yoki $\alpha = 45^0$ bo'lsa moddiy nuqta eng uzoq masafaga borib tushadi.

Aslida moddiy nuqtaning istalgan vaqtdagi tezligi $\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}$ ga teng bo'ladi. M_2 nuqtada tezlikning vertikal tashkil etuvchisi nolga tengligi chizmadan ham ko'rinib turibdi. Shuning uchun:

$$\vartheta_{2y} = \dot{y}_2 = \vartheta_0 \cdot sin\alpha - g \cdot t_2 = 0$$

bundan

$$t_2 = \frac{\vartheta_0 \cdot sin\alpha}{g}$$

$$t_2 = \frac{7 \cdot 0{,}5}{9{,}81} = 0{,}3568\,sek.$$

Demak, moddiy nuqtaning maksimal ko'tarilish balandligi

$$H = y_2 = \frac{\vartheta_0^2 \cdot sin\alpha}{2g} = \frac{49 \cdot (0{,}5)^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}62\,m\,.$$

Muhandislik amaliyotida ko'p uchraydigan mexanik kattaliklarning o'lchov birliklari

Asosiy kattaliklar	O'lchamligi		O'lchov birligi			Boshqa birliklar bilan SI birliklari orasidagi bog'lanishlar
	SI va SGS	MKGSS	SI	SGS	MKGSS	
1	2	3	4	5	6	7
Asosiy birliklar						
Uzunlik	L	L	m	sm	m	1 sm = 10^{-2} m
Massa	M	$L^{-1}FT^2$	kg	g	t.m.b. -kgk. s^2 m	1 t.m.b = 9.81 kg
Vaqt	T	T	s	s	s	
Qo'shimcha birliklar						
Yassi burchak			1 rad	rad	rad	
Fazoviy burchak			1 sr	sr	sr	
Hosilaviy birliklar						
Yuza	L^2	L^2	m^2	sm^2	m^2	1 sm^2 = 10^{-4} m^2
Hajm	L^3	L^3	m^3	sm^3	m^3	1 sm^3 = 10^{-6} m^3
Tezlik	LT^{-1}	LT^{-1}	m s	sm s	m s	1 sm s = 10^{-2} m s
Tezlanish	LT^{-2}	LT^{-2}	m s^{-2}	sm s^{-2}	m s^{-2}	1 sm s^{-2} = 10^{-2} m s^{-2}
Burchak tezlik	T^{-1}	T^{-1}	rad s	rad s	rad s	
Burchak tezlanish	T^{-2}	T^{-2}	rad s^{-2}	rad s^{-2}	rad s^{-2}	

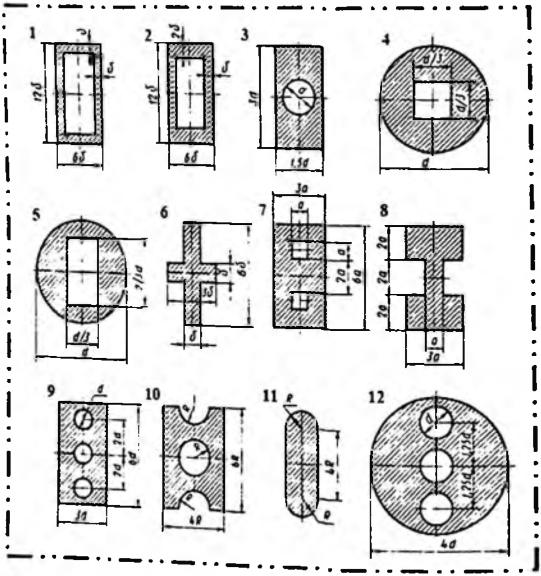
Zichlik	$L^{-3}M$	$L^{-4}FT^{2}$	$kg\,m^{3}$	$g\,sm^{3}$	t.m.b. m^{3} = kgk $s^{2}\,m^{4}$	1 g sm^{3} = 10^{3} kg m^{3}
Kuch	LMT^{-2}	F	N, 1 kN = 10^{3} N	dina	kgk	1 kgk = 9.81 N
Bosim	$L^{-1}MT^{-2}$	$L^{-2}F$	Pa	dina sm^{2}	kgk m^{2}	1 kgk m^{2} = 9,81 Pa, 1 atm = 1,01325 Pa
Kuchning impulsi	LMT^{-1}	FT	N.s	dina.s	kgk.s	1 kgk.s = 9.81 N.s.
Harakat miqdori	LMT^{-1}	FT	kg.m s	g. sm s	g.m.b. m s = kgk.s.	1 kgk.s = 9,81 kg. m s
Kuchning momenti	$L^{2}MT^{-2}$	LF	N. m	dina. s	kgk.m	1 kgk. m = 9,81 N.m
Inersiya momenti	$L^{2}M$	LFT^{2}	$kg.m^{2}$	$g.sm^{2}$	t.m.b. m^{2} = $kgk.m.s^{2}$	1 $g.sm^{2}$ = 10^{-7} $kg.m^{2}$
Kinetik momenti	$L^{2}MT^{-1}$	LFT	$kg.m^{2}$ s	$g.sm^{2}$ s	t.m.b. m^{2} s = kgk.m.s	1 $g.sm^{2}$ s= 10^{-7} $kg.sm^{2}$ s
Ish, energiya	$L^{2}MT^{-2}$	LF	J	erg	kgk.m.	1 kgk.m. = 9,81 J 1erg = 10^{-7} J
Quvvat	$L^{2}MT^{-3}$	LFT	Vt	erg s	kgk.m s	1 ot kuchi = 736 Vt, 1 erg s = 10^{-7} Vt
Tebranish chastotasi	T^{-1}	T^{-1}	Gs	Gs	Gs	-

I.2-ilova

Tekis shakllarning yuzasi va og'irlik markazini hisoblash

Dastlab, har bir simmetrik tekis shaklni Dekart koordinata tekisligining birinchi choragiga to'liq joylashtiring va konstruktiv talablar asosida kesim yuza o'lchamlariga tegishli sonli qiymatlar berib, shaklning kesim yuzasini va og'irlik markazi koordinatalarini aniqlang. Shu asosda og'irlik markazi koordinatalarining topilgan sonli qiymatlarni tekis shaklda ko'rsating hamda markaziy o'qlar qaysi nuqtadan o'tishini asoslang.

Izoh: kelgusida materiallar qarshiligi fanini o'zlashtirish jarayonida ushbu topshiriqlarning davomi sifatida ulardan markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari va qarshilik momentlarini aniqlashda foydalanish tavsiya etiladi.

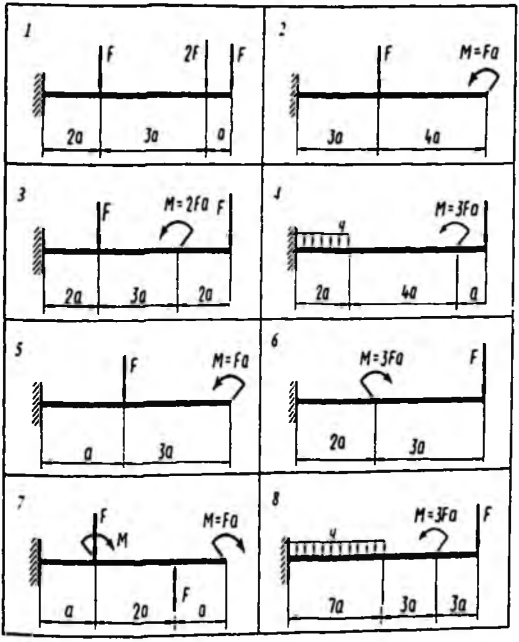


I.3-ilova

Konsol tayanchida hosil bo'ladigan reaksiyalarni aniqlash

Konstruktiv talablardan kelib chiqqan holda konsolga qo'yilgan juft kuch, to'plangan kuch va yoyilgan kuchlar hamda uzunliklarga tegishlicha sonli qiymatlar berib, tayanch reaksiyalarni aniqlang.

Izoh: kelgusida materiallar qarshiligi fanini o'zlashtirish jarayonida ushbu topshiriqlarning davomi sifatida ulardan ichki zo'riqishlarning epyuralarini qurishda foydalanish tavsiya etiladi.

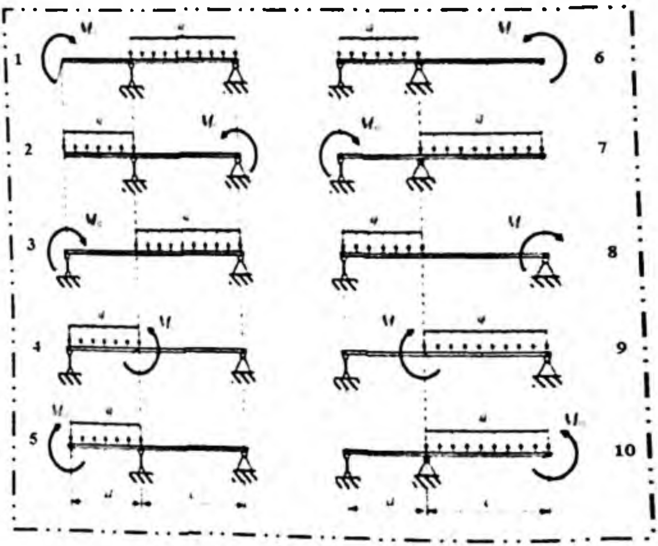


1.4-ilova

Oddiy konsolli to'sinlarning tayanchlarida hosil bo'ladigan reaksiyalarni aniqlash

Konstruktiv talablardan kelib chiqqan holda oddiy konsolli to'sinlarga qo'yilgan juft kuch va yoyilgan kuchlar hamda uzunliklarga tegishlicha sonli qiymatlar berib, tayanch reaksiyalarni aniqlang.

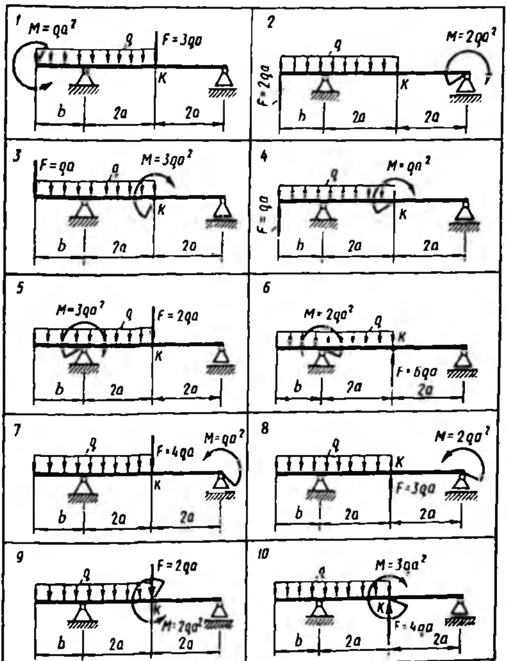
Izoh: kelgusida materiallar qarshiligi fanini o'zlashtirish jarayonida ushbu topshiriqlarning davomi sifatida ulardan ichki zo'riqishlarning epyuralarini qurishda foydalanish tavsiya etiladi.



Oddiy konsolli to'sinlarning tayanchlarida hosil bo'ladigan reaksiyalarni aniqlash

Konstruktiv talablardan kelib chiqqan holda oddiy konsolli to'sinlarga qo'yilgan juft kuch, to'plangan kuch va yoyilgan kuchlar hamda uzunliklarga tegishlicha sonli qiymatlar berib, tayanch reaksiyalarni aniqlang.

Izoh: kelgusida materiallar qarshiligi fanini o'zlashtirish jarayonida ushbu topshiriqlarning davomi sifatida ulardan ichki zo'riqishlarning epyuralarini qurishda foydalanish tavsiya etiladi.



GLOSSARIY

Statika bo'limi

Statika	- bu tinch holatidagi jism va jismlarning muvozanatini o'rganadigan mexanika fanining asosiy bo'limi hisoblanadi. Statikada asosan moddiy jismlarning mexanik harakati va muvozanati, ularga qo'yilgan kuchlarni sodda holga keltirish yo'llari o'rganiladi.
Moddiy nuqta	- bu o'lchamlari va shakli ma'lum sharoitda hisobga olinmaydigan, massasi bir nuqtada joylashgan deb tasavvur qilinadigan nuqtadir; ba'zan muayyan massaga ega bo'lgan geometrik nuqta deb ham hisoblanadi.
Mutlaq (absolyut) qattiq jism	- kuch ta'sirida istalgan nuqtalari orasidagi masofa doimo o'zgarmasdan qoladigan qattiq jism mutlaq yoki absolyut qattiq jism deyiladi.
Kuch	- bu bir moddiy jismning boshqasiga ko'rsatadigan mexanik ta'sirining o'lchovidir; soddaroq aytganda, jismlar o'zaro ta'sirining miqdor o'lchovi kuch deyilib, u yo'nalishi, moduli – son qiymati va qo'yilish nuqtasi bilan tavsiflanuvchi vektor kattalik hisoblanadi.
Teng kuchli kuchlar tizimi	Agar jismga qo'yilgan $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \ldots, \overrightarrow{F_n}$ kuchlar tizimi ko'rsatadigan ta'sirni boshqa $\overrightarrow{Q_1}, \overrightarrow{Q_2}, \overrightarrow{Q_3}, \ldots, \overrightarrow{Q_n}$ kuchlar tizimi bilan almashtirilganda jismning holati o'zgarmasa, u holda bunday ikki kuch tizimi teng kuchli (ekvivalent) kuchlar tizimi deyiladi. Odatda, kuchlarning teng kuchliligi quyidagicha ifodalanadi: $(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \ldots, \overrightarrow{F_n}) \sim O, \quad (\overrightarrow{Q_1}, \overrightarrow{Q_2}, \overrightarrow{Q_3}, \ldots, \overrightarrow{Q_n}) \sim O$
Teng ta'sir etuvchi kuch	Agar $(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \ldots, \overrightarrow{F_n})$ kuchlar tizimining ta'sirini bitta $\overrightarrow{R}$ kuch bera olsa, u holda bunday kuchga kuchlar tizimining teng ta'sir etuvchisi deyiladi. Ko'pincha, teng ta'sir etuvchi kuch $(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \ldots, \overrightarrow{F_n}) \sim \boldsymbol{R}$ ko'rinishda yoziladi.
Sanoq tizimi	Agar jismning harakati yoki holati boshqa jism bilan bog'langan koordinatalar tizimiga nisbatan

	tekshirilishini e'tiborga olsak, u holda bunday koordinatalar tizimiga sanoq tizimi (ba'zan koordinatalar tizimi deb ataladi) deyiladi. Masalan, statika bo'limida Yer bilan bevosita bog'langan sanoq tizimi ishlatiladi.
Statikaning asosiy aksiomalari	- bu aksiomalar ko'p yillik tajriba va kuzatishlar yordamida aniqlangan bo'lib, statikaga doir masalalarini yechishda foydalaniladi va ular quyidagicha nomlanadi: 1-aksioma (inersiya tamoyili); 2-aksioma (ikki kuchning muvozanat sharti); 3-aksioma (nolga ekvivalent tizimni jismga ta'sir etuvchi kuchlar tizimiga qo'shish yoki undan ayirish haqidagi tamoyil); 4-aksioma (kuchlar parallelogrammi tamoyili); 5-aksioma ("go'yoki" mazmun-mohiyatan, Nyutonning uchinchi qonunini ifodalaydigan tamoyil); 6-aksioma (qotish tamoyili).
To'sin	- bu konstruksiyaning konstruktiv qismi (detali) bo'lib, ko'p hollarda 2 (yoki undan ko'p) nuqtada tayanchlarga ega va vertikal yuklarni ko'taruvchi tekis brus shaklida turli materiallardan yasaladi. Odatda, bitta bitta qistirilgan tayanchga ega bo'lgan to'sin konsol deb yuritiladi. *Izoh: keyinchalik Materiallar qarshiligi, Mashina detallari, Elastiklik va plastiklik nazariyalari kabi texnikaviy umumkasbiy fanlarda "Deformatsiyalanuvchan qattiq jism"lar o'rganilayotgan paytda "Egilishga qarshilik ko'rsatadigan yoki egilishga ishlaydigan deformatsiyalanuvchi brus" to'sin deb yuritiladi.*
Moddiy nuqta	- bu muayyan massaga ega bo'lgan geometrik nuqta.
Kuch yelkasi	- bu moment markazidan kuchning ta'sir chizig'igacha bo'lgan eng qisqa masofa.
Nuqtaga nisbatan kuch momenti	- kuch moduli bilan ixtiyoriy nuqta (ko'pincha moment markazi deb yuritiladi)dan kuch ta'sir chizig'igacha bo'lgan eng qisqa masofaga

	ko'paytmasi bo'lib, musbat va manfiy ishoraga ega bo'lgan mexanik kattalik; uning matematik ifodasi $$M_O(F) = \pm F \cdot l$$ ko'rinishida yoziladi. Odatda, formula oldidagi ishoralardan qaysi birini olishni, quyidagi ishoralar qoidasiga asosan shartlashib olamiz: kuch vektori jismni moment markazi atrofida soat mili aylanadigan tomonga burishga intilsa, kuch momenti musbat, aks holda manfiy deb hisoblanadi.
O'qqa nisbatan kuch momenti	- kuchning biror o'qqa nisbatan momenti deb, uning mazkur o'qqa perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasining o'q bilan tekislik kesishgan nuqtasiga nisbatan olingan momentiga aytiladi.
Erkin bo'lmagan jism	- bu fazodagi mexanik harakati boshqa ba'zi jismlar tomonidan cheklangan qattiq jism. Jismning harakati yoki holatini cheklovchi sabab bog'lanish deyiladi.
Erkin jism	- bu fazoda ixtiyoriy tomonga harakatlana oladigan jism.
Mexanik harakat	- vaqt o'tishi bilan jismlarning bir-birlariga nisbatan ko'chishiga mexanik harakat deyiladi. Kengroq ma'noda aytganda, moddiy nuqta yoki jismning fazoda boshqa biror nuqta yoki jismga nisbatan o'zining dastlabki vaziyati (holati)ni o'zgartirishi mexanik harakat deyiladi. Odatda, moddiy nuqta (jism)ning fazodagi vaziyatini istalgan vaqtda aniqlashga imkon beradigan matematik bog'lanish harakat yoki harakatlanish qonuni deyiladi.
Muvozanat	- jismlarning muvozanati mexanik harakatning xususiy holi bo'lib, uning ma'lum qismiga qo'zg'almas ravishda mahkamlangan koordinatalar tizimiga nisbatan tinch vaziyati tushuniladi.
Juft kuch	- bu miqdorlari o'zaro teng, ammo qarama-qarshi tomonlarga yo'naltirilgan ikkita parallel kuchlar tizimidir. Kengroq ma'noda tavsiflasak, moduli teng, ta'sir chiziqlari bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan, parallel va qarama-qarshi yo'nalgan ikki kuch juft kuch (qisacha juft) deb ataladi.

Kuchning o'qdagi proyeksiyasi	- kuchning biror o'qdagi proyeksiyasi skalyar miqdor bo'lib, kuch moduli hamda kuchning mazkur o'qning musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusiga ko'paytmasiga teng. Uning matematik ifodasi, masalan abssissa o'qiga nisbatan $X = F \cdot cos\alpha$ shaklida yoziladi.
Kuch vektorining proyeksiyasi	- bu vektor moduli bilan mazkur vektor va o'q orasidagi burchakning kosinusiga ko'paytmasiga teng kattalikdir.
Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimi	- ta'sir chiziqlari bir nuqtada uchrashadigan kuchlar tizimiga bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimi deyiladi.
Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning muvozanat shartlari	- bir nuqtada kesishuvchi kuchlarga doir statika masalalarini yechishda uchta muvozanat shartidan foydalaniladi: muvozanatning geometrik sharti – kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun bu kuchlarga qurilgan kuchlar ko'pburchagi yopiq bo'lishi zarur va yetarlidir. muvozanatning vektor sharti – kesishuvchi kuchlar ta'siridagi erkin jism muvozanatda bo'lishi uchun mazkur tizimni tashkil etuvchi kuchlarning geometrik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir. muvozanatning analitik sharti – kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning har bir koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.
Juft kuchning ta'sir tekisligi	- bu juft kuch hosil qiluvchi kuchlar joylashgan tekislikdir.
Bog'lanishlar	- muvozanati o'rganilayotgan jismning harakati (ko'chishi yoki siljishi)ni cheklaydigan qo'shni jismlar. Bog'lanishdagi jismlarning bir-biriga tegib turgan qismidagi ishkalanish kuchini e'tiborga olmay, bog'lanishlarni quyidagicha tasniflash mumkin: *silliq sirt vositasida bog'lanishlar; cho'zilmaydigan ip (zanjir, qayish yoki sterjen)lar vositasidagi bog'lanishlar.*

Reaksiya yoki bog'lanish reaksiyasi	- bog'lanishning jismga ko'rsatadigan ta'siriga bog'lanish reaksiyasi yoki reaksiya kuchi yoxud qisqacha, reaksiya deyiladi. Bog'lanishdagi jismlarning harakati kaysi tomondan cheklangan bo'lsa, reaksiya o'sha yo'nalishga teskari yo'nalgan bo'ladi. Reaksiyalarni aniqlashda "Jismni bog'lanishdan bo'shatish" haqidagi quyidagi aksiomasidan foydalaniladi: *bog'lanishlarning berilgan jismga ta'sirini reaksiya kuchi bilan almashtirib, har kanday bog'lanishdagi jismni erkin jism deb qarash mumkin.*
Kuchlar tizimi	- bu ixtiyoriy qattiq jismlarga qo'yilgan n ta (masalan, $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \ldots, \vec{F_n}$) kuchlar to'plamidan iborat.
Parallel kuchlar markazi	- bu shunday nuqtaki, u orqali parallel kuchlar tizimidan shakllangan ta'sir etuvchi kuchning ta'sir chizig'i o'tadi.
Ishqalanish	- bir jismning ikkinchi jism sirtida siljishi yoki sirpanishiga qarshiligi umumiy holda ishqalanish deyiladi. Siljish jarayonining xususiyatiga qarab ishqalanish ikki xil bo'ladi: ➢ sirpanishdagi ishqalanish (masalan, oyoq kiyimining Yerga, arraning kesilayotgan yog'ochga, chang'ining qorga, vtulkaning o'qqa ishqalanishi va shu kabilar); ➢ dumalashdagi ishqalanish (masalan, avtotransport g'ildiraklarining Yerga, poyezd g'ildiraklarining relsga, dumalab harakat qilishi, zoldir (sharcha)li va rolikli podshipniklardagi ishqalanish va shu kabilar).
Og'irlik markazi	- bu tekshirilayotgan jismdan olingan yoki unga bevosita tegishli shunday nuqtaki, mazkur nuqtaga jismni tashkil etuvchi zarrachalarning o'zaro parallel yo'nalgan og'irlik kuchlari yig'indisi fikran qo'yilgan deb tasavvur qilinadigan markaziy nuqtadir. Bunga quyidagicha soddaroq tushuntirish ham mumkin: qattiq jismni tashkil etgan n ta zarrachalarning og'irlik kuchlari o'zaro parallel bo'lib, ularning teng ta'sir etuvchisi $G = \sum_{i=1}^{n} G_1$

	mazkur jismning og'irlik kuchi, parallel kuchlarning markazi esa jismning og'irlik markazi deyiladi.
Og'irlik markazini aniqlash usullari	- jismlarning og'irlik markazini simmetriya; bo'lakchalarga bo'lish; "manfiy yuza"; taroziga tortish (tajribaviy) usullari yordamida aniqlash mumkin.

Kinematika bo'limi

Kinematika	- bu yunoncha "kinema" so'zidan olingan bo'lib, harakat degan ma'noni anglatadi. Kinematikada nuqta va mutloq qattiq jismning mexanik harakati faqat geometrik nuqtai nazardan, ya'ni ularning massalari va ta'sir etuvchi kuchlarga bog'lanmasdan tekshiriladi. Shu bois, kinematikani bu moddiy jismlarning harakatini ularning massasi va ularga ta'sir qiluvchi kuchlarni hisobga olmagan holda o'rganish bilan shug'ullanadigan mexanikaning asosiy bo'limi deb hisoblash zarur.
Kinematik parametrlar	- moddiy nuqta yoki jismning harakat qonuni, trayektoriyasi, tezligi, tezlanishi, burchak tezlik, burchak tezlanish va shu kabilari kinematik parametrlar deyiladi.
Trayektoriya	Moddiy nuqta (jism) harakatlangan paytda ketma-ket vaziyatlarni ifodalaydigan nuqta (jism)larning geometrik o'rni yoki joylashuviga trayektoriya (harakat chizig'i) deb ataladi.
Masofa	- bu ixtiyoriy moddiy nuqtaning koordinata boshidan boshlab harakat trayektoriyasi bo'yicha holati bo'lib, u musbat va shartli ravishda "manfiy qiymat"larga ega bo'lishi mumkin.
Yo'l	- bu moddiy nuqta harakatlanayotganda bosib o'tadigan masofa bo'lib, doimo musbat miqdordir.
Mexanik tizim	- o'lchamlari e'tiborga olinmaydigan jism nuqta, o'zaro bog'liq bo'lgan nuqtalar majmui esa mexanik tizim deyiladi.
Tezlik	- bu shunday vektor kattalikki, u ixtiyoriy moddiy nuqtaning har qanday vaqtdagi harakat yo'nalishi va harakatlanish jadalligini tavsiflay oladi.

Tezlanish	- bu shunday vektor kattalikki, u ixtiyoriy moddiy nuqtaning har qanday vaqtdagi tezligi miqdori va yo'nalishini tavsiflay oladi.
Harakat va uning berilish usullari	Kinematika bo'limida moddiy nuqta yoki jismning boshlang'ich holatdan oxirgi holatga vaqtga bog'liq holda aniq bir usulda o'tishi harakat deyiladi. Aslida harakat deganda bu butun borliq – moddiy dunyo mavjudligining asosiy shakli, tinch va muvozanat holatining alohida ko'rinishini tasavvur etish maqsadga muvofiqdir. Moddiy nuqtaning harakati asosan uch xil: vektor, kordinatalar va tabiiy usulda beriladi.
Harakatlarni tasniflash	Nuqta kinematikasida moddiy nuqtaning tezlanishiga ko'ra harakat turlari quyidagicha tasniflanadi: ➢ to'g'ri chiziqli tekis harakat; ➢ to'g'ri chiziqli o'zgaruvchan harakat; ➢ egri chiziqli tekis harakat; ➢ egri chiziqli o'zgaruvchan harakat; ➢ garmonik tebranma harakat. Bundan tashqari kinematika bo'limining to'la kursida qattiq jismlarning quyidagi harakatlari ham o'rganiladi: ➢ qattiq jismning ilgarilanma harakati; ➢ qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati; ➢ qattiq jismning tekis parallel harakati; ➢ qattiq jismning qo'zg'almas nuqta atrofidagi aylanma harakati yoki sferik harakat; ➢ nuqtaning murakkab harakati (bunda nuqtaning nisbiy, ko'chirma va absolyut, ya'ni murakkab harakatlari o'rganiladi); ➢ qattiq jismning murakkab harakati.
Aylanma harakat	- bu qattiq jismning aylana bo'ylab harakati bo'lib, uning barcha nuqtalarining markazlari shu aylanalarga perpendikulyar bo'lgan qo'zg'almas o'q yoki to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanadi.
Aylanma harakat tenglamasi	Agar qattiq jism qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakat qilsa, tabiiyki mazkur harakatni tavsiflovchi aylanish burchagi φ ning qiymati vaqt t ning uzluksiz, bir qiymatli funksiyasi sifatida $\varphi = f(t)$ qonuniyat bo'yicha o'zgaradi. Odatda ushbu ifoda jismning

	qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakat tenglamasi deb yuritiladi.
Burchak tezlik	- bu aylanish burchagi φ dan vaqt t bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo'lgan kattalik bo'lib, quyidagicha belgilanadi: $$\omega = d\varphi/dt = \dot{\varphi} = f'(t)$$ Burchak tezlik rad/sek yoki $1/sek$ larda o'lchanadi.
Burchak tezlanish	- bu burchak tezlik funksiyasidan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila yoki aylanish burchagi funksiyasidan vaqt bo'yicha ikkinchi tartibli hosilaga teng bo'lgan kattalik bo'lib, quyidagicha belgilanadi: $$\varepsilon = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \varphi''(t)$$ Burchak tezlanish rad/sek^2 rad/sek yoki $1/sek^2$ larda o'lchanadi.
Tangensial yoki urinma tezlanish	- tezlik yo'nalishi o'zgarishining jadallashuvini tavsiflaydi yoki har qanday trayektoriya bo'ylab sodir bo'layotgan harakatning notekisligini tavsiflovchi mexanik parametr sifatida xizmat qiladi.
Oniy tezlik markazi	- bu o'rganilayotgan qattiq jismga tegishli bo'lgan shunday markaziy nuqtaki, unda mutlaq (absolyut) tezlik doimo nolga teng bo'ladi.
Normal tezlanish	- egri chiziqli harakatni tavsiflovchi mexanik parametr sifatida xizmat qiladi
Aylanish o'qi	- bu qo'zg'almas to'g'ri chiziq bo'lib, u aylana trayektoriyalari bo'ylab harakatlanayotgan jismni tashkil etgan zarrachalar og'irlik markazining geometrik o'rnidan tashkil topadi.
Nuqtaning nisbiy harakati	- bu qattiq jismga tegishli ixtiyoriy nuqtaning harakatlanuvchi (qo'zg'aluvchi) sanoq tizimi, ya'ni koordinatalar tizimiga nisbatan harakatidir. Shu sababli nuqtaning qo'zg'aluvchan sanoq tizimiga nisbatan trayektoriyasi nisbiy trayektoriya deyiladi. Nuqtaning nisbiy harakatdagi tezligi va tezlanishlari mos ravishda nisbiy tezlik $(\overline{\vartheta_r})$ va nisbiy tezlanish $(\overline{w_r})$ deyiladi.
Nuqtaning ko'chirma harakati	Qo'zg'aluvchan koordinatalar (sanoq) tizimining va u bilan o'zgarmas ravishda bog'langan fazo nuqtalarining qo'zg'almas koordinatalar tizimiga nisbatan harakati nuqtaning ko'chirma harakati

	deyiladi. Ba'zan ko'chirma harakat tushunchasi nisbiy harakatdagi nuqtaga ham taalluqli bo'lishi mumkin.
Nuqtanig absolyut yoki murakkab harakati	Nuqtaning qo'zg'almas koordinatalar tizimiga nisbatan harakati absolyut yoki murakkab harakat deyiladi, chunki ikkita: nisbiy va ko'chirma harakatlardan tashkil topadi.
Ilgarilanma-qaytma harakat	- bu qattiq jismning harakati bo'lib, unda qattiq jismdan tanlab olingan ixtiyoriy to'g'ri chiziq ko'chishi o'zining asl holatiga parallel ravishda harakat qiladi.
Uzatmalar	- bu aylanma harakatini uzatish uchun mo'ljallangan mexanik qurilma yoki moslamalardir.
Tekis parallel harakat	Qattiq jismning tekis parallel harakati deb, uning shunday harakatiga aytiladiki, bunda jismning barcha nuqtalari biror qo'zg'almas tekislikka nisbatan parallel bo'lgan tekisliklarda harakatlanadi. Shuningdek, harakatlanuvchi tekis shakl bilan bog'liq bo'lgan va burilish markazi deb qabul qilingan ixtiyoriy nuqta qutb deyiladi.

Dinamika bo'limi

Dinamika	Dinamika yunoncha "dynamics" so'zidan olingan bo'lib, kuch degan ma'noni anglatadi. Dinamikada asosan kuch, massa va tezlanishlar orasida munosabatlar o'rnatilib, nuqta yoki jismlarning harakat qonunlari aniqlanadi. Ta'kidlash o'rinliki, statikada kuch fizik kattalik sifatida jismlarning o'zaro ta'sirini ham miqdor, ham yo'nalish jihatidan ifodalanadi.
Massa	- jismda mavjud bo'lgan materiya miqdori bo'lib, uning inertligini miqdor jihatidan tavsiflovchi fizik kattalikdir. Shuningdek, jismni tashkil etgan moddalarning miqdori bilan tavsiflanuvchi va inertligini ifodalovchi kattalik inersion massa deyiladi.
Harakatlantiruvchi kuchlar	deganda, mexanikada ijobiy (foydali) ishlarni keltirib chiqaradigan kuchlar tushuniladi.
Dinamikaning asosiy qonunlari va ularni ta'riflash	1. *Inersiya qonunining ta'rifi*: **tashqi kuchlardan holi bo'lgan moddiy nuqta biror kuch ta'sir yetmaguncha o'zining tinch holatini yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatini saqlaydi.**

	2. *Tezlanish va kuchning mutonosiblik qonunining ta'rifi*: moddiy nuqtaning kuch ta'sirida olgan tezlanishi bilan massasining ko'paytmasi miqdor jihatidan shu kuchga teng bo'lib, tezlanishi kuch bilan bir xil yo'nalishda bo'ladi. 3. *Ta'sir va aks ta'sirning tengligi qonunining ta'rifi:* ikkita moddiy nuqta miqdorlari teng va shu nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan kuchlar bilan bir-biriga ta'sir etadi. 4. *Kuchlar ta'sirining bir-birlariga xalal bermaslik qonunining ta'rifi:* moddiy nuqtaga bir vaqtda bir qancha kuchlar ta'sir etganda nuqta oladigan tezlanish mazkur nuqtaga bu kuchlarning har biri alohida-alohida ta'sir etganda oladigan tezlanishlarining geometrik yig'indisiga teng.
Dinamikaning ikki masalasi	Odatda, dinamikaning masalalari ikki guruhga bo'lib o'rganiladi: ➢ *dinamikaning birinchi masalasida moddiy nuqta yoki jismlarning harakatiga ko'ra, ularga ta'sir etuvchi kuchlar aniqlanadi;* ➢ *dinamikaning ikkinchi (birinchiga teskari) masalasida moddiy nuqta yoki jismlarga ta'sir etuvchi kuchlarga ko'ra, ularning harakati aniqlanadi.*
Kinetostatika usuli	- bu D'alamber tamoyilidan foydalangan holda dinamika muammolarini hal qilishga yo'naltirilgan yondashuvdir. Chunki mazkur tamoilning mohiyatiga ko'ra, ***moddiy nuqta harakatining istalgan paytida unga qo'yilgan faol kuchlar, reaksiya kuchlari va inersiya kuchi o'zaro muvozanatda bo'ladi.*** *Bu esa, tabiiyki* dinamika masalalarini rasmiy ravishda statika masalalariga keltirishga imkon beradi.
Ish	- bu miqdori va yo'nalishi o'zgarmas kuch qo'yilgan moddiy nuqta to'g'ri chiziqli harakat qilganda bajarilgan *A* ish *F* kuchning moduli, *s* yo'l (yoki ko'chish)ning uzunligi va kuch bilan moddiy nuqtaning harakat yo'nalishi orasidagi burchak kosinusi ko'paytmasiga tengdir.

	Aslida ish tushunchasini muhandislik amaliyotida energiyaning bir turini boshqasiga aylantirish jarayoni tarzida ham qarash mumkin.
Inersiya kuchi	- bu moddiy nuqta massasining olingan tezlanishi bilan ko'paytmasiga teng bo'lgan va tezlanishga qarama-qarshi tomonga yo'naltirilgan kuch.
Qarshilik kuchlari	deganda, odatda mexanikada "salbiy – zararli" holatlarni yuzaga keltiradigan kuchlar tushuniladi.
Quvvat	- birlik vaqt davomida bajarilgan ishning miqdori quvvat deyiladi.
Foydali ish koeffitsiyenti	Mashinaning ma'lum vaqt oralig'idagi foydali quvvatini iste'mol qilingan quvvatga nisbati yoki foydali ishning shu vaqt oralig'idagi sarflangan to'liq ishga nisbati foydali ish koeffitsiyenti deyiladi.
Potensial energiya	Jism yoki jismlarni tashkil etgan qismlarning o'zaro joylashuvigagina bog'liq bo'lgan energiya potensial yoki holat energiyasi deyiladi. Jismning potensial energiyasi u bir vaziyatdan boshqa vaziyatga siljiganda yoki ko'chganda bajara oladigan ishi bilan o'lchanadi. Masalan, Yerdan h balandlikdagi G og'irlikka ega bo'lgan jismning potensial energiyasi Gh ko'paytmaga teng, chunki u Yerga tushishida xuddi shunday ishni bajaradi.
Kinetik energiya	Jismning mexanik harakatdagi energiyasiga kinetik energiya yoki harakat energiyasi deyiladi. Kinetik energiyani aniqlash uchun moddiy nuqta massasini uning tezligi kvadratining yarmiga ko'paytirish lozim: $E_k = mv^2/2$

ADABIYOTLAR

1. Ўрозбоев М.Т. Назарий механика асосий курси // Дарслик. –Т.: "Ўқитувчи" нашриёти, қайта ишланган 3-нашри. 1966. -512 б.

2. Рашидов Т.Ш. ва бошқалар Назарий механика асослари // Дарслик,-Т.: " Ўқитувчи" нашриёти, 1990. -584 б.

3. Шоҳайдарова П. ва бошқалар Назарий механика // Олий ўқув юртлари учун ўқув қўлланма, –Т.: " Ўқитувчи" нашриёти, тузатилган ва тўлдирилган иккинчи нашри. 1991. -408 б.

4. Fayzullayev B.A. Nazariy mexanika // Universitet va pedagogika institutlari uchun darslik, –T.: "CHo'lpon nomidagi nashriyot-matbaa ijodiy uyi" nashriyoti, 2011. –312 b.

5. Husanov Q. "Nazariy mexanika (statika, kinematika, dinamika) // Oliy texnika o'quv yurtlari uchun darslik. "ILM-ZIYO-ZAKOVAT" bosmaxonasi, -T.: 2019. -578 b.

6. Mirsaidov M.M., Boymurodova L.I., G'iyosova N.T. "Nazariy mexanika" // O'quv qo'llanma. -T.: "ILM-ZIYO", 2009. –224 b.

7. Nabiyev A. va boshqalar Texnik mexanika (nazariy mexanika, materiallar qarshiligi) // Kasb-hunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma –T.: O'zbekiston Respublikasi FA "Fan" nashriyoti. 2004. -256 b.

8. Nabiyev A. va boshqalar Texnik mexanika // Kasb-hunar kollejlari uchun sinov darsligi -T.: "SHARQ" nashriyot - matbaa aksiyadorlik kompaniyasi Bosh tahririyati. 2005. -256 b

9. Nabiyev A. va boshq Texnik mexanika (nazariy mexanika, materiallar qarshiligi) // Kasb-hunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma. Qayta 2-nashr –T.: "Talqin" nashriyoti. 2008. -240 b.

10.Nabiyev A. va boshqalar Texnik mexanika // Kasb-hunar kollejlari uchun darslik. Qayta ishlangan va to'ldirilgan 2-nashr –T.: "DAVR NASHRIYOTI" MCHJ, 2012. -272 b.

11.Nabiyev A. va boshqalar Texnik mexanika // Kasb-hunar kollejlari uchun darslik. 3-qayta nashr -T.: "DAVR NASHRIYOTI" MCHJ, 2013. -272 b.

12.Nabiyev A. va boshqalar Texnik mexanika // Kasb-hunar kollejlari uchun darslik. 4-qayta nashr -T.: "DAVR NASHRIYOTI" MCHJ, 2017. -272 b.

13.Nabiyev A. va boshqalar Texnik mexanika: Mexanik uzatmalar // O'quv qo'llanma, -T.: "Innovatsion rivojlanish nashriyot-matbaa uyi", 2021. -237 b.

14.Kepe O.E, Viba Y.A., Grapis O.P. Nazariy mexanika fanidan qisqa masalalar to'plami // Darslik, - T.: "Yangi asr avlodi", 2008. - 290 b.

15.Аркуша А.И. Техническая механика: теоретическая механика и сопротивление материалов // Учебник, -М.: "Высшая школа", 5-е изд., доп. ISBN. 978-5-9710-8544-7; 2021. - 352 с.: ил.

16.Набиев А. Техника таълим муассасалари учун янги авлод ўқув адабиётларини яратиш технологиялари ва улардан фойдаланиш методикаси ("Материаллар қаршилиги" ва "Техник механика" фанлари мисолида) // Монография. -Т.: "ИҚТИСОДИЁТ ДУНЁСИ" нашриёти, 2020. -352 б.

17.Абдул Мутталиб Наби "Буюк халқнинг дунёга машҳур олими" // Илмий-оммабоп очерк, -Т.: "SAHHOF", www.ziyouz .com kutubxonasi, 2024. -212 б.

18.Beer F.P., Johnston E.R., DeWolf J.T., Mazurek D.F. Mechanics of Materials. 7 th_Edition. -New York. MeGraw-Hill Education Ltd, 2015. -897 p.

19.Gere J.M., Goodno B.J. Mechanics of Materials. 8 th_Edition. -Canada by Nelson Education Ltd, 2013. -1098 p.

20. Internet saytlari: www.lex.uz, http//www..tothelp.ru /theor/mechanics/, www.gov.uz.

MUNDARIJA

	Birinchi nashrga so'z boshi	3
	Kirish	4
	BIRINCHI QISM: NAZARIY MEXANIKA	
	BIRINCHI BO'LIM: STATIKA	
	I MODUL. STATIKANING ASOSIY TUSHUNCHALARI VA AKSIOMALARI	
I.I.1-§	Asosiy tushunchalar va ta'riflar	8
I.I.2-§	Statikaning aksiomalari	10
I.I.3-§	Bog'lanish va bog'lanish reaksiyalari	13
	Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar	27
	II. MODUL. BIR NUQTADA KESISHUVCHI KUCHLAR TIZIMI	
I.II.1-§	Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarni ko'shish	28
I.II.2-§	Kuchning proyeksiyasi	30
I.II.3-§	Teng ta'sir etuvchi kuchni analitik usulda aniqlash	32
I.II.4-§	Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning muvozanat shartlari	33
	Ikkinchi modulga oid amaliyot	35
	Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar	40
	III. MODUL. KUCH MOMENTI VA JUFT KUCHLAR	
I.III.1-§	Nuqtaga nisbatan kuch momenti	41
I.III.2-§	Kuchning o'qqa nisbatan momenti	43
I.III.3-§	Juft kuch, juft kuchning momenti.Tekislikdagi juft kuchlarning muvozanati	45
	Uchinchi modulga oid amaliyot	47
	Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar	51
	IV MODUL. ISHQALANISH	
I.IV.1-§	Asosiy mulohazalar	52

I.IV.2-§ Sirpanishdagi ishqalanish qonuni 52
I.IV.3-§ Ishqalanish burchagi va ishqalanish konusi 54
I.IV.4-§ Dumalashdagi ishqalanish 55
To'rtinchi modulga oid amaliyot 57
Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar 59
V-MODUL. FAZODAGI KUCHLAR TIZIMI
I.V.1 -§ Umumiy mulohazalar 60
I.V.2- § Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlarni bir nuqtaga keltirish 61
I.V.3-§ Fazodagi kuchlar tizimini teng ta'sir etuvchiga keltirish 64
I.V.4-§ Fazodagi kuchlarning muvozanat shartlari 65
I.V.5-§ Tekisdagi kuchlarning muvozanat shartlari........... 66
I.V.6-§ To'sinlar va ularning tayanchlari 69
Beshinchi modulga oid amaliyot 71
Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar 72
VI MODUL. TEKIS SHAKLLARNING ASOSIY GEOMETRIK TAVSIFNOMALARI
I.VI.1-§ Jismlarning og'irlik markazi 73
I.VI.2-§ Tekis shakllarning geometrik tavsifnomalari 75
I.VI.3-§ Eng oddiy tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash 79
Oltinchi modulga oid amaliyot 82
Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar 85
Mustaqil ta'lim doirasida qattiq jismlar statikasiga doir ayrim muhandislik amaliyoti masalalarni yechish metodikasi 86
IKKINCHI BO'LIM: KINEMATIKA
I. MODUL. NUQTA VA QATTIQ JISMLAR KINEMATIKASI ASOSLARI
II.I.1-§ Asosiy tushunchalar.. 120

II.I.2-§ Nuqta harakatining berilish usullari 121
II.I.3-§ Harakati tabiiy va vektor usullarda berilgan nuqtaning tezligi 122
II.I.4-§ Harakati tabiiy va vektor usullarda berilgan nuqtaning tezlanishi 124
II.I.5-§ Qattiq jismning ilgarilanma harakati 128
II.I.6-§ Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati 130
II.I.7-§ Aylanma harakatdagi jism nuqtalarining trayektoriyasi, tezligi va tezlanishi 133
II.I.8-§ Qattiq jismning tekis parallel harakati haqida qisqacha tushunchalar 134
Ikkinchi bo'limga oid amaliyot 139
Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar 141
Mustaqil ta'lim doirasida qattiq jismlar statikasiga doir ayrim muhandislik amaliyoti masalalarni yechish metodikasi 142

UCHINCHI BO'LIM: DINAMIKA
I. MODUL. NUQTA VA QATTIQ JISMLAR DINAMIKASI ASOSLARI

III.I.1-§ Asosiy tushunchalar 165
III.I.2-§ Dinamikaning asosiy qonunlari 166
III.I.3-§ Inersiya kuchi tushunchasi.Kinetostatika usuli 171
III.I.4-§ O'zgarmas kuchning to'g'ri chiziqli yo'lda bajargan ishi 173
III.I.5-§ Quvvat. Foydali ish koeffitsiyenti 174
III.I.6-§ Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismga qo'yilgan kuchning ishi va quvvati 176
III.I.7-§ Potensial va kinetik energiya 177
III.I.8-§ Qattiq jismning kinetik energiyasi 179
III.I.9-§ Moddiy nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema 181
Uchinchi bo'limga oid amaliyot 182

Muammoli muloqatlarga yo'naltirilgan davra suhbatlari uchun namunaviy nazorat savollari va topshiriqlar 184
Mustaqil ta'lim doirasida qattiq jismlar statikasiga doir ayrim muhandislik amaliyoti masalalarni yechish metodikasi 185
Ilovalar 204
Glossariy 212
Adabiyotlar 224
Mundarija 226

Nabiyev Abdimital Nabiyevich (TKTI, pedagogika fanladi doktori, professor, Turon Fanlar akademiyasi akademigi), Raimov G'ayrat Fayzullayevich (TerDU, pedagogika fanladi bo'yicha falsafa doktori, katta o'qituvchi),
Mo'minov Xolmurod Turdiqulovich (pedagogika fanladi bo'yicha falsafa doktori, dotsent),
Saidova Dildora Shasabirovna (katta o'qituvchi), Haydarova Sharifa Komilovna (katta o'qituvchi), Sangirov Abdujalil Tumanovich (katta o'qituvchi)

TEXNIKA MEXANIKASI: NAZARIY MEXANIKA

(nazariya va amaliyot)

Toshkent – "INNOVATSIYA-ZIYO"- 2024.

Muharrir: Xolsaidov F.B.

Bosishga 12.12.2024.da ruxsat etildi.
Bichimi 60x90. "Cambria" garniturasi.
Ofset bosma metodida bosildi.
Shartli bosma tabog'i 15. Nashr bosma tabog'i 14,5.
Adadi 100 nusxa.

"METODIST NASHRIYOTI" MCHJ matbaa bo'limida chop etildi.
Manzil: Toshkent shahri, Shota Rustaveli 2-vagon tor ko'chasi, 1-uy.

+99893 552-11-21

9 789910 699214